



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VIII
CENTRO DE CIÊNCIAS, TECNOLOGIA E SAÚDE
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

FAGNE FERNANDES DA SILVA JUSTINO

**A LEI DE GAUSS PARA A GRAVITAÇÃO: UMA ANÁLISE
APROXIMADA DO CAMPO NO INTERIOR DA TERRA**

ARARUNA, PB
AGOSTO DE 2017

FAGNE FERNANDES DA SILVA JUSTINO

**A LEI DE GAUSS PARA A GRAVITAÇÃO: UMA ANÁLISE
APROXIMADA DO CAMPO NO INTERIOR DA TERRA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Física da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Física.

Área de concentração: Física.

Orientador: Prof. Dr. José Jamilton Rodrigues dos Santos.

ARARUNA, PB
AGOSTO DE 2017

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do Trabalho de Conclusão de Curso.

J96l Justino, Fagne Fernandes da Silva.

A lei de gauss para a gravitação [manuscrito] : uma análise aproximada do campo no interior da terra / Fagne Fernandes da Silva Justino. - 2017

21 p.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências, Tecnologia e Saúde, 2017.

"Orientação : Prof. Dr. José Jamilton Rodrigues dos Santos, Coordenação do Curso de Licenciatura em Física - CCTS."

1. Física. 2. Gravitação. 3. Eletrostática.

21. ed. CDD 530

FAGNE FERNANDES DA SILVA JUSTINO

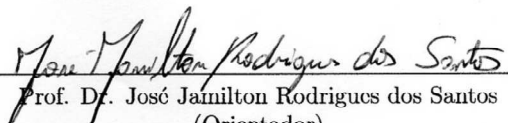
**A LEI DE GAUSS PARA A GRAVITAÇÃO: UMA ANÁLISE
APROXIMADA DO CAMPO NO INTERIOR DA TERRA**

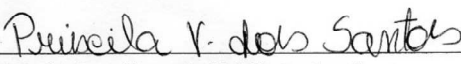
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Graduação em Física da Univer-
sidade Estadual da Paraíba, como requisito
parcial à obtenção do título de Licenciado em
Física.


Área de concentração: Física.

Aprovado em 16/08/2017

BANCA EXAMINADORA


Prof. Dr. José Jamilton Rodrigues dos Santos
(Orientador)


Prof.^a Dr.^a Priscila Valdênia dos Santos
(Examinadora)


Prof. Dr. João Hugo Baracuy da Cunha Campos
(Examinador)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	6
2	A FORMULAÇÃO GAUSSIANA GRAVITACIONAL	7
2.1	Massa Pontual	9
2.2	Disco de massa	10
2.3	Casca de massa esférica oca	10
3	MODELAGEM DO CAMPO GRAVITACIONAL	11
3.1	Modelo Preliminar de Referência da Terra (PREM)	11
3.2	Estimativa do Campo Gravitacional	14
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	15
4.1	Gravidade do Núcleo Interno	16
4.2	Gravidade do Núcleo Externo	16
4.3	Gravidade do Manto	17
4.4	Perfil Gravitacional	18
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	20
6	REFERÊNCIAS	21

A LEI DE GAUSS PARA A GRAVITAÇÃO: UMA ANÁLISE APROXIMADA DO CAMPO NO INTERIOR DA TERRA

Fagne Fernandes da Silva Justino ¹

RESUMO

O presente trabalho visa tratar alguns aspectos da gravitação em analogia à eletrostática, abordando a Lei de Gauss no contexto gravitacional, analisando o comportamento do campo gravítico no interior da Terra. A referida análise consiste em descrever a aceleração gravitacional em função da profundidade mediante utilização de dados sismológicos (ak135-f) do *Preliminary Reference Earth Model* (PREM), para o perfil de densidade e para modelagem através da utilização do *MapleTM software*. Os resultados mostram que o campo gravitacional, considerando uma densidade variável, aumenta de forma não linear com mudanças abruptas à medida que se aproxima da superfície, devido às diferenças significativas de densidade das estruturas internas. Conclui-se que as áreas correlatas podem ser fontes de novas discussões e o uso de recursos computacionais impulsiona o tratamento de modelos, podendo contribuir para novas abordagens de fenômenos físicos.

Palavras-Chave: Campo Gravitacional; Fluxo Gravítico; Modelagem Computacional.

1 INTRODUÇÃO

A Física é uma ciência fundamental e abrangente que possui estreitas relações com outras ciências, correspondendo atualmente ao que se costumava chamar de filosofia natural tendo grande efeito em todo desenvolvimento científico (Feynman & Leighton, 2008). Essa relação aparente ocorreu devido ao seu papel básico mediante a todos os fenômenos que, conseqüentemente, proporcionou contribuições a outros ramos da ciência ao mesmo tempo que também era acrescida de conhecimento. Alguns exemplos dessa relação estão na elaboração de instrumentos meteorológicos através de experimentos Físicos, como também na interpretação de algumas interações na química teórica que foi esclarecida pela mecânica quântica. Enfim, atualmente a Física ainda mantém e constrói novas relações com outras áreas, como a Biologia, por exemplo; no entanto, a relação com a matemática é definitivamente singular e frutífera.

O trabalho em paralelo com grandes matemáticos acrescentou um brilhantismo de formalidades à Física, e um nome que se destaca por suas contribuições é o de Carl Friedrich Gauss (1777-1855). De acordo com Reips (2006) Gauss desenvolveu e provou o *Teorema da Divergência*, enquanto trabalhava em estudos gravitacionais, também conhecido como Teorema de Gauss. O Teorema da Divergência é utilizado como uma

¹Aluno de Graduação em Física pela Universidade Estadual da Paraíba – Campus VIII
E-mail: fagnefernandes@hotmail.com

poderosa ferramenta para relacionar integrais de superfície em integrais de volume, o que é muito conveniente no estudo de campos vetoriais de alguns fenômenos físicos.

A utilização da Lei de Gauss no contexto gravitacional é um exemplo da interação entre áreas da própria física, que resultam em novos desdobramentos. Aliás, a utilização do teorema da divergência em si no tratamento de fenômenos físicos, demonstra um aspecto ainda mais geral, demandando a importância de realizar estudos que reforcem ideias entre áreas correlatas. Embora esse aspecto seja ressaltado atualmente, tanto a Física quanto a Matemática andavam juntas sem muita distinção em trabalhos de grandes matemáticos dos séculos XVIII e XIX, como os Bernoulli, Euler, Lagrange, Gauss, Hamilton, entre outros (Batista e Mozolevski, 2010).

Outro aspecto que reforça a relação comutadora entre as áreas é a aplicação de recursos computacionais, de modo a desenvolver uma modelagem expressiva que impulse o estudo de modelos não lineares. Assim, de acordo com Veit e Araújo (2005), a modelagem computacional aplicada a problemas físicos auxilia o trabalho de pesquisa, realizando cálculos extensos de maneira eficiente, otimizando o tempo e possibilitando novas interpretações e generalizações. O presente trabalho propõe uma abordagem alternativa no estudo da gravitação em uma analogia à eletrostática, através da análise do campo gravitacional da terra interligado a áreas correlatas, fazendo uso de dados geofísicos e modelagem por meio de recursos computacionais.

2 A FORMULAÇÃO GAUSSIANA GRAVITACIONAL

No estudo básico da eletrostática, para uma abordagem do campo elétrico, nos é apresentado o cálculo do fluxo elétrico através de uma superfície. Por conseguinte, utiliza-se a Lei de Gauss para relacionar o fluxo com a carga encerrada existente em uma superfície fechada. A versatilidade dessa relação nos permite analisar de maneira alternativa outro campo bastante conhecido, o gravitacional.

Essa possibilidade não é devido ao acaso, pois de acordo com Simões (2014), existe muita similaridade do ponto de vista estrutural nas relações entre o campo elétrico e gravitacional, apesar de pertencerem a naturezas distintas. Se considerarmos ambas as forças (elétrica e gravitacional), são inversamente proporcionais ao quadrado da distância e diretamente proporcionais ao produto de suas grandezas (carga e massa). A semelhança é evidente como pode-se notar:

$$\vec{F}_e = k \frac{q_i q_j}{r^2} \hat{r}, \quad (1)$$

$$\vec{F}_g = -G \frac{m_i m_j}{r^2} \hat{r}. \quad (2)$$

Obviamente as diferenças também são, uma vez que a força elétrica pode ser atrativa e repulsiva, enquanto a força gravitacional apenas atrativa. No entanto, voltando ao caso do cálculo do fluxo, é possível estabelecer outras relações inerentes a essas entidades. Como usualmente descrito, o fluxo elétrico é dado por,

$$\Phi_e = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} \quad (3)$$

admitindo um fluxo gravitacional, tem-se analogamente,

$$\Phi_g = \oint \vec{g} \cdot d\vec{A} = -4\pi Gm. \quad (4)$$

Essas relações formam a Lei de Gauss na forma integral para o caso elétrico e gravitacional, respectivamente. É claro que essas relações se aplicam a situações restritas e específicas e, nesse contexto, apenas ilustram a semelhança entre ambas. Ainda é possível estabelecer essas equações de modo a serem muito convenientes para fins específicos.

Aplicando o teorema da divergência (também conhecido como teorema de Gauss) nas equações anteriores, qual relaciona o fluxo sob uma superfície a uma integral de volume, permite a obtenção, por exemplo, de elementos de densidade volumétrica. Para o caso elétrico,

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} d\tau. \quad (5)$$

Relacionando (5) com (3) obtemos,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (6)$$

De forma análoga para o gravitacional:

$$\oint_S \vec{g} \cdot d\vec{A} = \int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{g} d\tau. \quad (7)$$

Portanto,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{g} = -4\pi G\rho. \quad (8)$$

Essas relações configuram uma segunda formulação e são conhecidas como forma diferencial da Lei de Gauss, a equação (6) sendo também uma das quatro equações de Maxwell do eletromagnetismo. A Lei de Gauss no contexto gravitacional, apesar de promover discussões alternativas e significativas, pouco é mencionada ou discutida até mesmo em cursos de graduação. Na próxima seção serão apresentados alguns tópicos básicos discutidos na eletrostática no contexto gravitacional.

2.1 Massa Pontual

Como foi apresentando implicitamente na eq.(2), a Lei da Gravitação Universal de Newton propõe que a intensidade da força exercida entre duas massas M e m , separadas por uma distância r , é dada pela expressão:

$$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\hat{r} \quad (9)$$

onde G é a constante gravitacional universal. E, de acordo com a segunda lei de Newton, admitindo g como aceleração da gravidade tem-se

$$\vec{F} = -m\vec{g}. \quad (10)$$

Relacionando (9) e (10) e evidenciando g obtém-se

$$g = -G\frac{M}{r^2}. \quad (11)$$

Aplicando a Lei de Gauss para gravitação deve-se obter o mesmo resultado. Avaliando (4) e considerando que a força atue perpendicularmente em todos os pontos, o produto interno na integral se torna um produto simples. Dessa forma temos,

$$g(4\pi r^2) = -4\pi Gm \Rightarrow g = -G\frac{m}{r^2},$$

que é o campo gravitacional para uma massa pontual referido na equação (11).

2.2 Disco de massa

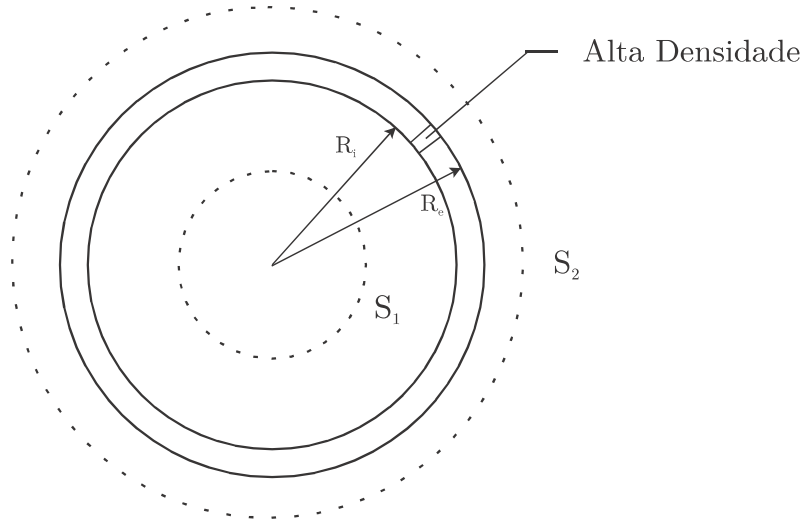
Um exemplo de simetria plana radial que poderia ser relacionada a essa distribuição seria a Terra plana da idade medieval. O disco de massa, embora não seja tão diferente do que já foi apresentado, provavelmente seria a maneira adequada de aferir o campo gravitacional se a Terra “ainda tivesse o formato plano”. Novamente aplicando a Lei de Gauss, eq.(4), e considerando uma densidade superficial de massa $m = \sigma A$,

$$g = -4\pi G\sigma.$$

Existem muitas discussões específicas por trás desses cálculos, no entanto não atenhamos a elas, pois não é objetivo desse trabalho, de modo que o intuito é ressaltar um paralelismo entre a eletrostática e gravitação. Para uma abordagem mais sofisticada consultar Simpson (2006) e Tort (2014).

2.3 Casca de massa esférica oca

Figura 1: Diagrama de uma esfera massiva oca.



Considerando uma distribuição de massa esférica oca, pode-se analisar intuitivamente o seu campo através da Lei de Gauss. Assim como na eletrostática, o campo é originado pela carga encerrada em uma região. Podemos supor que, no caso da gravitação, se na área encerrada não há massa (S_1), $g=0$. Para o exterior (S_2), podemos considerar que toda massa está concentrada no centro, desse modo g será dado pela equação (11), ou seja, de uma massa pontual.

$$g = \begin{cases} -G\frac{M}{r^2}, r > R_i \\ 0, r < R_i \end{cases}.$$

3 MODELAGEM DO CAMPO GRAVITACIONAL

Para avaliarmos a curva do campo gravitacional para o caso de densidade variável serão necessárias algumas considerações preliminares. Mesmo que considerar a densidade variável possa acrescentar uma suposta complexidade, o problema físico em si sequer aproxima-se da realidade, tendo em vista que existem muitas aproximações e estimativas, donde o máximo que essa pesquisa pretende alcançar é uma discussão alternativa e específica do modelo gravitacional. Portanto, são propostas as simplificações e considerações a seguir:

1. Para fins da pesquisa a Terra será considerada com geometria esférica perfeita. A Terra não é uma esfera perfeita, o geóide é a forma que mais se aproxima e onde a gravidade atua perpendicularmente à superfície. Entretanto, existem simplificações devido à complexidade da modelagem, e portanto, a forma usual é o elipsóide de revolução achatado nos polos (Carvalho, 2008).
2. Algumas camadas do interior da terra e as discontinuidades serão descartadas, sendo considerado apenas o núcleo interno, núcleo externo e manto com raios fixos determinados.
3. Será utilizado o modelo sismológico ak135-f do Preliminary Reference Earth Model (PREM), para o perfil de densidade versus profundidade. De acordo com Souza (2013), este é o modelo mais utilizado atualmente como referência de dados globais de sismologia.
4. Os dados serão compilados no *MapleTM Software* (versão 15.0), para análise das funções que descrevem ou se aproximem das curvas de densidade obtidas pelo PREM.

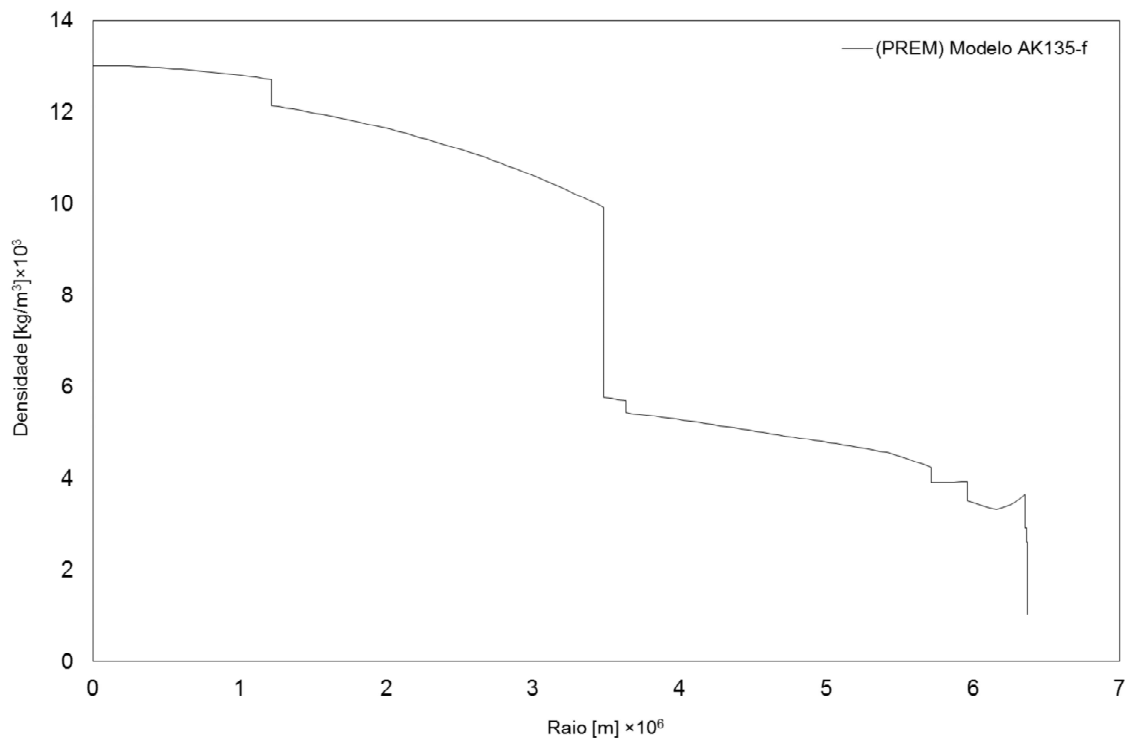
3.1 Modelo Preliminar de Referência da Terra (PREM)

O PREM foi desenvolvido por Adam M. Dziewonski e Don L. Anderson em resposta às diretrizes do “ Comitê Padrão do Modelo da Terra”, da Associação Internacional de Geodesia (IAG) e da Associação Internacional de Sismologia e Física do Interior da Terra (IASPEI). É um modelo unidimensional que representa as propriedades médias da Terra

em função do raio planetário (Dziewonski e Anderson, 1981). De acordo com Souza (2013), os modelos sismológicos da Terra normalmente usam os perfis de velocidade versus profundidade e uma equação de estado relacionando ρ e K para obter perfis de pressão, densidade e módulos elásticos, este modelo tem sido amplamente utilizado como base para a tomografia sísmica e modelos geofísicos globais relacionados.

Os modelos de referência da Terra incluem o *iasp91* e o *ak135*, este último sendo uma atualização. Tal como o seu antecessor, *ak135-f* é um modelo de velocidade radial estratificado e as tabelas de tempo de trânsito são derivadas deste modelo, de modo que existe uma base consistente para todas as fases. Para interesse da pesquisa, iremos utilizar os dados de densidade em função da distância radial. Esses dados são traduzidos na figura (2).

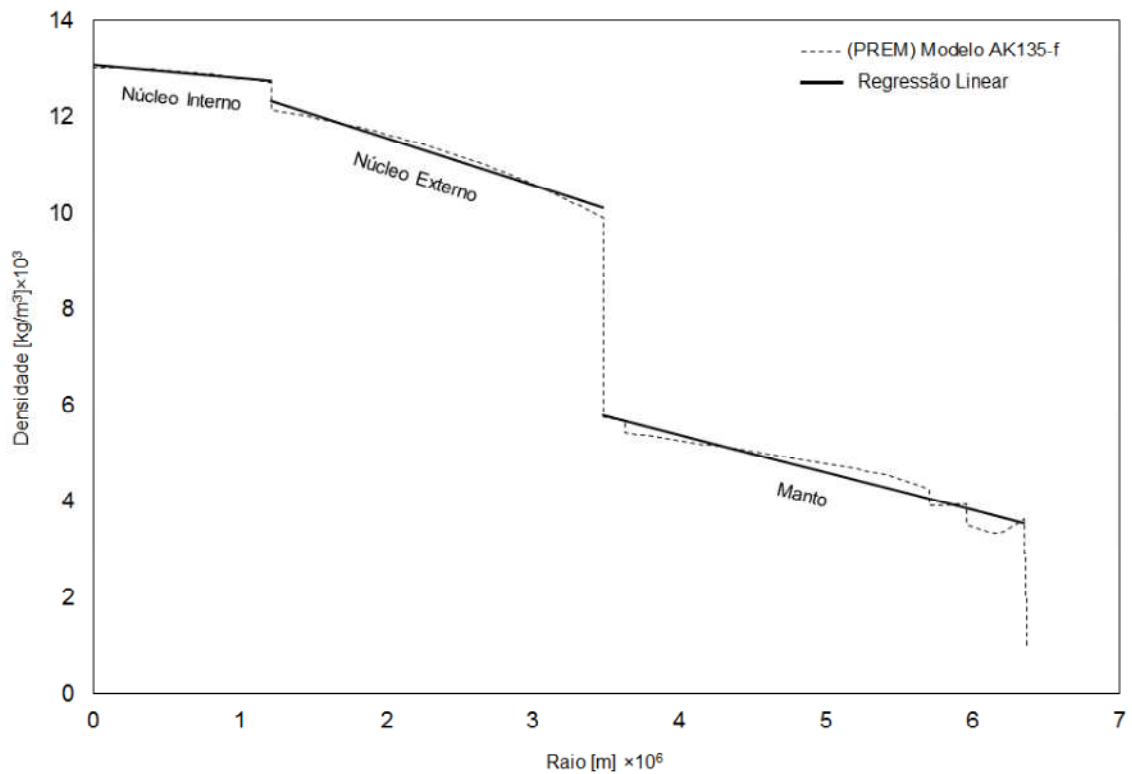
Figura 2: Perfil de densidade em função do raio da Terra obtido dos dados do PREM (modelo *ak135-f*).



Percebe-se um decaimento da densidade à medida em que aproximamos da superfície e também mudanças abruptas nesse intervalo. Isso ocorre principalmente pela composição de cada camada. O desafio para descrever um perfil de densidade em função da distância consiste no fato de ocorrerem essas mudanças abruptas de densidade na transição das camadas, o que caracteriza uma descontinuidade. Uma alternativa é tratar cada camada independentemente, obtendo assim três funções de densidade, e conseqüentemente três expressões para o campo gravitacional, como podemos observar na figura a seguir:

A regressão linear é satisfatória para fins da pesquisa, como se pode observar, pois o núcleo interno e externo seguem um padrão linear, com ligeira exceção ao manto, por

Figura 3: Perfil de densidade em função do raio da Terra com linearização de camadas.



conter variações. Sendo assim, fazendo a regressão linear das séries obtemos as seguintes funções lineares, Tabela (1):

Tabela 1: Funções lineares de densidade.

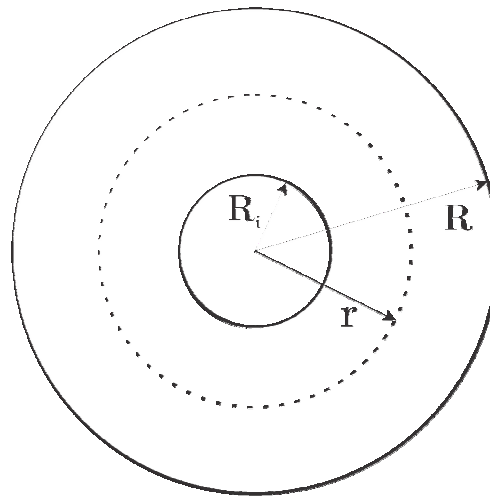
Camada	Função de densidade	R^2
Núcleo Interno	$\rho_{ni}(r) = 13061 - 0,0003r$	0,933
Núcleo Externo	$\rho_{ne}(r) = 13506 - 0,001r$	0,978
Manto	$\rho_m(r) = 8541 - 0,0008r$	0,933

Essas funções descrevem o comportamento da densidade em função do raio apenas em seus intervalos, a densidade aproximada total será a soma dessas funções.

3.2 Estimativa do Campo Gravitacional

Como a abordagem é através da mecânica clássica e está sendo considerada uma estrutura idealizada com simetria esférica, é de grande valia utilizar o teorema das cascas, pois promove significativas simplificações no cálculo do campo gravitacional. Sendo assim, aplicando a Lei de Gauss e considerando uma superfície gaussiana imaginária para o campo gravitacional, tem-se a representação:

Figura 4: Diagrama da superfície gaussiana.



onde R é o raio total, R_i a superfície interna e r a superfície gaussiana. A Lei de Gauss para a gravitação nos diz que o fluxo gravitacional através de uma superfície fechada é proporcional à massa encerrada,

$$\oint \vec{g} \cdot d\vec{A} = -4\pi G m_t, \quad (12)$$

(Lei de Gauss Gravitacional)

G é a constante gravitacional, e m a massa que é dada por:

$$dm = \begin{cases} \lambda dl \\ \sigma da \\ \rho d\tau \end{cases} .$$

Como temos uma distribuição volumétrica e uma função de densidade em relação à profundidade,

$$m = \int \rho_n(r) d\tau. \quad (13)$$

Para realizar a integração, o elemento de volume deverá estar em função da distância radial. Como há simetria esférica o cálculo se torna simples sendo:

$$d\tau = 4\pi r^2 dr.$$

Pode-se generalizar o cálculo das funções de densidade considerando

$$\rho_n(r) = a_n + b_n r \quad (14)$$

em que a é o coeficiente linear e b o coeficiente angular, dessa forma substituindo (14) em (13), tem-se:

$$m_n = 4\pi \int_{R_i}^r a_n r^2 + b_n r^3 dr. \quad (15)$$

Aplicando a Lei de Gauss

$$g \cdot 4\pi r^2 = \bar{G} 4\pi \int_{R_i}^r a_n r^2 + b_n r^3 dr$$

com $\bar{G} = -4\pi G$. A Lei de Gauss apresenta aqui seu poder de tornar o cálculo simples. Dessa forma, obtém-se uma expressão generalizada em função da distância radial para g no interior da Terra

$$g(r) = \bar{G} \left(\frac{a_n}{3} r + \frac{b_n}{4} r^2 \right). \quad (16)$$

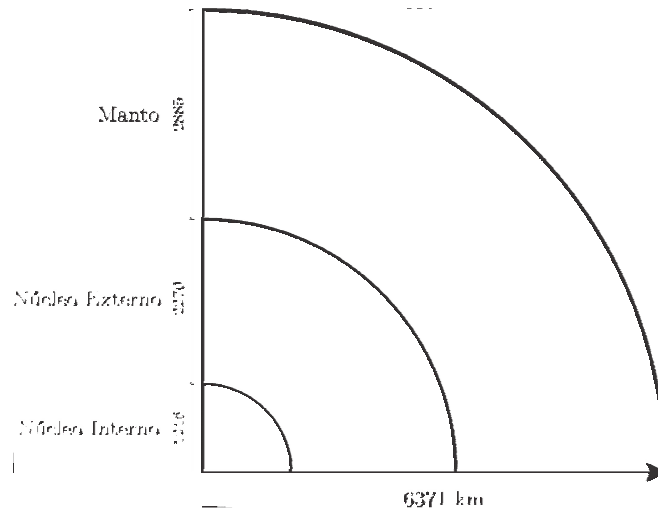
(g em função do raio)

Com a expressão de g em função do raio da Terra em mãos, resta apenas utilizar o *MapleTM Software* para compilar as funções e obter os gráficos.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Como dito anteriormente os diâmetros e distâncias foram considerados fixos e determinados, a figura (5) representa com proporção e detalhamento os valores utilizados. Outra consideração é a aceleração gravitacional sendo de $9,81 \text{ m/s}^2$ na superfície.

Figura 5: Estrutura simplificada da Terra.



4.1 Gravidade do Núcleo Interno

A função de densidade $\rho_{ni}(r)$ para o Núcleo Interno é tal que

$$\rho_{ni}(r) = 13061 - 0,0003r.$$

Desse modo

$$g_{ni}(r) = \bar{G} \left(\frac{a_{ni}}{3}r + \frac{b_{ni}}{4}r^2 \right),$$

o que resulta em,

$$g_{ni} = 4,349648886 \text{ m/s}^2. \quad (17)$$

(Gravidade do Núcleo Interno)

A gravidade obtida através dos cálculos realizados para o núcleo interno é menos da metade mensurada na superfície. Apesar de ter um diâmetro bem menor comparado as outras camadas, o núcleo interno possui alta densidade atribuindo uma força gravitacional considerável.

4.2 Gravidade do Núcleo Externo

Usando o mesmo raciocínio, a função de densidade $\rho_{ne}(r)$ para o Núcleo Externo é tal que

$$\rho_{ne}(r) = 13506 - 0,001r.$$

Assim tem-se,

$$g_{ne}(r) = \bar{G} \left(\frac{a_{ne}}{3}r + \frac{b_{ne}}{4}r^2 \right).$$

Desse modo

$$g_{ne} = 10,60082354 \text{ m/s}^2. \quad (18)$$

(Gravidade do Núcleo Externo)

Para o núcleo externo a gravidade obtida é maior que a verificada na superfície, esse resultado pode desafiar o senso comum, mas é coerente tendo em vista a alta densidade nessa camada e sua extensão.

4.3 Gravidade do Manto

Por último, a função de densidade $\rho_m(r)$ para o Manto é

$$\rho_m(r) = 8541 - 0,0008r.$$

Desse modo

$$g_m(r) = \bar{G} \left(\frac{a_m}{3}r + \frac{b_m}{4}r^2 \right).$$

o que resulta em,

$$g_m = 9,693173481 \text{ m/s}^2. \quad (19)$$

(Gravidade do Manto)

Para o manto a gravidade deveria decair em relação a camada anterior e de fato isso ocorre, devido a mudança abrupta de densidade. Esse resultado se aproxima do valor padrão, sendo aceitável mediante os tratamentos simplificados.

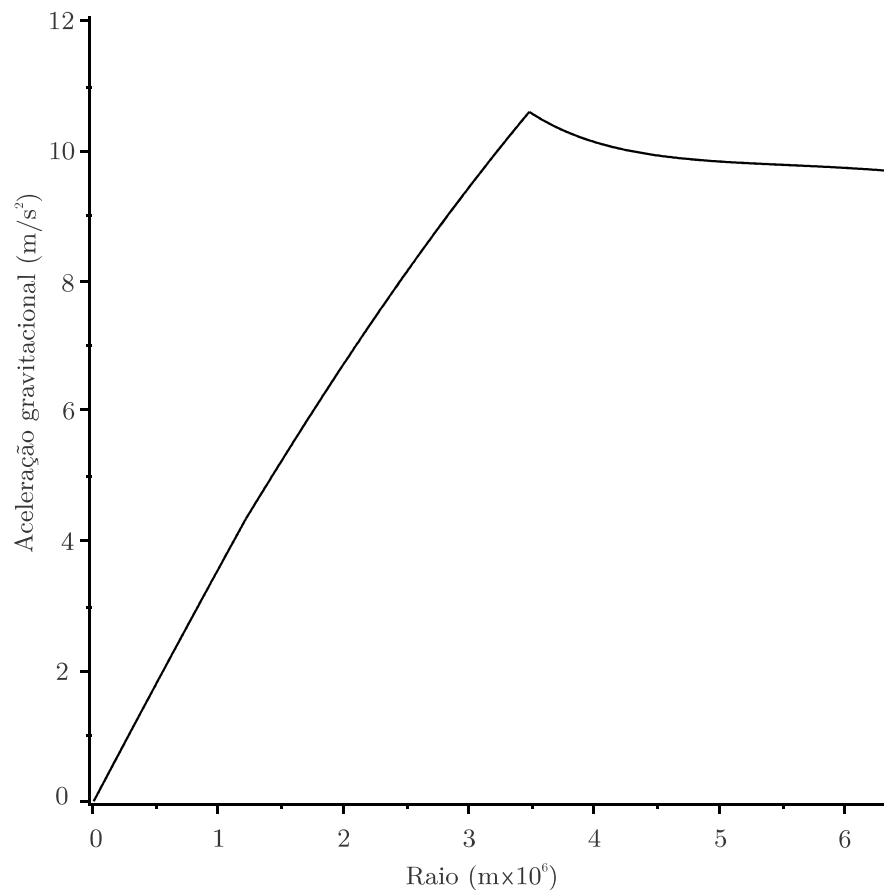
Tabela 2: Aceleração gravitacional por camada.

Camada	Gravidade m/s^2
Núcleo Interno	4,349648886
Núcleo Externo	10,60082354
Manto	9,693173481

4.4 Perfil Gravitacional

Após a estimativa da gravidade em cada camada, os resultados foram representados em um único gráfico através do *MapleTM software*, figura (6). O perfil gravitacional no interior da Terra traduz o comportamento de g de maneira muito aproximada dos estudos realizados pelos institutos geofísicos internacionais.

Figura 6: Gravidade em função da distância radial da Terra.

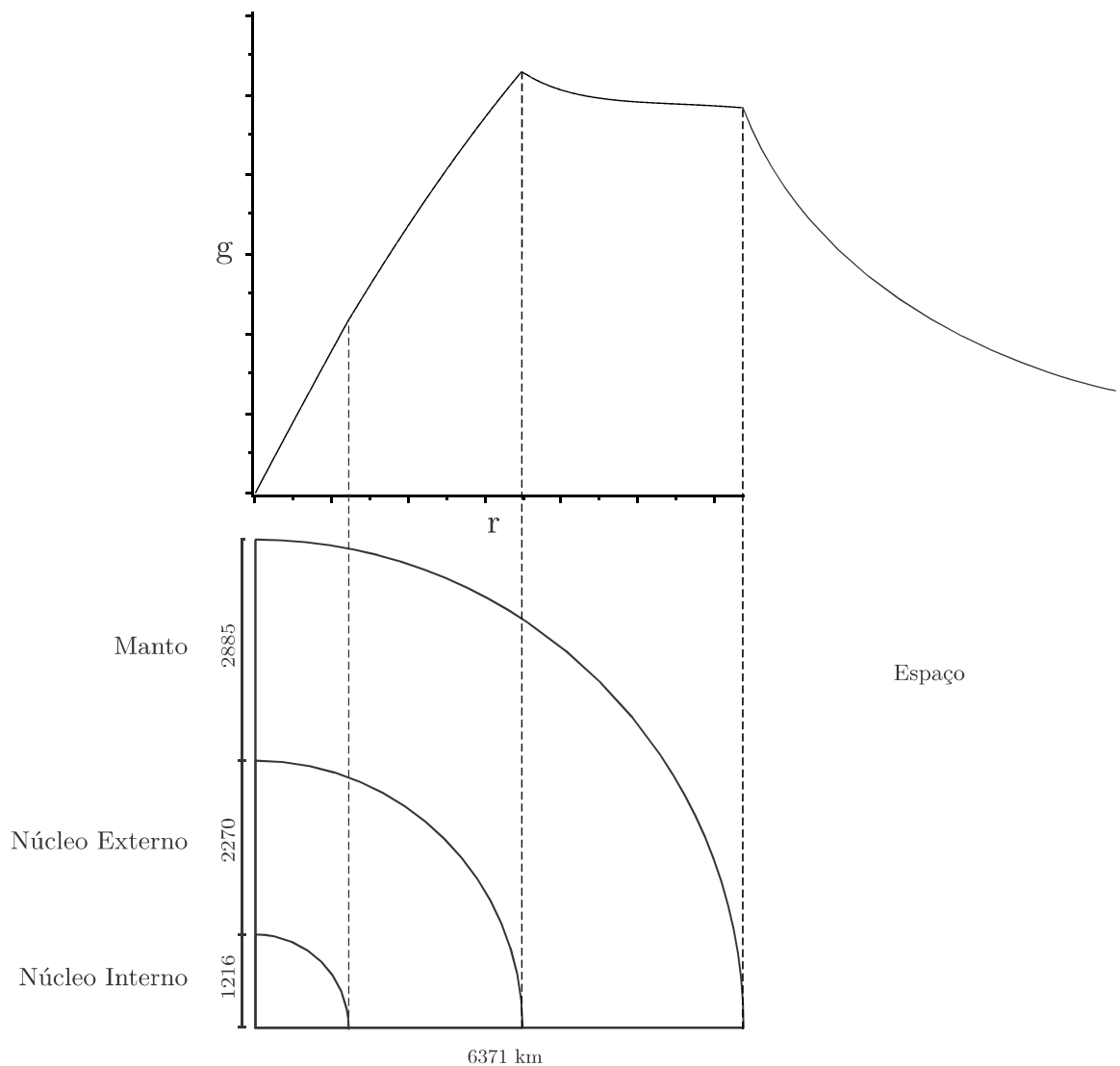


Foi estimada uma aceleração da gravidade de aproximadamente $9,70 m/s^2$ na superfície. Esse resultado é coerente e excelente, pois além do tratamento linear e uma abordagem clássica, foram feitas aproximações e considerações que implicaram no resultado.

O gráfico mostra como os núcleos, por serem formados de altas quantidades de ferro, níquel e outras ligas densas, contribuem de maneira significativa para o campo gravitacional como um todo, ainda que, na transição do manto para o núcleo externo, há uma mudança abrupta da gravidade, onde ela decai de maneira não linear até o centro.

A figura (7) apresenta uma atualização do comportamento gravitacional linear amplamente utilizado em livros de graduação e também em livros didáticos do ensino médio, podendo ser um subsídio para o ensino de Física.

Figura 7: Ilustração da gravidade em função do raio.



Nessa perspectiva, o estudo de modelos não lineares, como fluxo gravitacional em uma densidade variável, assim como outros assuntos atuais, tal como a identificação das ondas gravitacionais, poderia ser um viés para abordagens diferenciadas de conteúdos da Física Clássica e Contemporânea.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização de modelos e dados geofísicos atuais com abordagem diferenciada, que nesse caso foi a Lei de Gauss para a gravitação, trouxe significativas discussões e possibilidades, como a descrição do perfil gravitacional no interior da Terra. A conexão desses elementos foi necessária para evidenciar um paralelo já existente entre a eletrostática e a gravitação. Com a utilização de recursos computacionais com alto poder de processamento, como o Maple, a estimativa desse perfil foi possível evidenciando outro aspecto, a importância do trabalho em conjunto entre áreas correlatas. Apesar de um tratamento linear simplificado, os resultados se aproximaram de maneira satisfatória dos resultados padrões, e apesar de não ter sido o objetivo da pesquisa, podem servir de subsídios para discussões no ensino de Física.

Algumas propostas de pesquisa nessa perspectiva seriam: um estudo diferenciado da curva de densidade como, por exemplo, expansão em série, com menos aproximações e simplificações; descrição em três dimensões e ainda a simulação dos efeitos causados em um corpo que realizasse esse perfil gravitacional.

THE GAUSS LAW FOR GRAVITATION: AN APPROXIMATE ANALYSIS OF THE FIELD INSIDE THE EARTH

ABSTRACT

This paper aims to address some aspects of gravitation in analogy to electrostatics, addressing Gauss's Law gravitational context, analyzing the gravitational field behavior inside the Earth. This analysis consists of describing the gravitational acceleration as a function of depth using seismological data (ak135-f) from the Preliminary Reference Earth Model (PREM), for the density profile and for modeling using *Maple*TM software. The results show that the gravitational field, given a variable density increases non-linearly with abrupt changes as it approaches the surface, due to significant differences in density of the internal structures. It was concluded that the related areas can be sources of further discussions and the use of computational resources drives the treatment models and can contribute to new approaches to physical phenomena.

Keywords: Gravitational Field; Gravitational Flow; Computational Modeling.

6 REFERÊNCIAS

- BATISTA, E.; MOZOLEVSKI, I. Métodos de Física-Matemática. 1ª. ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2010.
- CARVALHO, E. A. D. Leituras cartográficas e interpretações estatísticas I. Natal,RN: EDUFRN, 2008.
- DZIEWONSKI, A. M.;ANDERSON, D. L. Preliminary reference Earth model. Physics of the Earth and Planetary Interiors, 297–356.(1981).
- FEYNMAN, R. P.; LEIGHTON, R. B.; SANDS, M. Feynman Lições de Física. 1ª. ed. Porto Alegre: Bookman, v. 1, 2008.
- REIPS, L. Campos Vetoriais no Plano. UFSC. Florianópolis, p. 63. 2006.
- SIMPSON, D. G. Gauss's Law for Gravity. Prince George's Community College. [S.l.]. 2006.
- SIMÕES, E. Eletromagnetismo: para além das Leis de Newton. Revista Pesquisa e Extensão, Montes Claros/MG, v. 4, nº 1, p. 07-14, 2014.
- SOUZA, E. D. J. Estimativas da distribuição da densidade no interior da terra usando a equação de Adams Williamson. UFBA. Salvador. 2013.
- TORT, A. C. An exercise on Gauss's law for Gravitation: the flat Earth model. UFRJ. Rio de Janeiro, RJ. 2014.
- VEIT, E. A.; ARAUJO, I. S. Modelagem Computacional no Ensino de Física. UFRGS. Porto Alegre. 2005.