



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS – CCT

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JOÃO MATHEUS DA SILVA

A INSERÇÃO DA FILOSOFIA DE IMRE LAKATOS NO ENSINO DE
MATEMÁTICA

CAMPINA GRANDE – PB

2016

JOÃO MATHEUS DA SILVA

A INSERÇÃO DA FILOSOFIA DE IMRE LAKATOS NO ENSINO DE
MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Licenciatura
Plena em Matemática, do
Departamento de Matemática, do
Centro de Ciências e Tecnologias, da
Universidade Estadual da Paraíba, em
Cumprimento às exigências para
obtenção do título de Licenciado em
Matemática.

Orientador: prof. Dr. Silvanio de Andrade

CAMPINA GRANDE– PB

2016

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

S586a Silva, João Matheus da
A inserção a Filosofia de Imre Lakatos no ensino de
Matemática [manuscrito] / Joao Matheus da Silva. - 2016.
31 p.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em
MATEMÁTICA) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de
Ciências e Tecnologia, 2016.

"Orientação: Prof Drº Silvano de Andrade, Departamento de
Matemática".

1. Filosofia da Matemática. 2. Imre Lakatos. 3. Autonomia
do aluno. 4. Ensino Aprendizagem. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

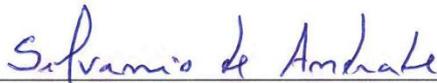
JOÃO MATHEUS DA SILVA

A INSERÇÃO DA FILOSOFIA DE IMRE LAKATOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

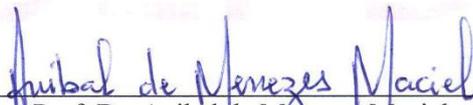
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática, do Departamento de Matemática, do Centro de Ciências e Tecnologia, da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em: 05/04/2016.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Silvanio de Andrade (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. Anibal de Menezes Maciel
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Ms. Walber Santiago Colaço
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Agradeço a Deus por me dar força
e saúde nos momentos difíceis e
todos que estiveram sempre ao
Meu lado.

AGRADECIMENTOS

A **Deus**, em todos os momentos e por sua generosidade para comigo.

A minha mãe, por sempre me apoiar nos momentos de cansaço e dúvida e por tudo.

Ao Prof. Dr. Silvanio de Andrade, pelo seu empenho em me ajudar a desenvolver este trabalho, pela sua disposição em apresentar sempre novas maneiras de lecionar e também pela sua competência na carreira docente que é mapeada pelo sucesso.

Aos amigos que me motivaram.

Aos professores que sempre buscaram apresentar uma boa aula.

E a todos que de alguma forma contribuíram.

RESUMO

A proposta deste trabalho é analisar o método histórico utilizado por Imre Lakatos em sua sala de aula imaginária e, como esse método se aplicaria numa sala de aula concretamente. Abordando os traços históricos e processos até a obtenção da prova do teorema de Euler, no diálogo entre o professor e seus alunos imaginários, são demonstrados os argumentos de cada aluno e do professor. Nessa sala de aula imaginária ocorre também a introdução da filosofia da matemática, valorizando sempre a comunicação entre o professor e os alunos. No decorrer do trabalho é discutido como essa ideia filosófica pode garantir autonomia aos alunos nas escolas, quais os benefícios que o método proporciona e também as dificuldades que uma nova forma de ensino pode causar numa sala de aula que ainda valoriza o formalismo do ensino, sem levar em consideração o pensar do aluno. O objetivo principal deste trabalho é voltar o olhar para uma forma de tornar a aula de matemática mais atrativa para os alunos, para isso, conclui-se ser necessário a mudança da visão de conhecimento matemático do professor.

Palavras-chave: Filosofia da Matemática. Falibilismo Matemático. Autonomia do aluno. Sala de aula.

ABSTRACT

The purpose of this study is to analyze the historical method used by Imre Lakatos in his imaginary classroom and its implications in the mathematics classroom. Addressing the historical traces and processes to obtain the proof of the theorem of Euler, the dialogue between the teacher and his imaginary students, the arguments of each student and teacher are demonstrated this study. In this imaginary classroom is also introduced the philosophy of mathematics, always valuing communication between the teacher and the students. During the work is discussed as this philosophical idea can guarantee autonomy to students in schools, what benefits that the method provides and also the difficulties that a new form of education can cause a classroom that still values the mathematics teaching take into account the thinking of the student. The main objective of this work is to look again at a way to make the most attractive mathematics classroom for students. It concludes that it is necessary to change the mathematical knowledge conception of teacher.

Keywords: Philosophy of Mathematics. Mathematics Fallibilism. Classroom.

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| 1 Introdução..... | 10 |
| 2 A lógica do descobrimento matemático: A História e a filosofia da matemática na perspectiva de Imre Lakatos..... | 12 |
| 3 A sala de aula de matemática numa perspectiva Lakatosiana..... | 18 |
| 4 considerações finais | 29 |
| Referências..... | 31 |

1. INTRODUÇÃO

A perspectiva deste trabalho é analisar o método de provas e refutações, da matemática como um conhecimento falível, que cresce por um processo de críticas e refutações usado no livro de Imre Lakatos, intitulado *A Lógica do descobrimento Matemático* e, como esse método se aplica no contexto da matemática escolar.

O debate filosófico empregado por Lakatos na sua sala de aula imaginária, contribui para tornar as aulas de matemática de melhor compreensão, mais argumentativas, mais dinâmicas e mais interessantes. Possibilitando ao aluno mais participação na aula, mostrando que ele pode também intervir no processo de ensino aprendizagem e deixar de ser um mero espectador de um espaço-tempo do qual o professor apenas é quem fala e o aluno aquela que apenas copia e escuta.

Quando a filosofia de Lakatos passa a ser trabalhada na aula de matemática, o aluno fica muito mais aberto a comunicação com os demais alunos, gerando assim um ambiente, em que, eles possam por meio de argumentos expressar suas opiniões e compartilhar ideias.

Dessa forma, o professor tem um importante papel de mediação, onde ele inicia e provoca o debate com os alunos, ajudando eles a analisarem e verificarem seus próprios argumentos, em que, através de argumentos e provas convincentes os alunos apresentam seus pontos de vista, relatando se são favoráveis ou não de uma ideia, prova ou demonstração. Nisso, o professor precisa encontrar meios que habilite os alunos construírem seus raciocínios, que facilite a aprendizagem dos discentes e, o diálogo em sala de aula necessita acontecer de uma maneira que todos participam dele e o compreendam.

Prosseguindo, no capítulo 2 apresentamos o que vem a ser prova e refutação na perspectiva de Lakatos., abordamos como Imre Lakatos mapeia a história do teorema de Euler e como esse assunto se conecta com sua metodologia de ensino, descrevemos como os alunos imaginários refletem a respeito do teorema de Euler.

No capítulo 3, discutiremos como a metodologia de Imre Lakatos se aplica na sala de aula., anunciamos como poderia ser uma boa formação docente, apresentando evidências da autenticidade que o professor precisa ter com o debate filosófico de

Lakatos, dando autonomia ao aluno e ganhando muito mais respeito por parte deste, deixando de ser um mero transmissor para alguém que se prepara cientificamente e democraticamente para suas aulas.

Nas considerações finais, elencamos que o debate filosófico de Lakatos para contribuir com o ensino da matemática exige sobretudo postura do professor, no trato com a matemática em sala de aula, como um processo que cresce por meio de críticas e refutações.

2. A lógica do descobrimento matemático: A História e a Filosofia da matemática na perspectiva de Imre Lakatos

As provas são essenciais no contexto da matemática, elas têm um papel histórico no ensino desta ciência, como também no cenário atual, pois elas se aplicam a várias outras disciplinas.

Lakatos aponta para uma independência do aluno em tirar suas próprias conclusões em relação ao assunto matemático abordado, seja qual for.

Para Imre Lakatos prova é a forma de chegar a verdade, o que poderia antes ser considerado duvidoso se torna verídico, ele aponta a prova como um raciocínio que pode ser alcançado tanto pelo aluno como pelo professor, mas que a prova não impossibilita dos alunos ou até mesmo o professor de ter dúvida em relação a algum lema ou processo da demonstração de um teorema, onde a demonstração é apontada como uma ligação entre as premissas, as premissas precisam ser consideradas por todos alunos como sendo verdadeiras e que a refutação acontece quando um aluno ou o professor ver um erro no lema ou no processo da demonstração, provando seu ponto de vista com argumentos que convençam todos envolvidos no debate. Esta forma de enunciar o que é uma prova é transmitida por meio do debate filosófico, em que os fatos são interligados.

A prova tem que fugir do formalismo, ele indica um método heurístico de ensino como sendo a técnica filosófica para desenvolver o caminho da prova e da refutação. O processo de prova e refutação é fundamentado do seguinte modo, começa na conjectura primitiva, os alunos e o professor apresentam suas ideias para provar esta conjectura, aparecem fatos no desenvolvimento da demonstração que coloca em xeque a veracidade da conjectura primitiva, chamadas de contra-exemplos globais, neste momento a prova é reexaminada por todos, com isso se acha novos lemas ou até novos conceitos, onde são examinadas suas aplicações na conjectura primitiva, no próximo passo é verificada as consequências que os novos lemas causaram na conjectura primitiva podendo agora ser ou não refutada, os contra-exemplos convertem-se em novos exemplos, apresentando vários outros campos de investigação. A refutação é usada para constatar a veracidade dos fatos.

A criação de uma prova matemática é coletiva, a partir do momento que o processo da demonstração é criticado por um aluno despertando nos demais alunos o posicionamento em relação a essa crítica, ampliando o aparecimento de novas conjecturas que poderão ser submetidas a novas críticas. Dessa forma emerge o conhecimento epistemológico da matemática.

Imre Lakatos imagina prova como algo em que os fatos antecedentes até a obtenção dela são destacados, o resultado de uma prova não pode ser considerado infalível. A prova precisa de uma incorreção lógica, para influenciar o aluno a refutar e buscar a resposta.

O livro de Lakatos relata uma parte da história do teorema de Euler, usando como meio para tratar do tema um diálogo numa sala de aula imaginária, cada aluno dessa sala de aula tem um papel histórico, o teorema tem a seguinte fórmula: $V - A + F = 2$, V que é o número de vértices, A o número de arestas e F o número de faces, onde a o interesse de saber se essa fórmula é aplicável para todos os poliedros, é perceptível que o teorema de Euler é utilizado para trabalhar com figuras geométricas.

Evidenciamos aqui o fato de que Euler teve um encaminhamento no resultado final da demonstração, quando surgiu o conceito de vértice e aresta, anteriormente conhecidas como ponto e linha, visto que, já existia o conceito de face.

Há uma certa preocupação de Imre Lakatos em trazer uma percepção filosófica para argumentar os fatos históricos relativos ao teorema de Euler, sem deixar de apresentar os vários matemáticos como Cauchy, Descartes, Lhulier, Legendre, Poincaré e entre outros, que deram suas contribuições para provar que o teorema de Euler é válido para todos os poliedros.

No presente trabalho é notória a utilização de termos que facilitam o diálogo filosófico de Imre Lakatos, vou destacá-los de maneira sucinta, em alguns momentos apresentar suas contribuições para obtenção do resultado pretendido por Lakatos. Entre esses termos destaco: *prova, teorema do monstro, refutação, contra - exemplos locais, contra -exemplos globais, conteúdo reinspecionado e a formação de conceito.*

Prova, é o termo que Lakatos evidencia através de argumentos dos seus alunos imaginários e vislumbrando a opinião dos grandes matemáticos, alguns citados acima, como a experiência mental precedida pela heurística, mostrando claramente o meio

utilizado para resolver um teorema ou chegar a solução de um problema, houve a preocupação de Imre Lakatos para que o leitor do livro tirasse sua própria conclusão sobre o que é uma prova, ou até mesmo, colocar o leitor em uma reflexão do termo. Euler em particular usava o meio da “indução” (tida como meio imaginário da prova), em vez da “análise” (forma criteriosa de obter a prova).

O “*teorema do monstro*” que busca por meio de exemplos refutar a ideia do teorema de Euler, ou seja, contestar a prova. É a forma utilizada por alguns alunos imaginários participantes do enredo que Lakatos criou, céticos ao fato do teorema de Euler ser válido para qualquer poliedro, tentando mostrar possíveis lacunas. É mostrada a opinião de alguns matemáticos em relação ao assunto como Jonquières, Poincaré e outros que afirmam, “O que hoje aparece como monstro será uma adaptação no futuro, denominado monstros esperançosos, ou seja, proporcionariam a evolução e adaptação do teorema de Euler”.

A partir dos “*monstros*” que foram comentados no teorema de Euler, surge os “*anti - monstros*” que é a defesa do teorema, onde é negada a possibilidade de existir o “monstro”, buscando garantir o significado de face, vértice e aresta, que consolidam o teorema de Euler, Pólya foi um dos matemáticos que deram suas contribuições em relação ao assunto usando um cilindro qualquer como exemplo para provar seu ponto de vista.

Refutação, atua como meio de análise da prova tomando bastante cuidado com os detalhes encontrados, não devemos associar a refutação com um “monstro”, pois a refutação está sempre ligada a prova, já o “monstro” é vinculado a uma exceção, uma coisa inesperada.

“*Contra – exemplo local*” e “*contra – exemplo global*”, Lakatos tenta de forma argumentativa através dos alunos imaginários mostrar o “contra – exemplo local” como aquele que refuta um lema, sem necessariamente refutar a conjectura principal já o “contra – exemplo global” aquele que refuta a conjectura principal.

O conteúdo *reinspecionado*, é o processo pelo qual Lakatos tem uma preocupação em mostrar se o resultado obtido é verdadeiro ou não, mas a principal ideia é a de não deixar dúvida acerca do teorema e enxergar o que pode ser dispensado. Não pode ser deixado de lado a contribuição de Lhuillier (1832) e Hoppe (1879) em relação ao assunto.

Formação de conceito é o ponto em que os matemáticos vislumbraram uma perspectiva do teorema de Euler, foi o momento de consolidar as descobertas e de colocar uma visão heurística dos fatos.

Cada aluno imaginário é designado por uma letra do alfabeto Grego, no contexto da história desenvolvida por Lakatos, esses alunos abordam os pontos que possam deixar alguma dúvida em relação a prova do teorema de Euler, aonde eles desenvolvem um diálogo com o intuito de chegar a uma conclusão que seja aceita por todos eles. É de fundamental importância comentar a opinião de cada aluno imaginário no decorrer deste diálogo. Sabe-se que o alfabeto Grego é composto por *alfa*, *beta*, *gama*, *delta*, *kapa*, *ômega*, *pi*, *ro*, *sigma*, ... *zeta*.

Começamos a reflexão dos pensamentos dos alunos imaginários pelo aluno *alfa*, é aquele que foca no contra – exemplo global, ou seja, o exemplo que falseará todo o teorema ou a conjectura principal fazendo demonstrações utilizando um par de cubos um incluso no outro, para desta forma concluir que o teorema Euler não é válido para todo poliedro. (Essa ideia de exemplo foi notada pela primeira vez por Lhulier 1812 a 1813).

Aluno *gama*, ele usa o método de contra – exemplo local que refuta o lema sem atingir a conjectura principal. No desenrolar da história *gama* utiliza um poliedro estrelado que é chamado de ouriço-cacheiro como contra – exemplo, que tem 12 vértices, 30 arestas e 12 faces pentagonais e substituindo esses números no teorema de Euler teríamos $V - A + F = -6$ o que nega a ideia do teorema $V - A + F = 2$. (O “ouriço” foi pela primeira vez discutido por Kepler em sua teoria cosmológica 1619).

Delta, apoia a ideia do “anti – monstro”, rejeita o contra – exemplos que são apresentados pelos colegas e, mais profundamente, provar que o teorema de Euler é verdadeiro para todo e qualquer poliedro, sem deixar brechas nos lemas que aparecem. (Matemáticos do século XIX como Crelle 1826-7 matthiessen 1863, Jonquière 1890 concordavam indubitavelmente com a visão de delta do teorema $V + F = A + 2$ ser aplicável a todos os poliedros).

Beta, segue o pensamento de anti - exceções que concorda com o método anti-monstro em defender a conjectura principal, mas suas anti-exceções se preocupam em limitar as exceções, sem excluir as exceções como faz o anti-monstro que é citado por ele, de tal forma a não usar uma prova do caso particular para uma prova do caso geral e

utilizando os dados já conhecidos com bastante cuidado. (Lhulier e Gergonne em 1812 acreditavam ser idôneo o método de anti - exceção).

Kapa, tem a visão de que estender conceito, barra o caminho da verdade que leva até a prova, porque a medida em que é estendido o conceito, vão aparecendo novas refutações, onde isso gera um círculo vicioso de refutações e que a matemática só terá significado através da certeza. (Mas, o próprio Lakatos admite que esta visão é ilusória, pois a prova é o resultado final que barra os contra – exemplos, ou seja, não deixa brechas).

Ro enaltece o ajuste do “monstro”, em que, é passada uma ideia de expulsar o erro da mente dos outros alunos, onde *Ro* aponta os possíveis erros nos métodos dos alunos e é nesse momento que ele tenta reorganizar o monstro. (O matemático Poinot passou por esse processo do ajuste do monstro onde, em 1810 analisa o ponto de vista da Eulerianidade e afirma que a fórmula de Euler não se aplica a todo poliedro e, em 1858 se contradiz e garante que é válido para todo poliedro, ou seja, ajustou seu pensamento).

Ômega é aquele que procura chegar a uma conclusão final com respeito ao teorema de Euler trocando lemas que sejam falseáveis por lemas não falseáveis e para isso utiliza como exemplo um dodecaedro estrelado. (O dodecaedro estrelado foi imaginado por Kepler [1619] e Poinot [1810] verificou sua validade perante o teorema de Euler).

Zeta reinspeciona o conteúdo que os seus colegas trabalham na sala de aula para encontrar falhas ou não, relativo ao teorema, buscando a relação entre vértice, aresta e face ele também não deixa de falar sobre a conjectura ingênua que é aquela que pode ser facilmente contestada por um contra – exemplo e verificar se a Eulerianidade é válida para todo poliedro ou só para casos isolados. (Lhulier observou o fato em [1812]).

Pi, tem o propósito de formar um conceito sobre o teorema de Euler, para isso ele reavalia os três principais métodos que geram o teorema: anti – monstro, anti – exceção e o método prova e refutações que também são pontos abordados por *alfa*, *beta*, *gama* é claro que ele tenta analisar os possíveis erros dos métodos. No decorrer de seus argumentos é visto sua opinião em afirmar que não são os anti – monstros que expandem o conceito, mas os lemas e as refutações.

Épsilon, direciona sua ideologia para provar em termos algébricos o teorema de Euler e constatar que ele é válido para poliedros simples, apoiando – se em conceitos que sejam os mais claros possíveis. Épsilon é um dos alunos que mais aprecia o valor heurístico da prova.

Percebemos que no diálogo não foram utilizadas todas as letras do alfabeto Grego, mas que isso não interfere no desenvolvimento da história criada por Imre Lakatos.

Nos apêndices que o livro de Lakatos traz, ele utiliza seu método de provas e refutações para outra área da matemática, além da geometria, que no caso vem a ser a análise matemática. Essa busca de Lakatos é uma forma de generalizar o seu ponto de vista.

3. A sala de aula de Matemática numa perspectiva Lakatosiana

Ensinar matemática atualmente tem sido uma difícil tarefa, principalmente pelas mudanças que ocorreram na sociedade e também pelo fato de muitos terem a visão distorcida perante a matemática, de que ela é complicada. Muitos professores tornam a matemática como meio de punição para os alunos, onde é aplicado o sistema “formal” de ensino, em que o professor é o transmissor do conteúdo e o aluno o receptor, não é dada ao aluno a possibilidade de interagir em sala de aula, este é um assunto bastante discutido pelos docentes de matemática.

Lakatos se preocupa em introduzir uma ferramenta de ensino que traga o aluno para o debate em sala de aula a respeito dos conteúdos matemáticos existente na grade de ensino do aluno. Para ele a sala de aula tem que ser um recinto em que aluno apresente sua opinião que o aluno interaja com os demais alunos, é a partir dessa interação que emerge o diálogo filosófico, onde este diálogo filosófico é a maneira que Imre lakatos emprega como meio de “destravar a mente do aluno” para resolver atividades matemáticas.

A proposta do teorema de Euler, é trabalhada na forma de material de discurso, destacamos que o modo como os conceitos são considerados explicita, muitas vezes, as características gerais do pensamento filosófico subjacente. Todas as tentativas de clarificar o conceito pela determinação da sua identidade desembocam no diálogo filosófico. Lakatos mostra ênfase nas relações entre os alunos, que caracteriza o pensamento matemático moderno.

Sem dúvida, os professores refletem a respeito da dificuldade que o ensino da matemática formal representa para a aprendizagem dos alunos, lakatos também não deixou de pensar a respeito do assunto, onde ele relaciona a história da matemática através do teorema de Euler, com o diálogo filosófico citado no parágrafo acima, esta metodologia filosófica e histórica é fundamental para ultrapassar as barreiras da matemática formal.

Esta é uma potencialidade de raciocínio que desperta no aluno o interesse pela matemática e abre janelas para construção de um pensar, a partir das ideias matemáticas.

Essa combinação que Lakatos apresenta, entre a história da matemática e a filosofia, encaminha o aluno para um processo metodológico de grande importância, que é fazer o aluno pensar, de como surgiu os conceitos matemáticos, as fórmulas, os teoremas e gerar no aluno a habilidade de um convívio social com os demais alunos, além de fazer o aluno tirar suas próprias conclusões a respeito do conteúdo matemático trabalhado na sala de aula.

A história da matemática estudada por meio de um debate filosófico, propicia ao aluno perceber que se trata de uma disciplina em constante desenvolvimento, construída entre erros e acertos.

Tal fato pode conduzir a conclusões a respeito de uma ferramenta pedagógica que possibilita tanto o professor, como ao aluno, enxergar a matemática como instigadora e desafiante, no ponto de vista positivo.

Talvez os educadores não tenham dado importância para essa ferramenta pedagógica e a sua colaboração no processo ensino aprendizagem, que pode levar o aluno a um pensamento crítico, fazendo referência a uma análise apurada, do conteúdo que é visto em sala de aula.

Voltando para a sala de aula imaginada por Imre Lakatos, em que é abordado o teorema de Euler, o trabalho desenvolvido pelos alunos com a ajuda do professor, mostra a perspectiva de um resultado inacabado. Na discussão gerada entre os alunos e o professor, aparecem provas vislumbradas pelos alunos, em relação ao teorema de Euler, que aparentam estarem acabadas, mesmo assim no decorrer do diálogo têm alunos que refutam o teorema, assegurando suas ideias através de exemplos e contra-exemplos e, na sequência desses pensamentos sempre acontecerá novas refutações perante o teorema e, assim vai sendo trabalhado o teorema de Euler, entre *provas e refutações*, aonde uma refutação gera uma nova prova, elevando o nível do debate.

Prova e refutação são termos inerentes a filosofia que está presente no ensino de matemática apresentado por Imre Lakatos. A filosofia da matemática na sala de aula que é incluída no diálogo é ferramenta na avaliação de erros.

Quando olhamos para a escola, no que se refere ao ensino de matemática, mesmo quando o professor se preocupa em trazer uma forma de ensino inovador fica impossibilitado de colocar sua metodologia em prática, já que o universo escolar está fechado por barreiras impostas pela forma tradicional do ensino de matemática, onde aparece a falta de tempo que o professor tem, devido dar aulas em várias escolas para suprir sua necessidade financeira, a falta da perspectiva profissional, o ambiente escolar que é devastado pela violência e a falta de estrutura que muitas escolas apresentam, são alguns exemplos dessas barreiras. O professor fica preso nas formas tradicionais de comunicação em sala de aula. Colocando os docentes em situação paradoxal. Por um lado, eles incentivam os alunos a serem abertos e críticos, mas por outro lado ficam presos ao livro didático.

O ensino tradicional que tanto indagamos é a forma que o professor de matemática encontra para obter rapidamente a solução de um problema matemático, sem estruturar os possíveis caminhos que o discente pode vislumbrar, neste paradigma de ensino o professor é a autoridade do conhecimento. Analisando essa subjetividade que o docente detém, presenciamos o aluno que não questiona sua passividade, é inserido nele a sensação de incapacidade, fazendo com que ele dependa do professor quando exposto a solucionar um problema matemático que não está habituado a resolver. Nessa metodologia de ensino pouco desperta a curiosidade do aluno, o erro na resolução de um problema matemático não é levado em consideração nem seu potencial heurístico, o discente fica incumbido de prestar atenção no professor, o professor soluciona as atividades matemáticas *para* o aluno, mas não soluciona com o aluno. Em boa parte dos casos o aluno é aprovado para uma série posterior sem compreender o conteúdo matemático que foi apresentado no ano letivo.

Lakatos quer chamar atenção para a falta de comunicação entre professor e aluno, mesmo quando o professor é instigado a esse fato por algum motivo pedagógico, mas tem medo de sair da “zona de conforto”, ele mapeia o diálogo presente entre a forma de ensinar e o conteúdo matemático. Ter essa visão pressupõe que haja mudanças na situação entre docente e discente e mudanças de *perspectiva*, essa perspectiva é a chave que Lakatos usa como fonte de novas ideias.

Essa perspectiva não é declarada, ela é uma ajuda no processo da comunicação uma janela para aprendizagem. Sem a perspectiva, Imre Lakatos não teria o diálogo nem despertaria nos alunos a vontade em provar o teorema de Euler, ela se apresenta

com o uso da linguagem, sobre o que o aluno escolhe falar e não falar, e na forma que é respeitada a opinião dos outros alunos.

O primeiro passo dado por Imre Lakatos, no diálogo entre o professor e os alunos é identificar e analisar as perspectivas de cada aluno, em relação ao teorema. Compreender esse paradigma de ensino é um pouco difícil para uma pessoa que nunca tenha lido o livro, pelo fato de não estarem habituados com o diálogo filosófico. Esta falta de habilidade com discursos filosóficos, é mais um aspecto que leve a se pensar a respeito da introdução do debate filosófico na matemática.

Quando o professor desafia os alunos para corrigirem seus erros, ou até mesmo identifica-los, faz com que prevaleça a perspectiva proposta por Imre Lakatos, que é justamente a reflexão que o aluno precisa realizar a respeito de suas conclusões em determinado assunto. A correção desses erros molda as perspectivas de aprendizagem e deixa o aluno mais crítico.

É uma tarefa difícil para o professor, proporcionar condições na qual a perspectiva idealizada por Lakatos seja trabalhada. Não basta que o professor passe por uma reciclagem, no que se refere nas suas atitudes em sala de aula, já que as raízes dessa perspectiva não se resumem somente as suas atitudes e sim a toda lógica escolar.

Nesta proposta de sala de aula idealizada por Imre Lakatos, os alunos ficam incumbidos de participarem do processo educacional, eles se interessam em estar presentes no processo e modelam suas perspectivas, na medida em que o professor mostra seu ponto de vista, em relação ao resultado encontrado por cada um.

O livro busca proporcionar tanto aos alunos como ao professor interação sobre o assunto matemático estudado que é o teorema de Euler, através do diálogo filosófico, onde a partir desse diálogo filosófico é estabelecida uma situação para que os alunos criem conceitos e favoreça o processo de intelecção.

A uma certa preocupação por parte de Imre Lakatos no que se refere a autonomia dos educandos, onde esta é a questão que é abordada indiretamente no livro. Não é deixado de lado o teorema de Euler que é o assunto utilizado para trabalhar com essa ferramenta pedagógica.

Imre Lakatos aponta que, formar é muito mais do que treinar o aluno para memorizar os assuntos vistos em sala de aula, aonde de forma subjacente é mostrado

para professores e professoras a responsabilidade que a carreira docente exige, enquanto educadores e educandos temos que entrar na rigorosidade ética. Essa ética é o compromisso que docente precisa ter com o discente, o compromisso de transformar o aluno para as mudanças que ocorre no mundo, as responsabilidades que o professor tem para uma boa tomada de decisão e ao discente pela curiosidade perante os conteúdos matemáticos, onde é gerada novas descobertas.

É de fundamental importância que os estudantes percebam as diferenças no entendimento dos assuntos matemáticos, as ideias às vezes antagonistas entre professores de matemática na avaliação de problemas matemáticos e do alcance das soluções desses problemas matemáticos. Mas é interessante que os alunos analisem o respeito e a honestidade com que um professor se comporta perante as atitudes dos outros.

Queremos salientar que o livro de Imre Lakatos traz uma metodologia esperançosa, um livro otimista, mas não é construindo unicamente de esperança sem fundamento, pois tudo depende da colaboração entre o docente e a escola e da saída do professor da zona de conforto.

O debate entre os alunos imaginários do livro aponta que o professor também imaginário tem um ideal ou uma intenção, que necessita ser compreendida pelos alunos sem deixar de lado a participação dos alunos. Duas formas de comunicação está presente nesse debate. O professor já preparou o assunto e tem certo entendimento do que pretende fazer. Os alunos querem esclarecer suas ideias. Deste modo, a comunicação direta do professor é colocada frente a frente com a comunicação inquisitiva e renitente dos alunos.

A situação proposta por Imre Lakatos pode ser interpretada como um exemplo dinâmico de grupo. Com a perspectiva de que haja sempre um aluno predisposto a assumir o papel de líder para obtenção do resultado final para o teorema de Euler. Um aspecto que pode estimular os alunos e facilitar a aprendizagem.

Essa metodologia de ensino, em que, o aluno toma o controle na descoberta da prova para o teorema, pode ser caracterizada como uma aproximação e, esta aproximação pode ser interpretada como um processo pelo qual o aluno verifica sua atenção pela aprendizagem. A aproximação direciona a união de potenciais entre os alunos e representa ação transformadora na forma de ensinar.

Mesmo que haja um interesse de considerar no livro de Lakatos ideias que nos pareçam insubstituíveis à prática dos docentes críticos e progressistas, alguns dos saberes são fundamentais aos educadores(as) conservadores. São saberes oriundos da prática educativa, independentemente da posição política dos(as) educadores(as), em relação ao novo.

É justo acrescentar, da importância de uma reflexão como esta, quando pensamos na formação docente e na prática educativa-crítica.

A reflexão crítica do diálogo filosófico e também da história da matemática que o livro apresenta, faz com que aconteça uma relação entre a teoria e a prática em sala de aula. Vislumbramos analisar esses saberes fundamentais à prática educativo-crítica, conteúdos que vem na direção de uma nova ferramenta na formação docente. Conteúdos de fácil apreciação para os educadores e, neste contexto formador, o docente se reconheça como ferramenta que leva ao saber, se convencendo de que ensinar não é transferir conhecimento, mas elaborar as possibilidades ou caminhos para sua produção ou construção.

Nesta forma de entender o processo formador, o aluno que é o “objeto” desta formação, mostra seu ponto de vista na formação. É fundamental que fique claro para os docentes que, o professor aprende ao ensinar mudando as suas ideias nesse processo e que o discente ensina no processo de sua aprendizagem. É com essa expectativa que ensinar não é transferir conhecimento e o método de Imre Lakatos é muito claro perante a isso. Nessa sequência de raciocínio não há professor sem aluno e apesar das diferenças que os conotam, um não se sobrepõe sobre o outro.

Se bem pensarmos ensinar não existe sem aprender e vice-versa, historicamente, grandes filósofos nos mostraram que foi aprendendo que homens e mulheres começaram a ensinar. É com esse contexto que Imre Lakatos se preocupa, de que, o aluno possa apresentar sua visão, para que o aluno perda a timidez, é uma metodologia de deixar autêntica a forma que o discente capta o assunto em sala de aula, mudando o paradigma de que o aluno é um receptor do conhecimento do professor, fazendo com que ele forme suas conclusões.

Temos que despertar do aluno no processo de aprendizagem, uma curiosidade crescente, que no caso venha torná-lo mais criativo. Quanto mais crítico o aluno, mais ele exerce sua capacidade de aprender, há uma certa dificuldade por parte dos

professores em sair do método tradicional de ensino principalmente quando falamos na disciplina de matemática, tida para alguns alunos como chata, em que não há conexão entre docente e o discente.

É notório que o livro aborda de forma indireta essa questão de da abertura para o aluno e também mostra de forma indireta a rejeição ao ensino, em que, o aluno é posto como “caixa de informações” que deforma a criatividade do educando e do educador, mas que o professor precisa mostrar que o aluno é capaz de superar as barreiras dos conteúdos que são “depositados” nele.

O que se busca com a introdução da filosofia Lakatosina na matemática, é manter no aluno a rebeldia que, aguce sua curiosidade e faça o educando querer se arriscar, onde combate um pouco as aulas tradicionais de matemática, em que os discentes são postos a memorizar o conteúdo, onde vislumbramos como uma proposta enganosa de ensinar.

O posicionamento que se quer do docente é que ele seja democrático, portanto, ele não pode recusar sua prática docente. Uma de suas funções é trabalhar com educandos a rigorosidade metódica.

É com está perspectiva que ensinar não se esgota na abordagem do conteúdo, superficialmente feitos nas aulas tradicionais, mas se estende à criação de condições em que aprender criticamente é concebível. Com esses paradigmas que se exigem educadores e educandos criadores, instigadores, inquietos, persistentes. As concepções que os educandos têm de que o os educadores continuam transmitindo conhecimento, mas os alunos sabem que não pode ser assim, pelo contrário, em condições de verdadeira aprendizagem o conhecimento é construído e reconstruído ao lado do educador.

A tarefa do educador não é apenas fornecer conteúdos, mas também a pensar corretamente, se o professor transforma o aluno numa “caixa de informações” não poderá ser crítico e, sendo assim, ele só reproduzira conceitos e não desafiara os alunos o educador que não sai da zona de conforto, não apresenta algo novo para os alunos, aquele que tem medo de si arriscar, esta forma de ensinar torna a escola cada vez mais desconectada da realidade e, contudo percebemos que, o professor que atua corretamente propicia ao aluno uma boa inteligência. No contexto da sociedade educacional é exigido do professor o bom senso de pesquisar para que o educador veja

outras possibilidades de tornar as aulas interessantes, principalmente quando nos referimos a matemática.

A proposta de Imre Lakatos que relaciona a história com a filosofia da matemática, nega o discurso “faça o que mando”. É perceptível segundo a ideologia Lakatosiana que o caminho do professor que leciona corretamente e é crítico perante as novas formas de ensino é estar seguro nas suas argumentações e que o ato de lecionar exige generosidade para com os alunos.

Notamos que, o professor crítico e também que leciona corretamente não transfere o seu conhecimento ao aluno como se ele fosse uma “caixa de informações”. Portanto a verdadeira missão do educador que age e pensa corretamente é, fornecer ao educando a capacidade de compreender o que é comunicado pelo professor, esse método de ensino toma a forma dialógica e também com o panorama de que o professor esteja numa permanente formação, aonde ele analisando criticamente a prática de hoje, possa melhorar a de amanhã.

Imre Lakatos quer mostrar as atitudes que o docente que esteja em estágio de formação precisa tomar em sala, para que haja o pensamento crítico tanto da parte do aluno como do professor.

As concepções de Lakatos mapeiam o caminho para obtermos o desenvolvimento da capacidade pedagógica, questionando a acumulação de conhecimento no que diz respeito ao aluno não interagir em sala de aula, mas realçando o refinamento do mesmo, em que, o conhecimento matemático nasce da intersubjetividade do aluno num processo que se desenvolve através das críticas e refutações.

As propostas, métodos e ideias feitas até o momento são desenvolvimentos de um primeiro passo, para uma boa formação docente, numa perspectiva evolutiva. Ter consciência que ensinar não é transferência de conhecimento, mas oferecer possibilidades para que o discente crie seu próprio caminho. E que o docente ao entrar na sala de aula precisa estar preparado para, às perguntas dos alunos, as suas dificuldades, um verdadeiro crítico.

A ideia é que sendo crítico, o professor necessita estar predisposto às mudanças, aceitar o ponto de vista do aluno. E ter a consciência de que as atividades docentes de

hoje não obrigatoriamente se repitam. E ainda mais, a percepção do inacabamento tanto nas relações sócias como na prática docente. É passado de forma indireta que, o professor se enxergando como ser inacabado ele estará aberto a essa proposta filosófica de Imre Lakatos que introduz a história da matemática mostrando o aluno como independente na tomada de decisões, pois a opinião de cada um é analisada rigorosamente. Outro ponto que também se identifica é o fato de que o conhecimento do aluno não se faz no isolamento é preciso a socialização com os demais alunos.

O que se quer dizer é que o aluno é inquieto, curioso, onde cada um pensa diferente do outro e que o professor respeite a autonomia do educando, esse respeito deve acontecer principalmente quando falamos na sociedade atual, pois a diversos fatos que tiram a atenção dos alunos, os meios tecnológicos são um deles, onde ao invés de empecilho, o professor precisa introduzir os meios tecnológicos como uma ferramenta pedagógica.

Este paradigma de ensino encaminha o docente a ter vigilância com seu bom senso, isto tem um alto valor na avaliação, em que o docente verifica sua prática educacional. O professor tem que conceder autonomia, dignidade e caracteres próprios ao educando e, na sua prática docente, o professor necessita mostrar responsabilidade com este saber. A questão comunicada do bom senso é perceptível na curiosidade, isso quer dizer que, quanto mais o professor ponha em teste sua prática educacional, a predisposição de indagar, de confrontar as ideias, de verificar os resultados encontrados pelos alunos, mas empenho o aluno terá.

O professor precisa ser claro na sua prática educativa, seu papel é contribuir incontestavelmente para que o discente seja operário no seu conhecimento e que o docente seja um meio para alcançar esse objetivo. O fato é que se o docente trabalha com crianças, têm que prepará-las para sua autonomia, e se o docente trabalha com jovens e adultos necessita buscar métodos, em que eles, queiram mudar ou sair da posição de receptor do conhecimento do professor.

A visão que é empregada nessa proposta é que o docente tem que ter alegria e esperança com sua prática educativa, esta esperança citada reflete sobre a perspectiva de que o método Lakatosiano dará bons frutos.

Não é desejável que o aluno estude só por estudar, em que, não há nem um compromisso com o seu futuro, principalmente quando falamos em matemática que

envolve tudo o que o ser humano conhece. A carreira docente vista no trabalho é construída e fortificada através da preocupação com a verdadeira aprendizagem do discente é perspectiva que visa o amanhã, de que é difícil, mas não é impossível mudar o método de ensino, é preciso que o docente renove seus conhecimentos educacionais, a filosofia da matemática Lakatosiana é uma porta que apresenta uma renovação.

O professor necessita buscar a curiosidade tanto do aluno como a dele, do aluno para saber aquilo que chama sua atenção e encontrar uma forma de aplicá-la na aula e, do professor para sair da zona de conforto e identificar formas de tornar as aulas mais desafiadoras, o professor tem que estar atento para usar sua curiosidade de forma correta, estimulando as perguntas, o que os alunos desejam com suas perguntas, ao em vez de respostas explicativas do professor, indagar por que os alunos não fizeram uma pergunta que poderia responder uma questão feita na sala de aula. Isso sem diminuir a atividade docente, mas também dando importância aos momentos de explicação do professor. Neste seguimento da curiosidade é que os alunos consultarão outras fontes como: internet, livros e etc.

O método garante autoridade ao docente se bem organizado, é claro que para ser bem organizado o professor necessita de uma boa formação perante ao assunto da filosofia Lakatosiana aplicada ao ensino da matemática, deverá estudar, se esforçar, a altura do desafio que é implantar uma atividade nova e pouca usada em sala de aula. Percebe-se que há professores preparados cientificamente, mas que não tem uma boa formação pedagógica, isso poderá tirar sua autoridade em sala de aula.

A autoridade do professor em sala de aula não pode ficar distante da liberdade, que o professor precisa conceder ao aluno, tem que haver um processo de generosidade, em que, à autoridade do professor junto com a liberdade do aluno se confirmam numa boa relação entre professor e aluno, verdadeira formação de um espaço pedagógico. Um professor voltado para a boa aprendizagem, não impossibilita a liberdade do aluno, ao contrário, investe nela. O docente não pode enxergar a liberdade como uma forma de desrespeito a sua autoridade. Através da autonomia do aluno é modelada a liberdade, que aos poucos vai substituindo a “dependência” pelo professor, a liberdade é fundamental na relação entre docente e discente.

É impossível separar prática de teoria, por isso, o docente tem que estar atento com sua liberdade e autoridade em atividade, respeitando a liberdade dos alunos e

também a autonomia. O método Lakatosiano de forma indireta diz que, não é possível mudar a forma de aprendizagem do aluno se o professor não muda sua forma de ensinar.

A filosofia Lakatosiana faz com que os alunos percebam a presença do professor em sala, os alunos não perceberão apenas como é o professor em sala, mas vão entender seu papel em sala de aula, como um meio para chegar ao conhecimento, os alunos entenderão que a educação interfere no mundo de forma positiva. Os alunos interagirão em sala de aula, apresentando suas ideias, tornando-se observadores, capazes de fazerem as próprias escolhas.

A coerência em sala de aula é indispensável ao professor, saber o que fala ao aluno e consciência do que faz na prática. A filosofia Lakatosiana é uma preparação, mostrando ao discente sua capacidade de intervenção no ambiente educacional, deste modo o aluno enxerga o empenho que o professor ou professora tem em ensinar algum conteúdo matemático, sem deixar de analisar se o professor ou professora se contradiz.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

É fundamental que os alunos tenham livre arbítrio para pensar. A filosofia Lakatosiana utilizada no ensino da matemática se, trabalhada de forma coerente, pode facilitar a independência do aluno em relação ao professor pois, se bem pensarmos a filosofia está em nosso dia-a-dia, quando falamos com as outras pessoas, quando defendemos nossos argumentos, quando somos questionados. Claro que isso associado ao ambiente onde as pessoas estão.

A subjetividade do discente necessita ser compreendida pelo docente, o diálogo filosófico idealizado por Lakatos encaminha um olhar para esse pensamento, fazendo com que, o discente conclua que, ele é inerente no processo de ensino e aprendizagem.

Percebemos aqui um meio paradidático de pôr ordem e atribuir significados as ideias do conhecimento matemático. Consistindo, em consolidar o pensamento de cada aluno, evidenciando suas diferenças heurísticas, possibilitando a criação de um ambiente de dúvidas, com intuito de ocasionar as refutações, que são subjacentes na formação de uma síntese.

Salientamos os aspectos da intersubjetividade, onde o aluno participa no processo ensino aprendizagem. Analisando a forma de como Lakatos lida com a interatividade do aluno, a priori, não exige uma sequência rígida de passos.

Quando caracterizamos a filosofia da matemática de Imre Lakatos como libertadora, imaginamos o aspecto cognitivo inerente ao aspecto intersubjetivo, onde um complementa o outro.

Esse estudo de como Imre Lakatos aborda um ambiente de sala de aula, visa a inclusão de técnicas ao processo de ensino e aprendizagem, para facilitar a compreensão e o diálogo entre o professor e o aluno, sendo uma maneira diferente de ministrar uma aula e torná-la menos cansativa, pois o aluno só assiste o professor falar e escrever.

O estudo feito como método de Imre Lakatos, é analisado como uma forma alternativa para esta disciplina, foi com a vontade de aprender outra forma de lecionar e identificar novos métodos de ensino que nos empenhamos, vislumbrando também um pouco da história do teorema de Euler associada a filosofia Lakatosiana. Dessa maneira,

o docente mostra outras perspectivas e chama o discente a elaborar ações de motivação para aprendizagem.

O conteúdo de matemática, do ensino fundamental e médio, necessita utilizar a filosofia nas aulas de matemática, com atividades que envolva o respectivo assunto. Onde conjecturamos a importante contribuição que o tema representa dentro do ensino da matemática.

Consustanciamos que um educador precisa estar sempre preparado para realizar uma ótima aula, com novas formas de ensino, foi o que buscamos propor neste trabalho.

Na caminhada acadêmica tenho a sensação de dever cumprido, mas este é um pequeno passo numa trajetória que pode ser ainda maior.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e decodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula**. Rio Claro: IGCE, UNESP, 1998. (Dissertação de Mestrado em Educação Matemática). p. 16-36.

CURY, H. N. **As Concepções de Matemática dos Professores e suas Formas de Considerar os Erros dos Alunos**. 1994. 277 f. Tese (Doutorado em Matemática) – Faculdade de Educação Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 1994.

D'AMBROSIO, Beatriz S. **Como ensinar matemática hoje?** Disponível em: < http://educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/file/2010/artigos_teses/MATEMÁTICA/artigo_beatriz.pdf >. Acesso em: 18 nov. 2015.

Freire, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa** / Paulo Freire. – São Paulo: Paz e Terra, 1996. – (Coleção Leitura)

FOSSA, J. A. (org.). **Matemática e Medida: Três Momentos Históricos**. São Paulo: Editora Livraria da Física/SBHMat, 2009. 204 p.

LAKATOS, Imre. **A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações**. Organizado por John Worrall e Elie Zahar. Trad. Nathanael C. Caixeiro. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

MACHADO, N. J. **Matemática e Realidade**. 7 ed. São Paulo: Cortez, 2009. p. 103.

MEDEIROS, C. F. **Por uma Educação Matemática como Intersubjetividade**. In. BICUDO M. A. V. (org.). **Educação Matemática**. 2ª Ed. São Paulo: Centauro, 2005.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. Â. **História na Educação Matemática: Proposta e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. 200 p. (Tendências em educação matemática, 10)

PACHECO, Edilson Roberto; VAILATI, Janete de Sousa. **Usando a história da matemática no ensino da álgebra**. Disponível em: < www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/702-4pdf > Acesso em: 15 out. 2015