



Universidade
Estadual da
Paraíba

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS - CCT
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA PLENA EM FÍSICA

AELSON DE LIMA ALVES

UM ESTUDO SOBRE ONDAS GRAVITACIONAIS

CAMPINA GRANDE - PB
2018

AELSON DE LIMA ALVES

UM ESTUDO SOBRE ONDAS GRAVITACIONAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Licenciatura Plena em Física da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de Licenciado em Física.

Orientador: Prof. Dr. Jean Paulo Spinelly da Silva

CAMPINA GRANDE - PB
2018

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

A474e Alves, Aelson de Lima.
Um estudo sobre ondas gravitacionais [manuscrito] /
Aelson de Lima Alves. - 2018.
33 p. : il. colorido.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física) -
Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e
Tecnologia, 2018.
"Orientação : Prof. Dr. Jean Paulo Spinelly da Silva ,
Coordenação do Curso de Física - CCT."
1. Relatividade geral. 2. Ondas gravitacionais. 3. LIGO. I.
Título

21. ed. CDD 531.11

AELSON DE LIMA ALVES

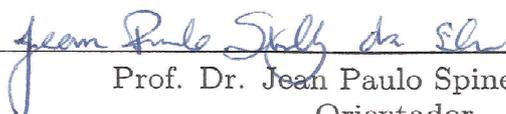
UM ESTUDO SOBRE ONDAS GRAVITACIONAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Licenciatura Plena em Física da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de Licenciado em Física.

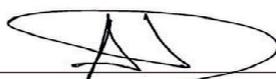
Orientador: Prof. Dr. Jean Paulo Spinelly da Silva

Aprovado em 10 de Dezembro de 2018

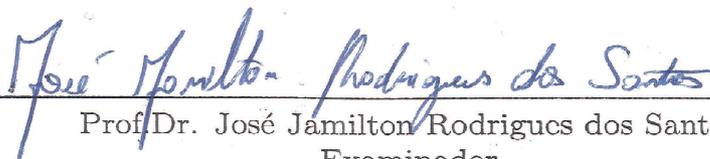
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Jean Paulo Spinelly da Silva
Orientador



Prof. Dr. Alex da Silva
Examinador



Prof. Dr. José Jamilton Rodrigues dos Santos
Examinador

Aos Meus Pais.

[...] Nós somos uma maneira de o cosmos se autoconhecer.

Carl Sagan

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Severino Cassemiro Alves e Ana de Lima, por nunca medirem esforços para que eu fosse tudo que sou hoje, a eles dedico todo o progresso de hoje e sempre em minha vida, sempre amarei vocês.

Aos meus irmãos Andre e Adriano pelo exemplo que sempre foram para mim, meus primeiros professores e modelos que sigo desde sempre, todo o meu agradecimento, amo vocês.

Ao meu orientador, Jean Spinelly, por ser um profissional exemplar sempre, meu muito obrigado por tudo que fez por mim tanto como professor quanto como orientador, és o meu exemplo profissional.

A toda a minha família, por sempre me incentivarem no caminho dos estudos, muito obrigado por estarem sempre comigo, espero lhes dar muito orgulho.

A Pedro Emanuel por ser um grande amigo que sempre me ajudou, obrigado de todo o coração por todo o apoio, e Samira Arruda pela sincera amizade e todo o apoio no percurso, sem vocês não teria chegado até aqui. Em especial à Monique Araújo por todo o apoio incondicional e incentivo nas horas difíceis do meu caminho, você sempre me dá forças, amo você.

Enfim, à todos os meus queridos amigos e professores que contribuíram nessa jornada até aqui, sem vocês não teria ido tão longe, não há meios de retribuir tudo que fizeram por mim, muito Obrigado!

UM ESTUDO SOBRE ONDAS GRAVITACIONAIS

Aelson de Lima Alves¹

RESUMO

Ondas gravitacionais são perturbações no próprio tecido do espaço-tempo, previstas pela teoria da relatividade geral de Einstein em 1916, que decorrem naturalmente a partir da linearização das equações de campo da TRG. Matematicamente, significa incluir uma perturbação na métrica de espaço-tempo plano na forma de $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \varepsilon h_{\mu\nu}$, desse modo também revelam-se transversais e com dois estados polarizados. São oriundas de eventos cósmicos como sistemas binários de pulsares, sistemas binários de buracos negros, etc, como por exemplo, o evento GW150914, uma fusão de dois buracos negros que ocorreu a 1,3 bilhão de anos-luz. Os efeitos provocados pela passagem das ondas gravitacionais desse evento na terra foram da ordem de $10^{-18}m$, menor que o núcleo atômico. Tal fenômeno foi detectado pela primeira vez pelo Laser Interferometer Gravitational waves observatory (LIGO) em 14 de setembro de 2015.

PALAVRAS-CHAVE: Ondas Gravitacionais. Relatividade Geral. LIGO.

¹Graduando em Licenciatura em Física pela Universidade Estadual da Paraíba

UM ESTUDO SOBRE ONDAS GRAVITACIONAIS

Aelson de Lima Alves¹

ABSTRACT

Gravitational waves are perturbations in the space-time weave itself predicted by Einstein's theory of general relativity in 1916, which are naturally derived from the linearization of TRG field equations. Mathematically, it means to include a perturbation in the plane space-time metric in the form of $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \varepsilon h_{\mu\nu}$, so they are also transversal and with two polarized states. They are derived from cosmic events such as binary systems of systems of pulsars, binary systems of black holes, etc., such as the GW150914 event, a two black hole merger that occurred at 1.3 billion light-years. The effects caused by the passage of the gravitational waves of this event in the earth were of the order of $10^{-18}m$, smaller than the atomic nucleus. This phenomenon was first detected by the Laser Interferometer Gravitational Waves Observatory (LIGO) on September 14, 2015.

KEYWORDS: Gravitational Waves. General Relativity. LIGO.

¹Undergraduate Degree in Physics from the State University of Paraíba

Conteúdo

1	Introdução	10
2	Equações de Einstein	11
3	Ondas gravitacionais	12
3.1	Equações de Einstein linearizada	12
3.2	Transformação de Gauge	14
3.3	Ondas Planas Linearizadas	17
3.4	Ondas Gravitacionais exatas	22
4	Detecções das Ondas Gravitacionais	25
4.1	LIGO	27
4.2	Estrutura e funcionamento	29
5	Conclusões	31
6	Referências	33

1 Introdução

Publicada por Albert Einstein no ano de 1915, a teoria da relatividade geral (TRG), a qual é considerada como a teoria relativística da gravitação, é fundamentada nos princípios da *equivalência* e *covariância geral*. O primeiro estabelece que, localmente, o campo gravitacional é equivalente a um referencial não-inercial. Por sua vez, o segundo afirma que as leis da física devem ser válidas em todos os referenciais (CARMELI, 1982).

Como consequência do princípio da equivalência, a TRG assume que a geometria do espaço-tempo, antes considerada plana pela relatividade restrita, é modificada pela presença de massa e energia. Do ponto de vista matemático, nessa teoria toda informação geométrica do espaço-tempo está contida em um objeto denominado tensor métrico, $g_{\mu\nu}$, o qual é solução das equações de Einstein (LANDAU e LIFCHITZ, 1974; BERGMANN, 1975; CARMELI, 1982).

Em 1916, Einstein sugeriu que, em um regime linear, suas equações preveem a existência de ondas gravitacionais. De acordo com os resultados que obteve, essas ondas são ondulações na curvatura do espaço-tempo que se propagam, viajando para o exterior a partir da fonte com a velocidade da luz (RYDER, 2009; B.P.ABBOTT et al, 2016).

Embora, ao longo de muitos anos, esta previsão tenha sido tratada como um resultado teórico, em 14 de setembro de 2015, às 9:50:45 (GMT), os observatórios LIGO Hanford e LIGO Livingston detectaram pela primeira vez as ondas gravitacionais do evento *GW1509214*, uma fusão de dois buracos negros, com massas de 36 e 29 vezes a massa do sol, processo que converteu aproximadamente 3 vezes a massa solar em ondas gravitacionais (B.P.ABBOTT et al, 2016).

O presente trabalho de revisão bibliográfica tem como objetivo estudar a previsão teórica das ondas gravitacionais a partir da teoria da relatividade geral, representada pelas equações de campo de Einstein, bem como explicar superficialmente o processo de detecção através do observatório de ondas gravitacionais por interferometria laser (LIGO).

Este trabalho está estruturado como segue: Inicialmente, apresentaremos as equações

de Einstein; em seguida, analisaremos essas equações no regime linear e mostraremos como as ondas gravitacionais são previstas; após essa etapa, faremos uma abordagem simplificada sobre o processo de detecção experimental das ondas gravitacionais pelo observatório LIGO.

Usaremos aqui o sistema natural de unidades no qual $G = c = \hbar = 1$. Além disso, adotaremos a assinatura $(+ - - -)$.

2 Equações de Einstein

Diferentemente da teoria newtoniana, onde o campo gravitacional é descrito por um campo escalar, Φ , solução da equação de Poisson, a TRG assume a existência de dez potenciais. Tais potenciais são identificados como sendo as dez componentes do tensor métrico, $g_{\mu\nu}$, do espaço-tempo curvo da geometria Riemanniana. Desse modo, uma vez que, no limite relativístico, a relatividade geral deve concordar com a teoria newtoniana, devemos ter dez equações diferenciais de segunda ordem para o tensor métrico que, nesse limite, concordem com a equação de Poisson (CARMELI, 1982). Essas equações, denominadas *equações de Einstein*, são dadas por:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi T_{\mu\nu} , \quad (2-1)$$

onde $G_{\mu\nu}$ é o tensor de Einstein, $T_{\mu\nu}$ é o tensor energia-momento e as quantidades

$$R_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\rho\nu}^{\rho} = \partial_{\rho}\Gamma_{\mu\nu}^{\rho} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\rho}^{\rho} + \Gamma_{\rho\lambda}^{\rho}\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} - \Gamma_{\lambda\mu}^{\rho}\Gamma_{\rho\nu}^{\lambda} \quad (2-2)$$

e

$$R \equiv R_{\mu}^{\mu} = g^{\mu\nu} (\partial_{\rho}\Gamma_{\mu\nu}^{\rho} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\rho}^{\rho} + \Gamma_{\rho\lambda}^{\rho}\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} - \Gamma_{\lambda\mu}^{\rho}\Gamma_{\rho\nu}^{\lambda}) \quad (2-3)$$

são, respectivamente, o tensor de Ricci e o escalar de Ricci¹, em que

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\rho} = \frac{1}{2}g^{\rho\nu} (\partial_{\nu}g_{\lambda\mu} + \partial_{\mu}g_{\lambda\nu} - \partial_{\lambda}g_{\mu\nu}) \quad (2-4)$$

¹Aqui, $R_{\mu\nu\sigma\delta} \equiv \frac{1}{2}(\partial_{\nu}\partial_{\sigma}g_{\mu\delta} + \partial_{\mu\delta}g_{\nu\sigma}\partial_{\mu}\partial_{\sigma}g_{\nu\delta} - \partial_{\nu}\partial_{\delta}g_{\mu\sigma}) + g_{\lambda\gamma}(\Gamma_{\mu\delta}^{\lambda}\Gamma_{\nu\sigma}^{\gamma} - \Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda}\Gamma_{\nu\delta}^{\gamma})$ é o tensor de Riemann, também chamado de tensor de curvatura.

são os símbolos ou conexões de Christoffel.

O uso do tensor de Ricci nas equações de Einstein implica que estas são não lineares nos campos $g_{\mu\nu}$.

3 Ondas gravitacionais

A partir de agora, após apresentarmos apropriadamente na seção anterior as equações de Einstein, nos atentaremos doravante ao seu processo de linearização e, conseqüentemente, a predição das ondas gravitacionais nas seções subsequentes.

3.1 Equações de Einstein linearizada

Nesta seção, o nosso propósito é tratar as equações de Einstein no regime linear. Para tanto, assumiremos que, nesse regime, a métrica difere apenas levemente da métrica do espaço-tempo plano de Minkowski, ou seja,

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \varepsilon h_{\mu\nu} , \quad (3-5)$$

onde $\eta_{\mu\nu}$ é o tensor métrico de Minkowski, $\varepsilon \ll 1$ e $h_{\mu\nu}$ é uma perturbação na métrica². Além disso, consideraremos, como condição de contorno, que o espaço-tempo é assintoticamente plano, ou seja,

$$\lim_{r \rightarrow \infty} h_{\mu\nu} = 0 , \quad (3-6)$$

em que r um parametro radial (D'INVERNO, 1992):

Uma vez que estamos desprezando termos de ordens superiores na perturbação, devemos levantar e abaixar indices a partir de $\eta_{\mu\nu}$ e $\eta^{\mu\nu}$. Assim,

$$h^{\mu\nu} = \eta^{\mu\alpha} \eta^{\beta\nu} h_{\alpha\beta} . \quad (3-7)$$

Então, usando (3-5) e (3-7), vemos que a propriedade $g_{\nu\alpha} g^{\alpha\mu} = \delta_{\nu}^{\mu}$ será satisfeita apenas se

$$g^{\mu\nu} = \eta^{\mu\nu} - \varepsilon h^{\mu\nu} . \quad (3-8)$$

²A suposição de que ε é pequeno nos permite ignorar qualquer coisa que tenha ordem maior que a primeira nessa quantidade (CARROLL, 2004).

Desejamos encontrar as equações de campo obedecidas pela perturbação $h_{\mu\nu}$, as quais surgem quando escrevemos as equações de Einstein em primeira ordem. Naturalmente, para fazermos isso, devemos escrever o tensor de Riemann, o tensor de Ricci e o escalar de Ricci no regime linear.

Usando (3-5) e (3-8), levando em conta que o tensor $\eta_{\mu\nu}$ é constante e descartando os termos de ordens superiores em ε , encontramos:

$$\Gamma_{\nu\sigma}^{\mu} = \frac{1}{2}\varepsilon (\partial_{\nu}h_{\sigma}^{\mu} + \partial_{\sigma}h_{\nu}^{\mu} - \partial^{\mu}h_{\nu\sigma}) . \quad (3-9)$$

Conseqüentemente, a partir desse resultado obtemos o tensor de Riemann na forma linear, o qual é dado por:

$$R_{\mu\nu\sigma\delta} = \frac{1}{2}\varepsilon (\partial_{\nu}\partial_{\sigma}h_{\mu\delta} + \partial_{\mu}\partial_{\delta}h_{\nu\sigma} - \partial_{\mu}\partial_{\sigma}h_{\nu\delta} - \partial_{\nu}\partial_{\delta}h_{\mu\sigma}) . \quad (3-10)$$

Logo, realizando contrações com a métrica de Minkowski no tensor de Riemann, encontramos o tensor e o escalar de Ricci, como segue:

$$R_{\mu\nu} = \eta^{\delta\sigma}R_{\sigma\mu\delta\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon (\partial_{\mu}\partial_{\sigma}h_{\nu}^{\sigma} + \partial_{\sigma}\partial_{\nu}h_{\mu}^{\sigma} - \square h_{\mu\nu} - \partial_{\mu}\partial_{\nu}h) , \quad (3-11)$$

e

$$R = \eta^{\mu\nu}R_{\mu\nu} = \varepsilon (\partial_{\mu}\partial_{\nu}h^{\mu\nu} - \square h) , \quad (3-12)$$

onde $\square = \eta^{\sigma\delta}\partial_{\sigma}\partial_{\delta}$ é o operador D'lambertiano e $h = \eta^{\sigma\delta}h_{\sigma\delta}$ é o traço da perturbação. Assim, utilizando (3-5), (3-11) e (3-12), e, mais uma vez, descartando os termos de ordens superiores, vemos que o tensor de Einstein torna-se:

$$G_{\mu\nu} = \varepsilon \frac{1}{2} (\partial_{\mu}\partial_{\delta}h_{\nu}^{\delta} + \partial_{\delta}\partial_{\nu}h_{\mu}^{\delta} - \square h_{\mu\nu} - \partial_{\mu}\partial_{\nu}h - \eta_{\mu\nu}\partial_{\sigma}\partial_{\delta}\partial h^{\delta\sigma} + \eta_{\mu\nu}\square h) . \quad (3-13)$$

Finalmente, de posse do resultado (3-13), encontramos as equações de Einstein linearizadas,

$$\partial_{\mu}\partial_{\delta}h_{\nu}^{\delta} + \partial_{\delta}\partial_{\nu}h_{\mu}^{\delta} - \square h_{\mu\nu} - \partial_{\mu}\partial_{\nu}h - \eta_{\mu\nu}\partial_{\sigma}\partial_{\delta}\partial h^{\delta\sigma} + \eta_{\mu\nu}\square h = \frac{16\pi}{\varepsilon}T_{\mu\nu} . \quad (3-14)$$

Nelas, não incluímos correções de ordem superior no tensor energia-momentum porque as quantidades energia e momento devem ser pequenas no limite do campo fraco que aplicamos. Sendo assim, a menor ordem não-nula de $T_{\mu\nu}$ é automaticamente da mesma magnitude da perturbação. Além disso, a lei de conservação é satisfeita, ou seja, $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ (CARROLL, 2004).

3.2 Transformação de Gauge

No eletromagnetismo, os campos elétrico e magnético são invariantes segundo uma transformação do tipo

$$V \longrightarrow V' = V - \frac{\partial\lambda}{\partial t} \quad \text{e} \quad \vec{A} \longrightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\lambda \quad (3-15)$$

λ é uma função escalar arbitrária. Dito de outra forma, quando acrescentamos $\vec{\nabla}\lambda$ ao potencial vetor magnético, \vec{A} , e subtraímos $\partial\lambda/\partial t$ do potencial eletrostático, V , simultaneamente, as equações do eletromagnetismo não serão afetadas. Tais transformações são chamadas de *gauge* ou *transformação de calibre* (GRIFFITHS, 2011).

Na sequência, veremos que algo desse tipo também ocorre na relatividade geral. Além disso, mostraremos que a liberdade de gauge nos conduz à equações da onda nos campos $h_{\mu\nu}$.

Para que isso seja feito, iniciaremos considerando a seguinte transformação de coordenadas:

$$x^\mu \longrightarrow x'^\mu = x^\mu + \varepsilon\chi^\alpha, \quad (3-16)$$

onde χ^α é uma função responsável pela mudança de coordenadas, o que nos leva então a³

$$\frac{\partial x'^\mu}{\partial x^\alpha} = \delta_\alpha^\mu + \varepsilon\partial_\alpha\chi^\mu \quad \text{e} \quad \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} = \delta_\delta^\alpha - \varepsilon\partial_\mu\chi^\alpha. \quad (3-17)$$

Nesse novo sistema de coordenadas o tensor métrico é escrito como

$$g'_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + \varepsilon h'_{\mu\nu}. \quad (3-18)$$

³Incluímos o sinal negativo na segunda das equações (3-17) para que a propriedade $(\partial x'^\mu/\partial x^\alpha)(\partial x^\alpha/\partial x'^\nu) = \delta_\nu^\mu$ seja satisfeita.

Por outro lado, considerando a lei de transformação covariante para $g_{\mu\nu}$, temos

$$g'_{\mu\nu} = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu} g_{\alpha\beta} . \quad (3-19)$$

Então, substituindo (3-5), (3-17) e (3-18) em (3-19), encontramos a consequente transformação para $h_{\mu\nu}$ (D'INVERNO, 1992)

$$h'_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \partial_\mu \chi_\nu - \partial_\nu \chi_\mu . \quad (3-20)$$

Podemos mostrar que o tensor de Riemann linearizado [Eq. (3-10)] e suas contrações, ou seja, o tensor de Ricci e o escalar de curvatura, são quantidades invariantes frente à transformação (3-20). Consequentemente, as equações de Einstein também são invariantes sob tal transformação. Então, por analogia ao eletromagnetismo, dizemos que (3-20) é uma transformação de gauge para $h_{\mu\nu}$ (D'INVERNO, 1992; STEPHANI, 2004).

Devemos, contudo, fixar a gauge. Para isso, definimos *novas variáveis* da forma

$$\psi_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta_{\mu\nu} h . \quad (3-21)$$

Com essa escolha, as equações (3-11), (3-12) e (3-13) tornam-se

$$R_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \varepsilon (\partial_\mu \partial_\delta \psi_\nu^\delta + \partial_\sigma \partial_\nu \psi_\mu^\sigma - \square h_{\mu\nu}) , \quad (3-22)$$

$$R = \frac{1}{2} \varepsilon (2 \partial_\mu \partial_\nu \psi^{\mu\nu} - \square h) , \quad (3-23)$$

$$G_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \varepsilon (\partial_\mu \partial_\delta \psi_\nu^\delta + \partial_\sigma \partial_\nu \psi_\mu^\sigma - \square \psi_{\mu\nu} - \eta_{\mu\nu} \partial_\sigma \partial_\delta \psi^{\sigma\delta}) . \quad (3-24)$$

Isto sugere que a equação de campo se reduzirá a uma equação de onda se impusermos a condição

$$\partial_\mu \psi_\nu^\mu = 0 , \quad (3-25)$$

ou ainda,

$$\partial_\mu h_\nu^\mu - \frac{1}{2} \partial_\nu h = 0 , \quad (3-26)$$

a qual é chamada de *gauge de Einstein*.

Das equações (3-20) e (3-21) segue que, sob a transformação (3-16), o campo $\psi_{\mu\nu}$ assume a forma

$$\psi'_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \partial_\nu \chi_\mu - \partial_\mu \chi_\nu + \eta_{\mu\nu} \partial_\alpha \chi^\alpha . \quad (3-27)$$

Com isso,

$$\partial_\mu \psi'^\mu_\nu = \partial_\mu \psi^\mu_\nu - \square \chi_\nu . \quad (3-28)$$

Então, se admitirmos que χ_ν obedece à equação

$$\partial_\mu \psi'^\mu_\nu = \square \chi_\nu , \quad (3-29)$$

o gauge de Einstein será satisfeito nas coordenadas “linha”, ou seja, $\partial_\mu \psi'^\mu_\nu = 0$. Isto significa que sempre poderemos encontrar um sistema de coordenadas no qual esse gauge seja válido. De acordo com (3-24), em tal sistema, as equações de Einstein linearizadas são dadas por:

$$\varepsilon \square \psi_{\mu\nu} = -16\pi T_{\mu\nu} . \quad (3-30)$$

Contudo, vale salientar que o gauge não é completamente fixado pela condição (3-29). De fato, sempre podemos fazer uma nova transformação de coordenadas, na qual

$$\square \chi_\mu = 0 , \quad (3-31)$$

que deixa $\partial_\mu \psi'^\mu_\nu$ invariante.

No vácuo, as equações de Einstein tornam-se simplesmente

$$\square \psi_{\mu\nu} = 0 . \quad (3-32)$$

Como consequência disso, o *traço da perturbação* é

$$\square h = 0 . \quad (3-33)$$

Assim, a partir de (3-32) e (3-33), vemos que, no gauge de Einstein, a perturbação, $h_{\mu\nu}$, obedece a equação da onda

$$\square h_{\mu\nu} = 0 . \quad (3-34)$$

Isto indica a existência de ondas gravitacionais que se propagam com uma velocidade igual a 1 (velocidade da luz). Porém, devido a perturbação estar em coordenadas arbitrárias, este não é um argumento suficientemente sólido. Uma argumentação melhor é baseada no fato que, sendo (3-34) válida, a equação (3-10) resulta em

$$\square R_{\mu\nu\sigma\delta} = 0 , \quad (3-35)$$

o que mostra que o tensor de Riemann, que detém todas as informações sobre a existência de um campo gravitacional, obedece à equação de onda. Baseados nisso, podemos assim concluir que, realmente, a TRG prevê a existência das ondas gravitacionais.

3.3 Ondas Planas Linearizadas

Após mostrarmos na seção anterior que, em um certo gauge, as equações de Einstein linearizadas são equações de onda, buscaremos, agora, resolvê-la. Porém, para simplificar os nossos cálculos, nos limitaremos a solução que representa ondas planas infinitas, no plano (y,z) , que se propagam ao longo do eixo x .

Neste caso, inserindo as coordenadas $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, x, y, z)$, podemos assumir que

$$h_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}(t, x) , \quad (3-36)$$

o que garante que as derivadas de $h_{\mu\nu}$ com respeito a x^2 e x^3 são nulas.

Uma consequência imediata é que, ao substituímos (3-36) em (3-10), encontraremos apenas 20 componentes independentes o tensor de Riemann, as quais podem ser agrupadas em três grupos, como segue (D'INVERNO, 1992):

$$R_{0123} = R_{0223} = R_{0323} = R_{1223} = R_{1323} = R_{2323} = 0 , \quad (3-37)$$

$$\begin{aligned}
R_{0101} &= \frac{1}{2}\varepsilon (2\partial_0\partial_1h_{01} - \partial_1\partial_1h_{00} - \partial_0\partial_0h_{11}) , \\
R_{0102} &= \frac{1}{2}\varepsilon (\partial_1\partial_0h_{02} - \partial_0\partial_0h_{12}) , \\
R_{0103} &= \frac{1}{2}\varepsilon (\partial_1\partial_0h_{03} - \partial_0\partial_0h_{13}) , \\
R_{0112} &= \frac{1}{2}\varepsilon (\partial_1\partial_1h_{02} - \partial_0\partial_1h_{12}) , \\
R_{0113} &= \frac{1}{2}\varepsilon (\partial_1\partial_1h_{03} - \partial_0\partial_1h_{13}) ,
\end{aligned} \tag{3-38}$$

e

$$\begin{aligned}
R_{0202} &= -\frac{1}{2}\varepsilon\partial_0\partial_0h_{22} , \\
R_{0203} &= -\frac{1}{2}\varepsilon\partial_0\partial_0h_{23} , \\
R_{0212} &= -\frac{1}{2}\varepsilon\partial_0\partial_1h_{22} , \\
R_{0213} &= -\frac{1}{2}\varepsilon\partial_0\partial_1h_{23} , \\
R_{0303} &= -\frac{1}{2}\varepsilon\partial_0\partial_0h_{33} , \\
R_{0313} &= -\frac{1}{2}\varepsilon\partial_0\partial_1h_{33} , \\
R_{1212} &= -\frac{1}{2}\varepsilon\partial_1\partial_1h_{22} .
\end{aligned} \tag{3-39}$$

Tomando as equações de campo no vácuo, ou seja, $R_{\mu\nu} = 0$, vemos que as cinco componentes do tensor de Riemann, listadas em (3-38), tornam-se nulas. Por outro lado, no grupo das equações (3-39), restam apenas aquelas que envolvem as componentes h_{22} , h_{23} e h_{33} . Mediante esse fato, podemos então separar $h_{\mu\nu}$ em duas partes:

$$h_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}^{(1)} + h_{\mu\nu}^{(2)} , \tag{3-40}$$

onde

$$h_{\mu\nu}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{22} & h_{23} \\ 0 & 0 & h_{23} & h_{33} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad h_{\mu\nu}^{(2)} = \begin{bmatrix} h_{00} & h_{01} & h_{02} & h_{03} \\ h_{01} & h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{02} & h_{12} & 0 & 0 \\ h_{03} & h_{13} & 0 & 0 \end{bmatrix} . \tag{3-41}$$

No vácuo, como comentado anteriormente, as componentes do tensor de curvatura associadas às componentes $h_{\mu\nu}^{(2)}$ são nulas, o que nos sugere a possibilidade de um sistema de coordenadas em que tenhamos apenas $h_{\mu\nu}^{(1)}$, ou seja, $h_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}^{(1)}$.

Para mostrarmos isso, vamos supor que $h_{\mu\nu}$ é uma função do tipo

$$h_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}(t - x) , \quad (3-42)$$

a qual representa uma solução que se propaga na direção x com a velocidade da luz.

Sendo assim, usando a métrica $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ para baixar os índices e utilizando (3-26), temos como resultado

$$\partial_0 h_{00} - \partial_1 h_{01} - \frac{1}{2} \partial_0 h = 0 , \quad (3-43)$$

$$\partial_0 h_{01} - \partial_1 h_{11} - \frac{1}{2} \partial_1 h = 0 , \quad (3-44)$$

$$\partial_0 h_{02} - \partial_1 h_{12} = 0 , \quad (3-45)$$

$$\partial_0 h_{03} - \partial_1 h_{13} = 0 . \quad (3-46)$$

Uma vez que as componentes de $h_{\mu\nu}$ dependem apenas de $u = t - x$, podemos reescrever as equações (3-43)-(3-46) em termos de derivadas com respeito ao argumento u . Fazendo isso, segue que

$$h_{00} * + h_{01} * - \frac{1}{2} h * = 0 , \quad (3-47)$$

$$h_{01} * + h_{11} * + \frac{1}{2} h * = 0 , \quad (3-48)$$

$$h_{02} * + h_{12} * = 0 , \quad (3-49)$$

$$h_{03} * + h_{13} * = 0 , \quad (3-50)$$

onde a “estrela” indica a derivada com respeito ao argumento u . Logo, integrando estas equações em u , chegamos à:

$$h_{00} + h_{01} - \frac{1}{2} h = f_1 , \quad (3-51)$$

$$h_{01} + h_{11} + \frac{1}{2} h = f_2 , \quad (3-52)$$

$$h_{02} + h_{12} = f_3 , \quad (3-53)$$

$$h_{03} + h_{13} = f_4 , \quad (3-54)$$

onde as funções f 's dependem apenas de y e z . Entretanto da consideração adotada em

(3-6), temos que $f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = 0$, o que nos leva diretamente a

$$h_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} h_{00} & -\frac{1}{2}(h_{00} + h_{11}) & -h_{02} & h_{03} \\ -\frac{1}{2}(h_{00} + h_{11}) & h_{11} & -h_{02} & -h_{03} \\ h_{02} & -h_{02} & h_{22} & h_{23} \\ h_{03} & -h_{03} & h_{23} & -h_{22} \end{bmatrix}. \quad (3-55)$$

Conforme discutimos na seção anterior, quando efetuamos uma mudança de coordenadas segundo a equação (3-16), os campos $h_{\mu\nu}$ se transforma de acordo com (3-20), a qual é considerada como uma transformação de gauge. Então, vamos escolher a transformação de coordenadas de modo que $h'_{00} = h'_{02} = h'_{03} = h'_{11} = 0$, o que implica que as equações satisfeitas pelas funções χ_μ são

$$h_{00} - 2\partial_0\chi_0 = 0, \quad (3-56)$$

$$h_{02} - \partial_2\chi_0 - \partial_0\chi_2 = 0, \quad (3-57)$$

$$h_{03} - \partial_3\chi_0 - \partial_0\chi_3 = 0, \quad (3-58)$$

$$h_{11} - 2\partial_1\chi_1 = 0. \quad (3-59)$$

Obviamente, com essa escolha, (3-55) torna-se:

$$h_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_{22} & h_{23} \\ 0 & 0 & h_{23} & -h_{22} \end{bmatrix}, \quad (3-60)$$

conforme esperávamos⁴.

Na sequência, faremos uma análise sobre este resultado.

No caso em que $h_{23} = 0$, o elemento de linha assume a forma

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - [1 - \varepsilon h_{22}(t - x)] dy^2 - [1 + \varepsilon h_{22}(t - x)] dz^2, \quad (3-61)$$

onde, por hipótese, h_{22} tem um comportamento oscilatório em u , de modo que alguns valores são positivos enquanto que outros são negativos. Nesta configuração, que chamaremos de onda- h_{22} , analisaremos o que acontece quando a onda incide sobre uma distribuição de partículas⁵ testes.

⁴Podemos mostrar que essas condições (3-59) serão válidas apenas se $\chi = \chi(t - x)$.

⁵No presente contexto, nos referimos a *pontos no espaço*, uma vez que consideramos corpos sem extensão física.

Estando duas partículas no plano $(y - z)$, nos pontos (y_0, z_0) e $(y_0 + dy, z_0)$, respectivamente, a distância própria será

$$ds^2 = -[1 - \varepsilon h_{22}(t - x)] dy^2 . \quad (3-62)$$

Se inicialmente partirmos de $h_{22} = 0$ para $h_{22} < 0$, observamos que as partículas se aproximam, e no caso de $h_{22} = 0$ para $h_{22} > 0$, as partículas se afastam entre si. O oposto ocorre para o caso em que consideramos um par de partículas de coordenadas (y_0, z_0) e $(y_0, z_0 + dz)$, pois a distância entre elas é

$$ds^2 = -[1 + \varepsilon h_{22}(t - x)] dz^2 . \quad (3-63)$$

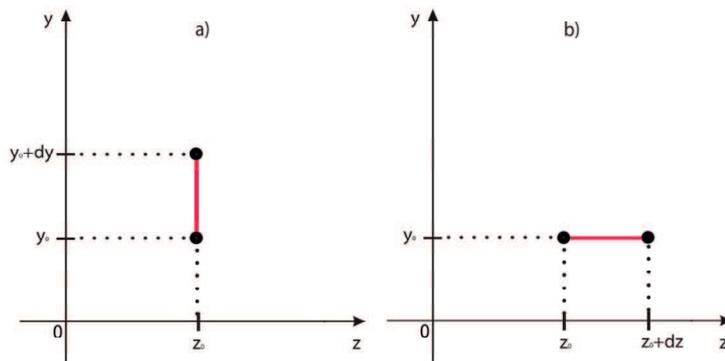


Figura 1: a) Variação da distância entre duas partículas em (y_0, z_0) e $(y_0 + dy, z_0)$ b) Variação da distância entre duas partículas em (y_0, z_0) e $(y_0, z_0 + dz)$, efeito oposto da situação a. Fonte: desenvolvido pelo autor.

Portanto, se considerarmos que a onda gravitacional propagando-se na direção x e incidindo sobre um grupo de partículas quaisquer situado no plano (y, z) , observa-se que o comportamento da onda oscilando é evidentemente **transversal**, como exposto na figura 2. A esse estado é dado o nome de *polarização +*.

Considerando, agora, $h_{22} = 0$, o elemento de linha torna-se

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 + 2\varepsilon h_{22}(t - x) dy dx - dz^2 , \quad (3-64)$$

que denominaremos onda- h_{23} .

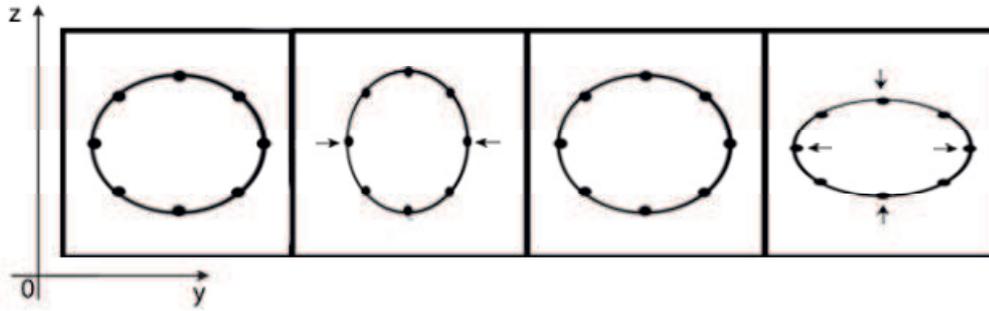


Figura 2: Efeitos da *onda* $-h_{22}$ oscilante num grupo de partículas, conforme a sequência: $h_{22} = 0$, partículas em seu estado inicial. $h_{22} < 0$, aproximam-se em y e afastam-se em z . h_{22} e $h_{22} > 0$, aproximam-se em z e afastam-se em y . Fonte: desenvolvido pelo autor.

Porém, realizando uma rotação de 45° no plano (y, z) , isto é, introduzindo as coordenadas \bar{y} e \bar{z} através das equações

$$y \rightarrow \bar{y} = \frac{1}{\sqrt{2}}(y + z) \quad (3-65)$$

e

$$z \rightarrow \bar{z} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-y + z), \quad (3-66)$$

o elemento (3-64) toma a forma

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - [1 - \varepsilon h_{23}(t - x)] d\bar{y}^2 - [1 + \varepsilon h_{23}(t - x)] d\bar{z}^2. \quad (3-67)$$

Este resultado nos mostra que os efeitos da onda- h_{23} são os mesmos provocados pela onda- h_{22} , evidentemente que numa rotação de 45° do plano (y, z) em questão. A essa configuração de estado polarizado damos o nome de *polarização x* (D'INVERNO, 1992). Conluímos, assim, que as ondas gravitacionais são transversais, e além disso possuem dois *graus de liberdade*, ou seja, dois *estados polarizados* linearmente independentes os quais são determinados a partir de um tensor simétrico de grau 2 no plano (y, z) (STEPHANI, 2004; LANDAU, 1971).

3.4 Ondas Gravitacionais exatas

Por fim, iremos abordar uma solução para as equações de Einstein sob um outro ponto de vista, a classe das ondas gravitacionais polarizadas de frente plana, que são

soluções exatas das equações de campo da TRG, resultado obtido pela primeira vez por Rosen em 1937 (BONDI, PIRANI e ROBINSON, 1958; CARNEIRO, 2018). Para tal, introduziremos as chamadas coordenadas nulas, as quais são dadas por:

$$u = t - x \quad \text{e} \quad v = t + x . \quad (3-68)$$

Dessa forma o elemento de linha definido anteriormente para a onda- h_{22} torna-se

$$ds^2 = dudv - f^2(u)dy^2 - g^2(u)dz^2 \quad (3-69)$$

onde $f^2(u)$ e $g^2(u)$ são funções auxiliares, representadas como segue

$$f^2(u) = 1 - \varepsilon h_{22}(u) \quad \text{e} \quad g^2(u) = 1 + \varepsilon h_{22}(u) . \quad (3-70)$$

As funções (3-70) estão elevadas a segunda potência com o intuito de garantir uma assinatura correta, o que se justifica na aproximação linearizada assumindo que ε é pequeno (D'INVERNO, 1992).

De acordo com (3-69), nas coordenadas $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (u, v, y, z)$, os únicos componentes não-nulos do tensor métrico contravariante e covariante são, respectivamente,

$$g_{01} = g_{10} = \frac{1}{2} \quad g_{22} = -f^2 , \quad g_{33} = -g^2 . \quad (3-71)$$

e

$$g^{01} = g^{10} = 2 \quad g^{22} = -f^{-2} , \quad g^{33} = -g^{-2} . \quad (3-72)$$

Logo, substituindo (3-71) e (3-71) em (2-4), encontramos que os únicos símbolos de Christoffel diferentes de zero são

$$\Gamma_{22}^1 = 2ff', \quad \Gamma_{33}^1 = 2gg', \quad \Gamma_{22}^1 = \frac{f'}{f} \quad \text{e} \quad \Gamma_{22}^1 = \frac{g'}{g} , \quad (3-73)$$

onde as linhas denotam derivadas em respeito a u . Consequentemente, usando (2-3), temos que o tensor de Ricci resume-se a

$$R_{00} = -\frac{f''}{f} - \frac{g''}{g} , \quad (3-74)$$

sendo as demais componentes nulas. Além disso, o escalar de Ricci é nulo.

De posse desses resultados, vemos que as equações de Einstein no vácuo reduzem-se à:

$$\frac{f''}{f} + \frac{g''}{g} = 0 . \quad (3-75)$$

Como podemos observar, os dois termos da equação acima são funções de u . Desse modo, para que a soma seja nula, tais termos devem ser iguais a funções de u com sinais contrários. Assim, admitindo que o primeiro e o segundo sejam iguais as funções $h(u)$ e $-h(u)$, respectivamente, chegamos às equações

$$\frac{f''}{f} = h \quad \text{e} \quad \frac{g''}{g} = -h . \quad (3-76)$$

Estas equações determinam as funções f e g em termos de $h(u)$ e de uma constante de integração. Logo, qualquer escolha arbitrária da função $h(u)$ leva a uma solução das equações de Einstein no vácuo. Essas soluções são conhecidas como *ondas planas gravitacionais polarizadas lineares* ou *pp-waves*.

Sob a transformação de coordenadas

$$U = u, \quad V = v + y^2 f f', \quad Y = f y \quad \text{e} \quad Z = g z, \quad (3-77)$$

o elemento de linha (3-69) assume a forma **Brinkman** ou métrica de Brinkman

$$ds^2 = h(U)(Z^2 - Y^2)dU^2 + dUdV - dY^2 - dZ^2 , \quad (3-78)$$

a qual apresenta explicitamente a dependencia de uma função $h(U)$. Além disso, essa função pode ser interpretada como a amplitude da onda polarizada (D'INVERNO, 1992). Há também de se destacar um aspecto interessante do presente resultado, não ocorrem resultados quadráticos em $h(U)$ nem em suas derivadas caso, a métrica de Brinkman, (3-78) seja substituída diretamente nas equações de campo, em outras palavras, a solução exata (3-78) é também solução das equações de campo linearizadas (STEPHANI, 2004).

4 Detecções das Ondas Gravitacionais

Previstas pela relatividade geral de Einstein, em 1916, ondas gravitacionais são perturbações no próprio tecido do espaço-tempo propagando-se a velocidade da luz. Contudo essas ondas gravitacionais permaneceram como apenas uma previsão teórica, conforme vimos nas seções anteriores, por mais de cinco décadas. Esse status teórico permaneceu até que o sistema binário de pulsares *PSR 1913+16*, descoberto e estudado por Russell Hulse e Joseph Taylor, após muitas décadas de observações, foi constatado que o período orbital do sistema decrescia lentamente na mesma taxa prevista pela TRG caso estivesse emitindo ondas gravitacionais. Essa observação indireta forneceu o prêmio nobel de 1993 a Hulse e Taylor (B.P. ABBOTT et al, 2009).

Em 14 de setembro de 2015, às 09:50:45 GMT, o Observatório de Ondas Gravitacionais por Interferometria Laser (LIGO), Hanford, Washington e Livingston, Louisiana, detectaram pela primeira vez experimentalmente os efeitos no espaço-tempo provocados pela passagem de ondas gravitacionais provindas do evento GW150914, colisão de dois buracos negros de 36 e 29 massas solares, respectivamente. A colisão formou um buraco negro de 62 massas solares, convertendo então 3 massas solares em energia ($\simeq 5.4 \times 10^{47} J$) que propagou-se como ondas gravitacionais. Esse evento cósmico ocorreu a 1,3 bilhões de anos-luz e as perturbações no espaço-tempo que chegaram na Terra foram muitos ténues, da ordem de ($\simeq 4 \times 10^{-18} m$), valor muitas vezes menor que o tamanho de um núcleo atômico. Essa foi a variação medida no comprimento dos *interferômetros* (B.P. ABBOTT et al, 2016b). A medição de um fenômeno dessa natureza, tão inconcebivelmente pequena, forneceu o prêmio Nobel de física do ano de 2017 para Barry Barish e Kip Thorne da Caltech e Rainer Weiss do MIT.

Contudo, não surpreendentemente, outras três detecções foram confirmadas nos anos subsequentes. Em 26 de dezembro de 2015 às 03:38:53 UTC, cientistas do LIGO, observaram ondas gravitacionais pela segunda vez, provindas também da coalescência de dois buracos negros de 14 e 8 massas solares aproximadamente, respectivamente,

o evento chamado GW151226, ocorrido a aproximadamente 1,4 bilhão de anos-luz de distância. Nesse caso, aproximadamente duas massas solares foram convertidas em ondas gravitacionais (B.P. ABBOTT *et al*, 2016c). Em 4 de janeiro de 2017 às 10:11:58.6 UTC, o LIGO fez uma terceira detecção de ondas gravitacionais, o evento GW170104, novamente uma fusão de buracos negros de 31 e 20 massas solares, aproximada e respectivamente, resultando num buraco negro de 48 massas solares em valor aproximado. Vale ressaltar que a detecção das ondas gravitacionais provindas de GW170104 são provindas da fonte mais distante, até então, cerca de 3 bilhões de anos-luz, além disso junto com a detecção veio a descoberta de um grupo de pares de buracos negros de $\gtrsim 25$ massas solares, o que forneceu consistentes indícios de novas futuras detecções (B.P. ABBOTT *et al*, 2017). Por fim, em junho de 2017 às 02:01:16.49 UTC, o evento GW170608 fora detectado pelos observatórios LIGO, com a peculiaridade de ser até o presente momento, a detecção mais "leve" dentre todas já feitas. GW170608 é, como os demais citados, uma fusão de buracos negros com 12 e 7 massas solares aproximadas. Pela impossibilidade estrutural de exportar tais detecções em maiores detalhes e devido ao maior impacto histórico, abordaremos mais profundamente a partir deste ponto, a detecção referente ao evento GW150914, a primeira detecção.

A imagem na figura 3 mostra a onda gravitacional provinda do evento GW150914, detectada pelos interferômetros LIGO Hanford (H1) e LIGO Livingston (L1) com superposição invertida de H1. A onda chegou primeiro a L1, levando aproximadamente 7 ms para chegar em H1, que seria necessariamente o tempo que a luz levaria para percorrer a distância relativa entre os interferômetros. Na segunda faixa, está representada a tensão de ondas gravitacionais projetada em cada detector na faixa de 35 a 350 Hz, indicando a progressão do sistema até a união dos dois buracos negros em aproximadamente 350 Hz, onde as linhas sólidas mostram uma forma de onda de relatividade numérica com parâmetros consistentes com aqueles recuperado de GW150914, o que fornece confirmação de 99,9% para o evento. Em seguida, temos o resíduo após subtrair a forma da onda de

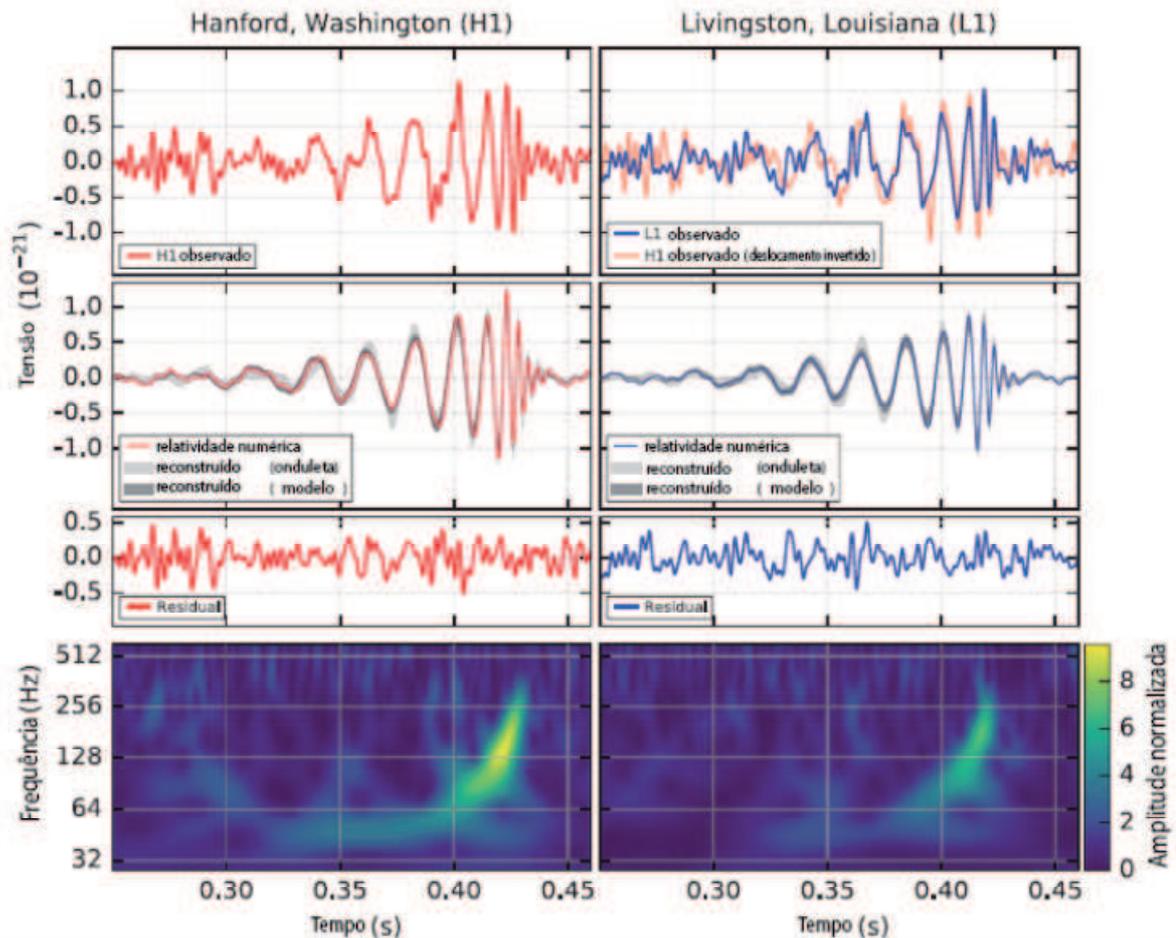


Figura 3: Detecção da fusão de um par de buracos negros nos detectores LIGO de Hanford e Livingston. Fonte: B.P. ABBOTT *et al*, 2016a. Adaptado pelo autor.

relatividade numérica filtrada da série temporal do detector. Por fim, a última faixa mostra a evolução da frequência captada ao longo do tempo, em outras palavras, a evolução da onda com o tempo (B.P. ABBOTT *et al*, 2016a).

4.1 LIGO

O projeto LIGO foi inicialmente concebido para o desenvolvimento e opeação de diversas gerações de detectores de ondas gravitacionais cada vez mais sensíveis. Em outras palavras, um trabalho de evolução dos detectores a medida que a tecnologia necessária desenvolvia-se. O sucesso na detecção das ondas gravitacionais veio na *segunda geração* de detectores LIGO.

A *primeira geração* dos detectores de ondas gravitacionais, o *initial LIGO* (iLIGO),

construído no final da década de 90, operou continuamente em modo de coleta, com sensibilidade que foi projetado, de 2005 a 2007. Porém, não obteve resultados. Melhorias subsequentes realizadas nas fontes de laser do interferômetro e sistemas de leitura, aumentaram a sensibilidade em 30%. Desse modo, o "LIGO melhorado" operou de Julho de 2009 a outubro de 2010. Mesmo assim, não chegou a nenhum resultado quanto a sinais de ondas gravitacionais (FRITSCHER; COYNE ; SHOEMAKER, 2014). Dessa forma, ficava evidente a necessidade de melhorias mais profundas no LIGO, apesar da incapacidade de detecção nessa etapa já ser esperada na época. Em setembro de 2015 entrou em funcionamento a segunda geração, o *advanced LIGO* (aLIGO), que, após muitas modificações, surgiu com um fator de 10 em incremento de em uma ampla faixa de frequência, e estendendo a extremidade baixa da banda para 10 Hz de 40 Hz, comparado ao iLIGO (FRITSCHER; COYNE ; SHOEMAKER, 2014).

As principais modificações que diferenciam o iLIGO do aLIGO, cruciais para o sucesso em detectar pela primeira vez ondas gravitacionais, estão expostas na tabela 1.

Componente modificado	iLIGO	aLIGO	Significância da alteração
Espelhos	25 cm diâmetro 10 cm de espessura. 11 kg	35 cm diâmetro 20 cm de espessura. 40 kg	Pela necessidade intrínseca do LIGO em ter a maior precisão possível na medição de quão distante estão os espelhos do interferômetro, a utilização de laser é útil e problemática. Os fótons do laser provocam um recuo ao chocarem com o espelho, além disso a forma dos espelhos também podem ser afetadas em virtude da mudança diminuta, porém não desprezível, da temperatura. Aumentar o tamanho e massa dos espelhos garante, por inércia, que seja mais difícil move-los e que eles possam receber mais calor sem alterar sua forma.
Suspensão	Pendulo único Fios de metal	Pendulo quadruplo Fibra de vidro	No iLIGO os espelhos ficavam suspensos por um pendulo único. O aLIGO utiliza quatro segmentos de modo que o espelho localiza-se na parte inferior, cada segmento ajuda a minimizar o movimento do espelho. Além disso o iLIGO utilizava, para suspensão de seus espelhos, fios de metal, contudo, devido ao fato de as moléculas de metal agitarem-se muito, o que poderia levar a movimentos indesejados nos espelhos, os fios atualmente utilizados são de fibra de vidro, já que as moléculas do vidro não agitam-se tanto.
Isolamento sísmico	Somente passivo	Passivo e ativo	Anteriormente o LIGO valia-se de um único sistema de isolamento “passivo” responsável por absorver qualquer abalo ou vibração indesejada. Atualmente, além de um sistema passivo na forma um pendulo de segmento quadruplo onde cada segmento diminuiu a vibração indesejada de modo que no ultimo segmento não haja qualquer movimento, em adição opera agora um sistema “ativo” de isolamento que consiste em sensores espalhados pelo túnel de vácuo que detectam movimentos indesejados, enviam sinais que são processados e como resultado produzem movimentos contrários aos indesejados de forma a anular o movimento original.

Figura 4: Tabela 1. Principais diferenças entre o Initial LIGO e o Advanced LIGO. Fonte: (LIGO Caltech. **About "aLIGO"** About "aLIGO". Disponível em: <https://www.ligo.caltech.edu/page/about-aligo>. Acesso em: 30 de set. 2018. Editado pelo autor.

4.2 Estrutura e funcionamento

Os detectores do aLIGO são interferômetros baseados no *interferômetro de Michelson*. De modo geral, um interferômetro de ondas gravitacionais age de modo a converter a perturbação no espaço-tempo em sinais mensuráveis. São estruturas compostas por dois braços dispostos perpendicularmente, de comprimentos $L_x = L_y = L = 4km$. O aLIGO mede deslocamentos diferenciais lineares no comprimento de seus

braços que são proporcionais a intensidade das ondas gravitacionais que estão passando, comprimindo num lado e alongando do outro. O deslocamento é então definido por $\Delta L = \delta L_x - \delta L_y$ (B.P. ABBOTT et all, 2016a). No processo de medição, são feitos percorrer, nos braços do interferômetro, dois feixes provenientes de um único laser, que foi separado num divisor de laser, onde ao final de cada braço há um espelho (ou massas de teste) que reflete os respectivos feixes de volta ao divisor. Em condições normais, os feixes recombinam-se *destrutivamente*, em virtude de percorrerem exatamente a mesma distância no interferômetro, de modo que nenhum sinal chega ao *fotodetector*. Durante a passagem da onda gravitacional, os feixes de luz, em decorrência da variação nos comprimentos dos braços, percorrem distâncias diferentes, fazendo com que, ao se recombinarem, produzam um padrão de *interferências construtiva*, ou seja, os feixes entram e saem de fase e assim o sinal é captado pelo fotodetector (STURANI, 2016).

É crucial para que as massas de teste ou espelhos, estejam livres de quaisquer movimentos indesejados, ou seja, ruídos nas medidas de deslocamento de origem sísmica ou de movimento termicamente. Afim de evitar tais problemas, os espelhos são posicionados em um *pêndulo de segmento quadruplo*. A figura 5 mostra a estrutura básica do interferômetro junto com o sistema de suspensão dos espelhos (B.P. ABBOTT et all, 2016b).

Cada braço do interferômetro de Michelson inclui duas massas de teste, as quais são postas a 4km uma da outra e formam, assim, um ressonador óptico com ganho de 300. Além disso, é apresentado o sistema de isolamento sísmico (com respeito a tabela 1, o *isolamento passivo*) que sustenta cada massa de teste. São pêndulos quadruplos, o que provem alta isolação para frequências de ressonância no intervalo 0.4 a 13Hz. O fotodetector é representado na figura 5 como a *porta de saída*, onde são detectados os sinais decorrentes das interações entre os feixes no divisor.

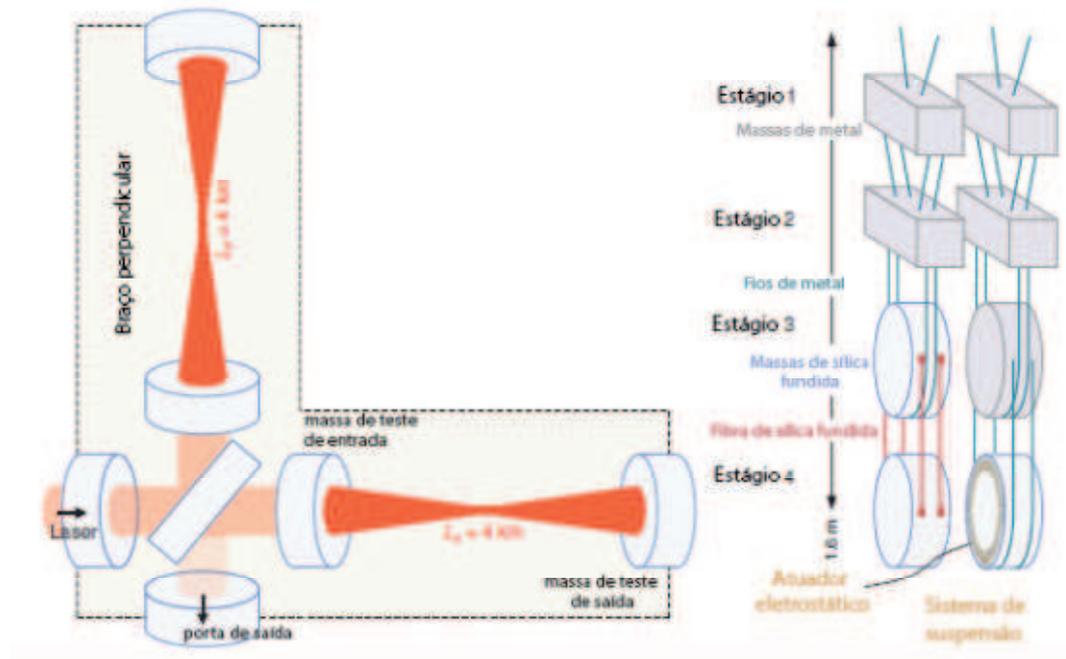


Figura 5: Diagrama sem escala do detector LIGO com sistema de suspensão. Fonte: B. P. Abbott et al., 2016b. Adaptado pelo autor.

5 Conclusões

Nesse trabalho, fizemos um estudo sobre a previsão teórica das ondas gravitacionais, à partir da TRG. Além disso, abordamos o experimento que detectou essas ondas.

Considerando as equações de campo da TRR o regime linear, no qual a métrica do espaço-tempo é levemente diferente da de Minkowski, mostramos que a perturbação da métrica, $h_{\mu\nu}$, satisfaz uma equação de onda que se propaga com a velocidade da luz. Além disso, encontramos que essa característica também é obedecida pelo tensor de Riemann, o que nos permitiu concluir que a relatividade geral prevê a existência de ondas gravitacionais. Ainda nessa aproximação, solucionamos a equação linearizada considerando ondas planas, ou seja, aquelas que se propagam apenas no eixo x . Como resultado, verificamos uma redutibilidade a apenas duas equações independentes nas componentes da perturbação, sendo elas h_{22} e h_{23} , as quais representam ondas polarizadas e transversais.

Com relação ao experimento, vimos que a detecção das ondas gravitacionais foi

feita pelos *Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory*, LIGO, situados em Hanford, Washington e Livingston, Louisiana, por meio de interferômetros. A precisão permitiu medir uma modificação no comprimento dos interferômetros de $\simeq 4 \times 10^{-18}m$, evidenciando a sutil influência da onda gravitacional no tecido do espaço-tempo.

A descoberta de ondas gravitacionais abre margem para um novo entendimento do Universo, não mais apenas dependente de sinais na forma ondas eletromagnéticas, mas agora também gravitacionais, o que tem impacto direto na capacidade tecnológica humana, exigindo melhorias como constatado no desenvolvimento do observatório LIGO.

6 Referências

B.P. ABBOTT et all. **LIGO: The Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory**. Physical Review Letters. 2009.

B.P. ABBOTT et all. **Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger**. Physical Review Letters. 2016.

B.P. ABBOTT et all. **GW150914: The Advanced LIGO Detectors in the Era of First Discoveries**. Physical Review Letters. 2016.

B.P. ABBOTT et all. **GW151226: Observation of Gravitational Waves from a 22-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence**. Physical Review Letters. 2016.

B.P. ABBOTT et all. **GW170104: Observation of a 50-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence at Redshift 0.2**. Physical Review Letters. 2017a.

B.P. ABBOTT et all. **GW170608: Observation of a 19-Solar-Mass Black Hole Coalescence**. Physical Review Letters. 2017b.

BERGMANN, P., **Introduction to the theory of relativity**. New York: Prentice-Hall, 1942. BONDI, H; PIRANI, F; ROBINSON, I. **Gravitational Waves in General Relativity. III. Exact Plane Waves**. London: The Royal Society, 1958.

CALIFORNIA INSTITUTE OF TECHNOLOGY. **LIGO Caltech**, s.d. About "aLIGO". Disponível em: <https://www.ligo.caltech.edu/page/about-aligo>. Acesso em: 30 de set. 2018.

CARMELI, M., **Classical Fields: General Relativity and Gauge Theory**. New York: John Wiley and Sons, 1982.

CARNEIRO, F., **Ondas gravitacionais, efeito memória e teleparalelismo equivalente à relatividade geral.**2018. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade de Brasília - DF.

CARROL, S. **Spacetime and Geometry An Introduction to General Relativity.** San Francisco: Adison Wesley, 2004. D'INVERNO, R. **Introducing Einstein's Relativity.** New York: Oxford University Press, 1992.

FRITSCHER; COYNE ; SHOEMAKER. **Advanced LIGO.** LIGO Scientific Collaboration. 2014.

GRIFFITHS, D. **Eletrodinâmica.** São Paulo: Pearson, 2011.

LANDAU, L; LIFCHITZ, E. **The classical theory of fields.** Oxford: Pergamon press Ltda, 1971.

RYDER, L., **Introduction to Special and General Relativity.** New York: Cambridge University Press, 2009.

STURANI, R. **Observação de ondas gravitacionais geradas pela fusão de um sistema binário de buracos negros.** Instituto de Física Teórica - UNESP/ICTP-SAIFR. 2016.