UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RAMONY SILVA PATRÍCIO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ENVOLVENDO DESENHOS E O MATERIAL DOURADO NA COMPREENSÃO DE MULTIPLICAÇÕES E DIVISÕES

Campina Grande/PB
2012

RAMONY SILVA PATRÍCIO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ENVOLVENDO DESENHOS E O MATERIAL DOURADO NA COMPREENSÃO DE MULTIPLICAÇÕES E DIVISÕES

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros

Campina Grande/PB
2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

P314r Patrício, Ramony Silva.

Resolução de problemas matemáticos envolvendo desenhos e o material dourado na compreensão de multiplicações e divisões. [manuscrito] / Ramony Silva Patrício. – 2012.

52 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2012.

"Orientação: Profa Dra. Kátia Maria de Medeiros, Departamento de Matemática".

1. Algoritmo. 2. Material dourado. 3. Problemas matemáticos. I. Título.

21. ed. CDD 510.9

RAMONY SILVA PATRÍCIO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS ENVOLVENDO DESENHOS E O MATERIAL DOURADO NA COMPREENSÃO DE MULTIPLICAÇÕES E DIVISÕES

Monografia apresentada no Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em 19 de dezembro de 2012.

BANCA EXAMINADORA

Kátia Maria de Medeiros

Profª Drª Kátia Maria de Medeiros
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Orientadora

Prof º Msc José Luiz Cavalcante
Departamento de Matemática – CCHE/UEPB
Examinador

Maria da Conceição Vieira Fernandes

Prof.ª Msc Maria da Conceição Vieira Fernandes
Departamento de Matemática – CCT/UEPB
Examinador

Dedico este Trabalho primeiramente a Deus, aos meus pais Antônio Borges e Josefa Patrício que sempre estiveram comigo em todos os momentos importantes da minha vida, Felipe de Paulo meu querido esposo, minha amiga Luana Dias pelo enorme apoio em todos os momentos desta trajetória. E, enfim, a todos os meus colegas que de alguma forma contribuíram para o término do mesmo.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer, em primeiro lugar, a Deus, pela força que tem me dado durante toda esta longa trajetória

Aos meus amados pais Antônio e Josefa que sempre me apoiaram e foram essenciais na minha vida para que eu pudesse estar aqui hoje e ser a pessoa que eu sou ao meu esposo Felipe por todo apoio e compreensão e também pela ajuda sempre quando precisei, as minhas amigas Samantha, Rafaela, Renata, Luana Dias por existirem na minha vida e a toda minha família e amigos de curso, que contribuíram de alguma forma para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

Também agradeço de todo coração à Prof.ª Dr.ª Kátia Maria de Medeiros pela paciência na orientação, apoio, dedicação e pelo incentivo durante todo o tempo dedicado a esse trabalho, graças a tudo isso é que tornou possível a conclusão deste trabalho.

Agradeço também a todos os professores que me acompanharam durante a graduação, em especial aos professores: Fernando Luiz Tavares, Vandenberg Vieira e Maria da Conceição Vieira Fernandes pela contribuição na realização desta Monografia.

Aos professores e diretores da Escola Estadual Virginius da Gama e Melo que me incentivaram na pesquisa com os alunos e me apoiaram, meu muito obrigada, pelo incentivo, pela força e, principalmente, pelo carinho.

Ninguém ignora tudo. Ninguém sabe tudo. Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nós ignoramos alguma coisa. Por isso aprendemos sempre.

Paulo Freire

RESUMO

O objetivo geral de nossa pesquisa foi analisar como os alunos de uma turma do 6º Ano de uma escola pública estadual resolvem problemas matemáticos utilizando desenhos e o Material Dourado na compreensão de regras de funcionamento dos algoritmos das multiplicações e divisões. É visível a dificuldade encontrada pelos alunos principalmente do 6º ano do ensino fundamental em resolução de problemas e, principalmente, nas operações básicas de multiplicação e divisão. Por outro lado, quando relacionamos seu ensino-aprendizagem à utilização de materiais e novas formas de auxilio para resolução do problema, podemos obter uma melhor compreensão. Essa pesquisa teve como objetivos específicos descrever como os alunos resolvem problemas matemáticos utilizando desenhos para auxiliar na compreensão dos alunos; usar o Material Dourado como forma de representação do algoritmo da multiplicação e divisão; propor modelos manipuláveis e desenhos que permitam que o aluno entenda a semântica da operação trabalhada; utilizar o desenho como recurso didático para auxiliar na interpretação do texto, na representação do problema e na sua resolução. A metodologia foi desenvolvida levando em consideração o aspecto qualitativo. Neste sentido, inicialmente aplicamos o Pré-Teste, com o intuito de analisar os conhecimentos prévios dos alunos com relação aos conteúdos abordados, a seguir, desenvolvemos as aulas com as aplicações de problemas de multiplicação e divisão usando as diferentes formas de resolução, apresentamos o Material Dourado e suas formas de representação, a utilização de desenhos para ilustrar o enunciado dos problemas e, por fim, e o Pós-Teste. A coleta de dados dessa pesquisa foi realizada em novembro de 2012, em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Virginius da Gama e Melo, localizada no município de Campina Grande-PB. Os resultados evidenciam para uma melhor compreensão dos problemas matemáticos que envolvem multiplicações e divisões, e promovem um desenvolvimento cognitivo dos alunos em relação aos algoritmos usuais da estrutura multiplicativa e distributiva.

Palavras-chave: Resolução de Problemas Matemáticos; Material Dourado; Desenho; Multiplicações e Divisões.

ABSTRACT

The overall goal of our research was to analyze how students in a class of 6 year public school solve mathematical problems using drawings and Golden Material in understanding the operating rules of multiplication and division algorithms. It is apparent the difficulty the students especially the 6th year of primary education in problem solving and especially in the basic operations of multiplication and division. On the other hand, when we relate their teaching-learning materials and the use of new forms of assistance to solve the problem, we can get a better understanding. This study aimed to describe how specific students solve mathematical problems using drawings to assist in the understanding of students; Golden Material use as a form of representation of the algorithm of multiplication and division; propose workable models and designs that enable students to understand the semantics the operation worked, using the drawing as a teaching resource to assist in the interpretation of the text representation of the problem and its resolution. The methodology was developed taking into consideration the quality aspect. In this sense, initially applied the Pre-Test, in order to analyze the students' prior knowledge regarding the content covered, then develop lessons with applications for multiplication and division problems using different forms of resolution, we present the Gold material and its forms of representation, the use of drawings to illustrate the stated problems and, finally, and post-test. The data collection of this research was conducted in November 2012, in a class of 6th grade of elementary school School State Elementary and Middle Virginius da Gama and Melo, located in Campina Grande-PB. The results show a better understanding of the mathematical problems involving multiplication and division, and promote cognitive development of students compared to the usual algorithms and distributive multiplicative structure.

Key words: Mathematical Problem Solving; Golden Material, Design, Multiplication and Division.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Material Dourado 19
Figura 2: Peças do Material Dourado 20
Figura 3: Relação das classes da estrutura multiplicativa 29
Figura 4: Ábaco de Papel 31

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Avaliação das questões do Pré-Teste 42
Tabela 2: Avaliação das questões do Pós-Teste 52

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Avaliação das questões do Pré-Teste 43
Gráfico 2: Avaliação das questões do Pós-Teste 53

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 13

2. OBJETIVOS..14

2.1. OBJETIVO GERAL...14

2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS 15

3. REVISÃO DE LITERATURA 16

3.1. ELEMENTOS HISTÓRICOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DO MATERIAL DOURADO E DO DESENHO 16

3.1.1. Aspectos da História da Resolução de Problemas Matemáticos no Brasil e no Mundo 16

3.1.2 Origem e Utilização do Material Dourado 18

3.1.3. Origem e Utilizações do Desenho 20

3.2 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA 21

3.2.1. A Mudança no Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos 21

3.3 O DESENHO COMO RECURSO DIDÁTICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS 25

3.3.1 Desenhos e Instruções Orais na Resolução de Problemas Matemáticos ...25

3.4 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E A COMPREENSÃO DE MULTIPLICAÇÕES E DIVISÕES 26

3.4.1 Campo Conceitual 26

3.4.2 As Estruturas Multiplicativas 30

4. METODOLOGIA..38

5. ANÁLISE DOS DADOS 40

5.1. ANÁLISE DO PRÉ-TESTE 41

5.2. ANÁLISE DAS AULAS 44

5.3. ANÁLISE DO PÓS-TESTE..51

6. RELAÇÕES ENTRE O PRÉ-TESTE E O PÓS-TESTE 56

7. CONCLUSÃO..57

REFERÊNCIAS 60

APÊNDICE 62

1. INTRODUÇÃO

Esta pesquisa foi idealizada após alguns contatos com uma turma de 6º ano do ensino fundamental que sentiam muitas dificuldades em realizar contas que envolviam as operações de multiplicação e divisão, principalmente quando estas operações eram abordadas através de problemas matemáticos.

Como professora da turma, percebi que alguns alunos usavam símbolos e até mesmo desenhos para resolverem os problemas sem necessariamente utilizar os algoritmos da operação. Ao observar esta forma de resolver os problemas matemáticos, resolvi pesquisar mais sobre estas formas de auxilio de modo que pudesse contribuir para facilitar o entendimento do problema e o aprendizado das operações de multiplicação e divisão, fazendo assim uma relação entre símbolos matemáticos, desenhos, material dourado e as operações.

Desde a antiguidade, nas primeiras descobertas da Matemática os problemas matemáticos sempre foram presentes e têm estado em um lugar privilegiado no currículo da Matemática Escolar até nos dias de hoje. Muitos registros de problemas matemáticos já foram encontrados na história de muitos países pelo mundo que foram pioneiros nas descobertas matemáticas.

Com o avanço da Matemática foram surgindo materiais para auxiliar no ensino-aprendizagem da matemática um dos mais importantes e conhecidos e o Material Dourado que inicialmente foi idealizado para o trabalho com o ensino e compreensão da Matemática. Embora tenha sido elaborado para o trabalho com a aritmética ele propõe a educação sensorial como um de seus objetivos principais. Este recurso didático ajuda a desenvolver na criança a independência, confiança, concentração, a coordenação e a ordem, gera e desenvolve experiências concretas estruturadas para conduzir gradualmente, a dificuldades cada vez maiores. Também faz com que a criança perceba por ela mesma os possíveis erros que comete quando realiza uma determinada operação com o material.

A resolução de problemas matemáticos foi muito utilizada no ensino da Matemática como método de aplicar os conhecimentos adquiridos. Por tanto, a resolução de problemas tem sido usada para avaliar se os alunos aprenderam um determinado procedimento e se são capazes de aplicá-los em qualquer situação.

O principal problema é que os alunos continuam a manipular símbolos Matemáticos sem associá-los ao seu significado referencial porque existe uma dificuldade de se entender os aspectos semânticos e os sintáticos. Quando utilizamos os desenhos como auxilio didático na resolução de problemas, os alunos podem passar a compreendem muito melhor o enunciado do problema e o que o problema quer abordar, sem precisar se deterem a operações mecânicas. Ao ilustrar o problema, o aluno cria uma situação que muitas vezes ele enfrenta em seu dia a dia, como por exemplo, em uma atividade de compra e venda, ao fazer a ilustração com desenhos e utilizar o recurso do material dourado, torna o problema muito mais fácil e compreensível sem precisar de operações mecânicas que muitas vezes nem são associadas com o que o problema está pedindo.

Este trabalho teve a seguinte questão norteadora: Como resolver problemas matemáticos utilizando desenhos e o material dourado na compreensão de determinadas regras de funcionamento dos algoritmos das multiplicações e divisões?

A organização deste trabalho foi feita da seguinte forma: inicialmente, apresentamos os objetivos, geral e específico, fizemos uma Revisão de Literatura, onde se apresentam aspectos históricos da Resolução de Problemas Matemáticos do Material Dourado e do Desenho. Em seguida, abordamos a Resolução de Problemas Matemáticos em sala de aula, o desenho como recurso didático na resolução de problemas matemáticos a teoria dos campos conceituais e a compreensão de multiplicações e divisões. Depois realizamos o processo de Resolução de Problemas Matemáticos envolvendo os desenhos e o Material Dourado. Posteriormente, realizamos a análise dos dados referente ao trabalho realizado em sala de aula e, por fim, apresentamos a conclusão.

1. OBJETIVOS

2.1.1 OBJETIVO GERAL

Analisar como os alunos de uma turma do 6º Ano de uma escola pública estadual resolvem problemas matemáticos utilizando desenhos e o Material Dourado na compreensão de regras de funcionamento dos algoritmos das multiplicações e divisões.

2.1.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Descrever como os alunos resolvem problemas matemáticos utilizando desenhos para auxiliar na compreensão dos alunos;
- Usar o Material Dourado como forma de representação do algoritmo da multiplicação e divisão;
- Propor modelos manipuláveis e desenhos que permitam que o aluno entenda a semântica da operação trabalhada;
- Utilizar o desenho como recurso didático para auxiliar na interpretação do texto, na representação do problema e na sua resolução;
- Identificar as características da resolução dos problemas matemáticos cujo enunciado é apresentado aos alunos através de instruções sobre desenhos e cujo enunciado é apresentado na língua materna.

3. REVISÃO DE LITERATURA

3.1. ELEMENTOS HISTÓRICOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS DO MATERIAL DOURADO E DO DESENHO

3. 1.1. Aspectos da História da Resolução de Problemas Matemáticos no Brasil e no Mundo

Segundo Stanic e Kilpatrick (1989) desde a antiguidade os problemas matemáticos têm estado em um lugar privilegiado no currículo da Matemática Escolar. Muitos registros de problemas matemáticos já foram encontrados na história de muitos países pelo mundo que foram pioneiros nas descobertas matemáticas.

Nos livros didáticos, afirmam os autores, dos séculos XIX e XX são encontrados problemas matemáticos, porém ainda em uma visão muito limitada quando se leva em conta a aprendizagem e a compreensão do problema matemático.

A resolução de problemas matemáticos já é considerada uma metodologia de ensino em sala de aula e podemos chamar de um “novo” conceito em Educação Matemática, apesar da Resolução de Problemas já ter uma historia bastante considerável quando se fala em educação escolar.

Durante o século XX, segundo Onuchic (2008), ocorreram muitos movimentos sociais de mudança na Educação Matemática no mundo inteiro. Esse assunto foi se tornando de grande interesse e muito discutido em debates. A Educação Matemática defende que “ensinar” Matemática de uma maneira compreensiva é uma disposição complexa e não existem receitas que faça isso com facilidade. Não existe apenas um caminho para se aprender e ensinar Matemática. Esta concepção nos da idéia de duas importantes razões para refletirmos: os cidadãos que estão sendo formados hoje já possam vivenciar o papel da Matemática no local onde vivem; e que as pessoas que tenham interesse e aptidão em Matemática possam conhecer a sua verdadeira natureza e sua grande dimensão.

De acordo com a autora, durante as mudanças sociais que levaram também as mudanças no ensino da Matemática, a partir do momento em que se começou a exigir dos alunos a “compreensão” da Matemática, começou-se também a se falar em Resolução de Problemas Matemáticos. Em 1949 Polya escreveu que “Resolver

Problemas e a realização especifica da inteligência e que, a educação deve contribuir para o desenvolvimento da inteligência, se isso não acontece então à educação está incompleta.

Nos anos sessenta e setenta o ensino da Matemática no Brasil e em alguns países do mundo, afirma a autora, teve a influencia de um movimento de renovação que ficou conhecido como Matemática Moderna. Essa reforma não teve a participação de professores de sala de aula. Essa reforma apresentava a Matemática baseada em estruturas lógicas, topológicas, algébricas e de ordem e evidenciava a teoria dos conjuntos. Também enfatizava as propriedades, e se preocupava com as abstrações matemáticas e usava uma linguagem universal. Porém utilizava o ensino de símbolos e uma terminologia complexa que prejudicava a aprendizagem. Podemos dizer que nessa reforma o ensino era trabalhado com muita formalização, deste modo se distanciava das questões práticas envolvidas na sala de aula.

Segundo Onuchic (2008), apesar de todas essas reformas os questionamentos ainda continuavam. No inicio dos anos setenta começaram a surgir investigações sistemáticas sobre resolução de problemas e suas implicações curriculares. Somente nesta década foi dada alguma importância para a resolução de problemas e os educadores matemáticos começaram a aceitar a idéia de que o processo de Resolução de Problemas deveria ser desenvolvido com mais atenção.

Durante os anos oitenta, salienta a autora, foram desenvolvidos muitos recursos de Resolução de Problemas, que beneficiavam principalmente a sala de aula, na forma de coleções de problemas, lista de estratégias, atividades sugeridas e orientações usadas para avaliar o desempenho em Resolução de Problemas. Muitos materiais usados nesta pesquisa serviram para auxiliar os professores a fazer Resolução de Problemas do ponto principal do seu trabalho.

Schroeder e Lester (citados por ONUCHIC, 2008) apresentaram três estratégias diferenciadas para evidenciar Resolução de Problemas, que auxiliam a pensar sobre estas diferenças: teorizar sobre Resolução de Problemas; ensinar Matemática para resolver problemas; e ensinar Matemática através da Resolução de Problemas Matemáticos. Quando o professor ensina a Matemática para resolver problemas, ele deve focar na forma que a Matemática é ensinada e como ela pode ser aplicada na Resolução de Problemas de rotineiros e não rotineiros. Apenas em 1989, começaram a se discutir os conceitos didático-pedagógicos da Resolução de Problemas. A partir daí ela passa a ser tratada como uma metodologia de ensino como uma forma de ensinar a Matemática.

Segundo Onuchic (2008), em 1985 Schoenfeld publicou o seu livro “Resolução de Problemas Matemáticos” e defendia que eram necessárias quatro categorias suficientes para compreender o sucesso das tentativas em Resolução de Problemas: *base de conhecimento, estratégias de Resolução de Problemas (heurísticas); controle,* (*monitoração, auto-regulação* ou meta-cognição); *crenças e práticas*, que dão origem a ela.

Schoenfeld sugeriu que o estudo de Resolução de Problemas e ensino, deveria auxiliar os alunos a desenvolverem estratégias mais especificas de Resolução de Problemas o que focar nas classes específicas do Problema, ensinar estas estratégias de modo que os alunos aprendam quando devem usar as estratégias de Resolução de Problemas e conhecimento de conteúdo; e desenvolverem formas para melhorar a idéia dos alunos sobre a natureza da Matemática, Resolução de Problemas e suas competências pessoais.

Um Problema Matemático, de acordo com a autora, pode ser qualquer tarefa da qual os alunos não usam métodos e regras prescritas ou memorizadas, nem que exista um método específico para chegar até o resultado correto.

No Brasil, afirma a autora, apoiados nas idéias dos Standards do NCTM, foram criados os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – (nos anos de 1997, 1998, 1999) que trazem a importância do desenvolvimento da capacidade de Resolver Problemas Matemáticos, compreende-los e até elaborar novos problemas a partir dos que já foram propostos pelo professor, dentre os propósitos do ensino da Matemática apontam a Resolução de problemas como ponto de partida das atividades Matemáticas e apresentam estratégias para se desenvolver a Matemática na sala de aula.

3.1.2 Origem e Utilização do Material Dourado

Segundo Cardoso (2002) o Material Dourado foi idealizado para o trabalho com o ensino e compreensão da Matemática. Embora tenha sido elaborado para o trabalho com a aritmética ele propõe um de seus objetivos principais que é a educação sensorial.

Para a autora, o Material Dourado ajuda a desenvolver na criança a independência, confiança concentração, a coordenação e a ordem, gera e desenvolve experiências concretas estruturadas para conduzir gradualmente, a dificuldades cada vez maiores. Também faz com que a criança perceba por ela mesma os possíveis erros que comete quando realiza uma determinada operação com o material.

A imprecisão das medidas dos quadrados e dos cubos, salienta a autora, era um problema para realizar as atividades com números decimais e raiz quadrada, entre outras. Por conta disso, Lubienska de Lenval fez uma modificação no material inicial, que foi idealizado por Maria Montessori, e o construiu de madeira na forma em que encontramos atualmente.

De acordo com a autora, o nome "Material Dourado" vem de, "material das contas douradas" e é apresentado em forma de quadrados. O primeiro contato com o aluno deve ser de forma lúdica para que ele possa manuseá-lo livremente e assim perceber as formas e os tipos de peças do material.

O professor pode pedir que as crianças atribuam nomes aos tipos de peças do material, durante um tempo o professor trabalha com a linguagem dos alunos para depois evoluir com os nomes convencionais: cubo, barra e placa.

Para Cardoso (2002) o objetivo desse trabalho com o Material Dourado é levar os alunos a perceberem que toda notação é um dos muitos modos válidos para expressar seu pensamento e suas formas de raciocínio e fazer com que o aluno perceba as relações entre as peças e aprenda as trocas no Sistema de Numeração Decimal.

- A cada 1 barra equivale a 10 cubinhos;
- Cada 1 placa vale 10 barras ou 100 cubinhos;
- Cada 1 cubo grande vale 10 placas ou 100 barras ou 1000 cubinhos.

Figura 1- Material Dourado

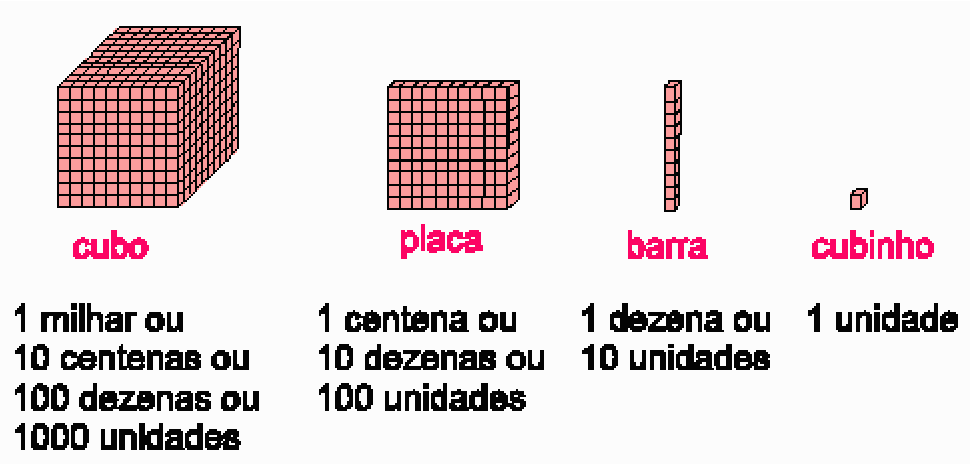


Figura 2 – Peças do Material Dourado

Figuras retiradas do site http://misturao.blogspot.com.br/2009/11/material-dourado.html

Vejamos uma atividade para aplicar:

Cada grupo de quatro alunos vai utilizar o material dourado, dois dados e folhas para registrar.

Deste modo, cada aluno joga os dois dados, e soma os números que saírem e representa o resultado com peças do material.

Se o primeiro dado der 3 e o segundo valer 5 será feita a soma seguinte: 3+5=8 e o registro numérico pode ser feito pelo aluno.

3.1.3. Origem e Utilizações do Desenho

Segundo Tolchinsky (2008) as tradicionais histórias que ouvimos sobre a escrita relatam que a comunicação entre os povos começou com desenhos, porém a escrita surgiu pela necessidade de representar o que os desenhos não conseguiam representar.

A idéia de se expressar através de desenhos, segundo a autora, foi explorada como atividades didáticas na pré – escola. Por exemplo, as crianças de um determinado grupo eram motivadas a se comunicar entre si através de desenhos, quando se deparavam com os inúmeros mal-entendidos que o desenho provocava, acabavam criando outras convenções grupais mais abstratas e convencionais, dessa forma elas descobriam a importância e a necessidade da escrita.

De acordo com a autora**,** as primeiras aparições de notações foram encontradas tanto na Ásia ocidental como na Europa, eram desenhos de animais feitos em ossos de forma de traços paralelos, chamados desenhos não-icônicos. Alguns pesquisadores defendiam que as figuras nos ossos gravados poderiam servir como calendários lunares e outros defendiam que os animais desenhados simbolizavam uma cosmologia complexa.

Além disso, salienta, existia uma finalidade contábil, usavam bastões de barro agrupados e repetidos que funcionavam como controle da quantidade dos objetos que transportavam como ovelhas ou porcos, por exemplo, separavam-se as marcas que correspondiam a ovelhas das outras que correspondiam a porcos, assim era feito o controle dos animais.

3.2. . A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS NA SALA DE AULA

3.2.1. A Mudança no Contrato Didático e a Resolução de Problemas Matemáticos

Os problemas matemáticos hoje em dia são considerados indispensáveis no ensino e no desenvolvimento da Matemática. No entanto, segundo Medeiros (2001) esses problemas, em muitos casos, são utilizados em sala de aula como exercícios repetitivos que, muitas vezes, são resolvidos de forma padronizada que podemos chamar também de mecânica tanto pelo professor como pelo aluno.

Podemos usar como exemplo, onde o aluno procura no problema a ele exposto palavras "chaves" que indiquem a operação Matemática que vai ser usada par resolver aquele problema. Estes problemas tradicionais são chamados de *problemas fechados*, e as previsões podem ser chamadas de regras de *contrato didático.*

De acordo com Brousseau (citado por MEDEIROS, 2001), o contrato didático é um conjunto de comportamento do professor esperados pelo aluno e, também, um conjunto de comportamentos do aluno esperados pelo professor, ou seja, trata-se de regras que determina cada interação aluno/professor e o que cada elemento da relação didática deverá estabelecer e o que será abordado nessa relação.

É importante destacarmos que a cada assunto abordado, deverá criado um novo contrato didático, ou renovar o que já se havia trabalhado.

O problema fechado, segundo a autora, usualmente trabalhado em sala de aula é um problema clássico de Matemática, muitas vezes é imposto aos alunos como exercícios de fixação de conteúdos abordados em sala de aula, mais que quase sempre acaba limitando a capacidade criativa dos alunos, isto tem algumas características que podem gerar regras de contrato didático.

O contrato didático, afirma a autora, no trabalho com resolução de problemas associa algumas regras de resolução que podem ser resolvidos com algoritmos, usando a operação certa e resolve-la sem erro. Algumas palavras chaves podem ajudar ao aluno a identificar a operação que vai ser utilizada no problema como, por exemplo, ganhar que indica adição e perder que sugere a subtração. Isso permite que ao aluno que ao ler o problema transforme a linguagem usual em linguagem Matemática.

O problema fechado, segundo a autora, sempre vem depois da apresentação de certo conteúdo visto anteriormente, como o objetivo de fixar o conteúdo e fazer com que o aluno saiba como utilizar o algoritmo matemático par resolver problemas. Geralmente todos os dados necessários para a resolução dos problemas se encontram no enunciado que raramente vem com dados inúteis, as soluções são simples e o contexto do problema não se encaixa com o cotidiano normal do aluno.

Desse modo, afirma a autora, a maioria dos problemas tradicionais são usados como conjunto de exercícios variados e o aluno tem por tarefa identificar a operação típica daquele tipo de problema e encontrar a solução esperada pelo professor. Essa situação acaba se tornando um ato mecânico em que o aluno vai criando uma dependência de memorização de conhecimentos, e se por sua vez for proposto a ele uma situação problema que exija uma forma diferente de pensar, ele não saberá resolver, por ter dificuldades de interpretação.

Tradicionalmente o professor acredita que o aluno aprende por reprodução, ou seja, se ele fizer muitos exercícios de semelhantes resoluções ele vai aprender a resolver problemas que envolver determinado conteúdo (MEDEIROS, 2001).

Este modo de resolução de problemas matemáticos não ajuda na compreensão dos alunos nem no aproveitamento dessa atividade considerada tão importante para o ensino da Matemática em sala de aula.

Segundo Gómez-Granell (2008), a resolução de problemas matemáticos foi constantemente utilizada no ensino da Matemática como método de aplicar os conhecimentos adquiridos. Por tanto, a resolução de problemas tem sido usada para avaliar se os alunos aprenderam um determinado procedimento e se são capazes de aplicá-los em qualquer situação.

Segundo a autora, o principal problema é que os alunos continuam a manipular símbolos Matemáticos sem associá-los ao seu significado referencial porque existe uma dificuldade de se entender os aspectos semânticos e os sintáticos. Quando queremos ensinar Matemática de uma forma mais significativa, primeiro devemos conhecer os usos e as funções que o conhecimento Matemático cumpre em nossa sociedade, e contextualizar a aprendizagem dos conceitos matemáticos com o meio em que vivemos.

Para que haja um interesse maior por parte de aluno, segundo Medeiros (2001), o problema precisa ser mais desafiador, não podendo ser solucionado apenas através de procedimentos padronizados. Investigações mostram que é muito comum que os alunos resolvam os problemas sem que haja qualquer entendimento ou interação.

Portanto, afirma a autora, as limitações dos alunos em resolver problemas matemáticos não podem ser analisadas considerando apenas a deficiência de conhecimentos, temos que considerar também a existência de regras presentes na resolução de um problema Matemático. Quando um professor se mostra mais a vontade em alguns conteúdos e em outros não, isso pode interferir no estabelecimento de regras com o aluno. Esta relação entre professor e conteúdo nos faz considerar a importância de relação ao conhecimento na criação de um contrato didático.

Novas regras de contrato didático, salienta a autora, podem ser estabelecidas ao trabalhar com problemas matemáticos envolvendo atividades diferentes das tradicionais. Seria uma nova proposta de resolução de problemas abertos, onde os problemas seriam elaborados pelo professor e apresentados aos alunos de outra maneira.

Os problemas abertos são caracterizados, afirma a autora, principalmente por não ter vínculo com os últimos conteúdos abordados em sala de aula, também se diferenciam por não ser preciso utilizar algoritmos matemáticos nem regras específicas de resolução, evitando também as regras de contrato didático já inseridas. Os problemas abertos permitem que o aluno tenha condição de resolvê-los, pois, o aluno pode ter a impressão de que o problema é de fácil resolução fazendo com que ele se interesse mais em procurar uma solução que satisfaça o problema abordado. Também aumenta a compreensão principalmente por ter o enunciado mais curto, assim permitem que o aluno conquiste as primeiras idéias de um novo estudo.

O problema aberto também pode ter várias soluções, além disso, pode ser trabalhando em grupos sem que haja desistências por parte dos alunos, diminuindo o medo de errar ou de não conseguir resolver. Os alunos produzem mais num intervalo de tempo menor e possibilita a surgimentos de debates sócios cognitivos. Esses conflitos que acabam surgindo em sala de aula ocorrem entre duas ou mais pessoas quando tem idéias diferentes em relação a resolução do problema proposto.

O objetivo do problema aberto é permitir que o aluno desenvolva uma forma de resolução de problemas que chamaremos de “processo científico”, onde o aluno desenvolve a capacidade de supor, tentar e provar o que foi proposto como solução para o problema, esta é a diferença dos problemas fechados.

Em uma pesquisa desenvolvida por Medeiros (2001) o principal objetivo foi analisar o funcionamento do contrato didático em duas situações diferentes: a primeira usando resolução de problemas fechados e a segunda com resolução de problemas abertos.

Esta pesquisa foi realizada em turmas de 5ª série (6º Ano atualmente), onde o conteúdo abrange tudo que o aluno estudou nas séries iniciais, foram introduzidos problemas abertos e fechados. Durante as sessões não foi identificadas grandes alterações no contrato didático em relação aos problemas fechados, apenas foi percebida pequenas alterações, como: um maior tempo para a resolução em alguns problemas, busca de soluções por tentativas e, em alguns casos, foram identificados resolução, sem recorrer, unicamente, aos números do enunciado. Essas alterações indicam possibilidades de mudança na resolução do problema entre o aluno e o professor.

Ao fim dessa pesquisa, salienta a autora, levando em conta a relação professor/aluno/conhecimento, pudemos observar que no trabalho com os problemas abertos ocorreu uma mudança na relação do professor com o conhecimento, pois nas sessões com problemas abertos o professor se mostrou um pouco distante do conhecimento, a forma do professor se relacionar com o conhecimento, diferente em cada uma das fases influenciou sua relação com os alunos. Em cada fase do experimento, houve uma clara diferença nessas relações.

Essa pesquisa nos mostra que é possível consolidar essa nova relação do aluno com o conhecimento. Portanto, após analisarmos o que ocorreu todas as sessões, percebemos que existiram, ao longo da pesquisa, dois contratos didáticos: um nas sessões com problemas fechados e outro nas sessões com problemas abertos.

3.3. O DESENHO COMO RECURSO DIDÁTICO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

3.3.1 Desenhos e Instruções Orais na Resolução de Problemas Matemáticos

Segundo Nunes et al. (2001), o desenho nas aulas de Matemática pode servir como recurso didático de interpretação do problema e também como registro da estratégia de resolução. De acordo com a autora, alguns alunos começam seus registros através de desenhos e, logo após, iniciam a utilização de números e sinais, principalmente nas circunstancias em que têm um maior domínio do tema e dos conteúdos matemáticos que envolvem o problema.

Através do desenho, salienta autora, os alunos expressam melhor os significados que estão presentes no texto, e identificam palavras, cenas, informações, operações, etc. deste modo, formam uma representação mental dos mesmos. O professor também pode utilizar o desenho para obter informações sobre os alunos, como ele pensou e procedeu para resolver um determinado problema matemático, e o aluno passa a gerar um meio de se manifestar na maneira de agir sobre o problema, como expõe suas idéias e se comunica. Portanto, é necessário apresentar situações em que desenhar propicie uma discussão com colegas, a troca de idéias, e ouvir e expor seus pensamentos sobre as idéias que o desenho sugeriu.

Muitos estudos, afirma Nunes et al. (2001), apontam que o desenho pode ser usado de três diferentes formas na resolução de problemas matemáticos. Na primeira forma, o aluno usa o desenho para representar características de uma determinada situação exposta do texto, mas não expõe as relações que apontam as transformações numéricas, ou que caracterizam que estivesse resolvendo o problema utilizando desenho.

Na segunda forma, o aluno demonstra a solução completa do problema proposto explorando apenas o desenho como recurso, nesta fase o aluno já mostra que está conhecendo e utilizando o significado das transformações e das operações presentes no texto. Ou seja, ele esquematiza em forma de desenho a situação real que o problema expõe e faz as operações também representadas por desenhos como bolinhas, palitinhos, etc.

Na terceira forma, o aluno começa a relacionar desenhos e símbolos matemáticos, pode se utilizar do desenho para fazer a interpretação do texto e expõe a resolução através da escrita Matemática, fazendo assim, uma ligação entre as duas linguagens, ele pode fazer também a resolução através dos algoritmos, ou seja, de forma numérica e utilizar o desenho para verificar se sua resposta está correta.

Nos dois exemplos citados anteriormente, podemos verificar que o aluno começa a identificar as relações entre as duas linguagens e adapta a linguagem matemática, atribuindo-lhe um significado. Portanto é necessário propor situações nas quais desenhar envolva interações com colegas e troca de idéias para expor todas as interpretações que foram feitas em sala de aula.

Deste modo, afirma a autora, cabe ao professor criar situações em que o desenho será utilizado como formas de linguagens, exercendo um papel importante como veiculo de comunicação. Assim, os alunos, cada vez mais pesquisarão meios de interagir com seu interlocutor e com o tempo sentirão o desejo de inserir símbolos e sinais matemáticos em suas resoluções com o objetivo de expressar com clareza seus esquemas de serem mais econômicos e mais rápidos.

A oralidade, por sua vez, tem também um papel relevante, salienta a autora, pois a linguagem oral faz parte da vida dos alunos desde a infância, por isto, se constitui um recurso muito usado por eles para manifestar seus pensamentos, necessidades e descobertas. Mesmo a criança que não tem domínio da linguagem escrita, é capaz de resolver situações e expor oralmente para passar sua resposta e seu pensamento.

A oralidade pode ser usada como recurso na resolução de problemas, pois expande a compreensão do problema e pode ser uma ponte de acesso a outros modelos de raciocínio. Utilizar a oralidade para trabalhar com resolução de problemas matemáticos é uma forma de introduzi-las nesse novo universo e aproximá-las da linguagem matemática.

3.4 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E A COMPREENSÃO DE MULTIPLICAÇÕES E DIVISÕES

3.4.1. Campo Conceitual

Para Vergnaud (1990) um campo conceitual é um conjunto de situações. Por exemplo, para o campo conceitual das estruturas aditivas, o conjunto de situações requer uma adição, subtração, ou uma combinação destas operações, e para as estruturas multiplicativas, o conjunto de situações que exigem multiplicação, uma divisão ou uma combinação de tais operações. A primeira vantagem desta abordagem através de situações é o de permitir uma classificação geral sobre as análises de tarefas cognitivas e procedimentos que podem ser colocados em ação em cada uma delas.

Segundo o autor, a lógica não é um agente de imagem suficiente para dar conta da complexidade sobre as tarefas e sub-tarefas, procedimentos e representações simbólicas. É demasiado simplista e colocado no mesmo plano, como objetos matemáticos que, embora eventualmente, toma o mesmo status lógico (predicado de primeira ordem, classe funções proposicionais de um certo tipo) não representam o mesmo problemas de conceituação. Em relação a um centrado em psicologia cognitiva de estruturas lógicas, como a teoria de Piaget de campos conceituais parece bastante como uma psicologia de conceitos, mesmo que o termo "estrutura" envolvida na designação do próprio campo conceitual considerado: estruturas aditivas, as estruturas multiplicativas. Com efeito, se a primeira entrada é um campo conceitual de situações, também se pode identificar uma segunda entrada, os conceitos e teoremas.

Vergnaud define conceito como uma terna de três conjuntos C = (S, I, R) onde:
S é um conjunto de *situações* que dão sentido ao conceito; I é um conjunto de *invariantes* (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto; R é um conjunto de *representações simbólicas* (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

O primeiro conjunto, de situações, é o *referente* do conceito, o segundo, de *invariantes operatórios*, é o significado do conceito, enquanto o terceiro, de *representações simbólicas*, é o significante.

O campo conceitual das estruturas aditivas é um conjunto de situações cujo tratamento envolve uma ou mais adições ou subtrações, e o conjunto de conceitos e teoremas permitem analisar essas situações e tarefas matemáticas. Assim, eles são elementos constitutivos das estruturas aditivas, conceitos de cardeal e de medição, transformação temporária, aumentando ou diminuindo (perder ou gastar).

Da mesma forma, para o autor, o campo conceitual das estruturas multiplicativas é o conjunto de situações cujo tratamento envolve multiplicações ou várias divisões, e o conjunto de conceitos e teoremas para analisar essas situações: proporção simples e proporção múltipla, função linear e de não linear, relação escalar diretamente e Inversamente proporcional, quociente e dimensões do produto, mapeamento de combinação linear, aplicação linear, fração, razão, número racional, múltiplo, e divisor, etc .

Outro elemento importante nesta teoria é o de *situações.* Nós não tomamos aqui o conceito de "situação" com toda a significação, nós limitaremos o sentido que geralmente dá o psicólogo: nos processos cognitivos e as respostas individuais são baseadas em situações que se confrontam. O autor nos apresenta duas idéias principais:

1) *a variedade*: há uma variedade de situações em um dado campo conceitual, e variáveis de situação são um meio para gerar sistematicamente todas as classes possíveis;

2) *a história*: o conhecimento dos alunos são moldados pelas situações encontradas e dominadas, gradualmente, especialmente para as primeiras situações susceptíveis de dar sentido aos conceitos e procedimentos que eles querem ensinar.

Segundo o autor, a combinação dessas duas idéias não são necessariamente para facilitar o trabalho do pesquisador em didática, como orientada para a análise da primeira idéia de decomposição de elementos mais simples, enquanto que a segunda voltada no sentido de encontrar situações funcionais, geralmente compostas de várias relações e cuja importância relativa está intimamente ligada à freqüência com que eles são encontrados.

A maioria dessas atividades, salienta, a vida fornece apenas um pequeno número de casos, entre os problemas potenciais, tais como o sobre a atividade de compra: Veja alguns exemplos:

- Eu tenho dinheiro suficiente para comprar isso? Para comprar tanto isso e aquilo?

- Quanto eu tenho se eu comprar este?

- Quanto eu preciso?

- É melhor comprar isso ou aquilo? Qual é a diferença de preço?

Em situações de vida normal, afirma o autor, os dados relevantes são incorporados em um conjunto de pouca ou nenhuma informação relevante, nem sempre é expresso claramente os problemas que podem surgir. De modo que o tratamento destas situações envolve tanto a identificação de problemas e operações e o que vai fazer para respondê-las.

É necessário, no entanto, notar-se que, segundo o autor, a análise da *estrutura multiplicativa* é profundamente diferente das estruturas aditivas. As relações de bases mais simples não são ternário e sim quaternário, porque os problemas mais simples de multiplicação e de divisão envolvem uma relação simples de duas variáveis em relação à outra.

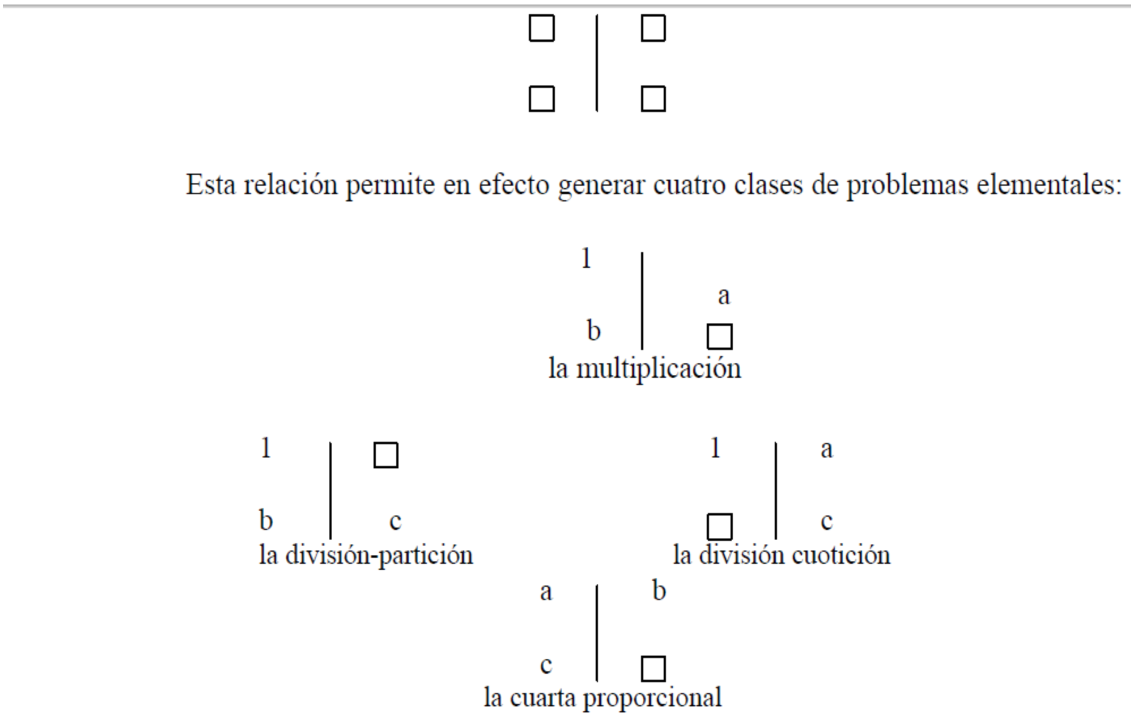


Figura – 3 Relação das classes da estrutura multiplicativa

Figura retirada do texto LA TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES
Vergnaud, Gérard (1990, p.12)

Vergnaud (1990) salienta que estes problemas têm desafios muito diferentes como valores numéricos (dificuldade de multiplicação e divisão por um número decimal, especialmente para os decimais menores que 1), e de acordo com o domínio de experiência com o qual é feita referência (não se faz funcionar o modelo de proporcionalidade na dilatação e da massa, como ele é executado sobre o preço de objetos familiares ou a distribuição igual de doces entre crianças).

Finalmente, afirma o autor, deve notar-se que os conceitos de fração, de quociente e de número racional, de produto e de quociente de dimensões, escalares, função linear e não linear, combinação e aplicação de sentido linear originalmente tomada sobre os problemas de proporção, e o desenvolver desses conceitos são muito úteis para pensar com domínio progressivo estas situações, bem antes de ser introduzida e tratada como objetos matemáticos.

Segundo Vergnaud (1990) *Um esquema* é *um todo organizado, o que permite gerar diferentes tipos de comportamento em função das características particulares de cada uma das situações de classe a que se destina.* Isto é possível porque o sistema compreende. Os esquemas organizados do comportamento do sujeito para uma classe de situações dada, afirma o autor, embora organizem uma vez a sua ação e a atividade de representação simbólica, especialmente lingüística, que acompanha esta ação.

Podemos relacionar esta *Teoria dos Campos Conceituais* a maneira que expomos aos alunos um determinado problema matemático que enuncia uma estrutura multiplicativa, é criada uma situação *história*: onde o conhecimento dos alunos são moldados pelas situações encontradas nos problemas e dominadas gradualmente isto contribui para a formação de seus respectivos esquemas de construção de conhecimento, que são utilizados para melhor compreensão do enunciado e, como citamos no desenvolvimento desse trabalho, o desenho pode ser um esquema, que é criado com a finalidade de perceber a operação que será utilizada na solução. Desse modo, a partir desses esquemas o aluno pode criar suas estratégias de resolução dentro do campo conceitual das estruturas multiplicativas.

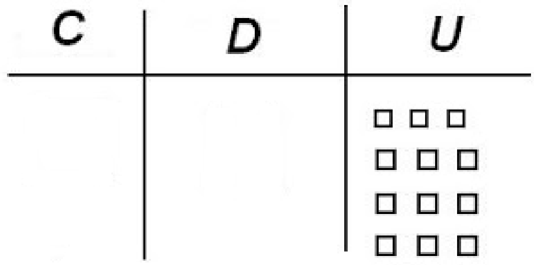
3.4.2. As Estruturas Multiplicativas

Vamos analisar, a seguir, de acordo com Nunes et al. (2001), idéias básicas da multiplicação. Geralmente a multiplicação é introduzida como uma adição de parcelas iguais. Veja os exemplos abaixo.

- Um prédio tem 3 andares e em cada andar existem 4 janelas. Quantas janelas tem o prédio?

  Solução: 3x4 ou 4+4+4

Utilizado o esquema no ábaco de papel todo o trabalho se dará a partir desta idéia da operação e das regras do sistema de numeração para as trocas.



12 unidades

Figura – 4 Ábaco de Papel

Nunes et al. (2001), afirma que em muitos países a prática de educação é baseada no conceito de multiplicação que parte da idéia de adição repetida de parcelas iguais. Esta relação que existe entre a adição e a multiplicação está baseada no processo de cálculo da multiplicação que hoje em dia já existe outros métodos de ensinar a multiplicação como adição repetida, esse método de usar a adição repetida pode ser usado porque a multiplicação é distributiva com relação a adição.

Analisando pelo ponto de vista conceitual, segundo os autores, existe uma grande diferença entre o raciocínio multiplicativo e o raciocínio aditivo. Pois, o raciocínio aditivo trata-se de situações que podem ser analisadas a partir da seguinte idéia: a soma das partes é igual ao todo.

Em contraste com o invariante aditivo, que é a parte-todo, o invariante multiplicativo é a existência de uma relação fixa entre duas variáveis, grandezas ou duas quantidades.

Vejamos uma situação multiplicativa:

1) Em uma caixa de bombons contém 25 bombons; quantos bombons existem em cinco caixas?

   Neste caso as variantes são o número de caixas e o número de bombons, e a relação fixa entre elas é 25 bombons.

Este exemplo deixa clara a diferença entre raciocínio aditivo e multiplicativo. Quando resolvemos problemas de multiplicação buscamos um valor de uma variável que corresponda a um valor fornecido na outra variável.

Vejamos um problema simples envolvendo a multiplicação:

Foi colocada diante das crianças uma fileira de casinhas e pedia-se que elas imaginassem que em cada casinha moravam três coelhos.

Em cada casinha desta mora três coelhos. Os coelhos vão todos almoçar no restaurante da esquina. Escreva quantos coelhos irão almoçar no restaurante da esquina.

Em outras investigações este problema foi adaptado para ser apresentado em sala de aula usando desenhos e instruções orais. O problema foi apresentado para crianças a partir de 7 anos.

Em cada casinha desta moram sete joaninhas. Cada uma delas vai ganhar uma fruta. Desenhe o numero de frutas que devemos ter para que cada joaninha ganhe uma fruta.

Nunes et al. (2001) afirmam que é possível notar que existe uma diferença muito grande entre as respostas corretas quando o problema apresenta materiais e permite a aplicação direta do esquema e as respostas corretas quando o problema traz apenas lápis e papel. Claramente o problema que usam desenhos e materiais concretos são mais compreendidos pelos alunos e, portanto, temos um índice de respostas corretas maior.

Estes estudos, afirmam os autores, comprovam que os a maioria dos alunos já sabem resolver problemas matemáticos de modo prático e que estes problemas que foram abordados neste trabalho já podem ser aplicados a partir a primeira série para compor o conteúdo do ensino de Matemática.

Vamos analisar, a seguir, de acordo com Nunes et al., (2001), idéias básicas da divisão. Na divisão também aparece problemas de raciocínio bastante diversos, vejamos exemplos;

1) Distribuindo 108 figurinhas entre 3 crianças, quantas figurinhas recebe cada uma delas?
2) Quantos pacotes com 3 figurinhas cada um podem ser feitos a partir de 108 figurinhas?

No primeiro exemplo temos a idéia da divisão em partes iguais;

No segundo exemplo o que se quer saber é quantas vezes o 3 cabe em 108, isto é, a idéia de medida.

Na história da Matemática vimos muitos registros que falam sobre o cálculo da divisão, na antiguidade os cálculos relacionados à divisão eram muito mais extensos e cansativos. Eram utilizados métodos de difícil assimilação e só quem conseguia resolver contas de divisão e multiplicação com rapidez e exatidão eram as pessoas com um talento natural a mais, pessoas com uma capacidade excepcional, ou seja, esses tipos de cálculos se tornavam inacessíveis as outras pessoas.

Segundo Saiz (2008) desde nossos antepassados até os tempos de hoje, o algoritmo da divisão tem passado por muitas reformas, e tem evoluído muito, desde o método de separar com um traço o dividendo do divisor até chegar ao nosso algoritmo atual. São muitas as dificuldades que os alunos enfrentam ao tentar resolver uma divisão, isto é percebido logo nas series iniciais da escola primária.

Dividir um número por outro, na verdade é uma forma de se expressar pouco específica, pois, faz surgir tipos de quociente distintos como; números inteiros e decimais não-inteiros.

Geralmente quando se fala em problemas de divisão, afirma Saiz (2008), se pensa apenas em formular problemas que se procura distribuir uma mesma quantidade de objetos entre pessoas. Muitas vezes estes objetos não são diferenciados, uns em relação aos outros, só é levado em conta o número que eles representam. Outra característica que sempre encontramos em problemas de divisão é que todos os objetos são distribuídos igualmente sem sobrar nenhum resto.

Existem outras denominações ou expressões que envolvem a divisão, como; *divisão exata*, *divisão com ou sem resto*, *quociente inteiro*, *quociente aproximado por falta* ou *por excesso*, *quociente dado como uma aproximação*, etc.

A divisão exata é o mesmo que dizer divisão sem resto menciona à divisão euclidiana que divisão exata ou sem resto é o mesmo que divisão com resto nulo. O termo “divisão exata” não é uma melhor forma para se expressar, pois supõe que existem divisões que nãos são exatas; e o termo “sem resto” também não convém usá-lo porque o zero também é um resto.

Para Saiz (1996) tudo que temos mencionado nos faz construir uma idéia inicial das dificuldades que os alunos enfrentam quando começam a aprender a divisão, e ao longo da vida vão encontrando mais algoritmos e significados diferentes para divisão.

Conforme atesta a autora, ensinar Matemática é uma das tarefas mais difíceis e desafiadoras, pois sabemos bem que uma das principais dificuldades de ensinar Matemática o aluno entender o conteúdo que é está repleto de significação.

A construção do significado de um conhecimento deve ser muito bem pensada tanto no nível externo: trata-se do campo de utilização deste conhecimento e até onde vão seus limites, como no nível interno: fala-se de como será o funcionamento desse recurso e porque ele funciona.

O nível externo manifesta com melhor aceitação nos termos da semântica, que está ligado ao significado. Quando compreendemos um determinado conhecimento somos capazes de reconhecer os momentos que devemos utilizá-lo e aplicá-lo. O nível interno se refere às necessidades lógicas ou matemáticas que podemos chamar também de sintáticas. O aluno pode entender e raciocinar a respeito de algum conteúdo, pode analisar e combinar o conhecimento adquirido com outros que já conhecia.

Para avaliar se os alunos sabem realmente fazer divisões pode-se formular várias contas que envolvem o algoritmo da divisão e logo após verificar os resultados que foram obtidos. Entretanto, quando nos referimos ao reconhecimento de situações de divisão e o entendimento de significados e conceitos entramos em um desafio muito mais difícil de identificar. Conseguir que os alunos não só aprendam os conhecimentos institucionais, mas também desenvolvam a compreensão é um grande desafio para a escola e os professores, no entanto, em busca de uma solução evidente, a aprendizagem dos algoritmos acaba tirando o interesse da compreensão.

Quando são propostos algoritmos isolados de seu contexto, eles se transformam em respostas adquiridas para futuros questionamentos a respeito das quais não se sabe muito. Os alunos aprendem os algoritmos sabendo que servirão para resolver problemas, más não sabem de que problema se trata.

Assim como a multiplicação, a divisão envolve duas variáveis em uma relação constante. Mas, como podemos comprovar até em exercícios mais simples que é muito mais difícil perceber essa estrutura nos problemas de divisão do que nos problemas relacionados com divisão.

Vejamos um problema de divisão:

- *Marcio tem 15 bolas de gude. Ele vai distribuída-las igualmente entre seus três amigos. Quantas bolas de gude cada um vai ganhar?*

Neste problema vemos que ele não pode ser resolvido usando a correspondência, pois a relação fixa não é conhecida. Neste problema a pergunta feita é qual relação podemos fixar para que o número de bolas para cada amigo seja constante, isso quer dizer que cada amigo deve ganhar exatamente a mesma quantidade de bolas de gude.

Um dos esquemas mais utilizados pelos alunos para solucionar este problema é de distribuir as 15 bolinhas entre os três amigos fazendo uma bolinha para A, uma bolinha para B e uma bolinha para C. E assim repetindo o processo ate que tenham distribuído todas as bolinhas.

Vejamos mais um problema simples de divisão:

- *Em cima de uma mesa há dois coelhos. Sua tarefa é distribuir docinhos de modo que os coelhos recebam a mesma quantidade de docinhos.*

Este problema também foi resolvido pela distribuição e a média de acertos dos alunos investigados foi 100% nas idades de 6 e 7 anos. Dessa forma podemos observar que as crianças sabem executar a distribuição e também compreendem um aspecto básico da divisão que é a relação doce por coelho.

Para trabalharmos como esses problemas de divisão em sala de aula podemos adaptar esses problemas de maneira que facilite a compreensão dos alunos, usando por exemplo a metodologia que expomos anteriormente e situações que envolvem desenhos e instruções orais.

Exemplo:

- *Em cada uma das casas moram 3 cachorros. Quantos cachorros, ao todo, moram nas quatro casas? Escreva sua resposta no quadrinho*.

Esquema:

3 3 3 3

Vimos até agora que as crianças sabem perfeitamente solucionar problemas simples de multiplicação pelo método da distribuição. Porém, se mostrarmos aos alunos um problema construído como uma situação de multiplicação com um dos fatores ausentes, os alunos não perceberão de imediato a forma de solucionar o problema usando o esquema de distribuição.

Nunes et al. (2001), afirma que durante a pesquisa feita por Kornilaki foi apresentado aos alunos de uma escola primária problemas de multiplicação e divisão de dois modos diferentes. O problema do primeiro modo os alunos podiam usar o esquema de correspondência para resolver os problemas de multiplicação e o método da distribuição para resolver os problemas de divisão. Os problemas usados neste primeiro modo foram problemas diretos. No segundo modo exposto para os alunos uma das informações importantes para o uso do esquema direto estava ausente, este problemas são chamados de problemas inversos.

Veja um exemplo de problema inverso:

- *Carlos vai fazer aniversario. Cada amigo que vier para a sua festa ganhará 3 balões. Ele comprou 18 balões. Quantos amigos ele pode convidar.*

Os problemas de multiplicação da forma direta, afirmam os autores, é possível fazer uma correspondência um-a-muitos entre as variáveis que mostram o valor dos fatores; já nos problemas que são chamados de inversos, um dos fatores deve está ausentes e a pergunta principal do problema deve ser feita sobre o valor desse fator que não foi informado no problema. Observa-se que mesmo os alunos de 8 anos que não sentiram nenhuma dificuldade para resolver problemas diretos de distribuição sentem dificuldades para resolver problemas inversos mesmo quando a situação é apresentada de modo prático.

Nunes et al. (2001), também afirma que os problemas envolvendo divisão também observa-se a mesma situação que na multiplicação: é sempre mais fácil resolver problemas diretos de divisão do que resolver problemas inversos. O que diferencia os dois tipos de problema é a situação narrada: no caso da distribuição simples a idéia parte de uma descrição de correspondência um-a-muitos e no outro caso (inverso) parte de uma situação de distribuição. É preciso também que a criança compreenda a comutatividade da multiplicação que está implícita na situação a seguir: 3x6 (está relacionado a três grupos de seis) é o mesmo que fazer 6x3 (que está relacionado a seis grupos de três).

Dando seguimento a este estudo sobre a multiplicação e divisão, podemos resumir que o desenvolvimento do raciocínio multiplicativo se mostra muito semelhante com o desenvolvimento do raciocínio aditivo.

4. METODOLOGIA

No interesse de atingirmos os objetivos deste trabalho, foi escolhida uma turma 6ª ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Virginius da Gama e Melo localizada em Campina Grande no Estado da Paraíba. Participaram da pesquisa 27 alunos desta turma.

A nossa pesquisa possui um caráter qualitativo e os dados foram coletados em Outubro/Novembro de 2012, planejada para ser desenvolvida num total de 5 encontros de 90 minutos cada. Que decorreram da seguinte forma.

1ª encontro: total de 90 minutos que foi dedicado ao Pré-Teste que continha 10 problemas de estrutura multiplicativa e divisão. O principal objetivo do Pré-Teste foi testar os conhecimentos prévios dos alunos com relação a estes conteúdos e assim, verificar como se encontrava o nível da turma.

Segundo Gómez-Granell (2008), a resolução de problemas matemáticos foi constantemente utilizada no ensino da Matemática como método de aplicar os conhecimentos adquiridos. Por tanto, a resolução de problemas tem sido usada para avaliar se os alunos aprenderam um determinado procedimento e se são capazes de aplicá-los em qualquer situação.

Os próximos três encontros foram apresentados seis problemas, sendo que em cada encontro de 90 minutos dois problemas eram trabalhados, um de multiplicação e outro de divisão. Durante estes encontros foram utilizados os recursos didáticos do Material Dourado que contribuiu muito na resolução dos problemas propostos e também usamos o desenho como forma de representação e compreensão dos enunciados.

Segundo Nunes et al. (2001), o desenho nas aulas de Matemática pode servir como recurso didático de interpretação do problema e também como registro da estratégia de resolução. Através do desenho, os alunos expressam melhor os significados que estão presentes no texto, e identificam palavras, cenas, informações, operações, etc. deste modo, formam uma representação mental dos mesmos.

De acordo com Cardoso (2002), o Material Dourado ajuda a desenvolver na criança a independência, confiança concentração, a coordenação e a ordem, gera e desenvolve experiências concretas estruturadas para conduzir gradualmente, a dificuldades cada vez maiores. Também faz com que a criança perceba por ela mesma os possíveis erros que comete quando realiza uma determinada operação com o material.

No 5º encontro aplicamos o Pós-Teste que continha os mesmos problemas do Pré-Teste, a partir dos resultados obtidos no Pós-Teste é que pudemos verificar o resultado satisfatório do nosso trabalho.

Problema 1

Durante as férias escolares, Laura fez uma viagem, onde tirou muitas fotos com sua máquina digital. Quando voltou para casa ela resolveu revelar as fotos de sua viagem. Laura colocou 9 fotos em cada página do álbum. O álbum com 81 páginas ficou completamente cheio. Quantas fotos Laura colocou no álbum?

Problema 2

Para fazer uma pipa, Marcos comprou 26 varetas. Sabendo que para cada pipa ele precisará de 5 varetas. Quantas pipas Marcos poderá fazer com 26 varetas?

Problema 3

Uma sala de aula foi organizada em 6 filas e cada fila contem 12 carteiras. Quantos alunos poderão estudar nesta sala de aula ate que ela fique completa e que todos os alunos permaneçam sentados?

Problema 4

Mariana precisa embalar 11 empadinhas para entrega. Se as embalagens para entrega só cabem 3 empadas. Quantas embalagens de empadinha Mariana precisará para embalar todas as empadas?

Obs: este problema foi abordado com ilustração no enunciado para evidenciar uma situação real que enfatiza o dia-a-dia na escola.

Problema 5

Para fazer uma pipa, Marcos comprou 5 varetas. Se quisesse fazer 6 pipas iguais a essa quantas varetas precisaria comprar?

Problema 6

Maria vai viajar para uma excursão da escola, mas não pode levar muitas roupas. Se ela levar 3 blusas e 2 saias, poderá usar essas roupas sem repetir a mesma saia com a mesma blusa?

5. ANÁLISE DOS DADOS

Fazendo uma análise dos dados obtidos nesta pesquisa, podemos verificar a comparação entre os dados do Pré-Teste e do Pós-Teste os seguintes aspectos que serão explicitados abaixo.

Comparando os resultados podemos constatar que apenas nos problemas 2º, 3º e 7º os erros ainda foram maiores, acredito a causa destes erros tenha sido principalmente pelo fato do problema envolver o algoritmo da multiplicação e divisão com mais de duas casas decimais, e o fato de aparecerem maior quantidade de dados nos problemas, isto causou uma insegurança nos nas operações e fez com que os alunos errassem os resultados.

Com relação ao aumento dos acertos parciais e dos problemas em branco, atribuímos este aumento de acertos parciais também ao 2º problema que dava enfoque a dois resultados, pois se tratava de duas perguntas, e muitos alunos por não ter ainda a habilidade de discernir as operações responderam apenas umas das perguntas feitas no problema. Os problemas que foram deixados em branco, atribuímos aos alunos que ainda não desenvolveram a segurança de efetuar os algoritmos usuais e não se sentiram seguros para responder os problemas corretamente, deste modo preferiram não responder.

Apesar de ainda não ser o ideal, e o tempo ter sido pouco, os dados nos mostram um avanço cognitivo dos alunos com relação ao Pré/Pós-Teste.

5.1. ANÁLISE DO PRÉ-TESTE

O Pré-Teste foi aplicado em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Virgínius da Gama e Melo no dia 31 de outubro de 2012. Participaram 26 alunos dos 27 que foram citados anteriormente Os alunos que participaram dessa pesquisa tiveram 90 minutos para resolver o Pré-Teste que foi composto por 10 problemas que apresentamos em anexo. O objetivo da utilização deste instrumento foi identificar como estavam os alunos desta turma na resolução de problemas de estrutura multiplicativa.

Em todas os problemas foram abordados os conteúdo de multiplicação e/ou divisão, e foi observado como os alunos criam os seus esquemas dentro do campo conceitual da multiplicação e da divisão para encontrar a solução do problema ou situação que lhe foi proposta.

O primeiro problema abordava o conteúdo de divisão, sendo que a divisão proposta trazia o algoritmo da divisão com resto, este fato causou um pouco de confusão entre os alunos, pois eles não estavam habituados com este tipo de situação, entretanto, não os impediu de responder a questão, e as respostas foram muito criativas e diferenciadas.

O segundo e o oitavo problema foram os únicos que abordaram os dois conteúdos, por conta disso geraram maior quantidade de dúvidas entre os alunos, pois não sabiam quais os dados que poderiam usar para fazer determinado tipo de operação.

O terceiro, sexto e sétimo problema foram de multiplicação e não geraram muitas dúvidas entre os alunos, em alguns casos eles preferiram trocar o algoritmo da multiplicação pelo algoritmo de adição por repetição de parcelas iguais.

O quarto, quinto, nono e décimo problema abordaram a operação da divisão de várias formas, de resto com número natural, resto nulo, etc. as questões que envolveram divisão foram feitas com mais dificuldades, mas não deixaram de ser respondidas.

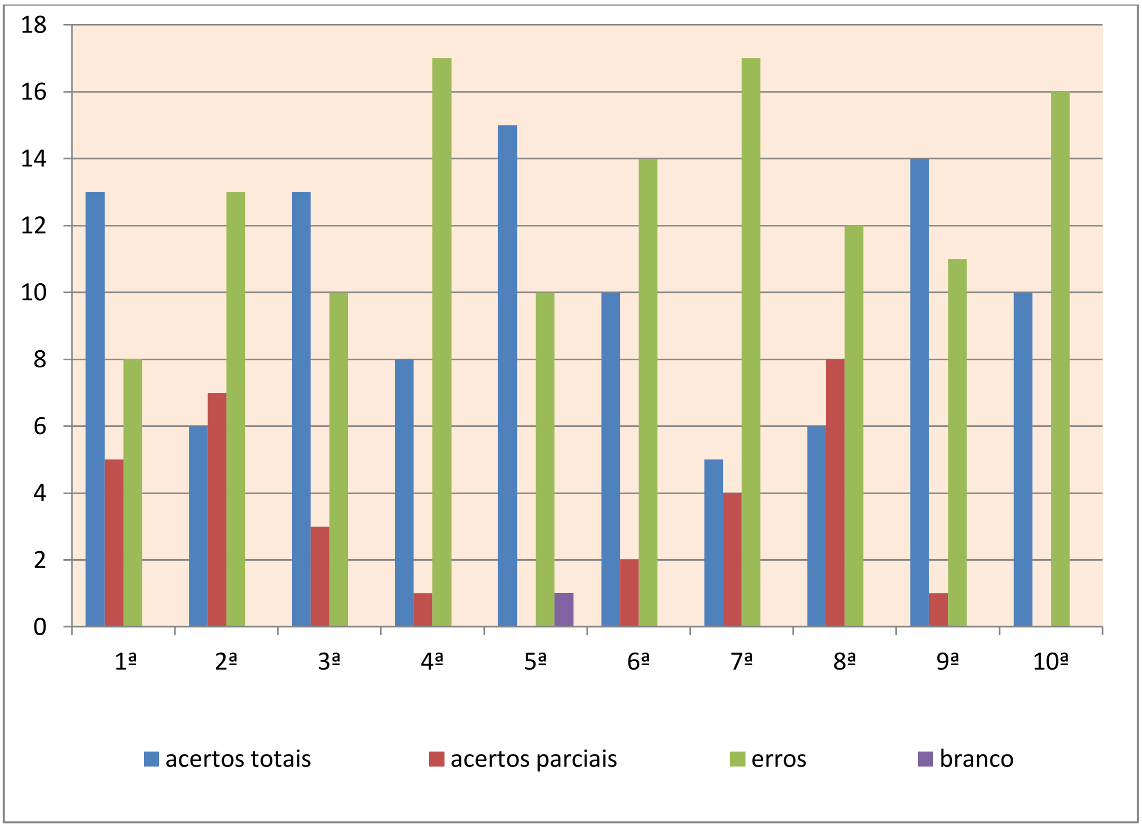
Com o auxilio da tabela abaixo verificamos as questões que apresentaram um alto índice de acertos e erros parciais.

Tabela 1: Avaliação das questões do Pré-Teste

Problemas	Acertos Totais	Acertos Parciais	Erros	Brancos
1°	13 (50%)	5 (19,24%)	8 (30,76%)	0 (0%)
2°	6 (23,07%)	7 (26,93%)	13 (50%)	0 (0%)
3°	13 (50%)	3 (11,54%)	10 (38,46%)	0 (0%)
4°	8 (30,77%)	1 (3,84%)	17 (65,38%)	0 (0%)
5°	15 (57,7%)	0 (0%)	10 (38,46%)	1 (3,84%)
6°	10 (38,46%)	2 (7,7%)	14 (53,84%)	0 (0%)
7°	5 (19,24%)	4 (15,38%)	17 (65,38%)	0 (0%)
8°	6 (23,07%)	8 (30,77%)	12 (46,15%)	0 (0%)
9°	14 (53,84%)	1 (3,84%)	11 (42,3%)	0 (0%)
10°	10 (38,46%)	0 (0%)	16 (61,54%)	0 (0%)

Observe o gráfico abaixo para facilitar a análise dos dados dispostos na tabela acima.

Gráfico 1: Avaliação das questões do Pré-teste.



O Pré-Teste foi proposto com o propósito de analisar o nível dos alunos com relação aos conteúdos de estrutura multiplicativa e divisão, de acordo com os dados podemos constatar o elevado índice de erros obtidos principalmente nas questões que envolvia o algoritmo da multiplicação e divisão com mais de duas casas decimais, isto nos mostra as deficiências que são encontradas pela turma nestes conteúdos que foram abordados.

5.2. ANÁLISE DAS AULAS

Em todos os problemas ministrados com a turma, foi observado como os alunos criam os seus esquemas dentro do campo conceitual da multiplicação e da divisão para encontrar a solução do problema de acordo com a situação que lhe foi proposta e como eles utilizam o material dourado e o desenho na compreensão dos enunciados, dos algoritmos e na representação dos resultados encontrados.

Todas as aulas em sala de aula que serão descritas a seguir, foram realizadas na Escola Virginius da Gama e Melo com o auxilio do Material Dourado, no qual apresentei o como recurso didático no intuito de facilitar a compreensão do problema e dos resultados encontrados e através de desenhos facilitar a compreensão e a definição das operações que serão utilizados nos problemas.

AULA 1 - Realizada dia 07 de novembro de 2012

ANÁLISE DO PROBLEMA 1

O problema 1 foi aplicado na mesma turma em que foi aplicado o Pré-Teste no dia 07/11/12. Os 19 alunos que participaram dessa primeira tarefa tiveram 45 minutos para resolver o problema abordado *Problema 1* ressaltou o conteúdo de multiplicação que apresentaremos a seguir:

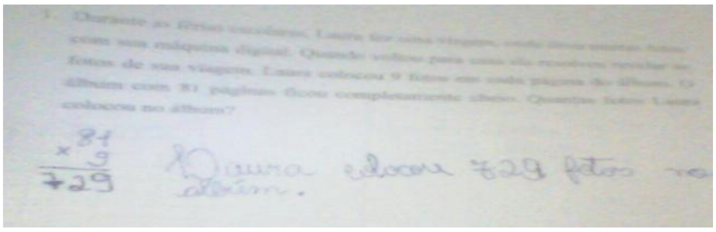
Neste problema foi observado como os alunos reagiram com o primeiro contato com o Material Dourado, antes de iniciar as resoluções foi ministrada uma explicação de como poderia ser utilizado este recurso didático nas resoluções dos problemas que foram abordados. Os alunos criaram esquemas de estrutura multiplicativa e logo após usaram o Material Dourado para fazer a representação das soluções.

Os resultados obtidos neste problema foram muito satisfatório, os alunos não tiveram nenhuma dúvida com relação a estrutura multiplicativa ou o algoritmo usual da multiplicação, apenas indagaram como iriam representar o problema exposto com desenhos e Material dourado. A representação mais utilizada foi a seguinte: 9 unidades

X 8 dezenas e 1 unidade, e o resultado foi representado como 7 centenas 2 dezenas e 9 unidades.

O *Problema 1*

> *Durante as férias escolares, Laura fez uma viagem, onde tirou muitas fotos com sua máquina digital. Quando voltou para casa ela resolveu revelar as fotos de sua viagem. Laura colocou 9 fotos em cada página do álbum. O álbum com 81 páginas ficou completamente cheio. Quantas fotos Laura colocou no álbum?*



ANÁLISE DO PROBLEMA 2

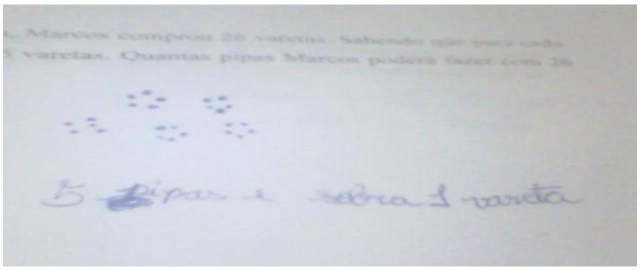
O problema 2 foi aplicado no mesmo dia do problema 1 e expôs o conteúdo de divisão com resto. Este problema causou um pouco de dúvida entre os alunos, pois utilizando apenas o algoritmo usual da divisão eles não conseguiram fazer a ligação entre resultado e situação apresentada, neste caso foi pedido para que utilizassem a propriedade distributiva da divisão com o auxilio primeiramente do desenho para entender o que o problema queria ressaltar.

Logo após usou-se o Material Dourado para fazer a operação segundo o problema destacava, da seguinte forma: foi separado 26 unidades do Material Dourado para cada aluno, dessas 26 unidades eles teriam que distribuir em grupos de 5 unidades que em decorrência da divisão não ser exata sobraria uma unidade. Desta forma foi percebida claramente a solução do problema que foi proposto, este, apresentado a seguir:

Alguns alunos preferiram não fazer o algoritmo usual da divisão, pois acharam muito mais fácil fazer as contas usando o desenho das varetas e contando as unidades com o material dourado. Exemplo: 26 varetas divididas de 5 em 5 até que sobrasse 1 vareta.

Problema 2

Para fazer uma pipa, Marcos comprou 26 varetas. Sabendo que para cada pipa ele precisará de 5 varetas. Quantas pipas Marcos poderá fazer com 26 varetas?



AULA 2 - Realizada em 09 de novembro de 2012.

ANÁLISE DO PROBLEMA 3

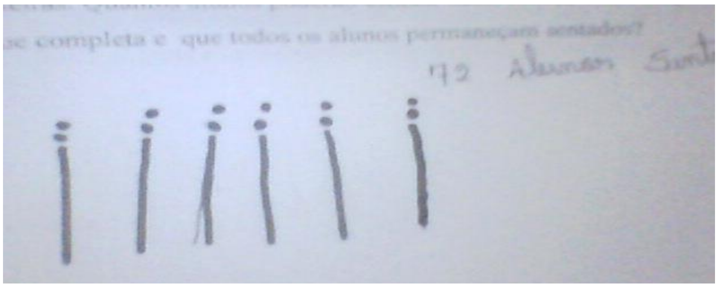
Dando continuidade ao trabalho realizado na primeira e segunda aula, apresentamos aos 20 alunos que participaram dessa terceira tarefa o problema 3, eles tiveram os mesmos 45 minutos para resolver o problema abordado.

O problema 3 foi composto por 1 questão de multiplicação, e o contexto do problema destacava uma situação vivida no cotidiano dos alunos.

O problema abordava o conteúdo de multiplicação, onde o algoritmo usual à ser feito era 6 x 12. Alguns alunos preferiram fazer pelo algoritmo padrão com a fundamentação de que seria mais rápido, então foi pedido que fizessem alguma representação com o material dourado ou desenhos, para enfatizar a solução. Como muitos já tinham identificado a operação que seria feita, preferiram usar o algoritmo padrão da multiplicação e encontraram o resultado correto. Outros alunos fizeram uma representação da sala de aula, com 6 filas e cada fila contendo 12 cadeiras. As filas foram representadas com linhas na vertical e as cadeiras foram representadas com as peças do material dourado, ou seja, uma dezena e duas unidades, depois eles contaram as unidades fila por fila. E deste modo conseguiram chegar ao resultado correto sem a utilização do algoritmo usual.

Problema 3

Uma sala de aula foi organizada em 6 filas e cada fila contem 12 carteiras. Quantos alunos poderão estudar nesta sala de aula ate que ela fique completa e que todos os alunos permaneçam sentados?



ANÁLISE DO PROBLEMA 4

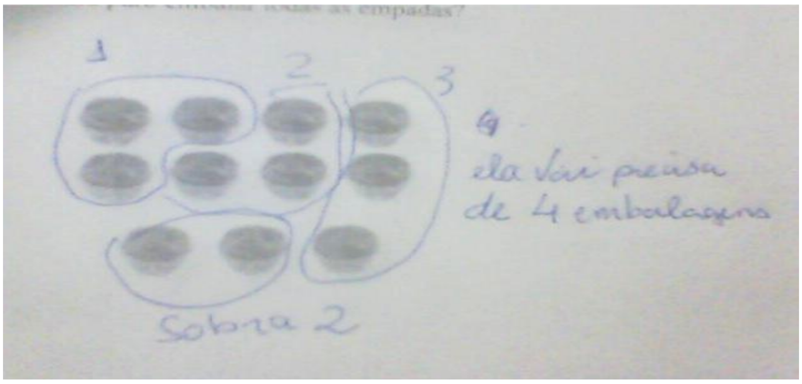
No problema 4 foi abordado o conteúdo de divisão usando figuras ilustrativas no enunciado, onde o calculo que seria feito era 11 ÷ 3 , nesta divisão sobraria resto 2. Nesta questão os alunos não tiveram muitas dificuldades para encontrar a solução, pois se tratava de uma situação da vida escolar que acontece sempre com eles, acharam que as figuras que continha no enunciado facilitou muito a compreensão do problema, pois, com o auxilio das figuras no enunciado ele não precisaram desenhar para entender de que operação se tratava o problema, contaram as empadas e mais uma vez usaram a propriedade distributiva para solucionar este problema, depois distribuíram as empadas 3 a 3 e verificaram que sobravam duas empadas.

A dúvida mais comentada foi o fato de sobrarem duas empadas, então alguns alunos fizeram a divisão pelo algoritmo usual corretamente e ressaltaram que sobrariam duas empadas, e outros fizeram a distribuição conforme citado acima e especificaram na questão que uma embalagem iriam com apenas 2 empadas e as outras com 3 empadas.

A utilização do Material dourado também foi de fácil aplicação, alguns alunos representaram cada empada com uma unidade do material dourado e depois foram dividindo de 3 em 3 unidades até que no final sobraram 2 unidades.

Problema 4

> *Mariana precisa embalar 11 empadinhas para entrega. Se as embalagens para entrega só cabem 3 empadas. Quantas embalagens de empadinha Mariana precisará para embalar todas as empadas?*



AULA 3 – realizado no dia 23 de novembro de 2012

ANÁLISE DO PROBLEMA 5

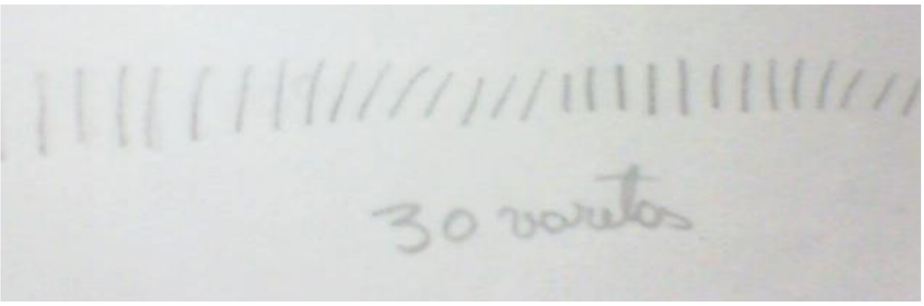
o problema 5 foi aplicado na mesma turma em que foi aplicado todos os demais problemas, Participaram da pesquisa 24 alunos desta turma. O problema 5 abordava o conteúdo de multiplicação apresentaremos a seguir.

O problema 5 que abordava o conteúdo de multiplicação simples onde o algoritmo à ser feito era 5 x 6, essa questão não causou muito espanto entre os alunos nem gerou discussão pois foi considerada de fácil compreensão e resolução, alguns alunos que tinham mais segurança no conteúdo preferiram colocar apenas o resultado sem fazer representações com material dourado ou até mesmo usar desenhos, pois afirmaram compreender o problema. Simplesmente usaram o algoritmo da multiplicação e encontraram a solução esperada.

Outros alunos mais inseguros preferiram utilizar os desenhos para representar a situação sugerida pelo problema, e fizeram a representação de 6 pipas e cada uma continha 5 varetas, que foram representadas também por 5 unidades do Material Dourado, este tipo de representação da multiplicação foi definida no nosso trabalho como multiplicação de um-a-muitos, e por fim contaram as unidades encontrando assim o resultado esperado.

Problema 5

Para fazer uma pipa, Marcos comprou 5 varetas. Se quisesse fazer 6 pipas iguais a essa quantas varetas precisaria comprar?



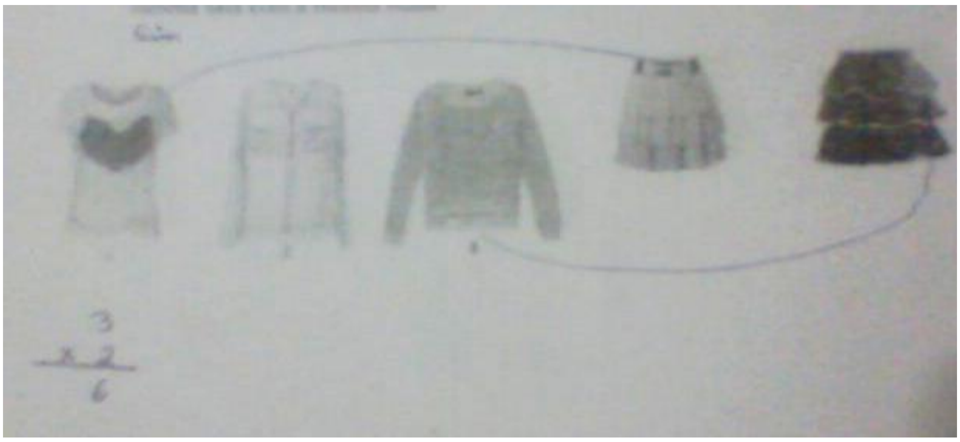
ANÁLISE DO PROBLEMA 6

O problema 6 abordou novamente o conteúdo da multiplicação, onde o calculo a se fazer seria 3 x 2 porém, se tratava de uma combinação de roupas, onde em uma mala existia 3 blusas e 2 saias, e os alunos deveriam combinar as peças sem repetir a mesma saia com a mesma blusa.

Essa questão também foi considerada simples pois veio com ilustrações no enunciado,entretanto, causou algumas dúvidas com relação a palavra combinação, que logo foram esclarecidas, mas mesmo assim alguns alunos pediram explicações a respeito da operação que seria utilizada. Foi explicado que neste problema não precisaria resolver usando apenas o algoritmo convencional, mas também poderia ser resolvida através da combinação das roupas. Muitos alunos não usaram o Material Dourado neste problema, porém, alguns alegaram que as figuras contidas no enunciado do problema eram bem compreendidas por eles e muitos optaram em fazer a combinação das peças de roupas apenas desenhando as combinações possível de blusa com saia.

Problema 6

Maria vai viajar para uma excursão da escola, mas não pode levar muitas roupas. Se ela levar 3 blusas e 2 saias, poderá usar essas roupas sem repetir a mesma saia com a mesma blusa?



5.3. ANÁLISE DO PÓS-TESTE

O Pós-Teste foi aplicado na mesma turma de 6º ano do ensino fundamental no dia 28 de novembro de 2012. Participaram deste teste 27 alunos e tiveram 90 minutos para resolver o Pós-Teste que foi composto pelas mesmas 10 questões que foram apresentadas no pré teste. O objetivo da utilização deste instrumento foi identificar o que pode ter se alterado na compreensão dos alunos desta turma na compreensão de problemas matemáticos de estrutura multiplicativa.

A primeira questão abordava o conteúdo de divisão, sendo que a divisão proposta trazia o algoritmo da divisão com resto, este fato ainda causou dúvidas e alguns alunos, mas a maioria dos alunos que participaram de todas as atividades conseguiu chegar no resultado esperado, alguns ainda utilizaram o recurso do desenho pra compreender melhor o problema e outros preferiram o material dourado pra ajudar no algoritmo da divisão.

A segunda, sétimas e oitava questão foram as únicas que abordaram os dois conteúdos, por conta disso os alunos tiveram mais dificuldades para chegar na solução do problema, pois algumas questões continham mais de 3 dados numéricos e foi o que gerou muitas dúvidas em relação as operações que deveriam ser utilizadas e de que dados seriam envolvidos, portanto foram as questões com maior porcentagem de erros mesmo depois de todos os testes feitos em sala de aula.

A terceira, sexta e sétima questões foram de multiplicação e não geraram muitas dúvidas entre os alunos, mais a sétima gerou maior quantidade de erros por se tratar de duas multiplicações relativamente maiores que as outras abordadas nas questões três e seis e depois envolver uma adição. Em alguns casos eles preferiram trocar o algoritmo da multiplicação pelo algoritmo de adição por repetição de parcelas iguais.

A quarta, quinta, nona e décima questão abordaram o algoritmo da divisão de várias formas, de resto com número natural, resto nulo, etc. As questões que envolveram divisão foram feitas com mais dificuldades, algumas deixaram de ser respondidas e houve muitas respostas diferentes e formas diversas de respostas.

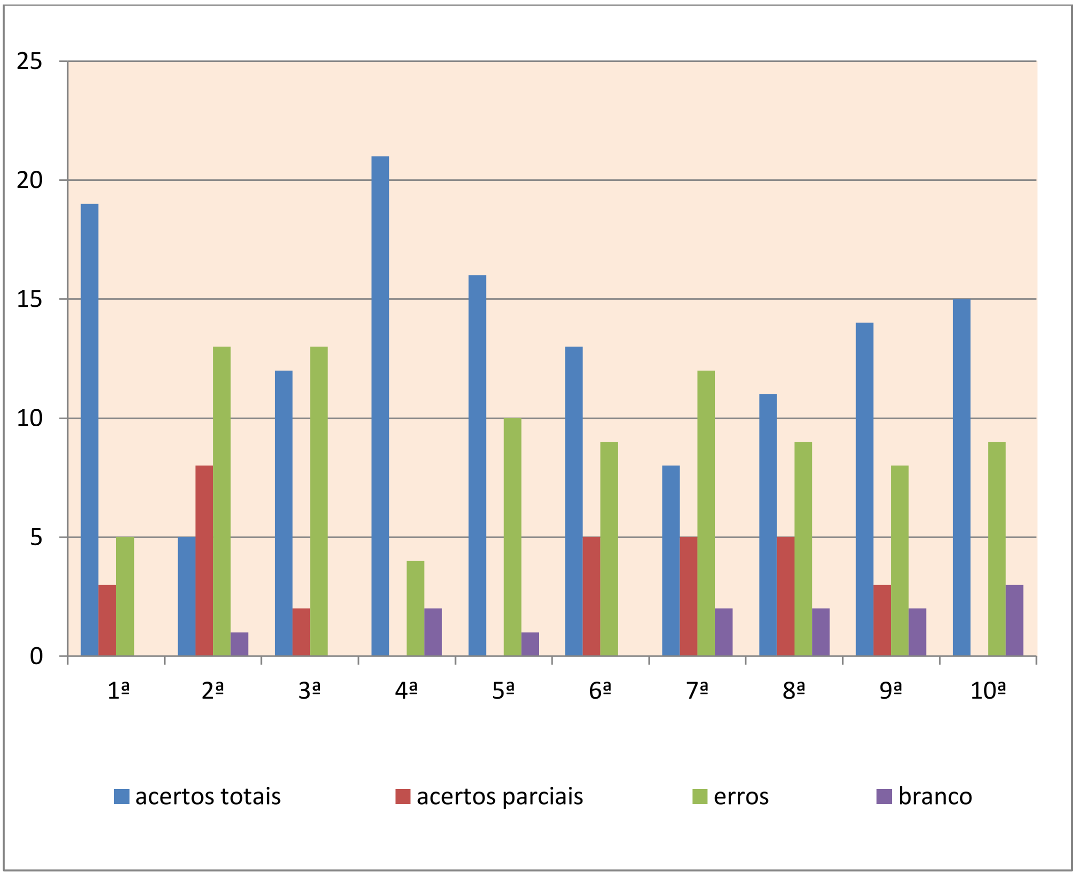
Com o auxilio da tabela abaixo vamos verificar as questões que apresentaram um alto índice de acertos e erros parciais.

Tabela 1: Avaliação das questões do PÓS-TESTE

Problemas	Acertos Totais	Acertos Parciais	Erros	Brancos
1°	19 (70,4%)	3 (11,1%)	5 (18,5%)	0 (0%)
2°	5 (18,6%)	8 (29,6%)	13 (48,2%)	1 (3,7%)
3°	12 (44,4%)	2 (7,4%)	13 (48,15%)	0 (0%)
4°	21 (77,8%)	0 (0%)	4 (14,8%)	2 (7,4%)
5°	16 (59,3%)	0 (0%)	10 (37 %)	1 (3,7%)
6°	13 (48,2%)	5 (18,6%)	9 (33,3%)	0 (0%)
7°	8 (29,6%)	5 (18,6%)	12 (44,4%)	2 (7,4%)
8°	11 (40,7%)	5 (18,6%)	9 (33,3%)	2 (7,4%)
9°	14 (51,8%)	3 (11,1%)	8 (29,6%)	2 (7,4%)
10°	15 (55,5%)	0 (0%)	9 (33,3%)	3 (11,1%)

Observe o gráfico abaixo para facilitar a análise dos dados dispostos na tabela acima.

Gráfico 1: Avaliação das questões do Pós-Teste.

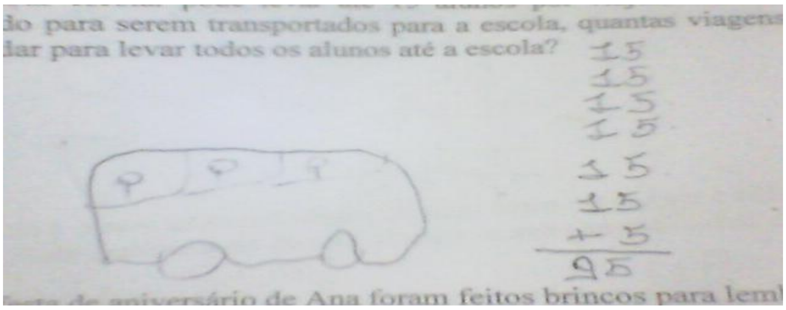


O Pós-Teste foi apresentado com o propósito de analisar o desenvolvimento dos alunos com relação aos conteúdos de estrutura multiplicativa e divisão, e para analisar como poderia ser melhorada a capacidade de compreensão, atenção e percepção dos enunciados dos problemas propostos. De acordo com os gráficos e todos os dados obtidos nesta pesquisa podemos constatar que o índice de acertos superou o de erros em muitos problemas.

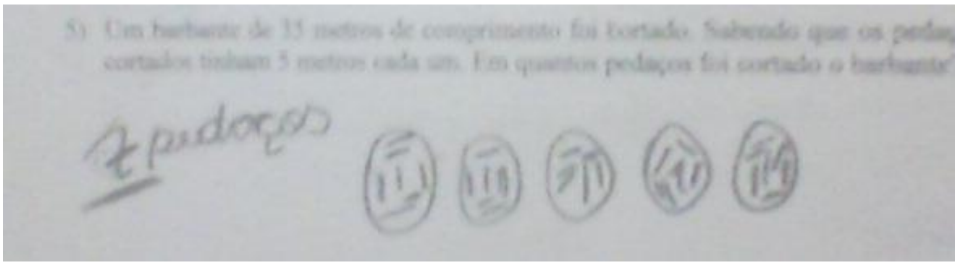
Contudo, podemos comprovar os resultados desta pesquisa alterou de modo produtivo e significativo a visão deturpada que os alunos tinham sobre problemas matemáticos e estrutura multiplicativa, portanto, os objetivos que foram estipulados ao Pré/Pós-Teste foram devidamente atingidos com êxito.

Vejamos abaixo alguns registros que os alunos produziram durante a realização do Pós-Teste.

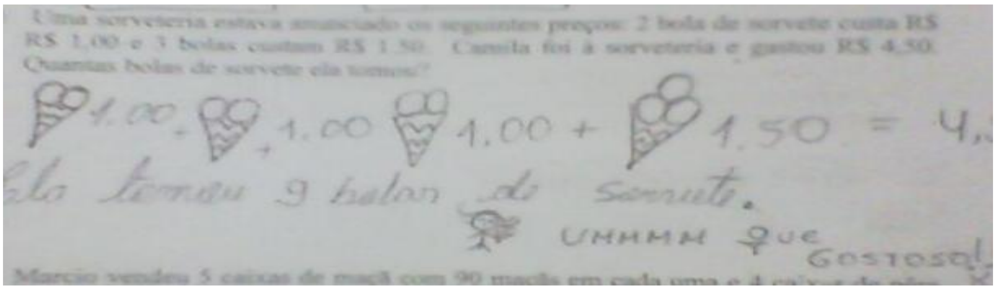
1º problema:



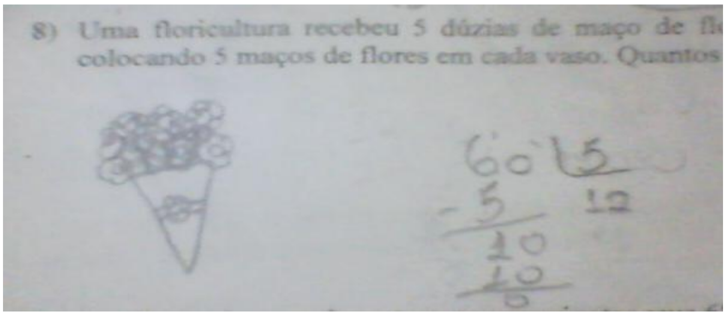
5º problema:



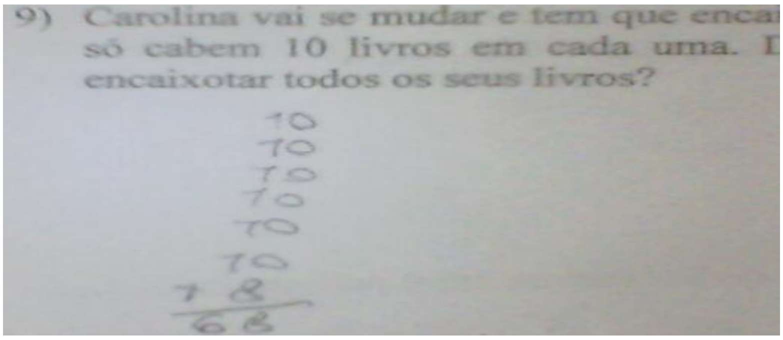
6º problema:



8º problema: muitos alunos fizeram o esquema, más utilizaram o algoritmo da divisão para responder.



9º problema: utilizaram o método de adições repetidas em vez da divisão usual.



5.4 RELAÇÕES ENTRE O PRÉ-TESTE E O PÓS-TESTE

O principal objetivo dessa pesquisa foi apresentar aos alunos uma forma diferenciada de resolver problemas utilizando recursos como o Material Dourado e desenhos para facilitar a compreensão dos alunos em relação ao enunciado do problema e também para ajudar nas resoluções dos mesmos. Como já foi dito anteriormente, em primeiro contato com a turma de 6º ano do Ensino Fundamental foi aplicado o Pré-Teste que continha dez problemas sortidos e que envolvia os conteúdos de multiplicação e divisão, depois do Pré-Teste foi feito um trabalho com as aulas que foram abordados dois problemas em cada uma delas, envolvendo os mesmos assuntos, no termino do trabalho feito com problemas foi aplicado um Pós-Teste, que foi formado pelas mesmas questões do Pré-Teste, com o objetivo de avaliar o desempenho dos alunos depois dos trabalhos feitos com problemas.

Ao voltarmos nossa atenção para os acertos totais, mostrados nos gráficos, logo acima percebemos que o índice desses, referente a alguns problemas, foi maior no Pós-Teste do que no Pré-Teste.

Nos problemas 1, 4, 5, 6, 7, 8 e 10 ficou notório o avanço dos alunos em relação ao desenvolvimento dos problemas e no índice de acertos desses problemas acima citados.

No tocante aos acertos parciais, obtivemos no Pós-Teste índices nulos nos problemas: 4º, 5º e 10º. Enquanto que nos problemas: 2º, 6º, 7º e 9º verificamos um baixo índice em relação ao Pré-Teste, o que nada mais é do que um ponto bastante positivo.

Ao analisarmos o quesito erro, verificamos que no 2º e 3º problema que envolvia vários dados e o conteúdo de multiplicação e divisão o número de erros no Pré-Teste é menor do que no Pós-Teste, acredito que isso aconteceu devido à pequena falta de atenção que alguns alunos que não tiveram a paciência de ler a questão mais de uma vez, e da dificuldade de fazer multiplicações e divisões com números com mais de duas casas decimais.

Por último, ao visualizarmos o gráfico intitulado Branco concluirmos que, em todos os problemas, o número dessas deixadas sem respostas no Pós-Teste aumentou quando comparado ao Pré-Teste. O alto índice de questões em branco constatado no Pós-Teste se deve ao fato dos alunos terem ficado com medo de errar a resolução do problema por não saber aplicar os algoritmos ou por falta de atenção, más, entretanto, essas respostas em branco foram compensadas pela quantidade de acertos na maioria dos problemas abordados.

7. CONCLUSÃO

A partir de uma comparação entre as análises realizadas no Pré-Teste e no Pós-Teste podemos afirmar que, não são necessários muitos esforços para percebermos que o estudo o qual realizamos, proporcionou aos alunos um progresso cognitivo com relação ao estudo de resolução de problemas de multiplicação e divisão abordadas em estratégias de ensino utilizando o recurso didático do Material Dourado e o auxilio do desenho e, com isso, conseguimos atingir nossos objetivos.

A maneira pela qual organizamos as aulas, e a estratégia de utilizarmos tarefas de resolução de problemas com o recurso ao Material Dourado, e principalmente, o interesse e empenho da turma em aprender, constituíram-se em fatores fundamentais que ocasionaram o êxito final de nosso trabalho.

O tempo que estivemos em contato com os alunos foi extremamente produtivo e que nos possibilitou um grande avanço no que diz respeito a concentração e ao desenvolvimento dos alunos, verificamos o incremento de habilidades como explorar, refletir, supor, tentar, discutir, trabalhar em grupo, testar e provar, para que, se apoiando no professor, quando necessário, o aluno aprenda a construir o seu próprio conhecimento.

O objetivo geral desse Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) Analisar como os alunos de uma turma do 6º Ano de uma escola pública estadual resolvem problemas matemáticos utilizando desenhos e o Material Dourado na compreensão de regras de funcionamento dos algoritmos das multiplicações e divisões.

Com o intuito de melhorar o aprendizado dos alunos em relação a este conteúdo que, e que na maioria das vezes, não explorado da suficientemente para que os alunos obtenham o domínio necessário para resolver situações problemas.

Desse modo, alcançamos o nosso objetivo, uma vez que, como mostramos na análise, expusemos detalhes deste modo de os alunos resolverem os problemas de multiplicação e divisão.

Quanto aos objetivos específicos, procuramos alcançá-los precisamente, priorizando a exposição do Material Dourado e de sua importância na resolução de problemas. Tais aulas foram realizadas na escola Virginius da Gama e Melo em sala de aula, utilizamos o Material Dourado e os desenhos, principalmente, para auxiliar na representação dos resultados e as figuras e algumas animações realizadas por eles mesmos para melhorar a compreensão do problema. Podemos descrever como os alunos resolvem problemas matemáticos utilizando desenhos para auxiliar na compreensão dos alunos; como citado acima, os alunos que utilizaram os desenhos para ilustrar o problema souberam interpretar perfeitamente que operação seria usada pra encontrar a solução do problema e quando encontrada tiveram mais facilidade de entender e comparar o resultado com a finalidade de provar se seria a solução correta.

O uso o Material Dourado como forma de representação do algoritmo da multiplicação e divisão também foi contemplado com êxito, pois durante as aulas que foram ministradas com o Material Dourado ocorreram grandes índices de satisfação dos alunos em aprender a representar aqueles algoritmos feitos no papel com o Material Dourado.

Propor modelos manipuláveis e desenhos que permitam que o aluno entenda a semântica da operação trabalhada foi muito importante nesta pesquisa, pois muitas vezes os alunos resolviam o problema de forma mecânica apenas utilizando os algoritmos que já tinham sido estudados nas aulas anteriores, más não se preocupavam em entender semanticamente o problema, com a utilização desses recursos os alunos puderam perceber as diversas formas de solucionar um problema, entender suas respostas e prová-las.

Durante as aulas também tivemos a oportunidade de analisar como se processa os esquemas e a compreensão dos alunos na resolução de problemas matemáticos pela utilização de material concreto e de desenhos, a iniciação dos esquemas se da a partir das técnicas que foram ensinadas, como exemplo, representar cada unidade expressa no problema como uma unidade (uma peça) do Material Dourado, deste modo as operações de multiplicação onde eram tomadas um-a-muitos foram muito bem expressas pelo Material Dourado, bem como as operações distributivas onde um conjunto de objetos serão distribuídos em quantidades iguais.

A utilização do desenho como recurso didático para auxiliar na interpretação do texto, na representação do problema e na sua resolução, foi constatado nos problemas que foram trabalhados nas aulas, em que nos problemas onde os alunos faziam suas ilustrações e seus esquemas verificamos um índice de acertos muito considerável, pois não é preciso apenas ler o enunciado é preciso formar raciocínio e o entendimento fazendo os esquemas de resolução.

Nos problemas em que as ilustrações sobre desenhos e cujo enunciado é apresentado na língua materna vieram destacadas no enunciado se tornou mais aceitável identificar as características da resolução dos problemas matemáticos e nestes casos não foi preciso utilizar nenhum recurso didático para a resolução, a própria ilustração contida no enunciado e o contexto vivenciado no dia-a-dia dos alunos, serviu de esquema para os alunos solucionar o problema sem nenhuma dificuldade.

Finalizamos esta investigação com este breve momento de discussão em grande grupo, no qual os alunos esporam suas idéias de construção e as dificuldades encontradas durante a realização dos procedimentos realizados em cada aula sobre de problemas Matemáticos.

Em uma pesquisa feita com os alunos durante este momento foi constatado que a utilização de material concreto e de desenhos facilitou muito na resolução de problemas, e segundo as correções dos problemas, podemos perceber que as respostas foram na maioria corretas e muito criativas. Isso nos mostra que essa pesquisa teve um bom aproveitamento cognitivo e quebrou muitas barreiras e dificuldades que os alunos encontravam em resolver problemas matemáticos.

REFERÊNCIAS

CAVALCANTI. CLÁUDIA T. Diferentes Formas de Resolver Problemas: **Ler, escrever e resolver problemas/ Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz – Editora** Arimed, 2001.

CARDOSO, V.C. **Materiais didáticos para as quatro operações**. 5ª ed. São Paulo: CAEM-IME-USP, 2002.

FRANCHI, Anna**. Considerações sobre a Teoria dos Campos Conceituais**: Educação Matemática 3º edição – revisada. Editora Educ – São Paulo, 2008.

GÓMEZ-GRANELL, Carmen, A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado. Além da Alfabetização/ Ana Teberosky – Editora Atica, 1997.

MEDEIROS, Kátia Maria. **O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula**. Educação Matemática em Revista. Ano 8, n. 9, p. 32-39. 2001.

NUNES, Terezinha. **A educação Matemática e o desenvolvimento da criança**: Introdução à Educação Matemática os números e as operações numéricas 1º edição. Editora PROEM – São Paulo, 2001.

NUNES, Terezinha. **As estruturas multiplicativas: Avaliando e promovendo o desenvolvimento dos conceitos de multiplicação e divisão em sala de aula**: Introdução à Educação Matemática os números e as operações numéricas 1º edição. Editora PROEM – São Paulo, 2001.

NUNES, Terezinha. **Aplicando os conceitos básicos**: Introdução à Educação Matemática os números e as operações numéricas 1º edição. Editora PROEM – São Paulo, 2001.

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa. Unesp – Rio Claro lonuchic@vivax.com.br ISERP - Palestra de Encerramento: **Uma História da Resolução de Problemas no Brasil e no Mundo,** 2008.

SAIZ, Irma. **Dividir com dificuldade ou a dificuldade de dividir**. Didática da Matemática/ Cecília Parra, Irma Saiz; Tradução Juan Acuña Llorens – Porto Alegre: Editora Artes Médicas, 1996.

STANCANELLI, Renata. Conhecendo diferentes tipos de problemas: **Ler, escrever e resolver problemas/ Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz – Editora Arimed,** 2001.

STANIC, George M. A., & KILPATRICK, J. **Perspectivas históricas da resolução de problemas no currículo de Matemática.** In R. I. Charles & E. A. Silver (Eds.), The teaching and assessing of mathematics problem solving (pp. 1-22). Reston, VA: NCTM e Lawrence Erlbaum.

TOLCHINSKY, Liliana. **Desenhar, escrever, fazer números**. In A. Teberosky & L. Tolchinsky (Eds.), Além da alfabetização – Aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática. São Paulo: Ática, 2008.

VERGNAUD, Gérard. **LA TEORÍA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES,** CNRS y Université René Descartes. *Recheeches em Didáctique des Mathématiques, Vol. 10, nº 2,3, PP. 133 -170,* 1990.

SITES REFERIDOS

Imagens do Material Dourado
http://misturao.blogspot.com.br/2009/11/material-dourado.html
acesso em 10 de dezembro de 2012.

APÊNDICE

PRÉ/PÓS-TESTE

1) Um ônibus escolar pode levar até 15 alunos por viajem. Se 95 alunos estão esperando para serem transportados para a escola, quantas viagens o ônibus vai ter que dar para levar todos os alunos até a escola?

2) Para a festa de aniversário de Ana foram feitos brincos para lembrancinha. A mãe de Ana gastou R$ 17,00 em cada brinco. Quantos brincos ela pode fazer com R$ 221,00? Se na festa terá 20 convidadas quanto a mãe de Ana vai gastar com lembrancinhas?

3) Em uma fabrica de roupas é possível se fabricar uma blusa por R$ 12,00. Se a loja recebe uma encomenda de 65 blusas, quanto irá gastar para produzir todas as blusas que foram encomendadas?

4) Um barbante de 30 metros de comprimento foi cortado em 6 pedaços de mesmo comprimento. Qual é esse comprimento?

5) Um barbante de 35 metros de comprimento foi cortado. Sabendo que os pedaços cortados tinham 5 metros cada um. Em quantos pedaços foi cortado o barbante?

6) Uma sorveteria estava anunciado os seguintes preços: 2 bola de sorvete custa R$ R$ 1,00 e 3 bolas custam R$ 1.50. Camila foi à sorveteria e gastou R$ 4,50. Quantas bolas de sorvete ela tomou?

7) Marcio vendeu 5 caixas de maçã com 90 maçãs em cada uma e 4 caixas de pêra com 64 peras cada. Quantas maças e peras Marcio vendeu neste dia?

8) Uma floricultura recebeu 5 dúzias de maço de flores. Irá expô-las na vitrine colocando 5 maços de flores em cada vaso. Quantos vasos irá usar?

9) Carolina vai se mudar e tem que encaixotar seus 68 livros. As caixas que ela tem só cabem 10 livros em cada uma. De quantas caixas Carolina precisará para encaixotar todos os seus livros?

10) Quantos bombons poderei distribuir igualmente para 5 crianças se tenho 95 bombons?

FOTOS