



UEPB

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CAMPUS I

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANDRÉA MONTENEGRO

**UMA BREVE REVISÃO DA LITERATURA DE VAN HIELE SOBRE A
GEOMETRIA NO LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**CAMPINA GRANDE - PB
2019**

ANDRÉA MONTENEGRO

**UMA BREVE REVISÃO DA LITERATURA DE VAN HIELE SOBRE A
GEOMETRIA NO LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Lamartine da Costa
Barbosa

**CAMPINA GRANDE - PB
2019**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

M777b Montenegro, Andréa.

Uma breve revisão da literatura de Van Hiele sobre a geometria no livro didático do ensino fundamental [manuscrito] / Andrea Montenegro. - 2019.

40 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2019.

"Orientação : Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa, Departamento de Matemática - CCT."

1. Ensino de Geometria. 2. Modelo de Van Hiele. 3. Livro didático. I. Título

21. ed. CDD 516

ANDREA MONTENEGRO


UMA BREVE REVISÃO DA LITERATURA DE VAN HIELE SOBRE A GEOEMTRIA
NO LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO FUNDAMENTAL

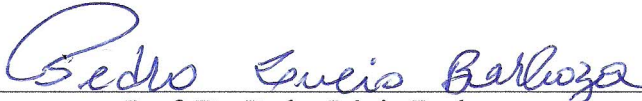
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao curso de Graduação em Licenciatura Plena
em Matemática da Universidade Estadual da
Paraíba, como requisito parcial à obtenção do
título de Licenciada em Matemática.

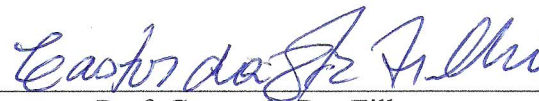
Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em: 23/08/2019.

BANCA EXAMINADORA


Prof. Dr. José Lamartine da Costa Barbosa (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)


Prof. Dr. Pedro Lúcio Barboza
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)


Prof. Castor da Paz Filho
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Dedico,

A Deus, por cada vitória conquistada, nessa jornada, sem ele nada seríamos, minha mãe (*in memoriam*), ao meu pai, meus irmãos e irmãs, meu filho pelo amor e carinho diário, a todos os meus colegas de curso, e a todos os meus professores pelos os conhecimentos repassados os quais levarei para a vida toda.

AGRADECIMENTOS

A Deus em primeiro lugar, por me proteger e fortalecer em todas as horas minutos e segundos da minha vida, a ele toda hora e gloria.

A toda minha família, meu paizinho Absalão Francisco por todo amor que tem pelos seus filhos foi para ele também essa conquista, aos meus irmãos, todos os meus sobrinhos, e meu filho Miguel, tudo por eles.

Ao meu orientador querido professor Dr. José Lamartine da Costa Barbosa, muito obrigada pela paciência e dedicação, por estar junto comigo nesse trabalho e na realização desse sonho quer a conclusão do meu curso, tiver a honra de ser sua aluna também durante o curso, sem palavras para agradecer.

A minha banca maravilhosa, Dr. Pedro Lucio Barboza e ao professor Castor da Paz Filho por estar aqui me ajudando, vocês junto com tantos outros, são minha referência como mestres que são, nos conhecimentos repassados a tantos e tantos alunos, muito obrigada.

A todos os professores de graduação do curso de Matemática da UEPB pelos os conhecimentos valorosos repassados no decorrer no curso. Obrigada de coração.

Deixo aqui registrado um agradecimento ao querido Msc. José Roberto Costa Jr. por ter me apresentado a Teoria de Van Hiele, além de me passado conhecimentos valorosos como meu professor.

Aos meus amigos de cursos Idaliane Virginia, Cintia Silva, Joelma Alves, Girlan Paiva, Klecio Lima, por tudo que vivemos juntos nesses anos de estudos, pelos encontros sem falta nos sábados para estudar, vocês não têm ideia do quanto, vocês são importantes na minha trajetória de vida, da UEPB para a vida toda.

Aos colegas de classe pelos momentos de aprendizagem e apoio contínuo.

A minha linda e querida amiga Suzana Vieira de Freitas (*in memoriam*) pela sua força que contagiava todos ao seu redor, que por muitas vezes me deu forças para concluir esse curso, Deus é muito maravilhoso por ter me presenteado com sua amizade.

A toda a coordenação do curso de Matemática pela ajuda e empenho, obrigada.

Por fim a todos que de forma direta ou indireta contribuíram para essa conquista, muito obrigada.

Epigrafe

“Ninguém ignora tudo Ninguém sabe tudo. Todos nós sabemos alguma coisa. Todos nos ignoramos alguma coisa. Por isso Aprendemos sempre”.
Paulo Freire

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	ASPECTOS TEÓRICOS SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA	12
2.1	Um breve olhar acerca do Ensino da Geometria no Brasil.....	12
2.1.	Modelo de Aprendizagem Van Hiele.....	15
2.3.1	Atividades do Ensino no Nível 0.....	22
2.3.2	Atividades do Ensino no Nível 1.....	23
2.3.3	Atividades do Ensino no Nível 2.....	23
3	LIVRO DIDÁTICO	24
4	ASPECTOS METODOLOGICOS	28
4.1	Método Proposto.....	28
4.2	Procedimentos Realizados.....	28
4.2.1	Delimitação do Tema.....	28
4.2.2	Revisão dos Livros e Obras Literarias.....	28
4.2.3	Objetos da Pesquisa.....	28
4.2.4	Desenvolvimento da Pesquisa.....	24
4.2.	Material Analisado.....	29
4.2.1	Análise dos Conteúdos dos Dois Volumes e se existe Alguma relação com os níveis de Pensamento Geométrico de Van Hiele.....	31
4.1.1.1	Análise do Livro do 6º.....	32
4.1.1.2	Análise do Livro do 8º.....	34
4.1.1.3	Síntese: comparação entre os dois volumes quanto à introdução do modelo de aprendizagem de Van Hiele.....	37
5	CONCLUSÃO	39
	REFERÊNCIAS	40

UMA BREVE REVISÃO DA LITERATURA DE VAN HIELE SOBRE A GEOMETRIA NO LIVRO DIDÁTICO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Andréa Montenegro¹

RESUMO

Na educação básica o conteúdo de geometria é de total importância para formação dos nossos alunos. Mas tendo em vista que o ensino da álgebra ainda é mais explorado nos conteúdos dos livros didáticos, percebe-se que no conteúdo de geometria os alunos ainda têm muita dificuldade de compreensão das definições e os conceitos da geometria. Em nossa pesquisa temos como principal questão a apresentação do modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele. O Objetivo dessa pesquisa é identificar por meio de uma análise feita em livros didáticos dos 6 e 8 ano do ensino fundamental, se há alguma ligação dos conteúdos de geometria, com os níveis de desenvolvimento do modelo de Van Hiele. A metodologia da nossa pesquisa nos livros adotados apresentam aspectos qualitativos, na qual por meio dessa análise percebemos o quanto nos conteúdos de geometria se tem uma base no modelo de Van Hiele, e se os alunos teriam facilidade fazendo o uso do modelo de compreender de uma forma mais clara as questões expostas nos livros. Os resultados obtidos por meio desse estudo, mostra que a relação dos conteúdos ainda explora muito pouco o modelo, nos livros pesquisados tanto o livro do 6 ano quanto o livro do 8 ano percebemos a presença apenas dos níveis 0 (visualização), e 1 (análise).

Palavras-Chaves: Geometria. Van Hiele. Livros Didáticos.

¹ Aluna de Graduação em Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual da Paraíba – Campus I.
E-mail: drea_montenegro@hotmail.com

ABSTRACT

In basic education, the content of geometry is of utmost importance for the formation of our students. But given that the teaching of algebra is further explored in the textbook content, it is clear that in the geometry content students still have a hard time understanding the definitions and concepts of geometry. Our research has as its main question the presentation of the development model of geometric thinking of Van Hiele. The objective of this research is to identify, through an analysis done in 6th and 8th grade textbooks, if there is any connection between the geometry contents and the Van Hiele model development levels. The methodology of our research in the adopted books presents qualitative aspects, in which through this analysis we realize how much in the geometry content is based on Van Hiele model, and if the students would have easiness making use of the model of understanding of a more clearly the issues exposed in the books. The results obtained through this study show that the relation of the contents explores the model very little, in the books researched both the 6th year book and the 8th year book we noticed the presence only of levels 0 (visualization), and 1 (analyze).

Keywords: Geometry. Van Hiele, Didactic books.

LISTAS DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Diagrama dos níveis de pensamento de Van Hiele.....	21
Figura 2: Capa do Livro do 6º.....	29
Figura 3: Capa do Livro do 8º.....	29
Figura 4: Exemplo Livro 6º.....	32
Figura 5: Questão Livro 6º.....	33
Figura 6: Questão Livro 6º.....	33
Figura 7: Questão Livro 6º.....	33
Figura 8: Questão Livro 8º.....	34
Figura 9: Questão Livro 8º.....	35
Figura 10: Questão Livro 8º.....	36
Figura 11: Questão Livro 8º.....	36
Figura 12: Questão Livro 8º.....	36
Figura 13: Questão Livro 8º.....	37
Figura 14: Questão Livro 8º.....	37

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Níveis, Características e Exemplos de Atividades.....	16
Tabela 2 – Análise e Resultados do Livro do 6º.....	37
Tabela 3 – Análise e Resultados do livro do 8º.....	37

1 INTRODUÇÃO

Aqui não iremos nos aprofundarmos para comunicar nosso propósito de pesquisa. Procuramos agir de maneira, pelas características habituais, de uma introdução, relatando como construímos nosso TCC. Inicialmente, nos ancoramos na história sobre o ensino de geometria e Van Hiele, como teórico matemático, como referência que consideramos relevante.

Portanto, o objetivo do nosso Trabalho de Conclusão de Curso é identificar por meio de uma análise realizada em livros didáticos do 6º e 8º ano do ensino fundamental, se há alguma ligação dos conteúdos de geometria com os níveis de desenvolvimento do modelo de Van Hiele.

Para isso, procuramos primeiro, mergulhar brevemente na história sobre os aspectos teóricos o ensino de geometria. Claro, mergulho este limitado, mas, viajar no modelo dos autores acima mencionados a partir daí observando os livros didáticos dos anos escolares selecionados colocando nossos comentários sobre o que há de convergência ou não.

As nossas conclusões são parciais e limitadas, mas aponta, sinaliza para questões importantes a serem analisados, nos livros didáticos.

2. ASPECTOS TEÓRICOS SOBRE O ENSINO DE GEOMETRIA

2.1 Um breve olhar acerca do Ensino da Geometria no Brasil

O ensino da geometria no Brasil passou por algumas fases, ou melhor, dizendo, por algumas mudanças; essas mudanças seguiram algumas tendências de moda em outros países, como foi o caso do Movimento da Matemática Moderna (MMM) desenvolvido internacionalmente na década de 1950. Esse movimento teve início quando o mundo passava por diversas mudanças políticas, culturais e sociais como também mudanças na sua economia. Embalado por todas essas mudanças o MMM tinha como principal objetivo a renovação e modernização do ensino da matemática, tentando igualar a forma que se ensinava nas escolas com o ensino da matemática estudada por pesquisadores e cientistas da época. Segundo os PCNs (BRASIL, 1998) o movimento constituía uma via de acesso privilegiada para o pensamento científico e tecnológico.

No Brasil já década de 60, o Estado de São Paulo foi o primeiro a integrar o MMM, surgindo então o grupo de estudos do ensino da matemática o (GEEM), grupo este liderado por Osvaldo Sangiorg responsável pela disseminação das novas ideias criadas pelo movimento. Este movimento revolucionou, não só o ensino dos conteúdos conhecidos ou mais tradicionais, como também mudou a forma de ensino da matemática da época, constituindo um novo modo de ensino que antes era muito axiomatizada, no que diz respeito ao ensino da geometria o que dificultava na compreensão dos conceitos por parte dos alunos.

Segundo Neponucemo (2005), os alunos tinham uma grande dificuldade para entender toda axiomatização que envolvia a geometria e o movimento vinha justamente para mudar esse conceito tradicional pregando que só era para ensinar aquilo que os alunos tinham condições de entender. Este pesquisador também fez parte desse movimento; era membro do GEEM e ministrava cursos para formação de professores.

Dáí podemos notar que o movimento teve como principal característica a mudança no âmbito no ensino do conteúdo, oferecendo uma nova forma de ensino incluindo o da geometria. Assim como todas as mudanças, que causam certa repulsa, o Movimento da Matemática Moderna fez com que o ensino da geometria na escola básica fosse meio que deixado de lado, pois frente aos pressupostos teórico-metodológicos estavam o despreparo dos professores para tratar esse ramo da matemática nos moldes que agora se apresentavam.

De acordo com (CAROLINO, CURY & CAMPOS, 2000) o ensino da geometria no Brasil pode ser dividido basicamente em três momentos. No Primeiro a geometria era

concebida dentro de uma linha mais axiomática, de difícil compreensão onde eram introduzidos um estudo mais voltado a linhas, figuras, cálculo de área e volumes por meios de formulas existentes, priorizando os processos mecânicos. Em um segundo momento predominou a influência das ideias expostas pela matemática moderna já com novas diretrizes para o estudo da geometria; no terceiro e último momento começa a surgir um conceito dinâmico explorando mais as experiências com os alunos introduzindo no conteúdo figuras planas e espaciais, surgindo assim às composições, decomposições e o estudo simétricos.

A partir daí começaram a surgir diversos modelos quanto ao ensino da geometria como construção e utilização de materiais manipuláveis e o uso de laboratórios de matemática na busca de uma melhor compreensão dos conceitos geométricos.

Vale ressaltar que o ensino da geometria só veio ter seu lugar destacado no final da década de 70 muito embora na década de 60 já existiam como linha de pesquisa da Educação Matemática perspectivas teórico-metodológicas que colocavam o ensino da matemática por outros caminhos, como também começando a ser visto por outros ângulos. De acordo com Andrade (1998)

[...] a partir do final da década de 1960, a metodologia de investigação utilizando sessões de resolução de problemas em grupo e com os alunos se manifestando em voz alta, se tornou pratica comum. E período de 1962 a 1972 marcou a transição de uma metodologia de investigação de natureza quantitativa para qualitativa. Afirma ainda que grande parte da literatura conhecida hoje em resolução de problemas tenha sido desenvolvida a partir dos anos 70, os trabalhos de George Polya já datam muito antes esses estudos. (ANDRADE, 1998, p. 7)

No Brasil a chegada dos pensadores modernos nas escolas, ocasionada pelo Movimento da Matemática Moderna, foi sem dúvida nenhuma um fator importante para a reforma no ensino da Matemática. A partir daí começou então a mudar o modo de se ensinar, o aluno passou de um mero telespectador das aulas a um agente construtor, havendo assim uma troca entre professores e alunos. Mas apesar do movimento ter sido de fundamental importância na forma de como eram passados os conteúdos, a geometria em si não teve seu devido reconhecimento como um conteúdo importante nas escolas, sendo priorizados os conteúdos da álgebra e da lógica. Segundo Pires (1995) “a implantação do movimento da Matemática Moderna no Brasil, coloca a predominância dos termos algébricos sobre os geométricos e, assim, geometria passa a ser um tema ilustrativo dos conjuntos e da álgebra”.

O período pós Matemática Moderna foi de total abandono no ensino da geometria, segundo Guzman (1995), “o que foi bom para a fundamentação foi considerado, por muitos, bom também para a transmissão de conhecimentos. As consequências para o ensino da matemática, em geral foram ruins, mas foram especialmente nefastas para o pensamento geométrico”. Hoje no Brasil ainda evidenciamos algo nesse aspecto, a geometria muito embora seja mais explorada devido aos novos modelos inseridos ao longo do tempo nas escolas, observamos ainda que o ensino geométrico tem muito a melhorar, principalmente nas escolas públicas, que em muitos casos não chega a ser lecionado por falta de tempo, devido vim sempre inserido no final dos livros didáticos. Como afirma Pavanello (1993, p.7) “o gradual abandono do ensino da geometria, verificado nestas últimas décadas no Brasil, é um fato que tem preocupado bastante e evidenciado de uma forma geral, mais principalmente nas escolas públicas”.

Muito embora, sabemos o quanto o conteúdo de geometria é importante há uma evidente falta de interesse de ambos os lados: os professores que muitas vezes não acompanham as evoluções do ensino e se sentem despreparados para passar o conteúdo, os alunos por falta de estímulos e de novas alternativas no ensino da geometria e não podemos esquecer também o governo que não investe em pesquisas de aprimoramento do ensino, e promulgam leis que dá as escolas autonomia, sobre os programas das disciplinas oferecidas no ano letivo. Ainda segundo Pavanello (1993, p.16) “o abandono no ensino da geometria deve também ser caracterizado como decisão equivalente as medidas governamentais, em seus vários níveis com relação à educação”.

De acordo com Guzmam (1993,) “a necessidade de uma volta do espírito geométrico ao ensino da Matemática é algo que todo mundo parece estar de acordo”. É preciso ressaltar que o ensino da geometria tem uma fundamental importância na aprendizagem e com a introdução desses novos modelos de ensino há de se facilitar sua compreensão. Segundo Pimentel (1978) “os conhecimentos desse campo hoje são reconhecidos como de inquestionável importância para a formação dos nossos alunos tanto nos aspectos didáticos, históricos ou científico”. Portanto temos que cada dia mais dar à geometria a importância que lhe é merecida, destacando que é preciso que isso seja de uma forma onde ambos tenham seus resultados esperados para a escola em geral os professores e também para os alunos contribuindo assim para o ensino e aprendizagem.

2.1. Modelo de Aprendizagem Van Hiele

Vários estudos apontam uma série de problemas com relação ao ensino de geometria ao longo dos anos em vários países, inclusive no Brasil. Boa parte desses trabalhos referem-se ao desenvolvimento do pensamento geométrico, ou seja, como tem sido feito o trabalho em sala de aula nesse ramo da matemática, para que os estudantes possam aprender os conceitos geométricos com compreensão e conseqüentemente, desenvolver o seu raciocínio geométrico.

Estudo como os de Kaleff et. al. (1994), Villiers (2010), Souza e Silva (2012), Sant'Ana (2009), Oliveira e Gazire (2012), entre outros destacam a importância do desenvolvimento do pensamento geométrico para que os estudantes possam ter uma formação matemática mais completa e para isso, apresentam seus estudos baseados no modelo de aprendizagem de van Hiele.

De acordo com Becker (2009) o modelo de aprendizagem de Van Hiele teve início com o trabalho de dois professores de matemática, no final da década de 50, por um casal holandês, chamados Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof. Este modelo foi reconhecido e introduzido como método de ensino também em outros países, como por exemplo, a União Soviética na década 60, o que serviu de base para elaboração de um novo método de ensino para as escolas do ensino secundário daquele país. Já nos Estados Unidos, o modelo foi introduzido a partir da década de 70, através de artigos publicados e elaboração de projetos importantes nas escolas, com objetivo de solucionar a deficiência no ensino de geometria, sendo traduzido então para o inglês.

Tinha como principal característica descrever as diferenças no pensamento dos alunos quanto a aprendizagem da geometria e explica de forma clara como o professor poderá ajudar os alunos a elevarem seu nível de raciocínio. Segundo SANTOS (2007) esse modelo pode ser usado para orientar a formação e avaliar as habilidades dos alunos com relação aos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico.

De acordo com HOFFER (1979) o casal de holandeses Van Hiele descreveu também o comportamento dos alunos em cada nível, sendo possível assim identificar a situação de cada aluno de forma isolada. O casal Van Hiele iniciou o método com a aplicação no conteúdo de geometria, utilizando cinco níveis, cinco fases e as propriedades do modelo, que era baseado na ideia de que todo pensamento geométrico se desenvolve em cinco níveis de raciocínio, obedecendo a uma seqüência hierárquica, observando-se desde a primeira relação com as figuras geométricas até o último nível, onde os alunos compreendem diversos sistemas de geometria.

TABELA 1. Níveis, características e exemplos de atividades.

NÍVEL DE VAN HIELE	CARACTERÍSTICAS DO NÍVEL	EXEMPLOS DE ATIVIDADES
Nível 0: Visualização e Reconhecimento	Identificação e comparação: Os alunos identificam e operam com as figuras através de sua aparência, e elas são vista como um todo sendo reconhecidas pelas suas formas.	Classificação dos quadriláteros em grupos de quadrado, retângulos paralelogramos, losango e trapézios.
Nível 1: Análise das figuras	Análise e características das figuras geométricas por suas propriedades, utilizando essas propriedades para a resolução de problemas.	Os alunos são capazes de descrever um quadrado usando suas propriedades: 4 lados, 4 ângulos retos, lados iguais, lados opostos e paralelos.
Nível 2: Classificação ou Síntese	Os alunos já compreendem definições mais abstratas, distinguindo as condições necessárias e precisas num conceito, podem também classificar as figuras hierarquicamente descobrindo informalmente algumas propriedades.	Descrever um quadrado usando suas propriedades básicas: 4 lados iguais e 4 ângulos retos. Um quadrilátero é formado por dois triângulo cuja soma dos ângulos internos de cada é de 180° , portanto todo quadrilátero tem a soma dos ângulos internos de 360°
Nível 3: Dedução Formal	Domínio do processo dedutivo e demonstrações; Neste nível os alunos são capazes de diferenciar definições, axiomas e teoremas construindo provas e sequencias lógicas.	Demonstram as propriedades das figuras geométricas como os triângulos e quadriláteros usando a congruência de triângulos.
Nível 4: Rigor	Estabelece os teoremas em diversos sistemas fazendo as comparações dos mesmos. Os alunos já desenvolvem suas próprias demonstrações com o rigor matemático.	Demonstrar os teoremas de uma geometria finita; As figuras são tratadas como conjunto de propriedades e também são representadas por símbolos.

Fonte: (SILVA, 2007)

Para compreendermos melhor o modelo de Van Hiele, precisamos conhecer algumas propriedades que dão sustentação ao modelo mencionado, conforme apresentamos a seguir:

SEQUENCIAL: O aluno não pode está no nível 0 sem ter passado anteriormente pelo nível 1, obedecendo assim a sequência estabelecida;

LINGUISTICA: Cada nível possui seus próprios símbolos e sua própria linguagem, tendo que ser apresentada de uma forma clara, especificando-se uma para cada nível, buscando sempre facilitar a compreensão dos alunos;

LOCALIDADE DOS NIVEIS: Determina em que nível o aluno se encontra, ele não pode está num nível sem dominar todos os níveis anteriores;

INTRINSECO E EXTRINSECO: À medida que se avança de nível os objetos implícitos num nível tornam-se explícitos no nível seguinte;

COMBINAÇÃO INADEQUADA: Como segundo o modelo é impossível duas pessoas em níveis diferentes se compreenderem, o professor, o conteúdo, o material didático e o vocabulário devem ser compatíveis com o nível do aluno, do contrário não haverá entendimento entre ambos.

Com relação às fases de aprendizado do modelo Van Hiele, (SILVA, 2007) explica que são cinco as fases de aprendizado proposta pelo modelo, as quais determinam que o aluno alcance o objetivo esperado, ao atingir as cinco fases dentro do nível determinado, só assim o aluno poderá passa para o próximo. Dessa forma:

O van Hiele afirmam que o progresso ao longo dos níveis depende mais da instrução recebida do que da idade ou maturidade do aluno, e propuseram cinco fases de aprendizagem. Afirmam ainda que a instrução desenvolvida de acordo com essa sequência promove a aquisição de cada um dos níveis. (SILVA, 2007, p1)

Ainda de acordo com Silva (2007, p.3), as fases apresentam as seguintes características:

Fase 1 - interrogação ou informação: havia o diálogo inicial entre professor e o aluno sobre o tema e a partir daí o professor tinha como identificar suas habilidades, e também o quanto ele podia explorar sobre o tema dado;

Fase 2 – orientação dirigida: nesta fase os alunos são orientados a explorar o tema através de materiais, em uma sequência crescente de dificuldades, com o intuito de ele próprio perceber as definições adequadas ao assunto;

Fase 3 – explicitação: é à hora do professor cobrar do aluno o que ele aprendeu nas fases anteriores, através de explicações escritas ou expositivas, sem acrescentar nem um conceito novo.

Fase 4 – orientação livre: nesta fase o aluno é exposto a uma nova situação ou conceito se ele conseguir resolver de uma forma segura e o professor intervindo o mínimo possível, o objetivo está sendo alcançado de forma satisfatória;

Fase 5 – integração: nesta última fase é realizada a análise final feita pelos os alunos, ai sim, com o auxílio do professor para se obter uma melhor compreensão, tendo-se uma visão geral dos temas estudados em todas as fases anteriormente.

Partindo do princípio que a geometria está introduzida de diversas formas no nosso cotidiano, devemos ressaltar que é dever da escola auxiliar o professor da melhor forma possível. Segundo Santos (2014), O professor tem deixado de ser um mero transmissor de conhecimentos para ser mais um orientador, um estimulador de todos os processos que levam os alunos a construírem seus conceitos, valores, atitudes e habilidades. Possibilitando assim mudanças na didática do ensino em sala de aula e o aluno também passe a ser um agente ativo na construção de seu conhecimento.

Esse era talvez a busca do modelo de Van Hiele, auxiliar alunos com as dificuldades encontradas, bem como para o professor, quanto à forma de abordar os conteúdos geométricos, em suma o modelo tem perspectivas tanto para o aluno, no tocante à sua aprendizagem, quanto para o professor na sua forma de ensinar geometria. Estabelecer limites e observar até aonde os alunos podiam chegar era o principal objetivo do modelo, tudo em etapas, não atropelando assim a aprendizagem dos mesmos, ao contrário eles tinham sequências estabelecidas.

O modelo apresenta inovações acerca do ensino da geometria. Propõem a ultrapassagem de barreiras que antes eram vistas como impossíveis. Estudos relatam (CAROLINO, CURY & CAMPOS, 2000) que durante anos a geometria manteve-se em espécie de abandono nos programas de conteúdos de matemática nas escolas, devido às dificuldades enfrentadas pelos professores de ensinar e os alunos de aprenderem o assunto. O modelo Van Hiele estabelece que os alunos façam parte também de sua aprendizagem seguindo os níveis propostos, onde a atuação deles se torne explícita ocasionando os resultados esperados pelos professores.

Segundo Walle (2009) “o aspecto mais proeminente do modelo é uma hierarquia de cinco níveis dos modos de compreensão de ideias espaciais”. O modelo de uma forma geral facilita essa compreensão do que antes era quase impossível para os professores obter dos alunos a compreensão do conteúdo, mas para isso se faz necessário obedecer e realizar todo processo dentro de um nível sem pular nem uma etapa.

O modelo Van Hiele funciona em cada nível de uma forma objetiva, fazendo a interseção entre um nível e outro, o que reforça a ideia de que não se pode de maneira alguma pular as etapas dos níveis, ou seja, o nível depende totalmente do resultado positivo do estudado anteriormente.

Passamos, agora, a explicar as perspectivas teóricas desse modelo baseados em estudos como os de Santos (2012) e Walle (2009):

Nível 0 (Visualização) nesse nível os objetos de pensamentos são as formas e o que elas se parecem (Walle, 2009). Aqui são trabalhadas as formas e suas aparências, nele os alunos observam as figuras e as definem de acordo com o que elas se assemelham, como por exemplo, uma forma é quadrada por que ela tem a semelhança de quadrado, um retângulo é um retângulo por que tem a mesma aparência de um tijolo que parece um retângulo a assim por diante. De acordo com Santos (2012), “Os alunos são capazes de reconhecer um retângulo ou um quadrado, e mesmo reproduzi-los sem erros, mas um quadrado não pode ser tomado por um retângulo, pois sua aparência é diferente”, conforme (Walle, 2009).

O fato de a aparência ser o fator dominante nesse nível faz com que as aparências possam prevalecer sobre as propriedades das formas. Por exemplo, ao girar um quadrado de modo que todos os seus lados estejam a um ângulo de 45° com a vertical, ele pode parecer com um losango e não mais um quadrado como anteriormente. (Walle, 2009, p 440).

Com todas as informações adquiridas com a visualização das figuras eles podem usar a imaginação para começar a classificar e compreender as formas.

Nesse nível os produtos de pensamentos que são as classes ou agrupamentos de formas geométricas parecidas. Aqui o produto de pensamento resultante do trabalho são as classes de agrupamento de formas, que são teoricamente parecidas, os alunos podem usar essas formas para agrupar umas às outras, explorando assim as percepções das figuras parecidas ou não para formar as classes, usando como exemplo os retângulos, triângulos entre outros. Eles podem começar a usar também as propriedades das formas de uma maneira informal e com base no que eles observaram nas figuras, discutindo, por exemplo, entre eles os lados paralelos, os ângulos retos etc.

Já no nível 1: (análise) os objetos de pensamentos são as classes de formas, mas do que as formas individuais. Os alunos têm uma visão melhor das formas, eles já pensam nelas de uma maneira mais ampla e não de uma forma individual, nesse nível os objetos de pensamento são exatamente as várias classes de formas e não mais apenas uma. Já são consideradas aqui as propriedades das figuras. De acordo com Walle (2009) “essas propriedades estavam implícitas no nível anterior”. Nesse nível o produto de pensamento são

as propriedades das formas que já podem ser exploradas amplamente com atividades envolvendo simetria, tipos de retas entre outras.

Nível 2: (Dedução informal) nesse nível os objetos de pensamento são as propriedades das formas os alunos já possuem pensamentos próprios sobre o que vão desenvolver, eles relacionam as propriedades com suas formas. Ainda de acordo Santos (2012), “o aluno deve ser capaz de perceber que as propriedades se deduzem umas das outras, por exemplo: a propriedade dos ângulos alternos internos permite obter a propriedade da soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo”.

Aqui o produto de pensamento são as relações entre essas propriedades e os objetos geométricos estudados, as atividades são mais voltadas ao raciocínio informal explorando mais a capacidade dos alunos.

Nível 3: (Dedução formal) os objetos de pensamento nesse nível são as relações entre as propriedades dos objetos geométricos. Há mais questionamentos por parte dos alunos e aqui seus objetos de pensamento são as relações entre as propriedades dos objetos geométricos. Uma vez que eles já estão preparados para análises mais complexas relacionando definições, axiomas, abstraindo mais as propriedades geométricas.

Os produtos de pensamentos aqui são sistemas axiomáticos dedutivos para a geometria, com seus pensamentos mais voltados para as formas axiomáticas e trabalhando teoremas e provando os mesmos, usando o raciocínio lógico. Podemos dizer que nesse nível eles já estão seguros para executar todas as atividades propostas.

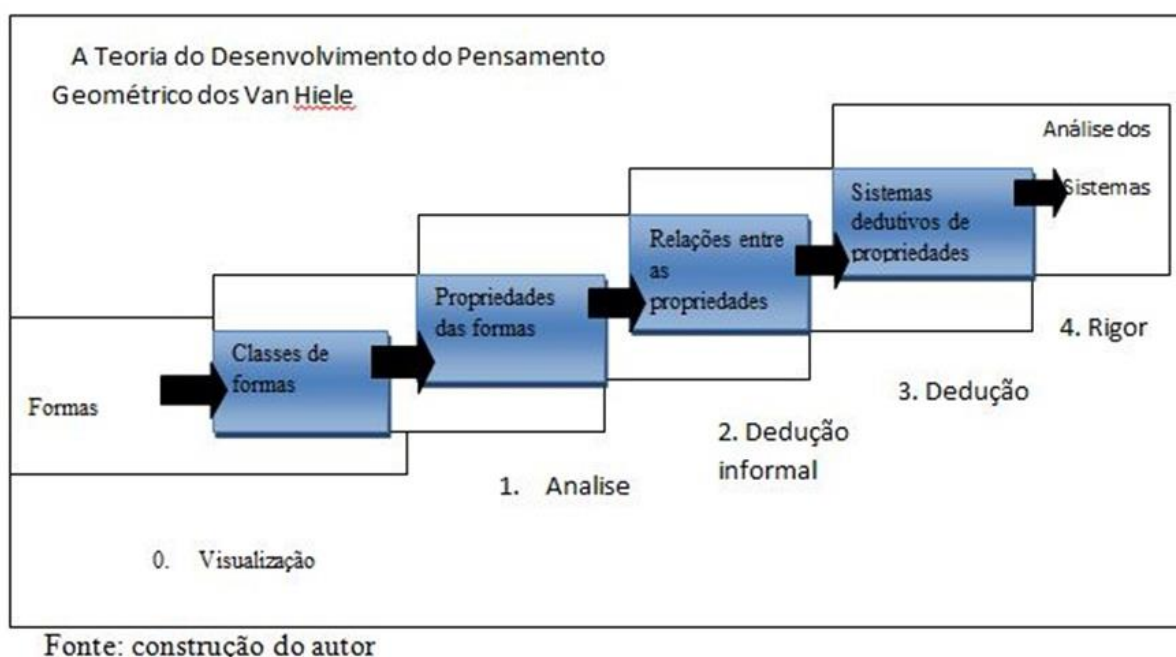
Nível 4: (Rigor) os objetos de pensamento são sistemas dedutivos axiomáticos, podemos dizer que esse é o nível mais complexo da hierarquia do modelo, aqui pode-se dizer que os alunos trabalham de uma maneira mais fácil os sistemas axiomáticos e os teoremas propostos por eles.

Os produtos de pensamentos são comparações e confrontos dos diferentes sistemas axiomáticos. Com relação a esse nível (SANTOS, 2009), afirma ainda que o “aluno operaria unicamente dentro de um esquema abstrato de uma rede de relações inteiramente construída por ele mesmo”.

Pelo que foi descrito anteriormente, podemos perceber que na sequência hierárquica dos níveis de van Hiele, os produtos de pensamento de um determinado nível são os objetos de pensamento do nível seguinte, conforme podemos observar no diagrama abaixo, elaborado por Walle (2009), ou seja, em cada nível de pensamento geométrico, as ideias elaboradas se tornam o foco ou objeto principal de pensamento no nível seguinte.

A representação por meio de o diagrama a seguir, busca mostrar as inter-relações existentes entre os diferentes níveis do modelo de Van Hiele:

FIGURA 1: Diagrama dos níveis de desenvolvimento de Van Hiele



Para Walle (2009) existem muitas evidências que sustentam a teoria de desenvolvimento do pensamento geométrico de van Hiele. Ele afirma que um dos objetivos do currículo do Ensino Fundamental é desenvolver o nível de pensamento geométrico dos alunos. Porém, cumprir esse objetivo não é tarefa fácil para o professor, tendo em vista que reconhecer o nível em o estudante se encontra exige perspicácia por parte do docente. Este mesmo autor, explica que um estudante entre as séries iniciais e o 4º ano de Ensino Fundamental, encontra-se no nível 0; porém é possível identificar em uma mesma sala de aula alunos que se encontram em mais de um nível de desenvolvimento do pensamento geométrico, conforme explica Walle (2009):

Não há teste simples para enquadrar os estudantes em algum nível. Entretanto, examine os *descritores* para os dois primeiros níveis. Conforme você conduza uma atividade, escute os tipos de observações que os alunos fazem. Eles conseguem falar sobre formas enquanto classes de figuras? Eles se referem, por exemplo, aos “retângulos” em

vez de basear suas discussões ao redor de um retângulo particular? Eles generalizam certas propriedades que podem ser atribuídas a um tipo de forma ou simplesmente à forma que estão manipulando? [...] (WALLE, 2009, p. 445)

De acordo com Walle (2009) é de responsabilidade de o professor realizar esta identificação, isto é, reconhecer o nível que determinado aluno se encontra, pois é a partir daí que ele pode desenvolver atividades que auxiliarão o aluno a desenvolver o seu pensamento. Este mesmo autor explica, que as atividades que melhor se enquadram nos níveis de Van Hiele são àquelas sobre *Formas e Propriedades*, e ainda esclarece que do 6º ao 9º ano as atividades a serem trabalhadas devem estar entre os níveis 0 e 1.

Como o Modelo de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele segue uma linha hierárquica onde cada nível necessita do nível anterior para fluir o pensamento e se desenvolver da forma adequada, faz-se necessário que ao menos ao final do ensino fundamental os alunos demonstrem clareza e dominem até o nível 2.

Para (WALLE, 2009) se os alunos devem está adequadamente preparados para o currículo da geometria dedutiva do Ensino Médio, então é importante que seu pensamento geométrico tenha se desenvolvido até o nível 2 ao final da 9º ano. Esse mesmo autor, chama a atenção para a capacidade dos professores de conseguirem tal feito sendo necessário que eles desenvolvam atividades qualitativas que facilitem e façam com que os alunos consigam chegar ao Ensino Médio com base para encarar os níveis seguintes do modelo.

Para isso as atividades propostas devem ser adequadas a cada nível, buscando formas que facilitem seu entendimento. Os professores podem procurar alternativas como materiais concretos, jogos matemáticos e até mesmo o uso das tecnologias existentes dentro do contexto da geometria, interagindo assim com os alunos para a resolução de atividades e compreensão do assunto em cada nível.

2.3.1. Atividades de ensino no nível 0

Nas atividades do nível 0 os professores devem em primeiro lugar explorar a capacidade dos alunos de observarem, agruparem e classificarem as forma que se assemelham e quais as que se diferenciam, esta encaminhamento dado às atividades, configura-se como um dos primeiros objetivos para a compreensão dos conceitos geométricos neste nível, em seguida a elaboração das atividades podem apresentar um nível de dificuldade maior. Nesse nível pode se discutir também sobre as formas, se elas parecem ou não geométricas;

começando assim a introdução de propriedades como: simetria, quantidades de lados que as figuras possuem explorando e desafiando os alunos a classificar as formas.

Para auxiliar os alunos a irem de nível 0 ao nível 1, eles devem ser desafiados a testar ideias sobre formas para uma variedades de exemplos de uma categoria particular. Digalhes, “vejamos se isso é verdade para os retângulos”, ou “você consegue desenhar um triângulo que não possua um ângulo reto?”. (Walle, 2009, p.444).

Nesse nível é muito importante que os alunos sejam indagados e desafiados a todo o momento isso fará com que eles elevem o nível de aprendizagem de uma forma mais elaborada e busquem sempre melhorar nas atividades seguintes. Ainda de acordo com (Walle, 2009) os alunos devem ser desafiados a verificar se as observações feitas sobre uma forma particular se aplicam a outras formas de um tipo semelhante.

2.3.2. Atividades de ensino no nível 1

Nas atividades do nível 1 tem que se explorar as propriedades das figuras geométricas, com o intuito de que os estudantes possam expandir seus conhecimentos em torno de novas propriedades, observando a evolução de cada um nesse aspecto. Sendo possível também caracterizar as propriedades existentes nas formas aumentando assim suas quantidades, pode-se nesse nível aplicar ideias de uma classe inteira das figuras partindo de uma forma individual para uma forma geral como a classificação de todos os retângulos ou todos os prismas entre outros, usando exemplos de agrupamentos entre as figuras, determinando a partir daí novos conceitos e novas propriedades.

Para auxiliar os alunos a irem do nível 1 para o nível 2, desafie-os com questões do tipo “por que?” e aquelas que envolvem algum tipo de raciocínio. Por exemplo, “se os lados de forma de quatro lados são todos congruentes, você terá um quadrado?” e “você consegue encontrar um contraexemplo?” (Walle, 2009, p.445).

2.3.3. Atividades de ensino no nível 2

A respeito de ensino da geometria no nível 2, as atividades desenvolvidas devem ter sempre referências relevantes, a elaboração e teste de hipóteses dos conteúdos levando sempre os alunos a levantar questionamentos dos resultados obtidos.

Examinar as propriedades das formas determinando condições para diferentes as mesmas. Nesse nível é fundamental que apareça sempre a linguagem de dedução informal, os alunos devem ser encorajados a estabelecer suas próprias provas informais, serem capazes de

explicar sempre seu raciocínio, como ele chegou aquele resultado? Bem como por parte dos seus colegas de sala (WALLE, 2009).

A seleção das tarefas nos níveis de pensamento é um fator primordial para execução dos níveis para que os resultados sejam alcançados dentro do esperado, é através delas que os professores terão uma ideia mais acentuada se seus alunos estão inseridos no nível adequado ou necessita de uma intervenção mais sistemática acerca dos conceitos geométricos para que possa avançar de nível e conseqüentemente na aprendizagem da geometria no Ensino Fundamental.

3. O LIVRO DIDÁTICO

O livro didático é uma importante ferramenta que o professor tem para trabalhar com os alunos. Compreendemos que o livro didático, além de ser uma fonte imprescindível, é também material de estudo e, muitas vezes, o único recurso com o qual o discente pode contar. Acerca desse material, os PCN afirmam que:

[...] Não tendo oportunidade e condições para sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas de sala de aula, os professores apoiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória (BRASIL, 1997, p.20).

Muitas vezes, o professor tem que trabalhar em mais de uma escola, para aumentar sua renda, conseqüentemente, ocupando quase todo seu horário e não tendo dessa forma, tempo suficiente em participar de cursos de formação continuada e até mesmo, utilizando apenas um livro didático para preparação de sua aula. E está propenso do livro que está fazendo uso, ser de pouca qualidade.

Segundo Silva Junior (2005), são considerados livros didáticos, os livros que estimulam o aluno, apoiando a autonomia e a organização dos mesmos em situações de ensino aprendizagem, e que criam condições para a diversificação e ampliação das informações que veiculam.

Para Silva (2015), o livro didático é direcionado para duas categorias: professores e alunos. Os professores que irão utilizá-lo na preparação de aulas, auxiliar no planejamento didático-pedagógico, auxiliar na elaboração de exercícios e avaliações da aprendizagem do aluno; enquanto os alunos também farão uso desses mesmos livros didáticos para consolidar, ampliar e aprofundar os conhecimentos, revisar o conteúdo transmitido pelo professor, desenvolver as competências e habilidades e estudar para avaliações.

O livro didático destina-se a dois leitores: o professor e o aluno, em que o professor é o transmissor e/ou o mediador dos conteúdos que estão nesses livros, e o aluno é o receptor de tais conteúdos. É através desses livros que o aluno vai aprender construir e alterar significados, em relação a um padrão social, que a própria escola estabeleceu como projeto de educação, quando da adoção desse livro didático para utilização na escola (Silva Junior 2005, p.22).

A maioria dos educadores destina ao livro didático um papel de grande relevância entre os recursos didáticos que o professor e o aluno podem utilizar. O livro didático conduz para o processo de ensino e aprendizagem, desde que seja direcionado e bem utilizado.

De acordo com o a história, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) embora instituído em 1937 com outra denominação, o processo de avaliação pedagógica dos livros didáticos realizados por esse programa, segundo Carvalho (2008), só teve início em 1996.

O MEC montou uma comissão com vários especialistas que em 1996, iniciou o processo de avaliação pedagógica dos livros didáticos, responsável pelo PNLD 1997. Definiram-se como critérios comuns de análise: a adequação didática e pedagógica, a qualidade editorial e gráfica, a pertinência do manual do professor para uma correta utilização do livro didático e para a atualização do docente. Além disso, definiram-se como critérios eliminatórios que os livros não expressassem preconceitos de origem, raça, sexo, cor, idade ou quaisquer outras formas de discriminação, que não induzissem a erro e que não contivessem erros graves relativos ao conteúdo da área, como por exemplo, erros conceituais.

Quando o MEC divulgou os PCN em 1998, propuseram-se modificações para os projetos pedagógicos dos anos finais do Ensino Fundamental, motivando a construção das propostas curriculares de sistemas e escolas. Foram sugeridos temas como a Ética, a Pluralidade Cultural, a Saúde, o Meio Ambiente, a Orientação Sexual e as temáticas locais que deveriam ser inseridos nas disciplinas como Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História e Geografia.

A Comissão Técnica do Livro Didático foi criada em 1999, com o objetivo de supervisionar essas avaliações e assessorar o MEC em assuntos ligados ao livro didático. Essa comissão publicou em 2001, o documento *Recomendações para uma política pública de livros didáticos*, que manifesta claramente a orientação do MEC de ampliar a concepção de livro didático, de diversificar a oferta de materiais inscritos e de incentivar programas que envolvessem coleções temáticas, coleções por área de conhecimento e coleções por projetos. Foram também sugeridos programas subsidiários envolvendo incorporação progressiva de materiais didáticos de suporte, como vídeos, áudios, objetos educacionais digitais e materiais didáticos destinados exclusivamente a docentes.

No ano de 2002, o MEC passou a avaliar os livros didáticos com instituições públicas de educação superior, de acordo com as orientações e diretrizes estabelecidas pelo Ministério da Educação.

Para Vieira (2004), com a criação do PNLD, houve uma melhoria significativa dos livros didáticos de matemática. Esse processo de avaliação a cada ano é aperfeiçoado, visando à melhoria e boa qualidade dos livros didáticos.

Atualmente, o programa avalia os livros didáticos de um mesmo segmento, a cada três anos: anos iniciais do Ensino Fundamental (do 1º ao 5º), anos finais do Ensino Fundamental (do 6º ao 9º) e Ensino Médio (do 1º ao 3º ano). Apenas as coleções completas que tenham sido submetidas por iniciativa das editoras são avaliadas.

De acordo com Vieira (2004), os livros inseridos pelo PNLD, ou seja, foram avaliados e estão em consonância com os PCN. Dessa forma, o papel social da Matemática e ação do mundo social sobre o ensino, levou uma atenção nas avaliações dos livros didáticos de matemática no que diz respeito à contextualização onde a abordagem continua sendo problemática.

Uma característica relevante nos livros didáticos de Matemática é a exposição de novos conceitos, a partir da contextualização dos mesmos, estimulando e explorando assim, as competências interpretativas dos alunos. Para Vieira (2004), há três grupos de estratégias de contextualização para Matemática nos livros didáticos, quais sejam: contextualização sociocultural, contextualização histórica e a contextualização interna à Matemática.

Na contextualização sociocultural, refere-se à existência de aspectos sociais e culturais na importância do cotidiano do aluno. Assim, a contextualização sociocultural é apresentada através de situações-problema, valorizando os conhecimentos prévios do aluno para a abordagem dos conceitos e procedimentos matemáticos. Com isso, os alunos irão ver a Matemática apresentando-se como uma ferramenta para a solução de problemas que encontram em situações cotidianas.

No que concerne à contextualização interna à Matemática é caracterizada por situações em que os autores utilizam métodos e articulações, dentro da própria Matemática, para auxiliar a construção do conhecimento. Os blocos de conteúdos como: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da informação se articulam entre si. O exemplo disso são as conexões entre a Análise Combinatória e a Probabilidade, a Porcentagem e a Estatística.

Carvalho (2008) relata que os livros didáticos mais recentes abordam no final dos capítulos itens de dois ou mais blocos de conteúdos. A vantagem de fazer essas ligações é

assegurar que conteúdos de Matemática sejam explorados de forma paralela, para não acontecer ao término do ano letivo, de não se estudar determinado conteúdo, como acontecia com Geometria tempos atrás.

A esperada integração não se deve dar somente entre campos, mas em um mesmo campo. Por exemplo, quando se estuda a adição e a subtração como operações inversas, está se integrando o conceito de adição com o de subtração. Mas, atenção! Para fazer isso em sala de aula, você não precisa dizer, em uma primeira abordagem, que a adição e a subtração são operações inversas. Mais do que conhecer esta designação, que talvez só faça afastar o interesse da criança, o importante é que elas saibam utilizar esta relação entre as operações para resolver problemas (Carvalho 2008, p.21).

Já na contextualização histórica estão envolvidos acontecimentos que procuram situar, historicamente, o conhecimento matemático, tentando mostrar para o aluno, o motivo de um determinado conteúdo ter sido criado, informando a origem e o desenvolvimento do conteúdo no decorrer da história. À medida que os alunos vão descobrindo o motivo que determinado conteúdo foi desenvolvido ao longo do tempo para resolver um problema prático, a História da Matemática pode despertar o interesse e a curiosidade neles. E nessa pesquisa iremos dar mais ênfase a esse tipo de contextualização.

Nesse sentido, o PCN enfatiza:

O conhecimento matemático deve ser apresentado aos alunos como historicamente construído e em permanente evolução. O contexto histórico possibilita ver a Matemática em sua prática filosófica, científica e social e contribui **para a compreensão do lugar que ela tem no mundo (Brasil 1997, p.19).**

A contextualização não deve envolver apenas atividades do cotidiano dos alunos, como também, que seja explorado a contextualização histórica ou interna à Matemática, ou ainda, abordar temas relacionados à saúde, meio ambiente, problemas sociais ou econômicos, entre outros, viabilizando a inserção de conteúdos transdisciplinar à disciplina. Todavia essa contextualização não deve ser tratada de forma artificial ou forçada, para que possa mostrar verdadeiramente as contribuições matemáticas para a compreensão de diversas situações.

4. ASPECTOS METODOLOGICOS

Aqui vamos apresentar o tipo de metodologia desenvolvida para elaboração do estudo envolvido.

4.1 Método Proposto

O estudo desenvolvido foi feito com base em uma análise de conteúdos em dois livros didáticos do ensino fundamental. Foram analisados os conteúdos de geometria presentes e se esses conteúdos apresentam ou não a introdução neles do modelo de desenvolvimento de Van Hiele. Buscamos desenvolver uma pesquisa com aspectos qualitativa baseada no que esses livros analisados nos trazem de referências sobre o tema abordado.

4.2 Procedimentos Realizados:

Para realização deste trabalho foram realizadas as seguintes etapas: escolha do tema, leituras e revisão das obras literárias envolvendo o tema e a escolha de como seria essa abordagem.

4.2.1 Delimitação do Tema

Análise dos livros didáticos segundo o nível do pensamento de Van Hiele.

4.2.2 Revisão dos Livros e Obras Literárias

Para a construção dessa pesquisa usamos obras literárias e livros relacionados com o tema abordado.

4.2.3 Objetos da Pesquisa:

A pesquisa foi realizada com abordagem em pesquisas bibliografias.

4.2.4 Desenvolvimento da pesquisa

Primeiro fizemos uma pesquisa e abordagem em livros e apostilas relacionadas com o tema, fazendo a partir daí um breve referencial sobre a introdução da matemática moderna e os conteúdos de geometria no Brasil, dando ênfase a teoria e os níveis do pensamento

geométricos de Van Hiele. Depois partimos para a escolha dos livros didáticos e séries a serem analisadas.

4.2. Material Analisado

De acordo com (Pimentel, J. R, 1998 p.309). “Para ser utilizado nas escolas públicas do País, qualquer livro didático deve atender às recomendações comuns, existentes nas diferentes propostas curriculares em vigor.”

Partindo de critérios de escolha, foram selecionados os livros didáticos, e em seguida poderemos realizar a análise e identificar como foram introduzidos os conteúdos de geometria.

Foram analisadas, também, as estratégias utilizadas pelos autores para apresentar os conteúdos e se existe alguma relação ou a introdução de algum nível de pensamento geométrico de Van Hiele nesses conteúdos. Os livros adotados foram os volumes do 6º e 8º ano da coleção Praticando Matemática que é composta por quatro volumes, mas optamos pelos dois mencionados.



Figura 2: Capa do livro 6º

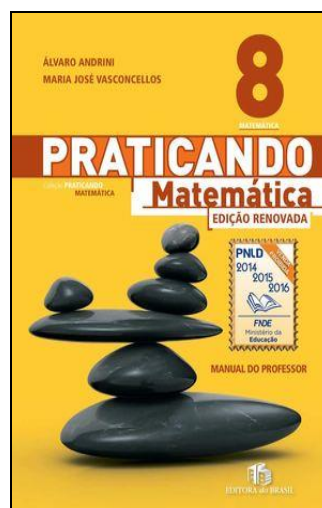


Figura 3: Capa do livro do 8º

Essa coleção foi lançada em 2012 pela editora do Brasil, é dos autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos ambos licenciados em Matemática sendo ele ainda pós-graduado em Álgebra Linear e Equações Diferenciais, foi professor de Matemática lecionando durante trinta anos e Autor de diversos livros, e ela é coordenadora e professora de Matemática na rede particular e é coautora de coleção Matemática para o Ensino Médio.

O volume do 6º ano é composto por 14 unidades, no entanto vamos analisar apenas a unidade 10, Polígonos e Circunferências.

Começando pelos polígonos que é o primeiro tópico da unidade os autores fazem uma breve introdução do conteúdo, referenciando as formas dos triângulos e o quadrado, logo após vem às nomenclaturas dos polígonos com exemplos e um exercício de fixação. A partir daí vem à explicação de uma forma bem simplificada, caracterizando cada polígono: tópico 2 os Triângulos; 3 os Quadriláteros introduzindo logo após a explicação dos exercícios e depois eles trazem o tópico 4 Polígonos Regulares; 5 Perímetro e finalmente os tópicos 6 Circunferências e 7 Simetria nos Polígonos e nos Círculos sempre seguindo a mesma linha de explicação do conteúdo e depois o exercício.

No final da unidade eles fazem um exercício de revisão lançam um desafio e por fim uma página dedicada a comparação da simetria com a beleza e equilíbrio e uma auto avaliação contendo questões de todos os polígonos.

No volume do 8º ano também contém 14 unidades porem vamos nos deter apenas nas unidades 10 e 12.

A unidade 10 vai tratar dos Triângulos:

- 1- Elementos, Perímetro e Classificação, Pg. 181
- 2- Soma dos ângulos internos de um Triangulo Pg. 183
- 3- Propriedade dos ângulos externos, Pg. 184

Assim como no volume anterior do 6º ano esse também apresenta as mesmas características de apresentação dos conteúdos, de uma forma bastante simplória, logo em seguida vem os exercícios propostos ao conteúdo. Em apenas uma pagina eles introduzem o assunto: Elemento, Perímetro e Classificação e já na outra pagina eles abordam o exercício.

E assim é também a unidade 12 que trata dos Quadriláteros e outros Polígonos:

- 1- Nomenclatura – polígonos convexos, Pg. 211
- 2- Elementos dos quadriláteros, Pg. 211
- 3- Classificação dos quadriláteros, Pg. 212
- 4- Propriedades dos paralelogramos, Pg. 214
- 5- Propriedades dos trapézios isósceles, Pg. 217
- 6- Ângulos de um polígono, Pg. 219

A apresentação dessa unidade está dividida em duas partes: a primeira parte trás a Nomenclatura – polígonos convexos; Elementos dos quadriláteros e Classificação dos quadriláteros, com uma breve explicação dos três tópicos citados e aplicação de exercícios.

Na segunda parte trás o tópico 4 propriedades dos paralelogramos, e os sub tópicos enfatizando os lados opostos congruentes, propriedades das diagonais, propriedades das diagonais do retângulo e propriedade das diagonais do losango com explicação de cada um. Em seguida vem o tópico 5 propriedades dos trapézios isósceles, aqui eles apresentam o conteúdo com aplicação de exercícios diferente do tópico anterior que não traz essa sequência de explicação e em seguida exercícios.

E finalmente vem o tópico 6, Ângulos de um polígono aqui os autores apresentam o conteúdo aplicam um exercício e depois explicam os seguintes sub tópicos: Ângulos dos polígonos regulares, soma das medidas dos ângulos externos de um polígono e exercício sobre eles.

Aqui, nesse volume, os autores, também, no final das unidades, propõem uma revisão de todo conteúdo visto, desafios, auto avaliação e acrescentaram uma seção livre que no volume do 6º ano não tem.

4.2.1. Análise de conteúdo dos dois Volumes e se existe alguma relação com os Níveis do Pensamento Geométrico de Van Hiele

Como já destacamos aqui, o modelo de Van Hiele é baseado em cinco níveis de pensamento:

- Nível 0: Visualização;
- Nível 1: Análise;
- Nível 2: Dedução Informal;
- Nível 3: Dedução;
- E o Nível 4: Rigor

A análise dos livros adotados tem como principal objetivo identificar se o conteúdo de geometria inserido nesses dois volumes tem em parte ou em todos os assuntos alguma relação ou se estão inseridos algum nível do modelo de pensamento de Van Hiele.

4.1.1.1. Análise do Livro do 6º ano

Começamos pelo o livro do 6º, o título da unidade é composto por Polígonos e Circunferência, e está dividida em sete subtítulos que começa da página 151 e termina na página 165. Percebe-se inicialmente que os autores envolvem muitas ilustrações para representar os conteúdos.

O início dos conteúdos dos polígonos eles exploram bastante a visualização como podemos ver no exemplo de apresentação da nomenclatura dos polígonos, inserindo o nível 0 do modelo de Van Hiele. Onde é apresentada uma tabela com duas colunas de Nº de lados e Nome do Polígono e eles pedem para a partir das informações contida nessa tabela nomear os Polígonos dados a seguir. Vejamos a figura 3.

De acordo com o número de lados ou ângulos que o polígono apresenta, ele recebe um nome. Veja os principais:

Nº de lados	Nome do polígono
3	triângulo
4	quadrilátero
5	pentágono
6	hexágono
7	heptágono
8	octógono
9	eneágono
10	decágono
12	dodecágono

Utilize a tabela para nomear os polígonos abaixo.

The figure shows a table of polygon names and a set of five labeled polygons. Polygon A is a pentagon, B is an octagon, C is a ten-pointed star (decagon), D is a hexagon, and E is a heptagon. Below the table is a colorful geometric pattern made of triangles.

Figura 4 Exemplo pag.: 152

Indo mais adiante no livro encontra-se várias questões explicadas através da visualização, de forma simples e de fácil compreensão encontradas nas páginas seguintes.

Na página 153, por exemplo, todas as questões requerem esse recurso para sua resolução. Nas questões abaixo segue a mesma linha do exemplo dado anteriormente, dada às figuras dos Polígonos a resolução das questões se dá por meio da visualização.

Vejamos:

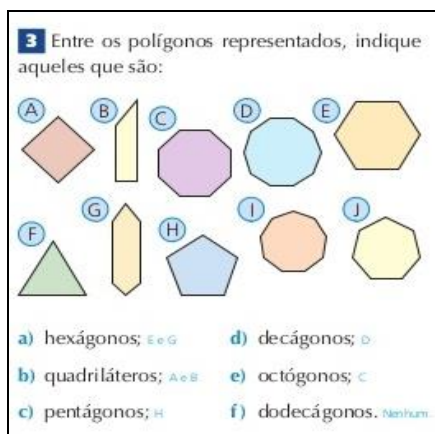


Figura 5 questão 3 pag. 153

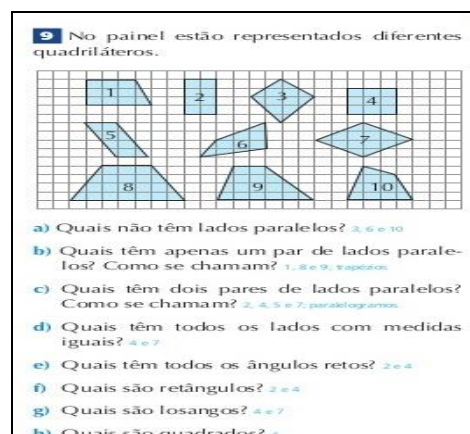


Figura 6 questão 9 pag. 157

Em toda sequência dessa unidade segue sempre nessa linha para apresentar o conteúdo e exemplos e questões para resolução.

Vejamos a figura abaixo do conteúdo relacionado à Circunferência, aqui é possível ver claramente como é chamada a atenção dos alunos para a observação das figuras para a resolução da questão.

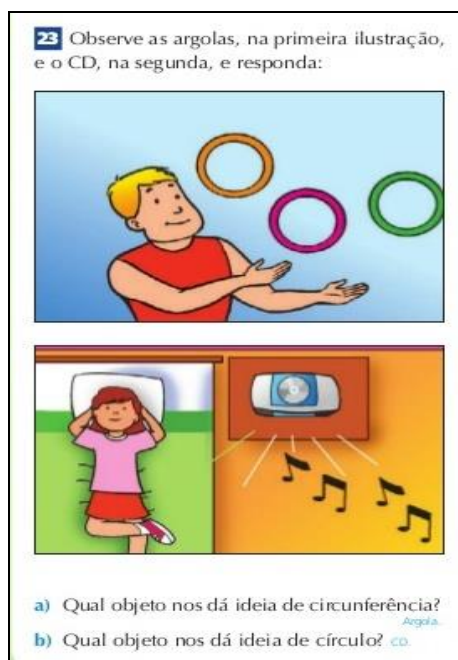


Figura 7 questão 23 pag. 164

Percebemos então neste volume do 6º ano que a maneira como os conteúdos são abordados pelos os autores da coleção e a forma como os eles chamam a atenção dos alunos quanto a resolução dos exercícios nos leva a o nível 0 do modelo, quanto aos outros níveis durante essas análises não foi percebida a introdução dos mesmos.

4.1.1.2. Análise do Livro do 8º Ano

No outro volume estudado livro do 8º ano, tomamos como base da nossa análise as unidades 10 que tem como tema os Triângulos e a unidade 12 que estuda os Quadriláteros e outros Polígonos.

Na unidade 10, com o título Triângulos, está dividida em três subtítulos:

- 1- Elementos, Perímetro e Classificação;
- 2- Soma dos ângulos internos de um Triângulo;
- 3- Propriedades dos ângulos externos.

Nas páginas seguintes trazem um vale a pena ler, na qual é abordada a importância dos triângulos com o dia a dia das pessoas, seguindo de uma página de seção livre que tem algumas questões para resolver e termina com uma revisão do conteúdo apresentado e também uma auto avaliação.

Aqui nessa os conteúdos são apresentados de uma forma simples e bem direta, os inícios das apresentações dos conteúdos são apresentados a figura de um triângulo A, B, C e sua classificação quanto os seus pontos, vértices, segmentos, ângulos e perímetros, seguindo a soma dos ângulos internos de um triângulo são demonstrados através de figuras que a soma de um triângulo A, B e C é igual a 180° .

É estudado o subtítulo 3 as propriedades do ângulo externo, nos exercícios apresentado nessa unidade percebe-se que nas questões dadas para a resolução apresenta muito o nível 0 do modelo de Van Hiele.

Vejamos a figura a baixo:

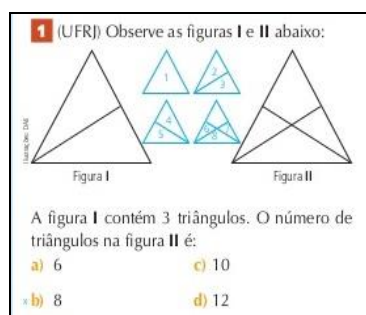


Figura 8 questão 1 pag. 182

Nas questões dessa unidade os autores chamam muita a atenção para o método da observação, para a sua resposta. Valendo também destacar o conhecimento das características e também as propriedades. Veja na figura abaixo:

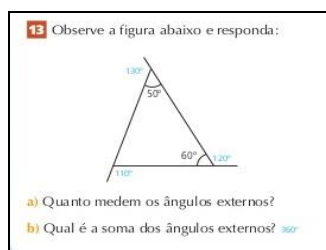


Figura 9. Questão 13, pag. 185

Nesta questão percebemos que além da observação os alunos já têm que ter o conhecimento necessário para a medição e soma dos ângulos externos do triângulo dado, Ou seja, além de detectamos o nível 0 (Visualização) do modelo de Van Hiele, neste volume já foi possível também detectar a introdução no nível 1 (análise), onde os alunos são capazes de identificar e listar todas as propriedades dos polígonos.

Na outra unidade analisada neste volume, a unidade 12 o título é quadrilátero e outros Polígonos, e está dividido em seis subtítulos.

- 1- Nomenclatura – Polígonos Convexos;
- 2- Elementos dos Quadriláteros;
- 3- Classificação dos Quadriláteros;
- 4- Propriedades dos Paralelogramos;
- 5- Propriedades dos Trapézios Isósceles;
- 7- Ângulos de um Polígono.

Na apresentação e explicação dos conteúdos esses subtítulos estão divididos em três partes, 1ª parte: nomenclatura – polígonos convexos, elementos dos quadriláteros e classificação dos quadriláteros.

Os mesmos são explicados e em seguida são expostos os exercícios envolvendo os três temas, com apresentação bem simplória os autores usam bastante os recursos da visualização envolvendo as figuras geométricas. Incluindo também nesta unidade os dois níveis do modelo de Van Hiele, como veremos nas figuras abaixo.

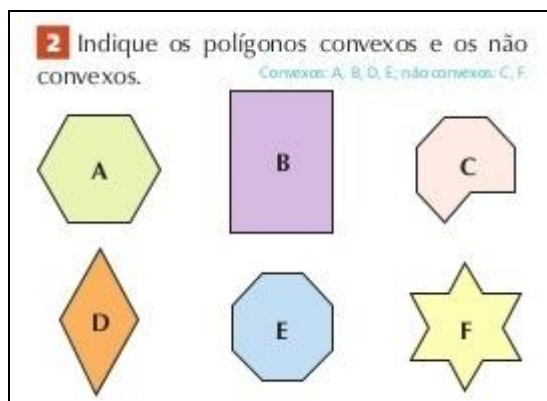


Figura 10. Questão 2 pag. 213

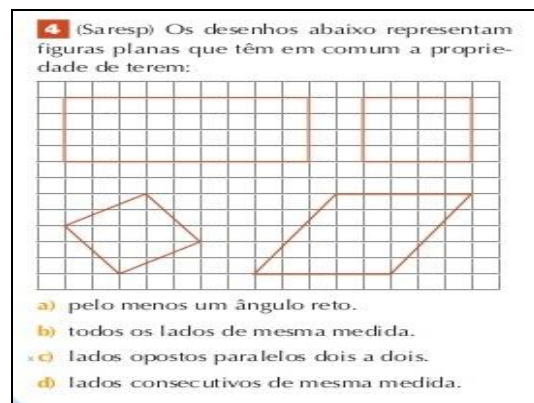


Figura 11. Questão 4 pag. 213

Aqui nessas duas figuras percebe-se claramente que se destaca a inclusão dos níveis de 0 visualização e 1 análise do modelo, onde a partir da visualização das figuras na questão 2 é possível com a análise conhecendo as propriedades dos polígonos os alunos podem identificar esse os polígonos convexos e os não convexos. Na 2ª parte estão às propriedades dos paralelogramos, e as propriedades dos trapézios isósceles nessa parte estão inseridas os mesmos recursos das anteriores: apresentação dos conteúdos com figuras expostas e exercícios na linha de observação e conhecimento das propriedades, por exemplo, podemos ver na figura abaixo:

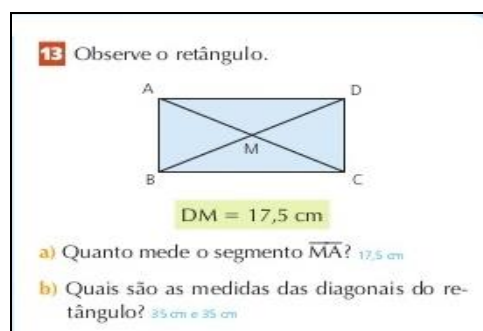


Figura 12. Questão 12 pag. 218

Aqui podemos ver que além da observação os alunos têm que ter o conhecimento das propriedades para resolverem essa questão.

Terminando a análise desta unidade temos a 3ª parte, ângulos de polígonos. Os autores abordam o assunto com figuras ilustradas para explicar os ângulos do polígono e suas propriedades, recursos utilizados também nos exercícios, para a abordagem, vejam na figura abaixo:

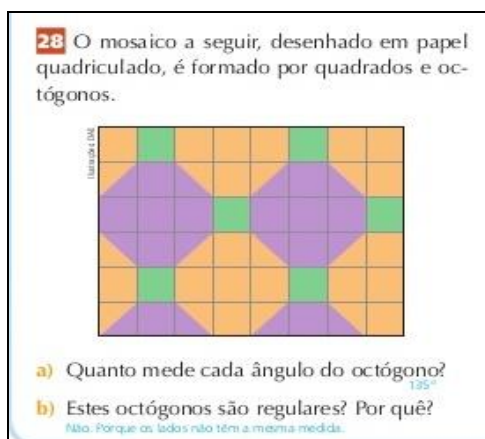


Figura 13 questão 28 pag. 223

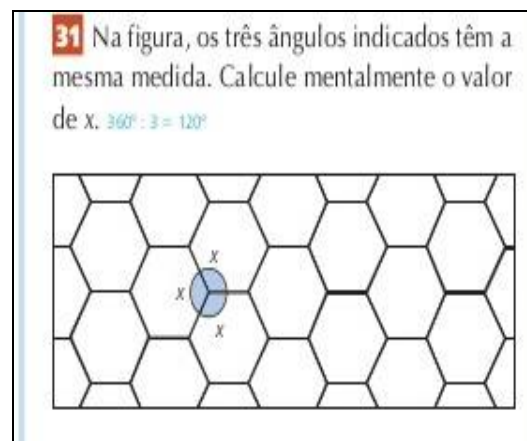


Figura 14 questão 31 pag. 223

Diante de toda a análise realizada nessa unidade pode se perceber que existe uma influência sim do modelo de aprendizagem de Van Hiele, mas vale destacar que somente foi possível identificar a introdução de dois níveis o nível 0 e o nível 1, os demais não encontramos nenhuma relação.

4.1.1.3 Síntese: comparação entre os dois volumes quanto à introdução do modelo de aprendizagem de Van Hiele

Nos quadros abaixo vamos fazer um comparativo entre os dois volumes e se neles estão introduzidos os cinco níveis do modelo de aprendizagem de Van Hiele.

TABELA 2: Análise e Resultados Livro 6º

LIVRO	NIVEIS	Apresentação dos conteúdos	Exemplos e exercícios	Existe o Modelo
6º Ano	Visualização (Nível 0)	X	X	X
	Análise (Nível 1)	0	0	0
	Dedução Informal (Nível 2)	0	0	0
	Dedução Formal (Nível 3)	0	0	0
	Rigor (Nível 4)	0	0	0

X – Existe relação com o modelo de Van Hiele

0 – Não existe relação com o modelo de Van Hiele.

TABELA 3: Análise e Resultados Livro 8º

LIVRO	NIVEIS	Apresentação dos conteúdos	Exemplos e exercícios	Existe o Modelo
8º Ano	Visualização (Nível 0)	X	X	X
	Análise (Nível 1)	X	X	X
	Dedução Informal (Nível 2)	0	0	0
	Dedução Formal (Nível 3)	0	0	0
	Rigor (Nível 4)	0	0	0

X – Existe relação com o modelo de Van Hiele
0 – Não existe relação com o modelo de Van Hiele

Como podemos verificar nas tabelas acima no volume do 6º ano só encontramos referências com o nível 0 (Visualização) os demais níveis não encontramos nenhuma relação.

Tarefas: Observar as figuras geométricas;

Técnicas: A partir de essa observação resolver as questões pedidas

Já no volume do 8º ano foram encontrados referências de pelo menos dois níveis do modelo de Van Hiele, o nível 0 (Visualização) e o nível 1 (Análise).

Tarefas: Observar e conhecer as características e propriedades dos polígonos;

Técnicas: A partir desses conhecimentos e observações debater e resolver as questões pedidas. Os demais níveis não foram encontrados neste volume.

5 CONCLUSÃO

Segundo (Pimentel R.J, 1998 p. 309) “O livro deve, também, promover uma integração entre os variados temas discutidos nos capítulos e valorizar a experiência e o conhecimento que o aluno leva para a sala de aula”.

No desenvolvimento dessa pesquisa percebemos que os livros didáticos aos quais foram analisados trazem muito pouco daquilo que realmente era nosso objetivo que era identificar de uma forma mais relevante o modelo desenvolvido pelo casal Van Hiele. Concluímos então que o ensino de geometria proposto por Van Hiele é pouco considerado no cotidiano da sala de aula nas escolas. Evidentemente, as nossas considerações finais são parciais e limitadas, mas aponta, sinaliza, para questões importantes a serem analisadas pelos educadores matemáticos, quando da seleção dos livros didáticos.

REFERÊNCIAS

ANDRINE, Álvaro, VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática**, 6 – 3 ed. Renovada. – São Paulo: Editora Brasil, 2012 – (Coleção Praticando matemática).

ANDRINE, Álvaro, VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática**, 8 – 3 ed. Renovada. – São Paulo: Editora Brasil, 2012 – (Coleção Praticando matemática).

BORBA, Rute e GUIMARÃES Gilda. **A Pesquisa em educação matemática: repercussões na sala de aula.** (orgs).—São Paulo: Cortez, 2009.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** /Secretaria de Educação Fundamental. . Brasília: MEC /SEF, 1998.148p.
1. Parâmetros curriculares nacionais. 2. Matemática:
Ensino de quinta a oitava séries. I. Título. CDU: 371.214

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono de Ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências.** Revista Zetetiké, ano 1, n.1 R 7-17, 1993.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** 6. Ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

SILVA, Luciana, CÂNDIDO, Cláudia Cuevo, **Modelo de Aprendizagem de Geometria do casal Van Hiele.** Iniciação Científica. II Simpósio de Iniciação Científica e Pós-Graduação do IME/USP. São Paulo, USP, 2007.

SANTOS, Elenir Souza, **O professor como mediador no processo de ensino e aprendizado,** artigo Revista Gestão Universitaria, ed 40.

SILVA, Maria Célia Leme da, **Ensino da Geometria, no Brasil em tempos de Matemática Moderna: Uma Primeira Análise nos Livros Didáticos de Sangiorgi,** GHEMAT – PUC/SPO

SILVA. Maria Celia Leme da; OLIVEIRA, Maria Cristina Araújo de. **O ensino da Geometria durante o Movimento da Matemática Moderna (MMM) no Brasil: Análise do arquivo pessoal de Sylvio Nepomuceno.** Anais. VI Congresso Luso Brasileiro de História da Educação Uberlândia. FAGED 2006

VALIERS, Michael de; **Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele,** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.12, n.3, pp.400-431, 2010

PIMENTEL, J.R. **Livros Didáticos de Ciências: A Física e Alguns Problemas.** Caderno Catarinense de Ensino de Física, Florianópolis, v.15, n3, p. 308-318, 1998.