



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**MAXWELL DE ALCANTARA SILVA**

**OS POLIEDROS E A RELAÇÃO DE EULER EXPLORADOS COM MATERIAL  
CONCRETO E TECNOLÓGICO**

Campina Grande/PB  
2012

**MAXWELL DE ALCANTARA SILVA**

**OS POLIEDROS E A RELAÇÃO DE EULER EXPLORADOS COM MATERIAL  
CONCRETO E TECNOLÓGICO**

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

**Orientadora:** Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Kátia Maria de Medeiros

Campina Grande/PB  
2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

S586p

Silva, Maxwell de Alcantara.

Os poliedros e a relação de Euler explorados com material concreto e tecnológico. [manuscrito] / Maxwell de Alcantara Silva. – 2012.

59 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2012.

“Orientação: Profa Dra. Kátia Maria de Medeiros, Departamento de Matemática”.

1. Ensino de matemática. 2. Ensino médio. 3. Geometria. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

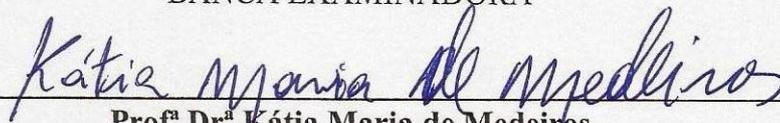
MAXWELL DE ALCANTARA SILVA

OS POLIEDROS E A RELAÇÃO DE EULER EXPLORANDOS COM  
MATERIAL CONCRETO E TECNOLÓGICO

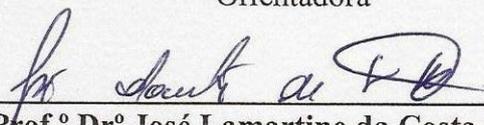
Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em 19 de 12 de 2012.

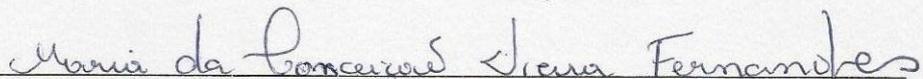
BANCA EXAMINADORA



**Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Kátia Maria de Medeiros**  
Departamento de Matemática – CCT/UEPB  
Orientadora



**Prof<sup>o</sup> Dr<sup>o</sup> José Lamartine da Costa Barbosa**  
Departamento de Matemática – CCT/UEPB  
Examinador



**Prof.<sup>a</sup> Msc Maria da Conceição Vieira Fernandes**  
Departamento de Matemática – CCT/UEPB  
Examinador

*Dedico este trabalho primeiramente a Deus, que tem suprido todas as necessidades e tem realizado grandes projetos em minha vida, a minha mãe Cleudemilde de A. Silva e a minha tia Maria de Lourdes Silva pelo apoio durante toda a minha trajetória. Aos meus irmãos Thiago e Wanderson Alcântara por ter estado comigo nestes momentos e ao meu grande amor Tereza Cristina minha companheira leal que tem dado muita força nesta caminhada e aos meus colegas que, de algum modo, contribuíram para o termino do mesmo.*

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, quero agradecer a Deus pela dádiva da vida e ter caminhado ao meu lado durante toda trajetória da minha vida.

À minha mãe Cleudemilde de A. Silva e a minha tia Maria de Lourdes Silva por ter me ensinado os valores adquiridos e por sustentando a possibilidade de realização do meu sonho. Aos meus irmãos Thiago de A. Silva e Wanderson de A. Silva por ter me apoiado nessa caminhada.

À minha esposa Tereza Cristina Cavalcante pelo apoio incondicional e compreensão estando sempre ao meu lado.

Um agradecimento especial à Profª Drª Katia Medeiros por ter me orientado, por ser uma pessoa dedicada, compromissada, pelo apoio, incentivo e paciência.

Agradeço a todos os professores que passaram por toda extensão da minha aprendizagem.

Aos amigos e colegas que de algum modo me ajudaram neste trabalho. Aos diretores, professores e funcionários meu muito obrigado pela força e compreensão e por me ter tão bem recebido para a realização desta pesquisa no colégio Felix Araujo.

*Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esqui ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. (...) se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom “resolvedor de problemas”, tem que resolver problemas.*

*(George Polya)*

## RESUMO

É notória a dificuldade existente na análise e representação dos sólidos geométricos não somente presente nos alunos, mais também em professores. Porém nosso trabalho deteve-se aos alunos do 2º ano do Ensino Médio, para a compreensão do conteúdo de geometria se especificando nos Poliedros de Platão e a Relação de Euler. Utilizamos como método de ensino e aprendizagem as Tarefas de Investigação Matemática. Os recursos didáticos utilizados como métodos para as atividades foram o aplicativo Poly e a utilização dos palitos de churrasco. Tendo como objetivos específicos: Estudar materiais concretos e tecnológicos; Auxiliar a construção dos Poliedros de Platão com palitos de churrasco; Familiarizar os alunos com o uso do aplicativo Poly no Laboratório de Informática; Propiciar a resolução de tarefas de exploração envolvendo os Poliedros de Platão e a Relação de Euler com o uso do aplicativo Poly; Propiciar a resolução tarefas de exploração envolvendo os Poliedros de Platão construídos palitos de churrasco e a Relação de Euler; Comparar os resultados da atividade com os materiais concretos e o aplicativo Poly e Identificar as vantagens e as limitações do material concreto e do aplicativo Poly para a compreensão da Relação de Euler. A metodologia foi levada em consideração o aspecto quantitativo. Foi aplicado um pré-teste para identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre geometria espacial e plana. A tarefa de investigação foi realizada com o auxílio do aplicativo Poly e depois com o material concreto os palitos de churrasco. Esta pesquisa foi realizada em outubro e novembro de 2012, numa turma do 2º do Ensino Médio, da escola E.E.E.F.M Félix Araújo, localizada em Campina Grande-PB. Os resultados foram satisfatório, evidenciando uma melhor absorção do conteúdo, evoluindo a partir das Tarefas de Investigação Matemática.

**Palavras-chave:** Relação de Euler; Explorações; Material Concreto; Poly; Ensino Médio.

## ABSTRACT

It is notoriously difficult in existing analysis and representation of geometric solids present in not only students, but also for teachers. But our work stopped students of 2nd year of high school, to understanding the geometry content is polyhedral in specifying the relationship of Plato and Euler. Used as a method of teaching and learning the tare fas mathematical research. The methods used as teaching resources for the activities were the application and use of poly barbecue sticks. Having specific objectives: Studying concrete materials and technology; Auxiliary construction of Plato's polyhedral with barbecue sticks; Familiarize students with the use of the application in Poly Computer Laboratory; Encourage the resolution of tasks evolving exploration of the Polyhedral Plato and Euler Relationship with us the application Poly; foster the resolution tasks evolving exploration of the Polyhedral Plato built of sticks and barbecue Relationship Euler; Compare the results of the activity with concrete materials and application Poly and identify the advantages and limitations of concrete material and application Poly for understanding the relationship of Euler. The methodology has taken into account the quantitative aspect. We administered a pre-test to identify students' prior knowledge about spatial geometry and flat. The research task was performed with the aid of poly application and then the concrete material sticks barbecue. This survey was conducted in October and November 2012, the 2nd in a class of high school, the school EEEFM Felix Araujo, located in Campina Grande-PB. The results were satisfactory, showing better absorption of content, evolving from the tasks of mathematical research.

**Key Words:** Euler relation; Explorations; Material Concrete; Poly; School

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Poliedros de Palitos de Churrasco.....	23
Figura 2: Modos de exibição do poly.....	26
Figura 3: Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura.....	28
Figura 4: Atividade de planificação com o aplicativo.....	38
Figura 5: Resposta do aluno 2.....	38
Figura 6: Resposta do aluno 3.....	38
Figura 7: Resposta do aluno 4.....	39
Figura 8: Utilização do data-show como recurso visual.....	40
Figura 9: Cubo construído com palitos de churrasco.....	40
Figura 10: Octaedro construído com palitos de churrasco.....	41
Figura 11: Aluno comenta a construção do poliedro.....	41
Figura 12: O grupo trabalhando na construção do poliedro.....	41
Figura 13: Dodecaedro construído.....	42
Figura 14: Tabela relacionada á Relação de Euler.....	42
Figura 15: Conclusão do aluno.....	43
Figura 16: Desafio.....	43

## **LISTA DE TABELA**

Tabela 1: Tabela de avaliação do pré-teste.....	35
---	----

## **LISTA DE GRÁFICO**

Gráfico 1: Gráfico de barras do pré-teste.....	36
--	----

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	13
<b>2. OBJETIVOS</b> .....	14
1.1. OBJETIVO GERAL.....	14
1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	14
<b>3. REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	15
3.1. ELEMENTOS DA HISTÓRIA DOS POLIEDROS DE PLATÃO.....	15
3.1.1 De Platão a Euler: Os Poliedros Regulares.....	15
3.2. MATERIAIS CONCRETOS E MATERIAIS TECNOLÓGICOS NO ENSINO EXPLORATÓRIO DA MATEMÁTICA.....	17
3.2.1. Materiais Concretos e Tecnológicos no Laboratório de Matemática.....	17
3.2.2. Materiais Concretos na Sala de Aula de Matemática.....	20
3.2.3. Os Poliedros de Palitos de Churrasco e a Visualização.....	22
3.3. APLICATIVO PARA O ENSINO EXPLORATÓRIO DA MATEMÁTICA.....	24
3.3.1. A Escolha de um Aplicativo.....	24
3.3.2. O Poly.....	26
3.4. UTILIZANDO EXPLORAÇÕES MATEMÁTICAS NA SALA DE AULA.....	27
3.4.1. A gestão das tarefas matemáticas.....	27
3.4.2. Explorações Matemáticas e Material Concreto.....	28
3.4.3. Explorações Matemáticas e o Uso do Poly.....	31
<b>4. METODOLOGIA</b> .....	31
<b>5. ANÁLISE DOS DADOS</b> .....	35
5.1 ANÁLISE DO PRÉ-TESTE.....	35
5.2. ANÁLISE DA ATIVIDADE 1.....	37
5.3. ANÁLISE DA ATIVIDADE COM O POLY.....	37
5.4. ANÁLISE DA ATIVIDADE COM OS PALITOS DE CHURRASCO.....	39
<b>6. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	44
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	46
APÊNDICE.....	49

## INTRODUÇÃO

Os conhecimentos sobre geometria tem apresentado pelos alunos dificuldades relacionadas á representação e interpretação das figuras geométricas. Primando a busca de novos métodos de aprendizagem e ferramentas dinâmicas, de exploração, estratégia, desafios e resultados, optamos por usar tarefas de exploração matemática para que o conteúdo proposto na pesquisa seja melhor compreendido pelos alunos. O conteúdo matemático abordado neste trabalho foi os poliedros de Platão e a Relação de Euler.

Foi proposto, assim, o trabalho com explorações matemáticas, pois os alunos podem estabelecer um processo de ensino aprendizagem dinâmico. Abrimos mão da aula tradicional “quadro e giz” para uma atividade que desafie o aluno, que se concentre na atividade, que obtenha estratégias, que trabalhe em grupo, propiciando discussão e inclusão social. Assim, os alunos puderam estabelecer suas ideias e formalizá-las para uma melhor compreensão dos Poliedros de Platão e a Relação de Euler. Utilizamos ferramentas para intermédio dessa aprendizagem que foram o aplicativo Poly e Palitos de Churrasco.

O trabalho teórico partiu de uma metodologia e de ferramentas que fugissem de uma aula tradicional, caracterizadas fórmulas e exercícios mecânicos.

A utilização do aplicativo Poly, nesta atividade, integrou um método que privilegiasse a visualização por parte do aluno, sendo um aplicativo dinâmico e de trabalho livre para que o aluno possa, assim, realizar suas explorações matemáticas.

A construção dos Poliedros de Platão com Palitos de Churrasco e bolas de isopor serviu de base para um intermédio da abstração do conhecimento matemático. Para a montagem desses poliedros, os alunos trabalharam em grupos, uma atividade que propõe uma interação e discussões, expondo suas estratégias e ideias, estimulando o raciocínio lógico-dedutivo para uma melhor abordagem do processo de conhecimento.

## OBJETIVOS

### 5.1. OBJETIVO GERAL

Propiciar a compreensão da Relação de Euler pelos os alunos do 2º Ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual utilizando explorações matemáticas com o material concreto (palitos de churrasco) e o aplicativo Poly.

### 5.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Estudar materiais concretos e tecnológicos;
- Auxiliar a construção dos poliedros de Platão com palitos de churrasco;
- Familiarizar os alunos com o uso do aplicativo Poly no Laboratório de Informática;
- Propiciar a resolução de tarefas de exploração envolvendo os Poliedros de Platão e a Relação de Euler com o uso do aplicativo Poly;
- Propiciar a resolução tarefas de exploração envolvendo os Poliedros de Platão construídos palitos de churrasco e a Relação de Euler;
- Comparar os resultados da atividade com os materiais concretos e o aplicativo Poly;
- Identificar as vantagens e as limitações do material concreto e do aplicativo Poly para a compreensão da Relação de Euler.

Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) foi organizado da seguinte forma: explicitamos o objetivo geral e específico, depois foi preparado uma revisão de literatura, a seguir, alguns aspectos da história dos Poliedros de Platão e retratando a história de Leonardo Euler, grande matemático, que tanto contribuiu para o avanço da Matemática; Materiais concretos e materiais tecnológicos no ensino exploratório da Matemática; Aplicativo para o ensino exploratório da Matemática; Utilizando explorações matemáticas na sala de aula; Metodologia e conclusão dos resultados obtidos.

## REVISÃO DE LITERATURA

### 3.1. ELEMENTOS DA HISTÓRIA DOS POLIEDROS DE PLATÃO

#### 3.1.1 De Platão a Euler: Os Poliedros Regulares

Segundo o livro de Historia da Matemática de Howard Eves (2004), o início dos poliedros regulares se esconde no passado, são chamados erradamente poliedros de Platão já que três deles, o tetraedro, o cubo e o dodecaedro teve contribuição dos pitagóricos, o octaedro e o isosaedro a Teeteto. Platão fez a descrição do cinco poliedros regulares em seu Timeu, mostrando construção dos sólidos formando as faces juntando triângulos, quadrados e pentágonos. Sendo o primeiro matemático a demonstrar a existência dos cinco poliedros regulares.

Numa possível visita a Itália, Timeu de Platão é o Timeu de Locri, encontra Platão e no trabalho mistifica os poliedros associando aos quatro elementos da natureza o cubo seria a “terra”, o tetraedro o “fogo”, o octaedro “ar” e o icosaedro “água” e o dodecaedro de difícil explicação foi contornado associando ao universo.

Johnn Kepler (1571-1630) foi matemático, astrônomo e estudioso da numerologia, abordou explicações para associação proposto de Timeu sobre os poliedros e indagou explicações intuitamente a que o tetraedro marca um menor volume na sua superfície e o icosaedro um maior volume associando às qualidades de volume-superfície a secura e umidade correspondendo a “fogo” sendo o mais seco e “água” úmido. O cubo com maior estabilidade em suas faces num plano, sendo a “terra”, o octaedro segurado por dois de seus vértices facilmente rodopia mantendo-se assim pouca instabilidade promovendo relação com o “ar”, e por último o dodecaedro que por razões de um sistema zodiacal que tem doze seções comparando com suas faces associa-se ao “universo”.

Um polígono regular possui faces com polígonos regulares congruentes e seus ângulos poliédricos são iguais. A nomenclatura dos poliedros regulares se dar por conta das faces existentes assim um tetraedro possui quatro faces triangulares, o cubo possui seis faces quadrangulares, octaedro possui oito faces triangulares, o dodecaedro possui doze faces pentagonais e o icosaedro possui vinte faces triangulares.

“Em 1727 vamos encontrar pela primeira vez o homem que a partir do segundo quarto do século XVIII iria dominar a Matemática, a Física e a Astronomia, influenciar

profundamente a vida intelectual de toda a Europa de então e ser o pai de muitas correntes de pensamento que vieram a dar frutos no século seguinte. Este foi Leonardo Euler (1707-1783)”. (revista da RPM nº 3)

Euler nasceu na Suíça na cidade de Basileia em 15 de abril de 1707, sendo filho único de Paul Euler pastor protestante e de Margarete Brucker. De início Euler foi educado pelo próprio pai e depois enviado a um ginásio de Basileia de nível fraco que não dispunha das aulas de matemáticas que se complementavam em aulas particulares. Aos treze anos foi para universidade de



Basileia e teve como ensinador por Jean Bernoulli considerado o “Arquimedes de sua era” três matemáticos conceituados daquela época eram ensinados por Jean Bernoulli, assim Euler estava nas mãos de um grande mestre, e por sua destreza na matemática foi chamado pelo seu mestre de “incomparável príncipe da matemática”.

Aos 19 anos apresentou uma tese na cátedra de física denominada *DISSERTAÇÃO FÍSICA SOBRE SOM*, serviu de guia de pesquisa para o restante do século, tornou-se um clássico como conhecemos hoje.

Aos 21 anos foi indicado como “estudante de fisiologia” por Daniel Bernoulli, depois veio a ser associado de matemática se desvaindo da fisiologia, foi para Alemanha como diretor da classe de matemática na academia de ciências e belas-letas de Berlim. Recebeu premiações por doze vezes pela academia de Paris.

Euler casou-se por duas vezes com Katharina Gsell e, após seu falecimento, casou com Salome Abigail Gsell, teve três filhos Johan Albrecht, Carl e Christophe.

Euler abrangeu os ramos da física experimental, Química, Astronomia, da Engenharia, Geodésia, Geografia, da Economia, da Demografia, e teve conhecimentos em áreas distintas ultrapassando a ciência música, filosofia e religião. Publicou 50 livros e cerca de 800 artigos. Passeou pelos diversos ramos da Matemática com fórmulas e teoremas. É o homem que deve ser colocado ao lado de Arquimedes (287 A.C – 212 A.C), Newton (1642-1727) e Gauss (1777-1855).

## 3.2. MATERIAIS CONCRETOS E MATERIAIS TECNOLÓGICOS NO ENSINO EXPLORATÓRIO DA MATEMÁTICA

### 3.2.1. Materiais Concretos e tecnológicos no Laboratório de Matemática

Segundo Lorenzato (2009), cada autor tem sua concepção sobre os materiais concretos. O LEM (Laboratório de Ensino de Matemática) deve ser um centro de conhecimento que passa pelo professor, onde o material utilizado serve de intermédio para o abstrato, por isso o LEM deve ser antes de tudo um lugar com origem, espaço físico ambientado para despertar o público alvo que se destina, buscando assim o aluno a descobrir, explorar, conjecturar e resolver problemas matemáticos influenciando na aula, sendo diferente da aula tradicional.

A Universidade, para o autor, tem um papel perante a sociedade desenvolvendo projetos que são utilizados em benefício da sociedade, servindo assim de ligação para atividades matemáticas tais como: implantação de laboratórios, capacitação de professores, desenvolvimento de centros de divulgação científica, pesquisa do processo de ensino aprendizagem da Matemática, participação em programas de pós-graduação, intercâmbio com outros centros ligados à Educação Matemática, investigação da prática da sala de aula, estudo de propostas curriculares.

O uso do material concreto auxilia o aluno em problemas que requerem raciocínio lógico, impulsionando o aluno a pensar, forçando a sua mente de maneira lúdica. A utilização do LEM traz muitos benefícios à aprendizagem, onde o aluno tende a trabalhar com seu raciocínio lógico-dedutivo, trazendo para si um mundo novo, tendo correspondência do material concreto ao abstrato de forma lúdica. Desse modo, fugindo do tradicional ao qual não deve existir numa matéria tão abstrata, que tenha uma maior interação professor e aluno que busquem o resultado numa perspectiva de mecanismos que ajudem na procura de erros, que ajude na busca de soluções, o aluno deve compreender o MD (material didático) para poder compreender o resultado, direcionando o aluno a descoberta do conhecimento, sendo motivado a buscar resultado e o professor ganha novos métodos de ensino abrindo um leque de possibilidades na sua metodologia.

O Brasil sempre teve uma metodologia formal ao longo de sua história, mais influenciado por um toque modismo na utilização de materiais concretos. Por outro lado, os materiais concretos fazem um papel de ligação entre os fatos concebidos pelo material e as

situações matemáticas, assim se abstraído conhecimento. Trazendo para uma estruturação matemática existe um isomorfismo ao qual transferindo obstáculos de sistemas simples de soluções para um mais complicado, ou menos acessível. Não existe isomorfismos perfeitos, são aproximações da realidade conseguidas por intermédio de situações e propriedades adquiridas com o manuseio do material, ao qual se codifica e manda uma análise mais simples da situação problema.

Apesar de poucos professores utilizarem o material concreto ocorre que, quando acaba a aula com o material, o professor volta a dar aula formal, a memorizar problemas repetitivos pensando que desta forma esteja assegurado o conhecimento. Muitas vezes a escola e os professores não estão preparados para a utilização do material manipulável, deixando escasso um processo de criação em situações reflexivas.

Segundo Lorenzato (2009) a aprendizagem pode se tornar compreensiva e agradável, professores e alunos fazendo reflexões sobre o objeto estudado. Muitos professores rejeitam a utilização do LEM, porém muitos deles também nunca tiveram nenhum conhecimento nem contato e falar sem ter experimentado não vale.

Malba Taham (Citado por LORENZATO, 2009) sugere que o professor tente fazer o aluno raciocinar por meio do material concreto. O aluno precisa produzir conhecimento e não somente praticar um mecanismo formal de copiar, é preciso que o aluno esteja exposto em situações que configurem produção do conhecimento que haja abstração do vivenciado, pois sem essa necessidade não modifica as condições existentes. Muitos professores ainda sofrem por causa da resistência da aula utilizando quadro e giz e não se pode misturar vontade da utilização sem um conhecimento pleno do material utilizado.

Scheffer (2009) mostra-nos um trabalho realizado visa uma melhor compreensão da geometria plana com a utilização de dobraduras e um aplicativo. Segundo a autora, em 1990, surge a necessidade da busca de novas atividades que visem à aprendizagem nova, novas metodologias na prática de ensino. Surgiu um grupo de estudo de Matemática, e que funciona o Laboratório de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (LEPEM), que se encontra na Universidade Regional Integrada do Alto do Uruguai e das Missões (URI)- Campos do Erechim- ao qual oferece suporte acadêmico a professores e alunos.

A utilização da dobradura e com o aplicativo usado, para autora, torna a aula dinâmica proporcionando interação e a discussão das atividades vivenciadas, adquirindo experiências sobre as propriedades dos polígonos, podendo observar, manusear e fazer relações, trabalhar ideias, tirando suas próprias conclusões indo muito além das fórmulas e palavras-chave

decoradas. O trabalho reflete conceitos geométricos de modo lúdico, a partir de experiências, chegando a resultados de construções de triângulos equiláteros, retângulos, estudo de retas, semi-retas, ângulos. Tudo isso com o auxílio do aplicativo de geometria dinâmica. Scheffer (2009) afirma que:

O uso das novas tecnologias no auxílio da aprendizagem trazem novas culturas na prática pedagógica de ensino e uma linguagem diferencial com recursos de campos interativos utilizados pela mídia de ensino para uma busca de atividade interativa, mudando assim a prática de ensino do professor e a abordagem da aprendizagem pelo aluno. O sucesso de um aplicativo então depende da aplicação em conjunto com o currículo e a utilização propriedades na sala de aula com o auxílio do professor. (p. 100)

Obtenção do resultado, encontrado por Scheffer (2009), torna bastante satisfatório o uso da tecnologia e do material concreto, quando bem utilizado e preparado como recurso expressivo no desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo para resolução de problemas, pois o aluno tende a sistematizar uma forma de solucionar o problema, Miskulim (2009) afirma:

Em uma era moderna vivemos hoje um período ou era digital, novos costumes e cultura são imposta diretamente na vida, e a matemática precisa ampliar horizontes, dominar novas ferramentas, novas tecnologias no objetivo de trazer essa realidade vivenciada para a sala de aula. O mundo tecnológico proporciona novas ferramentas delimita aulas tradicionais pautadas de paradigmas mecânicos e os professores precisam estar aptos a utilizar novas práticas de ensino. (p. 153)

No caso, autora afirma da-se ênfase na criação do Laboratório de Ensino e Pesquisa em Educação Matemática (LAPEMMEC) e as TICs na importância da formação do novos professores, aumentando as potencialidades de ensino aprendizagem como recurso válido a resolução de problemas, de maneira a dinamizar a aula, num contexto que difere de conceitos formalizados da simples colação de palavras-chave.

Na dimensão conceitual o Laboratório é um espaço físico, é um local de realização de saberes, um espaço interativo de abordagem de experiências compartilhadas entre professores, alunos e pesquisadores, estudando as potencialidades adquiridas por meio das TICs.

Vale salientar que somente um ambiente construtivo e ambientes didáticos não garantem inteiramente a construção do conhecimento, afirma a autora, é de extrema importância o auxílio do professor para trabalhar com as TICs, na busca de estratégias e objetivos para uma melhor abstração do saber junto a um aplicativo educativo.

### 3.2.2. Materiais Concretos na Sala de Aula de Matemática

Segundo Santos e Falcão (1999) o Brasil sempre teve uma metodologia formal ao longo de sua história, mais influenciado por um toque modismo na utilização de materiais concretos. Para os autores, os materiais concretos fazem um papel de elo entre os fatos concebidos pelo material e as situações matemáticas. Trazendo para uma estruturação matemática existe um isomorfismo ao qual transferindo obstáculos de sistemas simples de soluções para um mais complicado, ou menos acessível, não existe isomorfismos perfeitos, são aproximações da realidade conseguidas por intermédio de situações e propriedades adquiridas com o manuseio do material, ao qual se codifica e manda uma análise mais simples da situação problema.

Os autores afirmam que Piaget alerta que uma aula ativa não é aquela que oferece com material concreto, mas sim a que abra espaço para uma interação professor e aluno, que abra espaço para reflexão frente ao trabalho proposto, analisando as situações passo a passo. Esses conceitos são os que tornam válido a utilização do material manipulativo. Para muitos professores o conhecimento se dá pelo material, porém só o material concreto não traz conhecimento, é preciso analisar as ações influenciadas pelo objeto na resolução de problemas. O material manipulativo em sala de aula traz propriedades para que o aluno possa solucionar problemas matemáticos.

Os autores ainda afirmam que apesar de poucos professores utilizarem o material manipulativo ocorre que quando acaba a aula com o material o professor volta a dar aula formal, a memorizar problemas repetitivos pensando que desta forma esteja assegurado o conhecimento. Muitas vezes a escola e os professores não estão preparados para a utilização do material manipulável, deixando escasso um processo de criação em situações reflexivas.

Lorenzato (2009) salienta que muitos educadores deram importância a utilização de recursos que auxiliassem na aprendizagem, dentre eles Comenius (1650) que o ensino começa pelo concreto ao abstrato, Lock (1680) viu a necessidade de experiência para obter-se conhecimento, Rosseau recomendou a experiência direta sobre os objetos e muitos outros. Pastalozzi e Froebel, por volta de 1800, Herbat, Dewey (1900), Poincaré, recomendava o uso de imagens vivas para auxílio nas variedades matemáticas. Piaget, Vigostky e Bruner, Malba Taham e vários outros, cada um vendo a importância da utilização de ferramentas que auxiliem na aprendizagem.

Segundo o autor, existem materiais para a observação os chamados *objetos estáticos* no caso de sólidos geométricos e os materiais manipulativos que permitem maior interação com o objeto, o ábaco, jogos de tabuleiros e existem materiais que auxiliam na redescoberta, por exemplo, do material dos 18 palitos, ao qual se pode variar a sua estrutura trabalhando com perímetro, área e etc. Lembrando que seja preciso que haja trabalho mental por parte do aluno na construção do seu saber por intermédio do MD para que se tenha um resultado final.

O processo de aprendizagem, salienta o autor, se faz junto aos sentidos, tato, visual e audição, trabalhando com o concreto para se chegar ao abstrato. O uso do MD se faz antes de tudo uma aula diferente, com envolvimento e satisfação, para alguns professores que tem medo do novo, basta conhecer pra se envolver e ver que é fácil a sua utilização, alguns acham que pode retardar o conhecimento intelectual estão equivocadamente errado, uma pesquisa realizada em Brasília em uma escola com 180 alunos cursando a 5º série, entre 11 e 12 anos de idade, essas crianças pertenciam a escolas distintas e de níveis sociais diferentes, 70% consideravam a Matemática como uma matéria muito difícil, o professor trabalhou com uma turma com o uso do MD e na outra turma sem o uso do MD, a sala que trabalhou com o uso do MD teve um resultado positivo.

A aprendizagem do aluno de muito dependerá do professor, afirma o autor, pois só a utilização do MD sem recurso não valerá de nada, primeiro passo ao utilizar o material concreto é o da exploração, o aluno deve ter um momento de conhecimento do material, daí ocorrer descobertas, dúvidas, produção de conhecimento, conjecturas. Com o manuseio, o aluno tem a capacidade de construir seu próprio saber e o professor auxiliando o aluno a chegar num resultado de conclusão. Todos através do mesmo objetivo, o aluno aprende desenvolvendo seu conhecimento cognitivo trabalhando, descobrindo, explorando, errando, chegando a soluções.

Todas estas possibilidades de trabalho com os materiais concretos não se restringem ao ambiente do LEM, mas podem ser implementadas na sala de aula também. Um armário para guardar os materiais concretos pode ser o único objeto indispensável, indispensável mesmo é o planejamento e a reflexão do professor sobre as tarefas e a prática letiva, afim de identificar avanços e dificuldades dos alunos no processo ensino-aprendizagem.

### 3.2.3. Os Poliedros de Palitos de Churrasco e a Visualização

De acordo com o PCN (2002), a geometria no Ensino Médio deve contemplar objetos geométricos, posições relativas de objetos geométricos, figuras espaciais e planas com suas relações, sólidos geométricos e suas propriedades de congruência e semelhanças de figura espaciais e planas e suas análises, disposta como desenho, planificações e construções. Este documento afirma que, a geometria está presente em todas as formas naturais, em uma infinidade de objetos do nosso cotidiano. No Ensino Médio trata os desenhos, planificações modelos e objetos do mundo real, trabalhando medidas e dimensionamentos, assim trata-se de formas planas e tridimensionais propostas em quatro atividades temáticas: geometria plana, espacial, métrica e analítica.

Segundo Kaleff (2003), nas últimas décadas, a Educação Matemática foi voltada para á incentivar os alunos a desenvolver habilidades de visualização dos objetos do mundo real e em graus mais elevados como o da Matemática. Esse processo é de grande importância assim como a parte ‘de calcular algebricamente e a de simbolizar algebricamente’. Segundo a autora, as escolas e universidades tem dado, em si, pouca ênfase nas atividades de visualização geométrica, apesar da importância desta atividade nas formas geométricas de interpretação gráfica e de representações.

A habilidade de visualização e de suma importância para o indivíduo, salienta, tendo o controle, assim, do conjunto das operações mentais exigidas para o entendimento da geometria, são processos desta atividade: reconhecer as propriedades de algum objeto (real ou imagem mental), identificar uma figura plana, conhecendo os demais elementos do desenho, produzir imagens mentais de um objetos e visualizar suas transformações e movimentos e outras mais.

Na Matemática, os elementos geométricos (ponto, reta, plano, sólidos e etc.) tiveram preceitos envolvidos na origem do mundo real, afirma a autora, assim abstraído de objetos matérias. Esse processo, de acordo com a autora, torna-se perturbador para os alunos que não percebem que os objetos geométricos são abstratos, pois ao ver uma figura no livro ele esta vendo uma *representação* de uma figura geométrica.

Além disso, salienta a autora, é importante não confundir a habilidade da visualização que é a percepção do objeto geométrico no geral com a percepção visual da representação que existem deste objeto. A criança percebe o espaço em sentidos e o seu reconhecimento é valido

pelo tato, a partir deste contato é que chegam as informações para a construção de uma imagem mental, ao qual evocará na sua ausência.

Os conjuntos das imagens mentais são transformadas em objetos, que são envolvidas pelo seu raciocínio. Assim apresenta-se com sucesso a representação do objeto observado elaborando um modelo concreto. Apesar da existência de várias teorias de como se processam a visualização em nossa mente é de grande importância o ensino da geometria que se pode desenvolver o apoio á visualização a partir de materiais didáticos e materiais concretos que representem o objeto geométrico em estudo.

Para minha concepção os materiais concretos são de suma importância para a aprendizagem, pois a utilização dos palitos de churrasco como material concreto ajuda na compreensão do processo de visualização, na representação da figura geométrica, por tanto devido ao manusear o material concreto e analisá-lo o aluno pode constatar propriedades. As reflexões observadas pelo aluno sobre o material concreto possibilita uma melhor percepção da situação matemática, constatando e conjecturando num processo de raciocino lógico permitindo a busca de soluções.



FIGURA 1: Poliedros de Palitos de Churrasco.

### 3.3. APLICATIVO PARA O ENSINO EXPLORATÓRIO DA MATEMÁTICA

#### 3.3.1. A Escolha de um Aplicativo

Para Miskulim (2009) a escolha de um aplicativo educativo tem que ser baseado num aspecto teórico e metodológico vinculado a uma filosofia educacional. A descoberta da computação na área educacional tem uma grande potencialidade que ainda não está totalmente explorada e, nesse contexto, surge novas possibilidades e ferramentas, ocorrendo o medo da sua utilização por muitos docentes.

A autora relata alguns aplicativos na categoria de educação são: “drill and practice (repetição e prática), tutorial systems (sistemas tutoriais), computer simulations (simulação), problem-solving software (aplicativos de resolução de problemas), tool software (aplicativos de ferramenta), programming (programação), integrated learning systems (sistemas integrado de ensino) e computer-managed instruction (instrução gerenciada por computador).

De acordo com Oliveira e Domingos (2008):

Existe uma gama de programas que podem estar disponíveis para os alunos e professores de várias categorias. Os tutoriais são sistemas de computadores que fazem praticamente o papel do professor. Muitos softwares abordam modalidades de exercícios e práticas, jogos e simulações. Na modalidade de exercícios aplica-se pelo aluno a resolução pela memorização e repetição de procedimentos. Os jogos possuem ação de descoberta e interação num dado contexto. As de modelação e simulação trazem a possibilidade de representação de fenômenos do mundo real que não poderia ser trabalhados com o lápis e papel com igual qualidade e realismo, podendo testar hipóteses e analisar resultados obtidos. (p. 280)

Estes autores afirmam que existem categorias de aplicativos que utilizam o computador como ferramenta, o uso de processadores de textos, programas de cálculos e de geometria dinâmica. Deve-se observar que o professor tem que conhecer as potencialidades dos aplicativos para que possa reportar um bom processo de aprendizagem para o aluno.

Para uma boa qualidade da atividade, recomendam os autores, é bom fazer uma avaliação sobre o aplicativo utilizado no processo de ensino-aprendizagem. Nas pesquisas visando à escolha deste aplicativo é bom observar algumas recomendações na avaliação do aplicativo educativo, uma delas o caráter multidimensional sendo às dimensões psicológica, tecnológica e didática, incidindo nos planos da sua utilização em contextos concretos e os

resultados relacionado á estes contextos. A partir da avaliação visando o conhecimento sobre o aplicativo, haverá a possibilidade de o professor integrá-la no currículo.

Segundo á OCEM (ORIENTAÇÕES CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO, 2006), na tecnologia para o ensino da Matemática existem aplicativos matemáticos que permitem uma maior exploração e construção de conceitos matemáticos referidos nesse texto como programas de expressão, esses recursos provocam atitudes que influenciam no ‘pensar matematicamente’ de forma natural consiste que o aluno construa, experimente, conjecture e formalize estratégias para o resultado do determinado problema.

Esses aplicativos possuem características como:

- a) Conter alguns conceitos matemáticos.
- b) Em um mesmo aplicativo pode existir boa variabilidade de representações matemáticas (numérica, algébrica e geométrica).
- c) Enriquecimento de sua base por meio da macronstrução, tendo a possibilidade de expandir assim o conhecimento.
- d) Interação com os objetos na tela.

Para a aprendizagem da geometria existem aplicativos que dispõe uma gama de instrumentos, menus de construção numa linguagem clássica, régua e compasso virtuais – reta, perpendicular, mediatriz, ponto médio, bissetriz e etc. preserva-se a figura geométrica montada e pode-se aplicar movimentos a seus elementos – essa característica comporta aplicativos chamados programas de geometria dinâmica. Esses programas enriquecem o conhecimento por parte da geometria.

O documento cita um exemplo de uma atividade que pode ser feita com a utilização de um aplicativo de geometria.

Para o Teorema de Pitágoras, partindo do triângulo retângulo e dos quadrados construídos sobre seus lados, podemos construir uma família de “paralelogramos em movimento” que, conservando a área, explica por que a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas construídas sobre os catetos. (OCEM, 2006, p. 88)

Para os poliedros existem aplicativos que visualizam o sólido em diferentes vistas, realizam movimentos e fazem planificações. São programas utilizados especificamente para visualização no espaço.

### 3.3.2. O Poly

Um destes aplicativos é o Poly, um programa shareware para exploração e construção de poliedros. Com o Poly você pode manipular sólidos poliédricos no computador em uma variedade de maneiras. Versões achatadas (redes) de poliedros pode ser impresso e depois cortado, dobrado e colado, para produzir modelos tridimensionais.

O Poly é usado em escolas e lares de todo o mundo. Existem versões em Inglês, Holandês, Espanhol, Francês, Dinamarquês, Alemão, Italiano, Polonês, Húngaro, Estoniano, Chinês tradicional, Coreano e uma interface. Mostrado a seguir três modos de exibição Poly:

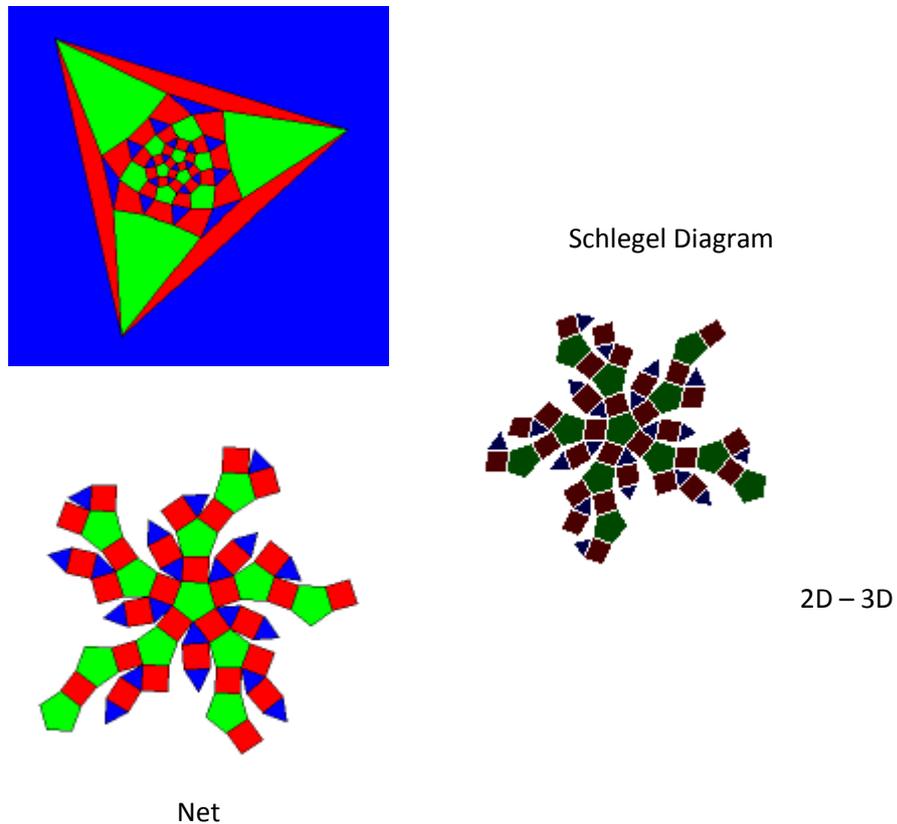


FIGURA 2: Modos de exibição do poly.

O Poly inclui todos os seguintes poliedros:

Os sólidos platônicos, o tetraedro, o cubo, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro. Cada poliedro platônico é construído utilizando (múltiplas cópias) de um único polígono regular, o mesmo número de faces poligonais é utilizado em torno de cada vértice. Um polígono é regular se todas as suas arestas têm o mesmo comprimento e todos os seus ângulos internos são iguais. Tanto o triângulo equilátero e quadrado são polígonos regulares.

Permite visualizar as classificações dos poliedros : Os sólidos Arquimedianos, Prismas e Anti-Prismas, os Sólidos de Johnson, os Sólidos de Catalan, Dipyramids e Deltoedros, Esferas Geodésicas e Hemisférios Geodésicos.

### 3.4. UTILIZANDO EXPLORAÇÕES MATEMÁTICAS NA SALA DE AULA

#### 3.4.1. A gestão das tarefas matemáticas

Ponte (2005) nos apresenta um quadro organizador dos diferentes tipos de tarefas que podem ser utilizadas na aula de Matemática. Segundo o autor, duas dimensões fundamentais das tarefas são o grau de desafio matemático e o grau de estrutura.

O grau de desafio matemático relaciona-se de forma estreita com a percepção da dificuldade de uma questão e constitui uma dimensão desde há muito usada para graduar as questões que se propõem aos alunos, tanto na sala de aula como em momentos especiais de avaliação como testes e exames. Varia, naturalmente, entre os pólos de desafio “reduzido” e “elevado”. O grau de estrutura é uma dimensão que só recentemente começou a merecer atenção. Varia entre os pólos “aberto” e “fechado”. Uma tarefa fechada é aquela onde é claramente dito o que é dado e o que é pedido e uma tarefa aberta é a que comporta um grau de indeterminação significativo no que é dado, no que é pedido, ou em ambas as coisas. (p. 7 )

Relacionando-se estas duas dimensões, obtêm-se quatro quadrantes. Tendo em vista as respectivas propriedades, podemos situar neles os três tipos de tarefas (ver figura 3):

- a) Um *exercício* é uma tarefa fechada e de desafio reduzido (2º quadrante);
- b) Um *problema* é uma tarefa também fechada, mas com elevado desafio (3º quadrante);
- c) Uma *investigação* tem um grau de desafio elevado, mas é uma tarefa aberta (4º quadrante).

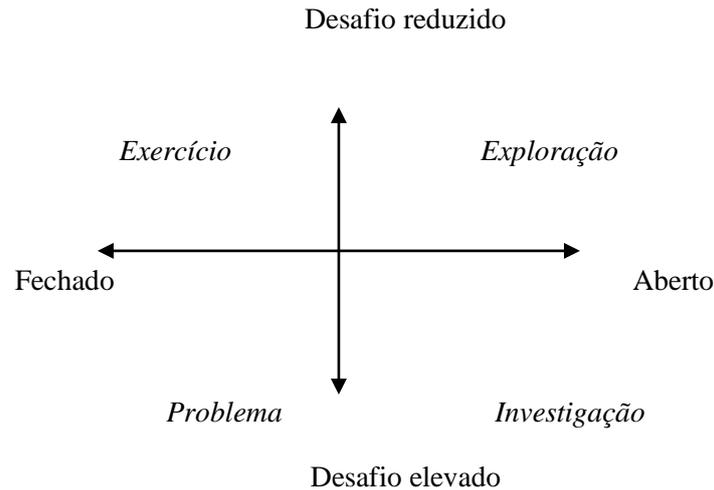


FIGURA 3 – Relação entre diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e de abertura.

### 3.4.2. Explorações Matemáticas e Material Concreto

De acordo com Ponte (2005), entre as tarefas de exploração e as de investigação a diferença está no grau de desafio. Se o aluno puder começar a trabalhar desde cedo, *sem muito planejamento*, estaremos perante uma *tarefa de exploração*. Caso contrário, será talvez melhor falar em tarefa de investigação.

O autor afirma que, entre as tarefas de exploração e os exercícios a linha de demarcação nem sempre é muito clara, uma vez que um mesmo enunciado pode corresponder a uma tarefa de exploração ou a um exercício, conforme os conhecimentos prévios dos alunos. Por exemplo, cita o autor, consideremos a questão: “*Qual o valor médio dos pacotes de café do supermercado?*” Se os alunos já aprenderam a determinar o valor médio, seja pela expressão  $\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$ , seja pela regra “somam-se todos os valores e divide-se pelo seu número”, tratar-se-á de um simples exercício. Por outro lado, salienta o autor, se os alunos ainda não aprenderam formalmente a calcular a média de um conjunto de valores, esta será uma tarefa de natureza exploratória, na qual os alunos precisam mobilizar os seus conhecimentos intuitivos.

Ponte (2007, p.421) afirma:

O termo "investigação" pode parecer para alguns como intimidante. Como consequência, na prática, muitas vezes, se fala de "explorações". Estas são muitas vezes consideradas como tarefas, que têm uma natureza aberta, mas não são tão sofisticadas como investigações. É claro que a linha entre explorações e investigações é tão turva como a linha entre exercícios e problemas e, muitas vezes esses termos são utilizados alternadamente. O importante é que, em ambos os casos, o problema não está completamente formulado previamente e o aluno tem um papel a desempenhar na definição da questão Matemática a perseguir.

Um estudo realizado em Portugal por Segurado, Ponte e Cunha (citados por SEGURADO & PONTE, 1998) com alunos da 5<sup>o</sup>, 6<sup>o</sup> e 7<sup>o</sup> Ano em explorações e investigações matemáticas, concluem que estas tarefas estão ao alcance de todos mostrando o envolvimento de todos os alunos numa autonomia de suas atividades para a compreensão da Matemática, onde todos são capazes de realizar estas experiências. Esse estudo teve como objetivo para análise os conceitos matemáticos, conjecturas, discussão, processos matemáticos e argumentação matemática. Por outro lado, para Ponte e Carreira (Citado por Ponte e Segurado, 1998, p. 5) mostra que seria desfavorável á tarefa para os alunos do ensino secundário visto que não estão preparados para atividades envolvendo problemas na disciplina.

Na minha concepção as tarefas podem ser efetuadas e executadas com todos os alunos, pois até nas salas de aulas se divergem vários níveis intelectuais e cabe ao professor analisar todos os fatores ponderantes nas tarefas.

É uma atividade de exploração citada pelo texto com o referido aluno Francisco a professora indaga sobre sua concepção do que seja Matemática ele responde :*números... contas, tabuada.*

Sua resposta manifesta o que foi apreendido na escola primária muitos cálculos o que vem a sua primeira ligação, ele próprio confirma a sua resposta:

[Tabuada e contas foi] das coisas que fizemos mais [na escola primária]. Na primária é assim como uma coisa rija, nós temos de fazer o ensino como nos mandam, não podemos estar a explorar nem a fazer coisas. Agora daqui para a frente já aprendemos mais coisas, já podemos fazer outras coisas.

O aluno sem espaço para explorações e vivencia uma aula mecânica em que faz o que se pede. Francisco sempre teve afinidades por atividades de explorações e investigações e teve sua introdução nas atividades onde Francisco começou a vivenciar realmente a matemática descobrindo. Ao final do ano Francisco foi questionado pela mesma pergunta:

Escola, números e depois os números puxam sempre outras coisas. Matemática, não podemos pensar só no momento, temos de pensar mais tempo. Nós pensamos em Matemática para aí um minuto e depois ficamos a pensar logo em outras coisas, temos de continuar esse pensamento que é para vermos o que é a Matemática: números, depois de números começo a pensar em contas, nas explorações que nós fizemos. Matemática é isso tudo, é também Geometria...

Após Francisco compara sua resposta como um jogo de computador relacionando a Matemática a níveis de estágios ou fases:

[É] como no computador. Nós obtemos um nível, depois nós conseguimos outro nível. Nós temos um número, depois outro número, conseguimos fazer mais coisas, fazer contas depois *explorar*...

Depois ele acrescenta:

Acho que a *exploração* é um ingrediente de partir a pedra e desenvolver a Matemática. É o escopro e a maceta. Nós *exploramos* uma coisa, levamos mais a fundo, desenvolvemos mais, é, quem parte a pedra é o martelo e o escopro e quem desenvolve mais a Matemática, acho eu, é as investigações.

**Francisco:** Acho que os ingredientes [de uma aula de Matemática] são estes: disciplina de Matemática, um professor, que o seu carácter não seja destrutivo mas construtivo, e os alunos tenham vontade, força de vontade, uma matéria que os alunos consigam fazer explorações, uma matéria que, uma matéria que... todos consigam fazer alguma coisa.

E assim conclui-se que o aluno é sensível ao exposto pelo o professor a motivação a tarefa proposta e aos aspectos fundamentais para uma aula estimulante que propicie a aprendizagem. O professor deve pensar e refletir uma aula a que todos possam se envolver.

A cada tarefa se faz uso de diferentes posições do papel do professor e do aluno, algumas atividades há o que descobri outras não se pode descobrir nada, por isso as atividades de investigação e exploração não desencadeia um sistema na concepção de tarefas matemática. Permita-se papéis diferentes dependendo do tipo de atividade. Francisco termina dizendo:

As contas, as expressões numéricas ou se sabe ou não se sabe. Se nos enganamos parece logo que não sabemos. É o professor que tem de ver se está bem ou não. Nas explorações, nós descobrimos coisas, e somos nós que vemos se está bem ou mal (...) A tabuada, as contas, são precisas para fazer *explorações*.

O aluno pode aprender sozinho, validar repostas sem a percepção final do professor, reforçando assim o gosto pela descoberta e pela Matemática.

O uso do material concreto é de grande importância na atividade de exploração matemática, pois ao utilizar o material concreto o aluno poderá explorar propriedades que facilitam a abstração do conhecimento, estimula visualização, do objeto estudado ajudando na

sua representação. A aula é realizada de modo lúdico e condicionando um ambiente que dê suporte para que o aluno possa descobrir, ter ideias, dúvidas, produzir conhecimento e conjecturar, podendo assim ser dono do seu próprio conhecimento, e tendo a possibilidade de descobrir conceitos do material estudado, analisar estratégias e chegar a resultados.

### **3.4.3. Explorações Matemáticas e o Uso do Poly**

Hoje existem muitos recursos que vissem auxiliar na aprendizagem do aluno de modo interativo e tecnológico. O aplicativo poly é um aplicativo permite a visualização dos poliedros em 3D, podendo ser explorado, possuindo um ambiente geométrico dinâmico, que possui interação, pois os alunos podem girar o poliedro, trabalhar a sua planificação.

Por ser um aplicativo dinâmico e de fácil utilização o aluno fica motivado, e a partir de explorações realizadas pelo auxílio do aplicativo o aluno desenvolve bases matemáticas.

O aplicativo permite a exploração de vários sólidos geométricos e as suas classificações, permitindo a visualização espacial dos poliedros, explorar suas propriedades, e a partir de suas reflexões podem sistematizar ideias e chegar a conjecturas, tornando dono do seu próprio conhecimento.

## **4. METODOLOGIA**

O trabalho foi realizado na E.E.E.F. M Félix Araújo (conhecido como o estadual da liberdade) com a turma do 2º A do ensino médio, a sala comportava 34 alunos, a escola localizada em campina grande no estado da Paraíba. Visamos atingir os objetivos gerais e específicos. A atividade foi realizada nos meses de outubro e dezembro de 2012, foram num total de oito aulas, com cerca de quarenta e cinco minutos cada aula.

Duas aulas, fiz uma breve apresentação do trabalho e o restante da aula foi realizado um pré-teste inicial contendo 10 questões, com o objetivo de identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre geometria euclidiana plana e geometria espacial.

Quatro aulas no laboratório de informática, sendo duas aulas para a familiarização dos alunos com o aplicativo poly e as outras duas foi aplicado uma atividade com a utilização do aplicativo.

Duas aulas, foi trabalhado a construção dos poliedros de Platão com os palitos de churrasco e bolinhas de isopor, o trabalho de montagem dos poliedros foi realizado em grupo de cinco alunos. Cada grupo montando dois poliedros regulares e no final da atividade foi passada uma atividade para a conclusão do conhecimento absorvido.

Durante as atividades foram utilizados como ferramentas o data-show, uso do computador, palitos de churrasco e bolinhas de isopor, folha de atividade. Uso do data-show para visualização do poliedro e assim os alunos puderam visualizar e transformar a representação da figura geométrica no material concreto.

## TEXTO APRESENTADO AOS ALUNOS APÓS O PRÉ-TESTE

**Objetivo:** O objetivo do pré-teste de identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre geometria euclidiana plana e geometria euclidiana espacial e a relação de Euler.

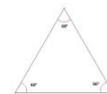
### Razão entre segmentos de Reta

Segmento de reta é o conjunto de todos os pontos de uma reta que estão limitados por dois pontos que são as extremidades do segmento, sendo um deles o ponto inicial e o outro o ponto final. Denotamos um segmento por duas letras como por exemplo, AB, sendo A o início e B o final do segmento. Exemplo: AB é um segmento de reta que denotamos por AB.

A \_\_\_\_\_ B

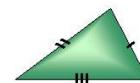
**triângulo equilátero:** possui todos os lados congruentes, ou seja, iguais. Um triângulo equilátero é também equiângulo: Todos os seus ângulos internos são congruentes (medem

60°), sendo, portanto, classificado como um polígono regular.



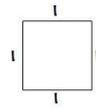
**triângulo escaleno :** As medidas dos três lados são diferentes. Os ângulos internos de um

triângulo escaleno também possuem medidas diferentes



**O quadrado:** É uma figura geométrica plana regular em que todos os seus lados e ângulos

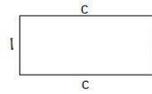
são iguais.



Todos os lados são iguais e tem medida  $l$ . Os quatro ângulos são congruentes e medem  $90^\circ$  cada.

**O retângulo:** É uma figura geométrica plana cujos lados opostos são paralelos e iguais e

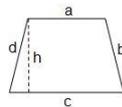
todos os ângulos medem  $90^\circ$ .



Os lados opostos são iguais  $c = c$  e  $l = l$ . Os quatro ângulos são congruentes e medem  $90^\circ$  cada.

**O trapézio :** É uma figura plana com um par de lados paralelos (bases) e um par de lados

concorrentes.



$a // c$ ,  $b \perp c$  e  $h$  representa a altura do trapézio.  
 $// \rightarrow$  paralela  
 $\perp \rightarrow$  concorrente

**Losango :** Todo paralelogramo que possui dois lados adjacentes congruentes é denominado losango.



**Hexágono :** É um polígono que tem seis lados e seis ângulos.



**Pentágono :** É um polígono que tem cinco ângulos e cinco lados.



**Octógono :** Em geometria, é um polígono com oito lados, com oito ângulos internos e oito ângulos externos.



**Paralelograma:** É um quadrilátero cujos lados opostos são paralelos. Pode-se mostrar que num paralelograma: Os lados opostos são congruentes; Os ângulos opostos são congruentes;

A soma de dois ângulos consecutivos vale  $180^\circ$ ; As diagonais cortam-se ao meio.



### Atividade para o aplicativo poly.

1-Ao planificarmos o tetraedro que figuras geométricas observamos no plano? Faça o mesmo para o:

a) cubo

b) octaedro

c) dodecaedro

d) icosaedro

2-Um [tetraedro, octaedro, cubo] tem \_\_\_\_\_ vértices, \_\_\_\_\_ arestas \_\_\_\_\_ e faces \_\_\_\_\_.

3-Na planificação do tetraedro encontraram quantos segmentos? Após montado este segmento serão a mesma aresta? Caso não, estas arestas serão paralelas? Serão perpendiculares?

4-Na planificação para o cubo encontraram quantos segmentos? Após montado este mesmo segmento serão a mesma aresta? Caso não, estas arestas serão paralelas? Serão perpendiculares?

5- Na planificação para o octaedro encontramos quantos segmentos? Após montado este mesmo segmento serão a mesma aresta? Caso não, estas arestas serão paralelas? Serão perpendiculares?

6- Na planificação para o dodecaedro encontramos quantos segmentos? Após montado este mesmo segmento serão a mesma aresta? Caso não, estas arestas serão paralelas? Serão perpendiculares?

7- Na planificação para o icosaedro encontramos quantos segmentos? Após montado este mesmo segmento serão a mesma aresta? Caso não, estas arestas serão paralelas? Serão perpendiculares?

## 5. ANÁLISE DOS DADOS

### 5.1 ANÁLISE DO PRÉ-TESTE

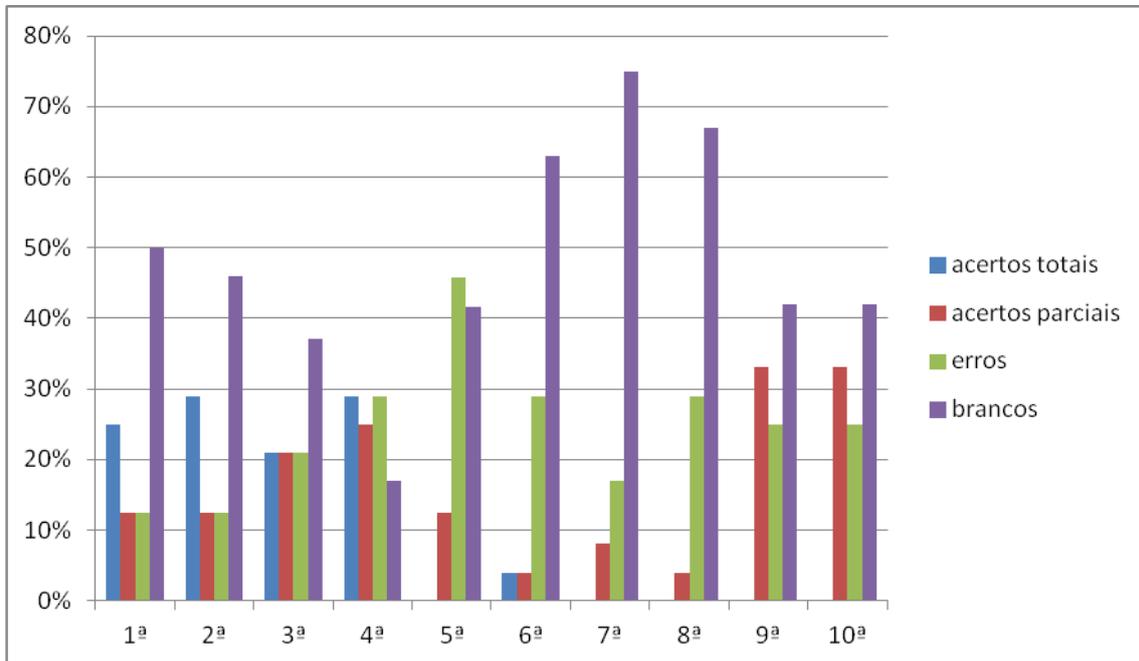
#### Pré-teste

Foi realizado um pré-teste com um intuito de identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre geometria plana, geometria espacial e a relação de Euler. O pré-teste foi realizado com 24 alunos que dispuseram de 75 minutos para resolver 10 questões abertas.

**Tabela de avaliação do pré-teste**

Questões	Acertos totais	Acertos parciais	Erros	Branco
1ª	6(25%)	3(12,5%)	3(12,5%)	12(50%)
2ª	7(29%)	3(12,5%)	3(12,5%)	11(46%)
3ª	5(21%)	5(21%)	5(21%)	9(37%)
4ª	7(29%)	6(25%)	7(29%)	4(17%)
5ª	0%	3(12,5%)	11(45,83%)	10(41,67%)
6ª	1(4%)	1(4%)	7(29%)	15(63%)
7ª	0%	2(8%)	4(17%)	18(75%)
8ª	0%	1(4%)	7(29%)	16(67%)
9ª	0%	8(33%)	6(25%)	10(42%)
10ª	0%	8(33%)	6(25%)	10(42%)

Análise dos dados observados no gráfico de barras para facilitar a compreensão dos resultados:



Os alunos mostraram bastantes deficiências nas questões proposta no pré-teste, acertos totais se deram nas questões de geometria plana, as questões que envolviam figuras tiveram os melhores resultados tendo acertos totais e espaciais tendo assim uma melhor explanação dos resultados. Na primeira questão teve 25 % de acertos totais e um alto índice de respostas em branco, muitos alunos se enrolavam com conhecimentos básicos questões que envolviam geometria espacial e relação de Euler,tiveram os piores resultados 5ª,7ª,8ª,9ª e 10ª não tendo acertos totais, mais tiveram parciais pois com pouco conhecimento adquirido tentaram resolver mais pecaram na nomenclatura e alguns conceitos básicos como a relação de Euler ,fórmulas de volume e áreas .

Tiramos assim a conclusão que os alunos ainda não tinha visto o conteúdo relacionado a poliedros e se viram absorveram muitos pouco dessas aulas, grande foi o número de exercícios que deixaram em branco a sétima questão chegou a um índice de 75% .

## 5.2. ANÁLISE DA ATIVIDADE 1

Tivemos o contato com o aplicativo Poly no laboratório de informática da Universidade Estadual da Paraíba, CCT, Departamento de Matemática, Campus de Campina Grande-PB, tendo em vista que não poderia utilizar o Laboratório de Informática do colégio Felix Araujo, pois o aplicativo não era compatível com o Windows disponíveis nos computadores da rede pública então a primeira atividade que ocorreu dia 27 de novembro de 2012 visou uma familiarização com aplicativo poly, teve duração de uma hora e quinze minutos a que os alunos tiveram um pouco do conhecimento de como utilizar as ferramentas do aplicativo.

Desse modo, puderam verificar bastantes polígonos de diferentes classificações e no final da aula puderam se reter um pouco mais nos poliedros de Platão, de imediato os alunos se deslumbraram com o aplicativo e se fazia bastante visualização de efeitos coloridos utilizados por polígonos rotacionando no plano que dava um efeito dinâmico para as figuras, utilizaram bastantes ferramentas de rotação e movimento pode assim ver a figura no espaço, fez uso muito da planificação dos diferentes polígonos e cada aluno ficou livre para utilizar qualquer polígono e visualizar a assim sua planificação e o polígono no espaço com o uso do aplicativo. Classificações vistas foram a de os sólidos de Arquimedes, Prismas e Anti-primas, Sólidos de Johnson, Sólidos Catalan, Dipiramides e Deltohedra, Geodesic Spheres e Domes. Os alunos se mostraram bastantes interessados e explorar o aplicativo e ocorreu uma aula diferenciada.

## 5.3. ANÁLISE DA ATIVIDADE COM O POLY

Dia 28 de novembro de 2012 teve início a uma atividade com a utilização do aplicativo poly, foi passada uma lista com algumas definições sobre geometria plana, de segmento de reta e polígonos e suas classificações quanto aos lados e ângulos, definições de perpendicularismo dando assim suporte para a atividade programada.

Para a exploração do aplicativo, 30 alunos fizeram uma atividade composta de sete questões sobre os cinco poliedros de Platão – tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e o icosaedro – trabalhando assim as figuras geométricas, as arestas, faces e vértices, segmentos

de reta, perpendicularidade e paralelismo utilizando como recurso áudio visual dos poliedros em 3D, o foco maior dessa atividade foi da investigação e exploração dos poliedros.

Utilizaram assim as ferramentas para a planificação dos poliedros e fizeram descoberta das estruturas da figura geométricas planificadas.



FIGURA 4: Atividade de planificação com o aplicativo

Os alunos decorrentes de aulas tradicionais esperavam as repostas dadas de imediato, eles tiveram que trabalhar para chegar às repostas, durante a atividade ministrada o professor tem o papel de dar suporte para a decorrência da aula, e assim tive um pouco de dificuldade em assistir uma parte dos alunos visto que a turma era numerosa.

A primeira questão trabalhava as figuras geométricas vistas na planificação dos cinco poliedros de Platão. veja: a resposta do aluno 2.

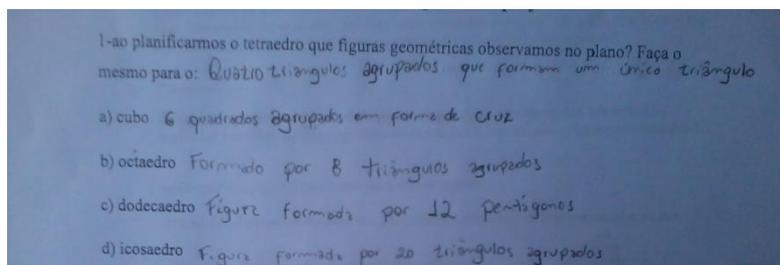


FIGURA 5: Resposta do aluno 2.

A segunda questão da atividade pedia que os alunos trabalhassem com os sólidos tetraedro, octaedro e cubo dando assim suas respectivas arestas, vértices e faces.

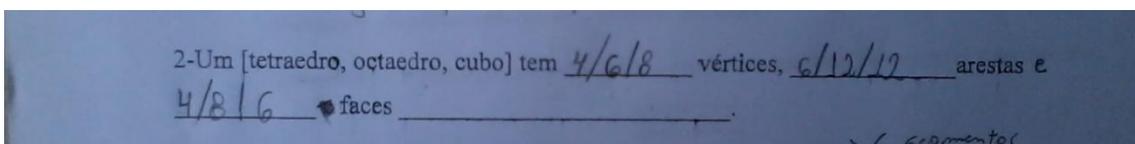


FIGURA 6: Resposta do aluno 3.

A terceira, quarta, quinta, sexta e sétima questão envolviam os cinco poliedros de Platão e trabalhavam questões também referentes à perpendicularidade e paralelismo de segmentos de retas.

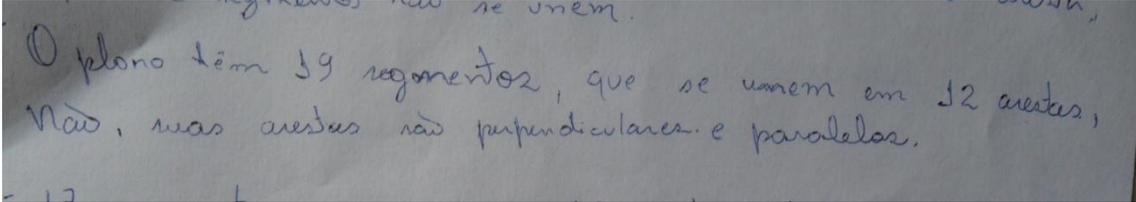


FIGURA 7: Resposta do aluno 4.

Essa atividade teve bons resultados e uma boa aceitação dos alunos por ser uma aula dinâmica e consequência de alunos bem interessados onde todos os alunos participaram e responderam toda atividade e não houve nenhuma questão foi deixado em branco.

#### 5.4. ANÁLISE DA ATIVIDADE COM OS PALITOS DE CHURRASCO

Dia 30 de novembro teve início a última atividade realizada na sala de vídeo do colégio Felix Araujo, teve duração de uma hora e 30 minutos, foi uma aula dinâmica que utilizei o data-show, palitos de churrasco e bolinhas de isopor e uma folha com quatro questões.

Trinta e três alunos participaram da atividade, e foram divididos em cinco grupos e a cada grupo foi imbuído de construir dois poliedros de Platão com os palitos de churrasco e bolinhas de isopor, os grupos ficaram distribuídos desta forma para a construção dos poliedros de Platão:

Grupo1 - cubo e icosaedro

Grupo2 – tetraedro e dodecaedro

Grupo3 – octaedro e cubo

Grupo4 – dodecaedro e tetraedro

Grupo5 – icosaedro e octaedro

No meio da atividade foi passada uma folha composta por quatro questões a primeira relaciona-se a uma tabela sobre vértices, faces e arestas e dando suporte para que na investigação eles possam chegar à relação de Euler.

O data-show serviu para a utilização do aplicativo poly fazendo uma visualização dos poliedros de Platão em 3D e assim os alunos ao visualizar o poliedro construí-lo com os palitos de churrasco e bolas de isopor.

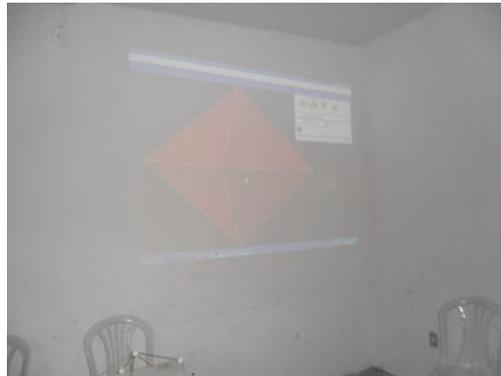


FIGURA 8: Utilização do data-show como recurso visual.

Os primeiro poliedro a ser construído foi o cubo construído pelo grupo 3 que ao terminar o poliedro motivou os outros grupos a tentarem e que não eram tão difíceis, uns cinco alunos que não estavam tão presentes na atividade começaram a se envolver, pois a construção era possível. Veja a foto.

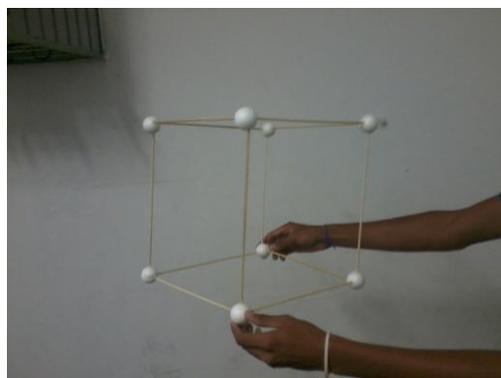


FIGURA 9: Cubo construído com palitos de churrasco.

Alguns grupos tiveram um pouco dificuldade mais tentavam, iam descobrindo e ajeitando aqui e ali estavam caminhando e no final dava tudo certo. O grupo 2 quebrou os palitos de churrasco e não estavam conseguindo montar pois no encaixe das peças na bolas de isopor soltava-as e depois de certo tempo viram que ao quebrar os palitos obtinham arestas

diferentes e não encaixavam perceberam assim que as medidas das arestas tinham que ser todas do mesmo tamanho, depois de certo tempo deu certo e conseguiram construir o octaedro.

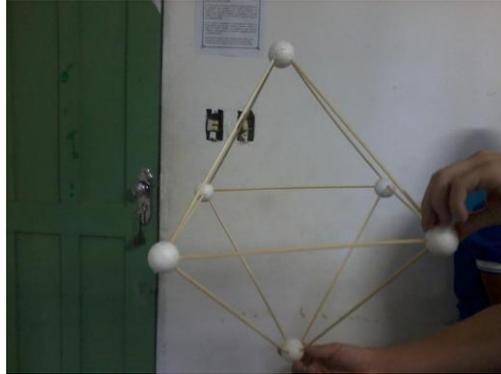


FIGURA 10: Octaedro construído com palitos de churrasco.

Veja o que o aluno relatou na construção o octaedro.

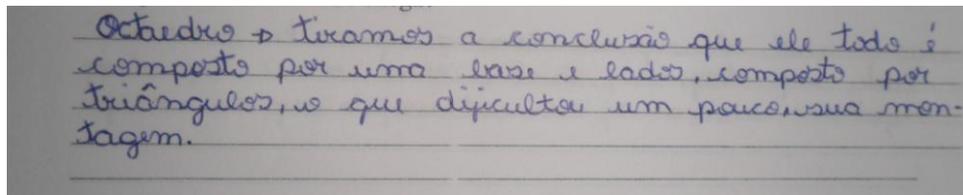


FIGURA 11: Aluno comenta a construção do poliedro.

O dodecaedro foi construído por apenas um grupo que teve bastante trabalho para construí-lo. Esse grupo pediu pra que eu com o uso do aplicativo poly planifica-se o dodecaedro e, assim observaram que ele era todo composto por pentágonos, então mataram a charada e começaram a projetá-lo, figura abaixo mostra o grupo construindo o dodecaedro e relatando os passos.



FIGURA 12: O grupo trabalhando na construção do poliedro.

Após montado o dodecaedro vi no grupo uma grande satisfação na conclusão do poliedro, veja o resultado.

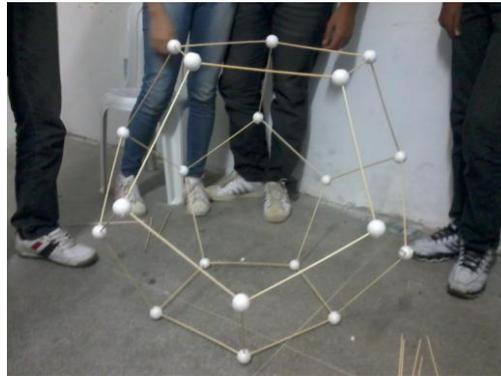


FIGURA 13: Dodecaedro construído.

Nenhum grupo conseguiu montar o icosaedro, pois se trata de um poliedro de grande dificuldade para montá-lo.

Na folha que foi entregue com as quatro questões a primeira relacionava-se a tabela para que os alunos constatassem o numero de faces, arestas e vértices e assim terem suporte para chegar à relação de Euler.

Nome do sólido	Numero de vértices (V)	Numero de faces (F)	Numero de arestas (A)	Vértices +faces (V+F)	(V+F)-A
Tetraedro	4	4	6	8	2
Dodecaedro	<del>20</del> 20	<del>12</del> 12	30	<del>50</del> 32	42

FIGURA 14: Tabela relacionada á Relação de Euler.

Cada grupo pode especificar um poliedro de Platão colocando exposto para os outros grupos os números de vértices, faces e arestas. Após preenchida a tabela os alunos poderiam verificar a relação existente nos poliedros de Platão e assim chegar a formula desejada.

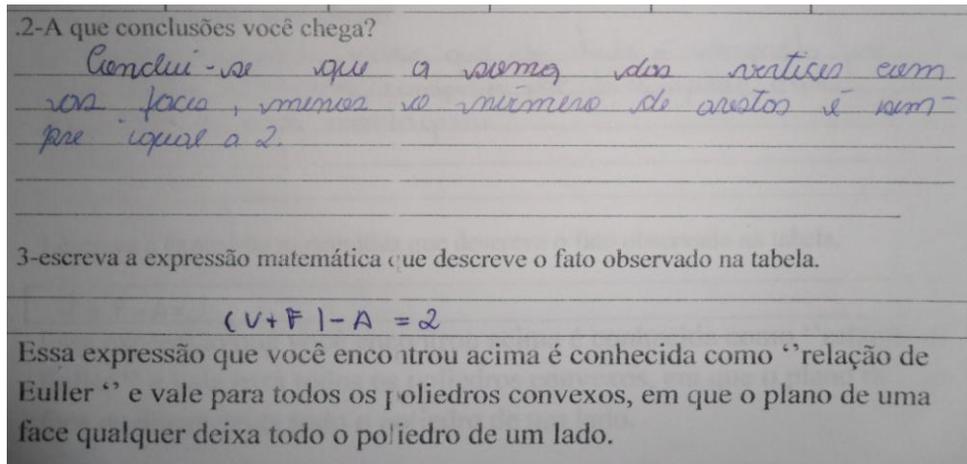


FIGURA 15: Conclusão do aluno.

A última questão era sobre o poliedro que seria bem difícil montá-lo e ficou como desafio tentar descobrir qual era.

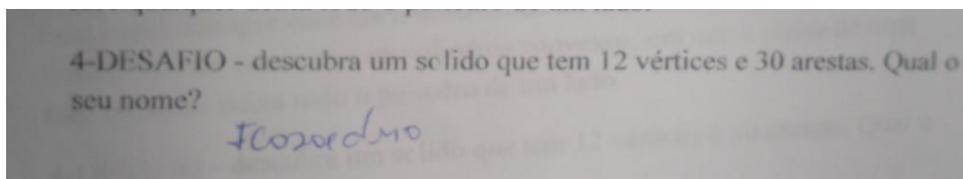


FIGURA 16: Desafio.

A atividade no geral foi muito satisfatória, pois os alunos poderiam a partir de próprios conhecimentos adquiridos chegarem à conclusão, onde todos os alunos se envolviam de maneira a buscar interação e conhecimento, bem conhecimentos que vão servir para toda vida, pois aprenderam de verdade.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para o caminhar da atividade foi realizada a tarefa de investigação matemática com o intuito de chegar ao objetivo proposto da pesquisa. De acordo com a análise do trabalho feito concluímos que a medida que o trabalho avançava, nossos alunos mostravam um resultado expressivo de aprendizagem. Tratamos a seguir algumas considerações importantes do trabalho.

Realizamos de início um pré-teste, com o intuito de identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre a geometria plana e geometria espacial e a relação de Euler. Ao analisarmos os resultados percebemos a grande dificuldade relacionada ao conteúdo, questões que envolviam áreas, volumes e relação de Euler tiveram os piores resultados, em consequência observa-se o alto número de questões deixadas em branco pelos alunos.

Diante dos resultados obtidos do pré-teste, utilizamos uma metodologia de ensino para que o aluno possa aprender de maneira dinâmica e atrativa, dispomos assim de duas tarefas de investigação matemática para o trabalho do conteúdo de poliedros de Platão e relação de Euler.

A primeira etapa os alunos foram apresentados ao aplicativo poly, após apresentadas às ferramentas do aplicativo os alunos ficaram livres para explorar os sólidos geométricos de diferentes classificações, fazendo rotações e planificando. A segunda etapa com o aplicativo poly os alunos responderam uma atividade e puderam assim explorar e verificar propriedades dos poliedros de Platão. Analisando a tarefa de investigação matemática com o aplicativo poly percebemos que houve uma boa aceitação entre alunos nesta atividade e nenhum aluno deixou questão em branco, o que mostra entusiasmo e dedicação em uma aula dinâmica.

A última etapa da tarefa sobre investigação matemática, a turma foi dividida em cinco grupos, e cada grupo foi imbuído de construir dois poliedros regulares, nesta aula foi utilizado o data-show e os alunos visualizavam os poliedros de Platão pelo aplicativo Poly e construíram assim os poliedros, nessas construções muitas descobertas e estratégias para montar o poliedro. Após a montagem os alunos colocaram os conhecimentos em prática e assim responderam uma tabela cujos dados levaram a formalizar conceitos até chegar a fórmula da relação de Euler. E assim muitos alunos conseguiram concretizar a atividade.

É importante salientar que o professor tem que conhecer e saber manusear o material concreto, as ferramentas que vai utilizar numa aula de investigação matemática, pois de tal

modo o material de auxílio da aprendizagem não perca seu valor didático e se torne em um simples material concreto. Trabalhamos hoje em dia com alunos hiperativos e modernizados, e assim o uso do material vem a auxiliar a focalizar a energia com atividades que o aluno possa por si mesmo trabalhar e com o auxílio do professor, transcrever um processo de evolução do conhecimento, que o aluno possa ser dono do seu próprio conhecimento, explorando, testando e formalizando conceitos para chegar ao resultado.

A utilização do aplicativo Poly como recurso visual e dinâmico, junto ao material concreto dos Palitos de Churrasco que a partir da investigação matemática evidenciaram uma melhor compreensão da representação geométrica, assim podendo observar características dos poliedros e levantar propriedades existentes para chegar á Relação de Euler. Os alunos obteve-ram resultados expressivos e a cada atividade era notória o progresso da formalização de ideias, concluindo com base para a produção do conhecimento.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

EVES, H. Introdução à história da matemática / Howard Eves; tradução: Hygino H. Domingues. Campinas,SP: Editora da Unicamp, 2004.

GOMIDE, E.F., ROCHA, J. *Atividades de laboratório de matemática*. CAEM-IME-USP, 2004.

KALEFF, A. M . R. *Vendo e entendendo poliedros*. 2ª edição. Rio de Janeiro: Editora da Universidade Federal Fluminense, 2003.

LORENZATO, S (Org.). *O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores*. 2ª ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

MEDEIROS, K. M. *Laboratório no ensino de matemática*. UEPB, 2003.

MISKULIN, R. G.S. *As potencialidades didático-pedagógicas de um laboratório em educação matemática mediado pelas TICs na formação de professores*. In Lorenzato, S (Org.). *O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores*. 2ª ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

ORIENTAÇÕES CURRICULARES NACIONAIS PARA O ENSINO MÉDIO: Ciência da Natureza e suas Tecnologias. Brasília: MEC/SEF, 2008.

OLIVEIRA, H.; DOMINGOS, A.. *Software no ensino e aprendizagem da Matemática: Algumas Ideias para Discussão*. In: XIX Encontro de Investigação Matemática, 2008, Vieira de Leiria-Portugal.

PCN + ENSINO MÉDIO. *Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Secretaria de Educação Tecnológica – Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM, 2005.

\_\_\_\_\_. *Investigations and explorations in the mathematics classroom*. ZDM Mathematics Education (2007) 39:419–430, 2007.

SANTOS, R. B., DA ROHA FALCÃO. *A influência do material concreto na resolução dos problemas com estruturas aditivas*. Anais do XIV Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste. Salvador: 1999.

SCHEFFER, N. F. *O LEM na discussão de conceitos a partir das mídias dobradura e software dinâmico*. In LORENZATO, S. (Org.) laboratório de ensino de matemática na formação de professores, 2 ed. Ver.- Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

SEGURADO, I., PONTE, J. P. Concepções sobre a matemática e trabalho investigativo. *Quadrante*, 7(2), p.5-40, 199), 1998.

**SITES CONSULTADOS:**

[http://www.apm.pt/apm/amm/paginas/231\\_249.pdf](http://www.apm.pt/apm/amm/paginas/231_249.pdf)

<http://www.peda.com/poly/>

# APÊNDICE

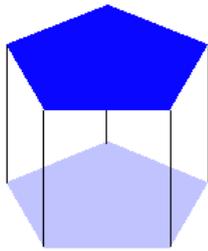
## PRÉ-TESTE

**Objetivo:** Identificar os conhecimentos dos alunos sobre a geometria euclidiana plana e a geometria euclidiana espacial.

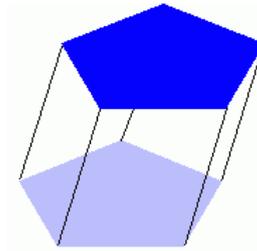
1-Defina o que é ponto , reta e plano ?

2-Um fazendeiro quer saber a área de um lote de terra que acabara de comprar. O lote tem o formato de um trapézio. Sabendo que a frente mede 1020 m, o fundo, 815 m e a distância da frente ao fundo é de 510 m. Determine a área do lote. Qual figura geométrica representa o contorno do terreno?

3- Quais as propriedades de um prisma reto e um prisma oblíquo ? O que eles tem em comum?

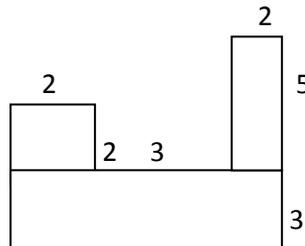


1- Prisma reto



2- prisma oblíquo

4- Calcule a área total da figura abaixo? Quais as figuras geométricas que aparecem na figura ?



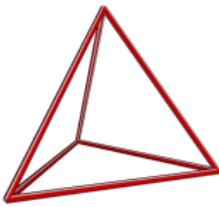
5- A aresta de um cubo mede 2cm. De quanto se deve aumentar a diagonal desse cubo de modo que a aresta do novo cubo seja igual a 3cm?

6- Enche-se um recipiente cúbico de metal com água. Dado que um galão do líquido tem um volume de  $21.600 \text{ cm}^3$  e sendo 120cm a aresta do recipiente, calcular o número de galões que o recipiente pode conter.

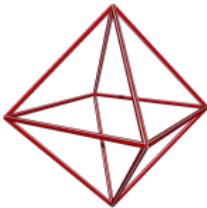
7- Uma caixa de um perfume tem o formato de um tronco de pirâmide quadrangular regular fechado. Para embrulhá-la, Pedro tirou as seguintes medidas: aresta lateral 5 cm e arestas das bases 8 cm e 2 cm. A quantidade total de papel para embrulhar esta caixa, supondo que não haja desperdício e nem sobreposição de material.

8- O número de faces de um poliedro convexo de 20 arestas é igual ao número de vértices. Determine o número de faces do poliedro.

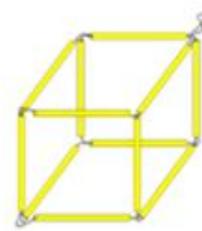
9 – Análise a figura e calcule o número de arestas , faces e vértices do poliedro. Qual o nome desse poliedro convexo?



10- Análise a figura e calcule o número de arestas , faces e vértices do poliedro. Qual o nome desse poliedro convexo?



a)



b)

## Atividade 2

1-Tabela referentes aos valores dos elementos exigidos

Nome do sólido	Numero de vértices (V)	Numero de faces (F)	Numero de arestas (A)	Vértices +faces (V+F)	(V+F)-A

.2-A que conclusões você chega?

---



---



---



---



---

3-escreva a expressão matemática que descreve o fato observado na tabela.

Essa expressão que você encontrou acima é conhecida como ‘relação de Euler’ e vale para todos os poliedros convexos, em que o plano de uma face qualquer deixa todo o poliedro de um lado.

4-DESAFIO - Descubra um sólido que tem 12 vértices e 30 arestas. Qual o seu nome?

### Atividade para o aplicativo poly.

1-Ao planificarmos o tetraedro que figuras geométricas observamos no plano? Faça o mesmo para o:

a) cubo

b) octaedro

c) dodecaedro

d) icosaedro

2-Um [tetraedro, octaedro, cubo] tem \_\_\_\_\_ vértices, \_\_\_\_\_ arestas \_\_\_\_\_ e faces \_\_\_\_\_.

3-Na planificação do tetraedro encontraram quantos segmentos? Após montado este segmento serão a mesma aresta? Caso não, estas arestas serão paralelas? Serão perpendiculares?

4-Na planificação para o cubo encontraram quantos segmentos? Após montado este mesmo segmento serão a mesma aresta? Caso não, estas arestas serão paralelas? Serão perpendiculares?

5- Na planificação para o octaedro encontramos quantos segmentos? Após montado este mesmo segmento serão a mesma aresta? Caso não, estas arestas serão paralelas? Serão perpendiculares?

6- Na planificação para o dodecaedro encontramos quantos segmentos? Após montado este mesmo segmento serão a mesma aresta? Caso não, estas arestas serão paralelas? Serão perpendiculares?

7- Na planificação para o icosaedro encontramos quantos segmentos? Após montado este mesmo segmento serão a mesma aresta? Caso não, estas arestas serão paralelas? Serão perpendiculares?

## Texto dado aos alunos para aprimorar o conhecimento

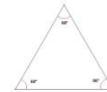
### Razão entre segmentos de Reta

Segmento de reta é o conjunto de todos os pontos de uma reta que estão limitados por dois pontos que são as extremidades do segmento, sendo um deles o ponto inicial e o outro o ponto final. Denotamos um segmento por duas letras como por exemplo, AB, sendo A o início e B o final do segmento. Exemplo: AB é um segmento de reta que denotamos por AB.

A \_\_\_\_\_ B

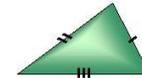
**triângulo equilátero:** possui todos os lados congruentes, ou seja, iguais. Um triângulo equilátero é também equiângulo: Todos os seus ângulos internos são congruentes (medem

$60^\circ$ ), sendo, portanto, classificado como um polígono regular.



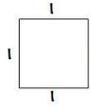
**triângulo escaleno :** As medidas dos três lados são diferentes. Os ângulos internos de um

triângulo escaleno também possuem medidas diferentes



**O quadrado:** É uma figura geométrica plana regular em que todos os seus lados e

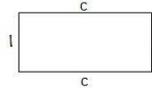
ângulos são iguais.



Todos os lados são iguais e tem medida  $l$ . Os quatro ângulos são congruentes e medem  $90^\circ$  cada.

**O retângulo:** É uma figura geométrica plana cujos lados opostos são paralelos e iguais e

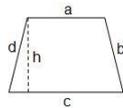
todos os ângulos medem  $90^\circ$ .



Os lados opostos são iguais  $c = c$  e  $l = l$ . Os quatro ângulos são congruentes e medem  $90^\circ$  cada.

**O trapézio :** É uma figura plana com um par de lados paralelos (bases) e um par de

lados concorrentes.



$a // c$ ,  $b \nparallel c$  e  $h$  representa a altura do trapézio.  
 $// \rightarrow$  paralela  
 $\nparallel \rightarrow$  concorrente

**Losango :** Todo paralelogramo que possui dois lados adjacentes congruentes é denominado losango.



**Hexágono :** É um polígono que tem seis lados e seis ângulos.



**Pentágono :** É um polígono que tem cinco ângulos e cinco lados.

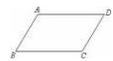


**Octógono :** Em geometria, é um polígono com oito lados, com oito ângulos internos e oito ângulos externos.



**Paralelograma:** É um quadrilátero cujos lados opostos são paralelos. Pode-se mostrar que num paralelograma: Os lados opostos são congruentes; Os ângulos opostos são congruentes;

A soma de dois ângulos consecutivos vale  $180^\circ$ ; As diagonais cortam-se ao meio.



## ROTEIRO PARA A ATIVIDADE COM O POLY

### Primeira atividade. (Familiarização do poly)

1-mostrar home e pôster na página do pedagogy poly (10 a 15 minutos).

2-poly (Abrir o aplicativo e mostrar os menus)

- -Planificação
- -Cores
- 3-classificações
  - platonic solids - tetraedro (Deixar os alunos explorar todos e no final especificar nos poliedros de Platão)
    - cubo
    - octaedro
    - dodecaedro
    - icosaedro
  - archimeden solids-
  - prisms e anti-prisms
  - jonhson solids
  - deltahedra
  - catalan solids
  - dpyramids e deltohedra
  - geodesic spheres e domes
- 3- Rotações : -tetraedro (45 minutos)
  - cubo
  - octaedro
  - dodecaedro
  - icosaedro

4- Pedir para os alunos para ver os outros tipos de poliedros encontrados no poly em um horário extra depois que os alunos fizerem isto, questiona-las sobre a atividade? sobre os poliedros. (Obs: esta atividade não deu porque o laboratório não instalava o aplicativo poly)

### Segunda Atividade (poly em explorações matemáticas).

- 1-Foi entregue uma lista com algumas definições devidas as dificuldades apresentadas no pré-teste. A lista componha de definições sobre geometria plana-figuras geométricas, triângulos, polígonos, suas classificações quantos aos lados e quanto aos ângulos, definições de segmentos, perpendicularidade e paralelismo-.
- 2- Foi entregue a atividade compondo as questões que envolviam:

- a) Planificação dos cinco poliedros de Platão.
- b) Planificação dos cinco poliedros de Platão e depois contar seus segmentos.
- c) Após montados os cinco poliedros contar os segmentos? Caso não, serão a mesma aresta?serão paralelas? serão perpendiculares?

### **ROTEIRO PARA A ATIVIDADE COM OS PALITOS DE CHURRASCO E BOLAS DE ISOPOR**

1- Construir os poliedros de Platão com os palitos de churrasco e bolas de isopor. Cada grupo vai construir um poliedro e questionar sobre o número de faces, arestas e vértices e a nomenclatura de cada um.

Obs : Devido eu observar que alguns grupos iriam ficar com alguns poliedros de fácil montagem e outros com poliedros difíceis, decide modificar e pedir para cada grupo mudar e construir dois poliedros.

2- Construir poliedros de Platão com palitos de churrasco e bolas de isopor. Cada grupo vai construir dois poliedros de Platão e questionar sobre o número de faces, arestas e vértices e a nomenclatura. (45 minutos)

Grupo1 - cubo e icosaedro

Grupo2 – tetraedro e dodecaedro

Grupo3 – octaedro e cubo

Grupo4 – dodecaedro e tetraedro

Grupo5 – icosaedro e octaedro

3-Fazer uma atividade proposta para os alunos (Atividade baseada no livro de CAEM pag. 157)

**FOTOS NO LABORATÓRIO DE INFORMÁTICA DA UEPB E DOS POLIEDROS  
COM PALITOS DE CHURRASCO**





