



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS.
CAMPUS – VI – POETA PINTO DO MONTEIRO
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

PAULO CÉSAR DE SOUZA

**A ARTE DA MÚSICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DE
PRAXEOLÓGIAS POSSÍVEIS**

**MONTEIRO – PB
2019**

PAULO CÉSAR DE SOUZA

**A ARTE DA MÚSICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DE
PRAXEOLÓGIAS POSSÍVEIS.**

Monografia apresentada como requisito parcial a obtenção do título de graduado no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, Campus VI - Poeta Pinto do Monteiro.

Orientador: Professor Doutor José Luiz Cavalcante.

**MONTEIRO – PB
2019**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S719a Souza, Paulo Cesar de.
A arte da música no ensino da matemática [manuscrito] :
uma análise de praxeologias possíveis / Paulo Cesar de
Souza. - 2019.
39 p. : il. colorido.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em
Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de
Ciências Humanas e Exatas , 2019.
"Orientação : Prof. Dr. José Luiz Cavalcante ,
Coordenação do Curso de Matemática - CCHE."
1. Praxeologia. 2. Música. 3. Ensino de matemática. I.
Título
21. ed. CDD 372.7

FOLHA DE APROVAÇÃO

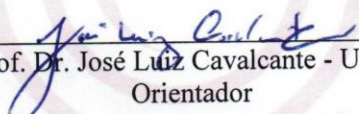
PAULO CÉSAR DE SOUZA

**A ARTE DA MÚSICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE DE
PRAXEOLOGIAS POSSÍVEIS.**

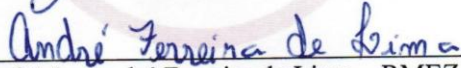
Monografia apresentada como requisito parcial a obtenção do título de graduado no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, Campus VI - Poeta Pinto do Monteiro.

Aprovada em 13 de junho de 2019.

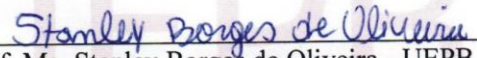
Banca Examinadora



Prof. Dr. José Luiz Cavalcante - UEPB
Orientador



Prof. Me. André Ferreira de Lima – RMEZ
Avaliador



Prof. Me. Stanley Borges de Oliveira - UEPB
Avaliador

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho primeiramente a Deus e segundo aos meus familiares (Avós e tias) que mesmo com todas as dificuldades que enfrentei, nunca me disseram palavras negativas e sim me apoiaram com todas as forças. Muito obrigado!

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, autor e consumidor da nossa fé que por todas as vezes que pensei em desistir sempre me deu coragem pra continuar e chegar até aqui.

Aos meus avós (pai e mãe), meu pai, minhas tias e primos que sempre me apoiaram e me deram todo suporte para que concluísse esse curso.

Aos meus amigos, em especial Joab Lima que sempre foi um irmão e que nos momentos mais difíceis chegava junto e me incentivava a prosseguir. Deus continue te abençoando, irmão!

Ao meu pastor (Jorge) pelo apoio e ao irmão Inácio e sua esposa Lucimalda Lima (Vizinhos e amigos que Deus colocou no meu caminho) que sempre estiveram comigo.

Aos meus professores que tive desde a infância até aqui. Vocês foram e são as pessoas mais importantes que existe no mundo. Obrigado!

Ao meu Orientador Doutor José Luiz Cavalcante (Zé Luiz), que de uma grandeza e humildade incrível me ajudou e me incentivou na construção desse TCC. Serei eternamente grato!

A banca que foi escolhida para examinar esse trabalho. Muito obrigado pelas críticas, ideias e sugestões.

A Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) campus VI e todos que a compõe.

Grato!

“Porque para Deus nada é impossível!” (Lucas 1:37)

RESUMO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) tem como objetivo central analisar as potencialidades da música como contexto para trabalhar praxeologias matemáticas envolvendo conteúdos presentes nos anos finais do ensino fundamental. Para esta análise usamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD) que está inserida no contexto da Didática da Matemática. A TAD permite o estudo das práticas institucionais por meio das praxeologias. Em nosso trabalho, buscamos na música uma possibilidade de contextualização para problemas possíveis de estudar conceitos matemáticos. O trabalho foi dividido em duas etapas: na primeira refletimos sobre as relações entre a matemática e a música. Na segunda etapa, buscamos construir sugestões de atividades tendo como tema a construção de um Vidrofone, que é um instrumento musical feito com garrafas de vidro. A nossa pesquisa é qualitativa e exploratória. Observamos durante a construção do instrumento que o mesmo pode servir como contexto para discussão de vários conceitos matemáticos. Exploramos como exemplo de praxeologias os conceitos de volume e representação fracionária de números racionais. Esperamos que as atividades propostas possam surgir como alternativa para despertar nos estudantes o interesse pela matemática através da arte da música.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático (TAD); Ensino de volume; Ensino de frações; Praxeologias; Música.

ABSTRACT

The purpose of this study is to analyze the potential of music as a context for working on mathematical praxeologies involving contents present in the final years of elementary school. For this analysis we use the Anthropological Theory of Didactic (ATD) that is inserted in the context of Mathematics Didactics. The ATD allows the study of institutional practices through praxeologies. In our work we look for in music a possibility of contextualization for problems to study mathematical concepts. The work was divided into two stages at first reflected on the relations between mathematics and music. In the second stage we seek to construct suggestions of activities with the theme of the construction of a Vidrophone, which is a musical instrument made with glass bottles. Our research is qualitative and exploratory according to Fiorentini and Lorenzato (2009). We observed during the construction of the instrument that it can serve as a context for the discussion of several mathematical concepts. We explore as examples of praxeologies the concepts of volume and fractional representation of rational numbers. We hope that the proposed activities may arise as an alternative to awaken in students the interest in mathematics through the art of music.

Keywords: Anthropological Theory of Didactic (ATD); Volume teaching; Teaching fractions; Praxeologies; Music.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
2.1	A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES 13	
2.2	A MATEMÁTICA E A MÚSICA: EXPLORANDO RELAÇÕES.....	18
3	ASPECTOS METODOLÓGICOS	25
3.1	NATUREZA DA PESQUISA.....	25
4	MATEMÁTICA E MÚSICA EM BUSCA DE PRAXEOLOGIAS	28
4.1	VIDROFONE: UM INSTRUMENTO MÚSICAL E MATEMÁTICO.....	28
4.2	EXPLORANDO PRAXEOLOGIAS.....	30
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	34
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	36

1 INTRODUÇÃO

A Matemática sempre existiu, com o próprio desenvolvimento da humanidade no decorrer dos últimos 6 mil anos. As preocupações com o seu ensino são mais recentes, se pensarmos que uma das primeiras publicações sobre didática data do século XVII com a “Didática Magna de Comenius” podemos dizer que as preocupações com o ensino são recentes. Já a música, no sentido antropológico tem uma trajetória semelhante, embora não tenhamos registro é possível observar que em todas as civilizações, especialmente em cultos religiosos, a música esteve de alguma forma presente. (ABDOUNUR, 2003; BIBBY, 2003).

Um marco para história da música é quando o filósofo e matemático grego Pitágoras começou a perceber a relação que ela tinha com a matemática. Portanto, a matemática e a música tem uma relação em comum. Ambas fazem parte do cotidiano do ser humano. Em alguns casos da história de ambas pode-se afirmar que uma impulsionou o desenvolvimento da outra. De fato Abdounur (2003) vai defender que quando a matemática avançava o mesmo ocorria com a música.

O estudo sobre esses campos complementares é muito extenso, entretanto, destacaremos no decorrer desse trabalho análises de alguns autores que formalizaram esse estudo no campo científico.

Da mesma forma que existem argumentos que conectam a matemática e a música, existem também diversos trabalhos que apontam para o uso da música para ensinar matemática (CAMARGOS, 2017; CAMPOS, 2009; MONTEIRO, JR; MEDEIROS; MEDEIROS, 2003).

Nesse sentido, a nossa pesquisa se propõe explorar um aspecto dessa relação através da proposição e estudo de praxeologia matemática utilizando a música como contexto.

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) proposta por Yves Chevallard, tem como objetivo o estudo das condições e restrições para difusão de saberes no seio das instituições. Se pensarmos no saber álgebra, por exemplo, quais as condições para que ele seja ensinado nas escolas? O livro didático, a presença dele no currículo, podem ser interpretado como condições. No entanto, por exemplo, a falta de recursos didáticos ou tempo apropriado dedicado a álgebra, pode ser considerado uma restrição.

No cerne da TAD está a noção que deu origem a construção da própria teoria, a noção de Transposição Didática. A noção de Transposição Didática se ocupa de entender e revelar a trajetória dos saberes desde a sua formalização até chegar ao aluno, em sua teoria, ele conclui que a transposição didática é um processo de transformação que o conhecimento passa até chegar no seu objetivo final que é o ensino. De acordo com Bosh e Gascón (2006), o processo de transposição didática está relacionado no modo que o conhecimento científico é formulado e como é ensinado.

Além do estudo da transposição didática dos saberes a TAD se ocupa de compreender como se dão as práticas institucionais em torno de um saber. Essa prática é entendida como praxeologia, que é o estudo das práticas institucionais, segundo Chevallard (1999).

O objetivo do trabalho é sugerir praxeologias para o ensino de matemática com o auxílio da música. Ao realizar esse estudo, confeccionamos um instrumento musical (vidrofone) que envolve questões matemáticas tendo a música como pano de fundo.

Em meio a minha experiência como músico, pude perceber em uma gravação de um backing vocal que a matemática estava inserida dentro da música e ao analisar com mais cautela a respeito do tema, pude ver a relação entre ambas. Por esse motivo decidi que o TCC em questão seria uma abordagem sobre a relação entre a Matemática e Música. Afunilando ainda mais a temática, essa relação busca a priori a determinação de algumas praxeologias no ensino de matemática envolvendo a música. Para isso, temos a seguinte questão norteadora:

Que praxeologias matemáticas de conteúdos dos anos finais do ensino fundamental podem ser trabalhadas tendo a música como contexto?

Diante disso, o objetivo geral de nosso estudo é *analisar as potencialidades da música como contexto para trabalhar praxeologias matemáticas envolvendo conteúdos presentes nos anos finais do ensino fundamental.*

Para tanto, os objetivos específicos são os seguintes:

- 1) *Observar em pesquisas e documentos oficiais condições para trabalhar a música como contexto no ensino de matemática;*
- 2) *Identificar praxeologias matemáticas de conteúdos matemáticos presentes nos anos finais do Ensino Fundamental para serem trabalhadas a partir do contexto da música.*

O presente trabalho de conclusão de curso (TCC) está organizado da seguinte forma: Introdução, Fundamentação Teórica voltada para a discussão da Teoria

Antropológica do Didático com abordagens de Chevallard e a Didática da Matemática, Aspectos Metodológicos, Natureza da Pesquisa, Noção de novas praxeologias, Matemática e Música em busca de novas praxeologias, Vidrofone: Um instrumento musical e matemático, Explorando Praxeologias, Considerações finais e Referências Bibliográficas.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Com base em alguns elementos da Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard, propomos uma fundamentação voltada para a identificação de elementos praxeológicos para ensinar conteúdos matemáticos presentes nos anos finais do Ensino Fundamental tendo como contexto a música. Iniciamos o nosso referencial falando sobre a Didática da Matemática, movimento do qual faz parte a TAD, apresentamos os elementos que vamos utilizar da teoria e apresentamos um panorama das possíveis conexões entre a Matemática e Música.

2.1 A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A Teoria Antropológica do Didático está inserida no seio da Didática da Matemática de influência francesa. Quando falamos em didática da Matemática, segundo D'Amore (2007) podemos estar falando da didática como uma arte, ligada especialmente ao ensino ou a didática da matemática como um campo de pesquisa que nasce na França a partir de meados dos anos 1960.

Na primeira definição apresentada por D'Amore, a didática da matemática estuda as relações entre aprendizagem e o ensino da matemática e está ligado a pedagogia e a psicologia. Para Libâneo (1994), a Didática serve para direcionar e orientar o professor em suas práticas de ensino na sala de aula. Como é o mediador e deve estar atento ao desempenho do aluno, ele deve ter um olhar subjetivo as capacidades de cada um deles. Fazendo essa ligação, podemos perceber que ela tem como objetivo propor a conexão entre professor/aluno.

Apesar de algumas semelhanças com a finalidade apresentada por Libâneo (1994), a Didática da Matemática de influência francesa, como sugere D'Amore (2007), é um outro tipo de movimento próprio que se origina na França e passa a influenciar pesquisas em todo mundo, inclusive aqui no Brasil. Ela corresponde ao processo de surgimento e consolidação da Educação Matemática na França. Em meados dos anos 1960 são criados os Institutos de Pesquisa e Ensino de Matemática (IREM) naquele País e a partir dele que nomes como o Guy Brousseau, Yves Chevallard, Michelle Artigue, Gerard Vergnaud, dentre outros vão compor um movimento que tem como pilares a construção de explicações próprias para as questões relacionadas ao ensino e a

aprendizagem de Matemática. Na tentativa de rejeitar a tese de que o ensino de matemática e a didática dependem exclusivamente de explicações da psicologia cognitiva, ou seja, de que a atividade matemática está centrada no indivíduo, o movimento da Didática da Matemática irá defender que não é possível tratar de questões de ensino e aprendizagem de Matemática sem levar em consideração as especificidades da própria Matemática, isto é, todo processo de ensino e aprendizagem depende também das características da própria matemática, por isso, o termo Didática da Matemática.

Isso fica claro quando Brousseau e seus colaboradores apresentam estudos como o do Caso Gael. Nesse estudo vai se perceber que quando o jovem Gael fala sobre sua experiência matemática, não fala por ele, mas pela infraestrutura didática que é montada em torno dele, as atividades propostas, o discurso do professor, dentre outros aspectos. É nesse nicho que nascem teorias como a Teoria das Situações Didáticas, a noção de Contrato Didático, a Teoria da Transposição Didática, Teoria dos Campos Conceituais e etc.

A premissa principal da Didática da Matemática é que a matemática é uma atividade humana e passível de questionamento. Portanto, só é possível compreender os processos de ensino, quando levamos em consideração a própria matemática e as atividades inerentes a elas.

De fato, para Gascón (1998) a construção da Didática da Matemática está associada a necessidade de rupturas. A principal delas é a inauguração de um paradigma onde a epistemologia da Matemática é fundamental.

É nesse entendimento que Yves Chevallard vai desenvolver a noção de Transposição Didática. Ela assume que o saber passa por diversas transformações no trânsito entre as instituições até se tornar um objeto de ensino. Em outras palavras ele reconhece que o saber matemático, por exemplo, assume ao menos quatro formas.

A ideia de transposição de saberes tem origem no pensamento do sociólogo Michel Verret, mas é Chevallard (1997) quem o teoriza. A transposição didática pretende revelar a trajetória do saber desde a sua formalização até chegar ao aluno, em sua teoria, ele conclui que a transposição didática é um processo de transformação que o conhecimento passa até chegar no seu objetivo final. De acordo com Bosh e Gascón (2006), o processo de transposição didática está relacionado no modo que o conhecimento científico é formulado.

Nesse sentido, a noção de *transposição didática*, deve ser interpretada como desenvolvendo a dupla ruptura epistemológica provocada pela teoria das situações, pois, essa noção mostra que o *saber matemático (saber científico, ensinado ou a ensinar) está no centro de toda problematização didática.*” ALMOLOUD (2007).

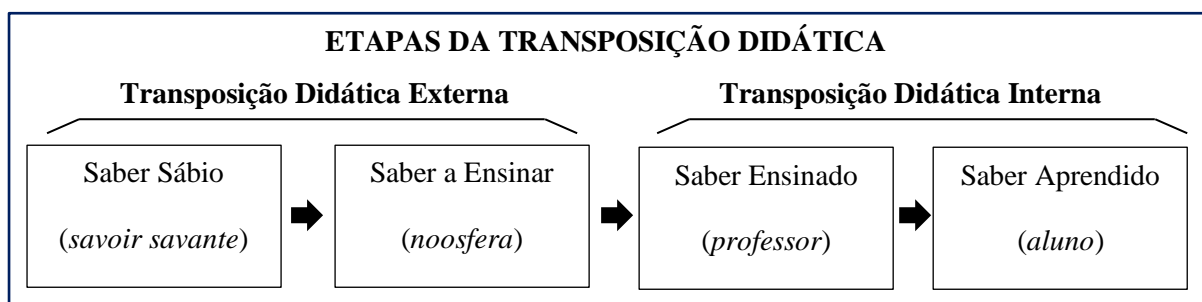
Como preconiza Chevallard, a noção de transposição didática tem como objetivo principal algo mais importante do que o conhecimento que é transmitido, ela visa quebrar esse paradigma de que o professor é transmissor do conhecimento e o aluno é o receptor do saber, tendo em vista a falta de didática que não possibilita o aluno a descobrir a origem do conhecimento que assim é transmitido.

No seu estado inicial os saberes são chamados de saber sábio (*savoir savante*), que é o conhecimento acadêmico no seu estado mais puro. Por exemplo, um teorema específico publicado no meio científico. Quando a sociedade reconhece que esse saber deve ser levado para escola como objeto de ensino é necessário fazer adaptações para que ele possa ser compreendido pelo público que se destina. Essas transformações são operadas pelos os agentes da noosfera¹.

É na noosfera que o saber sábio passa a ser considerado um saber a ensinar. Por exemplo, quando ele é transposto para o livro didático. Esse movimento é chamado de transposição externa. Quando esse saber chega a escola, o professor faz um processo de transposição interna, pois na construção da sua aula ele toma decisões didáticas que podem modificar esse saber. Quando a aula acontece, esse saber passa a ser um “saber ensinado”. Por sua vez, o aluno opera também uma transposição e transforma o saber ensinado em saber aprendido ou disponível (CHEVALLARD, 1997).

O processo de transposição pode ser ilustrado no esquema a seguir:

Figura 01 – Esquema Transposição Didática



¹ A noosfera (esfera pensante) é um conjunto de pessoas, instituições que se encarregam de tomar as decisões que incluem as modificações do saber sábio para que ele se transforme em saber à ensinar. Participam delas diversos agentes como Ministério da Educação, Pesquisadores, Autores de Livros Didáticos, e também professores.

Fonte: adaptado de Cavalcante (2018).

Apesar do quadro analítico importante da Transposição Didática Chevallard e seus colaboradores começaram no início dos anos 1990 a observar que existem muitas questões em aberto em relação ao processo de transposição didática. Por exemplo, como se dão as práticas institucionais onde operam os processos transpositivos? Quais as influências dos agentes externos da escola na transposição do saber? Como modelar as práticas institucionais?

No bojo dessas questões Chevallard (1992; 1996) desenvolve a Teoria Antropológica do Didático (TAD), como uma ampliação da Teoria da Transposição Didática. A TAD de forma geral se propõe a estudar as condições e as restrições para difusão dos saberes nas instituições. Que desafios são impostos ao professor e estudantes para construção de atividades de estudo da matemática? Para ele, a TAD deve

ser encarada como um desenvolvimento e uma articulação de noções cuja elaboração visa permitir pensar de maneira unificada um grande número de fenômenos didáticos, que surgem no final de múltiplas análises. CHEVALLARD(1998, p.92).

A teoria inicia com o que Chevallard (1996) chama de antropologia cognitiva. Ele lança a ideia de elementos primitivos sob os quais a teoria se apoia: Objeto (O), Pessoa (X) e Instituição (I).

Segundo Chevallard (1996), a TAD seria uma ampliação da Teoria da Transposição Didática. Ela permite analisar o papel dos diferentes atores no processo de transposição didática. Para Araújo (2009) a questão central é considerar o estudo das relações mantidas entre objetos, pessoas e instituições que estão numa relação ecológica.

Para Chevallard tudo pode ser “objeto” desde que existam pelo menos um indivíduo, a exemplo, a álgebra, uma equação, etc.

O alargamento do quadro, levado a cabo por necessidades de análise conduziu-me a propor uma teorização em que todo objeto possa aparecer: a função logarítmica é, evidentemente, um objeto (matemático), mas há também o objeto “escola”, o objeto “professor”, o objeto “aprender, o objeto “saber”, o objeto “dor de dente”, o objeto “fazer pipi”, etc. Assim, passa-se de uma máquina a pensar um universo didático restrito a um conjunto de máquinas de alcance mais amplo, apto, em princípio, a nos permitir situar a didática no seio da antropologia (CHEVALLARD, 1996, p.127).

A existência de um objeto depende de uma relação com um indivíduo. Essa relação é também uma noção primitiva e diz respeito às relações que um indivíduo X pode manter com um O. Esses conjuntos de interações que a pessoa tem com o objeto são necessários para que O exista e também para podermos afirmar que X conhece O, então, se a relação $R(X,O)$ é vazia, significa que X não conhece O.

Na TAD cada indivíduo pode ser considerado uma pessoa que é um conceito dinâmico, ou seja, o indivíduo muda com o tempo e conforme as relações se modificam. Essa mudança se dá pelo assujeitamento das pessoas nas instituições. A instituição para Chevallard é um termo fundamental:

O conceito de Instituição, outro conceito primitivo da TAD, é definido como um dispositivo social total, que certamente pode ter apenas uma extensão muito reduzida no espaço social, mas que permite – e impõe – a seus sujeitos maneiras próprias de fazer e de pensar. Por exemplo, a sala de aula e o estabelecimento são instituições do sistema educativo, que, por sua vez, é também uma instituição. (ARAÚJO, 2009, 34)

Quando a pessoa X decide por entrar numa Instituição (I) passa a ser denominada de sujeito dessa instituição. Assim, nós estudantes da licenciatura somos sujeitos dessa instituição, certamente não somos as “mesmas pessoas” que entraram na universidade há quase 4 anos, pois a nossa relação com a Matemática e seus objetos mudou significativamente.

Chevallard usa esses elementos para explicar como se dão as relações ecológicas no seio das instituições. Pessoas que são sujeitos nas instituições estão se relacionando com objetos. A forma como essa relação acontece são chamados de praxeologias.

As praxeologias serão utilizadas por nós como elemento principal de nosso trabalho.

2.2.1 A NOÇÃO DE PRAXEOLOGIA

A praxeologia na TAD corresponde a um método para analisar as práticas que ocorrem no interior das Instituições, tanto pela sua descrição, como também pelas

condições em que estas ocorrem. A organização praxeológica diz respeito, portanto, ao modo como as práticas institucionais são propostas (discurso) e efetivadas (prática).

Para Chevallard (1999) a teoria é antropológica por que compreende que o didático está em toda atividade humana ligado ao ensino. Da mesma forma que a matemática é uma prática humana, então para conhecer as práticas institucionais dentro de uma instituição, podemos fazer uma análise praxeológica.

Almouloud (2007), sugere que no estudo da praxeologia observemos quatro postulados propostos por Chevallard (1999), conforme apresentados no quadro abaixo:

Quadro 01 – Descrição de Tarefas, Técnicas, Tecnologia e Teoria.

Postulado	Simbologia	Significado
Tarefa	T	Tarefas a serem cumpridas
Técnica	T	Para o cumprimento das tarefas são necessárias as técnicas
Tecnologia	Θ	As técnicas são legitimadas através das tecnologias, ou seja, são as explicações da técnica.
Teoria	Θ	As tecnologias são justificadas pela teoria.

Vamos considerar como um exemplo a tarefa “*determine o valor de x na equação $x^2 = 169$* ”: o enunciando constitui a tarefa em si, a forma como vamos resolvê-la são as técnicas, por exemplo, usando a fórmula de completar quadrados, o princípio da igualdade ou fórmula de Baskara. Cada uma dessas técnicas tem uma explicação, ou seja, uma tecnologia e, por sua vez, essas tecnologias fazem parte de uma teoria maior.

Os quatro elementos [T, T, θ , Θ] compõe uma praxeologia. Esses quatro componentes articulam dois blocos. O bloco [t, τ] é chamado prático-técnico ou “saber-fazer”, o bloco tecnológico-teórico denomina-se “saber” (ARAÚJO, 2009).

As praxeologias, segundo Chevallard (1999), podem ter uma natureza matemática (que se referem às organizações matemáticas) e uma natureza didática (que se referem às organizações didáticas).

2.2 A MATEMÁTICA E A MÚSICA: EXPLORANDO RELAÇÕES

Para iniciar a nossa reflexão sobre a temática em questão, poderíamos fazer os seguintes questionamentos: Existe relação entre a matemática e a música? Seria possível

trabalhar conteúdos matemáticos com base em conhecimentos musicais? Música e matemática apresentam algum tipo de afinidade? De início poderíamos imaginar que tal pergunta seja absurda e teríamos uma negativa como resposta, visto que dentro do conhecimento popular, matemática e música são coisas totalmente diferentes. Entretanto, se encontra nessa percepção um grande equívoco. Se analisarmos de forma mais aprofundada veremos a matemática como peça fundamental na construção da música.

A relação entre a música e desenvolvimento cognitivo humano, se dá desde os primórdios da humanidade quando o homem sentia a necessidade de se comunicar e se relacionar. Ela está em todos os lugares através do som, desde o barulho de uma gota d'água, do balançar das folhas pelo vento, de uma queda d'água em uma cachoeira, do miado de um gato, até mesmo no cantarolar dos pássaros. Esse desenvolvimento acontece desde o nascimento do bebê, pois é nessa fase que ele já reage aos estímulos gerados pela mãe, os batimentos cardíacos é um exemplo claro de que esses estímulos sonoros ajudam no desenvolvimento da criança. Nos primeiros meses de vida ela busca interagir com o mundo, e umas das formas de interação é a capacidade de criar sons com a boca. Para a educadora Brito (2003), *“a criança faz música brincando, diante de um ritmo e movimentos gestuais pelo corpo, ela desenvolve através dessa prática, novos timbres, ritmos e sons”*.

As etapas do desenvolvimento da criança se dão emocionalmente, socialmente e intelectualmente, apresentando um comportamento diferente em cada uma delas e de acordo com o meio em que vive. O desenvolvimento cognitivo remete a percepção que ela tem de algo, que mesmo deixando de existir no seu campo de visão, vai estar sempre ali sendo representada mentalmente.

O desenvolvimento motor está presente com a criança desde o seu nascimento e o acompanha durante toda a vida. Uma criança ao ouvir um determinado som começa a bater as mãos, os pés e se movimentar conforme o ritmo da música. De acordo com Weigel (1988, p.14), *“O movimento/atividade é condição principal da vida da criança, pois sem movimentos ela enfraqueceria física e mentalmente”*. Os estímulos criados pelo ritmo de uma música na vida de uma pessoa agem de dentro pra fora trabalhando assim sua coordenação motora. Como já dito anteriormente, a música é um veículo que mexe com o interior das pessoas transformando-as afetivamente, socialmente e psicologicamente. Quando da demonstração dos afetos existe a manifestação do

movimento motor, isso se apresenta em um abraço, um beijo, uma saudação, um aperto de mão, algo que envolva duas pessoas dotadas de sentimentos.

De acordo com Bréscia (2003), a música está inserida no contexto da história da humanidade desde quando surgiram os primeiros povos, o homem começou a criar seus próprios sons com instrumentos feitos de madeira e esses sons eram responsáveis pela comunicação entre eles e fazia parte de rituais como: casamento, nascimento, morte, colheita e afins.

Atualmente não se conhece nenhuma civilização que não possua manifestações musicais próprias. Na Grécia o estudo da música era obrigatório, Pitágoras, um grego, matemático e filósofo foi o primeiro a estudar a música de forma bem detalhada. Ele fez uma descoberta que revolucionou a matemática e a música ao dividir uma corda em duas partes e tocar cada extremidade, o som que era produzido era exatamente o mesmo, só que mais agudo. Através do experimento com esse instrumento, ele começou a estudar a relação entre a matemática e a música. *“Pitágoras demonstrou que a sequência correta de sons, se tocada musicalmente, pode mudar padrões de comportamento e acelerar o processo de cura”* (BRÉSCIA, p.31, 2003).

Figura 02 – Modelo monocórdio Pitágoras



Fonte: Imagem da internet (Google, 2019).

Para Weigel (1988, p. 10), a música é composta por: Ritmo, Som, Melodia e Harmonia.

A matemática e a música podem ser consideradas campos complementares, pois em muitos momentos da história os avanços da matemática se confundem com os avanços da música (ABDOUNUR, 2003).

Ao realizarmos esse estudo é possível perceber a correlação que existe entre ambas. Essa percepção se dá em: tempo, compasso, intervalos e escalas. Ela se originou

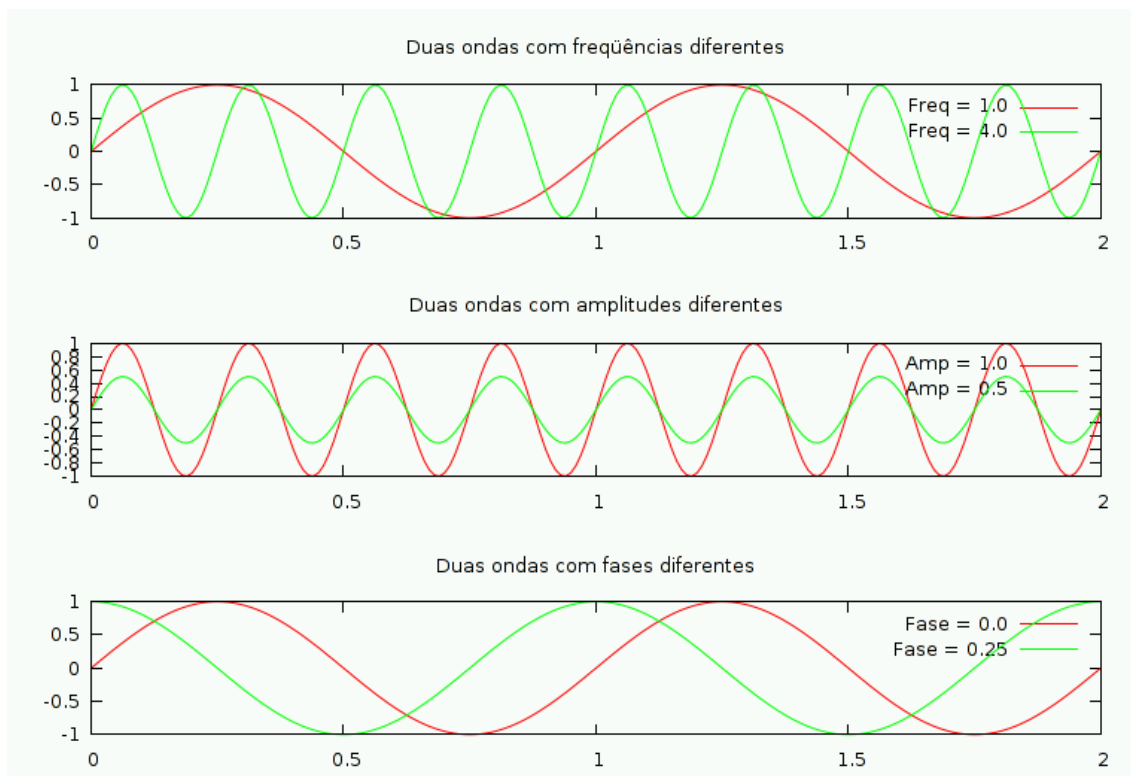
nas antigas civilizações quando o homem sentiu a necessidade de contar e se desenvolveu na idade média, especificamente nas culturas do mediterrâneo. Como o homem vivia da caça e pesca, houve um momento que ele precisou desenvolver alguns cálculos e ao utilizar pedrinhas, cascalhos e até mesmo pinturas rupestres a ideia de quantidade foi formalizada, pois para cada pedrinha ele associava um animal/pessoa que existia em sua tribo.

De acordo com Campbell *et al* (2000) ao utilizar a música como recurso metodológico no ensino da matemática, os alunos percebem que mesmo sendo complicada a sua compreensão, a matemática de forma abstrata e confusa se torna clara e compreensível, facilitando a exposição de tal conteúdo. Os autores contam que o compositor Dom Shiltz ao ministrar uma palestra sobre educação musical em Nashville no ano de 1990, ele abordou um fato que aconteceu com ele durante os anos do ensino médio:

Eu vou lhes contar sobre uma aula que eu tinha... apreciação musical. Eu realmente não pensava nela como uma aula. Achava que era um período em que cantávamos. Aprendíamos que o inglês mostra os pensamentos e sentimentos do compositor, que as canções são uma forma de comunicação. Aprendíamos história através das canções da nação. Foi melhor que qualquer aula de história da minha vida. Aprendíamos Matemática, descobríamos os relacionamentos entre as partes e que a composição seguia regras matemáticas. E aprendíamos a ouvir; se não escutamos, não conseguimos aprender. Essa apreciação da música interligou todos os meus estudos. (CAMPBELL; CAMPBELL; DICKINSON, 2000, p.139-140)

O trabalho de Gardner (1994) sugere uma relação entre as inteligências, então não é demais inferir a existência de uma relação da música com o ensino de matemática. Através das funções trigonométricas, produzindo o som e como ele se propaga através das ondas sonoras. As ondas sonoras mais amplas chamadas senóides são as mais graves e as que são mais estreitas são as mais agudas, são elas que definem o som. Trazendo para o cotidiano no ensino da matemática e usando uma corda esticada, podemos fazer o uso da mesma para produzir os sons, tanto graves como os agudos, dependendo da intensidade com que é tocada. Veja a figura abaixo:

Figura 03 - Sons e trigonometria.



Fonte: Google Imagens (2019)

Ainda de acordo com a relação da música e a matemática, podemos perceber que Snyder (1992) enfatiza a contribuição da música durante as avaliações físicas, no término das provas escritas, no intervalo, na entrada e no final das aulas e durante as aulas como recurso metodológico, a fim de proporcionar uma atmosfera mais receptiva aos alunos. Além de tornar um ambiente agradável, a música estimula o aluno a ter uma visão

propiciar uma alegria que seja vivida no presente é a dimensão essencial da pedagogia, e é preciso que os esforços dos alunos sejam estimulados, compensados e recompensados por uma alegria que possa ser vivida no momento presente. (SNYDERS, 1992, p.14).

Para Cavalcanti e Lins (2009), o uso da música como ferramenta metodológica no ensino da matemática, como paródias criadas pelos alunos com o propósito de instigar o gosto pela matemática, tem como objetivo melhorar a compreensão de determinado assunto.

Gardner (1994), afirma que o ser humano possui um conjunto de diferentes capacidades, entre elas a musical, associada à capacidade de se expressar por meio da música. Ele ainda preconiza que o estudo da Matemática através da música pode ser uma alternativa, “[...] o estudo cuidadoso da música partilhou muitas características com

a prática da Matemática, tais como um interesse em proporções, proporções especiais, padrões recorrentes e outras séries detectáveis.” (GARDNER, 1994, p. 98.)

De acordo com Bromberg (2010), as experiências que foram feitas por Pitágoras em uma oficina ao ouvir os sons que os martelos faziam, foram de fundamental importância para o estudo da música e da matemática.

A música e a matemática é relacionada com a arte. A matemática exercida em ambientes de pesquisa, universidades e escolas e a música em teatros, espetáculos e lazer e é expressa por quem realmente tem o dom e domínio para exercer essa arte.

De acordo com a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) 9394/96 a implantação da educação artística e da música no ensino básico é discutida na Lei 11.769 que em meados de agosto de 2008 destacou a música como obrigatória no currículo escolar.

Além da LDB analisamos outros documentos oficiais de referência da Educação Nacional. Analisamos os Parâmetros Curriculares Nacionais de 1996 e a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) que é o documento mais recente.

Se a música é prevista no currículo da Educação Básica como conteúdo de disciplinas como Artes e Educação Física, nos documentos oficiais como Base Nacional Curricular Comum ela tem um destaque mais acentuado, pois é considerada como objeto de ensino desde a educação infantil:

Figura 04– Música como objeto de ensino

CAMPO DE EXPERIÊNCIAS “TRAÇOS, SONS, CORES E FORMAS”

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM E DESENVOLVIMENTO		
Bebês (zero a 1 ano e 6 meses)	Crianças bem pequenas (1 ano e 7 meses a 3 anos e 11 meses)	Crianças pequenas (4 anos a 5 anos e 11 meses)
(EI01TS01) Explorar sons produzidos com o próprio corpo e com objetos do ambiente.	(EI02TS01) Criar sons com materiais, objetos e instrumentos musicais, para acompanhar diversos ritmos de música.	(EI03TS01) Utilizar sons produzidos por materiais, objetos e instrumentos musicais durante brincadeiras de faz de conta, encenações, criações musicais, festas.

Fonte: (BRASIL, 2016, p. 26)

Por outro lado, observamos também que a música não é apontada como contexto possível para trabalhar Matemática em nenhum dos documentos que analisamos. Essa observação pode apontar para o possível descompasso entre o que é apontado por pesquisas na área de Educação Matemática em relação a Matemática e a Música e como esta última pode servir de contexto para exploração dos conceitos matemático.

No entanto, o fato da música ser um objeto de ensino na BNCC indica, para nós, que ao trabalhar Música e Matemática, podemos estar também trabalhando a questão da interdisciplinaridade.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Reservamos para esse capítulo a discussão da natureza de nossa pesquisa e suas etapas.

3.1 NATUREZA DA PESQUISA

Apresentamos a seguir algumas considerações sobre os aspectos metodológicos que guiaram o processo de investigação. Sabemos que a atividade de investigação científica exige procedimentos teóricos e metodológicos. Para Kilpatrick (1996) o rigor metodológico precisa ser considerado como um dos principais aspectos para realização da pesquisa em Educação Matemática.

Partindo da nossa questão norteadora e dos objetivos fixados acreditamos que nossa pesquisa tem uma matriz qualitativa em sua abordagem metodológica. Pois não estamos preocupados em analisar quantitativamente uma grande quantidade de dados. Nosso foco é na compreensão de como um determinado contexto pode servir para organizar atividades de ensino. Nesse sentido, Bogdan e Biklen (1994) apontam a que a pesquisa qualitativa possibilita conhecer processos e fenômenos que não podem ser diretamente quantificados. Eles acrescentam ainda que na pesquisa qualitativa a fonte de dados é o ambiente natural onde o fenômeno ocorre, onde o pesquisador é o principal instrumento. (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Na tradição da pesquisa em Didática da Matemática a análise documental é um trabalho que está ligado também a pesquisa qualitativa. No caso da Teoria Antropológica do Didático, são muito comuns estudos que se prestam a analisar a ecologia dos saberes em documentos e manuais didáticos. De acordo com Kaspary, Oliveira e Bittar (2016) a TAD se mostra como um ferramenta poderosa para análise de livros didáticos.

Do mesmo modo Bogdan e Biklen (1994) afirmam que na pesquisa qualitativa os dados podem ser coletados a partir das mais variadas fontes, como análise de textos, entrevistas, documentos oficiais, atividades produzidas na sala de aula, dentre outros.

Outro aspecto importante de nosso trabalho é o seu carácter introdutório. Originalmente construímos uma proposta onde iríamos fazer um estudo das relações

entre a matemática e música, em seguida iríamos construir uma proposta de ensino, aplicá-la e analisar sua pertinência. No entanto, devido ao tempo e outros entraves decidimos nos concentrar na exploração praxeológica da atividade. Nesse sentido concordamos com que Fiorentini e Lorenzato (2009) que dizem que esse tipo de pesquisa pode ser considerado exploratória, isto é, uma modalidade em que o pesquisador quer compreender melhor uma realidade para poder empreender pesquisas mais aprofundadas.

Lembramos que para perspectiva antropológica do didático o trabalho de análise praxeológica é fundamental, para construção de uma infraestrutura epistemológica que permita o ensino de determinados objetos nas instituições. (CAVALCANTE, 2018).

Nossa pesquisa foi organizada em duas etapas: 1. Etapa de análise documental e estudo teórico; 2. Proposição e análise de atividade que envolve a música como contexto para ensinar Matemática.

Durante a etapa da pesquisa, organizamos um processo de investigação que se baseou na análise documental. Após o estudo da teoria e construção do capítulo teórico, que envolveu, leitura, fichamento e processo de escrita organizamos os critérios para seleção dos documentos a serem analisados, esses critérios foram dois:

- A – Relevância dos documentos para educação nacional;
- B – A condição de representação dos documentos,

O primeiro critério está relacionado com a compreensão de que eles possam se revelar como materialização dos anseios da sociedade em relação à educação formal e a difusão dos saberes. Um documento produzido por uma entidade que não é reconhecida e nem difundida entre as redes escolares não contempla o critério A. Já o critério B, indica a natureza instrucional dos documentos e as recomendações que eles trazem para os professores. Por exemplo, quando um documento é utilizado como referência na elaboração de currículos, de políticas públicas, ou mesmo, referenciado pelos professores na construção de suas aulas esse documento contempla o critério B.

Nesse sentido, selecionamos como documentos a Lei de Diretrizes e Bases Nacional (LDBN) em vigor, Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) pela sua importância histórica e a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) que é o documento mais atual.

Parte da análise desse documento já foi realizada por nós no capítulo anterior e reflete o que Cavalcante (2018) observou para o ensino de Probabilidade. Enquanto a LDB é a lei geral que rege a educação brasileira, os PCN se apresentam como uma tentativa de definir parâmetros nacionais, no entanto, ele deixa lacunas em relação aos objetos de ensino e o currículo que deveriam ser implementado, se tornando um documento mais de orientações gerais. Já a BNCC supre essa lacuna em relação ao currículo pois deixa claro que objetos de ensino devem ser trabalhados minimamente.

A nossa análise mostrou como vimos que a música embora seja um tema de ensino, não é citada como uma possibilidade de contexto para o ensino de Matemática, o que contraria as pesquisas como apontam Abdounur (2003).

Após o cumprimento dessa etapa organizamos a preparação e planejamento da atividade. Como critério procuramos a realização de uma atividade que tivesse potencial para trabalhar temas matemáticos. Essa atividade foi a construção do Vidrofone que é uma variante do xilofone. Após a construção do instrumento fizemos um estudo das praxeologias que podem ser exploradas tendo esse instrumento como contexto.

4 MATEMÁTICA E MÚSICA EM BUSCA DE PRAXEOLÓGICAS

Neste capítulo vamos explorar a construção de uma atividade cuja a música é o principal contexto para abordar conceitos matemáticos. O capítulo está dividido em duas partes. Na primeira, nos explicamos o processo de construção da atividade, e na segunda exploramos algumas praxeologias.

4.1 VIDROFONE: UM INSTRUMENTO MÚSICAL E MATEMÁTICO

A palavra Xilofone vem do grego Xylon “madeira” + phone “som, voz”, traduzindo, “Som da madeira”. Esse instrumento se originou na África e era definido como instrumento de percussão, sendo inserido e tendo destaque nas orquestras em meados do século XX. Todo instrumento que usa uma engenharia semelhante é considerado da família dos xilofones. Eles são instrumentos melódicos, ou seja, que reproduzem a melodia da música. Por exemplo, a canção “Asa Branca” de Luiz Gonzaga e Humberto Teixeira é um “baião” que tem uma harmonia em acordes maiores, a parte da cantada corresponde a melodia. Com o xilofone e seus similares é possível executar essa parte cantada.

Os xilofones atendem ao princípio físico da produção de ondas sonoras através da sua vibração. Ao provocar a vibração de uma taça de cristal, por exemplo, ouvimos uma perturbação sonora, o deslocamento de energia provocado pela vibração produz uma onda sonora, que pode ou não corresponder a uma nota musical da escala música. Assim todo instrumento musical que produz som a partir de sua vibração própria é chamado também de idiofone na teoria musical.

O vidrofone é um instrumento da família do Xilofone. É um instrumento melódico, mas é feito com garrafas de vidro ou até mesmo copos que são capazes de, com uma certa quantidade de água formar sons (notas musicais). As notas emitidas do vidrofone soam conforme o volume de água que há dentro de cada garrafa. O som de uma nota mais grave só é reproduzida quando a garrafa tem um maior volume de água e a nota mais aguda é quando o volume de água que está dentro da garrafa é bem menor.

Na internet estão disponíveis vários roteiros para construção de vidrofones². Em resumo sua construção é necessário utilizar 7 ou 11 (Notas Naturais ou com Sustenidos) garrafas de vidro, pois cada uma delas irá representar uma nota musical. Usando garrafas de 200 ml, temos a seguinte relação: Deixando a primeira garrafa cheia (200 ml), obteremos uma nota mais grave, logo as demais terão um volume bem menor de água. A segunda garrafa terá uma quantidade de 180 ml, a terceira 160 ml, quarta 140 ml...(Seguindo essa relação, teremos a décima primeira garrafa totalmente vazia e emitindo um som mais agudo.).

Apesar dessa relação, notemos que quanto menor for a capacidade da garrafa menor será o volume para atingir as notas mais agudas, o que pode se constituir em problema, pois nem sempre uma garrafa vazia emitirá uma nota afinada na escala musical que está pretendendo se construir. Sobre essa questão Camargos (2017) destaca que na tentativa de aproximar os conceitos matemáticos escolares da prática musical, muitos vezes esquecemos que no mundo real os modelos matemáticos mais elementares nem sempre dão conta de modelar esse tipo de situações, os modelos matemáticos são aproximações do real, além disso ao trabalhar com volumes estamos trabalhando como grandezas contínuas, a precisão muitas vezes é uma questão de aproximação.

Figura 5: Vidrofone



Fonte: Google Imagens (2019).

² <https://www.youtube.com/watch?v=0I5juORZhmE>

Fizemos a construção de modelo semelhante ao da figura 05 e com ele foi possível executar melodias simples além de vislumbrar a possibilidade de explorar algumas atividades que apresentamos a seguir.

4.2 EXPLORANDO PRAXELOGIAS

Para explorar algumas praxeologias, podemos trabalhar os seguintes conteúdos matemáticos:







- Volume
- Números Racionais (Frações)

Para podermos começar o nosso estudo, vamos definir o que são escalas musicais e trabalhar em cima desse contexto.

É um conjunto de notas musicais que são derivadas de uma nota e é ordenada em uma sequência da nota mais grave a mais aguda. Elas são a base para a harmonização de uma música. As principais notas musicais são: Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si.

Vejamos a seguir a representação das figuras musicais relacionadas com a matemática:

Quadro 3: Tabela dos valores das notas.

NOME	NOTA	VALOR (Tempo)
Semibreve		4
Mínima		2
Semínima		1
Colcheia		$\frac{1}{2}$
Semicolcheia		$\frac{1}{4}$
Fusa		$\frac{1}{8}$
Semifusa		$\frac{1}{16}$

Fonte: Os desafios das Escolas Públicas Paranaense. 2014.

Para compreendermos melhor o uso de novas praxeologias no ensino de matemática, vamos abordar alguns conteúdos matemáticos utilizando a música como recurso metodológico.

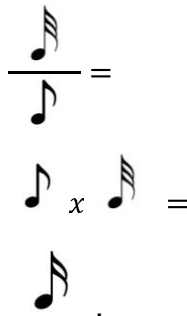
Atividade 1.

Questão	Tarefa	Como resolver	Justificativa	Teoria
Maria tem uma garrafa de 200 ml e quer reproduzir a nota Ré em um vidrofone. Se eu sei que a relação das notas e o volume de água de cada garrafa é de 20 ml, qual o volume necessário na garrafa para que ela emita essa nota?	t_1 : determinar a proporção do volume de líquido em uma garrafa de 200 ml para obter a escala musical natural.	τ_1 : Afinar a primeira garrafa com a nota Dó. θ : Descobrir a relação que existe para que o vidrofone através da técnica seja capaz de reproduzir a nota Ré. Θ : Se eu sei que as notas musicais são reproduzidas a cada 20 ml de água na garrafa, então, se a nota Dó é 200ml, então, para que a	Para definir a nota Ré numa garrafa de 200 ml, utilizamos a seguinte relação, se a nota Dó vale 200 ml, então a nota Ré vai ser definida com 180 ml de água.	Para trabalharmos com música, temos que que ter noção de Acústica (Ramo da física que estuda o som), pois o som que é produzido nas garrafas é são diferentes, pois a proporção de água em cada uma delas varia de acordo com as notas emitidas.

		nota Ré venha a existir, teremos um volume de 180 ml.		
--	--	--	--	--

Atividade 2.

Questão	Tarefa	Como resolver	Justificativa	Teoria
João está estudando Números Racionais (Frações), então sabendo da relação que a música tem com a matemática, ele decidiu brincar um pouco com as escalas musicais e as frações. Ele dividiu duas escalas, a fusa e a colcheia. Qual o	t_1 : Primeiramente João dividiu as duas escalas musicais. $\frac{Fusa}{Colcheia}$.	τ_1 : A divisão de frações é da seguinte forma: Repete a primeira fração e multiplica pelo inverso da segunda fração. θ : O valor da Fusa vale $\frac{1}{8}$ e a colcheia vale $\frac{1}{2}$. Θ : O inverso da divisão é a multiplicação, logo, como a fusa vale $\frac{1}{8}$ e a colcheia $\frac{1}{2}$, então	O conteúdo de frações se torna bem mais simples e dinâmico quando é usado novos recursos metodológicos na sua composição. Tendo em vista a dinâmica da questão, aluno absorve com mais clareza o conteúdo em questão (Números Racionais).	Na construção dessa questão utilizamos divisão de frações da forma $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$., utilizando escalas musicais.

<p>valor numérico ele obteve, sabendo dessa relação?</p>		<p>dividimos as frações e o resultado será uma nova nota musical. A semicolcheia.</p>  <p>The image shows two mathematical relationships using musical notation. The first shows a quarter note (represented by a vertical line with a flag) divided by a vertical line, resulting in two eighth notes (represented by vertical lines with flags). The second shows two eighth notes multiplied together (indicated by an 'x' between them), resulting in a quarter note.</p>		
--	--	--	--	--

Ao observarmos os dois exemplos de atividade percebemos que o vidrofone tem potencial para mobilizar contextos para exploração de conceitos matemáticos. Utilizamos como exemplo a questão do volume e da representação fracionária dos números racionais.

De acordo com Chevallard (1999) as praxeologias matemáticas praticadas nas escolas são, em sua maior parte, praxeologias pontuais ou locais, ou seja, envolvem uma técnica para resolver um tipo específico de tarefa. O desafio é desenvolver praxeologias completas que envolvem também o uso de tecnologias. Percebemos que no caso das atividades propostas podemos trabalhar com várias técnicas e explicações que vem tanto da matemática, quanto da teoria musical, o que pode envolver também o uso da intuição e percepção dos alunos como sugere Camargos (2017).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo geral de nossa pesquisa foi analisar as potencialidades da música como contexto para trabalhar praxeologias matemáticas envolvendo conteúdos presentes nos anos finais do ensino fundamental. Tendo em vista essa proposição, nos preocupamos no último semestre em tentar compreender de forma mais abrangente as relações entre a matemática e a música e refletir sobre como isso poderia se transformar em recursos para o ensino.

Abdounur (2003) já havia destacado que os desenvolvimentos da Matemática e da Música se apresentam numa relação de dependência muito forte. Já do ponto de vista do ensino, são também vários trabalhos que indicavam a possibilidade de exploração como destacaram Campos (2009). No entanto, vimos também conforme indica Camargos (2017), que essa relação na prática pode não ser claro, principalmente porque ao modelar o contínuo, muitas vezes não temos modelos tão precisos.

Em nossa percepção acreditamos que as preocupações de Camargos (2017) são legítimas, no entanto, destacamos que esse fato pode abrir possibilidades de reflexão sobre a natureza da própria matemática, desfazendo o mito de que a Matemática é uma ciência exata e estática, pelo contrário existem problemas que ainda não foram modelados ou resolvidos.

A pergunta de nossa pesquisa foi: *que praxeologias matemáticas de conteúdos dos anos finais do ensino fundamental podem ser trabalhadas tendo a música como contexto?*

Pensamos que respondemos essa pergunta ao apresentar sugestões de atividades envolvendo os conceitos de volume e representação fracionária de números racionais. Embora não tenhamos apresentado uma grande quantidade de questões, o que pode ser considerada uma lacuna em nossa pesquisa, o exercício que fizemos nos mostrou que é possível explorar conceitos matemáticos. Podemos, por exemplo, vislumbrar uma situação de sala de aula onde o vidrofone é construído pelos alunos e depois explorados questões sobre o processo de construção.

Com relação as praxeologias propostas, destacamos que eles podem avançar para praxeologias mais complexas, pois como vimos na atividade 01, a técnica para solução do problema não é meramente matemático, mas também prática o que pode permitir aos estudantes ver o conceito funcionando na prática. Ao trabalhar com música

podemos estar também ajudando aos estudantes a despertarem suas potencialidades musicais como afirmam Cavalcanti e Lins (2009).

De acordo com Chevallard (1999) conforme o universo praxeológico dos alunos é expandido, mais eles aprendem. Trabalhar com situações que fogem ao contexto tradicional da escola pode dar oportunidade aos estudantes de conhecer a matemática em sua verdadeira essência.

Por fim, apontamos como trabalhos futuros a possibilidade de aplicar essas atividades em sala de aula, a partir da construção do vidrofone. Destacamos a importância da realização do trabalho para nós, enquanto, experiência de formação.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDOUNUR, O. J. **Matemática e música: o pensamento analógico na construção de significados**. 3. ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2003.

ALMOULOUD, S A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR. 2007.

BIBBY, N. Tuning and temperament: closing the spiral. In FAUVEL, John; FLOOD, Raymond; WILSON, Robin (Ed.). **Music and mathematics: From Pythagoras to Fractals**. Oxford University Press, Oxford, 2003. cap 1, p. 13–27.

ARAÚJO, A. J. **O ensino de álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático**. 2009. 290f. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BOSCH, M.; GASCÓN, J. 25 años de Transposición Didáctica. In: RUIZ-HIGUERAS, L.; ESTEPA, A.; GARCÍA, F. J. **Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la teoría Antropológica de lo Didáctico**. Jaén: Servicio de Publicaciones de la Universidad de Jaén., 2006. p. 385-406.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Brasília: Lei Federal nº 9394, 1996.

BRASIL. **Base nacional comum curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2016.

BRÉSCIA, V. L. P. **Educação Musical: bases psicológicas e ação preventiva**. São Paulo: Átomo, 2003.

BRITO, Teca Alencar. **Música na educação infantil: Propostas para a formação integral da criança**. São Paulo: Peirópolis, 2003.

BROMBERG, C. **Os Objetos da Música e da Matemática e a Subalternação das Ciências em alguns tratados de Música do século XVI**, Transformação, Marília, vol.37, n.1, p.9-30. 2014.

CAMARGOS, C. B. R. **Músicas que ultrapassam as estruturas regidas por números: uma análise de práticas matemáticas em construções de instrumentos musicais**. Tese de Doutorado. UFSCar. São Carlos – SP, 2017.

CAMPBELL, L.; CAMPBELL, B.; DICKINSON, D. **Ensino e Aprendizagem pro meio das Inteligências Múltiplas**. Porto Alegre, Artmed, 2000

CAMPOS, J. P. S. **Matemática e música: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares.** Dissertação Mestrado. Programa de Pós Graduação em Educação. UFES. Vitória, 2009.

CAVALCANTE, J. L. **A dimensão cognitiva na teoria antropológica do didático: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na licenciatura em matemática.** Tese de Doutorado. PPGEC – Programa de Pós-graduação em Ensino das Ciências e Matemática. UFRPE. Recife, 2018.

CAVALCANTI, V. S.; LINS, A. F. Cantando a Matemática: uma abordagem didática para o Ensino Médio. In: **XIII EBRAPEM.** Goiânia –GO, 2009.

CHEVALLARD, Y. Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: BRUN, J. **Didáctica Das Matemáticas.** Tradução de Maria José Figueredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

_____ **La Transposicòn Didáctica Del Saber Sabio Al Saber Enseñado.** Tradução de CLAUDIA GILMAN. 1ª. ed. Buenos Aires: Aique, 1997

_____ L'analyse des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologie Didactique. In : **Recherches en Didactiques des Mathématiques**, 1999. p. 221-266.

D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática.** São Paulo: Livraria da Física, 2007.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 2ª. ed. Campinas: Autores Associados, 2009.

GARDNER, Howard. **Estruturas da Mente: A teoria das Inteligências Múltiplas.** Porto Alegre, Artmed, 1994.

GASCÓN, J. Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. **Recherches en Didactique des Mathématiques** 18. 1998.

KASPARY, D.; OLIVEIRA, A. B. D.; BITTAR, M. **A Teoria Antropológica do Didático como metodologia de Análise de Livros Didáticos.** Anais do I Simpósio Latino-americano de Didática da Matemática - LADIMA. Bonito - MS: [s.n.]. 2016.

KILPATRICK, J. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico.. **Zetetiké**, v. 4, n. 5, 1996.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática.** 13 Ed. São Paulo: Cortez, 1994.

MONTEIRO JR., Francisco Nairon; MEDEIROS, Alexandre; MEDEIROS, Cleide Farias de. Matemática e Música: As Progressões Geométricas e o Padrão de Intervalos da Escala Cromática. **Bolema**, Rio Claro:Unesp, n.20, 2003, p.101-126

SNYDERS, G. **A escola pode ensinar as alegrias da música?** 5. ed. São Paulo: Cortez, 2008.

WEIGEL, A. M. G. **Brincando de Música: Experiências com Sons, Ritmos, Música e Movimento na Pré-Escola.** Porto Alegre: Kuarup, 1988.