UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA- UEPB

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA– CCT

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA-DM

JOSÉ PEREIRA GOMES

DERIVADAS DAS FUNÇÕES ELEMENTARES COM APLICAÇÕES

CAMPINA GRANDE- PB

2012

JOSÉ PEREIRA GOMES

DERIVADAS DAS FUNÇÕES ELEMENTARES COM APLICAÇÕES

TCC apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof^0. Msc. Castor da Paz Filho

CAMPINA GRANDE- PB

2012

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

G633d Gomes, José Pereira.
Derivadas das funções elementares com aplicações [manuscrito] / José Pereira Gomes. – 2012.
37 f.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2012.
"Orientação: Prof. Me. Castor da Paz Filho, Departamento de Matemática".

1. Funções elementares - Matemática. 2. Regras de Derivação. 3. Demonstração. I. Título.

21. ed. CDD 515.25

JOSÉ PEREIRA GOMES

DERIVADAS DAS FUNÇÕES ELEMENTARES

TCC apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em 17 de dezembro de 2012.

BANCA EXAMINADORA

Prof^{0}. Msc. Castor da Paz Filho
Departamento de Matemática - CCT/UEPB
Orientador

Prof^{0}. Esp. Roberto Aroldo Pimentel
Departamento de Matemática - CCT/UEPB

Kátia Suzana Medeiros Graciano

Prof^{a}. Msc. Kátia Suzana Medeiros Graciano
Departamento de Matemática - CCT/UEPB

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer, primeiramente, a Deus, por ter me guiado e iluminado não apenas durante esses quatro anos mais durante toda minha vida.

A minha mãe Maria de Lourdes Gomes, ao meu pai Nelson Pereira do Egito, a minha esposa Jailma Souza pela paciência, carinho e compreensão, a todos os meus irmãos em especial aos irmãos: Isaac, Cida e Adriana que tanto me ajudaram ao longo dessa jornada.

De modo especial, meu grande agradecimento ao professor Castor da Paz Filho pela paciência na orientação e pelo incentivo durante toda minha formação.

Agradeço também a todos os professores do Departamento de Matemática da UEPB, que contribuíram para minha formação.

Por fim, agradeço a todos os meus colegas e amigos que contribuíram de alguma maneira para minha formação e também a todos meus familiares.

‘Porque para Deus nada é impossível’.

(LUCAS 1.37)

JUSTIFICATIVA

Nestes quatro anos em que fui aluno de licenciatura em Matemática pela UEPB, fui monitor de Cálculo Diferencial durante três anos e pude perceber as dificuldades enfrentadas pelos alunos no estudo das Derivadas. Devido ao grande contato que tive com o Cálculo Diferencial e diante das dificuldades enfrentadas pelos meus colegas de curso no estudo desses conteúdos, resolvi desenvolver meu trabalho de conclusão de curso sobre Derivadas. Porém neste trabalho não nos limitamos apenas à apresentação dos resultados do Calculo Diferencial mais também a demonstração de tais resultados.

RESUMO

È visível a dificuldade encontrada por nós alunos de graduação no conteúdo das Derivadas. Entretanto, quando estudamos não apenas a apresentação dos resultados, mas também suas demonstrações obtemos uma maior compreensão. O objetivo de nosso trabalho foi, apresentar as regras de derivação e as derivadas de algumas das funções elementares fazendo a demonstração das mesmas. Realizamos também um estudo das aplicações das derivadas nas funções contínuas definidas em intervalos fechados.

Palavras-chave: Derivadas; Funções elementares; Regras de derivação; Demonstração.

ABSTRACT

È visible the difficulty found by us pupils of graduation in the content of the Derivatives. Meantime, when we study you do not punish the presentation of the results, but also his demonstrations we obtain a bigger understanding. The objective of our work, he presented the rules of derivation and the derivatives of some of the elementary functions doing the demonstration of same. We carry out also a study of the applications of the derivatives in the continuous functions defined in shut intervals.

keywords: Diverted; elementary Functions; Rules of derivation; Demonstration.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 11
1.1. EVOLUÇÃO HISTÓRICA DO CONCEITO DE DERIVADA............ 11
2. DERIVADAS 13
2.1. DEFINIÇÃO DE DERIVADA 13
2.1.1. NOTAÇÕES 13
2.1.2. EXEMPLOS 14
2.1.3. INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA..................... 15
2.1.4. EQUAÇÃO DA RETA TANGENTE AO GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO... 16
2.1.5. EXEMPLO 16
2.2. DERIVADA DAS FUNÇÕES ELEMENTARES 17
2.2.1. FUNÇÕES DERIVÁVEIS 17
2.2.2. DERIVADA DA FUNÇÃO CONSTANTE 18
2.2.3. DERIVADA DA FUNÇÃO LINEAR 18
2.2.4. DERIVADA DA FUNÇÃO POTÊNCIA DE EXPONENTE NATURAL 18
2.2.5. DERIVADA DA FUNÇÃO POTÊNCIA DE EXPONENTE INTEIRO 19
2.2.6. EXEMPLOS 20
2.2.7. OBSERVAÇÕES SOBRE LIMITE... 20
2.2.8. DERIVADA DA FUNÇÃO EXPONENCIAL 21
2.2.9. DERIVADA DA FUNÇÃO LOGARITMO 22
2.3. EXEMPLOS 23
2.4. REGRAS DE DERIVAÇÃO 24
2.4.1. TEOREMA I (DERIVADA E CONTINUIDADE)............................. 24
2.4.2. DERIVADA DA SOMA 24

2.4.3. EXEMPLOS **25**

2.4.4. DERIVADA DO PRODUTO **25**

2.4.5. DERIVADA DO QUOCIENTE **27**

2.4.6. EXEMPLOS **28**

3. APLICAÇÕES DAS DERIVADAS **29**

3.1. TEOREMA DO MÁXIMO E DO MÍNIMO **29**

3.1.1. TEOREMA DE FERMAT **29**

3.2. TEOREMA DE ROLLE **29**

3.2.1 INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DO TEOREMA DE ROLLE **30**

3.2.2. EXEMPLOS **30**

3.3. TEOREMA DO VALOR MÉDIO DE CAUCHY **31**

3.4. TEOREMA DO VALOR MÉDIO DE LAGRANGE **32**

3.4.1. INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DO TEOREMA DO VALOR MÉDIO DE LAGRANGE **32**

3.4.2. EXEMPLOS **33**

3.4.3. EXEMPLO **33**

4. CONCLUSÃO **34**

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS **35**

ANEXOS **36**

1. INTRODUÇÃO

O conceito de limite, é a base do chamado cálculo infinitesimal que, ao surgi era constituído de duas partes aparentemente distintas: o Cálculo Diferencial e o Cálculo Integral. No entanto logo foi mostrado através do Teorema Fundamental do Cálculo que estes dois cálculos estão intimamente relacionados.

A derivada tem dois aspectos básicos, o geométrico e o computacional. Além disso, as aplicações das derivadas são muitas: a derivada tem muitos papéis importantes na matemática propriamente dita, tem aplicações em física, química, engenharia, tecnologia, ciências, economia e muito mais, e novas aplicações aparecem todos os dias.

Este trabalho de conclusão de curso (TCC) está organizado da seguinte forma: inicialmente apresentamos nossa justificativa para escolha do tema em seguida um pouco da história das derivadas e continuamos com algumas das regras de derivação, posteriormente temos algumas aplicações das derivadas e por ultimo a conclusão.

1.1. EVOLUÇÃO HISTÓRICA DO CONCEITO DE DERIVADA

O conceito de função que hoje pode parecer simples é o resultado de uma lenta e longa evolução histórica iniciada na Antiguidade quando, por exemplo, os matemáticos Babilônios utilizaram tabelas de quadrados e de raízes quadradas e cúbicas ou quando os Pitagóricos tentaram relacionar a altura do som emitido por cordas submetidas à mesma tensão com o seu comprimento. Nesta época o conceito de função não estava claramente definido: as relações entre as variáveis surgiam de forma implícita e eram descritas verbalmente ou por um gráfico.

Só no séc. XVII, quando Descartes e Pierre Fermat introduziram as coordenadas cartesianas, se tornou possível transformar problemas geométricos em problemas algébricos e estudar analiticamente funções. A Matemática recebe assim um grande impulso, nomeadamente na sua aplicabilidade a outras ciências - os cientistas passam, a partir de observações ou experiências realizadas, a procurar determinar a fórmula ou função que relaciona as variáveis em estudo. A partir daqui todo o estudo se desenvolve em torno das propriedades de tais funções. Por outro lado, a introdução de coordenadas,

além de facilitar o estudo de curvas já conhecidas permitiu a "criação" de novas curvas, imagens geométricas de funções definidas por relações entre variáveis.

Foi enquanto se dedicava ao estudo de algumas destas funções que Fermat deu conta das limitações do conceito clássico de reta tangente a uma curva como sendo aquela que encontrava a curva num único ponto. Tornou-se assim importante reformular tal conceito e encontrar um processo de traçar uma tangente a um gráfico num dado ponto - esta dificuldade ficou conhecida na História da Matemática como o “Problema da Tangente".

Fermat resolveu esta dificuldade de uma maneira muito simples: para determinar uma tangente a uma curva num ponto P considerou outro ponto Q sobre a curva; considerou a reta PQ secante à curva. Seguidamente fez deslizar Q ao longo da curva em direção a P, obtendo deste modo retas PQ que se aproximavam duma reta t a que Fermat chamou a reta tangente à curva no ponto P.

Estas idéias constituíram o embrião do conceito de Derivada e levou Laplace a considerar Fermat "o verdadeiro inventor do Cálculo Diferencial". Contudo, Fermat não dispunha de notação apropriada e o conceito de limite não estava ainda claramente definido.

No séc.XVII, Leibniz algebriza o Cálculo Infinitesimal, introduzindo os conceitos de variável, constante e parâmetro, bem como a notação dx e dy para designar "a menor possível das diferenças em x e em y. Desta notação surge o nome do ramo da Matemática conhecido hoje como” Cálculo Diferencial”.

Assim, embora só no século XIX Cauchy introduzia formalmente o conceito de limite e o conceito de derivada, a partir do séc. XVII, com Leibniz e Newton, o Cálculo Diferencial torna-se um instrumento cada vez mais indispensável pela sua aplicabilidade aos mais diversos campos da Ciência.

2. DERIVADAS

2.1. DEFINIÇÃO DE DERIVADA DE UMA FUNÇÃO

Seja f uma função definida em um intervalo aberto um elemento de I. Chama-se derivada de f no ponto o limite

Se este limite existir e for finito.

2.1.1. NOTAÇÕES

A derivada de f no ponto é habitualmente indicada com uma das seguintes notações:

A diferença é chamada acréscimo ou incremento da variável x relativamente ao ponto .

A diferença é chamada acréscimo ou incremento da variável x relativamente ao ponto . O quociente

Recebe o nome de razão incremental de f relativamente ao ponto . Frisemos que a derivada de f no ponto pode ser indicada das seguintes formas:

Quando existe dizemos que f é derivável no ponto . Dizemos também que f é derivável no intervalo aberto I quando existe para todo .

2.1.2. EXEMPLOS

a) Consideremos a função Calculemos sua derivada no ponto .

Solução

Portanto

b) Considere a função . Calculemos sua derivada no ponto

Solução

Portanto

c) Considere a função . Calculemos sua derivada nos pontos

Solução

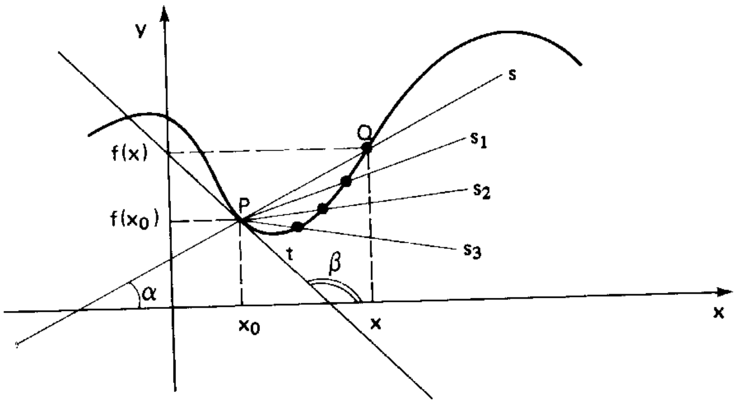
Para temos

Para , temos

2.1.3. INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DA DERIVADA

Seja uma função contínua no intervalo aberto I. Admitamos que exista a derivada de no ponto .

Dado um ponto , tal que , consideremos a reta s determinada pelos pontos P( ) e .



A reta s é secante com o gráfico de f e seu coeficiente angular é dado pela expressão abaixo

Como f é contínua em I, então, quando x tende a , Q desloca-se sobre o gráfico da função e se aproxima de P. Consequentemente a reta s desloca-se e tende a coincidir com a reta t tangente a curva no ponto P. Como existe a derivada em tem-se

Concluímos assim, que:

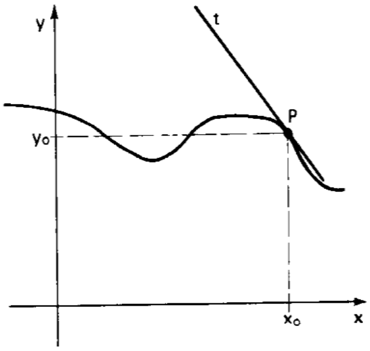
A derivada de uma função f no ponto é igual ao coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa .

2.1.4. EQUAÇÃO DA RETA TANGENTE AO GRÁFICO DE UMA FUNÇÃO

Quando queremos obter a equação de uma reta passando por um ponto e com coeficiente angular m, utilizamos a fórmula de geometria analítica:

Em particular, se queremos a equação da tangente t ao gráfico de uma função f no ponto , onde f é derivável, basta fazer

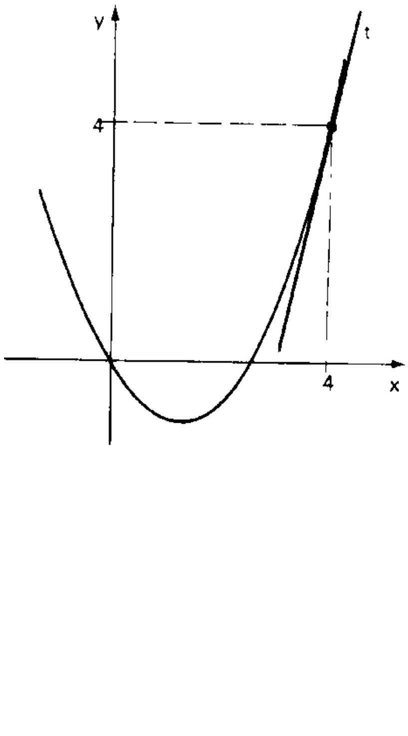
A equação da reta t fica:



2.1.5. EXEMPLO

Determinar a equação da reta tangente á curva no seu ponto de abscissa 4

Solução



Então é o ponto de tangência e

Portanto o coeficiente angular de t é 5 e sua equação é:

2.2. DERIVADAS DAS FUNÇÕES ELEMENTARES

2.2.1. FUNÇÕES DERIVÁVEIS

Sejam um intervalo aberto e uma função. Dizemos que é derivável em se existe o limite

O limite acima quando existe é denotado por e denominado derivada da função f no ponto .

Considerando , ou seja, temos se, e somente se, .

Neste caso quando o limite existe, escrevemos

Considere a função definida por

O limite a direita de q no ponto , que se designa por é chamado derivada lateral a direita de f no ponto . Em símbolos temos:

O limite a esquerda de q no ponto , que se designa por é chamado derivada lateral a esquerda de f no ponto . Em símbolos temos:

A Derivada de f em existe quando as Derivadas laterais existem e são iguais. Isto é

2.2.2. DERIVADA DA FUNÇÃO CONSTANTE

Seja definida por k uma constante. Se é um ponto qualquer de então f é derivável em e

Prova:

De fato, Seja arbitrário. Então por definição temos:

Portanto ,

2.2.3. DERIVADA DA FUNÇÃO LINEAR

Seja definida por , . Se é um ponto qualquer de então f é derivável em e .

Prova:

De fato, Seja arbitrário. Então por definição temos

Portanto ,

2.2.4. DERIVADA DA FUNÇÃO POTÊNCIA DE EXPONENTE NATURAL

Seja a função onde n . Então

Prova:

De fato, por definição temos que

Mas, de acordo com a fórmula do Binômio de Newton, temos que

Substituindo em (I), Obtemos

Portanto

2.2.5. DERIVADA DA FUNÇÃO POTÊNCIA DE EXPOENTE INTEIRO

Já sabemos que, sendo n ,

Consideremos agora a função , onde P é um número inteiro negativo, isto é

, com n . Assim:

Aplicando a regra da derivada do quociente, temos

Portanto p

2.2.6. EXEMPLOS

Seja ·, então

Seja , enão

Seja ——

2.2.7. OBSERVAÇÕES SOBRE LIMITE

A seguir vamos mostrar dois resultados sobre limite de funções que serão utilizados para demonstrar as derivadas das funções Logaritmo e Exponencial:

–

Prova:

Façamos – donde – Se x e, se x Assim

– –

– –

Portanto

–

Como queríamos mostrar.

——

Prova:

Suponhamos, primeiramente, que . Façamos Daí vem

Se x então . Assim

No caso em que , temos também

Portanto

2.2.8. DERIVADA DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

Consideremos a função exponencial , com . Então

Prova:

De fato, por definição de derivada temos

Mas, conforme vimos na observação ( ), têm-se que Substituindo em (I):

Portanto

Como queríamos mostrar.

EXEMPLOS

Vamos Determinar as derivadas de cada uma das seguintes funções exponenciais abaixo:

; ; c)

Solução

2.2.9. DERIVADA DA FUNÇÃO LOGARITMO

Considere a função logaritmo . Então

Prova:

De fato, Consideremos inicialmente a função logaritmo de base , ou seja,

Assim, usando a definição de derivada temos

Fazendo – Assim

Substituindo em (I) obtemos:

Portanto

Considere agora o caso da função logaritmo de base qualquer,

Ou seja,

Pela fórmula de mudança de base, temos

Assim

Portanto

Como queríamos mostrar

2.3. EXEMPLOS

Calcular a derivada das funções abaixo:

;

Solução

logo

2.4. REGRAS DE DERIVAÇÃO

2.4.1. TEOREMA I (Derivada e Continuidade)

Seja uma função derivável em um ponto **,** onde I é um intervalo aberto. Então f é continua em

Prova:

Considere

Passando ao limite em quando e usando propriedades de limite temos:

Isto é , portanto f é contínua em · Como queríamos mostrar

2.4.2. DERIVADA DA SOMA

Sejam f e g funções definidas em um intervalo aberto I e deriváveis em .

Então f + g é derivável em e .

Prova:

Temos que

Passando ao limite quando em e usando o fato de f e g serem deriváveis em e propriedades de limite de funções obtemos:

Existe e, além disso,

Portanto

.

Como queríamos mostrar

2.4.3. EXEMPLOS

a) Sejam e . Vamos determinar a derivada da soma de f com g Temos

b) Sejam e . Determinemos a derivada da soma de f com g, Temos

2.4.4. DERIVADA DO PRODUTO

Sejam funções definidas em um intervalo aberto I e deriváveis em .

Então é derivável em e

.

Prova:

Temos que

Como f é derivável em , então f é continua em pelo Teorema I. Logo

Passando ao limite em quando h→0, usando as hipóteses de serem deriváveis em , propriedades de limite de funções e Obtemos:

.

Portanto de concluímos que è derivável em e além disso, conclui-se também que,

Como queríamos mostrar.

Exemplos

a) Seja $\Longrightarrow$

b) Seja

2.4.5. DERIVADA DO QUOCIENTE

Sejam f e g funções definidas em um intervalo aberto I e deriváveis em , com g ≠ 0. Então – é derivável em e

Prova:

Temos que

Como g é derivável em Então g é continua em pelo Teorema (I). Logo

Passando ao limite na expressão acima quando $h \to 0$, usando as hipóteses de serem deriváveis em e propriedades de limite de funções obtemos:

Portanto concluímos que é derivável em e, além disso,

Como queríamos mostrar

2.4.6. EXEMPLOS

Seja , com . Temos, que

Seja com . Temos, que

3. APLICAÇÕES DAS DERIVADAS

3.1. TEOREMA II (Teorema do Máximo e do Mínimo)

Sejam um intervalo fechado e uma função contínua. Então existem em tais que

3.1.1. TEOREMA III (Teorema de Fermat)

Se é uma função derivável no ponto e é extremo local de f. Então .

Observação: Os teoremas (II) e (III), não serão aqui demonstrados, utilizaremos apenas seus resultados para provar o teorema (IV).

3.2. TEOREMA IV (Teorema de Rolle)

Seja f uma função contínua em e derivável em com . Então existe um tal que .

Prova

Se para todo como então será constante em e, portanto = 0 para todo .

Suponhamos que para algum . Afirmação: assume extremos em (a, b).

De fato, Como ℝ é continua pelo teorema (II) existem tais que

Vamos mostrar que .

Suponhamos por contradição que desse modo

Isto é . O que é uma contradição, pois por hipótese.

Logo

Se como é ponto de mínimo e é derivável em então pelo teorema (III), temos que

Se como é ponto de máximo e é derivável em então pelo teorema (III), temos que

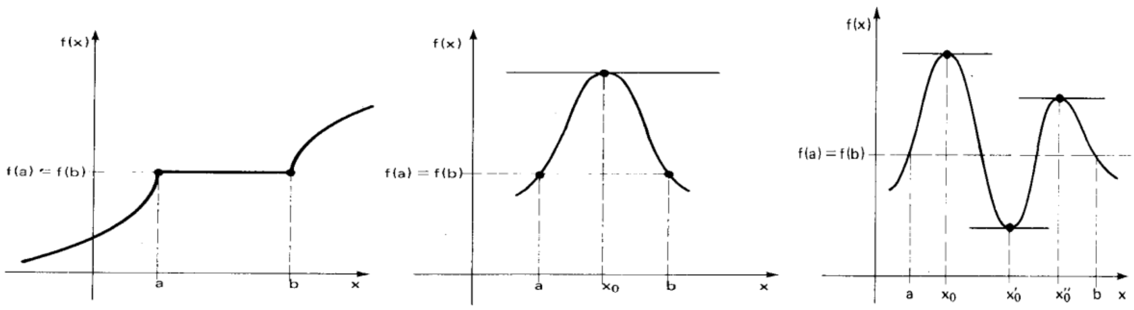
Logo ou

Portanto

Para algum , como queríamos mostrar.

3.2.1. INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DO TEOREMA DE ROLLE

O teorema de Rolle afirma que se uma função é derivável em , contínua em e assume valores iguais nos extremos do intervalo, então em algum ponto de (a, b) a tangente ao gráfico de f é paralela ao eixo .



3.2.2. EXEMPLOS

a) Seja ℝ definida por . Mostremos que existe tal que = 0.

Solução

Notemos que é contínua em , derivável em e .

Logo, de acordo com o Teorema de Rolle, existe tal que = 0. Isto é

Portanto .

b) Dada . Mostremos que existe tal que

Solução

De fato, sendo f polinomial é continua e derivável em , em particular f é contínua em [2, 4] e derivável em Assim pelo teorema de Rolle existe tal que . Isto é

Portanto

3.3. TEOREMA V (Teorema do Valor Médio de Cauchy)

Sejam funções Reais contínuas em [a, b] e deriváveis em (a, b). Então existe um tal que

Prova: Considere a função ℝ definida por

Temos que a função h satisfaz as hipóteses do teorema de Rolle. De fato

Por ser diferença de funções continuas

Por ser diferença de funções deriváveis

Assim pelo teorema de Rolle existe tal que , isto é

O que implica

Como queríamos mostrar.

3.4. TEOREMA VI (Teorema do Valor Médio de Lagrange)

Seja ℝ uma função contínua em e derivável em . Então existe tal que

Prova:

Do teorema do valor médio de Cauchy, temos que para quaisquer f e g continuas e deriváveis:

(I)

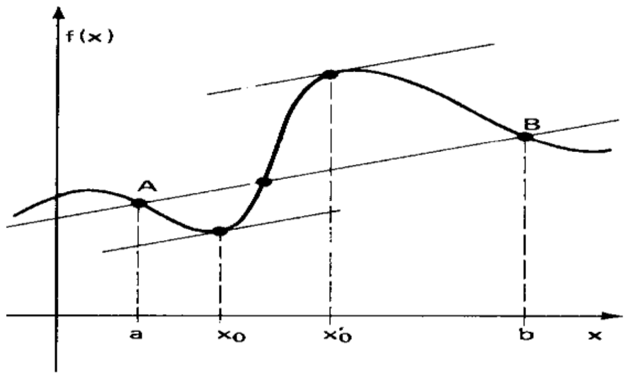
Considerando Como

Substituindo em (I), obtemos

Como queríamos mostrar

3.4.1. INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA DO TEOREMA DO VALOR MÉDIO DE LAGRANGE

Segundo o teorema do valor Médio de Lagrange, se f é função contínua em [a, b] e derivável em (a, b), então existe um ponto tal que a reta tangente ao gráfico de f no ponto é paralela a reta determinada pelos pontos e , por terem coeficientes angulares iguais.



3.4.2. EXEMPLO

Dada , verificar se as condições do teorema do valor médio estão satisfeitas para o intervalo [-1, 2], em caso afirmativo determine todos os números , tal que

Solução

Notemos que é derivável e contínua em ℝ, portanto também é no intervalo [-1, 2]. Sua derivada é

Então

ou .

Como queremos no intervalo , só nos convém .

3.4.3. EXEMPLO

Seja definida por . Mostremos que existe tal que

Temos que:

Seja , é contínua pois é polinomial

Seja , é derivavel pois é polinomial

Logo, pelo teorema do valor médio existe tal que

Logo

4. CONCLUSÃO

Nesse nosso trabalho fizemos um estudo mais aprofundado no conceito de Derivadas e suas aplicações no estudo das Funções contínuas em intervalos fechados. Procuramos provar matematicamente todos os resultados aqui apresentados, pois acreditamos que o estudo realizado dessa maneira possibilita maior amadurecimento do conteúdo. O nosso objetivo foi mostrar como se chegar aqueles resultados que nós alunos de graduação estudamos no Curso de Cálculo Diferencial, uma vez que no Curso de Cálculo os resultados em geral não são demonstrados, pois não é esse o objetivo do Curso de Cálculo. O estudo de derivadas é extremamente importante para nossa formação, pois são várias as suas aplicações em física, química economia, tecnologia e novas aplicações aparecem diariamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOULOS, Paulo. **Introdução ao Cálculo Diferencial. vol1/**PauloBoulos-São Paulo:Edgard Blucher, 1974.

FLEMMING, Diva Marília. **Cálculo A** / Diva Marília Flemming. - Pearson Prentice Holl,2006.

GIOVANNE, José Ruy. **Matemática completa /** José Ruy Giovanni; José Roberto Bonjorno. -- São Paulo: FTD, 2005.

GUIDORIZZI, HamiltinLuiz. **Um Curso de Cálculo, vol.1**/ Hamilton Luiz Guidorizzi - Rio de Janeiro: LTC, 2008.

IEZZI, Gelson, Samuel**. Fundamentos de Matemática elementar**(Limites,Derivas e integral).-2 ed.-- SP:Atual,1977.

MACIEL, Aldo Bezerra; LIMA, Osmundo Alves. **Introdução à analise real** / Aldo Bezerra Maciel; Osmundo Alves Lima. - - Campina Grande: EDUEP, 2005.

SWOKOWKI, Earl William, **Cálculo com geometria analítica** / Earl.W.Swokowki-- SP:Makron Books, 1994.

http://www.somatematica.com.br/esuperior/derivdas/historia.
Acesso em: 7de Dezembro de 2012 as 09h00min

ANEXO A- BIOGRAFIA DE JOSEPH LOUIS DE LAGRANGE

O físico francês Joseph Louis de Lagrange, nasceu em 25 de janeiro de 1736, e morreu em 10 de abril de 1813. Foi um dos cientistas matemáticos e físicos mais importantes do final do século 18. Ele inventou e trouxe à maturidade o cálculo de variações e depois aplicou a nova disciplina para MECÂNICA CELESTIAL, especialmente para achar soluções melhoradas para o PROBLEMA de TRÊS-CORPOS.

Lagrange também contribuiu significativamente à solução numérica e algébrica de equações e para a teoria do número. No seu clássico *analytique de Mecanique* (Mecânica Analítica, 1788), ele transformou a mecânica em um ramo da análise matemática. O tratado resumiu os resultados principais conhecidos em mecânica no século 18 e é notável para isso, o uso da teoria de equações diferenciais. Outra preocupação central de Lagrange eram as fundações do cálculo. Em um livro de 1797 ele acentuou a importância de série de Taylor e o conceito de função. A procura dele para fundações rigorosas e generalizações fixou a fase de Augustin Cauchy, Niels Henrik Abel, e Karl Weierstrass no próximo século.

Lagrange serviu como professor de geometria na Escola de Artilharia Real em Turin (1755-66) e lá ajudou fundar a Academia Real de Ciência, em 1757. Por causa do excesso de trabalho e pagamento baixo, sofreu com a sua saúde, ficando com uma constituição debilitada para vida. Quando Leonhard Euler deixou a Academia de Ciência de Berlim, Lagrangesucedeu ele como diretor da seção matemática em 1766. Em 1787 ele deixou Berlim para se tornar um membro da Academia de Ciência de Paris, onde ele permaneceu pelo resto de sua carreira. Um homem diplomático e ameno, Lagrange sobreviveu à Revolução francesa. Nos anos 90 (1790), ele trabalhou no sistema métrico e defendeu uma base decimal. Ele também ensinou na Escola Politécnica, que ele ajudou fundar. Napoleão o nomeou para a Legião de Honra e Conta do Império em 1808.

ANEXO B- BIOGRAFIA DE AUGUSTINLOUIS CAUCHY

Augustin Louis Cauchy nasceu em 21 de agosto de 1789, e morreu dia 23 de maio de 1857.

Foi um matemático francês e físico-matemático que provou (1811) que os ângulos de um poliedro convexo são determinados por suas faces (as superfícies planas que formam um sólido geométrico).

Numerosos termos em matemática possuem o nome dele, por exemplo, o teorema integral de Cauchy, na teoria de funções complexas, e o Cauchy-Kovalevskaya, teorema existente para a solução de equações diferenciais parciais. Cauchy foi o primeiro a fazer um estudo cuidadoso das condições para CONVERGÊNCIA de SÉRIE infinita; ele também deu uma definição rigorosa de uma integral independente do processo de diferenciação e desenvolveu a teoria matemática da elasticidade. Os textos dele, Cours d'analyse (Curso em Análise, 1821) e os 4 volumes Exercises d'analyse et de physiquemathematique (Exercícios em Análise e em Físicas Matemáticas, 1840-47) foram altamente influentes.