



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ANTONIO CARLOS BELARMINO SEGUNDO

**SEMELHANÇA MATEMÁTICA: BUSCANDO SIGNIFICADOS NOS REGISTROS
DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS**

**PATOS – PB
2017**

ANTONIO CARLOS BELARMINO SEGUNDO

**SEMELHANÇA MATEMÁTICA: BUSCANDO SIGNIFICADOS NOS REGISTROS
DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Esp. Júlio Pereira da Silva.

**PATOS – PB
2017**

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

B426s Belarmino Segundo, Antonio Carlos
Semelhança Matemática [manuscrito] : buscando significados nos registros de representações semióticas / Antonio Carlos Belarmino Segundo. - 2017.

57 p. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas, 2017.

"Orientação: Prof. Esp. Júlio Pereira da Silva, CCEA".

1. Semelhança Matemática. 2. Representações Semióticas.
3. Produção de Significados em Matemática. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

ANTONIO CARLOS BELARMINO SEGUNDO

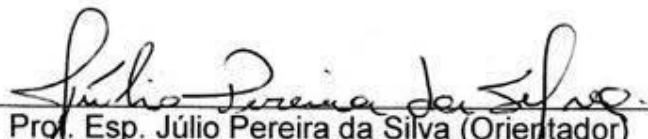
SEMELHANÇA MATEMÁTICA: BUSCANDO SIGNIFICADOS NOS REGISTROS DE
REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Trabalho de Conclusão de Curso de
Licenciatura Plena em Matemática da
Universidade Estadual da Paraíba, como
requisito parcial à obtenção do título de
Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação
Matemática.

Aprovada em: 25/04/2017.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Esp. Júlio Pereira da Silva (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Profª. Ms. Carolina Soares Ramos
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Ms. José Ginaldo de Souza Farias
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Aos meus familiares, pela dedicação,
companheirismo e amizade, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

A Elias Dias Coelho Neto, José Ginaldo de Souza Farias e Olívio Medeiros de Oliveira Netto, que fazem a coordenação do curso de Licenciatura Plena em Matemática – Campus VII, por seu empenho.

Ao professor orientador Júlio Pereira da Silva, pela compreensão, pela dedicação e pelas leituras sugeridas ao longo dessa orientação.

Ao meu pai, Antonio Carlos Belarmino, a minha mãe, Maria Aparecida de Medeiros, às minhas irmãs, Karlla Karen Medeiros Belarmino e Priscyla Maria Medeiros Belarmino, a minha namorada, Emanuelle Kaatharine dos Santos Souza, pela compreensão por minha ausência nos momentos familiares.

Aos professores do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da UEPB, em especial Arlandson Matheus Silva Oliveira, Carolina Soares Ramos, Júlio Pereira da Silva, Marília Félix da Silva e Tatiana Rocha de Souza, que contribuíram ao longo de 54 meses, por meio das disciplinas e debates, para o desenvolvimento desta pesquisa.

Aos funcionários da UEPB, pela presteza e atendimento quando nos foi necessário.

Aos colegas de classe, em especial Felipe da Silva Medeiros e Rodolfo Moreira Cabral, pelos momentos de amizade e apoio.

RESUMO

As investigações sobre os processos ensino e aprendizagem de Geometria têm sido intensificadas no campo da Educação Matemática, uma vez que houve um período em que a Geometria foi excluída do currículo escolar, prejudicando o desenvolvimento do pensamento geométrico dos sujeitos aprendizes. Sendo assim, a presente monografia tem como objetivo analisar a compreensão do conceito de Semelhança Matemática produzida por alunos da primeira (1ª) série do Ensino Médio. À luz da Teoria dos Registros das Representações Semióticas (TRRS), de Raymond Duval, foi possível elaborar um conjunto de atividades que permitem os pesquisados representar o conceito de Semelhança Matemática de várias formas. Apresenta breves considerações sobre o ensino e aprendizagem de Geometria na Educação Básica a partir de autores como Pavanello (1993), Lorenzato (1995), Perrot et al. (1998), Naracato e Santos (2014), entre outros. A pesquisa se caracteriza como qualitativa na modalidade pesquisa-ação, operacionalizada com alunos da 1ª série do Ensino Médio, composta por 13 discentes, na cidade de Santa Luzia, Paraíba. A descrição e análise dos dados desta pesquisa se deu através de um conjunto de três encontros (7 aulas ministradas), nos quais houve teste de sondagem, exploração de atividades e desafios com variados significados e representações do conceito de Semelhança Matemática. As atividades trabalhadas durante as intervenções revelam os significados atribuídos pelos sujeitos da pesquisa ao conceito de Semelhança Matemática, bem como contribuíram para melhor apreensão do conceito trabalhado, pois ambas foram planejadas tendo como base a Teoria dos Registros de Representações Semióticas, que potencializou o estudo. As considerações finais desta investigação corroboram outras pesquisas ao afirmar que, quanto mais um objeto matemático for representado, mais o aluno se apropria de sua definição.

Palavras-Chave: Semelhança Matemática. Teoria dos Registros das Representações Semióticas. Produção de Significados.

ABSTRACT

Investigations about Geometry teaching and learning processes have been intensified in Mathematics Education, since there was a period in which Geometry was excluded from the school curriculum, which jeopardized the learning subjects' geometric thinking development. Thus, this monograph aims to analyze the understanding of Mathematical Similarity concept by High School first grade students. Though Raymond Duval's Theory of Semiotic Representations Registers (TSRR), it was possible to elaborate a set of activities that allow respondents to represent Mathematical Similarity concept in several ways. It presents brief considerations about Geometry teaching and learning process in Basic Education according to authors such as Pavanello (1993), Lorenzato (1995), Perrot et al. (1998), Naracato and Santos (2014), among others. That is a qualitative research in research-action modality operationalized with 13 High School first grade students, in Santa Luzia (Paraíba, Brazil). Data description and analysis of this research was made through a set of three meetings (7 classes attended), in which there was a probing test, activities' exploration and challenges with various meanings and representations of Mathematical Similarity concept. The activities conducted during the interventions reveal the meanings attributed by the students to Mathematical Similarity concept, as well as contributed to a better apprehension of such concept, since both were planned based on the Theory of Semiotic Representation Registers, that potentiated the study. This investigation's final considerations corroborate other researches when affirming that the more a mathematical object is represented, the more the student appropriates its definition.

Keywords: Mathematical Similarity. Theory of Semiotic Representations Registers. Meaning Production.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.....	17
Figura 2 - Semelhança matemática em malha quadriculada.....	22
Figura 3 - Semelhança matemática no cotidiano.....	24
Figura 4 - Polígono em malha pontilhada.....	31
Figura 5 - Resolução da questão 3 da sondagem pelo aluno 2.....	33
Figura 6 - Resolução da questão 3 da sondagem pelo aluno 3.....	33
Figura 7 - Resolução da questão 3 da sondagem pelo aluno 6.....	34
Figura 8 - Resolução da questão 3 da sondagem pelo aluno 8.....	34
Figura 9 - Resolução da questão 4 da sondagem pelo aluno 1.....	35
Figura 10 - Resolução da questão 4 da sondagem pelo aluno 2.....	36
Figura 11 - Resolução da questão 4 da sondagem pelo aluno 3.....	36
Figura 12 - Quadrados e retângulos semelhantes elaborados pelos pesquisadores.....	38
Figura 13 - Aluna manipulando os quadrados e retângulos semelhantes.....	38
Figura 14 - Homotetia no GeoGebra.....	40
Figura 15 - Polígonos semelhantes em malha pontilhada.....	41
Figura 16 - Alunos usando o Tangram para representação do conceito.....	41
Figura 17 - Resolução da questão 1 (apêndice C) pelo aluno 2.....	43
Figura 18 - Resolução da questão 1 (apêndice C) pelo aluno 3.....	44
Figura 19 - Resolução da questão 1 (apêndice C) pelo aluno 6.....	44
Figura 20 - Resolução da questão 1 (apêndice C) pelo aluno 9.....	44
Figura 21 - Resolução da questão 2 (apêndice C) pelo aluno 2.....	45
Figura 22 - Resolução da questão 2 (apêndice C) pelo aluno 3.....	46
Figura 23 - Resolução da questão 2 (apêndice C) pelo aluno 6.....	46
Figura 24 - Resolução da questão 2 (apêndice C) pelo aluno 11.....	47
Figura 25 - Malha pontilhada.....	55
Figura 26 - Peças do Tangram.....	56

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Quadro da classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático.....	15
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

INEM	Instituto de Pesquisa em Educação Matemática
OCEM	Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TRRS	Teoria dos Registros das Representações Semióticas
UEPB	Universidade Estadual da Paraíba

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1	A Teoria dos Registros das Representações Semióticas	15
2.2	A Teoria dos Registros das Representações Semióticas e suas implicações na aprendizagem em Matemática	17
2.3	O Ensino de Geometria	19
2.4	O Conceito de Semelhança Matemática	21
2.4.1	<i>A Semelhança Matemática no Cotidiano</i>	23
3	ASPECTOS METODOLÓGICOS	26
3.1	Pesquisa Qualitativa na Modalidade Pesquisa-ação	26
3.2	O Campo de Pesquisa	27
3.3	Os Sujeitos da Pesquisa	27
4	DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	29
4.1	Sondagem	29
4.1.1	<i>Análise das respostas oferecidas aos alunos ao teste de sondagem</i>	31
4.2	Construindo o conceito de semelhança: atribuindo-lhe significado	37
4.3	Significados atribuídos por alunos ao conceito de Semelhança Matemática.....	43
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	48
	REFERÊNCIAS	51
	APÊNDICE A – SONDAAGEM	53
	APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	54
	APÊNDICE C – DESAFIAR PARA REPRESENTAR	57

1 INTRODUÇÃO

A educação formal, por ser um processo dinâmico, complexo e contínuo, enfrenta desafios permanentemente, pois as habilidades e a forma de aprender mudam, emergindo, dessa forma, uma nova geração de aprendizes.

No contexto escolar, mais especificamente na sala de aula, alunos, professores, saberes docentes, saberes discentes e conhecimento interagem de modo que a aprendizagem possa se efetivar. Basta os sujeitos envolvidos realizarem sua função de maneira a permitir a construção e apropriação de novos saberes, gerando aprendizado.

As aulas de Matemática, disciplina que ainda é ojerizada por muitos, permanecem com marcas fortíssimas do ensino tradicional: o professor copia o conteúdo no quadro, resolve questões/exemplos para os alunos seguirem o modelo e, em seguida, segue uma lista de exercícios para serem resolvidos pelos alunos. Não há um ambiente dialógico de construção do saber matemático; os alunos ainda são passivos nestes tipos de aulas.

As preocupações com os processos de ensino e aprendizagem de Matemática aumentaram significativamente, resultando em estudos de análise de fenômenos didáticos na escola.

As aulas de Geometria, por exemplo, vêm ganhando espaço nos trabalhos realizados pelos pesquisadores da Educação Matemática, uma vez que os próprios estudos evidenciam a importância do desenvolvimento do pensamento geométrico desde os primeiros anos de escolarização.

Nesta perspectiva, o presente trabalho, intitulado *Semelhança Matemática: buscando significados nos registros de representações semióticas*, trata de um estudo voltado para a escola, especificamente para as aulas de Geometria, e está sendo apresentado como Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campus VII, para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

O objeto de estudo é a compreensão do conceito Semelhança Matemática apresentado por alunos da 1ª série do Ensino Médio. A necessidade de investigar o tema se deu a partir de inquietações que surgiram em nossa prática pedagógica, quando atuávamos como professores de Matemática em uma escola na cidade Santa Luzia, Paraíba.

Uma das nossas preocupações era a de avaliar a compreensão que os alunos tinham acerca dos conceitos ensinados nas aulas de Geometria. Muitas vezes, acreditávamos que a maioria dos alunos demonstrava compreender o conceito trabalhado ou, contrariamente, um grande número de alunos sentia dificuldades em entender determinados conceitos. Por isso, entender que um bom conhecimento do que constitui um conceito e de como este se desenvolve promove práticas mais consistentes.

Além disso, constatamos que a compreensão do conceito de Semelhança Matemática é essencial para os demais conteúdos de Geometria propostos pelo currículo. Assim, debruçar-se sobre o referido conceito, apresentado por alunos da 1ª série do Ensino Médio, proporciona algumas reflexões: o conceito de Semelhança Matemática, se aprendido de forma compreensiva, contribui para formação de um pensamento geométrico, o qual não se restringe ao plano, mas relaciona espaço e plano, simultaneamente; os discentes conseguem aplicar o conceito em ambientes bidimensional e tridimensional.

Nesse sentido, recorreremos à Teoria dos Registros das Representações Semióticas (TRRS), que possibilita o fazer matemático em diferentes perspectivas e permite que o docente trabalhe determinado conceito matemático mediante várias representações.

Ao perceber a grande contribuição do conceito de Semelhança Matemática para a formação do pensamento geométrico, surge a seguinte questão problema: Como a Teoria dos Registros das Representações Semióticas contribui para a apreensão do conceito de Semelhança Matemática?

Vale ressaltar que este conceito pode oferecer respostas aos alunos, quando perguntam: Para que isto serve? Onde vou aplicar isto na minha vida?

Como objetivo geral da pesquisa, temos: Analisar a compreensão de Semelhança Matemática produzida por alunos da 1ª série do Ensino Médio, tendo como base a Teoria dos Registros Representações Semióticas (TRRS).

Na tentativa de responder à problemática e ao objetivo geral, elencamos dois objetivos específicos: Propor atividades que explorem o conceito de Semelhança Matemática à luz da TRRS e evidenciar os significados atribuídos ao conceito em pauta por meio dos registros de representações. Sendo assim, o presente estudo monográfico encontra-se dividido nos seguintes capítulos.

No capítulo do trabalho, encontra-se a fundamentação teórica da nossa investigação, o qual está organizado da seguinte forma: aspectos importantes e necessários da Teoria dos Registros das Representações Semióticas; reflexões de pesquisas que englobam e mostram o cenário do ensino de Geometria na sala de aula da Educação Básica; e, por último, o conceito de Semelhança Matemática com exemplo de aplicações no nosso cotidiano, analisando e dialogando sobre colaborações teóricas para o estudo de Semelhança Matemática.

No segundo capítulo, mostramos a metodologia da pesquisa, justificando a abordagem e tipo da pesquisa; o campo de pesquisa, os sujeitos compreendidos e como se deu a listagem dos dados.

Na terceira parte, executamos as descrições e análises das intervenções realizadas durante a concretização do estudo.

Na conclusão desta pesquisa, apresentamos as considerações finais, nas quais se responde à questão problema e aos objetivos, finalizando com sugestões de temas que possam ser objeto de investigação dentro do campo da Educação Matemática.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

As aulas de Geometria ainda possuem fortes marcas de um ensino tradicional: professores com posturas bastante autoritárias, conteúdos sendo apenas transmitidos, alunos passivos durante a transmissão e o uso de poucos recursos nesse processo de trocas e construção dos saberes entre alunos e professores. Como consequência, há um aprendizado mecânico, sem compreensão dos fenômenos geométricos que estão sendo estudados.

Então, surgem algumas interrogações: Que Geometria vem sendo ensinada nas escolas? Como ela vem sendo ensinada? Como os alunos compreendem ou não compreendem o que os professores lhes ensinam? Como são formados esses professores? Como esses professores compreendem os conceitos geométricos que eles mesmos ensinam?

Questionamentos como esses mobilizaram vários professores e pesquisadores, resultando na denominada área de Educação Matemática. Por meio de suas pesquisas, profissionais desta área vêm estudando para obter respostas para indagações dessa natureza.

Assim, os fundamentos teóricos deste trabalho encontram respaldo nos estudos/produções da Educação Matemática, definida por Pais (2001, p. 10) como:

Uma grande área de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis da escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática.

Essa área tem oferecido ferramentas para a construção de um campo teórico próprio, tornando-se cada vez consolidado no âmbito científico. Por meio das leituras e análises das pesquisas de autores que produzem estudos em Geometria, tais como Pavanello (1993), Lorenzato (1995), Perrot et al. (1998), Naracato e Santos (2014), é que se pode trazer algumas considerações sobre o ensino de Geometria na sala de aula.

Dentre as muitas teorias formuladas pela Educação Matemática, a pesquisa em questão firma suas bases na Teoria dos Registros das Representações Semióticas (TRRS), formulada por Raymond Duval¹.

2.1 A Teoria dos Registros das Representações Semióticas

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica foi elaborada por Raymond Duval, a partir da ideia de que a aquisição de conhecimentos é permeada pelos sistemas de representações. Para ele:

As representações **semióticas** são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações os quais têm suas dificuldades próprias de significado e funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que exigem sistemas semióticos diferentes (DUVAL, 1993, p. 39. Grifo do autor).

Os grafemas, as figuras, os gráficos, as fórmulas são signos que pertencem a um sistema de representação, onde encontram significado e funcionamento pelos quais se efetiva a aprendizagem de um determinado objeto do conhecimento.

De acordo com Duval (2003), existem quatro tipos de representação semiótica, quais sejam: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e língua natural.

Quadro 1: Quadro da classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático.

	Representação Discursiva	Representação não- discursiva
Registros Multifuncionais	Língua Natural. Associações verbais (conceituais). Forma racional: argumentação a partir de observações, de crenças [...]; dedução válida a partir de definições ou uso de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectiva. Apreensão operatória e não somente perspectiva; Construção com instrumentos.
Registro Monofuncionais	(binárias, decimal, fracionária [...]); algébricas; simbólicas (línguas formais). Cálculo.	Gráficos cartesianos. Mudanças de sistema de coordenadas; Interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2003, p.14).

¹ Raymond Duval. Formado em Psicologia e Filosofia. Realiza suas pesquisas em Psicologia Cognitiva no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (INEM) de Estrasburgo, na França.

As diferentes formas de representações mobilizam as operações do pensamento do sujeito aprendiz, a contribuir para o desenvolvimento das representações mentais, a realização de diferentes funções cognitivas e para a produção do conhecimento. São estas descrições as quais indicam o sentido que cada aluno está atribuindo a um determinado objeto do conhecimento, ao passo que novos sentidos são produzidos ou constituídos no processo de apreender algo.

Cabe ressaltar, conforme o autor, que, para um sistema semiótico ser um registro de representação, deve permitir as três atividades cognitivas ligadas à semiose. São elas: a formação de uma representação identificável, tratamento e conversão.

A **formação de uma representação identificável** diz respeito à seleção de relações e dados no conteúdo a apresentar. Ao escolher a língua natural para representar um determinado conceito, devem-se respeitar as regras gramaticais que a língua possui. Assim, faz-se necessário obedecer à linguagem das funções sintáticas ou semânticas de qualquer representação.

O **tratamento** de uma representação é uma transformação interna a um registro, isto é, a transformação com os mesmos significados, por exemplo: Quando se resolve uma equação de 1º grau para encontrar o valor numérico da incógnita x:

$$\begin{aligned} 2x - 8 = 6 &\Leftrightarrow 2x - 8 + 8 = 6 + 8 \\ &\Leftrightarrow 2x = 14 \\ &\Leftrightarrow x = 7 \end{aligned}$$

Neste tipo de representação acima, foi realizado um tratamento, pois a mobilização cognitiva aconteceu dentro de um mesmo sistema de significado.

A **conversão** é a transformação de um registro de representação em outro tipo de registro de representação, isto é, um mesmo objeto matemático pode ser convertido em mais de um registro de representação. Por exemplo: o triplo de um número resulta em seis, sendo representado pela forma algébrica. Aqui são utilizados dois tipos de representação: língua natural e forma algébrica, isto é, há uma conversão de um tipo de representação em outro.

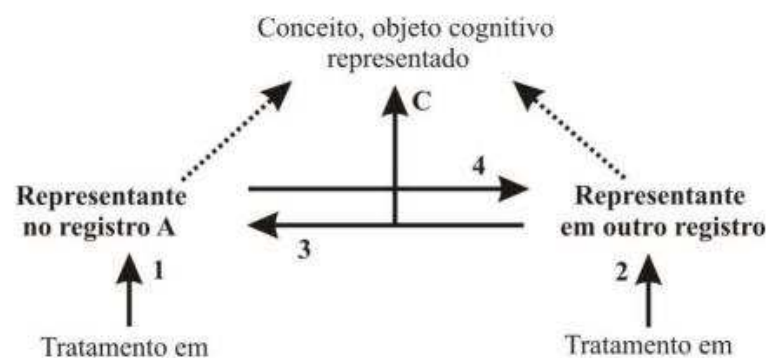
Na construção de um conceito, representá-lo de várias maneiras é fundamental para sua apropriação e compreensão, pois “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de

representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação” (DUVAL, 2003, p. 14).

Tem-se abaixo um esquema construído por Raymond Duval que esclarece bem a estrutura da representação em função da conceitualização quanto ao processo de aprendizagem.

Figura 1 – Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.

Hipótese fundamental de aprendizagem: estrutura da representação em função de conceitualização.



Fonte: Raymond Duval (1993, p. 17).

Expressar o entendimento de um objeto matemático por meio de um tipo de representação possibilita aos discentes mobilizar operações cognitivas que foram e estão sendo exploradas ao longo do processo de aprendizagem formal ou informal. Transformá-lo em outro tipo de registro é um desafio que pode ser vencido ao longo do processo de aprendizagem, pois as mobilizações cognitivas exigem do educando significados que estão sendo construídos ao longo de sua vida escolar, aspecto que leva em consideração suas vivências e experiências extraescolares.

2.2 A Teoria dos Registros das Representações Semióticas e suas implicações na aprendizagem em Matemática

São inquestionáveis as contribuições dos Registros de Representações Semióticas para a aprendizagem em Matemática. As pesquisas que têm como base esta teoria evidenciaram sua influência na formação inicial e contínua de professores de Matemática na criação e apreensão de objetos matemáticos, no currículo escolar, na constituição dos saberes que ensinam a disciplina de Matemática e, sobretudo, na aprendizagem dos discentes ao estudar os conteúdos matemáticos.

Colombo, Flores e Moretti (2008) realizaram um levantamento das pesquisas que se fundamentaram na Teoria de Raymond Duval e constatou-se que a maioria dos estudos utilizou sequências didáticas de conteúdos investigados para amenizar as dificuldades apresentadas por alunos dos ensinos Fundamental, Médio e Superior.

As pesquisas recentes também enumeram essas contribuições, mas o próprio Duval (2003), ao criar sua teoria, afirma que o desenvolvimento das representações semióticas foi a condição essencial para a evolução do pensamento matemático. Em outras palavras, as representações existentes foram usadas para expressar o próprio pensamento matemático. Foi assim também que ocorreu com o desenvolvimento da Matemática.

Os registros de representação são elementos constitutivos da ciência matemática, e é através deles que são definidos os vários tratamentos que podem ser empregados no estudo dos objetos matemáticos, daí não podermos deixar de reconhecer a importância dos registros para a construção do conhecimento, considerando os conteúdos específicos que cada representação tem (PANTOJA; CAMPOS; SALCEDOS, 2013, p. 04).

Evidentemente, esta ciência chamada Matemática desenvolve-se por meio de representações e registros que foram mudando de acordo com sua evolução. Durante a Antiguidade e a Idade Média, por exemplo, a Matemática era escrita de forma quase inteiramente retórica.

Como uma ciência cujas formas de representações são ricas, as teorias das representações semióticas preenchem um papel decisivo na aprendizagem. Usá-las para potencializar o ensino de conceitos de conteúdos matemáticos é o que propõe Duval. Para exemplificar com uma situação trazida por Moretti (2002, p. 345),

Em Matemática esta separação é fundamental. Por exemplo: 1, 3-2, 4/4, e 5^0 referem-se ao mesmo número, ao mesmo objeto matemático, a mesma referência. No entanto, o objeto nestas distintas representações, não possuem o mesmo significado operatório. Um aluno, por exemplo, pode reconhecê-lo em 3-2, mas não pode fazer o mesmo em 5^0 e 4/4.

Portanto, as potencialidades que as representações trazem ao representar um mesmo objeto matemático são várias. Neste sentido, na contemporaneidade, há necessidades docentes que se utilizem de situações inovadoras para tentar resgatar o interesse do discente pela Matemática, e especificamente pela Geometria.

Entendemos que mudar a prática para se criar condições para a construção do conhecimento é um grande desafio, pois, a partir dessa escolha, o educador terá um novo campo de trabalho desconhecido e desafiador, mas, como consequência dessa nova metodologia, o professor estará proporcionando trocas de conhecimentos de forma dinâmica e interativa, o que contribuirá para o estudo de determinado conceito e formação do aluno.

É importante, portanto, criar condições para que os alunos se sintam autônomos e consigam representar um objeto matemático de formas distintas. As trocas de representação de um mesmo objeto se configuram em um movimento importante para que a apreensão, apropriação e construção de determinado conceito matemático se concretize mentalmente.

2.3 O ensino de Geometria

A Geometria é o campo da Matemática cujo objeto passa a ser o estudo do espaço e das figuras que podem ocupá-lo. Etimologicamente, a palavra Geometria (geo+metria) significa “medição da terra”. Sendo assim, a partir desta definição, é essencial reconhecer o que está presente no mundo e enxergar o que é mostrado tridimensionalmente, para assim progredir na formação de conceitos dentro deste campo e facilitar a compreensão dessas informações visuais.

De acordo com Nacarato e Santos (2014), o ensino de Geometria no Brasil passou por algumas fases:

Sabemos que, até 1960, ele se baseava nos estudos de Euclides. Entre 1970 e 1980, recebeu a influência do Movimento da Matemática Moderna, em que o ensino tinha ênfase principalmente na linguagem, dificultando principalmente a compreensão de conceitos (SANTOS; NACARATO, 2014, p. 14).

A chamada Matemática Moderna atribuía a outras disciplinas atividades de construções geométricas, retirando da Geometria atividades de caráter de visualização e exploração, ligadas basicamente aos estudos do Teorema de Pitágoras e memorização de fórmulas para o estudo de áreas.

Nesse período, havia uma forte distinção entre Matemática e Geometria, atribuindo-se à última importância secundária. Isto perdurou por algum tempo e influenciou negativamente diversas gerações que viam assuntos geométricos

somente nos últimos capítulos do livro didático e raramente conseguiram trabalhar com Geometria, o que causou uma enorme lacuna na formação social e também na capacidade de percepção visual desses indivíduos.

No que diz respeito aos processos ensino e aprendizagem deste campo, conforme Pavanello (2004 apud SANTOS; NACARATO, 2014, p. 15), uma importante questão do insucesso do ensino de Geometria hoje refere-se à didática utilizada nas aulas desta disciplina, nas quais “os livros didáticos, e conseqüentemente os professores que os utilizavam, acabavam enfatizando a classificação de figuras, não dando aos alunos a possibilidade de explorar semelhanças e diferenças entre elas”.

O ensino de Geometria deve contemplar atividades diversas de exploração, que levem o aluno a desenvolver e potencializar competências e habilidades relativas à visualização, observação, medição, comparação e abstração, e com isso a aprimorar também sua compreensão na percepção do espaço.

Na Geometria, há um imenso campo para a escolha de tarefas de natureza exploratória e investigativa, que podem ser desenvolvidas na sala de aula sem necessidade de um grande número de pré-requisitos, evitando, sem grande dificuldade, uma visão da Matemática centrada na execução de algoritmos e em “receitas” para resolver exercícios (ABRANTES, 1999, p. 04).

Conforme orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), é importante que os discentes observem, no estudo de Geometria, diferenças e semelhanças entre formas tridimensionais e bidimensionais, figuras planas e não planas, podendo construir e representar objetos de diferentes formas (BRASIL, 1997, p. 49).

Espera-se que o aluno utilize elementos de posição como referência para situar-se e movimentar-se em espaços que lhe sejam familiares, assim como para definir a situação de um objeto num determinado espaço. É importante também verificar se ele é capaz de estabelecer semelhanças e diferenças entre os objetos, pela observação de suas formas. A expressão dessas observações é feita por meio de diferentes representações (gráficas, orais, com materiais, etc.) (BRASIL, 1997, p. 54).

Seguindo as recomendações dos parâmetros citados acima, o ensino de Geometria deve ser explorado a partir da contemplação de objetos do mundo físico, obras de arte, desenhos, artesanato, dentre outros, que estabeleçam conexões

entre a Matemática e outras áreas para que se forme o indivíduo tanto matematicamente quanto socialmente.

O campo geométrico é um excelente espaço de contextualização da realidade do aluno. Basta se observar o próprio espaço da sala de aula, uma fotografia qualquer, ou simplesmente utilizar-se de uma história em quadrinhos durante a aula para aprimorar o debate, aproveitando-se sempre do conhecimento que o aluno traz e, a partir disso, construir o conhecimento científico, fazendo desse aluno um agente participativo dessa construção, visto como condição essencial para a aprendizagem.

É mais que importante o ensino de Geometria, pois, através dela, tem-se a oportunidade de desenvolver o raciocínio e resolver as diferentes situações de vida que forem geometrizadas. Ela também proporciona uma leitura mais completa do que está ao nosso redor, além de facilitar a compreensão de diferentes conceitos matemáticos.

É extremamente necessário que o aluno perceba a relação entre o conhecimento e a realidade na qual está inserido, que se sinta desafiado a compreender o mundo que o cerca e que possa transpor a barreira do processo mecânico de sempre repetir o que o professor fez no quadro.

Dentro de quatro paredes, em sala de aula, cada professor tem liberdade para fazer o que bem entende com seus alunos. “Abrir a porta” da sala de aula significa, portanto, assumir o risco de mostrar realmente o que acontece numa sala de aula. E isso significa mostrar não apenas os sucessos e as certezas, mas, também os fracassos, as angústias e as incertezas vividas num processo de inovação (FIORENTINI; MIORIM, 2001, p. 44).

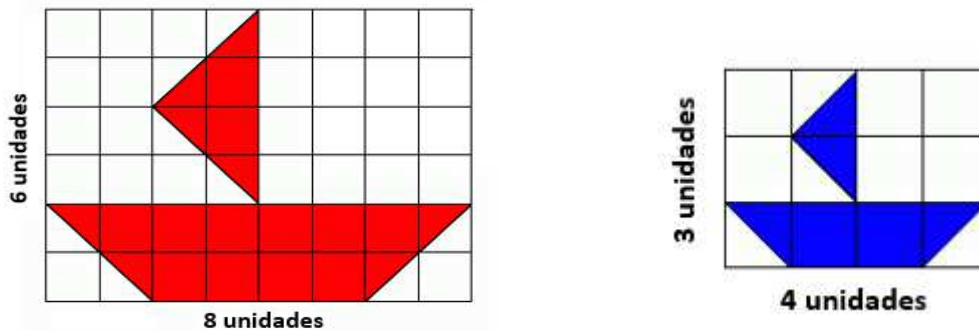
O professor pode inovar na sala de aula e se distanciar, de certa forma, do livro didático, buscando sempre experimentar situações cotidianas e, a partir disso, sair de sua aula costumeira, experimentando um ambiente novo, a chamada zona de risco.

2.4 O conceito de Semelhança Matemática

Na Geometria, a palavra semelhante está ligada à ideia de mesma forma. Pode-se afirmar que duas figuras são semelhantes quando têm a mesma forma e suas medidas correspondentes proporcionais. Sendo assim, ao ampliar, reduzir ou

reproduzir uma figura, obtêm-se figuras semelhantes. Atentemo-nos às seguintes figuras semelhantes, extraídas de Santos e Maymone (2015, p. 247):

Figura 2 – Semelhança matemática em malha quadriculada.



Fonte: Santos e Maymone (2015, p. 247).

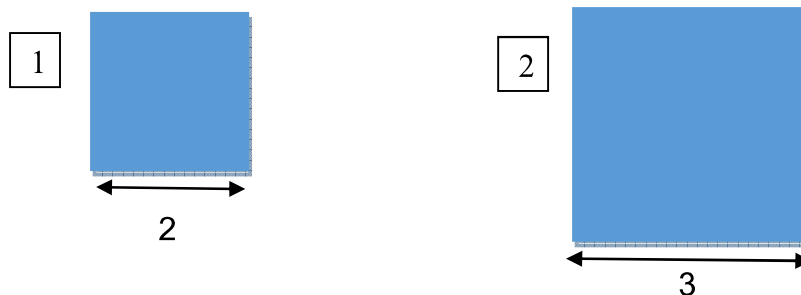
- ✓ Base menor do barco azul/Base menor do barco vermelho = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$;
- ✓ Base maior do barco azul/Base maior do barco vermelho = $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$;
- ✓ Altura do barco azul/Altura do barco vermelho = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Nas figuras acima, existe uma constante de proporcionalidade, k , entre as medidas delas; neste caso $k = \frac{1}{2}$. Essa constante chama-se **razão de semelhança**.

Relativamente, observa-se que o barco vermelho é uma ampliação do barco azul, pois as dimensões do barco vermelho são duas vezes maiores do que as dimensões do barco azul, ou seja, os lados correspondentes foram reduzidos à metade na mesma proporção.

No estudo de semelhança de polígonos, pode-se afirmar que dois deles são semelhantes quando possuem ângulos respectivamente congruentes e lados respectivamente proporcionais.

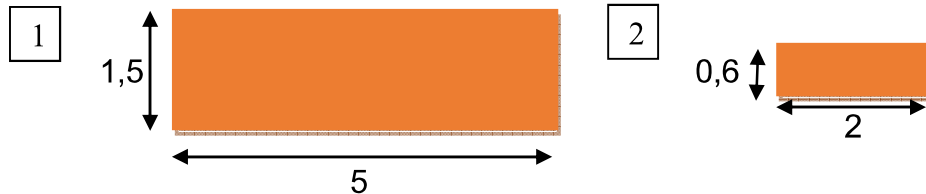
Exemplo 1²: Dois quadrados quaisquer são semelhantes.



² Exemplo presente em *Matemática: ciência e aplicações*, 1 de Gelson Iezzi et al. (2010, p. 242).

A razão de semelhança entre os quadrados 1 e 2 é $\frac{2}{3}$.

Exemplo 2³: Dois retângulos serão semelhantes se, e somente se, a razão entre as medidas de suas bases for igual à razão entre as medidas de suas alturas.



A razão de semelhança entre os retângulos 1 e 2 é $\frac{5}{2} = 2,5$.

2.4.1 A Semelhança Matemática no Cotidiano

De acordo com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) de Matemática (BRASIL, 2006, p. 75), “o estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas práticos do cotidiano”. Relativamente, tem-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) o conceito de semelhança matemática presente em aplicações práticas do nosso dia a dia.

O conceito de semelhança está presente no estudo de escalas, plantas, mapas, ampliações de fotos, fotocópias como também quando se verifica, por exemplo, se as medidas das partes do corpo humano se mantêm proporcionais entre um representante jovem e um representante adulto (BRASIL, 1998, p. 125).

Sabe-se também que o conhecimento da semelhança matemática contribuiu para que algumas situações fossem facilitadas no nosso cotidiano. A título de exemplo, tem-se a capacidade de medir alturas de grandes imóveis através de sua sombra. Assim, prosseguindo com situações que envolvem semelhança matemática no nosso cotidiano, seguem abaixo algumas aplicações:

- i) Tem-se um primeiro exemplo ao analisar uma fotografia, cuja imagem que vemos na foto é a reprodução reduzida e proporcional do objeto em tamanho real e, ao mesmo tempo, é uma ampliação da figura;

³ Exemplo presente em *Matemática: ciência e aplicações*, 1 de Gelson Iezzi et al. (2010, p. 243).

- ii) O desenho da planta de uma casa, projetada pelo arquiteto, também é um exemplo de semelhança entre a casa em tamanho real e o seu desenho no papel em miniatura;
- iii) Nas telas de uma televisão, pode-se também observar outro exemplo de semelhança matemática. Todas as telas, sejam elas comuns, grandes ou pequenas, têm a forma de retângulos semelhantes. Caso contrário, algumas imagens que se via no canto da tela de uma televisão não se mostrava no canto de outra.

Dante (2013, p. 242) apresenta uma aplicação prática do nosso cotidiano de Semelhança Matemática, intitulada: *Uso de semelhança para medir distâncias inacessíveis*. Vejamos:

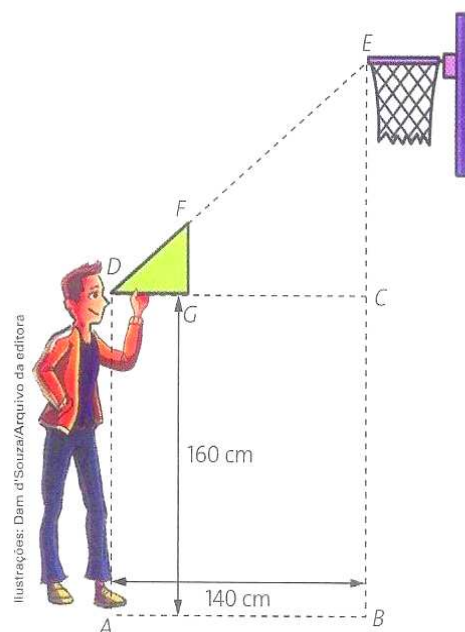
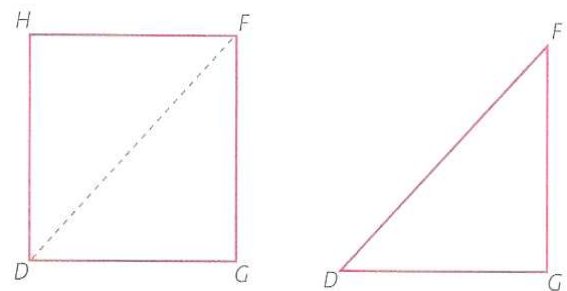
Figura 3 – Semelhança matemática no cotidiano.

Aplicação: Um homem deseja saber a altura de uma cesta de basquete. Como calcular essa altura com o auxílio de um triângulo de papel DFG?

Solução: Vamos pedir a altura aproximada de uma cesta de basquete. Para isso, usaremos a metade de uma folha de papel quadrada, como mostrado abaixo. Observe que $DG = FG$.

Siga estes procedimentos:

1. Mire o topo da cesta conservando a parte inferior da folha (DG) paralela ao chão. Talvez você precise afastar-se ou aproximar-se da cesta para que isso ocorra.
2. Meça a distância entre você e a perpendicular ao chão que passa pela cesta: $AB = 140$ cm na figura ao lado. Observe que $AB = DC$. Logo, $DC = 140$ cm.



Fonte: Dante (2013, p. 242).

3. Meça agora a distância do chão aos seus olhos na figura: $AD = 160$ cm. Veja que $AD = BC$. Logo, $BC = 160$ cm.

$\triangle DCE \sim \triangle DGF$ (dois ângulos correspondentes congruentes).

Da semelhança dos triângulos DCE e DGF, concluímos que:

$$\frac{DE}{DF} = \frac{DC}{DG} = \frac{EC}{FG}$$

Observando a última igualdade $\frac{DC}{DG} = \frac{EC}{FG}$ e sabendo que $DG = FG$, concluímos que $DC = EC$. Assim, a altura da cesta de basquete é dada por: $BC + CE$ na figura:
 $160 \text{ cm} + 140 \text{ cm} = 300 \text{ cm} = 3 \text{ m}$.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, está apresentado o percurso metodológico da pesquisa, sua abordagem, o tipo de pesquisa, os sujeitos envolvidos e como ocorreu o levantamento de dados.

3.1 Pesquisa qualitativa na modalidade pesquisa-ação

A metodologia escolhida por nós é a abordagem qualitativa. Esta abordagem permite ao pesquisador estar diretamente em contato com o local em que os dados serão coletados. Oferece condições para analisar ações, pensamentos expressos, representações, emoções e qualquer tipo de movimento que esteja ligado ou influencie a coleta de dados ou os sujeitos envolvidos.

A pesquisa qualitativa não procura enumerar e/ou medir os eventos estudados, nem emprega instrumental estatístico na análise dos dados. Parte de questões ou focos de interesses amplos, que vão se definindo à medida que o estudo se desenvolve. Envolve a obtenção de dados descritivos sobre pessoas, lugares e processos interativos pelo contato direto do pesquisador com a situação estudada, procurando compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, ou seja, dos participantes da situação em estudo (GODOY, 1995, p. 58).

A pesquisa qualitativa, contudo, refere-se a uma ocupação do conhecimento que busca a estruturação da prática e dá importância às ideias primordiais em uma categoria de realidade que não é capaz de ser calculada ou analisada apenas estatisticamente. Consequentemente, baseia-se em concepções, crenças, normas e distintas representações.

A nossa pesquisa se caracteriza como qualitativa na modalidade pesquisa-ação. Esta se designa pela conversação e cooperação entre conhecedores e hábeis, constituintes da investigação.

A pesquisa-ação tem características situacionais, já que procura diagnosticar um problema específico numa situação específica, com vistas a alcançar algum resultado prático, não visa obter enunciados científicos generalizáveis, embora a obtenção de resultados semelhantes em estudos diferentes possa contribuir para algum tipo de generalização (GIL, 2008, p. 42).

Atualmente, a pesquisa-ação contempla seus integrantes através de procedimentos de conhecimentos próprios. Quando correlacionada à educação, expressa e auxilia nas variações. Thiollet (2008 *apud* COSTA; COSTA, 2011) afirma que é um tipo de pesquisa com base empírica, concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo, na qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

No contexto da abordagem qualitativa de pesquisa do tipo pesquisa-ação ora apresentado, os sujeitos envolvidos no estudo são alunos que frequentam a sala de aula da 1ª série do Ensino Médio de uma escola na cidade de Santa Luzia, Paraíba.

3.2 O campo de pesquisa

A pesquisa ocorreu em uma escola que oferece a Educação Infantil (Pré I, Pré II e Pré III), Ensino Fundamental em 9 anos, distribuídos da seguinte maneira: Anos iniciais (1º ao 5º ano), Anos finais (6º ao 9º ano) e o Ensino Médio (1ª à 3ª série), localizada em Santa Luzia, na Paraíba.

A escolha da escola se deu porque o pesquisador lecionou durante os anos 2014, 2015 e 2016 na referida instituição. O vínculo com a escola possibilitou o acesso a ela, bem como a concretização da pesquisa.

Trata-se de uma instituição de ensino que há mais de 10 anos contribui com um ensino de qualidade no município de Santa Luzia-PB e outras cidades que agregam o Vale do Sabugi e região do Seridó. O horário de funcionamento da escola é apenas diurno e contém 15 salas de aula ocupadas, com capacidade para 30 alunos em média.

3.3 Os sujeitos da pesquisa

Os sujeitos da nossa pesquisa são alunos da 1ª série do Ensino Médio do turno da manhã. A turma é composta de 13 alunos. Destes, 7 são do sexo masculino e 6 são do sexo feminino. A faixa etária está entre 14 e 15 anos.

A escolha da turma da 1ª série se deu pelo fato de o conteúdo ser ministrado pelo professor da turma no momento da realização da pesquisa, atrelado à nossa vontade de querer trabalhar com discentes que já houvessem estudado o conceito

de semelhança. O conteúdo foi visto por eles no ano anterior. Assim, todos possuíam conhecimentos prévios acerca do assunto.

Trata-se de uma turma bem unida e dinâmica. Os discentes, em geral, são participativos e têm disposição para com atividades explanadas em sala de aula. Há alunos dispersivos, os quais precisam a todo momento ser chamados à atenção durante a aula. Contudo, de modo geral, observa-se que são alunos ávidos pelo saber, criativos e comunicativos.

Numa observação sistemática do professor da disciplina de Matemática, a turma se identifica com as áreas de exatas e biológicas. Não gostam de ler e apresentam alguma dificuldade com a linguagem (produção escrita e interpretação textual). Este dado ficou evidenciado no momento em que aplicamos a atividade de sondagem, a qual durou 1h e 30min.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Para melhor compreensão da leitura, julgamos necessário organizar esta seção da seguinte maneira: apresentação e respostas do teste de sondagem (Apêndice A) aplicado aos alunos, sujeitos da pesquisa; desenvolvimento de uma sequência de atividades (Apêndice B), trabalhadas com os pesquisados; e, por último, respostas dos alunos a uma atividade intitulada “Desafiar para representar” (Apêndice C).

4.1 Sondagem

No primeiro contato com a escola, apresentamo-nos enquanto pesquisadores/estudantes do curso de Licenciatura Plena em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba, Campus de Patos. Afirmamos que queríamos, junto com eles, construir um conhecimento em torno de um conteúdo do qual tinham conhecimentos prévios.

Dissemos que a participação deles era importante para que o trabalho se concretizasse. O vínculo que o pesquisador possuía com a escola e com os alunos permitiu uma boa recepção por parte de ambos.

Em sala de aula, havia proximidade entre a turma e o professor da sala, tendo em vista que o pesquisador havia sido professor de reforço daquela mesma turma, nos anos em que esteve na instituição, e havia uma amizade, enquanto estudantes da graduação, com o professor da sala. Assim, sentimo-nos à vontade para realizar o planejado para aquele dia.

Em seguida, entregamos uma atividade contendo quatro questões, cujo objetivo era sondar os conhecimentos prévios dos alunos sobre a ideia que cada um tinha sobre o conceito de Semelhança Matemática. À luz da Teoria de Representação Semióticas, o teste de sondagem abordou ao menos dois tipos de representações, quais sejam: língua materna e representação geométrica.

Foi feita a leitura e dissemos que eles respondessem da maneira mais conveniente a cada um, sem necessariamente se preocupar em apresentar a resposta correta. As questões entregues (Apêndice A) foram:

01. Para você, qual o significado da palavra semelhança?

Esta pergunta, inserida no questionário aplicado junto aos alunos, teve o objetivo de analisar o entendimento deles no tocante à palavra *semelhança* para, a partir disso, fazer comparações com o conceito de Semelhança Matemática.

02. O que você entende por semelhança matemática?

O objetivo dessa questão parte da busca de auferir o conhecimento do aluno em relação ao conteúdo de semelhança matemática, e posteriormente construir este conceito. Considera-se importante o fato de o aluno expressar de maneira mais conveniente a ele tal conteúdo, pois, a partir disso, abre-se um leque de possibilidades para os alunos explicarem/representarem e, posteriormente, nós (pesquisadores) buscarmos, em nossas intervenções, trabalhar atrelados às ideias de mundo dos discentes. Esta questão também exige dos alunos que eles expliquem o conceito sem recorrer aos aspectos geométricos. Assim, entendemos que, ao se expressarem usando os grafemas, os sujeitos aprendizes também estão representando o objeto matemático, neste caso, semelhança matemática.

03. Você consegue citar um exemplo de semelhança matemática no seu cotidiano? Se sim, represente este exemplo.

Considera-se importante levantar esse tipo de questionamento, uma vez que, para Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, o alcance do conhecimento ocorre quando o aluno perpassa por várias representações dos objetos matemáticos. Conforme esta teoria, nas atividades de ensino, consegue-se reproduzir um objeto matemático manipulando registros de representação semiótica. Assim, tomando por base esta teoria, que fundamenta nossa pesquisa, dá-se a importância de conhecer representações do conceito a partir de situações do cotidiano dos alunos.

04. Construa um polígono “maior”, mas semelhante ao polígono dado. Explique como você fez⁴.

⁴ Questão extraída do texto: *Concepção de uma sequência de ensino para o estudo da semelhança: do empírico ao dedutivo*. LUÍS, Silviane Rigolon et al. São Paulo, 2006.

Figura 4 – Polígono em malha pontilhada.



Fonte: Luis et al (2006, p. 03)

Este questionamento tem por objetivo induzir o aluno, no modelo geométrico, a representar seu conhecimento de Semelhança Matemática. A partir dele, pode-se compreender qual o entendimento do aluno com relação a pontos importantes do referido conceito, sejam eles da definição à razão de ampliação, redução ou figuras geometricamente iguais.

4.1.1 Análise das respostas oferecidas aos alunos ao teste de sondagem

A partir de agora, são analisadas e descritas as repostas dos alunos às questões. Para manter o sigilo e a integridade moral deles, utilizaremos, doravante, as siglas *Aluno 1* até *Aluno 13*, que correspondem ao número total de sujeitos participantes da pesquisa.

Ao analisar as repostas da questão de número 1, todos os alunos apresentaram uma ideia do que seja semelhança. Assim, o objetivo da questão foi alcançado, pois todos os discentes conseguiram atender às expectativas.

Aluno 1: "São duas coisas bem parecidas. Não necessariamente iguais, mas parecidas";

Aluno 2: "Quando se tem uma coisa/objeto que se parece com outro semelhante a ele";

Aluno 8: "É alguma coisa que vem de outra, não precisamente iguais, mas com alguma aparência".

Os dados acima mostram que os alunos, na tentativa de explicar o significado da palavra *semelhança*, relacionaram ao conceito de semelhança em Matemática. Acreditamos que essa situação ocorreu por se tratar de uma aula de Matemática.

No segundo questionamento, pôde-se perceber que alguns alunos não conseguiam descrever no contexto da Matemática o conceito de semelhança. Logo, eles “colavam” respostas da primeira na segunda questão.

Aluno 1: “São duas coisas bem parecidas na matemática. Não necessariamente iguais, mas bem parecidas”;

Aluno 5: “São duas coisas bem parecidas na matemática”;

Aluno 11: “É algo parecido na matemática”.

Alguns alunos apresentaram respostas referentes à semelhança de figuras, a exemplo dos alunos 2 e 6. Um dos alunos, o aluno 3, relatou inclusive uma sentença matemática semelhante às apresentadas no livro didático.

Aluno 2: “São figuras matemática diferentes, onde são feitas por aumento ou diminuição uma da outra”;

Aluno 3: “Semelhança matemática tem a ver com a frase todo quadrado é um retângulo”;

Aluno 6: “São figuras matemáticas parecidas com tamanhos diferentes”.

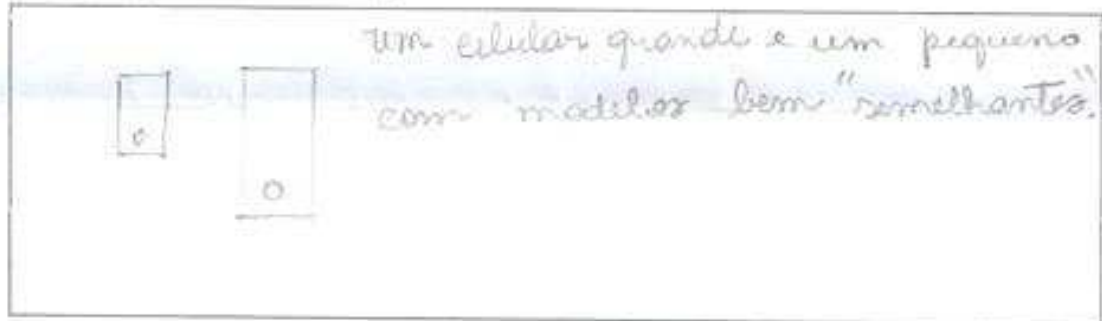
Grande parte dos alunos tem certa facilidade de conceituar, a seu modo, a Semelhança Matemática. No entanto, encontram dificuldades de representar o conceito na escrita, o que gerou angústia para responder a esta questão. Isto é, oralmente apresentam um desempenho adequado, mas, na hora de representar por meio da língua materna, não conseguem.

Na terceira questão, percebemos que houve facilidade para os alunos representarem o conceito por meio de situações do cotidiano.

Aluno 2: Apresentou geometricamente desenhando aparelhos celulares, que são objetos do seu cotidiano, semelhantes, transcrevendo seu pensamento.

Figura 5 – Resolução da questão 3 da sondagem pelo aluno 2.

03. Você consegue citar um exemplo de semelhança matemática no seu cotidiano? Se sim, represente este exemplo.

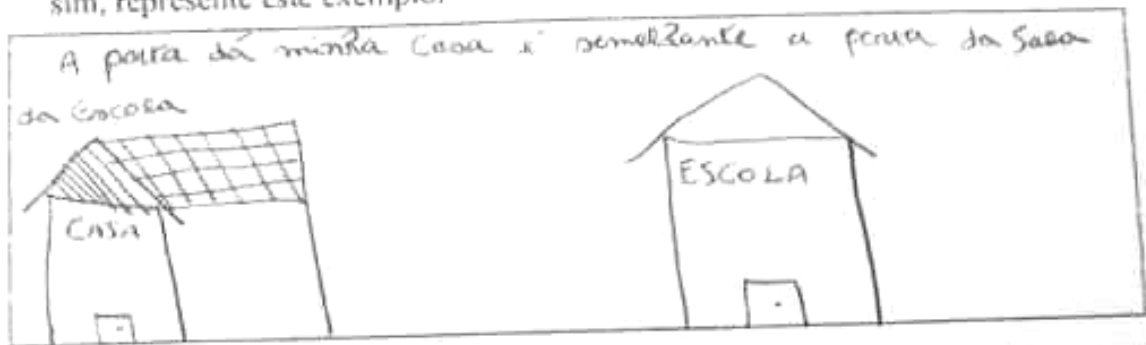


Fonte: Acervo do pesquisador.

Aluno 3: Observa-se que este aluno representou por meio geométrico dois imóveis e salientou que as duas portas destes são objetos semelhantes.

Figura 6 – Resolução da questão 3 da sondagem pelo aluno 3.

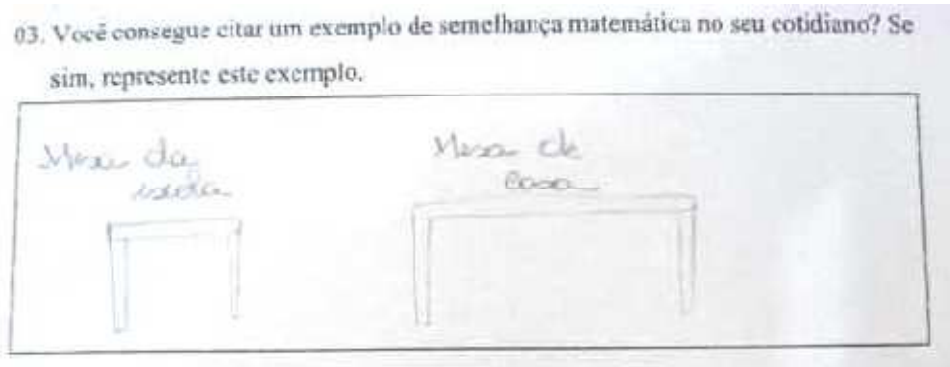
03. Você consegue citar um exemplo de semelhança matemática no seu cotidiano? Se sim, represente este exemplo.



Fonte: Acervo do pesquisador.

Aluno 6: Representou o conceito por meio do desenho de duas mesas, que são objetos do seu cotidiano. Contudo, não foi capaz de descrever na questão o porquê de ver semelhança nas "duas mesas de tamanhos diferentes e modelos iguais", que foi o máximo que ele conseguiu relatar sobre esta situação.

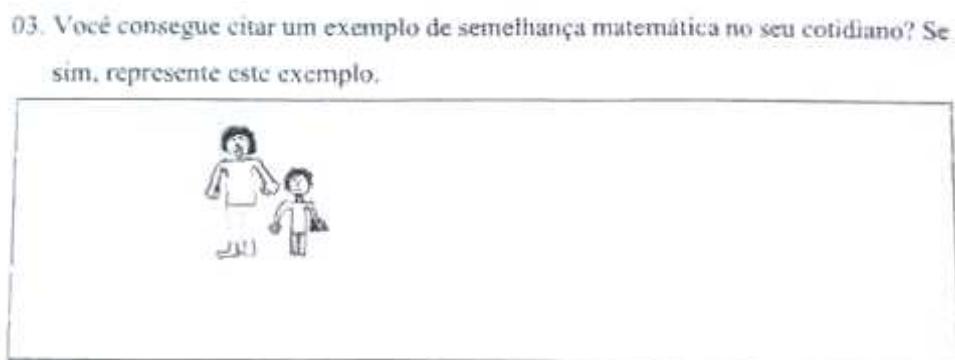
Figura 7 – Resolução da questão 3 da sondagem pelo aluno 6.



Fonte: Acervo do pesquisador.

Aluno 8: Este aluno conseguiu representar a semelhança física entre duas pessoas; porém, não conseguiu descrever quais as semelhanças.

Figura 8 – Resolução da questão 3 da sondagem pelo aluno 8.



Fonte: Acervo do pesquisador.

Os alunos que na segunda questão apresentaram certa correlação sobre o conteúdo já representariam, agora na terceira questão, curiosos exemplos que seriam bem fundamentados posteriormente na quarta questão.

Conquanto, alunos que em um outro momento não souberam descrever (levando em consideração a dificuldade dos alunos em dissertar sobre objetos matemáticos e não matemáticos) sobre o conteúdo, apresentaram mais facilidade na terceira questão.

Percebemos que as respostas a este questionamento foram dadas com facilidade, pois aqui eles ficaram à vontade para representar o conceito à sua maneira. Assim, vemos que todos responderam com exemplos usando desenho ou figuras geométricas.

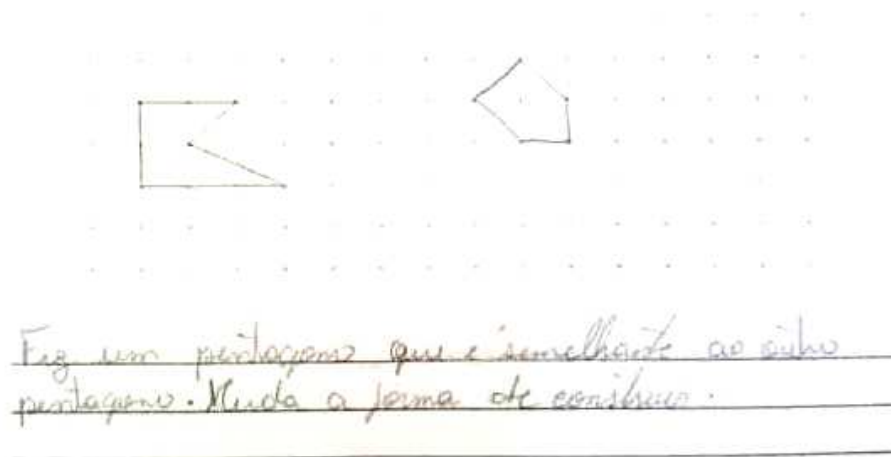
Podemos dizer que o objetivo da questão 4 também foi alcançado pelo fato de os alunos poderem representar geometricamente uma figura semelhante àquela trazida no questionamento.

É curioso, no quarto questionamento, os alunos respeitarem uma razão de semelhança, seja ela na redução ou ampliação, conseguindo expressar, como se pedia na questão, os procedimentos para tais construções.

Aluno 1: Este primeiro aluno representou de forma equivocada que os polígonos viriam a ser semelhantes por somente terem o mesmo número de lados.

Figura 9 - Resolução da questão 4 da sondagem pelo aluno 1.

04. Construa um polígono "maior", mas semelhante ao polígono dado. Explique como você fez.

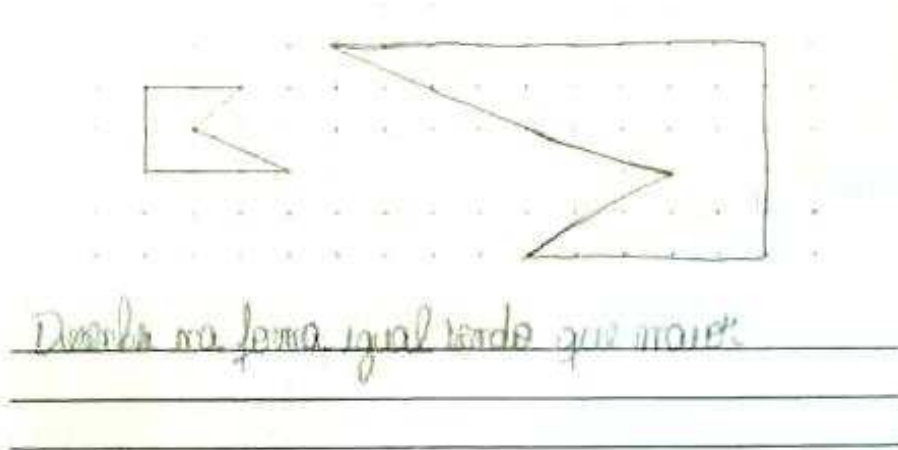


Fonte: Acervo do pesquisador.

Aluno 2: O segundo desenhou um outro polígono, na mesma forma, com lados de tamanhos diferentes.

Figura 10 - Resolução da questão 4 da sondagem pelo aluno 2.

04. Construa um polígono "maior", mas semelhante ao polígono dado. Explique como você fez.

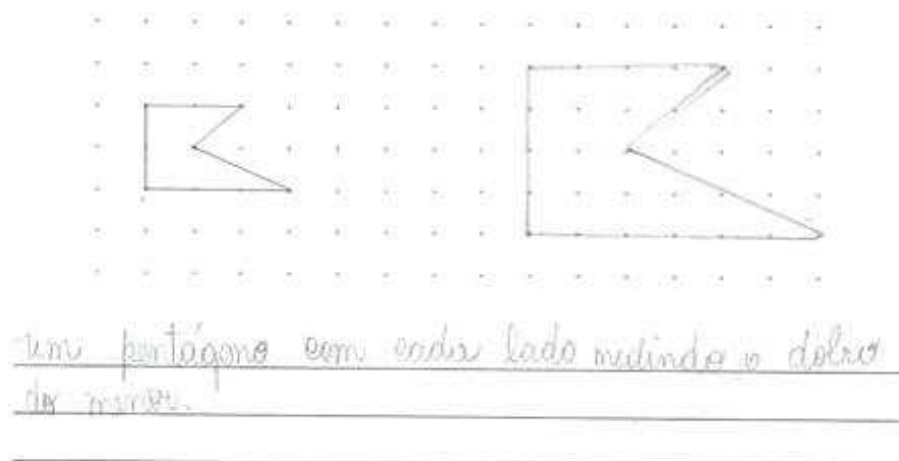


Fonte: Acervo do pesquisador.

Aluno 3: O terceiro aluno representou melhor, em termos matemáticos, o conceito de Semelhança Matemática, tendo inclusive respeitado uma razão de semelhança na ampliação, como mostra a ilustração abaixo:

Figura 11 - Resolução da questão 4 da sondagem pelo aluno 3.

04. Construa um polígono "maior", mas semelhante ao polígono dado. Explique como você fez.



Fonte: Acervo do pesquisador.

Podemos constatar, por meio da sondagem, que em ao menos um tipo de representação os alunos conseguiram expressar o conceito semelhança, neste caso, a prevalência do aspecto geométrico. Além disso, observamos que os sujeitos

não conseguiram representar a ideia do conceito de semelhança usando a linguagem matemática, ou até mesmo apenas a língua materna, sem necessariamente o rigor matemático.

Sendo assim, a partir deste primeiro encontro, confirmamos que os alunos possuíam conhecimentos prévios relativamente ao conceito de Semelhança Matemática, algo que pode facilitar a pesquisa quando se fala em investigar a compreensão de Semelhança Matemática tendo como base a Teoria das Representações Semióticas, que se trata de um meio que pode ampliar o entendimento de cada um dos discentes.

Entende-se que as sequências de atividades posteriores ajudarão os alunos na apreensão dos conceitos, uma vez que é necessário o trânsito, por parte dos alunos, em mais de um tipo de representação. Por sua vez, os conhecimentos geométricos explorados contribuirão para o entendimento de situações do cotidiano. Conseqüentemente, acarretarão uma compreensão mais acurada sobre o conteúdo por parte dos sujeitos.

4.2 Construindo o conceito de semelhança: atribuindo-lhe significado

Com base nas respostas oferecidas pelos alunos no teste de sondagem, entendemos ser importante trabalhar o conceito de Semelhança Matemática sob alguns aspectos, isto é, na perspectiva de explorá-los e representá-los em mais de uma forma. Mesmo sabendo que eles possuem conhecimentos sobre o objeto matemático trabalhado, neste estudo, os próprios sujeitos da pesquisa ficaram limitados a apenas um tipo de representação. Conforme Raymond Duval, para a apreensão de um determinado objeto matemático, faz-se necessário transitar em mais de uma forma.

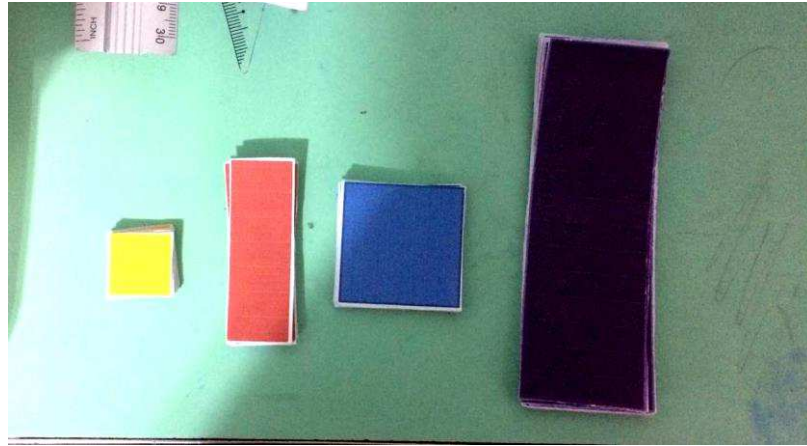
Assim, neste segundo contato com a turma, momento de nossa intervenção pedagógica, o trabalho prático foi dividido em algumas etapas (Apêndice B):

1º Momento: Houve inicialmente uma apresentação da parte histórica do conteúdo de Semelhança Matemática. Seguidamente, foram discutidas as ideias que os alunos descreveram na sondagem diante do que viria a ser estudado e manipulado com os materiais a serem desenvolvidos na aula.

Buscamos inicialmente discutir sobre o conteúdo de semelhança para, posteriormente, compor, medir e descrever medidas de retângulos e quadrados

produzidos pelos pesquisadores, que viriam a facilitar o manuseio e alcançar o objetivo dessa primeira atividade.

Figura 12 – Quadrados e retângulos semelhantes elaborados pelos pesquisadores.

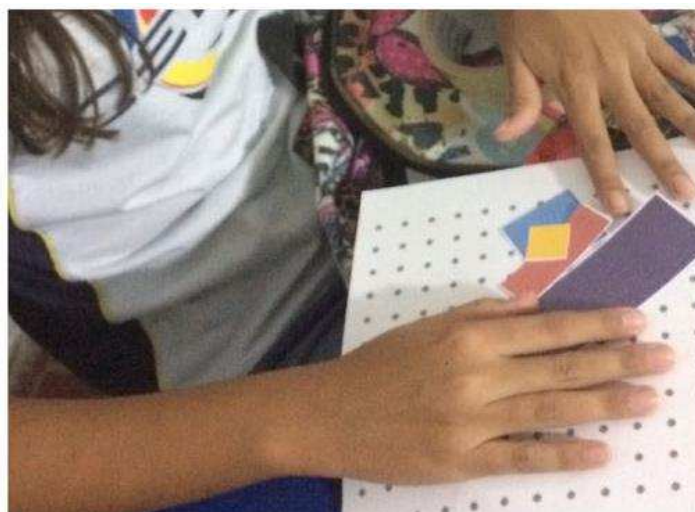


Fonte: Acervo do pesquisador.

Têm-se acima retângulos e quadrados semelhantes construídos em material de papel-cartão pelos pesquisadores, que posteriormente foram entregues aos alunos para o êxito da atividade deste primeiro momento.

Através desta atividade, pôde-se discutir sobre a visão equivocada dos alunos de que objetos semelhantes na Matemática são apenas objetos que possuem as mesmas dimensões. Atrrelado a isto, conseguimos que os alunos observassem uma das condições de duas figuras semelhantes: as medidas dos lados de duas figuras semelhantes são proporcionais.

Figura 13 – Aluna manipulando os quadrados e retângulos semelhantes.



Fonte: Acervo do pesquisador.

Ao se chegar a essa primeira condição, fizemos os seguintes questionamentos aos alunos: Por que somente foram usados problemas com polígonos de mesmo formato? Poderíamos encontrar uma semelhança entre um quadrado e um retângulo? Considerando a resposta do aluno 2, tem-se: *Aluno 2: “Não poderia, pois eles não seriam proporcionais; os ângulos até satisfazem uma condição inicial, mas os lados não”*.

No debate sobre a resposta do aluno 2, relacionando demais polígonos e situações, chegaríamos posteriormente à observação de que haveria uma outra condição para dois polígonos serem semelhantes: os ângulos correspondentes são congruentes.

Por fim, abordamos a razão de semelhança na ampliação, redução ou quando se trata de duas figuras geometricamente iguais. Os alunos conseguiram, através das medidas dos lados dos materiais, observar a razão na ampliação e redução. Posteriormente, com dois retângulos de mesmas dimensões desenhados no quadro branco, constatamos a razão de semelhança quando se trata de duas figuras iguais.

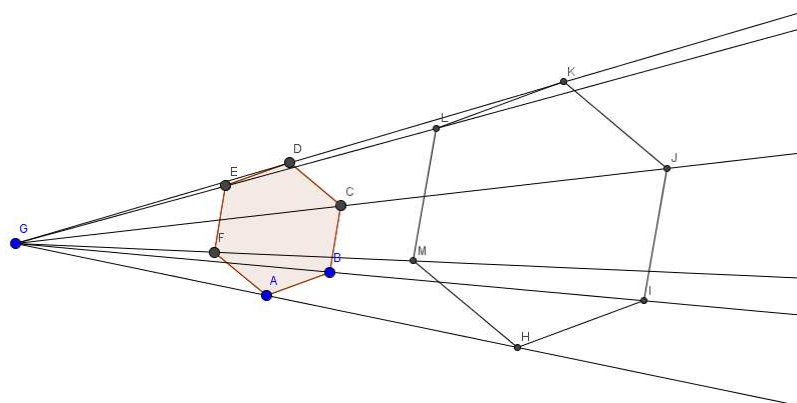
Desta parte da atividade, analisando as razões nas três situações, os alunos alcançaram a seguinte conclusão: Numa redução, a razão de semelhança é menor que 1; numa ampliação, a razão de semelhança é maior que 1; entre duas figuras geometricamente iguais, a razão de semelhança é igual 1.

2ª Momento: Dando sequência às atividades propostas para a formação do conceito de semelhança matemática junto aos alunos, valemo-nos de uma situação simples de homotetia (construção de figuras semelhantes a partir de um ponto, conservando seus ângulos correspondentes) com a contribuição do aplicativo GeoGebra para sua construção.

Neste segundo momento, os alunos conheceram o *software* Geogebra⁵ e algumas funções que ele tem a oferecer, pois se trabalhou a construção de figuras homotéticas por intermédio dele. Pôde-se aperfeiçoar a razão de semelhança por meio dos seguintes polígonos construídos através de uma homotetia.

⁵ Software da matemática dinâmica que reúne geometria, álgebra e cálculo. Neste *software*, pode-se fazer construções das mais variadas formas do contexto da matemática.

Figura 14 – Homotetia no GeoGebra



Fonte: Acervo do pesquisador.

A produção da figura acima seguiu alguns passos (Apêndice B – atividade 3), causando curiosidade e interesse dos alunos pelo *software* diante da construção de figuras homotéticas a partir de um ponto de origem.

A partir dessa atividade com o *software* GeoGebra, constatamos que os alunos demonstram ainda mais interesse por aulas com a presença das tecnologias digitais. Por isso, acreditamos ser essencial que nós, docentes, trabalhemos ainda mais com o auxílio das tecnologias em sala de aula, pois, a partir delas, surgirão novas metodologias que contribuirão posteriormente para o processo de ensino e aprendizagem. Contudo, cabe ao professor refletir sobre o recurso tecnológico que utilizará em suas aulas, planejando e fazendo a escolha do recurso adequado ao conteúdo ministrado e às condições infraestruturais da sala de aula.

3º Momento: Neste terceiro momento, trabalhamos com atividades numa malha pontilhada e com peças de um Tangram⁶.

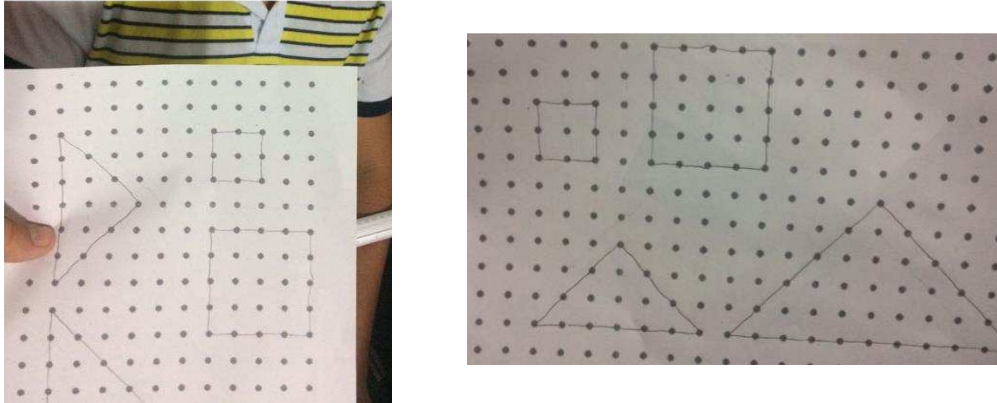
A atividade sobre a malha pontilhada tem por objetivo o aperfeiçoamento do entendimento de Semelhança Matemática estabelecendo razões. Desde logo, a atividade do Tangram foi aplicada para que os alunos pudessem, compondo e/ou praticando, observar semelhanças entre as peças poligonais que o formam.

Solicitamos que os alunos construíssem diferentes triângulos e quadriláteros semelhantes sobre a malha pontilhada. Prontamente, após construções, cada aluno deveria apresentar suas figuras e compará-las com as dos demais, observando

⁶ O Tangram é um quebra-cabeça chinês no qual o objetivo é posicionar as 7 peças para formar uma determinada figura. É um material didático que pode ser trabalhado conteúdos matemáticos.

semelhanças e diferenças. Por fim, pedimos que os alunos finalizassem explicando a razão de semelhança das figuras desenhadas.

Figura 15 – Polígonos semelhantes em malha pontilhada.

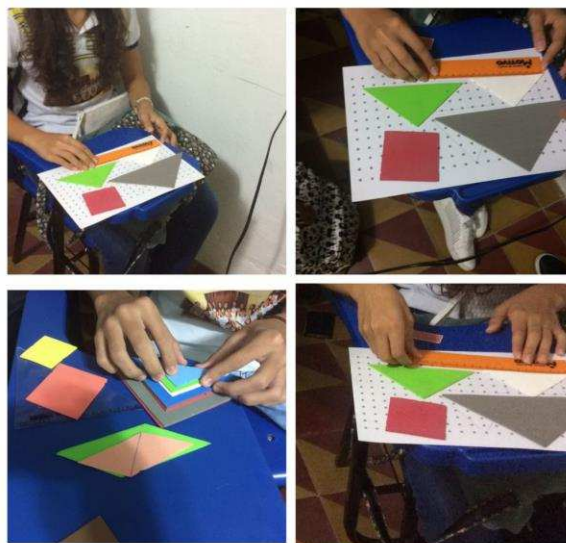


Fonte: Acervo do pesquisador.

Com as peças poligonais do Tangram, pedimos aos alunos que, analisando, compondo, justapondo e verificando de modos variados as peças, encontrassem, dentre elas, duas semelhantes, mas não congruentes, apontando a razão de semelhança na ampliação.

Tratou-se de uma atividade prática, na qual pudemos notar conhecimentos dos alunos acerca de outros conteúdos da Geometria e a Semelhança Matemática. Ainda nesta atividade, chamou-nos a atenção alunos estabelecendo a razão de semelhança por meio do perímetro das peças dadas por suas respectivas alturas.

Figura 16 – Alunos usando o Tangram para representação do conceito.



Fonte: Acervo do pesquisador.

Para finalizar nosso segundo dia de intervenção, deixamos com os alunos dois questionamentos (Apêndice C) que tinham por objetivo analisar, diante das várias formas de representar, o exemplo de Semelhança Matemática pós-atividades desenvolvidas.

Depois da explicação das atividades propostas aos alunos, pareceu-nos singular o seguinte questionamento do aluno 3: *“Aluno 3: Professor, então posso trazer um exemplo de uma caixa de comprimido e uma caixa de fósforo, mostrando que as dimensões que as formam são semelhantes?”*.

Diante do questionamento deste aluno, respondemos que sim, pois vivemos em um mundo em que normalmente nos encontramos com figuras espaciais. Contudo, o orientamos ser necessário lembrar das duas condições estabelecidas para que tenhamos duas figuras semelhantes, sejam elas imagens planas ou espaciais, de modo a contribuir para que o objetivo do questionamento fosse alcançado.

Ainda como resposta do aluno, desenhamos no quadro branco dois paralelepípedos retos retângulos com as seguintes dimensões:

Paralelepípedo I: 16cmx12cmx10cm (CxLxA);

Paralelepípedo II: 8cmx6cmx5cm (CxLxA).

Podemos mostrar, através deste exemplo, que os paralelepípedos I e II satisfazem às condições para serem semelhantes e possuem uma razão na ampliação do I para o II de 2 cm.

O questionamento do aluno 3 contribuiu muito para a aula, pois pôde-se mostrar uma outra situação de Semelhança Matemática através de um exemplo, o que contemplou o êxito do conteúdo ministrado através de uma sequência de atividades e despertou a curiosidade dos alunos.

No que diz respeito à problemática da nossa pesquisa, acredita-se que as atividades deste segundo dia de intervenção contribuíram para a construção do conhecimento a partir de várias representações (sejam elas com quadrados e retângulos, com o GeoGebra, Tangram e malha pontilhada) que ajudaram os alunos e tornaram a aula lúdica, facilitando a compreensão do conteúdo.

Finalmente, por meio das atividades propostas da sequência didática, notamos que os alunos avançaram na ideia de Semelhança Matemática e proporção. Nestas atividades, os discentes deduziram que, através da razão de

proporcionalidade, seria estabelecida uma ampliação ou redução de figuras, ou se estas figuras eram geometricamente iguais.

4.3 Significados atribuídos por alunos ao conceito de Semelhança Matemática

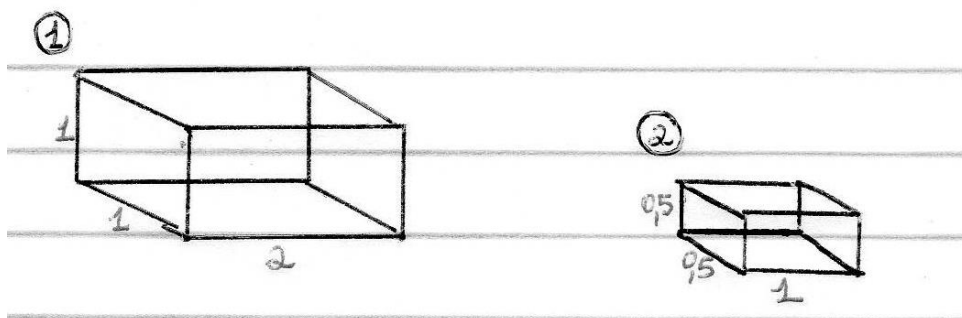
Os questionamentos utilizados neste último momento de intervenção (Apêndice C) referem-se a uma mesma abordagem trazida no teste de sondagem, mas enfatizando a escrita do conceito como uma forma de aprofundar os conhecimentos apresentados pelos alunos.

Foi lançada uma situação escrita para os alunos representarem conforme a interpretação dela (Questão 01, Apêndice C). Esse tipo de atividade tem por finalidade o estabelecimento de correspondência entre o início e o término da pesquisa. Pudemos observar que, para o desenvolvimento dessa atividade, grande parte da turma não julgou como complexas as questões. Observamos ainda que os alunos, nesse momento da pesquisa, conseguiriam descrever com a língua materna e a simbologia de maneira satisfatória o que se pedia nas questões. Assim sendo, notamos um desenvolvimento convincente durante o processo da pesquisa.

A atividade que se iniciou ainda no segundo dia de intervenção, quando foram entregues aos alunos os questionamentos do Apêndice C, veio a ser concretizada no terceiro dia em alguns momentos: da entrega das atividades à socialização das respostas aos demais. A partir daí, notamos o avanço por parte dos alunos com relação ao conceito de Semelhança Matemática, seja com exemplos da Geometria plana ou espacial.

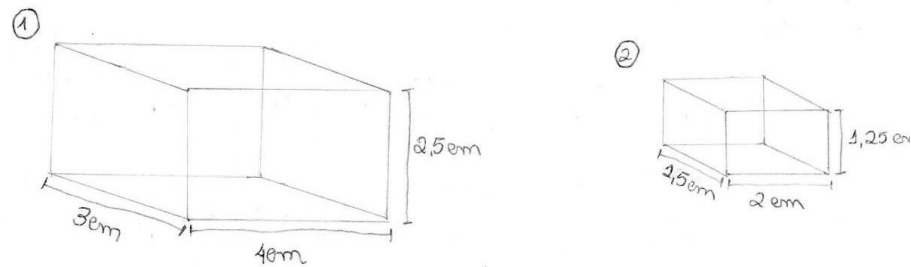
Constatamos que, na primeira questão, os alunos puderam representar de maneira satisfatória o que se pedia.

Figura 17 – Resolução da questão 1 (apêndice C) pelo aluno 2.



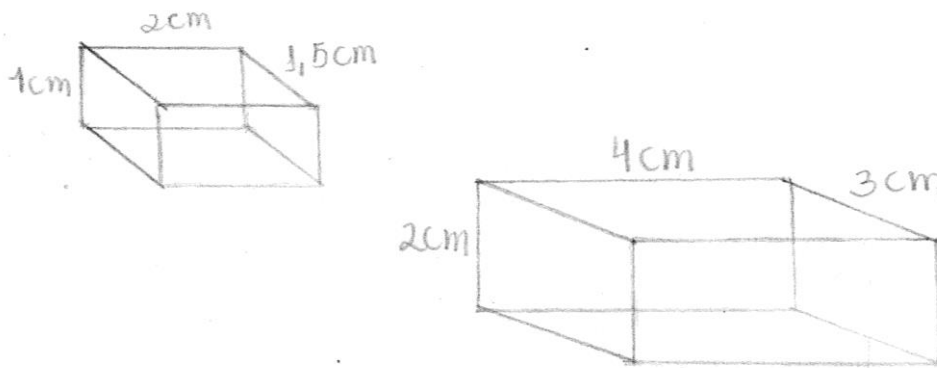
Fonte: Acervo do pesquisador.

Figura 18 – Resolução da questão 1 (apêndice C) pelo aluno 3.



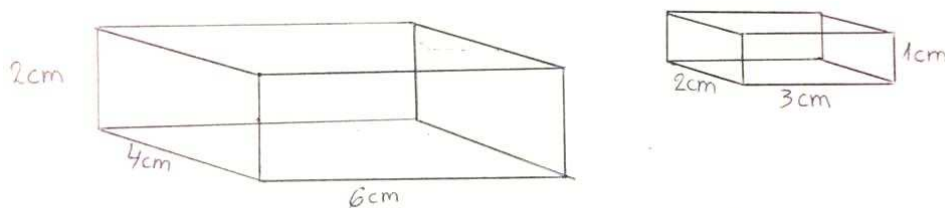
Fonte: Acervo do pesquisador.

Figura 19 – Resolução da questão 1 (apêndice C) pelo aluno 6.



Fonte: Acervo do pesquisador.

Figura 20 – Resolução da questão 1 (apêndice C) pelo aluno 9.

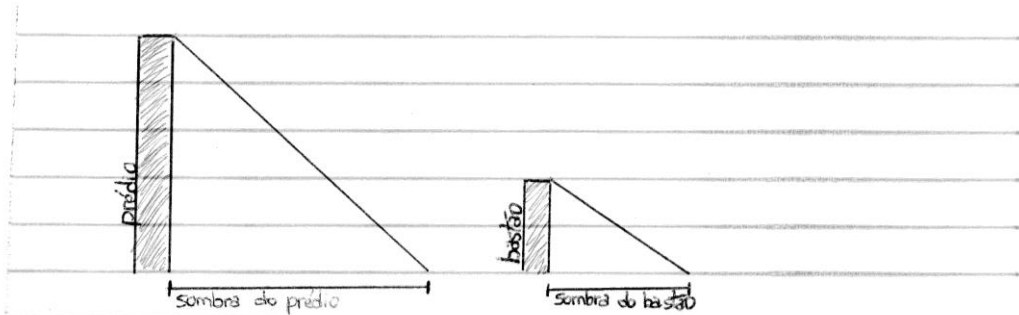


Fonte: Acervo do pesquisador.

No segundo questionamento, os alunos socializaram suas respostas. Percebemos, agora de forma mais contundente, o desenvolvimento deles do teste de sondagem a esse último momento. O aluno 2 trouxe um exemplo de Semelhança Matemática aplicado ao nosso cotidiano.

Aluno 2: Por semelhança a gente pode encontrar a altura do prédio, pois sabemos a altura do bastão, sua sombra e a sombra do prédio.

Figura 21 – Resolução da questão 2 (apêndice C) pelo aluno 2.



Por semelhança a gente pode encontrar a altura do prédio, porque sabemos a altura do bastão, sua sombra e a sombra do prédio. Assim:

$$\frac{\text{Comprimento do prédio}}{\text{Comprimento da sombra do prédio}} = \frac{\text{Comprimento do bastão}}{\text{Comprimento da sombra do bastão}}$$

$$\frac{\text{Comprimento do prédio}}{24\text{m}} = \frac{4\text{m}}{6\text{m}} \rightarrow \text{Comprimento do prédio} = \boxed{16\text{m}}$$

Fonte: Acervo do pesquisador.

Acreditamos ser muito importante a contribuição do aluno 3 neste questionamento, tendo em vista que a produção do material partiu de uma situação problema e chegou a um material concreto, que pode assegurar, de maneira relevante, a aprendizagem do conceito de semelhança. O aluno 3 confeccionou dois cubos, os quais nomeou de cubo 1 e cubo 2, com arestas medindo 5,5 cm e 11 cm, respectivamente, e socializou com a turma, fazendo o seguinte comentário.

Aluno 3: Trouxe como exemplo duas embalagens dos correios em formatos de dois cubos, 1 e 2, com arestas medindo 11 cm e 5,5 cm, respectivamente. A razão de semelhança entre esses cubos 1 e 2 é 2. É fácil perceber que dois cubos serão sempre semelhantes, pois cada um deles possui as arestas de mesma medida. Assim a razão entre as arestas correspondentes de dois cubos é sempre a mesma.

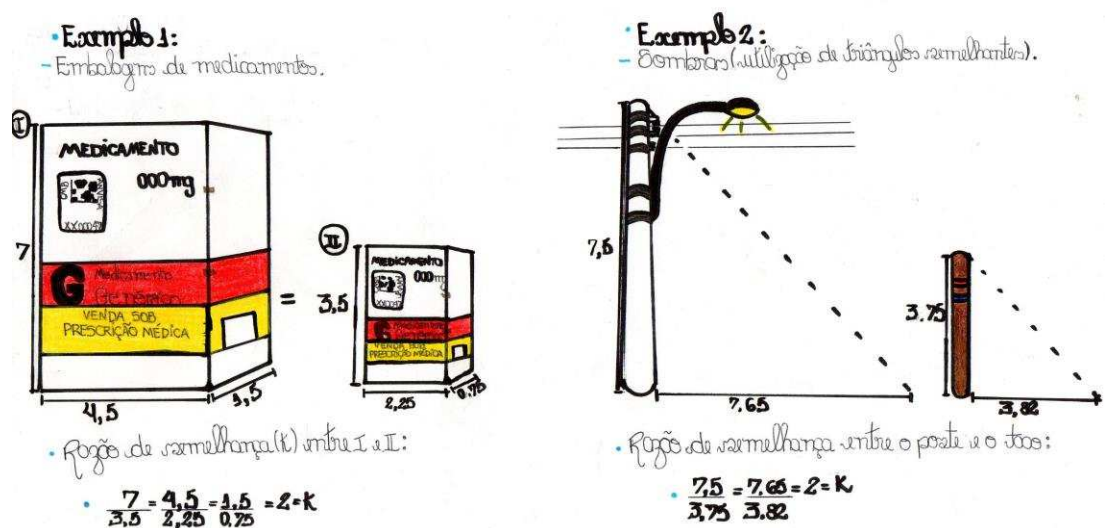
Figura 22 – Resolução da questão 2 (apêndice C) pelo aluno 3.



Fonte: Acervo do pesquisador.

Após a socialização do aluno 3, o aluno 6 trouxe dois exemplos para a resposta do segundo questionamento. No exemplo 1, ele desenhou duas embalagens de medicamentos em forma de prisma com razão de semelhança na ampliação igual a 2; no segundo exemplo, o aluno 6, assim como o aluno 2, relacionou o conteúdo ao cotidiano representando a semelhança de um poste com um bastão.

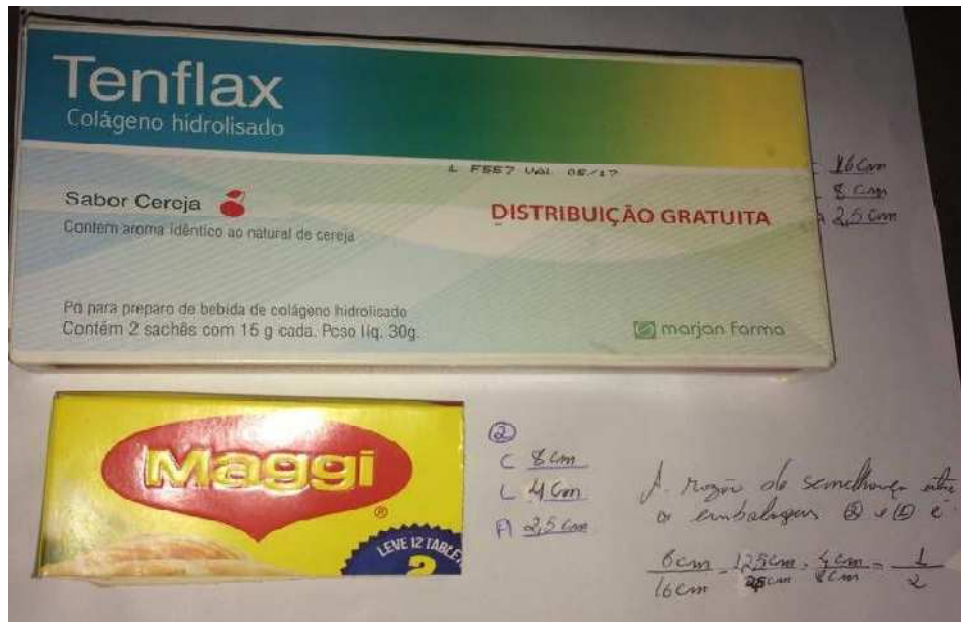
Figura 23 – Resolução da questão 2 (apêndice C) pelo aluno 6.



Fonte: Acervo do pesquisador.

Como último exemplo de socialização, segue abaixo a resposta do aluno 11, que trouxe no questionamento 2 duas embalagens semelhantes, expressando a razão de semelhança na ampliação delas.

Figura 24 – Resolução da questão 2 (apêndice C) pelo aluno 11.



Fonte: Acervo do pesquisador.

Concluídas as socializações das atividades por parte dos alunos, reforçando a ideia de que é possível representar um objeto matemático de várias formas, mostramos também os significados que cada um dos alunos apresentou, explicitando ser possível aprender Matemática dando-lhe sentido.

Agradecemos a eles as contribuições e reforçamos a importância dos estudos na nossa vida, a provar que o conceito de Semelhança Matemática pode ser encontrado em situações do cotidiano. Foi salientada a importância de todos se manterem perseverantes e com a força de vontade de aprender cada dia mais.

Agradecemos, em seguida, ao professor da turma, que nos ajudou bastante no decorrer das intervenções e no contato direto com os alunos. Em seguida, dirigimo-nos à direção para agradecer a oportunidade de voltar àquela escola para fazer uma pesquisa com os alunos, onde fomos recebidos por uma das gestoras, que salientou que voltássemos sempre que precisássemos, pois a escola está aberta, sempre em busca de novos conhecimentos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A princípio, este capítulo mostra ponderações a respeito dos resultados dessa investigação. Voltamos aos objetivos apresentados, investigando se os mesmos foram atendidos, e logo depois faremos considerações em torno das colaborações da pesquisa para o meio acadêmico, mais especificamente contribuições para a Educação Matemática, campo teórico que permitiu realizar a pesquisa na perspectiva abordada.

A pesquisa foi norteada por um objetivo geral e dois objetivos específicos como princípios norteadores de todo o trabalho. Esses objetivos se encontram como ponto central de nossas conversações durante este capítulo, pois entendemos ser fundamental investigar os efeitos da pesquisa diante das questões posteriormente respondidas.

O nosso objetivo geral foi analisar a compreensão de semelhança matemática produzido por alunos da 1ª série do Ensino Médio, tendo como base a Teoria das Representações Semióticas. Anteriormente aos comentários sobre o objetivo geral da pesquisa, retomamos sua problemática, tendo em vista que estes itens tendem a um mesmo sentido: como a Teoria dos Registros das Representações Semióticas contribui para a apreensão do conceito de Semelhança Matemática?

Apoiados na definição, sondagem, análise e reflexões das intervenções de nossa pesquisa, podemos afirmar que os elementos apresentados por Raymond Duval, autor da Teoria dos Registros das Representações Semióticas, foram indispensáveis para a operacionalização deste trabalho.

Desta forma, acreditamos que estudar um objeto por meio de suas várias representações permite que os educandos apreendam melhor o conceito estudado. Neste sentido, a teoria abordada contribuiu de maneira significativa e prazerosa para o estudo em questão. Sem ela, não seria possível vislumbrar um conceito matemático em suas distintas formas de representação.

Foi constatado que houve avanço na apreensão do conceito de Semelhança Matemática por parte dos alunos e pôde-se ainda, ao decorrer das atividades, com o subsídio da criatividade, escrita e interpretação dos alunos, observar a compreensão de novos conhecimentos e o aperfeiçoamento dos já

apresentados no teste de sondagem: desde a Geometria básica ao estudo dos triângulos e demais polígonos, transitando também pela congruência destes.

Ao analisarmos as respostas dos alunos em cada atividade, é possível perceber que suas formas de representar um mesmo conceito os ajudaram a ampliá-lo, porque é perceptível o cuidado dos alunos com os detalhes da representação. Houve a preocupação de serem rigorosos em sua definição. Mas, como entendemos, conforme a teoria abordada, que nenhum tipo de representação de algum objeto matemático nunca é o objeto, é necessário, então, considerar qualquer produção apresentada por sujeitos aprendizes, ajudando-os a compreendê-la melhor. Na tentativa de acertar, os sujeitos de nossa pesquisa recorreram a objetos e situações do cotidiano para a exemplificação da Semelhança Matemática.

Assim, consideramos que o conceito de Semelhança Matemática pode ser ministrado por mais de uma forma de representação por parte dos alunos. Basta estimulá-los e respeitá-los diante dos seus conhecimentos prévios.

O primeiro objetivo específico é propor atividades que explorem o conceito de Semelhança Matemática à luz da TRRS. Trabalhamos esta etapa em um conjunto de atividades, quais sejam: aspectos históricos do conceito, comparação de figuras, ampliação de polígonos e desafios que provocaram os alunos para transitar por mais de um tipo de representação. Estas atividades podem ser trabalhadas em salas de aula do Ensino Médio, desde que sejam aperfeiçoadas e/ou adaptadas conforme o andamento dos conhecimentos prévios dos discentes.

O segundo objetivo específico buscou evidenciar os significados atribuídos ao conceito de Semelhança Matemática por meio dos registros de representações, considerando que, desde os questionamentos aplicados no teste de sondagem, constatamos que os alunos tinham familiaridade com o conteúdo.

Inicialmente, os discentes atribuíram o que entendiam do conceito, apresentando, desta forma, seus significados, mesmo com dificuldades em representar este conteúdo por meio de ilustrações ou da língua materna. Estes significados tinham como referência figuras geométricas, objetos do cotidiano e situações vivenciadas por eles. Entendemos que, ao fazer estes tipos de referência, os sujeitos pesquisados buscavam atribuir sentido aos objetos matemáticos explorados, explicitando significados.

Conforme as intervenções se realizavam, percebíamos que os alunos se sentiam mais convenientes quanto às atividades. Os conhecimentos adquiridos e aperfeiçoados facilitaram bastante nossa última atividade de intervenção.

Os alunos simpatizaram com o momento de socialização, participando e contribuindo sobremaneira com nossa pesquisa. Acreditamos que, ao escutar e reforçar a importância ao aluno de compartilhar ideias com os demais colegas, estamos atribuindo mais de uma representação ao conceito estudado e contribuindo com realizações em conjunto por parte dos alunos.

Nossa pesquisa foi realizada numa sala de aula com alunos na faixa etária entre 14 e 15 anos, que possuíam, em sua grande maioria, conhecimentos da Geometria, tais como polígonos, medidas e comprimentos, conhecimento dos elementos dos polígonos, congruência de figuras, entre outros. No decorrer da pesquisa, trabalhamos com todos os alunos da sala de aula, respeitando seus conhecimentos prévios e contribuindo para o seu aperfeiçoamento.

Tratou-se de uma pesquisa que contribuiu para uma melhor apreensão do conceito pelos alunos, os quais foram participativos e responsáveis com os questionamentos propostos e atenciosos com as sequências de atividades e exemplos trazidos nas intervenções da pesquisa. Uma turma unida, que preza pelo trabalho conjunto e compartilhamento de conhecimentos, o que colaborou sem dúvida com nossa pesquisa.

Em nossa intervenção pedagógica, reconhecemos a dedicação da turma na solução dos questionamentos, pois confiamos que o processo de ensino e aprendizagem se dá sistematicamente, entendendo a fase de cada aluno.

Então, não podemos deixar de registrar que estudar o conceito de Semelhança Matemática sob a égide da Teoria dos Registros das Representações Semióticas foi uma escolha fundamental para que houvesse a construção do conceito, considerando os significados que cada aluno apresentava.

Ademais, entendemos que este trabalho pode acarretar numerosas investigações em relação ao seu tema. Portanto, a partir de nossa pesquisa, propomos, para futuras investigações, os seguintes temas: os prismas e seus elementos na perspectiva da TRRS; e como os professores que ensinam Matemática representam o significado de Semelhança Matemática que eles mesmos ensinam, tendo como base a Teoria das Representações Semióticas.

REFERÊNCIAS

- ABRANTES, Paulo. Investigações em geometria na sala de aula. In: **Investigações matemáticas na aula e no currículo**. Lisboa: Associação de professores de matemática, 1999. p. 153-167.
- BRASIL. **Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Vol. 2. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 1997.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 1998.
- COLOMBO, Janecler A. Amorim; FLORES, Claudia R.; MORETTI, Mércles Tadeu. Registros de Representação Semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. **Zetetike**, v. 16, n. 29, 2008, p. 41-72.
- COSTA, M. A. F.; COSTA, M. F. B. **Projeto de pesquisa: entenda e faça**. 2. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**. V. 1, 2 ed. São Paulo: Ática, 2013.
- DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas, SP: Papyrus, 2003. p.11-33.
- _____. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Annales de Didactique et Sciences Cognitives**, Strasbourg: IREM – ULP, v. 5, p. 37-65, 1993.
- FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Por trás da porta, que matemática acontece?** Campinas, SP: Editora Graf. FE/ Unicamp – Cempem, 2001. p. 83-120.
- GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.
- GODOY, Arlida Schmidt. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de administração de empresas**, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995.
- IEZZI, Gelson et al. **Ciência e Aplicações**. V. 1, 6 ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? In: **A Educação Matemática em Revista- SBEM**, ano III, n. 4, p. 3-13, 1º semestre, 1995.

LUÍS, Silviane Rigolon et al. Concepção de uma sequência de ensino para o estudo da semelhança: do empírico ao dedutivo. In: **AProvame: Argumentação e prova na Matemática**. São Paulo: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. 2006.

MORETTI, Mércles Thadeu. O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática. **Revista Contrapontos**, v. 2, n. 3, 2002, p. 343-362.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001 (Coleção Tendências em Educação Matemática).

PANTOJA, Lígia Françoise Lemos; CAMPOS, Nadja Fonseca da Silva Cutrim; SALCEDOS, Rocio Rubi Calla. A teoria dos registros de representações semióticas e o estudo de sistemas de equações algébricas lineares. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DE MATEMÁTICA, 4, 2013, Canoas. **Anais...** Canoas, RS: ULBRA. Disponível em: <<http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vi/paper/view/1423/528>>. Acesso em: 30 mai. 2016.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: Causas e consequências. **Zetetiké**, n. 1, p. 07-17, Unicamp, mar. 1993.

PERROT, G. et al. Módulos para o ensino-aprendizagem em geometria: relatório da primeira experimentação do primeiro módulo em Pernambuco. In: SEMINÁRIO DO PRÓ- MATEMÁTICA, 5, 1998, Recife. **Projeto**. Brasília: MEC/SEF, 1998. 69p.

SANTOS, J.; MAYMONE, A. **Sucesso Sistema de Ensino: 9º ano**. Recife: Construir, 2015.

SANTOS, C. A.; NACARATO, A. M. **A fotografia e a escrita na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

APÊNDICE A – SONDAAGEM



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS - CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC

ORIENTADOR: JÚLIO PEREIRA DA SILVA

ORIENTANDO: ANTONIO CARLOS B. SEGUNDO

MATRÍCULA: 141846585

01. Para você, qual o significado da palavra semelhança?

02. O que você entende por semelhança matemática?

03. Você consegue citar um exemplo de semelhança matemática no seu cotidiano? Se sim, represente este exemplo.

04. Construa um polígono “maior”, mas semelhante ao polígono dado. Explique como você fez.



APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS - CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC

ORIENTADOR: JÚLIO PEREIRA DA SILVA

ORIENTANDO: ANTONIO CARLOS B. SEGUNDO

MATRÍCULA: 141846585

Atividade 1: Aspectos históricos.

Atividade 2: Comparações entre figuras.

Atividade 3: Ampliar um hexágono⁷.

Nessa atividade, vamos ampliar hexágonos utilizando homotetia com o software GeoGebra.

Passo 1: Na *tela inicial*, desmarque a opção *Eixos*.

Passo 2: Com a ferramenta *Polígono*, construa um hexágono ABCDEF e, com a ferramenta *Novo botão*, insira um ponto G externo ao hexágono.

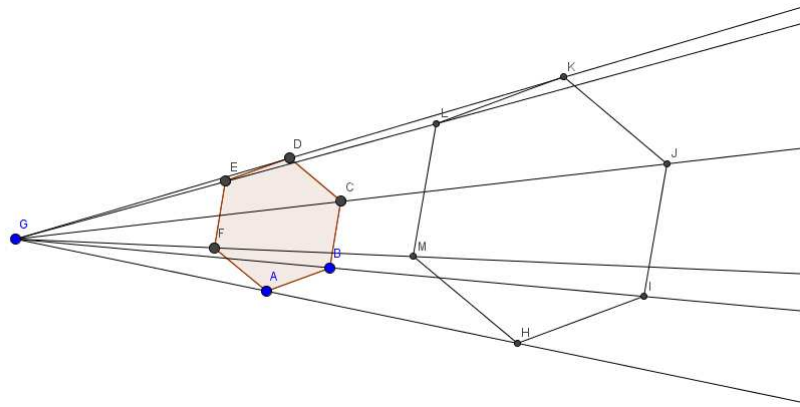
Passo 3: Trace as semirretas GA, GB, GC, GD, GE e GF utilizando a ferramenta *Semirreta Definida por Dois Pontos*.

Passo 4: Selecione o *Círculo Definido pelo Centro e Um de seus pontos*. Clique nos pontos A e G para construir uma circunferência com centro em A e raio GA. Com a ferramenta *Novo ponto*, clique na inserção da circunferência com a semirreta GA, obtendo o ponto H. Agora para ocultar a circunferência, clique sobre ela com o botão direito do mouse e desmarque a opção *Exibir Objeto*.

Passo 5: Repita a etapa anterior, construindo circunferências com centro B e raio GB, com centro em C e raio GC, com centro em D e raio GD, com centro em E e raio GE e com centro em F e raio GF, obtendo os pontos I, J, K, L e M, respectivamente.

⁷ Estes passos encontram-se em Souza (2012, p. 144 -145) na construção de um triângulo. Usamos a mesma ideia para a construção de um hexágono durante a realização de nossa pesquisa.

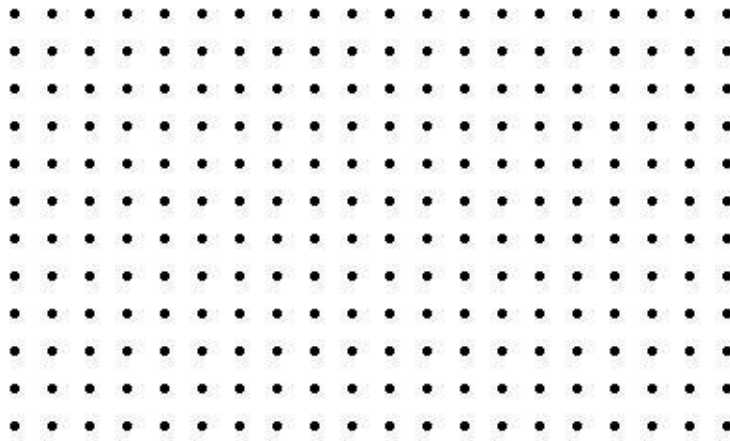
Dessa maneira H, I, J, K, L e M serão os vértices do hexágono ampliado. Construa esse hexágono com a ferramenta *Polígono*.



Atividade 4: Construindo figuras diferentes

Nessa atividade, vamos construir figuras semelhantes em uma malha pontilhada observando a razão de semelhança de ampliação (ou redução) entre elas.

Figura 25 – Malha pontilhada



Fonte: Acervo do pesquisador.

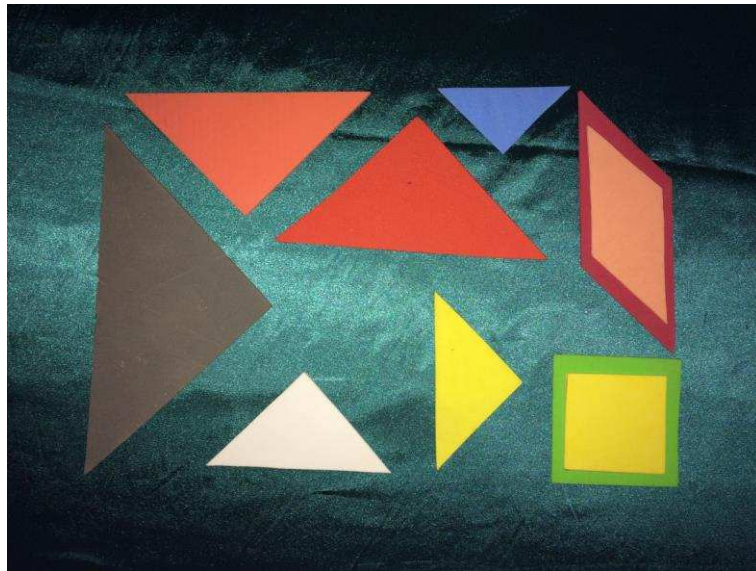
- Construam as seguintes figuras:
 - Diferentes triângulos semelhantes na malha pontilhada;
 - Diferentes figuras semelhantes, de 4 lados, na malha pontilhada.

Posteriormente às produções, retrate suas figuras e compare com as figuras dos demais, analisando semelhanças e diferenças. Para concluir a atividade, explique a razão de semelhança na ampliação das figuras desenhadas.

Atividade 5: Semelhança com o Tangram

Analisando, compondo, justapondo e verificando de modos variados as seguintes peças, encontrem, dentre elas, duas peças semelhantes, mas não congruentes, apontando a razão de semelhança na ampliação.

Figura 26 – Peças do Tangram.



Fonte: Acervo do pesquisador.

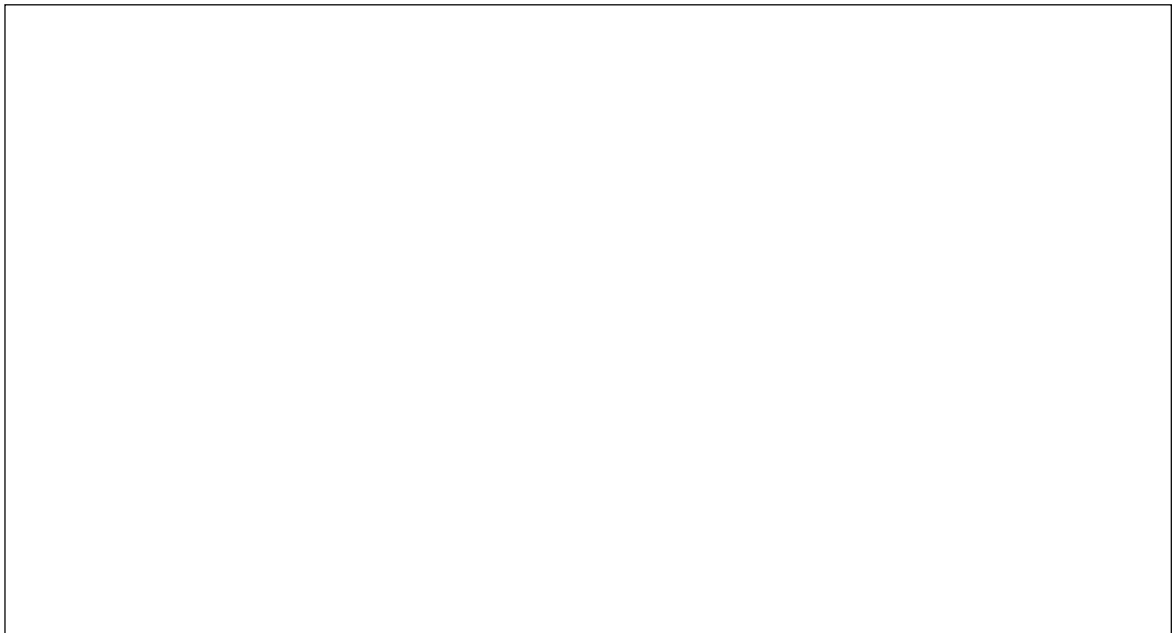
APÊNDICE C – DESAFIAR PARA REPRESENTAR

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS - CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO – TCC

ORIENTADOR: JÚLIO PEREIRA DA SILVA

ORIENTANDO: ANTONIO CARLOS B. SEGUNDO **MATRÍCULA:** 141846585

01. Dois blocos retangulares serão semelhantes somente se as razões entre as três dimensões (tomadas em ordem crescente) de um deles e as correspondentes dimensões do outro forem iguais. Fundamentando-se desta definição, desenhe dois blocos retangulares semelhantes.



02. Represente uma situação de semelhança matemática e descreva, considerando seus conhecimentos sobre o conteúdo, o porquê de estes objetos presentes nesta situação serem semelhantes.