UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS
CAMPUS VI – POETA PINTO DO MONTEIRO
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

FLÁVIA DE MOURA SILVA

TRANSIÇÃO DA LINGUAGEM NATURAL PARA A LINGUAGEM ALGÉBRICA E DA LINGUAGEM ALGÉBRICA PARA A LINGUAGEM NATURAL SOB A ÓTICA DA TEORIA DE DUVAL

MONTEIRO
2012

FLÁVIA DE MOURA SILVA

TRANSIÇÃO DA LINGUAGEM NATURAL PARA A LINGUAGEM ALGÉBRICA E DA LINGUAGEM ALGÉBRICA PARA A LINGUAGEM NATURAL SOB A ÓTICA DA TEORIA DE DUVAL

TCC apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Professora Ms. Débora Janaína Ribeiro e Silva

MONTEIRO
2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA SETORIAL – CAMPUS VI

S586t SILVA, Flávia de Moura.

Transição da linguagem natural para a linguagem algébrica e da linguagem algébrica para a linguagem natural.../Flávia de Moura Silva. – 2012.

48f. Il. Color.

TAO (Graduação em Lic. Plena em Matemática). Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas, Campus VI.

"Orientadora: Profª Ms. Débora Janaína Ribeiro e Silva, UEPB, Campus VI.

1 Representações Semióticas . 2. Linguagem Algébrica .3. Linguagem Natural. I. Título.

21. ed. CDD 510

FLÁVIA DE MOURA SILVA

TRANSIÇÃO DA LINGUAGEM NATURAL PARA A LINGUAGEM ALGÉBRICA E DA LINGUAGEM ALGÉBRICA PARA A LINGUAGEM NATURAL SOB A ÓTICA DA TEORIA DE DUVAL

TCC apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

10/12/2012

Débora Janaína R. e Silva

Prof.ª Esp. Débora Janaína ribeiro e Silva (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB

J. L. C.

Prof. Ms. José Luiz Cavalcante (UEPB)

DEDICATÓRIA

A minha mãe Suerda, minha avó Iracema e a minha irmã Isabelle, que são as razões de minha existência e motivações na trajetória do curso.

Aos grandes amigos que incentivaram nos momentos difícil durante o curso e por dividirmos alegrias proporcionando melhoria da minha vida acadêmica e pessoal.

AGRADECIMENTOS

A professora Ms. Débora Janaína Ribeiro e Silva pela orientação e incentivo para a iniciação e finalização desta monografia, agradeço por tudo.

Aos professores do curso de Matemática que de uma forma ou de outra contribuíram para realização deste trabalho, através de aulas, seminários, conselhos e conversas informais, que causaram reflexões sobre minha inquietação relacionado ao tema proposto.

“A matemática, vista corretamente, possui não apenas verdade,
mas também suprema beleza - uma beleza
fria e austera, como a da escultura.”
Bertrand Russell

RESUMO

A presente monografia apresenta um estudo sobre a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica e da linguagem algébrica para a linguagem natural baseando-se na teoria dos registros de representações semióticas descritas por Duval. Inicialmente apresentamos os conceitos sobre a teoria das representações semióticas de Duval que são essenciais para o desenvolvimento desse estudo, bem como a contribuição de outros autores que contribuíram para melhor entendimento dessa nova área de estudos. Como destaque temos Duval (2003, 2005, 2008), Feio (2008, 2009) e André (2007). Este estudo teve como objetivo geral analisar as principais dificuldades apontadas pelos alunos na passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica e vice-versa sob a ótica dos registros de representações de Duval. Para isso, o desenvolvimento ocorreu através de uma pesquisa de campo, numa escola da rede estadual na cidade de Monteiro-PB, com auxílio de uma pesquisa que englobava questões relacionada a linguagem natural e linguagem algébrica. Foram seguidos três momentos, na qual iniciou-se com a elaboração de um questionário, com duas questões, para a intervenção em sala de aula, o segundo momento foi desenvolvido a intervenção na sala de aula com aplicação do questionário durante duas horas seguidas, e o momento final foi a realização da análise dos dados coletados. Com a análise obtidos na pesquisa e com base na fundamentação desse estudo percebemos as dificuldades dos alunos na passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica por falta de regras que deveriam ser respeitadas e da linguagem algébrica para linguagem natural por falta de assimilação e afinidade desse tipo de atividade.

PALAVRAS-CHAVE: Representações Semióticas. Linguagem Algébrica; Linguagem Natural.

ABSTRACT

This thesis presents a study on the transition from natural language to algebraic language and algebraic language for natural language based on the theory of semiotic registers of representations described by Duval. First we present the concepts of the theory of semiotic representations of Duval that are essential for the development of this study as well as the contribution of other authors who have contributed to better understanding of this new field of study. As we have highlighted Duval (2003, 2005, 2008), Feio (2008, 2009) and André (2007). This study aimed to analyze the main difficulties pointed out by students in the transition from natural language to algebraic language and vice versa from the perspective of the records of representations of Duval. For this, the development occurred through a field survey in a state school in the town of Monteiro-PB, with the aid of a survey that included questions related to natural language and algebraic language. They were followed three times, which began with the drafting of a questionnaire with two questions, for intervention in the classroom, the second time the intervention was developed in the classroom with the questionnaire for two hours, and final moment was the realization of the data analysis. With the analysis obtained in the research and reasoning based on this study perceive the students' difficulties in the transition from natural language to algebraic language for lack of rules that should be respected and algebraic language for natural language for lack of assimilation and such affinity activity.

KEYWORDS: Semiotic Representations. Algebraic Language, Natural Language.

.

LISTA DE FIGURAS

Figura – 01: Exemplos de representações semióticas de objetos matemáticos..................... 16
Figura – 02: Questão 1 do exercício.. 36
Figura – 03: Resposta obtida a questão 1 do exercício 38
Figura – 04: Resposta obtida a questão 1 do exercício 39
Figura – 05: Resposta obtida a questão 1 do exercício.. 40
Figura – 06: Resposta obtida a questão 1 do exercício ....…... 40
Figura – 07: Resposta obtida a questão 1 do exercício ….. 42
Figura – 08: Resposta correta obtida a questão 2 do exercício 43

LISTA DE SIGLAS

SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

PISA – Programa Internacional de Avaliação do Aluno

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	12
1.	REFERENCIAL TEÓRICO.	15
1.1	Registro de representação semiótica: A teoria de Raymond Duval	15
1.2	Tratamento e conversão das representações semióticas	17
1.3	Matemática como linguagem	20
1.3.1	A Linguagem Matemática através da oralidade de da escrita	21
1.3.2	Linguagem Matemática: Leitura, escrita e interpretação	22
1.4	Breve história da álgebra: Simbologia e abstração	23
1.5	Reformular a álgebra do Ensino Fundamental: Por que e como?	27
1.6	Concepções sobre a álgebra do Ensino médio e utilização das varáveis	28
1.7	Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra	30
2.	DADOS E METODOLOGIA	33
2.1	Instrumentos de coleta de dados	34
3.	RESULTADOS E DISCUSSÃO	36
4.	CONCLUSÃO	44
	REFERÊNCIAS	46
	APÊNDICE	48

INTRODUÇÃO

Diversas pesquisas pelo mundo procuram entender e encontrar soluções para o processo de ensino e aprendizagem dos alunos em diversas áreas educacionais, principalmente em situações referente a sala de aula, tornando-se em muitos casos fonte de pesquisa.

E destes interesses, destaca-se a importância da matemática na sociedade, que proporciona reflexões em novas propostas de ensino, podendo despertar interesses dos alunos, na tentativa de facilitar o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Segundo Brasil (2006), entre os objetivos da matemática, destacam-se o desenvolvimento da compreensão, visualização, análise e representação, assim como a contextualização sociocultural, que além de ajudar na resolução de problemas propostos pela sociedade, auxilia no entendimento dos conteúdos da própria matemática e das outras áreas do conhecimento, relacionadas diretamente ou não com os pressupostos da matemática.

De acordo com dados apresentados pelos instrumentos utilizados pelo governo para avaliar o desempenho dos alunos, como o SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica), mostra que a situação da aprendizagem dos alunos do ensino básico em matemática passa por uma baixa rentabilidade. Esses dados podem ser confirmados a partir das avaliações da Prova Brasil, do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e do Programa Internacional de Avaliação do Aluno (PISA).

Porém, estes instrumentos não apontam as verdadeiras causas das dificuldades que os alunos apresentam para a aprendizagem da matemática. Dessa forma, muitas às razões podem ser as causas que levam ao acontecimento desse fato, uma delas, pode está na dificuldade de resolver situações problemas que apresentam a necessidade de transpor a linguagem matemática para a linguagem natural.

Durante o processo de formação na licenciatura, tive[1] a oportunidade ao cursar as disciplinas de estágios supervisionados, onde pude perceber que os alunos apresentam dificuldades na aprendizagem de alguns conteúdos matemáticos, este fato se deve, em muitos casos, por falta da compreensão nos alunos das representações de seus objetos matemáticos.

Assim, alguns alunos que não adquiriram a assimilação do conteúdo que está sendo trabalhado podem desenvolver dificuldades em conteúdos posteriores e na resolução de

---

1 Usarei a primeira pessoa do singular ao me referir a experiências próprias.

problemas do seu cotidiano. Desta forma, torna-se viável trabalhar com as representações semióticas, desenvolvidas por Duval.

Ao levar em consideração a aprendizagem da matemática devemos levar em conta os conteúdos matemáticos e a cognição do aluno, tendo atenção nas produções e criando ferramentas para analisá-las e interpretá-las (Duval, 1995 apud Lopes e Freitas, 2003). De acordo com o mesmo autor, a matemática é uma área do conhecimento que possui diversas representações, ressalta que em muitos casos não deve ser levado em consideração no ensino esta diversidade, pois pode dificultar o trabalho da aquisição do conhecimento e a mobilização de trabalhar com diferentes representações de um determinado conteúdo.

Assim, segundo André (2007) para que uma comunicação seja estabelecida é necessário que haja uma representação, e no ensino de um determinado conteúdo da matemática é preciso aplicar diferentes formas de representações de um mesmo objeto matemático, tornando uma ferramenta fundamental para obter o conhecimento dos alunos, havendo a necessidade de distinção de objeto matemático e as suas representações, para que os alunos possam compreender o que está sendo ensinado e com o quê.

Na matemática, os professores recorrem a algumas representações semióticas para apresentar um determinado conteúdo, em que implica na melhoria do papel da aprendizagem e a cada dia tenta-se criar outras formas de representações que melhore o ensino e a aprendizagem da matemática (André, 2007).

Diante de tais considerações, apresentamos como objetivo geral dessa pesquisa que é analisar as principais dificuldades apontadas pelos alunos na passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica e da linguagem algébrica para linguagem natural sob a ótica dos registros de representações semióticas de Duval.

Para atingir o objetivo da pesquisa surgiu o seguinte questionamento:

A partir das produções escritas dos participantes da pesquisa, estes apresentam maior dificuldade de transição da linguagem natural para a linguagem algébrica ou da linguagem algébrica para a linguagem natural?

No primeiro capítulo apresentamos o referencial teórico que serve de suporte para realização desse estudo. Nele tratamos dos registros de representações semióticas de Duval, a matemática como linguagem, um pouco da história da álgebra e algumas concepções relacionadas ao ensino da álgebra em nossas escolas. No capítulo seguinte apresenta-se a metodologia que serviu de base para o desenvolvimento desse trabalho, incluindo os instrumentos de coleta de dados e o público envolvido.

No último capítulo há análise dos dados colhidos na pesquisa de campo, assim como os resultados e discussões, com apontamentos e amostra da atividade realizada pelos alunos em sala de aula no momento da pesquisa.

1. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capitulo buscamos abordar um pouco sobre a teoria de Raymond Duval, apresentando características da linguagem natural e da linguagem matemática e apresentaremos algumas reflexões relacionadas a álgebra escolar.

1.1 Registro de representação semiótica: a teoria de Raymond Duval

O conhecimento Matemático formalizado, precisa necessariamente, ser modificado para se tornar passível de se acontecer o processo de ensino e aprendizagem no âmbito escolar; isto é, não existe a comunicação direta (Brasil, 1997). De acordo com o caráter abstrato dos objetos matemáticos, toda atividade em Matemática se dará por meio de representações, já que os objetos matemáticos não são diretamente observáveis na natureza.

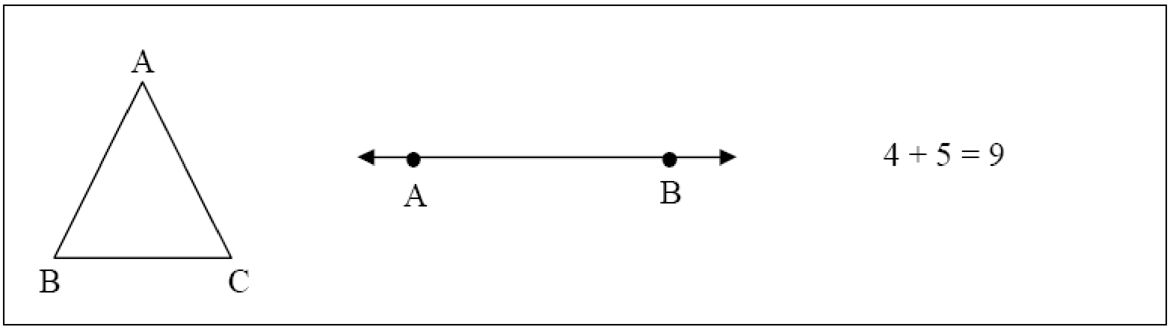
Como é o caso dos estudos em biologia ao ser trabalhado com microscópio para ver os vírus, bactéria e outros, em que os objetos matemáticos são acessados necessariamente pelas representações (Duval, 2003). Assim, 2; 4/2; 1+1; $\sqrt{4}$ e dois são diferentes representações ligadas ao mesmo objeto matemático.

Nesse sentido, pode-se refletir sobre as importantes considerações acerca da teoria dos registros de representação semiótica desenvolvidas por Raymond Duval, para que o conhecimento matemático formalizado seja transformado para que possa acontecer o processo de ensino e aprendizagem no âmbito escolar. Duval (1993, apud DAMM, 1999), assim define representações semióticas como "produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento".

De acordo com Duval (2005), principal importância das representações semióticas para a Matemática se justifica por duas razões: a primeira é que qualquer tratamento sobre os objetos matemático se estabelece por meio de um sistema de representação. Por exemplo, para realizar cálculos com as operações básicas é necessário utilizar o sistema de numeração decimal, para trabalhar os cálculos de áreas e perímetros recorre-se às figuras geométricas planas.

A segunda razão se deve ao fato de que os objetos matemáticos, não são diretamente perceptíveis aos nossos olhos. Portanto, os objetos matemáticos são dependentes de sistemas de representações que os permitem mencioná-los. Como podemos verificar na figura abaixo:

Figura – 01: exemplos de representações semióticas de objetos matemáticos.



Fonte: Feio (2009)

O que temos na figura acima são signos utilizados para representar objetos matemáticos.

Como os objetos matemáticos são generalizados e descontextualizados, só pode representá-los por meio de sistemas de representações de forma simbólica, em que estes sistemas representam algumas propriedades dos objetos matemáticos. Essas representações são expressas por Raymond Duval como semióticas, externas e conscientes aos indivíduos, utilizando signos que permitem haver a comunicação, tratamento e objetivação, sendo alguns destes definidos registros de representação que tem um papel fundamental para a contextualização dos objetos matemáticos. Podemos exemplificar como registro de representação na matemática o sistema numérico, o algébrico e o gráfico (André, 2007).

Para Duval (1993) apud André (2007) as representações semióticas são produções que representam o objeto matemático, que têm dificuldades próprias de significância e funcionamento. As representações semióticas na matemática são: a língua natural, os sistemas de escritas, gráficos cartesianos e figuras geométricas.

Para o autor um mesmo objeto matemático pode ser representado através de vários sistemas semióticos, por exemplo, uma função quadrática pode ser representada por uma expressão algébrica, por um gráfico, por uma tabela, pelo diagrama de Venn, etc.

Para Colombo *et al* (2009) apresenta-se algumas vantagens da diversidade dos registros de representações semióticas, uma delas é a economia de tratamento, que utiliza vários registros de representação que pode haver mudanças entre elas, proporcionando potencializar o que é representado. Outra é a complementariedade dos registros, onde pode usufruir das muitas possibilidades de um tipo de sistema semiótica e suas generalizações.

Assim, fica mais viável trabalhar com um gráfico matemático, onde as possibilidades de visualização são melhores, do que apresentar um determinado conteúdo a partir da linguagem discursiva. E finalmente uma terceira vantagem é a coordenação de diferentes registros de representações, onde envolve as representações mentais e as semióticas, já que as representações mentais se dão a partir das representações semióticas que são interiorizadas.

Torna-se viável trabalhar com as mais diversas representações semióticas possíveis de um mesmo objeto matemático, ao invés de ficar utilizando uma representação por achá-la a melhor, a mais fácil, levando em consideração a sequência que deve ser constituída de tarefas que tratem os dois tipos de representações (Duval, 2003). Assim, para trabalhar as atividades cognitivas envolvidas no ensino e na aprendizagem da matemática requer regras de decodificação pertencente em cada uma das metodologias adotada. Surgindo, com estas considerações, a necessidade de utilizar outros sistemas de expressos e representações, como números, notações simbólicas para os objetos, escrita algébrica, escrita lógica, figuras geométricas, redes, diagramas, esquemas, etc (Colombo *et al*, 2009).

Para o mesmo autor, a originalidade da atividade matemática está na utilização simultânea de ao menos dois registros de representações, ou na possibilidade de troca a todo o momento de registro de representação no mesmo objeto matemático. Assim, existem dois tipos de transformações semióticas, que são: os tratamentos e as conversões.

1.2 Tratamento e Conversão das representações semióticas

Conforme Duval (2008) um mesmo objeto matemático apresenta uma diversidade dos registros de representações semiótica. Porém, estes diferentes registros podem demandar dos alunos conhecimentos de diferentes conteúdos matemáticos. Desta forma vemos que os diferentes registros de um mesmo objeto matemático abrangem diferentes conteúdos.

Ao trabalhar com essa problemática Duval (2008) aponta que:

> Passar de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto. Vemos, então, que duas representações de um mesmo objeto, produzidas em dois registros diferentes, não têm de forma alguma o mesmo objeto. Vemos, então, que duas representações de um mesmo objeto, produzidas em dois registros diferentes, não têm de forma alguma o mesmo conteúdo. (Duval 2008, p. 22).

Desta forma, para os diferentes meios de representar um objeto, é necessário que os alunos tenham diferentes conhecimentos matemáticos. O que pode se tornar uma limitação para a transição correta de registros de um mesmo objeto matemático.

Walle (2009), ao se referir ao pensamento algébrico, descreve a álgebra como algo que "envolve generalizar e expressar essa generalização usando linguagens cada vez mais formais, onde a generalização se inicia na aritmética, em situações de modelagem, em geometria e virtualmente em toda a matemática". O mesmo autor cita quatro formas distintas de raciocínio algébrico descritas por Kaput, ao generalizar a aritmética e padrões em toda a matemática.

1. Uso significativo de símbolos.
2. Estudo da estrutura no sistema de numeração.
3. Estudo de padrões e funções.
4. Processo de modelagem matemática, que integra as quatro anteriores.

Desta forma, o pensamento algébrico é tido de distintas formas de pensamento e de concepção do simbolismo.

A diferenciação entre o tratamento e a conversão é que no primeiro a transformação é manuseada na parte interna do registro utilizado e na seguinte permite a transformação externa do registro de representação de um para outro, variando entre ambos.

No tratamento pode ser exemplificada a resolução de uma equação ou um sistema de equações, que seguem regras mobilizadas para sua resolução, como é o caso de uma equação do 1º grau do tipo $x-3=5$.

Na conversão podemos passar da forma algébrica da equação acima fornecida para à sua representação gráfica, partindo de uma representação a outra do mesmo objeto matemático, ou transformar uma frase de um problema em equações matemáticas.

No entanto, segundo André (2007) os alunos em muitos casos não reconhecem o mesmo objeto por meio de duas representações diferentes. Isso pode ocorrer pelo fato do professor não apresentar diferentes registros de representação sobre o objeto de estudo, isto é, não está transformando a representação por conversão. Assim, o aluno pode não representar uma equação de um problema de melhor forma, ou não perceber que 0,5 e 1/2 representam o mesmo número, e ainda que está representando,. de modo distinto, o mesmo objeto matemático.

Para Duval (2003), a conversão é usada para apresentar uma representação que sirva de apoio, seja uma visualização mais prática e fácil do objeto matemático em questão, e não tem nenhum papel intrínseco nos processos matemático de justificativa ou prova. Porém do ponto de vista cognitivo, a conversão conduz os mecanismo para a compreensão que admite transformar representações para melhor aquisição do conhecimento.

> Do ponto de vista matemático, a conversão intervém somente para escolher o registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais econômicos, mais potentes, ou para obter um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que efetuam em um outro registro. (...) Mas, do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como à atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. (Duval, 2003, p. 16).

Segundo Maggio e Soares (2011) cada uma das representações de um determinado objeto tem variáveis específicas estando relacionados ao conteúdo do registro, pois o conteúdo da representação a ser apresentado para aquisição do conhecimento depende fortemente dos registros de representação do que do objeto matemático.

Para uma conversão entre gráficos, por exemplo, é necessária uma decodificação que é aplicado regras segundo o qual um determinado ponto está relacionado a um par ordenado sobre um plano quadriculado por dois eixos graduados. Assim deve-se levar consideração as variáveis visuais próprias dos gráficos e os valores escalares das equações.

Considerando a natureza cognitiva das atividades da conversão, elas aparecem em dois tipos de fenômenos, que são observadas nas operações de conversão: as variações de congruência e de não-congruência e a hereditariedade dos dois sentidos de conversão.

De acordo com Duval (2003) para analisar as atividades de transformação de uma representação em outra por conversão, é suficiente comparar o registro de partida com a representação terminal do registro de chegada.

Esquematicamente, duas situações podem ocorrer, ou a representação terminal transparece na representação de saída e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação – diz-se então que há congruência, ou ela não transparece absolutamente e se dirá que ocorre a não-conguência.

Assim, quando estamos trabalhando o fenômeno de não-congruência a passagem de um registro para outro é necessário que se tenha um terceiro registro que seja intermediário para melhor representar o objeto em questão. Como exemplo tem-se uma situação do cotidiano, como o crescimento de uma determinada planta em certa região que cresce a uma velocidade representada por uma equação, e pede-se para determinar o gráfico do crescimento relacionado ao tempo. Logo percebemos que deve-se utilizar um terceiro registro de representação, que neste caso seria através do desenvolvimento da expressão, atribuindo valores as variáveis. Construindo assim o gráfico da equação dada.

Ainda segundo Duval (2003), pesquisas realizadas em diversas situações e lugares do mundo, apresentaram que existem fracassos e/ou bloqueio dos alunos, de níveis diferentes de ensino, torna-se maior a cada momento em que é necessário utilizar a mudança de registro, ou mobilizar dois registros ao mesmo tempo. E neste caso, se as conversões requeridas forem não-conguêntes, essas dificuldades tornam-se mais persistente, sendo difícil de vencer estes bloqueios, limitando a capacidade de proporcionar que os alunos utilizem seus conhecimentos prévios e de adquirir novos conhecimentos.

Assim, para tentar diminuir este quadro, é preciso que o professor não apenas mude o modo de tratamento do registro e sim apresente nesta transformação explicações das propriedades de um objeto, tratando de diferenciar o conteúdo de uma representação com o objeto representado.

Notemos que estas especialidades só se encaixam na aprendizagem da matemática, não podendo ser adequado a ciências que são baseadas em experimentação e observação, como é o caso de um estudo botânico ou geólogo de um terreno ou de um estudo em laboratório de física e química. (Duval, 2003).

Para Duval (2003), existem registros monofuncionais e multifuncionais, que representam, consecutivamente, que o registro possui algoritmos próprios em sua estrutura e no outro não possui tratamentos algoritmizáveis. Como exemplo pode-se citar na monofuncionais os sistemas numéricos (representações numéricas dos inteiros, decimais e fracionários) e algébricos (expressões literais e às equações) e no multifuncionais as representações discursivas (linguagem natural).

1.3 Matemática como linguagem

Alguns autores consideram que a matemática possui uma linguagem universal e outros não (Feio, 2009). Neste trabalho, considera-se que a mesma possui uma linguagem própria sendo simbólica e codificada.

Sabendo-se que a linguagem é uma capacidade de expressão natural do ser humano, tendo este uma aparelhagem física, anatômica e fisiológica que causa expressões através de palavras que são apresentadas de acordo com fatos culturais, como condições históricas, geográficas e outros, consideramos a linguagem como um sistema de signos ou sinais que expressam coisas na qual é possível fazer uma inter-relação entre a mesma e a matemática, que por sua vez é um sistema de signos que são utilizados para representar coisas, estabelecer relações e expressar ideias. (Feio, 2009).

Assim, como a Matemática possui sua linguagem própria, há uma dificuldade no ensino aprendizagem devido à particularidade do rigor e da formalidade de sua linguagem, onde os professores, em alguns casos, não têm a habilidade de ministrar certos conteúdos levando em consideração alguns aspectos inerentes da linguagem matemática e os alunos que se entediam com a mesmice das aulas de matemática por não conseguirem ler, escrever e identificar sua simbologia.

1.3.1 A linguagem Matemática através da oralidade e da escrita

Na escola atual ainda nos deparamos com a apresentação dos conteúdos feitos pelo professor através da exposição oral para construir uma relação de ensino e aprendizagem na sala de aula. No entanto, nas avaliações de aquisição do conhecimento, em muitos casos, são feitas através do registro dos exercícios na forma escrita, em provas e trabalhos.

Assim, de acordo com Machado (2001) houve um grande impulso em utilizar a escrita em meados do século XV, onde existe o grande avanço na tecnologia e com ela a necessidade de criar textos mais extensos, necessitando da forma impressa do que se desejava.

Os textos escritos além de ter maior praticidade e maior duração para apreciá-los, são possíveis recorrer aos mesmos em qualquer momento, quando necessário, para uma consulta, estudo, ou algo do gênero. Por sua vez, estará pronto para qualquer tipo de consulta, guardando todos os pensamentos do (s) autor (res) que o criou. (Feio, 2008).

Na escola, também há uma essência na escrita dos conteúdos apresentados pelo professor. Uma delas é expressar seus conhecimentos adquiridos durante a apresentação dos conteúdos e uma outra é, segundo Silveira (2005), o fato de que o aluno copia o que o professor escreve para não esquecer o conteúdo trabalhado em sala de aula, na expectativa de que as informações fiquem armazenadas e possam ser acessadas num momento posterior.

No entanto, ao copiar a linguagem matemática da lousa apresentada pelo professor, muitas vezes o aluno esquece o que foi explicado oralmente ao rever as atividades em casa.

Em relação a este fato Feio (2009) discute que é possível que o aluno não encontre a relação da simbologia apresentada pelo professor, já que ele não dispõe da oralidade do professor. Logo é possível perceber que a língua natural através da oralidade serve como suporte para a compreensão da linguagem escrita formalizada da matemática apresentada em sala de aula.

Nessa linha, Feio (2009) ainda contribui que "na sala de aula, a fala medeia o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. De um lado o professor a utiliza, através da língua natural, para traduzir a linguagem matemática que se encontra codificada. Do outro, os alunos apreendem a tradução feita pelo professor e projetam sentido no que está sendo comunicado. Por conseguinte, os alunos constroem conceitos." Assim, o discurso apresentado pelo professor minimiza as dificuldades encontradas pelos alunos em assimilar a simbologia da matemática com a oralidade do professor, proporcionando o conhecimento do que lhe foi apresentado.

1.3.2 Linguagem matemática: leitura, escrita e interpretação.

Nas escolas existem muitos relatos de professores ressaltando que os alunos não sabem interpretar os problemas propostos ou não sabem como respondê-los, causando desconforto na relação ensino-aprendizagem na aula.

No entanto, alguns professores não levam em consideração as particularidades da formalização da linguagem escrita da matemática que é bastante abstrata, em que muitas vezes os alunos precisam ler e ter a compreensão da linguagem matemática e traduzir para uma linguagem natural.

De acordo com Silveira (2005), para que os símbolos apresentados tenham significado para o aluno é preciso que os mesmos interpretem cada objeto através de sua representação semiótica.

As regras apresentadas em matemática, seja para encontrar algum resultado ou para simplificar expressões, estão presentes nas aulas de matemática. O fato de seguir regras é praticar, ou seja, é utilizar e treinar para depois haver uma memorização. Dessa maneira, podemos praticar a fala e escrita através de regras (Feio, 2009). Muitos alunos dizem que sabem fazer o cálculo mentalmente, mais na hora de falar ou escrever a resolução encontra um bloqueio, sendo necessário implantar uma regra para que resolva o que se pede, seja escrevendo ou falando.

1.4. Breve História da Álgebra: Simbologia e Abstração

Ao se referir a palavra álgebra, pensava-se logo em uma ciência de operações com números e uma área que resolveria determinados problemas. Assim podemos pensar que matemática é muito mais antiga do que imaginamos, já que há registros em diversas civilizações que tentava resolver algumas situações através de números e operações, como é o caso de tabuletas de argila na Suméria e nos papiros no Egito.

No Papiro Rhind egípcio, datado por volta de 1650 a.C. em que o escriba conta que a atividade contida nele é desde o ano de 2000 a.C. encontra-se problemas de mercadores envolvendo equações relativamente simples comparadas a algumas que temos hoje na álgebra moderna. E mais, houve estudos que relatam que antigos babilônios possuíam conhecimentos para resolver equações do primeiro grau. (Milies, 2004).

O século XIX foi um grande marco para o desenvolvimento da álgebra, diversos estudiosos trabalharam para este feito, proporcionando melhoria e generalizações para aperfeiçoamento desta área do conhecimento. Segundo Milies (2004) foi neste século que avançou o conceito de operação, em que os autores desta época não enfocavam operações clássicas entre números e sim entre elementos, sem se preocupar na natureza destes e sim pelas propriedades observadas que estas operações proporcionavam. Para Boyer (1996) "na álgebra o século dezenove fora mais notável por desenvolvimentos novos que por atenção aos fundamentos". Segundo o mesmo autor um grande matemático e filósofo Bertrand Russell (1872-1970) afirmou que grande parte da descoberta da matemática pura se deu no século XIX.

Uma notação para discrição de uma área da matemática é fundamental para que se proporcione o conhecimento entre diversos indivíduos. Para os números naturais, a numeração indo-arábica que utilizamos, começou-se a desenvolver na Índia e o princípio da posição foi observado numa obra de Aryabhata (476-550) do ano de 499, em que os números estavam agrupados para representar algo.

No entanto, este desenvolvimento não se deu por acaso, e sim por necessidades de estabelecer resolução de equações algébricas. Iniciou-se, segundo Milies (2004) em algumas equações que necessitavam de resoluções, e alguns povos as resolviam por métodos geométricos, como é o caso dos gregos. Porém não tinham notações específicas e/ou fórmulas gerais para esta resolução.

Segundo Eves (2004), no século IV, Diofanto (não se sabe ao certo as datas de seu nascimento e morte, que se estabelece entre o sé. II e IV), apresentou em sua aritmética o uso de uma letra grega para representar a incógnita de uma equação, em que esta escolha se deu pelo fato de que algumas letras gregas em determinadas posições no alfabeto representavam números. Ele também usava nomes para representar as potencias nas incógnitas, como quadrado, cubo, quadrado-quadrado (quarta potência), quadrado-cubo (quinta potência) e cuco-cubo (sexta potencia) e para potencias mais elevadas utilizava formas geométricas, que eram variadas, pois os gregos, não tinham padrões para este fato, tornando-se uma variedade de figuras para determinada potência.

Segundo Milies (2004), o conceito de Polinômio foi introduzido por Simon Stevin (1548-1620) em que usou símbolos como ⓪, ①, ②, e outros para indicar as posições das unidades, dezenas, centenas, etc. Assim, para representar o número 156 era representado assim ⓪ 1 ① 5 ② 6. Em seu livro do ano de 1585 representou outra notação parecida com a mostrada anterior para representar as potencias das variáveis de qualquer potência. Para representar as potencias x, x^2 e x^3 ele denotava por ①, ② e ③ respectivamente. Assim, para representar o polinômio $8x^4 + x^3 + 2x^2 + 4x + 7$ sua notação seria da seguinte forma:

8④+ ③+ 2②+ 4① + 7⓪

Outros trabalhos que se destacaram no desenvolvimento da álgebra foram os de François Viète (1540-1603), que tinham como fonte as obras de Diofante, Cardano, Tartaglia, Bombelli, que foram impressos em 1591 em que ele deu uma nova visão as equações algébricas usando letras não apenas para representar as incógnitas, mas também os coeficientes e as quantidades conhecidas. Ele usava as consoantes para representar as quantidades conhecidas e as vogais para representar as incógnitas. Com isso, para representar a equação que escrevemos por $bx^2+cx=d$ ele representava da seguinte forma:

B *in* A *quadratumplus* C *plus in* A *aequalia* D *solido*

Os termos da equação do segundo grau deveriam representar uma dimensão só, pois tratava-se de um pensamento geométrico de Viète, devendo apresentar um volume, acarretando na implantação de adjetivos na equação, como visto em C que é acompanhado por plus (representa uma área) e em D que é acompanhado por solido (representa um volume).

Para Boyer (1996) as fórmulas lógicas utilizadas pelos gregos consistiam de palavras de sua língua predominante que eram sujeitas às regras usuais. No entanto, ele apenas utilizava números positivos e muitos dos autores que ele consultava não utilizavam o mesmo fato e muito menos coeficientes negativos. Mas em 1657 John Hudde (1633-1704) foi o primeiro a utilizar letras para representar coeficientes que poderiam ser positivos ou negativos nas equações algébricas (Milies, 2004). Ele tentou também trabalhar algebricamente provar expressões como:

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^2 = (a + b)^3$$

Que ele escrevia na forma:

$$\text{a } \textit{cubos} + \text{b } \textit{in} \text{ a } \textit{quad.}\ 3 + \text{a } \textit{in} \text{ b } \textit{quad.}\ 3 + \text{b } \textit{cubo aequalia } \overline{\text{a} + \text{b}}\ \textit{cubo}$$

Mas o precursor da utilização das letras do inicio do alfabeto para representar as quantidades conhecidas e as no final do alfabeto para representar as incógnitas foi aperfeiçoada em sua obra por René Descartes (1596-1650). Assim como Viète, Descartes só tratava as letras como representação de apenas números positivos (Milies, 2004).

A utilização moderna que utilizamos, com expoentes fracionários e negativos foi introduzida por Isaac Newton (1642-1727) em uma carta datada em 13 de junho de 1676, para o então secretário da Royal Society Oldenburg, que Newton dizia que utilizava as expressões $a^{1/2}, a^{2/3} e\, a^{5/4}$ para representar $\sqrt{a}, \sqrt[3]{a^2} e \sqrt[4]{a^5}$ e as expressões $a^{-1}, a^{-2} e\, a^{-3}, etc$ para representar $\frac{1}{a}, \frac{1}{aa} e \frac{1}{aaa}, etc$ já que os algebristas da época escreviam $a^2, a^3 e\, a^4, etc$ para representar $aa, aaa\, e\, aaaa, etc$.

Segundo Milies (2004), a utilização do símbolo da igualdade (=) foi primeiro utilizado pó Robert Record (1510-1558), porque ele disse que a utilização deste símbolo foi usado porque não existiriam duas coisas mais idênticas do que duas linhas paralelas de mesmo comprimento. Já os sinais de + e – utilizados atualmente representam a adição e a subtração, respectivamente, foi utilizado em um texto por Johannes Widman (1462-1498) em que o sinal de + deriva-se aparentemente da palavra *et* que foi usado em diversos manuscritos para representar a adição e sinal de – se deriva da letra *m* que é abreviado da palavra *minus* que representa menos.

Parece que os números naturais, que são os elementos da sequencia 0, 1, 2, 3, 4, ..., tiveram seu desenvolvimento a partir das experiências do cotidiano, do ato de contar o rebanho de animais por exemplo (Eves, 2004). E algo desta magnitude aconteceu com o desenvolvimento dos números racionais positivos da forma a/b, com a e b números naturais, como encontrados em registros destes números na Babilônia e no Egito e pelos os gregos que fizeram diversos usos sofisticados.

Já para o surgimento dos números negativo, foi uma ocorrência distinta da dita com os naturais, no qual sua utilização foi apresentada numa obra indiana de Brahmagupta no ano de aproximadamente de 628, em que eram determinados como dívidas, e eram sempre tratados desta forma (Milies, 2004).

Com os números irracionais, sendo números que não podem ser escrita da forma a/b com a e b inteiros, os autores já sabiam que existiam essas medidas que não eram representadas por números racionais, no século VI a.C. como foi o caso de um quadrado de lado medindo 1 e a sua diagonal medindo $\sqrt{2}$, que para autores como Pascal e Barrow estes símbolos tinham apenas magnitudes geométricas cuja medida podia ser aproximada por número racional.

George Boole (1815-1864) um britânico que desenvolveu a álgebra como um autodidata, que nasceu na Inglaterra, vindo de uma família de comerciantes de poucos recursos, teve como base uma escola comum, tendo aprendido por si só o grego e o latim. Como professor anos depois, teve a necessidade de se especializar mais em matemática estudando e dominando os trabalhos de Laplace (1749-1827) e Lagrange (1736-1813). Um dos Resultados destes estudos foi uma publicação por Boole uma breve obra titulada por *The Mathematical Analysis of Logic* em 1847. Nesta obra o autor apresenta oposição pela visão que diversos autores da época tinha em relação a matemática que era considerada uma ciência da grandeza e do número. (Boyer, 1996).

Para Boyer (1996) Boole defendia a visão que a matemática não estava mais limitada aos números e as grandezas contínuas, e sim tendo a característica essencial da matemática em sua forma, assim se qualquer tópico é apresentado com a utilização de símbolos e suas regras envolvidas que são sujeitas a exigência internas.

Outro precursor do desenvolvimento da álgebra foi o Indiano Augustus De Morgan. Nasceu cego de um olho, e por decorrente deste fato, muitos acreditam que sua ironia na sociedade, como detestar a vida rural, não aceitar votar em eleições e outras, vieram pela tristeza que a vida lhe proporcionou ao nascer.

Para De Morgan os símbolos que representavam os número ou as grandezas eram conservados abstratos, e que os símbolos de + e – representavam atitudes como castigos e recompensas e a igualdade entre A=B era representado como uma representação dos mesmos significados independente dos passos para atingir os elementos (Boyer, 1996).

William Hamilton (1788-1856) perdeu seus pais ainda criança sendo levada sua instrução para um tio, que o instruiu. Aos 5 anos já lia grego, hebraico e latim, e aos 10 anos já conhecia uma dúzia de línguas orientais. Para Hamilton, a álgebra era a ciência do tempo puro. Talvez ele estivesse seguindo o mesmo pensamento de Newton, que quando encontrava dificuldades em determinar soluções para algumas obras, ele apelava para a noção de tempo no universo físico.

Assim, para Boyer (1996), a ideia de Hamilton possivelmente: estivesse simplesmente concluindo que, como a geometria é a ciência do espaço, e espaço e tempo são os dois aspectos da intuição sensorial, a álgebra deveria ser a ciência do tempo.

1.5 Reformular a álgebra do Ensino Fundamental: porque e como?

Ouve-se em diversas conversas e depoimentos de alunos a respeito da frustração em relação à álgebra, tanto na aprendizagem quanto na resolução de problemas que envolvem esta área. A álgebra há tempos vem sendo destacada no currículo da escola, estando presente nestes debates pela sua importância em estudos atuais e, provavelmente, em estudos futuros. No contexto educacional, esta importância em muitas vezes não é vista pelos alunos e por alguns professores que às apresentam, em que poderiam proporcionar aos alunos meios de mostrar sua importância em sala de aula e fora dela, e causar maior interesse.

Levando em consideração os pontos levantados e outros aspectos envolvendo o ensino e a aprendizagem em matemática, como desmotivação metodológica, somos obrigados a rever e avaliar o currículo de matemática.

Pode-se destacar algumas mudanças do currículo, entre elas, a utilização de tecnologias, como o computador, em que está ganhando grande espaço no mundo, não apenas na educação mais em diversas áreas. Vemos em sala de aula alunos vistos como máquinas de acumulação e decoreba de fórmulas e regras, que devem depositar tudo que "memorizou" nas provas e avaliações (House, 1995). Porém há a necessidade de proporcionar o conhecimento a criança em relação aos conceitos algébricos, elevando-o a adaptação a conhecimentos novos e surpreendentes.

Além do computador, outra tecnologia utilizada em sala de aula é a calculadora. Porém, vale salientar que existem educadores que resistem a outras formas de utilização da tecnologia eficaz e se prendem aos tópicos tradicionais que são baseados em métodos tradicionais de ensino.

O avanço e a importância do computador serão sentidos por todas as áreas do conhecimento e na vida da população, e com isso a educação terá um forte aliado na mudança curricular, este avanço estará ligado a base do desenvolvimento educacional. Na álgebra podemos ver esta força em ação, assim como em outras áreas da matemática. Uma gama de software é conhecida pela manipulação de símbolos que são capazes de achar valores de expressões algébricas.

Segundo House (1995), os primeiros softwares criados para o ensino da álgebra tratavam de uma cópia do trabalho monitorado em sala de aula, com mera repetição, hoje dispomos de programas que determinam gráficos e mudam as hipóteses, quando manipuladas, reformulando tabelas e os próprios gráficos.

Essas demandas das novas tecnologias dos computadores resultam na criação de cidadãos que tenham aptidão ao raciocínio quantitativo, incluindo tópicos de estatística e probabilidade. E sabe-se que estes conteúdos não são enfocados no Ensino Fundamental Então há uma necessidade de mudança no currículo de matemática em relação à álgebra, criando um corpo de alunos heterogêneos em relação ao nível de álgebra, pois estes estarão dispostos a atender a interesses e necessidades para manusear as tecnologias presentes na sociedade. No entanto, o que vemos são alunos com nível baixo quanto à aquisição do conhecimento matemático, requerendo mais investimentos nos recursos humanos e na capacitação dos profissionais (House, 1995).

1.6 Concepções sobre a álgebra do Ensino Médio e utilização das variáveis.

A álgebra apresentada no Ensino Médio possui notações específicas da apresentada na universidade, envolvendo muitas operações e nomenclatura. Na escola a álgebra é apresentada através de operações básicas, que são aplicações dos números, de modo que pode-se generalizar para letras que representem os números. Na universidade, e um pouco no Ensino Médio, estas regras são provadas que valem para diferentes espécies de números, e a coisas que não são efetivamente números. Apresentam-se também conjuntos que possuem elementos com operações que obedecem a certas regras. E ainda, trabalham-se as compreensões das letras no currículo de álgebra, que se chamam variáveis, que envolvem operações a serem trabalhadas.

As variáveis podem ser encontradas em caráter diferentes na álgebra apresentada no Ensino Médio. Uma delas é na utilização de fórmulas como na representação de áreas que possui caráter de grandezas conhecidas. Nas equações se pensa em letras presentes conhecidas como incógnitas. Na identidade entre sentenças a variável tem caráter de argumentação de uma função. E a variável tem caráter de propriedade em modelos aritméticos, como em generalizações de propriedades de operações (inverso, simétrico, etc.). Porém as concepções de variável variam e se adaptam durante os tempos, pois houve tempos em que esta palavra só era utilizada para representar as discussões de sistemas. (Usiskin, 1995).

Hoje em dia, a variável é pensada como um símbolo que substitui coisa de um conjunto e de outros. Assim muitos alunos assimilam que todas as variáveis são letras que obrigatoriamente são números. Estando equivocados, pois podemos representar os vértices em figuras geométricas por A, B, C, ... e na universidade representamos p e q nas proposições em lógica matemática, e f para representar funções em análise matemática e outros.

Duas questões são essenciais para fundamentação da álgebra na escola média. Uma é a construção da capacidade dos alunos no manuseio de técnicas na álgebra. A outra é o papel das funções e o momento mais viável para introduzi-las em sala de aula. Livros apresentam as funções apenas no segundo ano de álgebra e alguns pesquisadores sugerem que sejam a base para apresentar os conceitos de álgebra e variáveis.

As concepções que são atribuídas à álgebra estão relacionadas à importância dos diversos usos das variáveis proporcionando as finalidades da álgebra. Vejamos algumas concepções, segundo Usiskin (1995):

- Generalização da aritmética – são as variáveis que generalizam os modelos e propriedades. Sendo fundamental também a utilização na noção de variável na modelagem matemática. Nesta não têm incógnitas. Como exemplo pode citar a propriedade dos reais em que a+b = b+a.
- A resolução de certos tipos de problemas – esta concepção não se trata de um modelo geral, e sim específico. Dado um problema da forma escrita ou algébrica, será simplificado ou

resolvido através de operações inversas, encontrado valor fixo para a variável. Exemplo: subtraindo 5 a metade de um certo número resulta em 10. Que número é esse?

- Resolução entre grandezas – Não se trata de uma incógnita, pois não se está interessado a resolver nada. Assim nesta as variáveis variam, e são utilizadas através de fórmulas. As variáveis apresentam também argumentos que são valores do domínio de uma função ou um parâmetro. Exemplo: $A = a^2$ onde a é a medida dos lados do quadrado.
- Estudo das estruturas – Estuda a álgebra nos cursos avançados (corpos, anéis, espaços vetoriais, outros), estando suas propriedades que se atribuem operações internas. Nela a variável é um pouco mais que um símbolo arbitrário, isto é, manipulam-se as variáveis de forma diferente, através de propriedades.

1.7 Dificuldade das crianças que se iniciam em álgebra

Na álgebra o foco da atividade está estritamente ligado no processo de estabelecer procedimentos a serem seguidos para que possa ser expresso de forma simplificada que a questão oferece. Neste caso, muitos alunos não veem este foco, e querem apenas responder problemas numericamente, sem perceber que podem obter a resposta desejada na forma de uma expressão ou uma equação algébrica. Assim, alguns alunos querem encontrar respostas fechadas, que sejam bem formadas, e com isso podem simplificar a expressão $3x + 3y$ por $6xy$.

Segundo Booth (1995), a simbologia apresentada na álgebra, como os sinais de operações e igualdade, é vista pelos alunos como se precede na aritmética, onde o sinal de igualdade e visto como um indicador que necessita de uma resposta numérica. Porém os alunos devem ver os símbolos de adição como uma ação e a igualdade como equivalência entre expressões, pois estes atos facilitam a compreensão algébrica. Esta ideia pode ser trabalhada em sala de aula para proporcionar ao aluno conhecer diversas maneiras de representar certa soma entre números ou uma igualdade entre expressões numéricas. No entanto, para propor estes novos conhecimentos é necessário desvincular o pensamento do aluno apenas na aritmética e principalmente na relação de comutatividade na divisão, pois sabemos que esta toca altera o resultado obtido.

A utilização das letras para representar as variáveis na álgebra resulta na relação que o aluno faz das letras usadas na aritmética, como a palavra metro que é representada por *m*, na álgebra o aluno pode pensar que *m* represente algum número ou uma quantidade de algum objeto que tenha sua escrita iniciada pela letra m, como mil ou maça. Logo, torna-se mais viável apresentar também a linguagem escrita das representações algébricas ao utilizar as letras.

Ao utilizar as letras para representar a variável, os alunos não veem que elas representam valores variados e não assimilam que a expressão a + b = a + c quando a=c pode está correta. A utilização dos parênteses nas expressões algébricas, e também numéricas, confunde a aprendizagem dos alunos. Por sua vez apresentadas, eles não veem que ao trocar a ordem das operações o resultado a ser obtido é diferente, ao simplificar a expressão, por exemplo, a × b + c ou a + b × c, com o uso dos parênteses na multiplicação poderiam causar melhor entendimento do quê o problema propõe (Booth, 1995).

De acordo com Brasil (2001):

> A aprendizagem em matemática deve estar ligada à compreensão, isto é a apreensão do significado; (sendo que) aprender o significado de um objeto ou acontecimentos pressupõe vê-lo em suas relações com outros objetos e acontecimentos. Assim, o tratamento dos conteúdos em compartimentos estanques e numa rígida sucessão linear deve dar lugar a uma abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas, visto que o significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ele e seu cotidiano, bem como os diferentes temas matemáticos. (Brasil, 2001, p. 20).

Desse modo, nem sempre as palavras expressas na linguagem natural que estão ligadas a situações do dia a dia, ajudam quando se tem como meta levar o sujeito à abstração de situações ligadas ao concreto.

DUVAL (2008) aponta quatro tipos diferentes de registros, vejamos quais são estes:

Quadro 01: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático (fazer matemático, atividade matemática).

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Formas de raciocinar: • argumentação a partir de observações, de crenças...; • dedução válida a partir de definição ou teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: • numéricas (binária, decimal, fracionária,...); • algébricas;	Gráficos cartesianos. • mudança de sistema de coordenadas; • interpolação,

	• simbólicas (línguas formais). Calculo.	extrapolação.

Fonte: Duval (2008).

Assim, os registros multifuncionais são tratados pela linguagem natural, na qual podemos perceber estes registros nas situações problemas, em figuras geométricas, pois estes não necessitam de algoritmos para terem sentido. Já os registros monofuncionais estão inseridos em uma linguagem puramente repleta de algoritmos, como nos cálculos, seja algébrico ou numérico, como também nos gráficos cartesianos com suas coordenadas.

2. DADOS E METODOLOGIA

Nossa pesquisa foi desenvolvida em uma turma do 3º Ano do ensino médio, composta por 40 alunos, em uma escola da rede do estado localizada no município de Monteiro-PB.

Optamos por aplicar a pesquisa na referida série, pois entre objetivos do Ensino Médio, apresentadas por Brasil (2001) encontra-se: "compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral". Pressupomos que os alunos, por estarem cursando a série final do ensino médio, já tenham desenvolvido estas habilidades referentes ao conteúdo a ser investigado.

A pesquisa está estritamente ligada na pesquisa-ação, pois nela analisamos o desenvolvimento do conhecimento e a compreensão dos alunos como parte da prática (Engel, 2000). Para o mesmo autor, no ensino a pesquisa-ação tem por objeto de pesquisa as ações humanas, no nosso caso os alunos, na aplicação do questionário que o professor pesquisador atribui como sendo inaceitáveis ou não levando em consideração aspectos, exigindo uma resposta prática. Já as questões aplicadas devem ser interpretadas a partir do ponto de vista do publico pesquisado.

Assim, a pesquisa-ação é situada, pois procura diagnosticar, no nosso caso, problemas apresentados pelos alunos na transição da linguagem natural para linguagem algébrica e vice-versa, numa situação específica, um questionário, com o fim de atingir uma análise prática dos resultados.

Outra abordagem foi uma pesquisa qualitativa, realizando um estudo da experiência humana, levando em consideração a interação, interpretação e construção do sentido e do conhecimento. Como pesquisador qualitativo, estudamos a interpretação do mundo real, preocupando-se com o mundo em que o publico pesquisado está inserido, tendo em mente a experiência vivida dos seres humanos (Moreira, 2002).

Na pesquisa qualitativa, encontra-se inserido no mundo dos sujeitos observados, tentando entender seus comportamentos e situações, construindo e interpretando sua realidade. Assim, para Moreira (2002) a pesquisa qualitativa é uma observação participante que é realizada em campo que combina a participação ativa dos sujeitos, a observação do ambiente natural, entrevistas ou questionários informais e analise documental.

Para investigar as dificuldades apontadas pelos participantes da pesquisa ao equacionar situações problemas na transição da linguagem natural para a linguagem algébrica e da linguagem algébrica para a linguagem natural, referente a equação do primeiro grau, a presente pesquisa se desenvolveu em três momentos, os quais descrevemos a seguir:

Momento 01: Elaboramos um exercício (Apêndice A), composto por duas questões, a serem aplicadas como instrumento de pesquisa, durante o momento da intervenção a ser realizada.

Momento 02: Desenvolvemos junto aos participantes da pesquisa a intervenção, o qual foi aplicado o exercício elaborado no momento anterior, essa intervenção aconteceu em um único encontro com duração de duas aulas seguidas, onde cada aula era composta por 45 minutos.

Momento 03: Realizamos a analise dos dados coletados, através da intervenção aplicada.

2.1 Instrumento de coleta de dados

Nossa investigação teve como referência as pesquisas de mestrado realizadas por André (2007), a qual buscou investigar com os alunos de sétima série (atual 8º ano) do Ensino Fundamental o processo de transição da linguagem natural para a linguagem algébrica em situações associadas às equações de primeiro grau; e por Feio (2009) que teve como objetivo identificar e analisar quais as possíveis dificuldades advindas da linguagem que alunos enfrentam na conversão da língua natural para a linguagem matemática.

Para o desenvolvimento da pesquisa foi aplicado como instrumento para a coleta de dados, um exercício, contendo duas questões, cada uma delas composta por três itens. A primeira delas, tivemos a preocupação de elaborá-la a partir de uma situação problema referente a assunto relacionado com o cotidiano dos participantes da pesquisa, devido a essa motivação, trabalhamos com o tema da questão boa forma através de malhação em uma academia. A aplicação dessa questão se deu com o intuito de investigar as dificuldades a serem apontadas pelos participantes da pesquisa na transição da linguagem natural para a linguagem algébrica a partir dos registros produzidos na solução da questão.

Na segunda questão, baseada em problemas algébricos do 1º grau, foi composta pelos seguintes itens: a) $8 + x = 25$; b) $2x + 2 = 32$ e c) $x + 5 = 45$. A qual, solicitamos que representassem cada uma das equações dadas, através de uma situação problema. Esta questão foi desenvolvida com a finalidade de verificar as dificuldades apontadas pelos participantes da pesquisa na transição da linguagem algébrica para a linguagem natural.

A atividade foi realizada em um único encontro composto por duas aulas de 45 minutos cada. Antes de aplicar o exercício, combinamos antecipadamente com o professor da turma o dia e o horário o qual este poderia ser realizado. No dia da aplicação, apenas explicamos aos participantes o motivo da aplicação e que o respondessem de forma individual, em seguida distribuímos o exercício entre eles.

Através da aplicação desse exercício, tivemos a pretensão de investigar as dificuldades apresentadas pelos participantes da pesquisa durante a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica ou da linguagem algébrica para a linguagem natural.

A partir dos dados coletados através da aplicação do exercício, realizamos a análise destes, na tentativa de identificar as principais dificuldades encontradas nos registros obtidos pelos participantes da pesquisa, na tentativa de verificar as principais dificuldades encontradas durante os processos de transições.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Com os dados coletados tivemos a oportunidade de verificar os tipos dificuldade em respostas obtidas a questão (01), vejamos estas de acordo com a necessidade apontadas em cada item:

Figura – 02: Questão 1 do exercício

1 - A Academia V2 está fazendo uma Promoção de Verão para os seus clientes e para atrair mais pessoas interessadas em ficar em boa forma para o verão. A nova promoção oferece ao cliente malhar um dia na academia usando todas as máquinas e pagar apenas R$ 2,00. Com base nestas informações, responda as seguintes questões:

a) Qual o valor pago por Marcelo que frequentou a academia por 4 dias utilizando esta Promoção de Verão?

b) Qual é o valor **y** a ser pago por um cliente qualquer que freqüenta a academia por **x** dias nesta Promoção de Verão?

c) Quantos dias Jéssica frequentou a academia na Promoção de Verão, já que o valor que ela pagou foi de R$18,00?

Fonte: do autor

Observem que no item (a) para se obter a resolução correta da questão é necessário que os participantes realizem a conversão da linguagem natural (de acordo com o contexto apresentado na questão) para a linguagem matemática, sendo indispensável que os alunos tenham conhecimento de regras básicas para realizar operações básicas da aritmética.

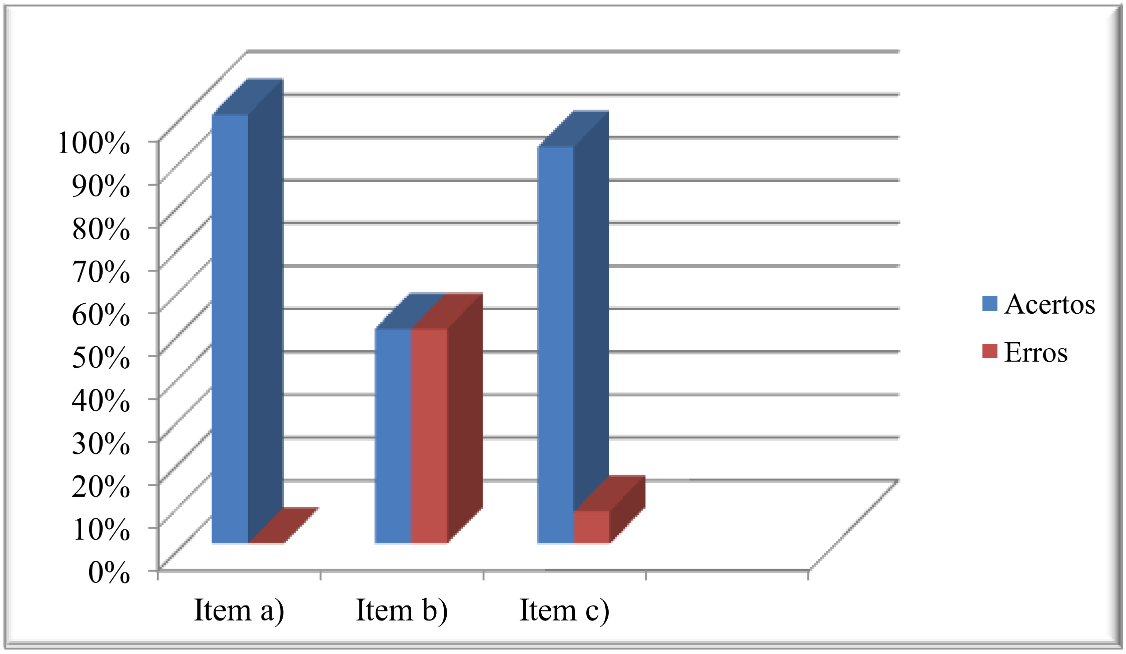
No item (b), para que os participantes desenvolvam a transição da linguagem natural para a linguagem matemática (através da representação algébrica), é fundamental que os alunos tenham conhecimento que as incógnitas “x” e “y” representam as grandezas envolvidas no contexto da situação problema, ou seja, que o “x” representa a quantidade de dias que o cliente frequênta e que a incógnita “y” se refere a ao valor a ser pago pelo cliente, estando este, em função da quantidade de dias a ser frequentada pelo cliente.

Já no item (c) para que os alunos realizem a conversão da linguagem natural para a linguagem matemática (através da estrutura algébrica), necessário que os alunos compreendam que a quantidade de dias a ser frequêntado na academia depende do valor que o cliente se dispõe a pagar por estes.

Para realizar a análise dos dados coletados, utilizamos os critérios de categorização e organização sugeridos por Duval (2008), o qual recomenda que uma divisão seja feita, para cada item. Devendo estas respostas estar divididas em dois grupos, sendo estes: corretas ou aceitáveis de um foco matemático, ou seja, que se tenha levado em consideração ou não as exigências de justificação matemática; e o outro grupo, aquelas respostas que não o são corretas.

Para análise dos dados obtidos expomos através de gráficos o rendimento por questão, os quais foram analisados o índice percentual de acerto em cada item das questões.

Gráfico – 01: Resultado dos acertos das questões aplicadas



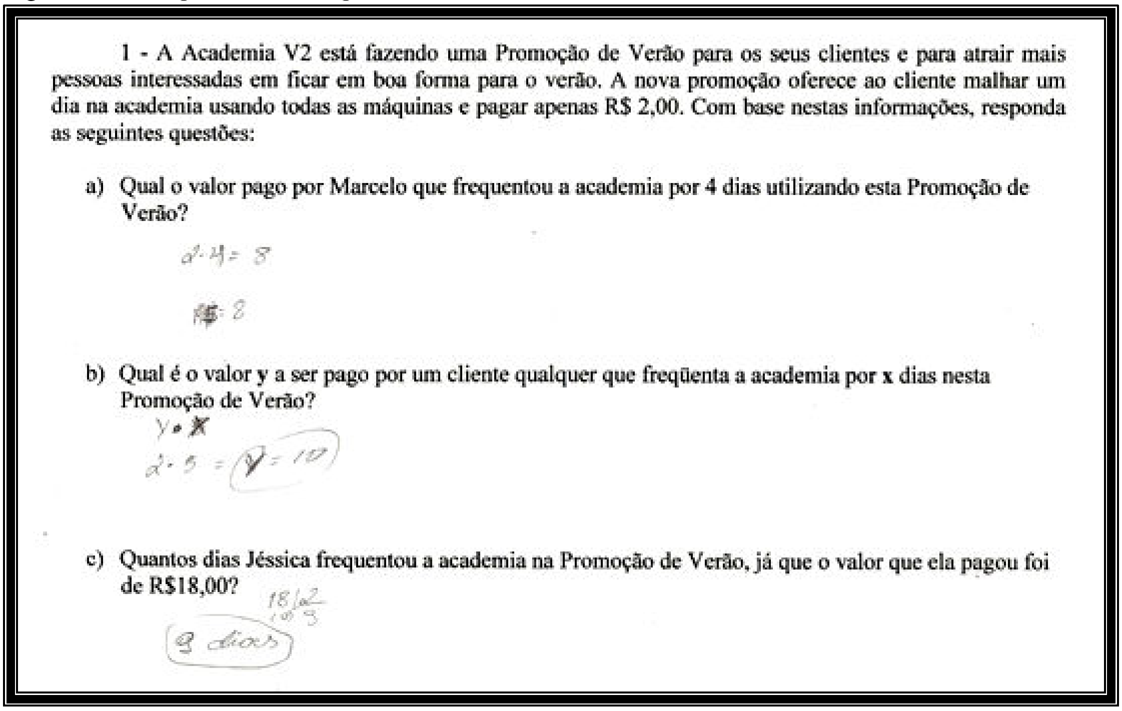
Fonte: Dados da pesquisa

Através dos registros produzidos pelos alunos, foi possível identificar que nem todos os participantes obtiveram sucesso ao realizar a conversão da linguagem natural para a linguagem matemática, principalmente no momento da realização da representação algébrica.

Ao analisar a questão 01, verificamos que 100% dos alunos acertaram o item (a); 92,5% conseguiram resolver de forma correta o item (c); e que 50% dos participantes da pesquisa conseguiram determinar a resposta correta do item (b). Como nosso interesse, ao aplicar essa questão foi o de identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos participantes da pesquisa na conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica, enfocaremos nossas discussões no item (b), onde de acordo com os dados coletados os participantes apresentaram maior dificuldade de resolução, entre os itens aplicados da questão.

Vejamos uma situação que mostra essa afirmativa:

Figura – 03: Resposta obtida a questão 1 do exercício



1 - A Academia V2 está fazendo uma Promoção de Verão para os seus clientes e para atrair mais pessoas interessadas em ficar em boa forma para o verão. A nova promoção oferece ao cliente malhar um dia na academia usando todas as máquinas e pagar apenas R$ 2,00. Com base nestas informações, responda as seguintes questões:

a) Qual o valor pago por Marcelo que frequentou a academia por 4 dias utilizando esta Promoção de Verão?

2·4 = 8

= 8

b) Qual é o valor y a ser pago por um cliente qualquer que freqüenta a academia por x dias nesta Promoção de Verão?

y • X

2·5 = y = 10

c) Quantos dias Jéssica frequentou a academia na Promoção de Verão, já que o valor que ela pagou foi de R$18,00?

18 | 2
10 9

9 dias

Fonte: Dados da pesquisa

Analisando o registro acima, produzido por um dos participantes da pesquisa, podemos observar que no item (a), que o aluno conseguiu realizar de forma admissível, a transição da linguagem natural para a linguagem matemática, visto que este conseguiu interpretar de forma correta a relação matemática envolvida na situação problema, por meio da representação do registro numérico.

Já o item (b), observamos que a conversão não foi realizada de forma aceitável matematicamente, este fato pode ter sido ocasionado, por não ser uma situação a qual o participante possa ter vivenciado em seu dia a dia, determinando ao aluno a necessidade de abstrair da questão os significados do “x” e do “y”.

Vejamos a seguir outro registro desenvolvido, que exibe a mesma dificuldade apontada por outro participante da pesquisa na tentativa de realizar a conversão da linguagem natural para a linguagem matemática:

Figura – 04: Resposta obtida a questão 1 do exercício

1 - A Academia V2 está fazendo uma Promoção de Verão para os seus clientes e para atrair mais pessoas interessadas em ficar em boa forma para o verão. A nova promoção oferece ao cliente malhar um dia na academia usando todas as máquinas e pagar apenas R$ 2,00. Com base nestas informações, responda as seguintes questões:

a) Qual o valor pago por Marcelo que frequentou a academia por 4 dias utilizando esta Promoção de Verão?

R/ Apenas 8 reais

b) Qual é o valor y a ser pago por um cliente qualquer que freqüenta a academia por x dias nesta Promoção de Verão?

y = 2 Gastará 6,00 reais na promoção de verão
x = 3

c) Quantos dias Jéssica frequentou a academia na Promoção de Verão, já que o valor que ela pagou foi de R$18,00?

Elá frequentou 9 dias

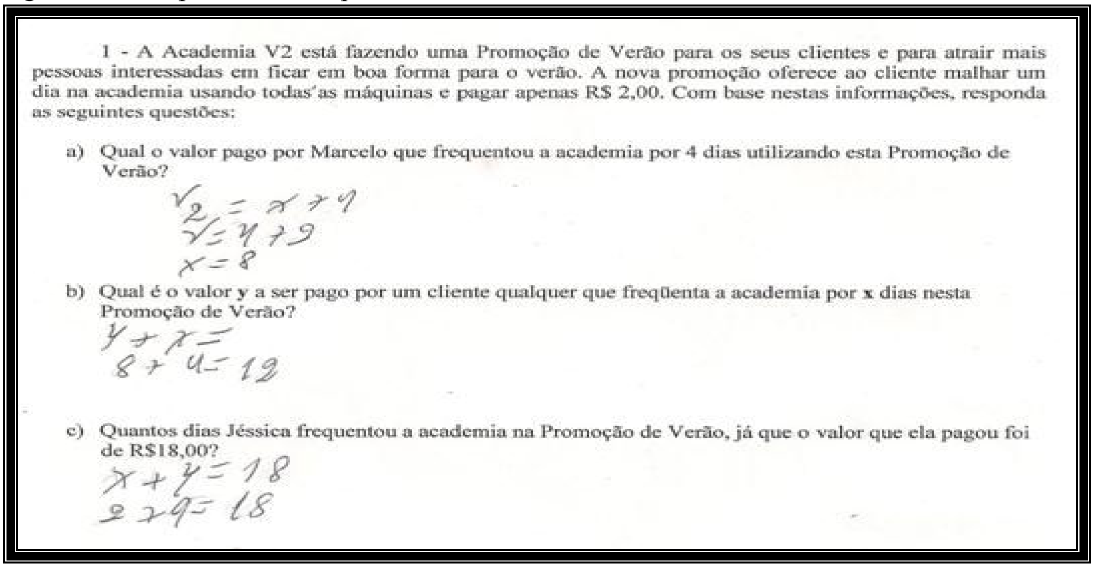
Fonte: Dados da pesquisa

Nota-se que o participante ao realizar a conversão nos itens da questão (01), obtém sucesso nos itens (a) e (c), já no item (b), o qual é necessário desenvolver a expressão algébrica, não o conseguiu, este fato pode ter se dado, entre outros, por não conseguir estabelecer relações entre as variáveis.

Para Feio (2008) nesta situação não existe uma ligação direta com uma experiência a qual este aluno tenha vivenciado, isto é, pagar um valor que não se conhece por determinados dias frequêntando a academia por certo período de tempo. Assim, é evidente que o aluno tenha uma complexa capacidade de abstrair o anunciado do item (b) para entender os significados de “x” e “y”.

Este tipo de dificuldade também foi observado por um outro participante da pesquisa, que não conseguiu obter êxito na transição da linguagem natural para a linguagem algébrica nos itens (b) e (c),vejamos pela imagem a seguir:

Figura – 05: Resposta obtida a questão 1 do exercício



1 - A Academia V2 está fazendo uma Promoção de Verão para os seus clientes e para atrair mais pessoas interessadas em ficar em boa forma para o verão. A nova promoção oferece ao cliente malhar um dia na academia usando todas'as máquinas e pagar apenas R$ 2,00. Com base nestas informações, responda as seguintes questões:

a) Qual o valor pago por Marcelo que frequentou a academia por 4 dias utilizando esta Promoção de Verão?

$V_2 = x + 9$

$V = 4 + 9$

$x = 8$

b) Qual é o valor y a ser pago por um cliente qualquer que freqüenta a academia por x dias nesta Promoção de Verão?

$y + x =$

$8 + 4 = 12$

c) Quantos dias Jéssica frequentou a academia na Promoção de Verão, já que o valor que ela pagou foi de R$18,00?

$x + y = 18$

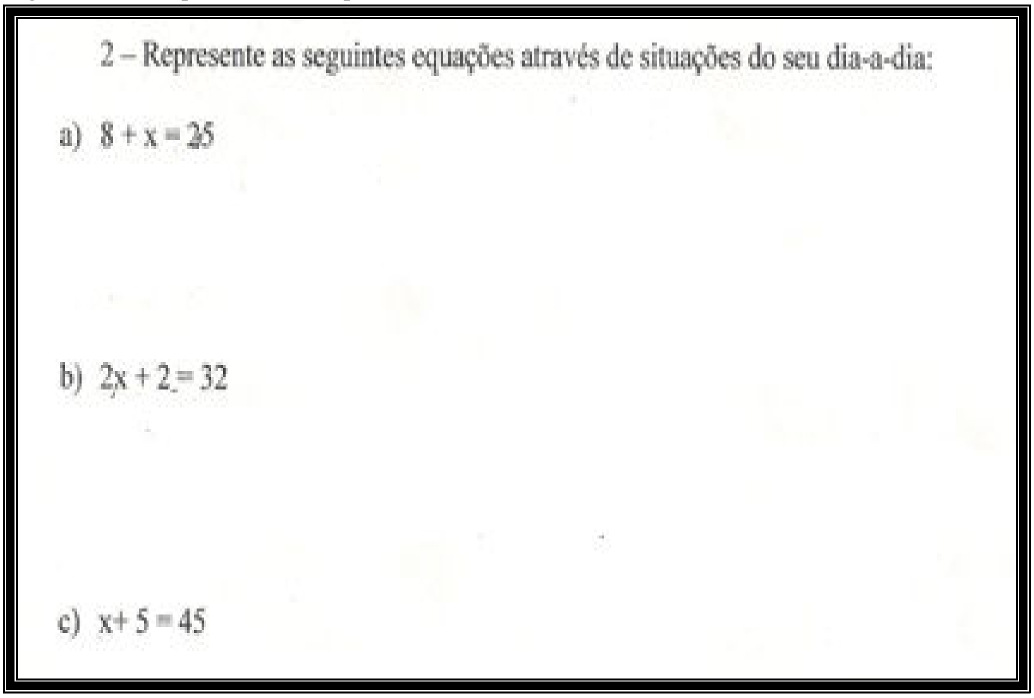
$2 + 9 = 18$

Fonte: Dados da pesquisa

Este tipo de erro pode ocorrer também pela dificuldade de interpretar de forma correta a regra matemática implícita na questão.

Vejamos a seguir a análise dos dados da questão (02), a qual foi aplicada com o interesse de verificar as possíveis dificuldades apresentadas pelos participantes da pesquisa ao realizar a conversão da linguagem algébrica para a linguagem natural.

Figura – 06: Resposta obtida a questão 1 do exercício



2 – Represente as seguintes equações através de situações do seu dia-a-dia:

a) $8 + x = 25$

b) $2x + 2 = 32$

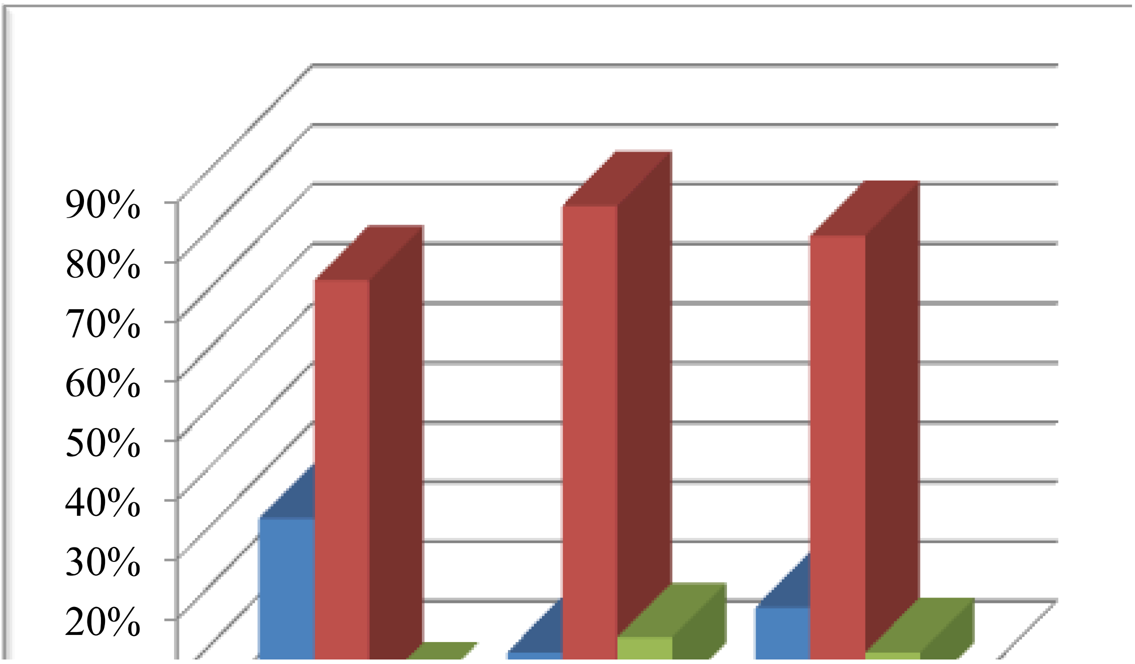
c) $x + 5 = 45$

Fonte: Dados da pesquisa

A questão era composta por três itens (a), (b) e (c), onde em cada item era composto por uma equação do 1º grau com uma incógnita, onde os alunos foram solicitados a representar cada uma delas através de uma situação problema na forma da linguagem natural.

Inicialmente, verificamos o índice percentual de acertos e que não responderam de cada um dos itens, os dados estão expostos no gráfico 02, a seguir:

Gráfico – 02: índice percentual de acertos, erros e perguntas sem respostas obtidos a partir das respostas a questão 2.

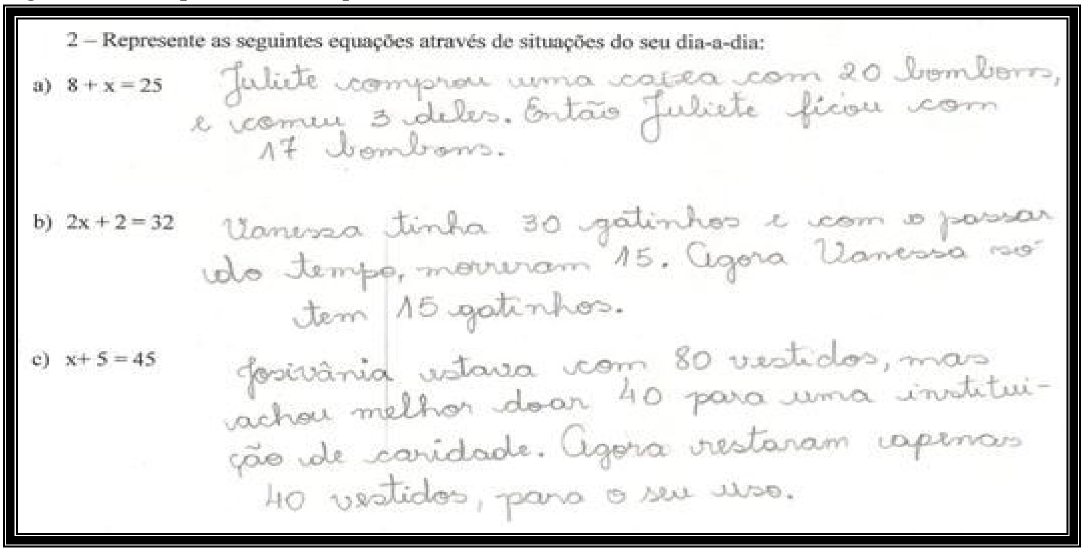


Fonte: Dados da pesquisa

Ao solicitar aos alunos que representassem cada uma dos itens através de uma situação problema na forma da linguagem natural, observamos que estes mostraram ter grandes dificuldades, os dados percentuais de erros foram bem superior ao da questão anterior e ainda foram detectados itens sem respostas.

Os dados assinalam que a maiorias dos participantes da pesquisa, 65% não conseguiram representar nenhum dos itens da questão através de uma situação problema através da linguagem natural. Desta forma estes representaram os itens de forma incorreta ou não representaram à situação proposta, deixaram os itens em branco.

Figura – 07: Resposta obtida a questão 1 do exercício



2 – Represente as seguintes equações através de situações do seu dia-a-dia:

a) $8 + x = 25$ Juliete comprou uma caixa com 20 bombons, e comeu 3 deles. Então Juliete ficou com 17 bombons.

b) $2x + 2 = 32$ Vanessa tinha 30 gatinhos e com o passar do tempo, morreram 15. Agora Vanessa só tem 15 gatinhos.

c) $x + 5 = 45$ Josivânia estava com 80 vestidos, mas achou melhor doar 40 para uma instituição de caridade. Agora restaram apenas 40 vestidos, para o seu uso.

Fonte: Dados da pesquisa

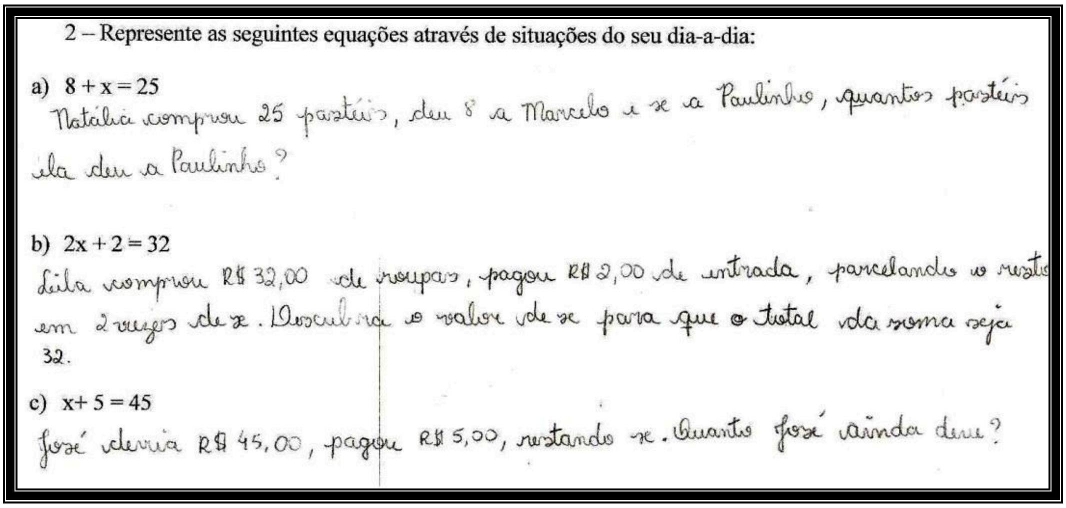
Este fato pode ser decorrente devido à dificuldade dos alunos conseguirem relacionar uma equação dada a uma situação problema. Além da forma a qual a maioria dos livros didáticos trabalhados pelos professores do ensino básico, os quais dificilmente trabalham questões problemas que relacionam a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica.

Desta forma, o referencial aponta que os alunos devem aprender reconhecer um objeto matemático por meio de múltiplas representações que podem ser representadas com diferentes registros, para que o aluno possa transferir e saber utilizar as representações ao trabalhar com uma determinada situação-problema (André, 2007).

Para Duval (2008) os alunos estão acostumados a trabalhar com a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica que impede o aluno a reconhecer o mesmo objeto matemático em dois ou mais registro de representações. Isso limita o aluno a utilizar os conhecimentos já adquiridos e diminui a capacidade de adquirir novos conhecimentos matemáticos. Assim, o limite é evidente de aquisição dos novos conhecimentos em matemática, neste caso na passagem da linguagem algébrica para a linguagem natural.

Porém, apesar do elevado índice percentual de itens errados ou sem respostas, observamos que alguns alunos conseguiram relacionar corretamente a equação através de uma situação problema, ou seja, conseguiram realizar a conversão da linguagem algébrica para a linguagem natural.

Figura – 08: Resposta correta obtida a questão 2 do exercício



2 – Represente as seguintes equações através de situações do seu dia-a-dia:

a) $8 + x = 25$

Natália comprou 25 pastéis, deu 8 a Marcelo e x a Paulinho, quantos pastéis ela deu a Paulinho?

b) $2x + 2 = 32$

Lila comprou R$ 32,00 de roupas, pagou R$ 2,00 de entrada, parcelando o resto em 2 vezes de x. Descubra o valor de x para que o total da soma seja 32.

c) $x + 5 = 45$

José devia R$ 45,00, pagou R$ 5,00, restando x. Quanto José ainda deve?

Fonte: Dados da pesquisa

Nesta o aluno conseguiu relacionar de forma coerente à passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica, e podemos perceber que o aluno desenvolveu este pensamento de foram eficaz.

4. CONCLUSÃO

Tendo como base os resultados encontrados pode-se concluir que os alunos possuem dificuldades em realizar tanto a conversão da linguagem natural para a linguagem matemática, como da linguagem algébrica para a linguagem natural. Porém, estes dados podem ser observados, através do índice percentual exposto. Nota-se que entre estes, existe uma maior dificuldade ao converter uma expressão algébrica na linguagem natural.

O desenvolvimento dessa pesquisa nos apontou que há inexistência de regras matemáticas nos alunos que precisavam ser relacionadas corretamente de modo que os alunos pudessem obter êxito na transição da linguagem natural para a linguagem algébrica, regras essas que encontraria os resultados esperados.

Outro tipo de dificuldade apontada está presente no item (b) da questão 1 no qual os participantes solicitados a atribuir significados aos signos utilizados na linguagem matemática.

Constatamos ainda, ao solicitar aos alunos que representassem através de uma situação problema uma determinada equação, que esta situação exige dos alunos a transição da linguagem algébrica para a linguagem natural, e que estes não conseguiram realizar de forma correta sentido as equações solicitadas, através de uma situação problema.

O desenvolvimento deste trabalhou sanou a questão que foi levantada, na qual analisamos e constatamos as dificuldades apresentadas pelos alunos na passagem da linguagem natural para linguagem algébrica e da linguagem algébrica para a linguagem natural. Podemos ver e entender essas dificuldades através da fundamentação deste trabalho e conseguimos refletir algumas possíveis causas desses surgimentos.

Diante do exposto, acreditamos, portanto como Duval, que, nos distintos níveis de ensino, que devido às conversões de registros não serem trabalhadas da forma que as atividades de tratamento matemático realizadas em sala de aula, limitando os alunos na compreensão mais abrangente do objeto matemático. Desta forma, o aluno passa a ter a visão fragmentada do objeto matemático, limitando na realização das conversões de registros semióticos.

De acordo com as dificuldades apontadas é possível sugerir algumas soluções para estas, de modo a colaborar com a redução dos problemas identificados no presente estudo, entre eles: a realização de um trabalho voltado para a forma de representar certas situações através de regras matemáticas, desta forma estava-se colaborando para a redução das dificuldades encontradas ao transpor da linguagem natural para a linguagem matemática, e relacionar estruturas algébricas a situações problemas, minimizando, desta forma as dificuldades apontadas ao converter a linguagem algébrica na linguagem natural.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRÉ, R. C. M. **Investigando a Transição da Linguagem Natural para a Linguagem Algébrica: O caso das equações lineares.** 2007. Dissertação de Pós-Graduação em educação. Universidade Federal de Pernambuco, Recife. 235 p.

BOOTH, Lesley. **Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra.** In: COXFORD, Artur F. e SHULTE, Albert P. As idéias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Trad. Elza Gomide. São Paulo: Edgard Blucher. 1996.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática, v.3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____ **Ministério da Educação e do Desporto.** Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília: SEB, 2001.

COLOMBO, J. A. A.; BUEHRING, R. S. ; MORETTI, M.T. .Registros de representação semiótica, tarefas e análise de dados: articulações em torno do currículo de matemática.. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 4, p. 90-113, 2009.

DAMM, Regina Flamyng. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcantara et al. **Educação Matemática:** uma introdução. Sao Paulo: EDUC, 1999.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em Matemática – Registros de Representação Semiótica**. Campinas: Papirus, 2003.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e o funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia D.Alcantara. (org) **Aprendizagem em matemática:** registros de representações semióticas**.** 2. ed. São Paulo: Papirus, 2005 (Coleção. Papirus Educação).

_______, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica. 4 ed. Campinas: Papirus, 2008, p.11-33.

ENGEL, G.I. Pesquisa-ação. Educar, Editora da UFPR, Curitiba, n.16, 2000. p.181-191.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Unicamp, 2004

FEIO, E. S. P.; SILVEIRA, M. R. A.. **A conversão da língua natural para a linguagem matemática à luz da teoria dos registros de representação semiótica**. In: VI Encontro paraense de educação matemática, 2008, Belém. VI Encontro paraense de educação matemática, 2008.

______ E. S. P, **MATEMÁTICA E LINGUAGEM: um enfoque na conversão da língua natural para a linguagem matemática.** 2009. 102 p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2009.

FREITAS, J. LOPES M. **Registros de representação na produção de provas na passagem da aritmética para a álgebra**. In : Aprendizagem em Matemática : registros de representação semiótica. Silvia Dias Alcântara Machado (org.). São Paulo: Papirus, 2003.

HOUSE, P. A. (1995) **Reformular a álgebra da escola média: por que e como?** In: COXFORD, Arthur F. (et all). As idéias da álgebra. (Trad.: Hygino H. Domingues). São Paulo: Atual.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna:** análise de uma impregnação mútua, 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MAGGIO, D.P ; SOARES, Maria Arlita Silveira ; NEHRING, Cátia Maria. Registros de Representação Semiótica da Função Afim: Análise de livros didáticos de matemática do ensino médio DOI: 10.5007/1981-1322.2010v5n1p38. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 5, p. 38-47, 2011.

MILIES, C. Polcino. **Breve História da Álgebra Abstrata,** II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, Salvador, 2004.

MOREIRA, Daniel Augusto. O método fenomenológico na pesquisa. São Paulo: Pioneira Thomson, 2002.

SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. **Produção de sentidos e construção de conceitos na relação ensino/aprendizagem da matemática.** 2005, 176 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

USISKIN, Zalman. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As idéias da álgebra. São Paulo. Atual, 1995.

WALLE, John A. V. de (2009). **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula.** Tradução Artmed, Porto Alegre.

APÊNDICE A – Ficha para pesquisa na escola.

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO JOSÉ LEITE DE SOUSA
NOME: ____
PROFESSORA:____
DISCIPLINA:____

PESQUISA

1 – A Academia V2 está fazendo uma Promoção de Verão para os seus clientes e para atrair mais pessoas interessadas em ficar em boa forma para o verão. A nova promoção oferece ao cliente malhar um dia na academia usando todas máquinas e pagar apenas R$ 2,00. Com base nestas informações, responda as seguintes questões:

a) Qual o valor pago por Marcelo que frequentou a academia por 4 dias utilizando esta Promoção de Verão?

b) Qual o valor y a ser pago por um cliente qualquer que frequenta a academia por x dias nesta Promoção de Verão?

c) Quantos dias Jéssica frequentou a academia na Promoção de Verão, já que o valor que ela pagou foi R$ 18,00?

2 – Represente as seguintes equações através de situações do seu dia-a-dia:

a) $8 + x = 25$

b) $2x + 2 = 32$

c) $x + 5 = 45$