



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

GIRLAN PAIVA GUEDES

OS CAMINHOS DE PITÁGORAS

**CAMPINA GRANDE
2016**

GIRLAN PAIVA GUEDES

OS CAMINHOS DE PITÁGORAS

Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa.

**CAMPINA GRANDE
2016**

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

G924c Guedes, Girlan Paiva.
Os caminhos de Pitágoras [manuscrito] / Girlan Paiva Guedes.
- 2016.
27 p. : il. color.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática)
- Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e
Tecnologia, 2016.
"Orientação: Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa,
Departamento de Matemática".

1. História da matemática. 2. Pitágoras. 3. Teorema de
Pitágoras. I. Título.

21. ed. CDD 516.22

GIRLAN PAIVA GUEDES

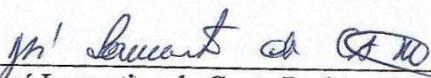
OS CAMINHOS DE PITÁGORAS

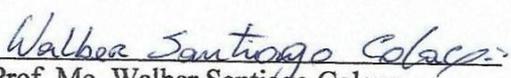
Artigo apresentado ao Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de licenciado em Matemática.

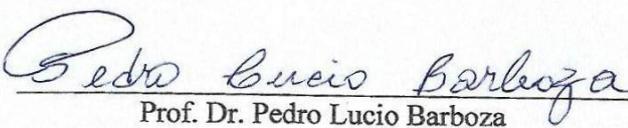
Área de concentração: Educação em Matemática.

Aprovada em: 12/12/2016.

BANCA EXAMINADORA


Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)


Prof. Me. Walber Santiago Colaço
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)


Prof. Dr. Pedro Lucio Barboza
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Dedico este trabalho primeiramente a Deus, pois sem ele eu não teria forças para essa longa jornada, a minha mãe, ao meu pai, meu irmão e irmã, meus amigos de cursos e meus professores que me ajudaram na conclusão.

AGRADECIMENTOS

À minha Mãe Maria da Conceição e ao meu Pai Gilberto, pela capacidade de acreditar em mim, investir em mim e que não mediram esforços para que eu chegasse até essa etapa da minha vida.

Ao meu Irmão Gustavo e Irmã Paula Célia, pelo incentivo, carinho e apoio constante.

À família, pela compreensão por minha ausência nas reuniões familiares.

Ao professor Dr. José Lamartine da Costa Barbosa pelas leituras sugeridas ao longo dessa orientação e pela dedicação, pela paciência na orientação e incentivo que tornaram possível a conclusão deste artigo.

Aos professores do Curso de Graduação da UEPB, em especial ao Dr. Aníbal de Menezes Maciel e Dr. Silvanio de Andrade, que contribuíram ao longo da minha graduação, por meio das disciplinas e debates, projetos, minicursos e para o desenvolvimento deste artigo.

À coordenação do curso de Graduação, por seu empenho.

Aos meus amigos de curso, pelas alegrias, tristezas e dores compartilhadas, que vivemos durante todo o caminho de estudo.

À minha nova família em Cristos, os Corações em Cristos, que me ajudaram principalmente a está mais perto de Deus.

Aos amigos e amigas de trabalho, que me incentivaram todos os dias, pois através disto consegui concluir meu artigo.

Aos funcionários da UEPB, pela presteza e atendimento quando nos foi necessário.

SUMÁRIO

1	Introdução.....	06
2.	Pitágoras: O início de tudo.....	07
2.1	Pitágoras construindo o seu conhecimento.....	10
2.2	Escola Pitagórica: pedagogia do ouvir e disciplina.....	13
2.3	O Teorema de Pitágoras: o batismo indevido.....	16
2.4	Uma demonstração do Teorema dito de Pitágoras.....	21
3	Conclusão	24
	Abstract	26
	Referências	26

OS CAMINHOS DE PITÁGORAS

Girlan Paiva Guedes*

RESUMO

Esse artigo aborda a História do Teorema de Pitágoras, onde tentamos mostrar que esse teorema não é dele (batismo indevido). Isso significa, que ao longo da História da Matemática, e até a da humanidade, se atribuí a Pitágoras todo o mérito de ter “descoberto” ou construído esse teorema que é um dos mais importantes no estudo da Geometria. Metodologicamente, mergulhamos na sua vida desde o seu nascimento, onde há muita divergência no que refere a seus pais e à sua terra natal, mas podemos presumir, seguramente, que passou seus primeiros anos em Samos, sua juventude, seus feitos como a escola pitagórica, conteúdos, etc. Concluimos mostrando também a sua influência nos dias atuais, principalmente desse tão falado e famoso Teorema que foi demonstrado e é utilizado de varias formas, mas que não foi construído por Pitágoras.

Palavras-Chave: História da Matemática; Pitágoras. Teorema de Pitágoras.

1. INTRODUÇÃO

As civilizações da antiguidade conseguiram descobrir muitas coisas, mesmo com o preconceito da sociedade contra os estudiosos, tendo em vista que a regra era trabalhar produzindo alimentos para sobreviver. Considerando muitas construções que existem hoje no campo da matemática, muitas ocorreram há muito tempo atrás, como o teorema de Pitágoras, por exemplo.

Esse trabalho foi desenvolvido com o proposito de esclarecer ou pelo menos continuar o debate em cima da seguinte questão: “O teorema que foi intitulado de Pitágoras, foi de fato desenvolvido por esse famoso matemático grego?”. Sendo, realizado através de um levantamento bibliográfico em livros, artigos, sites, etc. Onde iremos falar, que esse teorema não foi de fato desenvolvido por uma única pessoa, mais por uma construção de conhecimento entre povos que já trabalhavam com a matemática no seu dia-a-dia.

* Aluno de Graduação em Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual da Paraíba – Campus I.
Email: girlanpguedes@gmail.com.br

2. Pitágoras: O início de tudo

Considerado por muitos o primeiro matemático, Pitágoras nasceu por volta de 572 a.C., na ilha de Samos, que fazia parte de um grupo de ilhas gregas na extremidade leste do Mar Egeu, junto à costa sudoeste da Turquia, chamadas Dodecaneso. Por falta de registro, não é possível expressar com exatidão a data e o ano do nascimento de Pitágoras, pois nenhum escrito da época com essa informação resistiu até hoje, ou sendo otimista, não foi encontrado ainda. Seu pai, Mnesarco, era provavelmente, um fenício oriundo da cidade levantina de Tiro, enquanto sua mãe era uma nativa de Samos.

Samos, onde Pitágoras passou os primeiros anos de sua vida, é uma extensa e sinuosa ilha Egéia, de frente à costa da Ásia Menor. Seu ponto mais próximo fica apenas alguns quilômetros da Ásia, fato importante para o futuro desenvolvido por Pitágoras. Ásia Menor ou Jônia, como os gregos a chamavam, era uma região onde havia muitas cidades helênicas, bastante prósperas, tais como Éfeso e Mileto (Mileto onde 50 anos antes tinha nascido Tales). Na época do nascimento de Pitágoras, por ocasião da quinquagésima quarta Olimpíada ou 569 a.C., a liberdade e a prosperidade que essas cidades jônicas desfrutavam, junto com a ilha de Samos e Lesbos, propiciaram um renascimento cultural e científico que pendurou até sua destruição pela tirania dos persas.

Com vocações místicas e filosóficas, Pitágoras teve sua vida intelectual muito limitada e reprimida na ilha de Samos, viajando muitas vezes até a Ásia Menor, assim tudo indica que seu processo de educação filosófica deve ter ocorrido nas cidades jônicas próximas de sua ilha natal. Ele visitou também Delos com frequência, pois essa ilha, que situa-se aproximadamente no centro do Dodecaneso, era o centro cultural e religioso da Jônia. Ao seu redor ficavam as ilhas de menor importância, que estavam na iminência de cair sob o domínio do tirano de Samos, Policrates. Desse modo, Samos era, na época de Pitágoras, um Estado próspero cuja capital Samos – localizada do lado ocidental da ilha, próximas às cidades comerciais da Ásia Menor -, constituía um importante entreposto e um centro de convergência religiosa pan-helênico, com seu majestoso templo de Hera, a rainha dos deuses Olímpicos.

Samos não era o tipo de lugar adequado a um individualista como Pitágoras, embora nessa época Samos que possuía homens de talento, fosse uma rica cidade mercantil. Antes de tudo, ela era governada por uma aristocracia hereditária de mercadores cujo interesse dificilmente poderia ser caracterizado como filosófico. Sua esquadra estava prestes a se tornar a mais poderosa do Egeu e, durante o governo e a liderança de Policrates, os sâmios conquistaram um império. Essa hegemonia dos sâmios não resistiu ao traiçoeiro assassinato

de Policrâtes pelos persas, mas, enquanto ela e Policrâtes sobreviveram, o ambiente de Samos se tornou insuportável para Pitágoras. Como a visão dos sâmios era totalmente voltada para o comércio, eles não tinham tempo ou mesmo não se interessavam em ouvir a mensagem mística de Pitágoras. É por isso que não é de sé admirar que Pitágoras sempre foi um eterno viajante.

Naturalmente, Pitágoras deve ter praticado ginástica como qualquer outro jovem heleno, mas não se deve esquecer que os jônios não cultuavam o corpo como os dórios de Esparta e, mais tarde, os jônios de Atenas. Se Pitágoras não foi um grande atleta como o filósofo Platão, sem dúvida deve ter sido um entusiástico estudante de música. (O que justifica alguns de seus feitos ou descobertas musicais). Os jônios tinham dado origem a um Homero, bem como outros importantes poetas helênicos, e suas músicas eram consideradas muito suaves e efeminadas pelos outros gregos, principalmente pelos dórios. Isso se deve à influência da Ásia Menor, particularmente da Lídia, na cultura jônica. Mais tarde, Pitágoras se afastaria da música de seu povo, preferindo a música dória às melodias jônicas. Outro sintoma do afastamento de sua terra natal está em sua alegação de que o dialeto dos dórios era superior a todas as outras línguas helênicas, incluindo-se entre elas o seu idioma jônico. Isso demonstra também que Pitágoras foi se incorporando à mentalidade dórica da Magna Grécia e rejeitando a maior parte das influências que recebera na infância. Uma “prova” dessa rejeição da língua materna, reflete-se também no fato de que todos os seus discípulos escreveram suas obras no dialeto dórico, mesmo na época em que o dialeto de Atenas, o ático, estava preste a tornar-se o idioma comum da Hélade.

Em sua maior parte, a juventude de Pitágoras não é bem documentada e, encontra-se envolvido em mito e fábula. Mas podemos falar que com idade próxima a 18 ou 19 anos, partiu para conhecer o mundo e adquirir conhecimentos através da interação com outros povos. Isto era um costume em sua época, e Pitágoras se mudou para a ilha de Lesbos, onde estudou filosofia. Em seguida partiu para Mileto, onde, possivelmente desfrutou dos ensinamentos de Tales. Foi para o Egito aconselhado por Tales, onde viveu alguns anos.

Os autores antigos são unânimes no que se refere à visita de Pitágoras ao Egito: *Sem dúvidas, Pitágoras esteve nesse país*. Não só as três biografias posteriores da estada de Pitágoras no Egito, mas também, as dos autores helênicos antigos (Piogenes, Pórfirio e Jâmblico).

Nossa fonte mais confiável no que refere à estada de Pitágoras no Egito é Isócrates, que viveu entre o fim do século V e o início do século IV a.C. Isócrates nasceu algumas gerações depois da morte de Pitágoras e, por essa razão, o seu testemunho deve ser baseado na tradição

oral. Ele era companheiro de Sócrates, que, por sua vez, mantinha relações com os pitagóricos de Tebas e da Itália, por tanto, Isócrates deve ter ouvido os próprios discípulos de Pitágoras contarem acerca da viagem de seu mestre ao Egito.

Em um de seus discursos, intitulado “*BUSÍRIS*”, nome do mítico e cruel rei egípcio morto por Hércules, Isócrates afirma categoricamente que Pitágoras estudou com os egípcios. Estas são as suas palavras:

“Pitágoras, o sâmio... foi para o Egito e tornou-se discípulo deles [isto é, dos sacerdotes egípcios]. Mais do que ninguém, chamou a atenção pelo modo entusiástico com que se dedicava aos estudos das teorias filosóficas referentes ao sacrifícios e ao ritual nos templos egípcios e foi o primeiro a introduzir entre os gregos os outros ramos do estudo filosóficos. Ele decidiu que, mesmo se não recebesse nenhuma recompensa dos deuses por sua dedicação, se tornaria o mais famoso entre os homens. Ele realizou esse desejo...”

Naquela época, o contexto histórico e político de Samos, teve um papel fundamental no rumo da vida de Pitágoras. Porque ele teve a oportunidade de viajar e pesquisar, devido a supremacia comercial e política de Samos, se não fosse esse fato, Pitágoras não teria visitado todos esses países ou, pelo menos, suas jornadas teriam sido muito mais difícil.

Pitágoras teve um excelente aprendizado de matemática com os filósofos helênicos, como Tales, por exemplo, bem como com os egípcios, babilônicos e caldeus. Sendo considerado por muitos o pai da matemática e da música, e também um dos maiores filósofos daquela época, Russel e Strathem (1998, p.7) definem Pitágoras:

O primeiro matemático, o primeiro filósofo e o primeiro a praticar a metempsicose. E isso, não por ter sido a primeira pessoa a usar números, a primeira a buscar uma explicação racional para o mundo ou a primeira a acreditar que numa vida anterior sua alma havia habitado uma planta, um faraó ou algo do gênero. Foi ele quem inventou, ou usou pela primeira vez as palavras; matemático, filósofo e metempsicose nos sentidos hoje aceitos e logo aplicou a si mesmo. Também inventou a palavra cosmos, que aplicava ao mundo. Em grego, Kosmo significa ordem e Pitágoras usou o termo para designar o mundo por causa de sua perfeita harmonia e ordenação.

Após visitar o Egito (onde estudou geometria), a Babilônia (onde estudou astronomia), a Índia (onde adquiriu mais conhecimentos de matemática e astronomia e também muitas

ideias religiosas) e a Itália, Pitágoras deve ter menosprezado a ilha de Samos. Por que quando voltou a Samos, ele pretendia dedicar-se ao ensino, mas percebeu o grande desinteresse dos moradores pelo saber. Isso o levou a migrar mais uma vez, indo agora para Crotona, uma colônia Grega no sul da Itália. Essa falta de interesse foi um fator importante para ele não retornar a Samos depois de sua partida para a Itália. Além desse motivo, Porfírio afirma que Pitágoras visitou a Itália com seu pai quando era ainda quase uma criança, uma visita que pode ter provocado em Pitágoras o desejo de retornar um dia a esse país, ficando na Itália e não mais voltando para Samos.

Naquela cidade fundou uma escola por volta de 513 a.C., que daria influência nos rumos da filosofia, da ciência, e especialmente da matemática. Por volta de 500 a. C., a escola foi fechada, era acusada de apoiar a aristocracia contrária ao governo, Pitágoras se refugiou em Metaponto, onde ficou até morrer, por volta de 497 a.C.

2.1. Pitágoras construindo o seu conhecimento

SINGH (2008), fala sobre essa construção ou organização do conhecimento de Pitágoras:

Pitágoras adquiriu habilidades matemáticas em suas viagens pelo mundo antigo. Algumas histórias tentam fazer crer que Pitágoras teria ido até a Índia e a Inglaterra, mas o mais certo é que ele aprendeu muitas técnicas matemáticas com egípcios e os babilônicos. Esses povos antigos tinham ido além da simples contagem e eram capazes de cálculos complexos que lhes permitiam criar sistemas de contabilidade sofisticados e construir prédios elaborados. De fato, os dois povos viam a matemática como uma ferramenta para resolver problemas práticos. A motivação que conduziu à descoberta de algumas das leis básicas da geometria era a necessidade de refazer a demarcação dos campos, perdida durante as enchentes anuais do Nilo. A palavra geometria significa “a medida da Terra”. (SINGH, 2008, p.29)

Ele também contribuiu com suas descobertas e utilizou um sistema matemático idiossincrático. Foi o primeiro a introduzir ideias filosóficas na matemática, fornecendo-lhe ainda uma sistematização que ela jamais tivera, elaborou um método de abordagem dos problemas, tornou à matemática mais harmônica e introduziu também uma aplicação

simbólica. Especificou os nomes exatos das diversas subdivisões da matemática e fez uso de demonstrações teóricas. O simbolismo dos números aritméticos de Pitágoras também foi utilizado para explicar a origem do cosmo.

Pitágoras é frequentemente citado como o pai da Matemática grega, mas sua teoria dos números era concreta, baseada em manipulações de números figurados. Sua aritmética era indutiva e não continha provas. Era possível obter, graficamente, generalizações sobre sequências de números, mas as regras para obtenção de tais sequências, como as dos números quadrados, cubos e outros, eram desenvolvidas para uso prático. A diferença estava na reverência que os pitagóricos cultivavam pelos números, empregados não apenas para fins práticos. Associadas a forças cósmicas, as propriedades dos números não podiam ser consequências lógicas de sua estrutura, o que banalizaria suas propriedades.

A concepção de Pitágoras sobre a natureza parte da ideia de que há uma explicação global que permite simbolizar a totalidade do cosmos, e esta explicação é dada pelos números. Isto levou os pitagóricos a considerarem que as coisas são números, elas consistem de números. Por isso disse Pitágoras “*Todas as coisas são números*”, uma de vários pensamentos deixado por ele.

Uma das características principais das coisas reside no fato de elas poderem ser organizadas e distinguidas. Sendo assim, as propriedades aritméticas das coisas constituem o seu ser propriamente dito, e o ser de todas as coisas é o número.

Os números figurados dos pitagóricos eram constituídos de uma multiplicidade de pontos que também não eram pontos matemáticos, mas remetiam a elementos discretos: pedrinhas dispostas em uma certa configuração. O primeiro exemplo de número figurado é dado pelos números triangulares, em que os pontos formam figuras triangulares (os números pitagóricos são apenas as coleções de bolinhas, a cifra escrita embaixo é a tradução de cada um em linguagem atual.

Os números triangulares citados acima podem ser associados aos nossos números 1, 3, 6, 10, 15 e 21, que possuem respectivamente ordem $n=1$, 2, 3, 4, 5 e 6. Em linguagem matemática atual, o número triangular de ordem n é dado pela soma da progressão aritmética $1+2+3+\dots+n=n(n+1)/2$. Em seguida, temos os números quadrados, que atualmente podem ser escritos como n^2 e os números pentagonais para $n=1$, $n=2$, $n=3$ e $n=4$.

Destas configurações numéricas, os pitagóricos tiravam, de forma visual, diversas conclusões aritméticas como:

- a) Todo número quadrado é a soma de dois números triangulares sucessivos.

b) É possível passar de um número quadrado ao número quadrado imediatamente maior adicionando-se a sequência dos números ímpares.

Poderíamos exprimir, em linguagem matemática atual, os enunciados acima respectivamente como:

$$a) n^2 = n(n+1) + (n-1)n$$

$$b) 1^2+3=2^2 \quad 2^2+5=3^2 \quad 3^2+7=4^2 \quad \dots \quad n^2+(2n+1)=(n+1)^2$$

O problema que chamamos hoje de “triplos pitagóricas” é o de achar dois números quadrados cuja soma seja também um número quadrado. Estas triplos são constituídas por números inteiros, que podem ser associados às medidas dos lados de um triângulo retângulo.

Provavelmente, os pitagóricos chegaram a estas triplos por meio do gnomon que era sinônimo dos números ímpares, formados pelas diferenças entre números quadrados sucessivos. Os gnomons forneciam uma técnica para realização de cálculos.

Podemos calcular a sequência dos quadrados por meio de um deslocamento do esquadro, equivalente a somar a sequência dos números ímpares. Por exemplo, para obter o 4 a partir do 1, adicionamos o gnomon de três pontos; para obter o 9 a partir do 4, adicionamos o próximo gnomon, que é o próximo número ímpar, 5. Se continuarmos este procedimento, chegaremos a uma figura na qual o gnomon também é um quadrado, constituído por nove pontinhos. Obtemos assim a igualdade $16 + 9 = 25$, que dá origem à primeira tripla pitagórica: (3, 4, 5). Observamos que, no método pitagórico, as triplos eram obtidas por procedimentos aritméticos. Ou seja, a fórmula de Pitágoras pertence ao contexto dos números figurados. Na tradição, poucas triplos são mencionadas e (3, 4, 5) tem um papel especial, pois 3 é o macho, 4 é a fêmea e 5 é o casamento que os une no triângulo pitagórico.

Alguns historiadores da Matemática defendem que no tablete babilônico Plimpton 322 há um indício de que os babilônios já estudavam as triplos pitagóricas, o que mostraria que a relação atribuída a Pitágoras já seria conhecida. Esta tese é refutada por E. Robson, em artigo sobre Plimpton 322 ([122]).

Não se conhece nenhuma prova do teorema que tenha sido fornecida por algum pitagórico e a possibilidade de que ela exista parece pouco provável. Além disso, o teorema “de Pitágoras” dos pitagóricos não deveria ser um resultado geométrico.

2.2. Escola Pitagórica: pedagogia do ouvir e disciplina.

Pitágoras fundou uma escola politicamente conservadora e que mantinha um princípio de conduta muito rígido (como por exemplo, seus membros eram proibidos de aceitarem pagamentos em caso de partilhar seus conhecimentos com outros e que visava à reforma social e política da região), a Escola Pitagórica, em Crotona. Podemos dizer que era uma irmandade unida por ritos secretos e cerimônias onde nenhum dos seus discípulos jamais violou a regra, até mesmo depois da morte do seu professor Pitágoras e do fim da escola. A escola era totalmente vegetariana (cujos membros alimentavam-se a base de feijões-lentilhas e abstenção total de carne) aceitando assim a doutrina da metempsicose, ou seja, transmigração das almas. Todas as proibições estabelecidas por Pitágoras em sua religião na escola eram seguidas com muito rigor. Era uma espécie de escola com caráter duplo, pois se dedicava a questões espirituais e, além disso, aos estudos de Matemática, Astronomia e Música.

Para se tornar um membro da escola, o candidato era submetido a difíceis provas, tanto psicológicas como físicas e se fosse aprovado nestes testes era chamado de “acusmático”, ou seja, era obrigado a passar um período de cinco anos de contemplação, guardando perfeito silêncio. O pentagrama ou pentágono estrelado era o símbolo da Escola Pitagórica, que representava o sigilo e companheirismo entre os pitagóricos e segundo Pitágoras o pentagrama possui muitas propriedades interessantes. Boyer (1996), diz que este pentagrama é obtido traçando as diagonais de um pentágono regular. Através das intersecções dos segmentos da diagonal se obtém um novo pentágono regular, que é proporcional ao original pela razão áurea ou secção áurea.

Se começarmos com um polígono regular ABCDE e traçarmos as cinco diagonais, essas diagonais se cortam em pontos A'B'C'D'E', que formam outro pentágono regular. Observando o triângulo BCD', por exemplo, é semelhante ao triângulo isósceles BCE e observando também os muitos pares de triângulos congruentes no diagrama, não é difícil ver que os pontos A'B'C'D'E' dividem as diagonais de um modo notável. Cada um deles divide uma diagonal em dois segmentos desiguais, tais que a razão da diagonal toda para o maior é igual à deste para o menor. Essa subdivisão das diagonais é a bem conhecida “secção áurea” de um segmento [...]. (BOYER, 1996, p. 34). Figura 1.

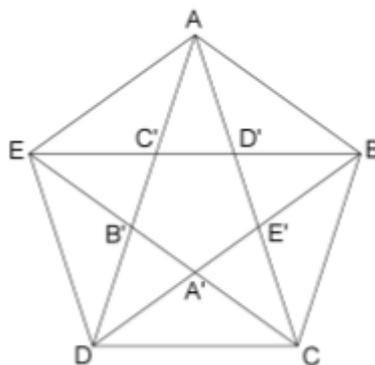


Figura 1: Pentágono regular estrelado.

(BOYER, 1996). Pitágoras também foi o responsável pela formalização da escala musical que usamos hoje. O instrumento mais importante da antiga música helênica era o tetracórdio, ou lira de quatro cordas. Antes de Pitágoras, os músicos tinham percebido que certas notas, quando soavam juntas, criavam um efeito agradável e afinavam suas liras de modo que ao tocarem duas cordas pudessem produzir tal harmonia. Contudo, os antigos músicos não compreendiam por que certas notas, em especial, eram harmônicas e não tinham nenhum meio preciso de afinar seus instrumentos. Eles afinavam suas liras pelo ouvido, até conseguirem um estado de harmonia – um processo que Platão chamava de torturar as cravelhas. (SINGH, 2008, p.35)

Pitágoras observou que quando os comprimentos das cordas estavam em algumas proporções, elas soavam de forma harmônica. Ele notou que se uma corda produzia uma nota qualquer, outra corda com o dobro do tamanho produziria a mesma nota em uma oitava abaixo. Este mesmo princípio é utilizado hoje em harpas e pianos. Pitágoras formalizou as notas musicais que conhecemos da seguinte forma: dada uma corda que produzia um Do, uma corda com o dobro do comprimento levaria a um Do uma oitava abaixo e de forma ascendente, uma corda com $16:9$ de seu tamanho produziria um Ré, $8:5$ para Mi, $3:2$ para Fá, $4:3$ para Sol, $6:5$ para La e $16:15$ para Si.

Foi responsável pela descoberta dos *números irracionais*, pioneiro no conceito de que a Terra era redonda e que o sol era o centro do universo. Na Geometria, demonstração geral de vários teoremas, em especial ao que veio a ser denominado *Teorema de Pitágoras*, o seu maior feito teórico, ou dos *pitagóricos*, já que os pitagóricos dedicaram-se à ciência de forma anônima, assinando todos os trabalhos em nome da fraternidade pitagórica ou simplesmente *Pitágoras*. Famoso *Teorema de Pitágoras*, em um triângulo retângulo o quadrado da hipotenusa é a soma dos quadrados dos catetos.

Podemos citar alguns nomes que fizeram parte da escola pitagórica, entre eles alguns foram destaques:

- Filolaus de Tarento ou de Crotona que nasceu por volta de 470 a.C. e morreu 390 a.C. Um dos primeiros pitagóricos, discípulo de Lísis e o primeiro a sistematizar a doutrina pitagórica, expondo-a no livro chamado Escritos Pitagóricos, segundo o historiador Diógenes Laércio (~ 240-310). Discípulo de sobreviventes da escola pitagórica, após o massacre destes pelos seguidores de Sibaris. Muito pobre, escreveu sob permissão dos seus professores, para vender, a primeira obra do pitagorismo, o que aparentemente foi a fonte do conhecimento da ordem pitagórica que, através de Platão (comprador do livro), temos conhecimento;
- Arquitas de Tarento nasceu em 428 a.C.;
- Hipasus de Metapontum que viveu por volta de 400 a.C.;
- Alcmeão de Crotona foi um dos mais importantes discípulos de Pitágoras (580-497 a. C.);

Todas estas descobertas fizeram com que a escola pitagórica ganhasse notoriedade na Grécia antiga, porem junto com este prestígio muita inveja também era atraída. Pitágoras acabou sendo expulso de Crotona por ter opositores a sua filosofia. Ele era acusado de apoiar a aristocracia contrária ao governo. Foi neste período que Pitágoras foi (fugiu) para Metaponto. Cyrino (2006, p. 52) diz:

“Da mesma maneira que os pitagóricos conseguiram ascensão política, os inimigos surgiram. Um dos senhores mais ricos de Crotona, chamado Cilon, empreendeu um ataque a uma casa onde se reuniam os pitagóricos e muitos foram assassinados. Pitágoras foi para Tarento e daí, para Metaponto, onde perdeu a vida, aproximadamente, em 500 a.C.”

Como podemos observar na fala de Eves (1997), que nos diz sobre o fim da escola:

“[...] com o tempo, a influência e as tendências aristocráticas da irmandade tornaram-se tão grandes que forças democráticas do sul da Itália destruíram os prédios da escola fazendo com que a confraria se dispersasse. [...]”.

Alguns séculos mais tarde, a Escola Pitagórica voltou a reviver e seus membros passaram a ser chamados então de neo-pitagóricos. Não há uma data precisa do início do

neopitagorismo, nem indicações claras para estabelecer quais são os primeiros neopitagóricos, mas um destes membros que mais se destacou foi Nicômaco de Gerasa, que viveu em torno do ano 100. Há relatos históricos que a Escola Pitagórica tenha existido por mil anos. Uma das grandes contribuições da escola à matemática, foi organizar algumas partes da geometria das paralelas, por meio do método demonstrativo, ou seja, por meio de teoremas. Mas apesar de sua importância, nenhum escrito sobre a escola pitagórica sobreviveu, as informações que conhecemos vieram de fontes indiretas muito posteriores.

2.3. O Teorema de Pitágoras: o batismo indevido.

Esta relação conhecida como teorema de Pitágoras, era conhecida por muitos povos anteriores a Pitágoras. Ela tem este nome, pois é muito provável que Pitágoras ou seus discípulos da escola pitagórica a tenham demonstrado pela primeira vez. Como já dito anteriormente, os egípcios usavam um triângulo retângulo para refazerem as marcações de ângulos retos na terra. Porém os povos antigos, que tiveram algum contato com o triângulo retângulo e com a relação entre seus lados, não tinham o interesse de saber o porquê dessa relação. Para eles, o interesse era único e exclusivo nas aplicações e não nas demonstrações.

O fato é que esta relação entre o comprimento dos três lados do triângulo retângulo gera um trio de números, que é chamado de “terno pitagórico”. Muitos desses ternos eram conhecidos pelos povos anteriores a Pitágoras, como mostram alguns documentos. Um deles é o “Plimpton 322” (como podemos ver na figura 2), que é uma tábua babilônica feita com argila e de escrita cuneiforme (tipo de escrita feita com um instrumento em forma de cunha) datada de 1800 a.C.. Esta tábua está localizada hoje na coleção da Universidade de Columbia, e contém uma tabela com quinze linhas de ternos pitagóricos. Como diz Crease (2011, p.18),

“A tábua era evidentemente uma tabela trigonométrica ou um auxílio didático para a regra de calcular hipotenusas de triângulos retângulos. Ela não contém variáveis, e parece que sua intenção era divulgar a regra por meio de uma lista de exemplos”.



Figura 2: Plimpton 322.

Para falarmos do início do teorema de Pitágoras devemos fazer uma breve viagem a uma matemática mais antiga, do que a época em que Pitágoras viveu (local, ano, século). A época em que estou me referindo é a da MATEMÁTICA BABILÔNICA e EGÍPCIA.

Os primeiros registros, que podem ser concebidos como um tipo de escrita, datam aproximadamente do quarto milênio antes da era comum e são provenientes da Baixa Mesopotâmia, onde atualmente se situa o Iraque. O surgimento da escrita e o surgimento da Matemática, nesta região, estão intimamente relacionados. As primeiras formas de escrita foram motivadas pela necessidade de se registrar quantidades e não foi somente o controle de rebanhos a maior motivação para a criação dos números, e sim o registro de quantidades de insumos relacionados à sobrevivência, mas - sobretudo - à organização da sociedade.

Por volta dos anos 1930, começaram a ser elaboradas novas teses sobre a origem da escrita, com a descoberta de novos tabletes ainda mais enigmáticos, mostrando que esta forma arcaica de escrita consistia de figuras como cunhas, círculos, ovais e triângulos, impressos em argila, provenientes da região de Uruk, datados de aproximadamente 3000 a.E.C.

Os registros eram usados para documentar atividades administrativas e exibiam um sistema complexo para controlar as riquezas, apresentando balanços de produtos e contas. Os tabletes mostram que eram usados diferentes sistemas de medidas e bases, dependentes do assunto tratado nos balanços. Neste momento, os símbolos não eram números absolutos, mas significavam diferentes relações numéricas dependentes do que estava sendo contado.

Tanto os mesopotâmicos quanto os egípcios realizavam uma espécie de cálculo de grandezas, ou seja, efetuavam procedimentos de cálculo sobre coisas que podem ser medidas (grandezas), e esta era uma das principais características de sua prática matemática. Podemos falar de “Matemática” babilônia, ou egípcia, mas tendo em mente que se trata de um conjunto de práticas muito distintas daquelas atualmente designadas por este nome.

Mas porque devemos voltar a Babilônia e ao Egito?

Um dos motivos é por causa da dificuldade em localizar no tempo as descobertas feitas no oriente antigo, isolamento de certas áreas, aos matérias de escrita sobre os quais as descobertas se preservaram, pois os babilônicos usavam tábulas de argila cozida e os egípcios usavam pedra e papiros, tendo esses últimos felizmente existência duradora em virtude do pouco comum clima seco da região. As evidências disponíveis são mais numerosas para a Matemática mesopotâmica do que a egípcia, provavelmente devido à maior facilidade na preservação da argila do que do papiro.

Temos notícia da Matemática egípcia por meio de um número limitado de papiros, como o de Rhind (figura 3), escrito em hierático e datado de cerca de 1650 a.C. O nome se deve ao escocês Alexander Henry Rhind que o comprou, por volta de 1850, em Luxor, no Egito. Este documento também é chamado papiro de Ahmes o escriba egípcio que o copiou, e encontra-se no Museu Britânico.



Figura 3: Papiro de Rhind.

Além das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, os babilônios sabiam também calcular potências e raízes quadradas, que eram registradas em tabletes.

A “geometria” dos babilônios e egípcios era essencialmente uma geometria métrica, isto é, preocupada em calcular comprimentos, áreas e volumes, para o que utilizavam algumas propriedades geométricas de figuras planas e de sólidos geométricos, sem que saibamos como chegaram a estes resultados. Como ainda hoje acontece na Matemática escolar, os exemplos de problemas babilônios e egípcios às vezes são bem artificiais, modelos simplificados de situações reais propostos para exercitar ou verificar as habilidades de cálculo dos escribas.

Encontram-se, entre os muitos tabletes achadas em sítios arqueológicos na Mesopotâmia, alguns que contêm problemas de geometria. Uma dos mais famosos é o YBC 7289 (figura 4), que já discutimos ao estudar como os babilônios achavam raízes quadradas. O tablete YBC 7290 na figura, que mostra um trapézio. Vemos que sua base maior e um dos lados são iguais a 2,20 (no sistema sexagesimal), e que a base menor é igual a 2, as propriedades dos triângulos retângulos são exploradas no exercício do tablete IM 55357 (ver [95], p. 100).

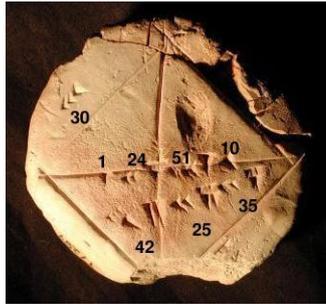


Figura 4: YBC 7289.



Figura 5: YBC 7290.



Figura 6: IM 55357.

É muito comum ouvirmos que a geometria surgiu da situação gerada pelas enchentes anuais do rio Nilo, que os antigos egípcios desenvolveram métodos usando cordas para refazerem na terra as marcações apagadas pelo rio, no intuito de serem redistribuídas entre aqueles que haviam sofrido prejuízos. Um desses métodos, que é bastante interessante, era a utilizar uma corda aberta com 3 nós igualmente espaçados, para construir um triângulo com lados medindo 3, 4 e 5, para medir a área das terras. Esta hipótese tem sua origem nos escritos de Heródoto:

“[Quando das inundações do Nilo,] o rei Sésotris enviava pessoas para inspecionar o terreno e medir a diminuição dos mesmos para atribuir ao homem uma redução

proporcional de impostos. Aí está, creio eu, a origem da geometria que migrou, mais tarde, para a Grécia”.(Heródoto, Oeuvres complètes II 109, p.183).

Por outro lado, Aristóteles afirma que a Matemática surgiu

“[...] em lugares nos quais as pessoas dispunham de lazer. Esta é a razão de a Matemática ter surgido primeiro no Egito; pois aí a casta dos sacerdotes tinha permissão para desfrutar de lazer.” (Aristóteles, Metafísica, 981b20-25, apud [75], pp. 258259.)

Mais o Teorema de Pitágoras já era conhecido na China cerca de 600 anos antes de Pitágoras e na Índia antiga, a regra provada por Pitágoras também era conhecida e utilizada. O problema era que os primitivos chineses e indianos, usavam matérias perecíveis, como as cascas de árvores e bambu. Assim em enquanto se dispões de uma grande quantidade de informações definidas sobre a matemática dos antigos babilônicos e egípcios, se conhece muito pouco sobre essa matéria com certo grau de certeza e clareza, no que diz respeito à China e a Índia na mesma época.

Na China temos o Zhoubi Suanjing, do terceiro século a.C., um famoso Livro que está o “Gou Gu”, o equivalente chinês do Teorema de Pitágoras. Esse livro chinês reuniu 246 problemas muito antigos. Como podemos ver na Figura 7.

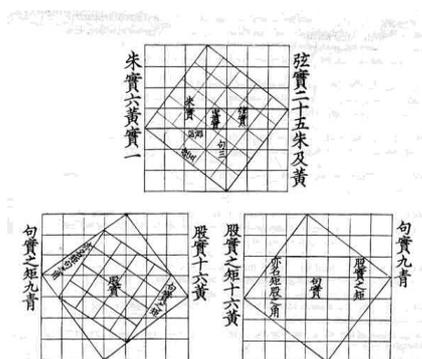


Figura 7: Gou Gu.

Na Índia antiga, a regra provada por Pitágoras também era conhecida e utilizada. Algumas aplicações estão registradas nos “Sulbasutras”, documentos que fazem parte do maior corpo de textos do período védico (1500 a.C. – 500 a.C.). Eles são as únicas fontes de conhecimento da matemática indiana. Ver na Figura 8.

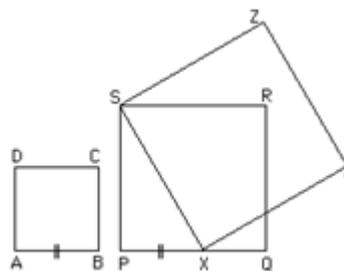


Figura 8: Sulbasutras.

A história tradicional nos conta que um dos primeiros matemáticos gregos foi Tales de Mileto, que teria vivido nos séculos VII e VI a.C. e sido influenciado pelos mesopotâmicos e egípcios. Diz-se que um de seus feitos teria sido, justamente, o cálculo da altura de uma das pirâmides do Egito, a partir da semelhança entre, por um lado, a relação desta altura com sua sombra e, por outro, a relação de sua própria altura com sua própria sombra. A Matemática pitagórica, datada da primeira metade do século V a.C., teria feito a transição entre as épocas de Tales e Euclides.

É verdade que os povos mesopotâmicos e egípcios, que foram citados anteriormente, realizavam cálculos com medidas de comprimentos, áreas e volumes. Contudo, estas práticas são bem diferentes da geometria grega. Nas práticas de medida, os problemas geométricos são transformados em problemas numéricos. Sem dúvida, os primeiros matemáticos gregos praticavam uma geometria baseada em cálculos de medidas, como os povos antigos. Não há, contudo, uma documentação confiável que possa estabelecer a transição entre a Matemática mesopotâmica e egípcia e a Matemática grega.

Também influenciado pela Matemática egípcia, Pitágoras teria introduzido um tipo de Matemática abstrata na Grécia. A narrativa histórica tradicional enfatiza a transição do tipo de Matemática realizada pelos babilônios e egípcios, profundamente marcada por cálculos e algoritmos, para a Matemática teórica, praticada pelos gregos, fundada em argumentações consistentes e demonstrações.

2.4. Uma demonstração do Teorema dito de Pitágoras.

O teorema de Pitágoras é um dos mais famosos teoremas da história da Matemática, pois, além de toda a lenda que o envolve, ele possui muitas demonstrações distintas. Na verdade, a cerca de 400 tipos de demonstração do Teorema, que são caracterizados por meio dos recursos matemáticos utilizados, tais como o método de Euclides (igualdade das áreas dos

quadriláteros), o método geométrico (figuras geométricas nas quais as áreas se mantêm), princípio da igualdade da decomposição, princípio da igualdade completamente, operações algébricas, relações de semelhança, métodos vetoriais, métodos da Geometria Analítica etc. Comparado aos outros tantos teoremas da Matemática, sem dúvida, o teorema de Pitágoras é o que possui o maior número de demonstrações. Estas demonstrações são, em sua grande maioria, geométricas, mas também existem demonstrações de caráter algébrico. Apresentaremos aqui, algumas demonstrações, dentre as centenas existentes do Teorema de Pitágoras. Vamos utilizar a importância histórica para apresentar uma das demonstrações.

Euclides de Alexandria (360 a.C. – 295 a.C.) foi um filósofo e matemático grego que escreveu, por volta de 300 a.C., uma das mais valiosas obras da história da Matemática chamada de “Os elementos”, que era uma coleção de 13 livros com muitas demonstrações de grande importância para a geometria e para a teoria dos números. Em “Os elementos” de Euclides, livro I, a proposição 47 é o teorema de Pitágoras acompanhado de sua demonstração. Observe como o teorema é enunciado:

Em um triângulo retângulo, o quadrado sobre o lado oposto ao ângulo reto é igual à soma dos quadrados sobre os lados que formam o ângulo reto.

Demonstração:

Euclides iniciou sua demonstração construindo três quadrados, a partir dos lados de um triângulo ABC, reto em A e construindo um segmento de reta perpendicular a hipotenusa com extremidades em A e K, conforme a figura abaixo. O objetivo de Euclides era mostrar que a soma das áreas dos quadrados menores é igual à área do quadrado maior.

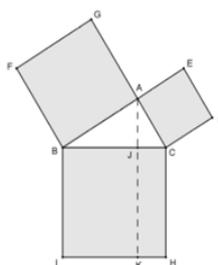


Figura 9: Demonstração de Euclides

A Demonstração Clássica do Teorema de Pitágoras mostra que um triângulo retângulo de hipotenusa a e catetos b e c , cujo lado é $b + c$.

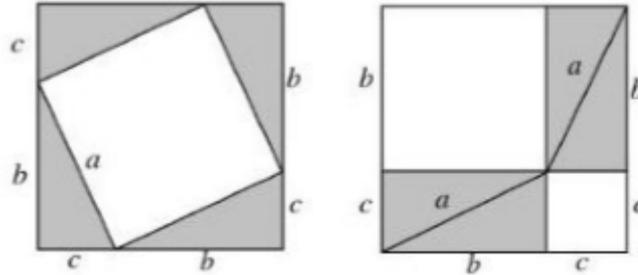


Figura 10: Demonstração Clássica do Teorema de Pitágoras.

Observe o quadrado: Tem a mesma área, já que o lado de cada quadrado mede $(b + c)$ seguinte forma:

$$a^2 + \left(\frac{b \cdot c}{2}\right) \cdot 4 = c^2 + b^2 + (bc) \cdot 2$$

$$a^2 + 2bc = c^2 + b^2 + 2bc$$

Cancelamos $2bc$, obtemos:

$$\underline{a^2 = b^2 + c^2}$$

Considerado uma das principais descobertas da matemática, o teorema de Pitágoras descreve uma relação existente no triângulo retângulo***(vale lembra que o triângulo retângulo pode ser definido pela existência de um de seus ângulos internos reto, isto é, medindo 90°)**. O maior lado de um triângulo retângulo, chamado de hipotenusa (palavra que tem origem no grego “*hypoteínousa*”, cujo significado é “contrário à” ...) é justamente o lado oposto ao ângulo reto e os outros dois lados que formam o ângulo reto são chamados de catetos (palavra que tem origem do grego “*Kathetos*” cujo significado é “que cai perpendicular”).

O enunciado dessa relação consiste em:

“Dado um triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos”.

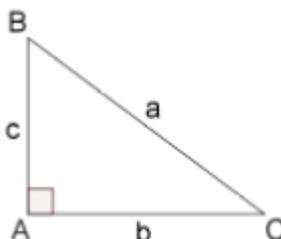


Figura 11: Triângulo retângulo

3. Conclusão

O teorema de Pitágoras é um tema que desperta a curiosidade de quem começa a estudá-lo. Por isso, este trabalho teve como objetivo apresentar parte da História da Matemática que envolveu um de seus grandes personagens, PITÁGORAS DE SAMOS, além da história do próprio Pitágoras e do teorema, que teria sido desenvolvido por ele.

Pitágoras e os pitagóricos foram pessoas que deixaram um legado matemático e filosófico muito grande, porém esta história importante da Matemática e envolta em muitas lendas, pelo fato de muitas de suas descobertas ficarem em segredo, além da perda da maioria dos documentos. Há uma lenda que diz que, neste ataque aos pitagóricos, toda a casa foi incendiada, queimando os registros de Pitágoras e sua escola. Os pitagóricos tinham por costume atribuir todas as descobertas ao fundador, por isso hoje é tão difícil saber se foi realmente Pitágoras que fez estas descobertas ou se foram outros membros que na época eram chamados de seus seguidores. (EVES, 1997).

Concluimos lembrando que há muito sobre o que falar de Pitágoras. Diríamos que revisitá-lo é sempre relevante.

ABSTRACT

This article discusses the History of the Pythagorean Theorem, where we try to show that this theorem is not his (improper baptism). This means that throughout the History of Mathematics, and even that of humanity, Pythagoras has been credited with having discovered or constructed this theorem which is one of the most important in the study of Geometry. Methodologically, we have plunged into his life since his birth, where there is much divergence as regards his parents and his homeland, but we can safely assume that he spent his early years in Samos, his youth, his deeds as the Pythagorean school, Content, etc. We conclude also showing its influence in the present day, mainly of this so spoken and famous Theorem that was demonstrated and is used of several forms, but that was not constructed by Pythagoras.

Keywords: History of Mathematics; Pythagoras. The Pythagorean Theorem.

Referências

BOYER, Carl. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 1996.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 1997.

LIMA, E. L. Coleção PROFMAT. **Temas e problemas elementares** / Elon Lages Lima, Paulo Cezar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado. - 5ª ed - Edição especial PROFMAT – Rio de Janeiro: SBM, 2013.

SINGH, S. **O Último Teorema de Fermat: a história do enigma que confundiu as maiores mentes durante 358 anos**. Rio de Janeiro: Editora Record, 2008.

GORMAN, P. **Pitágoras Uma vida**. São Paulo: Círculo do Livro, 1989.

RUSSEL, B. apud STRATHEM, P. **Pitágoras e seu teorema em 90 minutos**. Tradução Marcus Penchel. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1998. 82 p.

CYRINO, H. F. F. **Matemática & Gregos**. São Paulo: Editora Átomo, 2006.

CRESE, R. P. **As grandes equações: a história das fórmulas matemáticas mais importantes e os cientistas que as criaram**. Rio de Janeiro. Zahar, 2011.

