UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

VALDEILDA SOARES DA SILVA

A DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM EM ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL II

CAMPINA GRANDE
2016

VALDEILDA SOARES DA SILVA

A DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM EM ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL II

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática

Orientador: Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo

CAMPINA GRANDE
2016

S586d Silva, Valdeilda Soares da.
A dificuldade de aprendizagem em álgebra nos anos iniciais do ensino fundamental II [manuscrito] / Valdeilda Soares da Silva. - 2016.
32 p. : il.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.
"Orientação: Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo, Departamento de Matemática".

1. Álgebra. 2. Ensino de equações. 3. Aprendizagem. 4. Didática. I. Título.

21. ed. CDD 512

VALDEILDA SOARES DA SILVA

A DIFICULDADE DE APRENDIZAGEM NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL II

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática

Aprovada em: 14/06/2016.

BANCA EXAMINADORA

Rômulo Marinho do Rêgo

Prof. Dr. Rômulo Marinho do Rêgo (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Me. José Lamartine da Costa
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Aníbal de Menezes Maciel

Prof.Me. Aníbal Maciel
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Dedico a minha família e amigos, e em especial a meu grande amigo e incentivador Marcelo Pereira Baltazar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus e a todos que ao longo dessa caminhada me incentivaram a continuar nos meus estudos.

A meus professores, pessoas fundamentais nesse caminho.

E em especial ao professor Rômulo, meu orientador, por acreditar e confiar em mim neste término de curso.

“Imagine uma nova história para sua vida e acredite nela”

Paulo Coelho

“Tudo é possível ao que crê”
Marcos 9:23

RESUMO

A partir de dificuldades observadas no Ensino de Álgebra e por nós vivenciadas como docente no dia a dia da sala de aula nas séries iniciais do Ensino Fundamental II e de leituras efetuadas sobre este conteúdo detectamos que os alunos não conseguiam atribuir sentido as variáveis presentes nas equações e testamos a utilização de questões baseadas na exploração de padrões e de regularidades, com o objetivo de incentivar o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos favorecendo a sua capacidade de generalização e de compreensão da linguagem algébrica no ensino de equações. Aplicamos a abordagem em uma turma de 7ª série na escola Instituto Albert Einstein da rede particular de ensino na cidade de Santa Cruz do Capibaribe no estado de Pernambuco composta de 11 alunos e os resultados obtidos foram significativos.

Palavras -chave: Álgebra. Aprendizagem. Generalizações de Padrões.

ABSTRACT

From difficulties encountered in algebra teaching and we experienced as a teacher on a daily basis in the classroom in the early grades of elementary school II and readings taken on this detect any content that students were unable to make sense the variables present in the equations and tested using questions based on the exploitation patterns and regularities, with the aim of encouraging the development of algebraic thinking of students favoring their generalization capability and understanding of algebraic language teaching equations. We apply the approach in a class of 7th grade at Albert Einstein Institute private school education in the city of Santa Cruz do Capibaribe in Pernambuco state made up of 11 students and the results were significant

Keywords: Algebra. Learning. Generalizations Standards.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), a álgebra é um dos eixos estruturadores do ensino fundamental, pois ela constitui um espaço em que os alunos podem desenvolver capacidades de abstração e generalização e também adquirem ferramentas para a resolução de problemas. O PCN sugere que o ensino da álgebra deve ser feito de forma clara e objetiva, procurando sempre a construção do conhecimento por parte dos alunos.

Como professora do ensino básico, temos observado a grande dificuldade que os alunos dos anos finais do ensino fundamental, e até mesmo do ensino médio apresentam quanto à utilização de variáveis. Seja para escrever equações representando relações presentes entre grandezas e presentes em situações problemas expressas na linguagem que utilizamos no nosso dia a dia, seja para tirar conclusões de relações entre grandezas representadas por variáveis presentes nas equações.

Atuando em sala de aula percebi essas dificuldades na turma do 7º ano em que leciono (antiga sexta-série do Ensino Fundamental II, momento em que se introduz a álgebra no ensino fundamental), na turma em questão quando aplicada uma questão em sala que contém letras associados a valores os alunos não conseguem assimilar o valor numérico a letra, por exemplo, em determinada questão do livro didático, dentro do assunto de operações com números inteiros, se atribuía valores à letras a, b e c e pedia-se pra se resolver as operações pedidas no enunciado da questão, os alunos não assimilavam o que a questão estava pedindo.

Outro fato, que me chamou atenção foi que ao conceituar números racionais (que é todo número que pode ser escrito na forma de a/b com b $\neq$ 0) ,uma das alunas,indagou,professora tira esse “a” e esse “b”,e assim sempre quando se tem algum conceito generalizado com letras, a enfatizacão dos alunos é sempre a mesma “tira esse “a”, esse “x”...e até mesmo nós estamos estudando matemática e não “português” para ter essas letras, e deste modo o tema foi por mim escolhido para este trabalho, e através dele queremos desenvolver uma intervenção didática que leve o aluno a desenvolver a capacidade de atribuir significado as variáveis.

Por exemplo, em nosso cotidiano nos deparamos com muitas situações com expressões algébricas, o simples fato de ir a uma loja comprar roupas, nos coloca numa dessas situações. Se passarmos essa situação para a linguagem algébrica utilizando duas variáveis, podemos resolver assim: uma camiseta custa x reais, e uma bermuda custa y reais. Qual é o valor total destes produtos?

Exemplo 1. Veja os cálculos desenvolvidos por um comerciante de confecção:

Preço da camiseta A: 8 reais

Preço da bermuda B: 10 reais

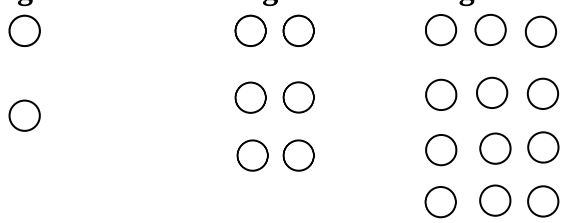
Se comprarmos x conjuntos formados pela camiseta A e pela bermuda B, isto custará $x.(8 + 10) = 8.x + 10.x$ reais.

Assim, mesmo simples situações de comercio cotidianas, podem representadas por expressões algébricas. Grande parte dos alunos não consegue ver o x da equação como uma variável algébrica, e para eles o x é algo sem sentido, parecendo uma coisa mágica. Ele não consegue visualizar o x, como passível de representar o número de conjuntos, podendo assumir valores como 1, 2, 3, ..., etc ...

Esta limitação surge da incapacidade de expressar o raciocínio algébrico como um raciocínio generalizador onde os procedimentos que envolvem processos limitados são generalizados, por exemplo:

Exemplo 2. Considere as figuras abaixo representando arranjos de bolas, em linhas e colunas.

Figura 1 **Figura 2** **Figura 3** **Figura n ?**



Neste exemplo observamos que o número de cada figura corresponde à quantidade de colunas (Figura 1 tem uma coluna, Figura 2 tem duas colunas, Figura 3 tem 3 colunas, etc...), e o número de linhas de cada figura é o número da figura mais uma unidade (Figura 1 tem duas linhas, Figura 2 tem 3 linhas, Figura 3 tem 4 linhas, etc...). A Figura 7 terá 7 colunas e 8 linhas, ou seja, 7. 8 = 56 bolas. O aluno pode verificar isto visualmente e fazer uma verificação efetuando uma contagem, utilizando os elementos de cada figura.

Observa-se que denominarmos de F(n) o número bolas da Figura n, teremos na linguagem algébrica

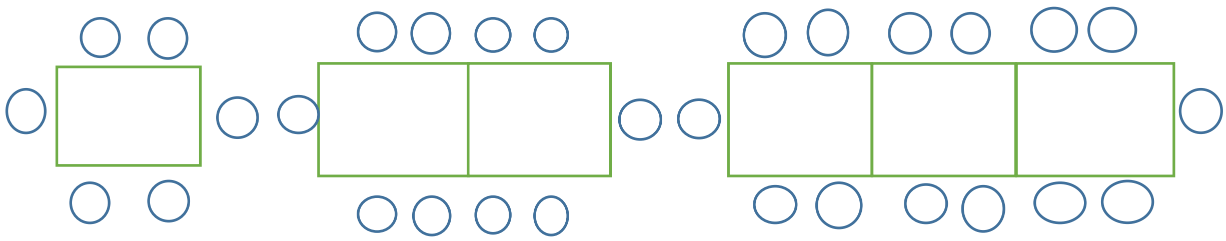
$$F(n) = n.(n + 1),$$

$$F(n) = n.n + n, \text{ ou finalmente}$$

$$F(n) = n^2 + n.$$

Exemplo 3: Considere que cada figura representa uma situação com pessoas sentadas em mesas. Vamos supor que o padrão relacionando o número de pessoas com o número de mesas permaneça o mesmo para o caso de 4 mesas, 5 mesas, 6 mesas e assim sucessivamente.

Figura 1 Figura 2 Figura 3



A partir destas figuras, podemos estabelecer um padrão relacionando o número de pessoas sentadas ao número de mesas. Observa-se que cada mesa apresenta duas pessoas de cada lado e o número de pessoas nas extremidades pode ser duas (na Figura 1), uma – se a mesa estiver na extremidade e nenhuma – se a mesa não estiver na extremidade. Seguindo este padrão o que acontece com o aumento do número de mesas (n) e com a quantidade de pessoas acomodadas (Q(n)). Observa-se que o acréscimo de uma mesa provoca um acréscimo de 4 pessoas, ou seja: para uma mesa 2 pessoas nas pontas da mesa mais 2 de cada lado; totalizando 6; para duas mesas continuam 2 pessoas nas pontas da mesa mais aparecem 4 em cada lado da mesa, totalizando 10 pessoas; para 3 mesas, teremos 2 pessoas sentadas nas pontas e 3.4 = 12 nas extremidades. Isto induz a generalização de que a quantidade de pessoas nas mesas são Q(n) = 2 + 4.n (onde 2 é o número de pessoas sentadas nas pontas e 4 são as pessoas nas laterais das mesas e n é o número de mesas).

Estes exemplos mostram que o pensamento algébrico desenvolve-se através do processo de generalização, da tentativa de perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias, de perceber o uso da variável como relação funcional e do desenvolvimento da linguagem simbólica ao expressar-se matematicamente.

Neste trabalho vamos mostrar uma breve análise sobre as dificuldades encontradas nos alunos do Ensino Fundamental II, em desenvolver um pensamento algébrico.

2 DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

HISTÓRICO

2.1 O SURGIMENTO

O registro mais antigo que remete a álgebra foi o papiro de Rhind escrito por volta de 1650 a.C por um escriba chamado Ahmes, que detalhava a solução de 85 problemas de aritmética, fração, cálculos de área, volumes, repartições proporcionais, equações lineares, trigonometria básica e geometria. Acredita-se que o surgimento da álgebra aconteceu junto com o surgimento da própria escrita que também é uma forma simbólica de representar ideias e acontecimentos matemáticos. Entretanto, nesta fase, os registros mostram a matemática como uma série de procedimentos, semelhante a fórmulas de bolos, semelhante a: “para calcular ... faça ....,” e seguia uma série de recomendações.

O grego Diofante de Alexandria que viveu de 325 a 409 d.C na Grécia foi o primeiro a usar símbolos específicos fora da linguagem usual para representar ideias matemáticas, mas infelizmente o seu trabalho não teve prosseguimentos imediatos, não tendo continuidade imediata, pois era uma época bastante tumultuada, coincidindo com a época da queda do império romano, o que impossibilitou avanços para a matemática, e nem para outras áreas do conhecimento devido ao clima de guerra e de insegurança que tomou conta de toda a Grécia. Mesmo com todas essas dificuldades, é atribuído a Diofante de Alexandria o uso de símbolos específicos para facilitar à escrita e os cálculos.

Só com a ascensão do império árabe por volta do ano de 650 aproximadamente é que foram retomados os estudos matemáticos, é importante observar o enorme tempo que o estudo ficou parado por causa da guerra, e com isso um grande número de ideias e desenvolvimentos científicos e tecnológicos foram perdidos. O Califa Al-mamum que assumiu o trono e governou até 833 criou em Bagdá um grande centro de estudo conhecido por nós como casa da sabedoria no qual ele procurou juntar todas as mentes mais brilhantes entre os mulçumanos da época e entre eles estava Abu ‘Abd Allãh Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi que era conhecido por Al-khwarizmi foi um dos primeiros matemáticos a trabalhar na Casa da sabedoria, lá ele escreveu o livro Hisab al-jarb w’al-mugabalah de tradução (A ciência da restauração ou reunião e redução) ou como diz o historiador Carl Boyer “transferência de termos ao outro membro da equação (al-jarb) e cancelamento de termos iguais em ambos os membros da equação (al-muqabalah)” sendo esse o primeiro livro a falar de álgebra e que ficou conhecido por Al-jarb assim muitos outros seguiram este livro sendo considerado por muitos um dos melhores livros sobre o assunto.

Alkhwarizmi além de ter escrito este livro sobre álgebra, também escreveu outros tratados sobre várias áreas do conhecimento como aritmética, astronomia, geografia. Fala-se que ele escreveu um tratado que falava do relógio do sol, mas esse não chegou até os nossos dias atuais. Mas voltando a falar de talvez a que tenha sido a sua principal obra Al-jarb. Nesta obra Al-khwarizmi introduz os novos símbolos indianos para representar os algarismos e um círculo para representar o zero, descreve operações de cálculo (adição, subtração, divisão e a multiplicação), a extração da raiz quadrada, cálculos de números inteiros segundo o método indiano.

2.1.2 O DESENVOLVIMENTO

A obra de Al-khwarizmi chegou a Espanha onde foi traduzida para o latim nos primeiros anos do século XII por Juan de Sevilla e Gerardo de Cremona, e com passar do tempo a obra de Alkhwarizmi passou a ser chamada de álgebra.

A linguagem da álgebra utilizada atualmente por nós começou a ser desenvolvida por François Viète um advogado francês que viveu de 1540 até 1603, ele era um apaixonado por álgebra e foi responsável pela introdução dos símbolos no mundo da matemática. Além de utilizar os sinais germânicos + e -, ele introduziu as vogais para representar quantidades constantes e as consoantes para quantidades incógnitas. Pelo seu grande conhecimento no campo da álgebra ele foi acusado pelos espanhóis de ter pacto com o demônio por conseguir decifrar os códigos secretos usados pelos espanhóis para se comunicarem durante a guerra.

Por estas contribuições Viète é considerado como sendo o pai da álgebra. Outros matemáticos da mesma época também tiveram sua importância no desenvolvimento da álgebra. Entre eles, o inglês Robert Record que criou o símbolo (=) para a expressão igual, e o seu compatriota Thomas Harriot responsável pela eliminação das poucas palavras que ainda restavam da álgebra de Viète.

2.1.3 ATUALMENTE

A notação moderna da álgebra que é totalmente simbólica se deve a René Descartes que viveu de 1596 até 1650, que foi um grande físico-matemático e filósofo francês, que acrescentou as seguintes inovações na álgebra de Viète o símbolo para a operação de multiplicação. Criou a notação que usamos ainda hoje para os expoentes de uma potenciação. Descartes é responsável pela unificação na forma de se escrever matemática, acredito que com o seu trabalho Descartes deu a matemática um status de Idioma universal, pois é possível escrever matemática da mesma forma em qualquer lugar do mundo. Acredito que este fato tenha contribuído muito para a matemática, pois com isso vários estudiosos de vários locais do mundo poderiam se comunicar usando uma mesma simbologia ou porque não dizer a mesma língua.

Um breve resumo da história da álgebra é apresentado pelos historiadores em três fases:

1) Fase verbal ou retórica que vai dos babilônios até o grego Diofante, se trata da fase em que não se fazia uso de símbolos ou abreviações para expressar pensamentos algébricos.
2) Fase sincopada essa fase começa com Diofante que começa a inserir símbolos para uma incógnita e se estende por vários anos até François Viète que apesar de ainda usar o estilo sincopado foi grande responsável pela introdução de novos símbolos na álgebra.

3) E finalmente a fase simbólica que começa com Viète e se consolida com René Descartes com a sua publicação, em 1637, de La Géométrie, nessa publicação Descartes usa as últimas letras do alfabeto (x,y,z,...) como incógnitas e implicitamente como variáveis e as primeiras letras (a,b,c,d,...) como constantes.

2.1.4 OBJETOS DE ESTUDOS

Ela está presente em grande parte da matemática, pois quase todo problema se converte em um cálculo que provavelmente utilizará da álgebra. No início a álgebra trabalhava mais com as equações e suas operações aritméticas, atualmente existe a álgebra comutativa, teoria dos grupos e anéis, teoria de módulos sobre anéis, geometria algébrica, ela também é vista no ramo da álgebra linear onde por sua vez são estudadas matrizes, espaços vetoriais e transformações lineares. No ramo da Astrofísica Teórica onde é muito importante no estudo da astrofísica de partículas elementares e na cosmologia, ou seja, no estudo da origem do universo. Na teoria quântica de campos e por ai vai, com isso é possível observar o quanto a álgebra se desenvolveu e expandiu.

2.1.5 ORIGENS

A origem da álgebra nos remete a Antiga Babilônia, cujos matemáticos desenvolveram um sistema aritmético avançado. E da necessidade do homem de resolver problemas comuns ao nosso dia-a-dia. Mas quando a Álgebra surge, ela não tem essa notação atual que nós conhecemos, e os problemas eram escritos na linguagem da época sem usar símbolos, transcritos com um texto comum.

2.1.6 MODELOS

As estruturas algébricas apresentam vários modelos como por exemplo campos vetoriais ou campo de vetores que é uma construção em cálculo vetorial que associa um vetor a todo ponto de uma superfície. De maneira semelhante, as estruturas algébricas possuem como modelos matrizes, transformações, simetrias, sistemas de equações algébricas. Estes modelos de estruturas algébricas são apresentadas no ensino superior.

A álgebra é subdividida em várias subáreas: Álgebra elementar é uma área fundamental da álgebra ensinada a pessoas que se presume ter pouco conhecimento na matemática formal. Essa álgebra trabalhada com equações, desigualdades, ensina-se a referência a números que não são conhecidos e permite a exploração de relações matemáticas entre quantidades.

Álgebra linear é um ramo da matemática que surgiu do estudo detalhado de sistemas de equações lineares. A álgebra linear fez uso de alguns conceitos fundamentais da matemática como vetores, espaços vetoriais, transformações lineares, sistemas de equações lineares e matrizes.

Álgebra abstrata é um ramo da matemática que estuda as novas estruturas algébricas como grupos e matrizes, Teoria de corpos, Anéis e álgebra, Campos numéricos. Esta álgebra liberou-se da dependência aritmética assim tornando-se uma álgebra muito complexa e refinada.

Para compreendermos o que representa á álgebra para o conhecimento matemático vamos desenvolver algumas percepções sobre o que representa o pensamento algébrico e o papel desempenhado pela linguagem algébrica.

2.2 LINGUAGEM ALGÉBRICA X PENSAMENTO ALGÉBRICO

O conceito de pensamento algébrico tem sido abordado por diversos autores. É um conceito controverso, levando Lins & Gimenez (1997, p. 89) a referirem que não há consenso a respeito do que seja "pensar algebricamente". Para nós as observações, as inferências, os questionamentos, as estratégias utilizadas por sujeitos diante de uma situação problema caracterizam o pensamento algébrico.

Tomando isso como pressuposto e nos remetendo à retrospectiva na evolução da Álgebra, percebemos a existência de um pensamento algébrico em todas as fases de seu desenvolvimento, até mesmo quando de sua fase retórica onde havia uma ausência total da linguagem simbólica. A linguagem algébrica utilizada nessa época era uma linguagem natural. Conforme apontam Fiorentini, Miguel e Miorim (1993), o pensamento algébrico pode expressar-se por meio de várias linguagens:

> [...] não existe uma única forma de se expressar o pensamento algébrico. Ele pode expressar-se através da linguagem natural, através da linguagem aritmética, através da linguagem geométrica ou através da criação de uma linguagem específica para esse fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica. (FIORENTINI, MIGUEL E MIORIM, 1993, p.88)

Assim como na construção da Álgebra, o pensamento algébrico estava presente em todos os momentos, mesmo antes do simbolismo algébrico. Na educação algébrica, Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2006) defendem que o pensamento algébrico pode ser desenvolvido gradativamente, antes mesmo da existência de uma linguagem simbólica. Para isso, apontam alguns aspectos a serem desenvolvidos, os quais são denominados como caracterizadores do pensamento algébrico:

- Estabelecer relações/comparações entre expressões numéricas ou padrões geométricos;
- Perceber e tentar expressar as estruturas aritméticas de uma situação problema;
- Produzir mais de um modelo aritmético para uma mesma situação problema;
- Produzir vários significados para uma expressão numérica;
- Interpretar uma igualdade como equivalência entre duas grandezas ou entre duas expressões numéricas;
- Transformar uma expressão aritmética em outra mais simples;
- Desenvolver algum processo de generalização;
- Perceber e tentar expressar regularidades ou invariâncias;
- Desenvolver/criar uma linguagem mais concisa ou sincopada ao expressar-se matematicamente.

Fiorentini, Miguel e Miorim (1993), os PCNs (1998) e os Principies and Standarts for School Mathematics (NCTM, 2000) afirmam que seria adequado introduzir o desenvolvimento do pensamento algébrico por meio de atividades que assegurem o exercício dos aspectos caracterizadores desse pensamento.

A proposta apresentada pelos PCNs do Ensino Fundamental, no que diz respeito à educação algébrica, sugere que:

> Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar "abstratamente", se lhes forem proporcionadas experiências variadas envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais de modo informal, em um trabalho articulado com aritmética. Assim, os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida, rica em significados. (BRASIL, 1998, p.117)

Portanto, não há como sustentar o que ainda percebemos na educação algébrica, ou seja, o trabalho pautado apenas no transformismo algébrico. Se o objetivo, além de construir uma linguagem simbólica é desenvolver o pensamento algébrico, a educação algébrica não pode mais se deter a um único caminho: expressões - equações - problemas. Nos encontramos frente a uma nova proposta de educação algébrica, que vai além das manipulações, que se inquiete com questões sobre o desenvolvimento do pensamento algébrico e com a construção do simbolismo como uma linguagem que expressa uma generalidade.

Segundo Fiorentini, Miguel e Miorim (1993), para a construção de uma linguagem que seja significativa para o estudante, torna-se necessário um trabalho reflexivo. Numa primeira etapa, objetiva-se chegar a uma expressão simbólica por meio da análise de situações concretas. Na segunda, percorre-se o caminho inverso e somente numa terceira etapa a ênfase dever recair ao transformismo algébrico. Para os autores:

> É esse trabalho reflexivo e analítico sobre situações problema de naturezas diversas, isto é, sobre o modo como conduzimos e expressamos o nosso pensamento visando a à resolução de tais situações, que possibilitará a construção de uma linguagem simbólica que seja significativa para o estudante. (FIORENTINI, MIGUEL E MIORIM, 1993, p.90)

Eles afirmam ainda, que esse trabalho deve começar nas séries iniciais do Ensino Fundamental, contrapondo, assim, à ideia de que, para aprender Álgebra, o aluno deve dominar todo o conteúdo de Aritmética.

Apesar de o ensino da Álgebra, atualmente na maioria das escolas no Brasil, ser precedido pela Aritmética, para Linz & Gimenez (1997, p.10), essa ideia é "infundada e prejudicial", o aluno não precisa, necessariamente, dominar conteúdos da Aritmética para aprender Álgebra. Para eles, "é preciso começar mais cedo o trabalho com Álgebra, de modo que está e a aritmética desenvolvam-se juntas, uma implicada no desenvolvimento da outra " (itálico do autor). Portanto, o desenvolvimento desses dois ramos da Matemática deve acontecer concomitantemente, pois, ainda para Lins e Gimenez (1997):

> O que precisamos fazer é entender de que modo a Álgebra e a aritmética se ligam, o que elas têm em comum. Feito isso, teremos encontrado uma verdadeira raiz, o que nos permitirá repensar a educação aritmética e algébrica de forma única. (LINZ & GIMENEZ, 1997, p. 113)

Portanto, pesquisas atuais, bem como documentos oficiais, defendem que a Educação Algébrica deverá promover o desenvolvimento do pensamento algébrico desde as séries iniciais, gradativamente ir construindo a linguagem algébrica, e, a partir daí, assegurar o domínio e a compreensão dos transformismos algébricos.

Com o intuito de alcançar esses objetivos, os PCNs (1998), ao abordarem o ensino da Álgebra, destacam a importância de se desenvolverem atividades que levem o aluno a:

- reconhecer que representações algébricas permitem generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações problemas e favorecer as possíveis soluções;
- traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;
- utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico. (BRASIL, 1998, p.64)

E mais:

- produzir e interpretar diferentes escritas algébricas - expressões, igualdades e desigualdades - identificando as equações, inequações e sistemas ;
- resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
- observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis. (BRASIL, 1998, p.81)]

Além disso, os PCNs (1998) enfatizam a importância de proporcionar ao educando atividades que desenvolvam sua capacidade de argumentar, observar, analisar, questionar, fazer inferências, ou seja, o aluno deve ser um sujeito ativo de seu processo ensino/aprendizagem. Para isso, afirmam os PCNs (1998), que é preciso mudar o papel do professor:

> Numa perspectiva de trabalho em que se considere o aluno como protagonista da construção de sua aprendizagem, o papel do professor ganha novas dimensões. Uma faceta desse papel é a de organizador da aprendizagem; para desempenhá-la, além de conhecer as condições socioculturais, expectativas e competência cognitiva dos alunos, precisará escolher os problemas que possibilitam a construção de conceitos e procedimentos e alimentar os processos de resolução que surgirem, sempre tendo em vista os objetivos a que se propõe atingir. (BRASIL, 1998, p.38)

Usiskin (1995), Bonadiman (2005), Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2006), Fiorentini, Miguel e Miorim (1993), Modanez (2003), apresentam uma postura comum no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Segundo esses pesquisadores, sua construção se dá de forma gradativa e alguns processos cognitivos envolvidos na aprendizagem da Álgebra escolar encontram suas raízes no desenvolvimento histórico da Álgebra como um sistema simbólico.

Os PCNs do Ensino Fundamental (1998, p.116) destacam que “para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico, o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra”.

Os *Standarts* (NCTM, 2000) apontam para um trabalho pautado em vários temas algébricos com um mesmo objetivo: o desenvolvimento do pensamento algébrico.

2.3 IMPORTÂNCA DOS PADRÕES NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO ALGÉBRICO

No dia-a-dia, desde os tempos mais remotos, o homem sempre foi motivado à procura de regularidades. A própria história da Matemática, da Física, da Geografia etc nos remete a uma busca constante de um padrão para explicação de determinado fenômeno proporcionando a evolução de algum aspecto da ciência. Por exemplo: quando Pitágoras intui que em todo triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos, suas primeiras argumentações partem de observações, análise, identificação de regularidades, intuição e a construção de um padrão. Somente mais tarde é que ele conclui seu trabalho com uma demonstração sistematizada. Na física, quando Galileu desperta para o fato de que todos os objetos caem em direção ao solo (regularidade), isso o conduz à ideia da gravidade. O fato de que a cada três meses o clima parece mudar levou à determinação das quatro estações; o movimento de rotação e translação que a Terra faz em seu eixo levou à origem do dia com 24 horas e do ano com 360 dias. Essas e inúmeras outras situações revelaram um padrão.

Devlin (2002) ressalta que podemos encontrar padrões tanto no mundo físico como no mundo das ideias. Segundo ele, esses padrões podem ser: reais ou imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou assumindo um interesse pouco mais que recreativo.

Uma das ferramentas usada para o desenvolvimento do pensamento algébrico pode ser a observação e a generalização de padrões de regularidades conforme apontam os PCNs (1998) e os Standards (NCTM, 2000).

Segundo Davis e Hersh (1995, p.167), “o próprio objetivo da Matemática é, em certa medida, descobrir a regularidade onde parece vingar o caos, extrair a estrutura e a invariância da desordem e da confusão”.

A proposta de ensino aprendizagem apresentada pelos PCNs (1998) tem sido de uma busca constante para uma significação a todos os conteúdos abordados. Sendo o padrão uma presença contínua na vida de qualquer indivíduo, a sua utilização na construção do pensamento algébrico, além de dar significado à simbologia e às abstrações algébricas, assegura o exercício dos elementos caracterizadores do pensamento algébrico.

Para Vale *et al.* (2007):

> Quando apelamos aos padrões no ensino da Matemática é normalmente porque queremos ajudar os alunos a aprender uma Matemática significativa e/ou a envolver-se na sua aprendizagem facultando-lhes um ambiente de aprendizagem que tenha algo a ver com sua realidade e experiências. O estudo de padrões vai de encontro a esse aspecto, apoiando a aprendizagem dos estudantes para descobrirem relações, encontrarem conexões e fazerem generalizações e também previsões. (VALE et al., 2007, p.6).

Mas, o que a literatura define como padrão?

Sempre que pensamos em padrões, o que nos vem à mente são pinturas de parede, mosaicos, estampas de tecidos, ou seja, padrões visuais, que envolvem arranjo de formas, cores, números com alguma regularidade. Porém, padrão vai muito além dos aspectos visuais. Em vários aspectos da vida, somos atraídos pela busca de regularidade, tentando interpretar situações, procurando ou impondo padrões. Por exemplo: quando dispomos os quadrados perfeitos: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ..., que a princípio é uma sequência caótica, sem nenhuma relação, ela traz internamente uma regra padrão: o somatório de “n” números ímpares.

> A tendência da Educação Algébrica tem sido acreditar que o pensamento algébrico só

> se manifesta e desenvolve através da manipulação sintática da linguagem concisa e específica da Álgebra. Entretanto, essa relação de subordinação do pensamento algébrico à linguagem desconsidera o fato de que, tanto no plano histórico quanto no pedagógico, a linguagem é, pelo menos a princípio a expressão de um pensamento. (FIORENTINI, MIGUEL E MIORIM, l993. p. 85)

A partir da década de 90, podemos perceber uma nova forma de pensar a educação algébrica. A preocupação maior deixa de ser com as regras de manipulações algébricas com uma linguagem pré-estabelecida, o foco principal passa a ser a proposta de experiências que desenvolvam o pensamento algébrico conduzindo à elaboração de uma linguagem simbólica.

No que diz respeito à educação algébrica, os PCNs do Ensino Fundamental destacam que:

> Para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim, é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver um estudo da Álgebra apenas enfatizando as “manipulações” com expressões e equações de uma forma meramente mecânica. (BRASIL, 1998, p.116)

3 EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

Como professora da rede particular de ensino na cidade de Santa cruz do Capibaribe no estado de Pernambuco há dois anos e lecionando nas séries iniciais do Ensino Fundamental II, percebi a grande dificuldade de entendimento por parte dos alunos na introdução da álgebra, que no caso se dá no 7º ano do Ensino Fundamental, com equações. Mas não somente nessa série porque até mesmo no 6º ano sempre que o livro didático apresenta uma questão subjetiva com letras em vez de números os alunos ficam “perdidos”, como por exemplo uma simples questão de uma sequência numérica em que se pede para descobrir os próximos números das tais sequências, ai o livro didático coloca esses tais números como sendo letras para eles descobrirem quais são os números correspondentes à aquelas letras, eles sempre vem a questionar “e essa letra professora”.

Como no 7º ano a introdução da álgebra ocorre através de generalizações de padrões para se compreender a linguagem algébrica e assim chegar em expressões algébricas, os alunos tendem mesmo a questionar “as letras”, até mesmo chegando a dizer “é matemática professora não português”.

Mesmo o livro didático trazendo questões que pareçam mais simples com figuras, desenhos, e até mesmo fazendo relações com o cotidiano deles, como por exemplo exemplificando atividades corriqueiras deles como fazer compras em supermercados, shoppings etc, é difícil pra eles relacionarem àquela letra a um número.

Como professora procuro exemplos e maneiras mais simples de passar o conteúdo, e como não podia ser diferente sempre que exemplificar uma equação do 1º grau cito o exemplo da balança, assim como exemplos rotineiros com relação ao cotidiano deles. Contudo é difícil para eles assimilarem a ideia do conteúdo, mesmo dando-lhes exemplos mais simplificados.

O livro didático o qual utilizo apresenta atividades deste tipo

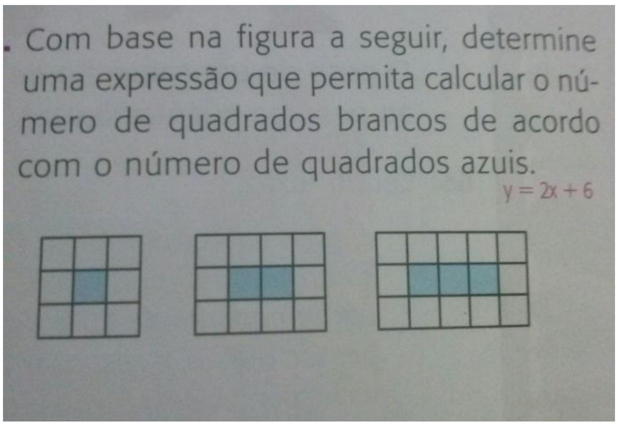


Figura1:Questão retirada do livro didático Jornadas Matemáticas editora Saraiva

Os alunos sempre mostrando dificuldades na compreensão da atividade, pois pede generalização através de padrões usando letras junto com números.

Baseando nessa dificuldade, através de exercícios em sala tendo base como 1º exemplo a atividade mesas x cadeiras, numa sala do oitavo ano do Ensino Fundamental II, numa escola da rede particular de ensino chamada Instituto Albert Einstein na cidade de Santa Cruz do Capibaribe em Pernambuco, onde leciono há três anos, e desde o primeiro momento da introdução a álgebra essa dificuldade foi claramente observada.

A referida turma contém 11 alunos, turma que já leciono desde o 6 ano, logo conheço bem suas dificuldades, assim como suas potencialidades, dentre eles há um grupo formado por 5 alunos que se destacam na hora de responder as atividades em sala. Esse grupo é composto por 4 meninos e 1 menina, sempre se reúnem pra fazerem atividades, entre os 6 restante, todos meninos, existe 1 que se destaca, já os outros 5 demonstram uma grande dificuldade em matemática. No primeiro grupo referido ,as atividades se dão desta forma, existe um que tem um nível de observação bem interessante para as coisas, nada passa despercebido aos olhos dele ,isso ajuda muito porque ele serve de observador do grupo ,se alguém dá uma resposta que pra ele não faz sentido ,ele logo questiona ,"porque deu desta forma se isto é desta outra forma", gerando a discussão e o questionamento do grupo, existe também no grupo aquele aluno que toda professora gostaria de ter ,prestativo, educado, respeitador ,e isso o torna uma pessoa com bom desenvolvimento na matéria ,pois sempre cumpre com suas atividades, está ali pra estudar mesmo. Ainda nesse mesmo grupo tem o esperto, aquele aluno rápido em pegar o raciocínio mesmo não gostando da matéria, por ser tão articulado consegue assimilar o conteúdo, os outros dois do grupo são um pouco mais lentos, mas pegam carona nos outros fazendo com que se impulsionem.

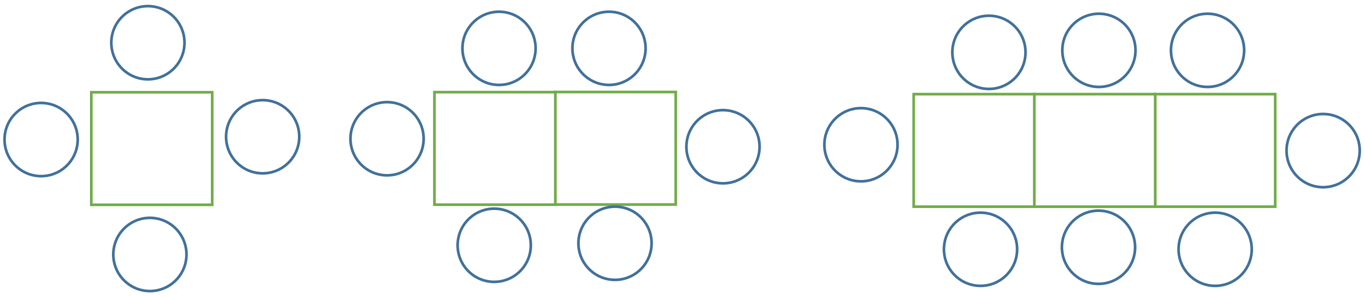
No grupo restante, há aquele que se destaca, é o tipo de aluno do eu sozinho, não quer se agrupar, é muito interessante a forma de aprendizagem dele, se dá de maneira muito rápida, não precisa de muita explicação no primeiro momento assimila o conteúdo, chego a achar que ele sim, desta turma é o que tem uma grande aptidão para a área. O restante da turma têm muita dificuldade em matemática, exige um auxílio maior nas atividades.

Atividade

Mesas X Cadeiras

Desenvolvimento da atividade:

Observe a sequência abaixo:



Orientações: Nessa atividade, quadrados representam mesas e círculos representam as cadeiras e, consequentemente, o número de pessoas que podem se acomodar às mesas.

1) Quantas pessoas conseguimos acomodar usando 3 mesas?

2) Quantas pessoas conseguimos acomodar usando 4 mesas?

3) Quantas pessoas conseguimos acomodar usando 10 mesas?

4) Quantas mesas são necessárias para acomodar 42 pessoas?

5) É possível acomodar 86 pessoas utilizando essa disposição? De quantas mesas precisaríamos?

6) Você consegue descrever uma regra que associe, de forma geral, o número de mesas com o número de pessoas?

3.1 DESENVOLVIMENTO DA ATIVIDADE

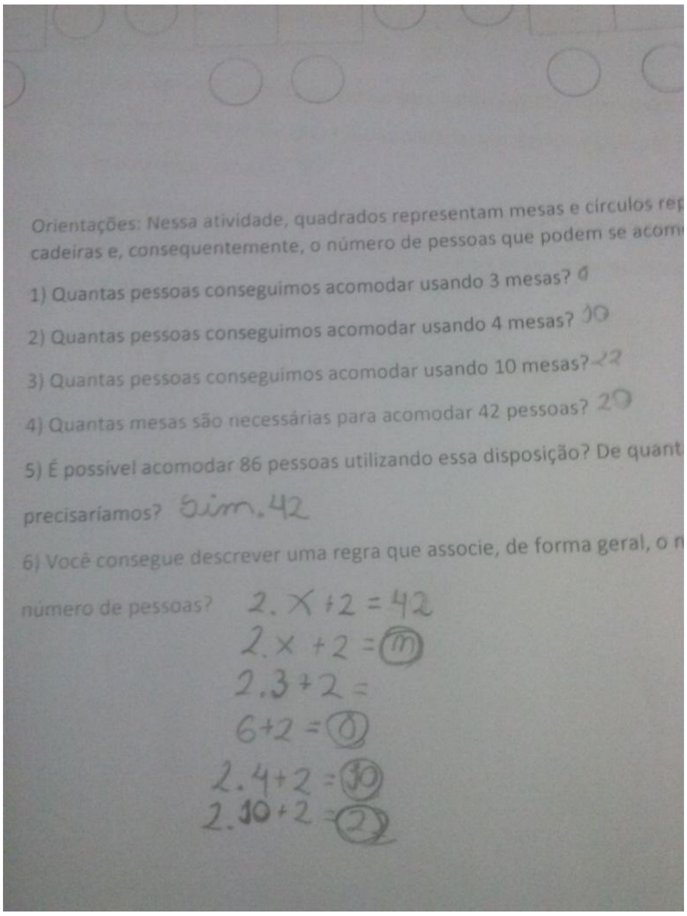
No início da atividade, a maioria da turma de 11 alunos não demonstraram dificuldades, alguns chegavam até a desenhar as mesas para constatar a resposta, e sempre entre eles debatendo e questionando respostas um do outro. Porém, quando chegou na sexta questão todos questionaram o que estava pedindo ali, fazendo com que eu intervisse no exercício para explicar, e só assim conseguiram desenvolver um raciocínio para chegar a uma resposta.

Interessante as suas observações de que "... professora, nós não usamos álgebra para resolver isso não". Então expliquei, "É isso que quero mostrar a vocês, que mesmo vocês não associando este exercício à álgebra, estamos partindo de um raciocínio simples para uma generalização, que uma ideia da álgebra.

Na sexta questão, intervi da seguinte forma: mostrei a eles que independentemente do número de mesas enfileiradas teríamos sempre uma cadeira em cada ponta da mesa, então o número dois seria um valor fixo, não mudaria, já ao lado de cada mesa teríamos duas cadeiras, que somando seriam quatro ao lado de cada mesa. Portanto observaríamos que faríamos uma multiplicação dessas quatro cadeiras pelo número total de mesas e assim descobriríamos o número de cadeiras necessárias e por conseguinte o número de pessoas que poderíamos acomodar. Logo em seguida utilizei todos os valores obtidos por eles testando na expressão, mostrando que conseguimos determinar uma regra geral para obtenção daqueles valores pedidos.

Neste exercício,como era de fácil compreensão,a maioria da turma teve um bom entendimento do que se pedia e tiverem um bom aprendizado ,compreendendo o significado do que era uma expressão para um cálculo de um valor.

Alguns exemplos de respostas dadas pelos alunos:


Orientações: Nessa atividade, quadrados representam mesas e círculos rep
cadeiras e, consequentemente, o número de pessoas que podem se acom

1) Quantas pessoas conseguimos acomodar usando 3 mesas? 8

2) Quantas pessoas conseguimos acomodar usando 4 mesas? 10

3) Quantas pessoas conseguimos acomodar usando 10 mesas? 22

4) Quantas mesas são necessárias para acomodar 42 pessoas? 20

5) É possível acomodar 86 pessoas utilizando essa disposição? De quant

precisaríamos? Sim. 42

6) Você consegue descrever uma regra que associe, de forma geral, o n

número de pessoas? $2.x+2=42$

$2.x+2=m$

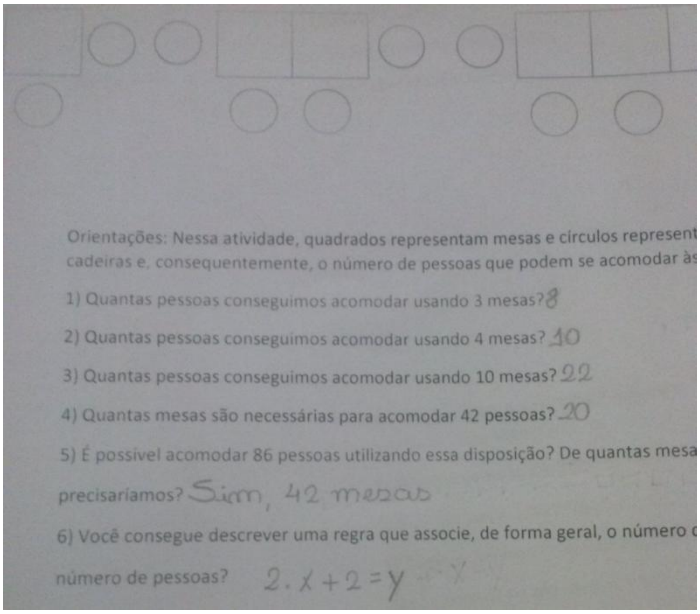
$2.3+2=$

$6+2=8$

$2.4+2=10$

$2.10+2=22$

Figura 2:Exemplo de respostas dadas pelos alunos na primeira atividade proposta



Orientações: Nessa atividade, quadrados representam mesas e círculos represent
cadeiras e, consequentemente, o número de pessoas que podem se acomodar às

1) Quantas pessoas conseguimos acomodar usando 3 mesas? 8

2) Quantas pessoas conseguimos acomodar usando 4 mesas? 10

3) Quantas pessoas conseguimos acomodar usando 10 mesas? 22

4) Quantas mesas são necessárias para acomodar 42 pessoas? 20

5) É possível acomodar 86 pessoas utilizando essa disposição? De quantas mesa
precisaríamos? Sim, 42 mesas

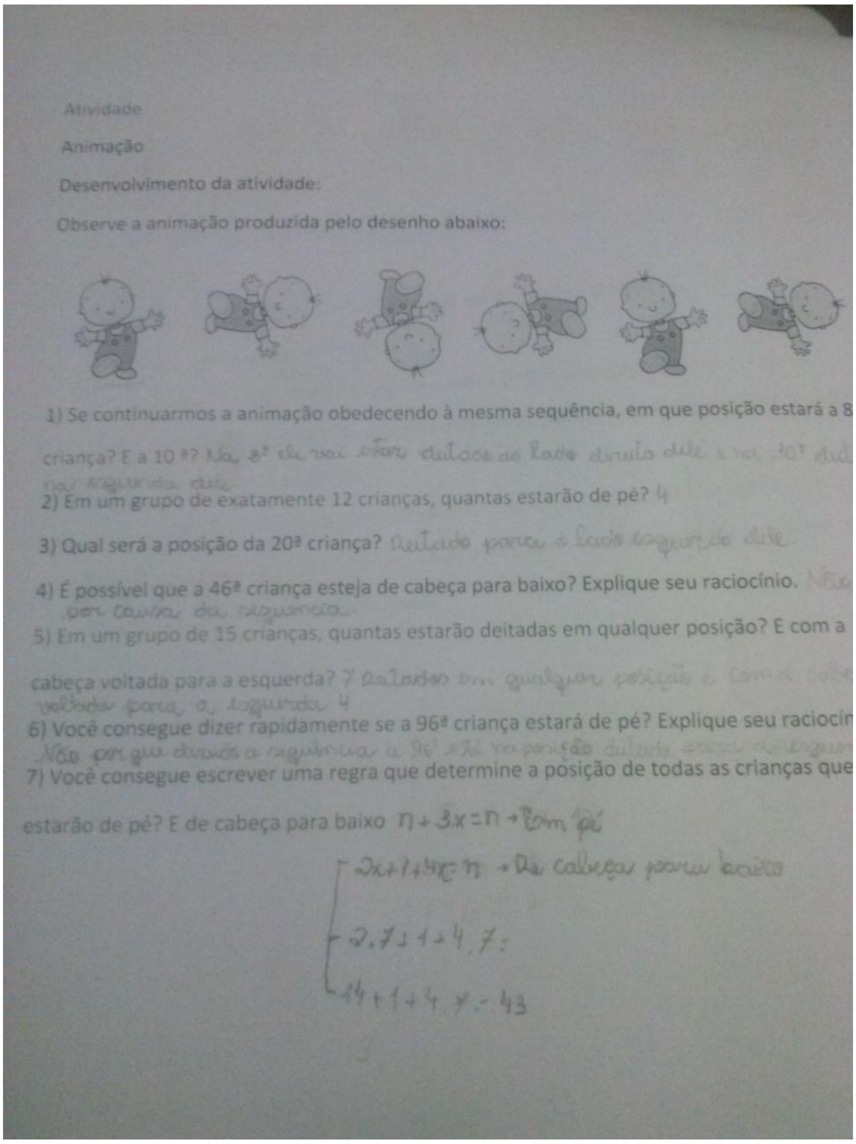
6) Você consegue descrever uma regra que associe, de forma geral, o número
número de pessoas? $2 . x + 2 = y$

Figura 3:Exemplo de respostas dadas pelos alunos na primeira atividade proposta

Em seguida propus outra atividade, utilizando a figura de uma criança e a sequência de seus movimentos, aumentando o nível de dificuldade, pois nesta tinham mais elementos para observarem, então teriam que raciocinar mais. No primeiro momento não demonstraram muita dificuldade, já que eles tinham a ideia de como "funcionava" pela primeira atividade apresentada, a maioria sempre desenhando, e sempre discutindo entre eles cada resposta. Porém quando parte para generalização do que tinham feito, todos questionam o que é, o que está pedindo ali.

Então na sétima questão utilizaram o exemplo das mesas e cadeiras, e contando as crianças observando de quantas em quantas crianças teriam determinada posição escreveram uma regra geral para determinar cada posição pedida na atividade.

De uma maneira geral o aprendizado dos alunos foi significativo, demonstram certa dificuldade em associar o que fizeram à álgebra, trabalham com a ideia de fazer contas e não com generalizações de padrões, de sequencias. Daí a dificuldade em compreenderem a álgebra, por pensarem "matematicamente" e não em fórmulas ou expressões com uso de letras que generalizem um padrão, e assim ajude a um cálculo de n quantidades.



Atividade

Animação

Desenvolvimento da atividade:

Observe a animação produzida pelo desenho abaixo:

1) Se continuarmos a animação obedecendo à mesma sequência, em que posição estará a 8

criança? E a 10 ª? Na 8ª ele vai estar deitado ao lado direito dele e na 10ª deit
na esquerda dele

2) Em um grupo de exatamente 12 crianças, quantas estarão de pé? 4

3) Qual será a posição da 20ª criança? Deitado para o lado esquerdo dele.

4) É possível que a 46ª criança esteja de cabeça para baixo? Explique seu raciocínio. Não
por causa da sequencia.

5) Em um grupo de 15 crianças, quantas estarão deitadas em qualquer posição? E com a

cabeça voltada para a esquerda? 7 deitados em qualquer posição e com a cabe
voltada para a esquerda 4

6) Você consegue dizer rapidamente se a 96ª criança estará de pé? Explique seu raciocín
Não porque devido a sequência a 96ª está na posição deitado

7) Você consegue escrever uma regra que determine a posição de todas as crianças que

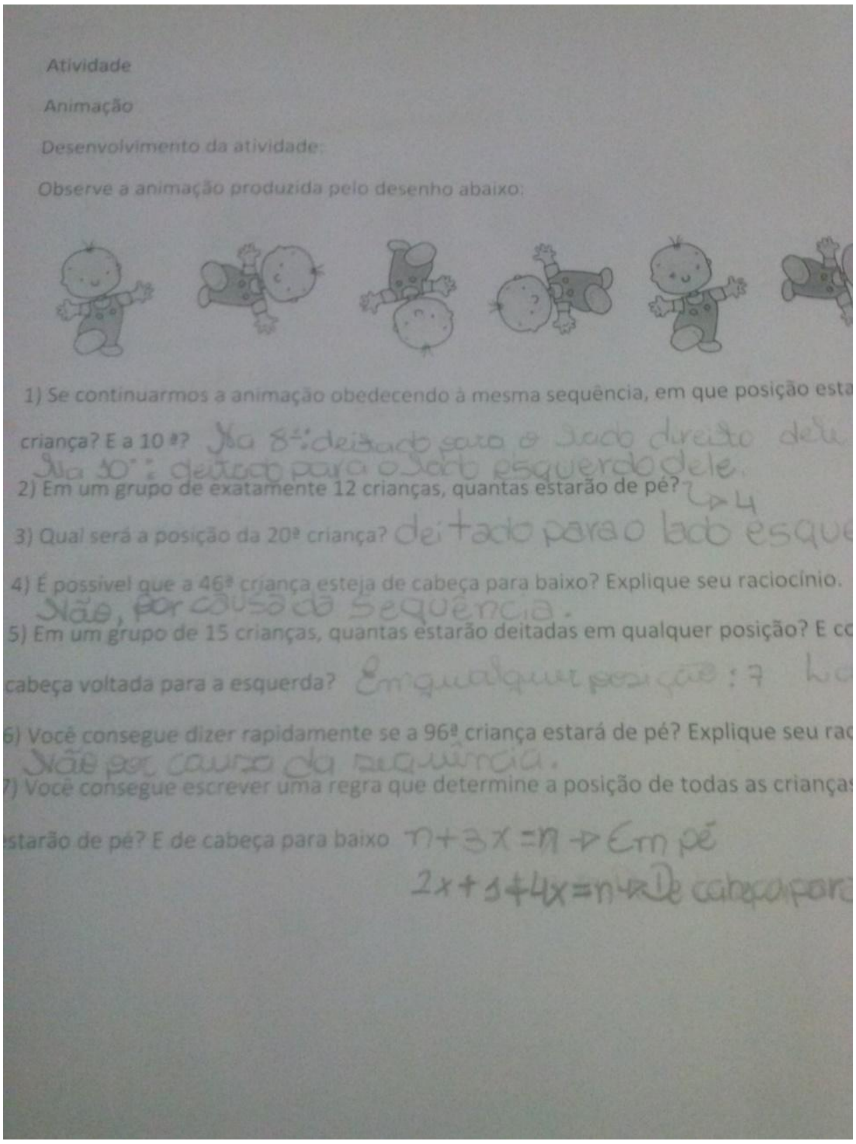
estarão de pé? E de cabeça para baixo $n + 3x = n$ → Em pé

$2x+1+4x = n$ → De cabeça para baixo

$2.7 + 1 + 4.7 =$

$14 + 1 + 4.7 = 43$

Figura 4:Exemplo de respostas dadas pelos alunos na segunda atividade proposta



Atividade

Animação

Desenvolvimento da atividade:

Observe a animação produzida pelo desenho abaixo:

1) Se continuarmos a animação obedecendo à mesma sequência, em que posição esta
criança? E a 10ª? Na 8ª: deitado para o lado direito dele
Na 10ª: deitado para o lado esquerdo dele.

2) Em um grupo de exatamente 12 crianças, quantas estarão de pé? → 4

3) Qual será a posição da 20ª criança? deitado para o lado esque

4) É possível que a 46ª criança esteja de cabeça para baixo? Explique seu raciocínio.
Não, por causa da sequência.

5) Em um grupo de 15 crianças, quantas estarão deitadas em qualquer posição? E co
cabeça voltada para a esquerda? Em qualquer posição: 7 La

6) Você consegue dizer rapidamente se a 96ª criança estará de pé? Explique seu rac
Não por causa da sequência.

7) Você consegue escrever uma regra que determine a posição de todas as crianças
estarão de pé? E de cabeça para baixo $n+3x=n$ → Em pé
$2x+1+4x=n$ → De cabeça para

Figura 5:Exemplo de respostas dadas pelos alunos na segunda atividade proposta

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizarmos nosso trabalho, é necessário fazer algumas considerações. Essas considerações se baseiam em que a proposta de atividades utilizando padrões com caráter exploratório-investigativo possibilitam uma motivação para que os alunos sujeitos dessa pesquisa desenvolvessem seu pensamento algébrico e, a parir daí, compreendessem algumas manipulações algébricas dando significado às mesmas, proporcionando a esses alunos experiências onde eles são motivados diante de algumas observações e/ou questionamentos a construir uma linguagem algébrica, incentivando assim a formação do desenvolvimento do pensamento algébrico, fazendo a conexão entre dois ou mais conteúdos.

Dentre os conteúdos trabalhados podemos citar: relação entre grandezas, identificação do nível do seu pensamento algébrico, desenvolvimento de atitudes visando proporcionar uma compreensão acerca da importância do estudo da álgebra na Matemática e dentre a mais importante, perceber a Matemática como uma Ciência em constante construção e que só se desenvolve a partir de problemas levantados.

Quando alguma atividade é apresentada com uma abordagem exploratório-investigativa, podemos observar que o aluno se sente motivado em desenvolvê-la, pois este se torna protagonista do processo, elevando a sua autoestima com relação à Matemática, pois o essencial, aqui, é o processo e a forma como o aluno pensa o problema e não a resposta “certa” atribuída à questão. Essas atividades estimulam o aluno a escrever corretamente por linguagem usual ou simbólica, conforme confirmamos a partir dos resultados observados.

Embora os resultados da pesquisa tenham sido satisfatórias na maior parte da turma, a álgebra assim como qualquer conteúdo matemático tem sua dificuldade na sua aprendizagem, e isso se deve a vários fatores, um deles podemos citar a maneira como se passa o conteúdo em sala, e nós como professores devemos procurar meios para tentarmos amenizar essa dificuldade dos alunos, seja por exercícios diferenciados ou qualquer tipo de demonstração que estimulem o interesse pelo assunto.

5 REFERÊNCIAS

BRASIL (País). Ministério da Educação e do Desporto. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Brasília, MEC, 1998.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC/SEF, 1998

DAVIS, P. J.; HERSH, R. A experiência matemática. Lisboa. Gradiva, 1995

DEVLIN, K. Matemática: a Ciência dos Padrões. Porto. Editora Porto, 2002.

EVES, H. Introdução á história da Matemática, São Paulo : UNICAMP, 2004

FIORENTINI, D. ; FERNANDES, F.L.P. ; CRISTOVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. São Paulo, 22 fl. Faculdade de Educação, Unicamp 2006.

FIORENTINI, D. , MIGUEL, a. , MIORIM, M. A. Contribuição para um Pepensar... a Educação Algébrica Elementar . Campinas, UNICAMP. Pro-posições, 1993 V4 p. 79

IMENES, L. M., LELLIS, M. , Matemática Paratodos. São Paulo. Scipione, 2002 (coleção 5ª a 8ª)

LINS, R.C. ; GIMENEZ, J. Perspectivas em aritmética e Álgebra para o século XXI . Campinas, SP. Ed. Papirus, 1997.

USISKIN, Z. Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações das variáveis: As ideias da Álgebra. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Ed. Atual, 1995.

VALE, I.; PALHARES, P.; CABRITA, I.; BORRALHO, A. Os padrões no Ensino e Aprendizagem do Número e Álgebra, 2007 – disponível em www.ese.epvc.pt/numalgebra/PDF/G2.pdf. Acesso em: 31 ago. 2007.

VALE, I.; PALHARES, P.; CABRITA, I.; BORRALHO, A Os padrões no Ensino e Aprendizagem da Álgebra, 2007, disponível em: www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DA/DA-TEXTOS/Vale-Palhares-Cabrita-Borralho.doc. Acesso em: 24 ago. 2007.