



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CCHE – CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS
CAMPUS VI – POETA PINTO DO MONTEIRO
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JANAYNA ESTANDESLAU DA SILVA

**SALA DE AULA INVERTIDA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA
BÁSICA: ABORDAGENS E POSSIBILIDADES**

MONTEIRO-PB

2019

JANAYNA ESTANDESLAU DA SILVA

**SALA DE AULA INVERTIDA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA
BÁSICA: ABORDAGENS E POSSIBILIDADES**

Trabalho de Conclusão de Curso – TCC
apresentado ao curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Estadual da Paraíba,
campus VI, em cumprimento dos requisitos
necessários para obtenção do título de graduado
em Licenciatura Plena em Matemática.

Orientadora: Prof^ª Me. Gilmara Gomes Meira

MONTEIRO-PB

2019

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586s Silva, Janayna Estandeslau da.
Sala de aula invertida para o ensino da matemática na escola básica [manuscrito] : abordagens e possibilidades / Janayna Estandeslau da Silva. - 2019.
53 p.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas, 2019.
"Orientação : Profa. Ma. Gilmara Gomes Meira, Coordenação do Curso de Matemática - CCHE."
1. Sala de Aula Invertida (SAI). 2. Ensino da Matemática.
3. Conjunto dos números reais. I. Título
21. ed. CDD 372.7

JANAYNA ESTANDESLAU DA SILVA

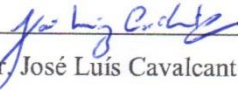
**SALA DE AULA INVERTIDA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NA ESCOLA
BÁSICA: ABORDAGENS E POSSIBILIDADES**

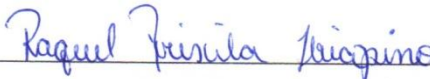
Trabalho de Conclusão de Curso – TCC
apresentado ao curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Estadual da Paraíba,
campus VI, em cumprimento dos requisitos
necessários para obtenção do título de graduado
em Licenciatura Plena em Matemática.

Aprovado em 19 de novembro de 2019.

BANCA EXAMINADORA


Prof.^a Me. Gilmará Gomes Meira (Orientadora – UEPB)


Prof.^o Dr. José Luís Cavalcante (Avaliador - UEPB)


Prof.^a Esp. Raquel Priscila Ibiapino (Avaliador - UEPB)

Dedico esse trabalho a Deus, sem ele nada seria possível, e aos meus pais, pilares da minha formação como ser humano.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por tudo que aprendi e vivi ao longo da minha vida, por ter me dado forças nos momentos de aflição, não somente nestes anos como universitária, mas em toda minha jornada. É o maior mestre e criador do universo, a ELE toda honra e toda glória.

Aos meus pais (minha maior motivação) Maria de Lourdes da Silva e Joval Estandeslau, por todo amor, compreensão, afeto e por sempre estarem ao meu lado nas horas mais difíceis e felizes da minha vida.

Meus irmãos, Janeide, Geisyanne e José Wender que sempre me apoiaram e foram minhas alegrias em todos os momentos de caminhada.

A minha querida orientadora e professora Gilmara Meira, por toda paciência, carinho e dedicação nas orientações, sugestões e contribuições, tanto na construção dessa pesquisa, quanto a minha formação docente, levarei sempre comigo seus ensinamentos e seu exemplo e sua amizade, és uma fonte de inspiração para mim.

Aos meus professores por todo aprendizado e conhecimento que me proporcionaram ao longo da graduação, especialmente aos professores José Luiz Cavalcante, o qual me proporcionou a primeira experiência em um projeto na Universidade, o PIBID, e tenho muito orgulho em ter feito parte desse programa e mais ainda por tê-lo como coordenador.

A Raquel Priscila que foi minha professora no primeiro semestre do curso e também plantou uma semente de conhecimento na minha formação enquanto discente, obrigada por ter trabalhado comigo no projeto de extensão da UEPB, o Pró-ENEM no qual trabalhamos por três anos e por seus ensinamentos os quais levarei para sempre comigo. Também ao professor Roger, coordenador do Programa Residência Pedagógica, o qual fui integrante por 18 meses.

Ao amigo João Marcos pelas edições dos vídeos para a construção dessa pesquisa, pela amizade e pelas experiências que sempre compartilhamos juntos na Universidade. Também aos colegas de caminhada (alguns mais próximos, outros nem tanto) pela amizade, carinho e afeto que tivemos na graduação.

Ao professor Izaias Nário, por disponibilizar suas aulas para a pesquisa de campo e pelas sugestões e acompanhamento na pesquisa empírica. Também aos alunos do 9º Ano da Escola Estadual Miguel Santa Cruz que se dispuseram a fazer parte dessa pesquisa.

RESUMO

Esta pesquisa investigou como a metodologia de Sala de Aula Invertida (SAI) pode contribuir para o ensino de Matemática em uma Turma do 9º Ano de uma escola da rede pública estadual no município de Monteiro – PB. O principal objetivo foi colaborar com as discussões e possibilidades para o ensino de Matemática. Para tanto, no desenvolvimento da pesquisa com a turma, foi usando como conteúdo específico os números reais e suas operações, com o propósito de investigar a partir da proposta de SAI o desenvolvimento de competências individuais, de colaboração e autoestudo, organização de autoaprendizagem e desenvolvimento do pensamento crítico com auxílio de mídias tecnológicas. Dessa forma, previamente ao desenvolvimento da pesquisa, utilizamos um questionário com a Turma para compreender as possibilidades de trabalhar segundo nossa proposta e, após as análises, foi elaborada uma sequência didática e uma produção de videoaulas para o estudo prévio do conjunto dos números reais e atividades complementares a serem exploradas no momento presente em sala de aula. Os resultados apontam que a SAI é uma metodologia ativa de grande importância que possibilita a autonomia, criticidade, reflexão e desenvolvimento, entretanto, por ser uma proposta relativamente recente em nossa realidade escolar, ainda há desafios, pois alguns alunos não têm o hábito de estudar fora da sala de aula e alguns ainda carecem de recursos tecnológicos necessários para subsidiar os estudos

Palavras-Chave: Sala de Aula Invertida. Ensino de Matemática. Conjunto dos Números Reais.

ABSTRACT

This research investigated how the Inverted Classroom (IAS) methodology can contribute to the teaching of mathematics in a 9th grade class of a state public school in Monteiro – PB. The main objective was to collaborate with the discussions and possibilities for the teaching of mathematics. Therefore, in the development of the research with the class, it was using as specific content the real numbers and their operations, with the purpose of investigating from the IAS proposal the development of individual skills, collaboration and self-study, self-learning organization and development. Of critical thinking aided by technological media. In this work proposal, the central idea is that the student is protagonist of their learning having prior access to the content of the class. Thus, prior to the development of the research, we used a questionnaire with the class to understand the possibilities of working according to our proposal and, after the analyzes, a didactic sequence and a production of video classes were elaborated for the previous study of the set of real numbers and complementary activities to be explored at the present time in the classroom. Some theoretical references that guided this qualitative ent. However, as it is a relatively recent proposal in our school reality, there are still challenges, as some students do not have the habit of studying outside the classroom and some still lack the technological resources needed to subsidize studies.

Keywords: Flipped classroom. Mathematics teaching. Real numbers set.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
2. ASPECTOS TEÓRICOS SOBRE A SALA DE AULA INVERTIDA, APARATOS TECNOLÓGICOS E O CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS.	14
2.1 A metodologia de Sala de Aula Invertida e suas possibilidades.....	14
2.2 O uso das tecnologias digitais em favor das aulas de Matemática.....	17
2.3 O Ensino da Matemática na Escola Básica.....	19
2.4 O Estudo dos Números Reais e suas Operações.....	20
3. CAMINHOS METODOLÓGICOS QUE NORTEARAM A PESQUISA	26
3.1 Natureza da Pesquisa.....	26
3.2 Participantes da pesquisa.....	26
3.3 Etapas da Pesquisa.....	27
4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISES DOS RESULTADOS DA PESQUISA: CONFRONTANDO TEORIA E PRÁTICA	30
4.1 Apresentação das ações desenvolvidas.....	30
4.2 A pesquisa resultados e discussões.....	34
REFERÊNCIAS	45
APÊNDICES	48
ANEXOS	52

1. INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática atualmente enfrenta dois grandes desafios: primeiramente o baixo interesse da maioria dos alunos pela disciplina e, por consequência, a dificuldade que apresentam com relação à maioria das abordagens matemáticas, sobretudo, no que se refere à produção de significados de seus conceitos, exemplo disso, é a dificuldade que muitos apresentam ao se deparar com questões contextualizadas. O fato do ensino de Matemática na Escola Básica ser, muitas vezes, centrado apenas em técnicas específicas é um dos possíveis motivos que leva os alunos a terem a concepção de uma disciplina composta de uma sequência de algoritmos prontos para serem memorizados.

As avaliações do Ensino Básico não têm apresentado bons resultados no que se refere à Matemática e, por isso, o desafio do professor é imenso para fazer os alunos compreenderem a produção de significados dessa disciplina. A exemplo disso, podemos citar as notas do Ideb em 2017 que, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, apenas 15,5% dos alunos tiveram um desempenho adequado em Matemática, enquanto 33,1% dos estudantes obtiveram um desempenho insuficiente. Já nos anos finais do Ensino Fundamental, 4,5% dos estudantes, conseguiram um desempenho adequado em Matemática, em contrapartida, obteve um resultado exorbitante de 63,1% de alunos que tiveram um desempenho insuficiente na mesma disciplina. Esses dados são preocupantes, fato que leva à necessidade de repensar o Ensino da Matemática e as metodologias que estão sendo utilizadas para tal no Ensino Básico.

Nos chama atenção a dificuldade que alunos, mesmo ao término do Ensino Fundamental e, muitas vezes, até do Ensino Médio, apresentam com relação ao conjunto dos números reais e suas respectivas operações. Levando em consideração essa situação e a necessidade de preparar adequadamente os alunos, é importante que o professor possa conhecer os critérios de habilidades e competências descritos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), já que esse é o documento normativo mais atual da educação. Nesse sentido, é essencial a promoção e o aprofundamento de metodologias ativas¹ por parte dos professores, a fim de que o ensino possa caminhar de acordo com os avanços tecnológicos e sociais.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2017), é necessário selecionar e aplicar metodologias e estratégias didático-pedagógicas diversificadas, recorrendo a ritmos diferenciados e a conteúdos complementares, se necessário, para trabalhar com as

¹Na metodologia ativa, o aluno é personagem principal e o maior responsável pelo processo de aprendizado. Sendo assim, o objetivo desse modelo de ensino é incentivar que a comunidade acadêmica desenvolva a capacidade de absorção de conteúdos de maneira autônoma e participativa.

necessidades de diferentes grupos de alunos, suas famílias e cultura de origem, suas comunidades, seus grupos de socialização etc. Pensando nisso, é importante investir em metodologias que possam facilitar a compreensão e ampliar a motivação dos alunos em relação ao conhecimento matemático, de tal forma, que esses possam ter maior autonomia em um processo no qual o professor os conduza na direção da construção do conhecimento. Sendo assim, pensamos que trabalhar Matemática a partir da proposta da Sala de Aula Invertida (SAI), seja uma alternativa viável nessa perspectiva, pois é uma proposta que envolve autonomia, interação, socialização e diálogo entre professor e alunos.

A Sala de Aula Invertida, conhecida internacionalmente por *flipped-classroom* é uma abordagem pedagógica que propõe uma inversão de tarefas que são realizadas em casa e na escola. O tempo anteriormente reservado às explicações do professor passa a ser destinado às discussões de atividades realizadas em grupo com auxílio constante do professor. Assim, a SAI é uma proposta, dentro das metodologias ativas de aprendizagem, cujo foco principal é propiciar ao aluno oportunidades de desenvolver ou aperfeiçoar autonomia para seus estudos. Dessa forma, trata-se de uma metodologia cujo objetivo é centralizar o aluno de tal forma que ela passa a ser o protagonista de seu aprendizado.

Segundo Valente (2013), a partir do ano 2010 o termo *flipped-classroom* passou a ser um chavão, impulsionado por publicações internacionais, surgiram então, escolas de Ensino Básico e Superior que passaram a adotar essa abordagem. Há, inclusive, nos Estados Unidos da América uma organização de educadores que divulgam conceitos sobre a aprendizagem invertida para que educadores possam implantá-la com sucesso.

A SAI é um modelo que teve suas origens no ensino híbrido² nos anos 1990. O ensino híbrido (misturado, combinado, mesclado), teve seu conceito desenvolvido a partir de experiências do e-learning (em português, “aprendizado eletrônico”, uma modalidade de ensino a distância que possibilita a auto-aprendizagem) que genericamente abrange uma aprendizagem baseada na web. Para Miranda (2005), o ensino híbrido é uma combinação de recursos e dos métodos usados face a face e online, com a qual se procura tirar partido das vantagens de qualquer um dos dois sistemas de aprendizagens. Dentro do ensino híbrido, a SAI emerge como técnica usada por professores para melhorar o engajamento dos alunos.

Para Borba (2014), a utilização das tecnologias móveis como laptops, telefones celulares, ou tablets, tem se popularizado, consideravelmente nos últimos anos. Muitos dos

²O ensino híbrido é uma das maiores tendências da educação do século XXI, que promove uma mistura entre o ensino presencial e propostas de ensino online – ou seja, integrando a educação à tecnologia, que já permeia tantos aspectos da vida do estudante.

alunos, por exemplo, utilizam a internet em sala de aula, a partir de seus celulares para acessar plataformas como o *Google*. O uso dessas tecnologias já molda a sala de aula, criando novas dinâmicas na transformação da inteligência coletiva, as relações com a Matemática e as normas a serem seguidas nessa mesma sala de aula.

Refletindo acerca desses aspectos teóricos e práticos, baseado em experiências de Estágios, Programa de Iniciação à Docência (PIBID), Monitorias, Residência Pedagógica e os demais programas desenvolvidos em sala de aula, dos quais fizemos parte, emergiu o desejo de desenvolver uma pesquisa que analisasse a contribuição dessa proposta na nossa realidade em sala de aula. Dessa forma, a partir das constantes dificuldades observadas e da fragilidade de conhecimentos prévios, sobretudo, no caso das operações com números reais, principalmente, quando se deparam com problemas que envolvem potência e radiciação, passamos a questionar sobre a possibilidade de orientação a estudos prévios para maiores esclarecimentos em sala de aula. Mediante isso, começamos a investigar as particularidades desse modelo, bem como a possibilidade de desenvolvermos uma experiência que obedecesse às particularidades do modelo pautado na SAI.

Essa metodologia de ensino e aprendizagem se propõe a investir em mudanças à forma como lidamos com a educação tradicional. Uma das vantagens da SAI é a otimização de tempo, há situações que o professor gasta maior parte do tempo da aula apresentando conceitos de conteúdos novos, o que simplifica as possibilidades de trabalho em sala de aula. Quando os alunos apresentam um contato prévio com a matéria antes da aula, é possível que haja maior interação entre eles e o professor, o que pode facilitar o percurso e o rendimento do processo de ensino e aprendizagem no decorrer da aula. Portanto, a SAI (*flipped-classroom*) possibilita o estudante a ter acesso aos conteúdos on-line, o que pode possibilitar um trabalho em sala de aula mais produtivo.

Na visão de Munhoz (2015), a aprendizagem colaborativa³ poderia minimizar algumas falhas e contribuir com a metodologia da SAI, pois nesse sentido, o aluno é tratado como elemento ativo no processo de aprendizagem, o que oferece grandes possibilidades de desenvolvimento de competências sociais e cognitivas. As interações entre os agentes participantes do processo de aprendizagem com operações de números reais seguem um paradigma no qual predomina a comunicação virtual, a coordenação e a cooperação.

³Aprendizagem colaborativa é uma metodologia de ensino pautada na interação, colaboração e participação ativa dos alunos. Trata-se de um método que pode ser aplicado em diversos contextos — palestras, treinamentos e, aulas online — sempre prezando a troca de experiências e promovendo o engajamento, envolvimento e motivação dos alunos.

Concomitante isso, e baseado na nossa proposta, desenvolvemos a pesquisa a partir da seguinte questão: *no que a metodologia de Sala de Aula Invertida (SAI) pode auxiliar para o ensino de Matemática na Escola Básica?*

Com essa proposta de investigação, objetivamos, de forma geral, entender algumas possibilidades que a metodologia de SAI pode oferecer para o ensino de Matemática a partir de uma experiência com uma Turma do 9º Ano no estudo das operações com números reais.

Diante dos novos desafios do século XXI, a educação buscou novos caminhos e ferramentas para se reinventar, entre tais, encontram-se as metodologias ativas, em que o aluno deixa de ser passivo no processo de aprendizagem e se torna um agente ativo na construção do seu conhecimento. As metodologias ativas têm se consolidado como uma estratégia pedagógica, tanto para o desenvolvimento de competências dos alunos, como para romper com o conceito tradicional sobre o que é ensinar.

Concomitante isso, essa pesquisa apresenta os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver uma sequência didática acerca das operações com Números Reais, a ser trabalhada com base no modelo de SAI;
- Analisar possibilidades para o ensino de Matemática a partir da experiência desenvolvida.

Para maior entendimento dessa proposta, apresentamos na seguinte seção uma abordagem que enfatiza os aspectos teóricos acerca do ensino de Matemática, metodologia de SAI e estudo dos números reais. Na sequência, trazemos os aspectos metodológicos que orientaram nossa pesquisa, enquanto na seção 4 apresentamos os resultados analisados e, por último, abordamos algumas considerações com base na proposta de investigação.

2. ASPECTOS TEÓRICOS SOBRE A SALA DE AULA INVERTIDA, APARATOS TECNOLÓGICOS E O CONJUNTO DOS NÚMEROS REAIS.

Nesta seção apresentamos alguns aspectos teóricos relacionados ao nosso tema de pesquisa e abordagens complementares, tais como, a integração das tecnologias da informação e comunicação na Educação Matemática, ensino da Matemática na Escola Básica, e algumas discussões sobre os números reais e suas operações.

2.1 A metodologia de Sala de Aula Invertida e suas possibilidades

A proposta de trabalhar com o modelo de Sala de Aula Invertida tem origem americana e data de meados de 2007, a partir da percepção dos professores Aaron Sams e Jonathan Bergmann. Esses professores, ao enfrentarem o problema das constantes ausências nas aulas presenciais de alunos participantes de competições esportivas, recorreram a gravações das aulas expositivas para que esses alunos pudessem acompanhar o conteúdo perdido, desobrigando os professores a repetirem várias vezes a mesma explicação. Os alunos ausentes da aula presencial adoravam as aulas gravadas e conseguiram aprender o que tinham perdido, além disso, os que compareciam às aulas também começaram a assistir aos vídeos para auxiliar nos exames (BERGMANN e SAMS, 2016).

Assim, a Sala de Aula Invertida surgiu como aliada potente para o contexto social educacional que pode potencializar as práticas interativas de comunicação, permitindo a exploração e navegação de informação, tornando o sujeito responsável pela construção do seu conhecimento. O pioneiro dessa metodologia, Jonathan Bergmann, professor da Universidade do Colorado, nos Estados Unidos, defende o método de ensino no qual, alunos estudam o conteúdo antes das aulas e em sala de aula aprofundem seus conhecimentos e tiram dúvidas com os professores.

Os alunos aprendem o conteúdo em suas próprias casas, por meio de videoaulas ou outros recursos interativos, como games ou arquivos de áudio. A sala é usada para a realização de exercícios, atividades em grupo e o desenvolvimento de projetos. O professor aproveita para tirar dúvidas, aprofundar o tema e estimular discussões, ele ainda conduz a reflexão sobre o tema de maneira a possibilitar a construção de conhecimento de forma relevante para o aluno, que é o protagonista do processo. Essa estrutura, portanto, significa o papel do aluno, promovendo o desenvolvimento de uma aprendizagem ativa e investigativa.

Questionado por adotar tal metodologia, Bergmann salienta que o professor grava o conteúdo principal da aula em vídeo e os estudantes o assistem antes de chegarem à aula.

Quando estão em sala, só vão aprofundar o conhecimento de acordo com o seu nível de curiosidade e o que aprenderam com o vídeo. Outro motivo é que aumenta e melhora a qualidade da relação dos professores com os estudantes porque eles interagem muito mais. No Brasil esta metodologia também pode ser utilizada de modo muito atraente e eficaz, entretanto, é necessário levar em consideração que em determinadas regiões brasileiras é mais desafiador, pois nem todos os alunos têm acesso a internet ou até mesmo a smartphones, tablets ou computadores.

De acordo com Bergmann e Sams (2017), a SAI pode ser um espaço no qual os conhecimentos podem ser construídos por meio da mediação, colaboração, interação, compromisso, necessidades e interesses, rompendo as fronteiras entre quem forma e quem é formado e, assim, permitindo aos alunos fundamentar os processos formativos e direcionar caminhos alternativos, intensificando a interação aluno-professor.

No contexto dessa metodologia, é preciso que o professor seja criativo, autônomo, crítico e reflexivo, para que seja perceptível a construção do conhecimento pelos alunos, assumindo uma postura investigativa, decorrente das relações estabelecidas entre professor e aluno. Dessa forma, Becker (2008), enfatiza:

O professor não pode ensinar diferentemente de seu conceito de aprendizagem, por mais que se esforce, um professor não poderá exercer uma pedagogia e uma didática inspiradas no construtivismo se continuar preso a concepções epistemológicas empiristas. É por isso que professores ao assumirem uma nova didática, na medida em que se esforçam para dar conta dessa novidade vão retrocedendo até retornarem às formas costumeiras que desejavam superar (BECKER, 2008, p.55).

Com isso, torna-se eficiente o professor utilizar diferentes formas para ensinar Matemática e executar suas atividades de maneira que saia da zona de conforto e que possa nortear precisamente o aprendizado dos alunos. Sobre o funcionamento da SAI, ela está dividida em três etapas, o antes da aula, durante a aula e depois da aula, conforme ilustrado na figura 1.

A interação entre o aluno e o assunto em estudo promove a aprendizagem. O discente precisa agir de forma ativa para a construção de seu próprio conhecimento tendo o professor como um facilitador desse processo. Dessa forma, o método de resolução de problemas apresentado em um contexto constitui-se como uma inovação educativa. Os alunos realizam o estudo prévio do conteúdo e se preparam para encontros presenciais de debates, análises e problematização do tema. Deste modo, propicia-se um ambiente interativo e colaborativo de aprendizagem baseada em pensamento crítico.

Figura 1: Dinâmica da Sala de Aula Invertida.



Fonte: Núcleo de Tecnologia Educacional/UFSM (2016).

Nesse contexto, com o objetivo de facilitar previamente a compreensão dos alunos, antes da aula ele é orientado pelo professor a assistir videoaulas ou fazer estudos por meio de outras mídias tecnológicas, as quais o professor disponibiliza via e-mail, ou redes sociais, de maneira que o aluno tenha acesso ao material e que possa recordar conteúdos vistos em anos anteriores, a exemplo: expressões algébricas, introdução ao conteúdo a ser explorado em momentos posteriores, fórmulas e curiosidades matemáticas entre outras situações.

Assim, durante a aula, o professor esclarece dúvidas sobre o estudo prévio realizado por meio da videoaula ou outras mídias indicadas, discute e analisa os conceitos e artefatos com os alunos, apresenta as aplicações do conteúdo relacionadas ao cotidiano, resolve problemas e orienta o aluno a criar suas próprias estratégias de aprendizado e a trabalhar em grupo, especialmente a realizar atividades práticas a partir de sua criatividade.

Com essa dinâmica, posteriormente à aula, o aluno é orientado a avaliar o que foi desenvolvido nas duas etapas anteriores, reforçar e revisar os principais conceitos e aplicações sobre determinado assunto e por meio de suas estratégias de aprendizagem. Assim, com a orientação do professor podem desenvolver outros tipos de situações, como por exemplo, quebra-cabeças ou palavras cruzadas referentes ao conteúdo estudado. Atividades dessa natureza podem tornar as aulas mais atrativas e conseqüentemente, mais empolgantes.

O ensino híbrido é adaptativo, e pode ser usado em escolas com alto poder tecnológico, ou em escolas com recursos mais simples, ele está organizado em modelos. Bacich, Neto e Trevisani (2015) enfatizam:

O ensino híbrido é um novo modelo de ensino: trata-se de um modelo que pressupõe o uso da tecnologia para o desenvolvimento das atividades dentro e fora da classe, em que o aluno é estimulado a buscar o conhecimento com a mediação do professor e da escola (BACICH, NETO, TREVISANI, 2015, p. 181).

Nessa perspectiva de SAI, para habilidades cognitivas, antes da aula, os alunos verão vídeos para recordar conteúdos, termos novos, definições diferenciadas e introduzir novos conceitos matemáticos. Durante a aula, irão aplicar, analisar e esclarecer dúvidas, discutir conceitos, resolver problemas e trabalhar em grupo. Após a aula, deverão rever conceitos e colocar em prática tudo o que foi estudado anteriormente.

As habilidades socioemocionais - comunicação, motivação, autonomia, perseverança, autocontrole, resiliência, colaboração e criatividade, apontadas por organizações, tais como, Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE), são essenciais à formação profissional e pessoal. Nesse sentido, a OCDE (2002) aponta que a motivação é mais importante que a idade para um aprendizado bem sucedido e, embora esteja longe de uma teoria adequada ou análise prática dos estilos de aprendizagem, o que se sabe é que o aprendizado bem sucedido se torna provável de ocorrer quando o aluno tem muita autoconfiança e uma boa autoestima; é fortemente motivado a aprender; e é capaz de aprender em um ambiente caracterizado por certo desafio.

2.2 O uso das tecnologias digitais em favor das aulas de Matemática

A Tecnologia Educacional⁴ assim como as teorias psicológicas sobre a aprendizagem é utilizada em países que pregam a objetividade e a consequente neutralidade do conhecimento científico.

Em sua definição de tecnologia, o canadense John Daniel que foi pioneiro no uso de tecnologias digitais, enfatiza o envolvimento entre pessoas e máquinas, o qual dá sentido ao uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)⁵ na escola. Muitas pesquisas já

⁴O termo tecnologia educacional remete ao emprego de recursos tecnológicos como ferramenta para aprimorar o ensino. É usar a tecnologia a favor da educação, promovendo mais desenvolvimento socioeducativo e melhor acesso à informação.

⁵Tedesco (2004, p.96) define TIC (Tecnologias da Informação e da Comunicação) como “[...] conjunto de tecnologias microeletrônicas, informáticas e de telecomunicações que permitem a aquisição, produção, armazenamento, processamento e transmissão de dados na forma de imagem, vídeo, texto ou áudio”.

comprovam que não é suficiente apenas a disponibilização de aparatos tecnológicos na escola, pois o aspecto mais crucial é saber como utilizá-los a favor da mediação do conhecimento e da informação bem como da possibilidade de interação e de colaboração entre integrantes do cotidiano escolar.

Os *smartphones*, *tablets* e *computadores*, entre outras ferramentas que fazem parte das tecnologias digitais, também são importantes ferramentas que poderão contribuir com a educação, facilitar o estudo e talvez torná-lo ainda mais atraente. A maioria dos modelos disponíveis são caros, talvez por isso, a disponibilidade desses aparatos nas escolas públicas ainda é insuficiente. Porém, com o avanço social, torna-se cada vez mais necessária a inserção desses meios nos mais diversos ambientes, sobretudo, nas escolas por ser um espaço de saber e formação que atende a um público que apresenta, na maioria das vezes, relevante familiaridade com tais aparatos, a exemplo dos *smartphones*, objeto tão comum para a grande maioria.

Portanto, não é possível dizer que é questão de tempo para que essa inserção tecnológica se torne realidade no cotidiano da sala de aula. Mas, é necessário analisar o posicionamento do professor acerca desses dispositivos e do avanço tecnológicos, bem como de sua familiaridade com essas ferramentas. Em sala de aula, o professor é quem direciona os trabalhos, propicia a curiosidade e incita ao debate, à crítica e a pesquisa. Nesse sentido, ele tem o papel de mediar e orientar o processo de aprendizagem na formação dos alunos e sua responsabilidade é enorme.

O professor, em primeiro lugar, é um ser humano e, como tal, é construtor de si mesmo e da sua história. Essa construção ocorre pelas ações num processo interativo permeado pelas condições e circunstâncias que o envolvem. É criador e criatura ao mesmo tempo: sofre as influências do meio em que vive e com as quais deve autoconstruir-se (BRITO e PURIFICAÇÃO, 2008, p. 45).

Segundo as autoras supracitadas, se o compromisso do professor é com o homem concreto, com sua humanização e libertação, ele não deve prescindir da ciência e nem da tecnologia e, sim, instrumentalizar-se para então melhorar sua prática na sua profissão. Isso não significa que o professor necessita usar tudo que aparece como novidade em todas as suas aulas, mas, utilizar tudo que for viável para contribuir e auxiliar no processo de aprendizagem dos alunos.

Moran (2014), considera a SAI um dos modelos mais interessantes da atualidade para mesclar tecnologia com metodologia de ensino, pois concentra no virtual o que é informação

básica e, na sala de aula, atividades criativas e supervisionadas, uma combinação de aprendizagem por desafios, projetos, problemas reais e jogos.

Segundo Borba e Silva (2014), ao analisar a objetividade do conhecimento científico, pressupõe que a autonomia dos aparelhos tecnológicos passa a ser vista como elemento metodológico, principalmente nas aulas de Matemáticas, pois contribui na vinculação dos conteúdos e conseqüentemente nos problemas que resolvemos. Assim, a importância da tecnologia passa a ser considerado um fator neutro de aceleração do desenvolvimento econômico.

Concomitante isso, podemos dizer que cada concepção da realidade traz consigo elementos determinantes de uma metodologia que lhe é inerente e que se orienta para resolução de determinados problemas matemáticos. Dessa forma, esses recursos devem ser encarados como essenciais no que diz respeito a aspectos didáticos, de modo a privilegiar as relações professor-aluno. Diante disso, Miskulin (2016), aborda a postura com que os professores devem ter e ainda aprimorar seus conhecimentos frente a evolução tecnológica e o saber científico.

Os educadores devem estar abertos a essas novas formas do saber, novas maneiras de gerar e dominar o conhecimento, novas formas de produção apropriação do saber científico, pois, assim, poderiam compatibilizar os métodos de ensino das teorias de trabalho com as TICs, tornando-as partes integrantes da realidade do aluno (MISKULIN, 2016, p.154).

Nesse sentido, exige-se uma flexibilidade e criticidade do professor com relação aos aspectos de sua metodologia, assim, se faz necessário que o mesmo entenda a responsabilidade e importância de sua formação, seja inicial ou continuada, pois a atualização de seus conhecimentos e prática pode ser um facilitador no processo de aprendizagem dos seus alunos.

2.3 O Ensino da Matemática na Escola Básica

Frente à realidade atual da educação pública do nosso país, notamos que o ensino de Matemática não tem surtido os efeitos esperados no que se refere à produção de significados, um exemplo disso, é a notável dificuldade que observamos quando os alunos se veem frente a algumas situações matemáticas contextualizadas que requer interpretação e conhecimentos prévios para resolve-la. Há muito tempo, a metodologia mais comum para o ensino de Matemática tem sido aquela empregada ao uso excessivo de técnicas, as quais os alunos memorizam, repetem, porém não conseguem, muitas vezes, empregar em problemas contextualizados. Assim, a mecanização deixa sérias lacunas no seu processo de

aprendizagem, o que pode impedir o desenvolvimento da criatividade e criticidade matemática.

Assim, segundo Dante (2010), a Educação Básica surge como um pretexto para que se possa pensar acerca de algumas das questões que abrangem o processo de educação formal de escolas brasileiras. Dessa forma, o autor discute a necessidade que há para inovação de práticas e metodologias de ensino em sala de aula. Nota-se o ensino escolar, em sua grande maioria, como uma realidade à parte dos acontecimentos da contemporaneidade.

Então, só é possível deflagrar ideias matemáticas no aluno, se esse aluno é colocado diante de uma situação envolvente que lhe seja problemática, interessante, desafiante e, ao mesmo tempo, que seja capaz de estimulá-lo a aprender. Não é uma situação lida em livro, nem apenas explicada oralmente, descrita ou exposta no quadro negro pelo professor. Tem que ser uma situação que vislumbre o aluno, que faça com que ele consiga aprender plenamente.

Cerconi e Martins (2014), também acreditam que o maior problema no processo de ensino-aprendizagem da Matemática recai na forma tradicional e mecanizada que a mesma ainda é ensinada em sala de aula.

A Matemática é muitas vezes uma disciplina ministrada basicamente mediante a exposição de conceitos, leis e fórmulas, de maneira desarticulada, sem um significado real para os alunos. Enfatiza a utilização de fórmulas, em situações artificiais, deixando o aluno perdido num “mar” de informações, que para ele não tem significado algum, desvinculando a linguagem matemática que essas fórmulas representam de seu significado efetivo. Insiste na solução de exercícios repetitivos e exaustivos, pretendendo que o aprendizado ocorra pela mecanização ou memorização e não pela construção do conhecimento através das aptidões adquiridas (CERCONI e MARTINS, 2014, p. 2-3).

Sendo assim, é importante ter todas as crianças e jovens matriculados na escola, e sobretudo, que eles assimilem de fato o conteúdo proposto, ou seja, que eles realmente aprendam. E isto não vem acontecendo, principalmente na disciplina de Matemática na qual, desde o Ensino Fundamental, boa parte dos alunos passa de ano sem aprender muita coisa de tal disciplina. Para as autoras, o que devemos é priorizar a questão do sentido: que a matéria precisa fazer sentido para os alunos para que assim eles se apropriem do saber.

2.4 O Estudo dos Números Reais e suas Operações

A definição dos números reais depende das definições dos conjuntos dos números racionais e irracionais, que, por sua vez, dependem da definição dos números inteiros. Dessa

maneira, todos os números estudados até o final do Ensino Fundamental e início do Ensino Médio são os números reais.

De acordo com Milies e Coelho (2013), pode-se destacar como um dos marcos ao início do desenvolvimento histórico dos números reais a crise pitagórica na Grécia, ocasionada pela descoberta dos segmentos incomensuráveis, que provavelmente deve ter sido feita por um pitagórico, no período entre 500 e 350 a.C. Apesar de Proclus (450 d.C) parecer ter atribuído essa descoberta a Pitágoras. A prova mais antiga sobre medidas incomensuráveis que se conhece foi apresentada por Aristóteles, e se refere a diagonal e ao lado de um quadrado.

A representação decimal dos números reais é, na ótica de Raymond Duval, um tipo de registro de representação semiótica dos números. Para ele, como os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis, a compreensão em Matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representação semiótica, enfatizando que:

É suficiente observar a história do desenvolvimento da Matemática para ver que o desenvolvimento das representações semióticas foi uma condição essencial para a evolução do pensamento matemático. [...] Primeiramente, há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático – por exemplo, as operações de cálculo – dependem do sistema de representação utilizado. Por exemplo, o sistema de numeração decimal de posição oferece mais possibilidades que os sistemas grego e romano de numeração e, no entanto, a aquisição desse sistema de numeração pelos alunos não é simples (DUVAL, 2003, p. 13).

Segundo esse autor, a articulação de diferentes registros possibilitará o acesso à compreensão em Matemática. É importante mencionar que “um sucesso matemático não corresponde a um sucesso cognitivo” (p.27), pois nem sempre quem manipula adequadamente os algoritmos tem total compreensão do significado do objeto envolvido.

A verificação trata-se de uma prova indireta, baseada no teorema de Pitágoras, e no fato de que, o quadrado de um número par é também um número par. Para a compreensão do conjunto dos números reais, devemos enunciar simplificadaamente os conjuntos dos números naturais, inteiros, racionais e irracionais.

2.4.1 Conjunto dos Números Naturais (\mathbb{N})

Os primeiros números a surgirem foram os naturais, eles tinham o objetivo de representar quantidades. Com a intensificação da atividade comercial, os cálculos começaram a serem utilizados de forma intensa, novos símbolos surgiram para suprir as necessidades operatórias do momento. Os Números Naturais é o conjunto definido pelo símbolo \mathbb{N} , que são

formados pelos números inteiros não negativos mais o zero. Este é um importante conjunto numérico pela sua usabilidade no dia a dia.

$$\mathbb{N} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, \dots \}$$

Utilizamos os Números Naturais em diversas situações da nossa vida, mas nem sempre eles são utilizados para fins de contagens, ou seja, para indicar quantos a mais ou quantos a menos, maior ou menor, etc. Eles ajudam a identificar um objeto de uma coleção ordenada, (1º, 2º, 3º, 4º e assim sucessivamente) e outras situações em que a estrutura dos números naturais são usados apenas como um sistema eficiente de códigos, a exemplo de senhas e número de telefone.

2.4.2 Conjunto dos Números Inteiros (\mathbb{Z})

Os Números Inteiros são formados pelos números positivos e pelos negativos, opostos aos positivos, mais o número 0 e representados pela símbolo \mathbb{Z} :

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

Os números inteiros surgiram na época do Renascimento, quando os matemáticos começaram a sentir a necessidade de contar com números específicos para garantir a boa resolução de equações simples. Eram necessários números e símbolos que pudessem representar temperaturas acima e abaixo de 0°C e tantas outras necessidades das ciências. Diante disso, os cientistas, físicos, astrônomos e matemáticos começaram a buscar uma nova linguagem matemática capaz de expressar diversos fenômenos. Além disso, é importante informar ao estudante que os números inteiros negativos são opostos aos números positivos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998), alertam que a ênfase na memorização de regras para efetuar cálculos, geralmente descontextualizados, costuma ser a tônica da abordagem dada aos números no terceiro e quarto ciclos. Em decorrência disso, muitos alunos não chegam a reconhecer os números inteiros relativos como extensão dos naturais e, apesar de memorizarem as regras de cálculo, não as conseguem aplicar adequadamente, por não terem desenvolvido uma maior compreensão do que seja número negativo.

2.4.3 Conjunto dos Números Racionais (\mathbb{Q})

Pertence ao Conjunto dos Números Racionais, representado por \mathbb{Q} , qualquer número que possa ser escrito na forma de fração, onde o numerador e o denominador são números inteiros, com o denominador diferente de zero. Portanto, esse é um conjunto que engloba os

números inteiros, os números decimais finitos e os decimais infinitos periódicos (que repete uma sequência de algarismos da parte decimal infinitamente):

$$Q = \dots, -\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$$

Os Números Racionais surgiram da necessidade de representar partes de um inteiro. De acordo com a História da Matemática, no Egito Antigo, durante inundações do Rio Nilo, muitas terras ficavam submersas, e isso fazia com que elas recebessem nutrientes. Essas terras tornavam-se muito férteis para a agricultura. Dessa forma, quando as águas baixavam, era necessário remarcar os limites entre os terrenos de cada proprietário. No entanto, por mais eficientes que tentassem ser, não encontravam um número inteiro para representar tais medidas, o que os levou à utilização de frações para representar as medidas. Assim, o conjunto dos números racionais engloba todos os números fracionários e as dízimas periódicas (números decimais).

2.4.4 Conjunto dos Números Irracionais (I)

A ideia geral do Número Irracional fez a sua aparição no final do século XVI, como consequência da introdução das frações decimais, cujo uso se generalizava já então como motivo da formação das tábuas logarítmicas. Dessa forma, são números decimais, infinitos e não periódicos. Como por exemplo, $\bar{2} = 1,414213562373 \dots$, Por mais que tentemos encontrar um valor exato, só conseguimos aproximações deste valor.

$$I = \dots, \bar{2}, \varphi, \bar{3}, \bar{5}, \pi, \bar{7}, \dots$$

Estudos em Geometria reforçam a criação dos números irracionais, principalmente quando estamos referindo ao Teorema de Pitágoras: “A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa”. O número $\sqrt{2}$ é um número irracional, pois ao extrair sua raiz quadrada, obtemos o seguinte resultado: 1,414213562373... (número infinito que não periódico). Outro número irracional muito usado na Geometria é o π ($\pi = 3,141592653589793238462\dots$), descoberto por meio da divisão do comprimento de uma circunferência pelo diâmetro da mesma.

Publicações na área de Educação Matemática que tratam dos Números Irracionais apresentam algumas dificuldades que os alunos da Educação Básica, geralmente apresentam em relação à compreensão de ideias a eles referentes. Mendes (2012), por exemplo, nos indica que em algumas situações os alunos:

[...] não conseguem distinguir a diferença entre um número racional e um irracional; números com infinitas casas decimais periódicas são confundidos com irracionais; não há uma ideia formada sobre o infinito; não há uma justificativa para adquirir conhecimentos sobre os números irracionais (MENDES, 2012, p. 29).

Uma das causas para os alunos não distinguirem esses dois conjuntos é que alguns livros didáticos apresentam os números irracionais em meia página, definindo-os como “números decimais infinitos não periódicos, portanto não racionais”. Dessa forma, o aluno é apenas informado de que a expansão decimal de π é infinita e não periódica e que o mesmo acontece com $\bar{2}$, $\bar{3}$, etc. Assim, o conjunto dos irracionais é também denotado por $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$.

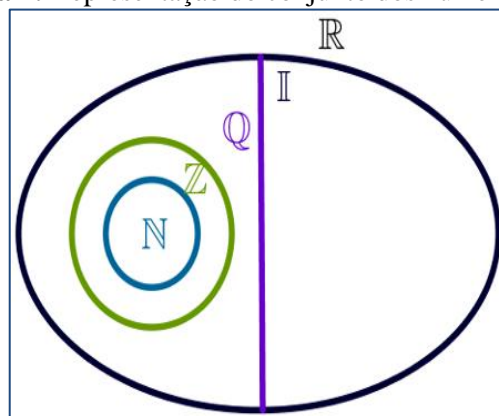
2.4.5 Conjunto dos Números Reais (\mathbb{R})

O conjunto dos números reais é uma expansão do conjunto dos números racionais que engloba não só os inteiros e os fracionários, positivos e negativos, mas também todos os números irracionais.

A compreensão dos números reais é essencial nas últimas séries do Ensino Fundamental, tanto como um fechamento para o estudo dos números racionais, quanto como resolução de problemas de segmentos de reta e como preparação do aluno para o Ensino Médio.

Os números reais são números usados para representar uma quantidade contínua (incluindo o zero, os positivos, os negativos e os decimais finitos e infinitos). Em forma de diagrama, o conjunto dos números reais é geralmente representado conforme a figura 2 a seguir:

Figura 2: Representação do conjunto dos números reais.



Fonte: site de busca – Mundo Educação.

Pelo diagrama acima os Números Reais, simbolizados pela letra \mathbb{R} , são nada mais do que um grande conjunto formado por outros quatro grupos numéricos: os naturais, inteiros, racionais e os irracionais, identificados pelas letras \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} e \mathbb{I} , respectivamente. Assim, todos

os números decimais têm um ponto correspondente na reta, que pode ser encontrado num processo semelhante de divisões sucessivas. Ou seja, o conjunto dos números reais é constituído por todos os números decimais, finitos ou infinitos.

Portanto o conjunto dos números reais é formado pelos limites de todas as sequências convergentes de números racionais e serve para representar a ideia do contínuo (*continuum*), por exemplo, podem representar comprimentos de segmentos de reta. Com isso, o conjunto dos números reais pode ser denotado pela seguinte forma $R = Q \cup (R - Q)$.

Muitos alunos terminam o Ensino Fundamental sem compreender ou utilizar adequadamente os algoritmos das operações, sobretudo da divisão, e ainda apresentam dificuldades para representação e interpretação dos diversos números Reais.

Segundo Ponte (2006), quem não tiver uma capacidade razoável de trabalhar com números e suas operações, fica seriamente limitado nas suas opções escolares e profissionais e no seu exercício da cidadania democrática. Penteado (2004, apud SILVA & PENTEADO, 2009), na sua tese de mestrado, identificou algumas dificuldades da compreensão dos números reais, como: o desconhecimento da existência de infinitos números; a distinção entre um número racional e irracional; entre outras. No conjunto dos números reais encontram-se as operações básicas que são: Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão.

3. CAMINHOS METODOLÓGICOS QUE NORTEARAM A PESQUISA

Nessa seção, apresentamos os aspectos metodológicos que nortearam o desenvolvimento da pesquisa e o detalhamento das etapas para tal desenvolvimento.

3.1 Natureza da Pesquisa

Essa proposta de investigação está fundamentada na abordagem qualitativa descritiva, tendo como foco, a Metodologia de Sala de Aula Invertida para o Ensino de Matemática na Escola Básica. Com isso, investigamos abordagens e possibilidades para propiciar algumas reflexões que podem trazer contribuições para os alunos no Ensino Básico com evidência ao conjunto dos Números Reais e suas operações.

Uma questão importante sobre a pesquisa qualitativa é a tratada por Bogdan e Biklen (1994), argumentam ser uma investigação com um ambiente natural, ou seja, uma fonte direta dos dados, onde o pesquisador é entendido como instrumento-chave. Assim, a nossa proposta de investigação é também descritiva, pois apresentamos, com detalhes, todo o processo de desenvolvimento e análise. Nessa modalidade de investigação, conforme Fiorentini e Lorenzato (2009), o principal objetivo é descrever as características de um evento ou população e descobrir, com precisão, a frequência com que um fenômeno ocorre, sua relação e conexão com os outros, sua natureza e peculiaridades.

Portanto, uma pesquisa dessa natureza preocupa-se, de forma particular, com o processo e não simplesmente com os resultados e o produto, assim, os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente e o significado é a preocupação essencial na abordagem qualitativa.

Concomitante isso, tivemos o propósito de observar, registrar, analisar, classificar e interpretar os fatos, sem interferir neles. Dessa forma, além de registrar, analisar e interpretar os fenômenos, tivemos a preocupação de identificar os fatores que determinaram ou contribuíram para a ocorrência de tais fenômenos. Foram adotadas algumas técnicas para coleta de dados, dentre as quais, destacamos: a observação participante⁶ e o questionário para saber a rotina de estudos de cada aluno e se eles possuem acesso à internet ou aparatos tecnológicos que possibilite o desenvolvimento da proposta com metodologia de SAI.

3.2 Participantes da pesquisa

⁶ Segundo Moreira (2002, p. 52), a observação participante é conceituada como sendo “uma estratégia de campo que combina ao mesmo tempo a participação ativa com os sujeitos, a observação intensiva em ambientes naturais, entrevistas abertas informais e análise documental”.

Os participantes da pesquisa foram 26 alunos de uma Turma do 9º Ano do Ensino Fundamental com uma faixa etária entre 14 a 15 anos de idade, que estudam em uma escola pública da rede estadual de ensino no município de Monteiro – PB. A escolha da Turma investigada justifica-se pelo fato de que por se tratar de 9º Ano já possui noções prévias sobre o Conjunto dos Números Reais e suas operações, pois é um conteúdo abordado em anos anteriores de escolaridade. Dessa forma, sendo alunos concluintes do Ensino Fundamental, que tenham acesso à internet e saibam manipular aparatos tecnológicos, como computadores, smartphones e tablets, é possível apresentarem melhor desenvoltura para a realização da investigação de como a metodologia de SAI pode contribuir para ensino de Matemática, em particular, no conteúdo de operações com os números reais.

Sendo assim, pensou-se trabalhar com esses jovens sob uma abordagem baseada em uma metodologia ativa de aprendizado, mais especificamente com a Sala de Aula Invertida. Metodologia ativa é um método de ensino que se propõe trazer o estudante para o centro, passando ele a ser o protagonista dos seus aprendizados, num ritmo individual, mas em um trabalho coletivo com colegas e professores.

Para não comprometer a identificação dos alunos, os nomeamos nas descrições por: A1, A2, A3, etc.

3.3 Etapas da Pesquisa

Com ênfase no conteúdo abordado, no campo de estudo que é a escola e nos participantes da pesquisa que são alunos do 9º Ano, antes de darmos início ao desenvolvimento da proposta em campo, fizemos uma sequência didática⁷ (Apêndice B) para organizar o conteúdo das videoaulas⁸, objetivos, duração dos vídeos, papel do aluno e papel do professor no momento de mediação das aulas. Dividimos esta análise nas seguintes etapas de investigação:

1º Etapa – Momento de conhecer a turma e propor um questionário para analisar o nível de conhecimento dos alunos sobre os números reais e sobre o acesso à internet e aparelhos tecnológicos, como, smartphones, computadores e tablets. Para tanto, foram propostas as questões apresentadas no (Apêndice C).

2º Etapa – Após a análise do questionário respondido pelos alunos, elaboramos um cronograma de aulas referente aos vídeos, atividades e os encontros que seriam necessários

⁷Sequência didática é um termo em educação para definir um procedimento encadeado de passos, ou etapas ligadas entre si para tornar mais eficiente o processo de aprendizado.

⁸Link da videoaula: <https://youtu.be/fB9mLU8PjwI>

para a aplicação da metodologia da SAI (Apêndice A). Fomos ao encontro da Turma e fizemos uma breve explicação sobre a SAI a fim de que eles tivessem uma autonomia ao assistir os vídeos e ao lerem as atividades que solicitadas. Dialogamos brevemente que a SAI permite ao aluno desenvolver e assimilar o conteúdo no seu próprio ritmo com a orientação do professor. Ela é considerada uma grande inovação no processo de aprendizagem e, como o próprio nome sugere, é o método de ensino através do qual a lógica da organização de uma sala de aula é, de fato, invertida por completo.

Partindo disso, propomos aos alunos que abrissem uma conta no gmail, mas, infelizmente, parte da turma não possuía computador ou internet, sugerimos então a criação de um grupo usando o aplicativo de conversas *whatsApp*, com o intuito de disponibilizar os materiais que produzimos para estudo, inclusive as videoaulas.

Todos os materiais compartilhados eram para estudo prévio às aulas, dessa forma, o propósito era que os alunos estudassem em casa para que em sala de aula apresentassem as interpretações e dificuldades acerca do conteúdo, por meio da socialização e resolução das atividades propostas.

Para tal estudo, produzimos dois vídeos, o primeiro deles - *Introdução aos conjuntos numéricos* teve duração de 18 minutos e o objetivo foi introduzir o estudo dos números reais. O segundo vídeo - *Operações que retratem o conjunto dos números reais a partir da diagonal do quadrado unitário e a diagonal do retângulo 2×1* , com duração de 20 minutos. Com esses vídeos, tivemos por objetivo explicar o conjunto dos números reais e suas operações a partir de situações problema.

3º Etapa – essa foi à etapa em sala de aula junto à Turma para desenvolver as atividades, compreender se haviam estudado previamente e, conseqüentemente, utilizar o momento para tirar dúvidas, explicar, resolver questões e ajudar os alunos a construírem a aprendizagem.

Algumas atividades planejadas para a sala de aula foram de nossa autoria e outras foram adaptadas de livros didáticos e de materiais que abordavam o conteúdo em questão. Assim, com base nos vídeos que produzimos e orientamos os alunos para estudarem previamente, elaboramos duas atividades a serem desenvolvidas em casa e socializadas no momento presencial em sala de aula.

Na primeira atividade o objetivo foi trabalhar operações que envolviam os conjuntos numéricos, principalmente a soma de números inteiros e de radicais, também a distinção entre o conjunto dos números racionais e irracionais. Para tanto, trabalhamos uma lista que envolvia as quatro operações com radicais, em seguida, fizemos a representação do conjunto dos irracionais a partir do conceito de área. Na segunda atividade, com o intuito de verificar se o

conteúdo estava sendo assimilado pelos alunos, fizemos uma retoma dos conjuntos numéricos já estudados, posteriormente, convidamos a Turma para ir ao quadro e responder algumas questões que havíamos solicitado.

Por último entregamos um problema envolvendo os azulejos de uma casa com formato de borboleta esse problema envolvia área, adição e subtração de radicais, os alunos tiveram que determinar a área de cada borboleta, conforme descrito na atividade apresentada a seguir.

Em outro momento, após essas atividades, trabalhamos com radiciação de raízes com índice 2, 3, 4 e 5, de maneira que retratasse de forma precisa o conjunto dos números reais, e que os alunos encontrassem as raízes exatas por meio de fatoração. Em alguns casos, trabalhamos com raízes de frações e notamos que o índice da fração indica quantas vezes é necessário multiplicar o número da potência por si mesmo até obtermos o valor do radicando. Por exemplo:

$$\sqrt{9} = 3, \text{ pois } 3 \times 3 = 3^2 = 9$$

$${}^4\sqrt{16} = 2, \text{ pois } 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$$

Portanto, essa metodologia consistiu na inversão das ações que ocorreram em sala de aula e fora dela, considerando discussões, assimilação e a compreensão dos conteúdos (atividades práticas e videoaulas) como objetivos centrais protagonizados pelo aluno em sala de aula, na presença do professor, enquanto mediador do processo de aprendizagem.

Por fim, o caminhar metodológico da pesquisa foi flexível com base nos questionários aplicados, nas atividades propostas em sala de aula ou enviados para fazerem em casa, conforme o cronograma apresentado. Foram atividades que demandaram tempo e estratégias para que os alunos participassem ativamente na pesquisa, desde ao diálogo em sala de aula até a resolução dos problemas propostos.

4. APRESENTAÇÃO E ANÁLISES DOS RESULTADOS DA PESQUISA: CONFRONTANDO TEORIA E PRÁTICA

Na seção anterior foram apresentados os percursos metodológicos desta pesquisa. Neste momento, tentamos compreender os dados obtidos a fim de analisar as potencialidades da SAI nas aulas de Matemática: sejam por meio das gravações de videoaulas, do questionário respondido pelos alunos, das atividades desenvolvidas e registradas em sala de aula. Fiorentini e Lorenzato (2012) recomendam que o pesquisador, ao analisar os dados, tenha bastante cuidado e critérios para revisar os registros, pois é o momento de tentar encontrar os pontos que foram importantes para compreender a questão objeto da pesquisa.

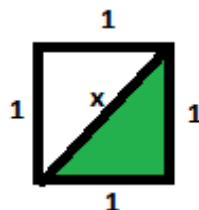
4.1 Apresentação das ações desenvolvidas

Videoaula pode ser entendida como mídia que interage com o aluno e faz parte do processo de construção do seu conhecimento, independentemente do conteúdo que veicula e da metodologia em que está inserida.

Escolhendo como ponto de partida uma videoaula a qual criamos e que está disponível no *youtube*, intitulada *operações com radicais*, ressaltamos a importância de se escrever e fazer a representação por meio da geometria, da diagonal do quadrado unitário que resulta em $\sqrt{2}$ (número irracional) e da diagonal de um retângulo 2 por 1 que resulta em $\sqrt{5}$ também um número irracional, o vídeo explica como se faz para chegar a esse resultado, conforme descrito a seguir:

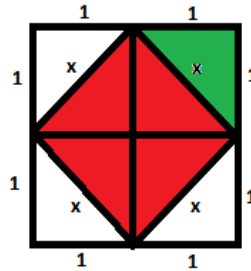
O primeiro questionamento feito refere-se à diagonal do quadrado unitário: *Quanto mede a diagonal de um quadrado unitário? (lado = 1, área = $1^2 = 1$ u.a.)*

Figura 3: Diagonal do quadrado unitário



Fonte: livro didático

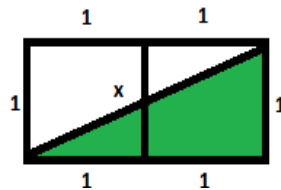
A diagonal divide o quadrado unitário ao meio: cada parte tem área 0,5 u.a. Para facilitar, vamos considerar quatro quadrados unitários dispostos como na figura abaixo, de modo que, calculando o lado do quadrado vermelho, teremos a diagonal do quadrado inicial:

Figura 4: Quatro quadrados unitários**Fonte:** livro didático.

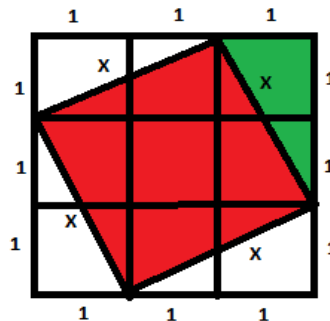
A área do quadrado vermelho = $4 \cdot 0,5 = 2$ u.a.

$$\text{Então: } x^2 = 2 \rightarrow x = \pm \sqrt{2}$$

A segunda questão diz respeito à diagonal do retângulo 2 por 1: *Quanto mede a diagonal de um retângulo de dimensões 2 por 1?*

Figura 5: Diagonal do retângulo 2 por 1.**Fonte:** livro didático.

A diagonal divide o retângulo ao meio: cada parte tem área 1 u.a. Nesse caso, vamos considerar 4 retângulos e mais 1 quadrado unitário, dispostos como na figura abaixo. A área do quadrado vermelho é a área do quadrado de lado 3, tirando os quatro cantos, que têm cada área 1. Então:

Figura 6: 4 retângulos 2 por 1 e mais 1 quadrado unitário.**Fonte:** livro didático.

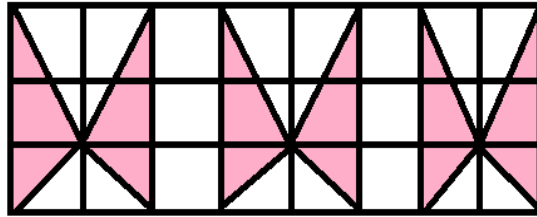
$$x^2 = 9 - 4 \cdot 1$$

$$x^2 = 5 \rightarrow x = \pm \sqrt{5}$$

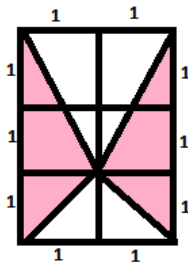
Logo, a diagonal do retângulo de dimensões 2 por 1 mede $\sqrt{5}$ u.m.

Na atividade 2, no segundo momento em sala de aula, propomos um problema envolvendo os “azulejos de uma casa”, estes que lembram borboletas e faz referência ao conjunto dos números reais. Com isso, os alunos teriam que encontrar a área da figura que estava em formato de borboleta, esta figura estava dentro de um retângulo $2\text{dm} \times 3\text{dm}$. Como mostra a figura a seguir.

Figura 7: Azulejos que lembram borboletas.



Fonte: livro didático.



Note que cada “borboleta” é desenhada num retângulo de dimensões 2 dm por 3 dm. São traçadas diagonais em dois quadrados de lados 1 dm (que medem $\sqrt{2}$ dm cada uma) e em dois retângulos de 2 dm por 1 dm que medem $\sqrt{5}$ dm cada uma. Logo, a área da “borboleta” é metade da área do retângulo de 2 dm por 3 dm; portanto, é 3 dm^2 .

Com o propósito de também trabalhar adição e subtração com radicais, averiguamos o cálculo da soma (ou diferença) de duas raízes indicadas:

$$\sqrt{64} + \sqrt{36} = 8 + 6 = 14$$

$$\sqrt[3]{125} - \sqrt{121} = 5 - 11 = -6$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{2} \cong 1,73 + 1,41 = 3,14$$

No terceiro exemplo, calculamos um valor aproximado para a soma $\sqrt{3} + \sqrt{2}$. Como $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ é um número irracional, sua representação decimal é infinita e não periódica. Usando uma calculadora verificamos que $\sqrt{3} + \sqrt{2} = 3,146264 \dots$ Além disso, fizemos uma breve revisão sobre a redução de termos semelhantes e aplicamos também no caso de adições com termos que contêm radicais iguais conforme o apresentado a seguir:

$$7x + 2x = 7 + 2 x = 9x$$

$$5a - 2b + 8b - 11a - b = 5a - 11a + -2b + 8b - b = -6a + 5b$$

$$3\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 3 + 7 \sqrt{2} = 10\sqrt{2}.$$

Mediante essas atividades, nossa pesquisa iniciou com uma população de 26 alunos, de uma Turma do 9º Ano, conforme mencionamos. No primeiro encontro, aplicamos um

questionário (Apêndice C) com os alunos a fim de conhecer melhor suas rotinas de estudos, saber os recursos tecnológicos que possuem para estudarem em casa e realizarem suas pesquisas, se eles tinham acesso à internet e se em algum momento já estudaram o Conjunto dos Números Reais e suas operações. As respostas foram as seguintes:

Quadro II: Levantamento de dados referente ao primeiro questionário.

Perguntas	Você possui Recursos tecnológicos que utiliza para estudo? Quais?	Possui acesso à internet ou tem alguém próximo que possa utilizar?	Já estudou por meio de material enviado pelo professor?	Você já estudou o Conjunto dos Números Reais?	Gostaria de usar a tecnologia para realizar atividades escolares?
Respostas “Sim”	16	23	6	17	0
Respostas “Não”	10	3	20	9	26

Fonte: Autora

Referente aos recursos tecnológicos que os alunos utilizam para estudo. Averiguou-se que 61,5% dos alunos possuem smartphones ou computadores para realizarem suas pesquisas e 88,4% dos estudantes possuem acesso à internet em suas residências, outros 11,6% não possuem acesso à internet ou *wi-fi* em casa ou na escola e justificam que não possuem pois residem em zonas rurais. Outra questão é que apenas 23% dos alunos estudaram com algum material enviado pelo professor, seja qual for a forma de envio desses materiais. Referente ao Conjunto dos Números Reais, 65% dos alunos afirmaram já ter estudado esse conteúdo, entretanto, alguns deles não lembraram como trabalhar as operações. E, segundo eles, nunca haviam estudado por meio da proposta de Sala de Aula Invertida.

Segundo Freitas e Bittar (2004), as escolas estão sendo equipadas com computadores e o professor tem sido chamado a usar esse instrumento com seus alunos desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, entretanto, nem sempre as escolas possuem esses recursos. O computador pode, efetivamente, contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática de forma variada, seja como instrumento auxiliar na elaboração das tarefas, seja por meio do uso de softwares ou de alguma proposta metodológica, a exemplo da SAI. As tecnologias de comunicação no ensino apresentam diversas vantagens, tais como, informações de fácil acesso e comunicação à distância, maior agilidade na realização das tarefas, ganho de tempo e novas possibilidades para a construção do conhecimento, entretanto, é fundamental seu uso de forma adequada, isto é, com compreensão e objetivos.

Conforme Becker (2008), através das videoaulas os alunos podem buscar por apresentações ou trabalhos didáticos que lhes sejam mais motivadores, que lhes despertem o interesse e possibilitem maior atenção à proposta. Esta procura pode ser interessante, uma vez que permite ao expectador rever as videoaulas quantas vezes forem necessárias para que consiga, de fato, compreender o que está sendo pedido e quais conhecimentos prévios serão necessários para desenvolver sua resolução.

Na primeira situação, na qual foi proposto o questionário, podemos analisar as percepções dos estudantes em relação ao vídeo, por meio das respostas obtidas, pois, 20 dos 26 alunos entrevistados disseram nunca terem tido a oportunidade de assistir videoaulas ou qualquer outro material disponibilizado na *web*.

4.2 A pesquisa resultados e discussões

Grande parte da Turma afirmou que não estudavam por meio de material digital ou vídeos enviados pelo professor, então, segundo eles, essa era a primeira experiência de estudar previamente por meio de videoaulas⁹. As videoaulas que produzimos foram inseridas no *youtube* para possivelmente viabilizar o acesso por parte dos alunos, pois, já que nem todos disponibilizavam de smartphones, tablets, computadores ou mesmo internet, pudessem acessar em outras localidades que disponibilizassem de computadores e internet (lanhouses ou estudo interativo com colegas que disponibilizassem dessas mídias). Além de disponibilizarmos no *youtube* também compartilhamos o link por meio da rede social *whatsapp*, a partir dos contatos próprios ou de responsáveis que eles haviam repassado nos momentos iniciais da pesquisa. Também disponibilizamos uma lista de exercícios¹⁰ sobre o conteúdo que deveria ser previamente visto em casa para no momento da aula explorar detalhadamente.

Com base nessa proposta, a maioria dos alunos ficaram empolgados e demonstraram satisfação com a forma que estávamos trabalhando, entretanto, dois alunos não possuíam celular ou qualquer outro recurso tecnológico que possibilitasse o acesso aos vídeos, com isso, orientamos que eles assistissem com outros colegas de sala, de maneira que todos tivessem acesso previamente às aulas, pois assim poderíamos trabalhar de forma mais adequada e democrática.

Como nem todos os alunos assistiram ao videoaula, apresentamos uma parte, durante a aula para que pudessem fazer as atividades. Em seguida, distribuimos um material impresso

⁹Link da videoaula: <https://youtu.be/fB9mLU8PjwI>

¹⁰ Exercício sobre os radicais, conjuntos numéricos (Conjunto dos Números Naturais, Inteiros, Racionais, Irracionais e finalmente o conjunto dos Números Reais que surge a partir do conhecimento de área).

para discutirem as questões, propostas, e esclarecer as dúvidas. Mediante isso, uma aluna disse que gostava de assistir aos vídeos, entretanto, não gostava de fazer exercício ou responder questões. Moran (2014) enfatiza que o vídeo na cabeça dos estudantes, significa descanso e não aula, o que modifica a postura e as expectativas em relação ao seu uso. Dessa forma, a possibilidade de assistir vídeos que tratam sobre determinado conteúdo da Matemática propicia a compreensão de conceitos, ou mesmo dúvidas, indagações e reflexões que influenciam o processo de aprendizagem.

A busca, as novas oportunidades, o “voltar o vídeo” podem ser meios para permitir que algo novo seja construído, estabilizando o aprendizado novamente. Assim, no processo de aprendizagem sempre há algo novo a ser (re)construído.

Bergmann e Sams (2016), ao discutir sobre mídias (vídeo), enfatizam sua importância no processo de aprendizagem individual de cada aluno. Nesse sentido, os autores ressaltam a importância de o estudante ter o “controle remoto” em suas mãos para pausar e retroceder o professor quantas vezes forem necessárias.

Com o propósito de que todos acompanhassem o processo de audiência das videoaulas, foi enviado um exercício com 5 questões referentes ao conteúdo explicitado e, com isso, solicitamos que o exercício fosse entregue com as respectivas respostas presencialmente no momento da aula. Analisamos que 88,4% dos alunos responderam o exercício e disseram ter gostado do conteúdo apresentado em forma de videoaulas.

Ao término das atividades, propomos um segundo questionário (apêndice D) em sala de aula para verificar se a metodologia de SAI foi bem aceita pelos alunos da Turma e se eles conseguiram compreender as abordagens sobre o Conjunto dos Números Reais, a partir das videoaulas e das explicações feitas em sala de aula. Assim, obtemos as seguintes respostas:

Quadro III: Levantamento de dados do segundo questionário

PERGUNTAS	Você gostou desse modelo de Sala de Aula Invertida?	Compreendeu bem o conteúdo abordado?	As explicações em sala de aula esclareceram suas dúvidas?
Respostas “Sim”	26	23	24
Respostas “Não”	0	0	0
Respostas “Mais ou menos”	0	3	2

Fonte: Autora

Um dos alunos justificou que a SAI é uma metodologia que sai um pouco do modelo comum de aulas. Assim, colabora para um processo contínuo de aprendizagem, tornando o aluno mais autônomo e protagonista de sua aprendizagem. Outro aluno justificou que as videoaulas e explicações deixam as aulas de Matemática mais objetivas e claras. Assim, o uso da SAI beneficiou alguns dos alunos que naquela ocasião compreenderam mais rapidamente o conteúdo e tiveram mais chances de consolidar sua própria aprendizagem. Foi possível frisar que tais papéis assumidos pelos alunos estimulou o desenvolvimento de habilidades relacionadas ao trabalho colaborativo.

O trabalho nessa perspectiva requer que os alunos realizem os estudos previamente à aula, com a orientação e direcionamento do professor, pois o propósito é aproveitar o momento da aula para esclarecer dúvidas e desenvolver atividades, entretanto, é uma proposta que requer disciplina, responsabilidade e compromisso para atingir bons resultados. Dessa forma, como alguns alunos argumentaram não ter meios para assistir os vídeos disponibilizadas, usamos um tempo da aula para fazer essa apresentação sobre o vídeo que tratava dos “*Conjuntos Numéricos: Números Naturais, Inteiros, Racionais e Irracionais*”.

O fato de poder observar os alunos assistindo aos vídeos que produzimos, ainda que saindo do planejado, foi interessante, pois pudemos observar o comprometimento e interesse deles frente ao conteúdo abordado.

Diante dessa interação, foi elaborada uma questão sobre a opinião deles em relação às atividades desenvolvidas. Algumas das respostas ao questionário¹¹ foram:

A1: Eu gosto dessas aulas porque dá para olhar se errei, onde eu errei e como eu errei. As videoaulas foram bem legais.

A2: Os vídeos foram animados e de fácil compreensão, e é mais fácil de entender onde errei assim você compreende melhor a matemática.

A3: Eu gosto, pois, vejo a explicação várias vezes e faço a atividade sozinha, depois da pausa eu corrijo, vejo o que acertei ou errei.

Observando as respostas apresentadas pelos alunos identificados por A1 e A2, percebemos que essas videoaulas propiciaram o interesse de olhar se errou, onde errou ou como fazer. Isso perpassa por uma reflexão sobre a forma como ele se propõe a resolver a atividade.

¹¹O questionário proposto aos alunos foi anônimo, logo as respostas deles virão com a seguinte nomenclatura: Letra “A” seguida de um número para indicar o estudante. Ex: Aluno 1 – **A1**; Aluno 2 – **A2**, e assim sucessivamente.

Percebe-se ainda que A3 gostou da proposta, pois a partir desse meio teve a oportunidade de ser protagonista de seu aprendizado, em que ela pode ver e rever a explicação quantas vezes quiser e após ter aprendido a matéria ser capaz de realizar a atividade sozinha.

As mídias digitais são naturalizadas na geração de nossos alunos. É, portanto uma geração midiática que se interessa por vídeos, músicas, redes sociais e se diverte quando o pano de fundo é a internet e suas possibilidades. Eles estão imersos nessas tecnologias digitais, são os nascidos na era digital. A grande característica comum entre esses jovens está na necessidade de independência e autonomia em relação ao conhecimento que lhes interessa (KENSI, 2016, p. 50).

Portanto, foi pensando na potencialidade do vídeo e na necessidade de um veículo para o conteúdo matemático que se optou por videoaulas, já que é também uma mídia que colabora com a autonomia dos alunos em relação ao seu conhecimento para a realização de aulas na proposta metodológica de SAI.

Com essa proposta de investigação, percebemos que o trabalho realizado converge para uma ação pedagógica voltada para o desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes e também para uma postura questionadora de procedimentos mecânicos referentes aos conjuntos numéricos, especificadamente, o Conjunto dos Números Reais.

Um dos objetivos específicos da pesquisa foi analisar se a SAI potencializa o ensino de Matemática, neste caso, o ensino dos Números Reais. Algumas cenas da sala de aula são revisitadas sob as lentes de Silvestre (2012), buscando elementos para responder a nossa questão em relação ao ensino, trabalhando com o desenvolvimento de habilidades e raciocínio lógico.

Foram revistadas situações ocorridas em sala de aula, por meio de observações que consideramos relevantes para esta pesquisa, das atividades dos alunos bem como dos questionários por eles respondidos.

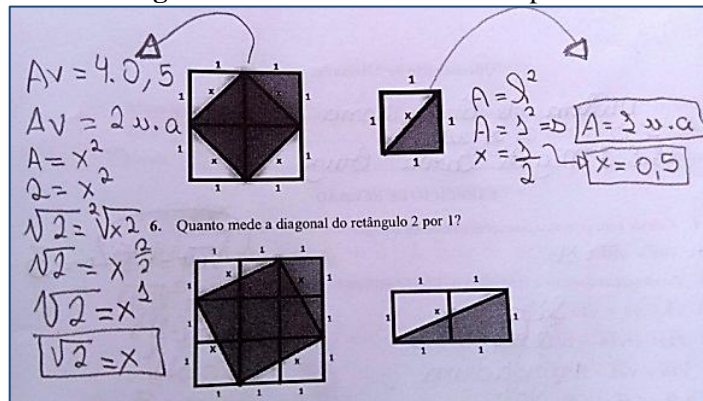
Uma das atividades desenvolvidas em sala foi assim estruturada: os alunos foram separados em duplas numeradas: dupla 1, dupla 2, ..., dupla 13. Foi entregue a cada dupla um papel tipo A4 com questões envolvendo, áreas (diagonal do quadrado unitário e diagonal do retângulo 2 por 1) e ainda produtos notáveis. (Atividade inserida nos anexos A e B).

A dinâmica era que as duplas trabalhassem dois a dois, uma validando a resposta da outra. Por exemplo, a dupla 1 com a dupla 3 e a dupla 2 com a dupla 4. Cada dupla deveria ler a questão, interpretá-la e procurar formas de obter uma resposta coerente ao problema, a fim de que eles pudessem observar que as respostas sempre seriam um número real. Com relação

às questões de área, os alunos observaram que havia duas possibilidades de chegar ao resultado, a primeira pelo conhecimento de área e a segunda pelo Teorema de Pitágoras.

Os estudantes apresentaram dificuldades em trabalhar com o cálculo de área, especificamente sem utilizar fórmulas matemáticas, apenas pela visualização e o raciocínio lógico, visto que eles, na maioria das vezes, costumam responder questões por meio de fórmulas prontas. Dessa forma, utilizaram o Teorema de Pitágoras para resolver. A dupla 8 desenvolveu a atividade utilizando da estratégia da diagonal do quadrado unitário com área igual a $1u.a.$, que o divide ao meio e cada parte do quadrado unitário teria área igual a $0,5u.a.$ conforme apresentado na figura 8 a seguir:

Figura 8: Desenvolvimento da dupla 3.



Fonte: nota dos alunos.

$$A_{\text{quadrado unitário}} = l^2$$

$$A_{\text{quadrado unitário}} = 1^2 = 1 u.a.$$

O valor de x que divide o quadrado unitário ao meio seria:

$$x = \frac{A_{\text{quadrado unitário}}}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2} = 0,5$$

No quadrado 2×2 , tem área igual a:

$$A_{\text{quadrado } 2 \times 2} = l^2 = 2^2 = 4 u.a.$$

Temos quatro diagonais que dividem os quadrados unitários ao meio, então:

$$A_{\text{quadrado pintado}} = 4 \cdot 0,5 = 2 u.a.$$

Então, x é o lado do quadro pintado, logo:

$$A_{\text{quadrado pintado}} = l^2$$

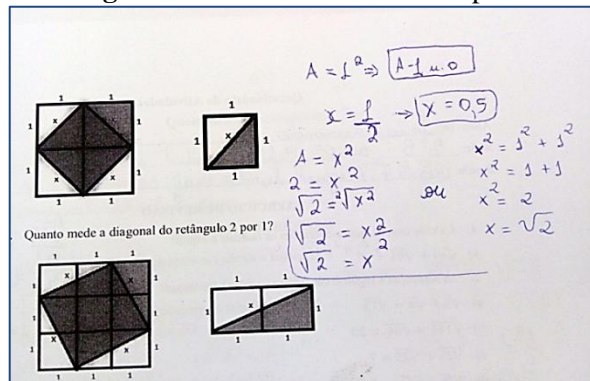
$$2 u.a. = x^2$$

$$x = \sqrt{2} \text{ (diagonal do quadrado).}$$

Nessa atividade, o combinado era de que todos deveriam descrever, exatamente, suas estratégias para encontrar a diagonal do quadrado unitário, a área de um quadrado com quatro

quadrados unitários. Em outra questão, utilizaram o mesmo raciocínio para um retângulo 2 por 1, e por fim, procuraram possíveis soluções para um quadrado 3 por 3 que teria 4 retângulos mais um quadrado unitário para assim encontrar o lado do quadrado pintado. A dupla 5, apresentou uma estratégia diferenciada utilizando o teorema de Pitágoras, conforme descrito na figura 9, a seguir:

Figura 9: Desenvolvimento da dupla 5.



Fonte: nota dos alunos.

Pelo teorema de Pitágoras

$$x^2 = 1^2 + 1^2$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2}.$$

Esta dupla percebeu que poderia resolver por duas maneiras distintas, uma por área de um quadrado e outra pelo Teorema de Pitágoras, levando em consideração que este último eles já haviam estudado anteriormente com o professor responsável pela disciplina em sala de aula. Então surgiu a discussão sobre esta questão de haver duas maneiras que resolveria o problema.

Dupla 5: “professora, esse quadrado é unitário, quando divide ao meio ele fica um triângulo retângulo, em que x é a hipotenusa e os catetos são as medidas dos lados do quadrado, e assim, podemos utilizar o Teorema de Pitágoras para chegar ao resultado que é $\sqrt{2}$.”

Professora: “De fato, pelo Teorema de Pitágoras também é uma possibilidade de chegar à solução, parabéns”.

A proposta de apresentar atividades que faça os alunos pensar sobre diferentes caminhos de resolução e o trabalho interativo é muito importante, pois possibilita o desenvolvimento da criatividade e novas abordagens acerca da interação do aluno com o conteúdo e com os colegas, visto que os alunos dispostos em duplas ou grupos possibilita uma organização tanto física quanto pedagógica no ambiente escolar.

Durante a pesquisa, todas as atividades em sala de aula foram desenvolvidas com os alunos dispostos em duplas e trocando ideias entre si para a resolução dos problemas propostos, enquanto íamos auxiliando, tirando dúvidas e orientando no desenvolvimento, ao mesmo tempo observando o que acontecia. Essa abordagem pedagógica alterou a organização habitual, que era de disposição das carteiras em filas e o professor falando à frente.

Dessa forma, a sala de aula passou a apresentar mudanças tanto em relação à organização pedagógica quanto à organização das ideias e raciocínio dos alunos. Nesse sentido, o professor saiu da exposição, os estudantes saíram das filas, a aula saiu da escola, e o dever de casa foi auxiliado por mídias tecnológicas. A inversão do que se tem habitualmente em sala de aula aumentou a interação entre as pessoas no ambiente escolar.

A dinâmica que ocorre na perspectiva da SAI, ou seja, o tempo integral de uma aula e o tempo de discussão, trouxe um elemento imprescindível - a interação humana, seja entre os alunos, entre o professor e os alunos, ou ainda, com um olhar individual para a relação de cada alunos frente ao conteúdo abordado.

Bergmann e Sams (2016), abordam que a inversão da sala de aula promove a fusão ideal da instrução on-line e da instrução presencial, que está ficando conhecida como sala de aula 'híbrida'. Os autores ressaltam que a inversão possibilita que o professor explore os recursos das tecnologias digitais e interaja com os alunos. Eles afirmam que os professores desempenham papel fundamental na vida destes, conseqüentemente, são mentores, amigos e especialistas. Manter interações face a face com os professores é experiência inestimável para os alunos.

A SAI propicia estar face a face com os estudantes, porque o professor não mais prioriza a exposição do conteúdo e sim aproveita o tempo da aula para discussões acerca do conteúdo previamente visto pelos alunos por meio de atividades, práticas e esclarecimento de dúvidas. Assim, é também possível que o professor possa observar e orientar a interação entre os alunos, auxiliando em suas dúvidas, promovendo discussões entre os colegas para alcançarem (ou não) um consenso frente às atividades desenvolvidas no decorrer das aulas.

De acordo com Bergmann e Sams (2013, p.12), a aprendizagem invertida ajuda os educadores a se afastar de instrução direta como ferramenta de ensino fundamental em direção a uma abordagem mais centrada no educando.

Para tanto, os autores salientam a produção colaborativa, a interação, a interatividade, o trabalho em grupo como pontos positivos da SAI. Porém, também ressaltam que o ponto negativo do método é autonomia que o educando tem que ter, a responsabilidade em estudar em casa, assistir os vídeos, procurar materiais extras na internet e complementar os estudos.

Portanto, a metodologia da SAI pode propiciar maiores condições de aprendizagem para os alunos e também auxiliar o professor que poderá conhecer mais adequadamente as potencialidades e limitações dos alunos frente ao conteúdo apresentado. Assim, é necessário, conhecimento, comprometimento e disciplina para, dessa forma, tornar a sala de aula, um espaço de discussões importantes para alicerçar o conhecimento.

O aluno é o tema central da sala de aula invertida, o foco está em transformar o aluno em um sujeito ativo do seu processo de aprendizagem, Já o professor, passa a ser o mediador, questionador e até problematizador da realidade, contribuindo com o envolvimento do aluno, através do planejamento e da metodologia aplicada.

Os artigos, em sua maioria, relatam as dificuldades encontradas para a aplicação desta metodologia, seja pela dificuldade do professor sair da sua zona de conforto, seja pela dificuldade dos alunos, quer por falta de tempo, quer por comodismo, ou seja, para que esta metodologia funcione é preciso que haja uma quebra de paradigma, tanto por parte do professor quanto por parte do aluno e em alguns casos até pela gestão da instituição de ensino. Mas sabemos que a educação, principalmente no Brasil, precisa de novos rumos, principalmente para esta geração que já nasceu na era tecnológica.

Ou seja, o caminho não será fácil, mas com luta, coragem e os conhecimentos já adquiridos, será possível mudar a educação do nosso país, fazendo com que ela capacite os nossos alunos a uma atitude mais ativa em prol da construção de conhecimentos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este Trabalho é fruto de uma pesquisa que buscou investigar como a metodologia de Sala de Aula Invertida pode contribuir para ensino de Matemática na Escola Básica e, de forma particular, no conteúdo de operações com números reais. Para tanto, a Turma de pesquisa foi um 9º Ano composto por 26 alunos de uma escola pública estadual localizada na cidade de Monteiro – PB. Frente a isso, o nosso propósito é colaborar com as discussões acerca das possibilidades para o ensino de Matemática, sobretudo, no estudo das operações com números reais, a partir da proposta de Sala de Aula Invertida que tem como foco o desenvolvimento de competências individuais, de colaboração e autoestudo, organização de autoaprendizagem, investigação, desenvolvimento do pensamento crítico e de aprendizagem com auxílio dos aparatos de tecnologia digital, dentre eles os smartphones, tabletes e computadores.

Com base no desenvolvimento da pesquisa, foi possível perceber os alunos gostam e se envolvem em atividades dessa natureza, entretanto, alguns desafios para a evolução dos resultados são os problemas estruturais das escolas públicas, falta de recursos, descompromisso por parte de alguns alunos ou fragilidade no nível de conhecimentos prévios. Contudo, a metodologia de SAI proporcionou ao alunado autonomia e conhecimento prévio do conteúdo por parte de recursos tecnológicos pautados no cotidiano deles.

Além das tecnologias digitais propiciarem um ambiente agradável para a aula de Matemática, os softwares matemáticos compõem com o estudante um par pedagógico essencial na construção do conhecimento, o que nem sempre é possível de forma mecânica. Nessa perspectiva, os jovens demonstram ter certa familiaridade em relação às tecnologias digitais, pois é algo que faz parte do cotidiano da maioria deles. Assim, grande parte da turma aprovou o estudo a partir dessa dinâmica, embora alguns tenham tido maiores dificuldades em virtude de não disponibilizarem das mídias.

O facilitador para o desenvolvimento das nossas aulas a partir da metodologia de SAI foi à utilização das videoaulas, pois buscamos trabalhar com explicações de forma objetiva, de modo que a linguagem fosse mais fácil de compreender por parte dos alunos. Essa é uma estratégia didática com a qual são apresentados processos de aprendizagem em doses menores com a possibilidade de ser mais facilmente assimilados, exigindo menos tempo e esforço em sua realização, dessa forma, otimizando o tempo em sala de aula para o trabalho com questões, atividades interativas e orientação frente às dúvidas apresentadas.

A metodologia de SAI está sendo trabalhada como um auxílio no processo de ensino e de aprendizagem, oportunizando a autonomia do professor e do aluno. Assim, essa metodologia ativa de aprendizagem, como qualquer outro mecanismo de ensino, precisa ser estudada e estruturada antes de sua aplicação, podendo gerar resultados satisfatórios.

Com essa proposta de SAI, além do protagonismo do aluno, o professor também exerce um importante papel quando se propõe inverter as atividades em sala de aula. Ao professor não cabe “a transmissão de conceitos e, sim, a organização de atividades que partam de situações problema e levem os alunos a resolução de problematizações, resolvidas geralmente em grupos” (SUHR, 2016, p.6). Tais discussões são importantes, pois possibilita compreender as potencialidades da inversão da sala de aula, assim como, a transformação das práticas educacionais no ambiente escolar.

O ensino híbrido pode ser possível em escolas mais simples e que dispõem de menos recursos ou escolas com mais possibilidades de recursos, pois o ensino híbrido tem o propósito de ajudar a traçar novos caminhos, trazendo novas aprendizagens, competências e habilidades que se fazem necessárias nessa nova realidade, como se trata a BNCC.

Nesse sentido, a BNCC (BRASIL, 2017), consiste um exemplo da preocupação em relação às competências e habilidades, porque o documento é estruturado a partir dessa relação, que devem ser desenvolvidas na Educação Básica.

É importante salientar que essa modalidade de ensino possibilita, sem dúvida, uma aprendizagem autônoma, tendo o aluno como agente de sua própria aprendizagem, tornando-a mais expressiva e propiciando expandir as habilidades do pensar.

Embora estudos sobre a SAI tenha surgido recentemente e, por isso, ainda são escassas as experiências no Ensino de Matemática, os resultados na área da educação apresentam resultados positivos, essencialmente no que diz respeito à atitude relacionada à aprendizagem e na participação das atividades desenvolvidas na aula.

As tecnologias de hoje estão moldando as aulas de amanhã. Com a SAI, o tempo de aula é otimizado, pois os estudantes aprendem antes de irem à sala de aula, em que esta pode ser dedicada a aprofundar o tema e a desenvolver os assuntos mais importantes. No entanto, essa metodologia ainda é incipiente, o que é lamentável tendo em vista as inúmeras possibilidades que oferece ao ensino.

No desenvolvimento dessa pesquisa com a Turma do 9º Ano, pudemos analisar que a metodologia da SAI ainda é pouco difundida no Brasil e ficou comprovado que se trata de um método inovador, com muitos desafios ainda, porém, com a possibilidade de muitos resultados positivos. Nessa perspectiva, o professor deve compreender que as ferramentas

tecnológicas são um meio e não um fim, ele tem o papel principal na sensibilidade de usar esses recursos de forma apropriada. O emprego dos mesmos deve ser dosada, sem excessos, não sendo cansativa para o aluno. É importante ter consciência que essas ferramentas podem apresentar defeitos, por isso, é primordial que o professor tenha sempre outra alternativa didática, caso necessário. Portanto, deve-se haver um incentivo pela escola do uso das tecnologias como uma ferramenta para a melhoria do aprendizado na matemática.

Para continuação dessa pesquisa e trabalhos futuros, sugerimos que a proposta seja investigada em outros níveis de ensino, com um tempo de duração maior e a partir de outros artefatos das metodologias ativas, a exemplo de palavras cruzadas e aplicativos para estudo de conceitos e problemas da Matemática. Sendo assim, essa pesquisa poderá ganhar novos dados e também trazer importantes contribuições.

REFERÊNCIAS

- BACICH, L.; TANZI NETO, A.; TREVISANI, F. M. (Org.). **Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação**. Porto Alegre: Penso, 2015. ISBN 978-85-8429-049-9
- BECKER, Fernando. **Epistemologia subjacente ao trabalho docente**. Porto Alegre: FAGED/UFRGS, 2008. 387p.
- BERGMANN, Jonathan (Jon); SAMS, Aaron. **A Sala de aula invertida: uma metodologia ativa de aprendizagem**. Tradução Afonso Celso da Cunha Serra. Rio de Janeiro: LTC, 2016.
- BERGMANN, J.; SAMS, A. **Flip Your Students' Learning**. *Educational Leadership*, v. 70, n. 6, p. 16-20, 2013. Disponível em: <http://www.ascd.org/publications/educationalleadership/mar13/vol70/num06/Flip-YourStudents'-Learning.aspx> . Acesso em: 21 de set. de 2019
- BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, KnoppSari. *Investigação qualitativa em Educação*. Portugal: Porto Editora, 1994.
- BORBA, M. C. **Fases das Tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de Aula e internet em Movimento**. – 1. Ed. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Matemática. Ensino de 5ª a 8ª Séries**. Brasília-DF: MEC/SEF, 2017.
- BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais (3º e 4º ciclos): matemática**/Secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF,1998.
- BRITO, Gláucia da Silva; PURIFICAÇÃO, Ivonéliada. **Educação e novas tecnologias: um repensar**. Curitiba: Ibpex, 2008.
- CERCONI, F. B. M.; MARTINS, M. A. **Recursos tecnológicos no ensino de matemática: considerações sobre três modalidades**. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA - 4, Ponta Grossa. 2014.
- DANTE, L.R. **Matemática: contexto e aplicações** Luiz Roberto Dante. – São Paulo: Átila, 2010.
- DUVAL, R. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática** In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. Campinas, SP: Papirus, 2003. P.11-33.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2009.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2ed. Campinas: Autores Associados, 2012. 240 p.

FREITAS, José Luiz Magalhães de; BITTAR, Marilena; ARNALDI, Iraci Cazzolato. Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais. In: **VIII Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2004.

KENSI, Vani Moreira. **Educação e Tecnologia: o novo ritmo da informática**. 6. Ed. Papirus, 2016.

LORENZATO, Sergio (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção formação de professores)

MACHADO, Helena; PRAINSACK, Barbara (2014), *Tecnologias que incriminam. Olhares de reclusos na era do CSI*, *Revista Crítica de Ciências Sociais*, 107 | 2015 118-121.

MENDES, S. C. C. **Práticas pedagógicas para o ensino dos Números Irracionais**. Dissertação. Universidade Severino Sombra. Vassouras. 2012. Disponível em: http://www.uss.br/arquivos/posgraduacao/strictosensu/educacaoMatematica/dissertacoes/2012/DISSERTACA_Sonia_Cristina_da_Cruz_Mendes.pdf. Acesso em: Outubro de 2019.

MILIES, César Polcino; COELHO, Sônia Pitta. **Números: Uma Introdução à Matemática**. São Paulo: EDUSP, 2013.

MIRANDA, Luísa Augusta Vara. **Educação online: interações e estilos de aprendizagem de alunos do ensino superior numa plataforma web**. 2005. 382 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade do Minho, Braga, 2005.

MUNHOZ, A. S. **Vamos inverter a sala de aula?** 1º edição (2015). ed. [s.l: s.n.].

MISKULIN, Rosana Giaretta Sguerra; AMORIM Joni de Almeida; SILVA, Mariana da Rocha Corrêa. **HQs na aprendizagem de matemática**. Disponível em: <file:///C:/Users/lucia/Downloads/HIST%C3%93RIAS%20EM%20QUADRINHOS%20NA%20APRENDIZAGEM%20DE%20MATEM%C3%81TICA.pdf> Acesso em: 24 abr. 2019.

MORAN, J. M. **A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá**. 5. ed. Campinas: Papirus, 2014.

MOREIRA, Marco Antônio. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações Em Ensino de Ciências – V7(1)**, pp. 7-29, 2015.

MOREIRA, Daniel Augusto. **O método fenomenológico na pesquisa**. São Paulo: Pioneira Thomson, 2002.

SUHR, I. R.F. Desafios no uso da sala de aula invertida no ensino superior. In: **Revista Transmutare**, v. 1, n.1, p.4-21, jan-jun. 2016.

VALENTE, J. A. **Aprendizagem Ativa no Ensino Superior: a proposta da sala de aula invertida**. Notícias, Brusque, 2013. Disponível em:. Acesso em: 02 set. 2019.

VALENTE, J. A. Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da Sala de Aula Invertida. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 4, p. 79-97, 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE A: Cronograma de aulas

Data 2019	Vídeo aula	Aula em sala/Objetivos
Setembro/2019	O que é a metodologia da Sala de Aula Invertida?	Leitura de texto explicativo dando sugestões de como se deve assistir uma aula no contexto da SAI.
Setembro/2019	Primeiro momento: introdução ao conjunto dos números naturais, inteiros, racionais e irracionais.	Com uma atividade impressa e formando duplas, os alunos escreveram o que é cada um dos conjuntos e quais elementos determinam tais conjuntos e posteriormente fizeram a representação da diagonal do quadrado unitário e a diagonal do retângulo 2 por 1.
Setembro/2019	Segundo momento: abordagens do conjunto dos números reais	Nesse momento foi proposto aos alunos um problema do cotidiano, envolvendo área: “Nas paredes de uma casa há uma faixa de azulejos com desenhos que lembram borboletas, os azulejos são quadrados de lado 1 dm. Qual é a área de cada borboleta?”
Setembro/2019	Terceiro momento: operações com radicais que retratem o conjunto dos números reais.	Nesta aula, utilizaremos as operações da adição e subtração com radicais para calcular a soma (ou a diferença) de duas raízes indicadas, deveríamos extrair as raízes e somar (ou subtrair) os resultados, em alguns casos, simplificamos os radicais para somar.

APÊNDICE B – Sequência Didática

Espaços	Atividade/Objetivo	Duração	Papel do aluno	Papel do professor
Momento 1 - casa	Vídeoaula: Introdução ao conjunto dos números naturais, inteiros e racionais. Objetivo: definir o que significa a SAI, o porquê e para que utilizar essa metodologia ativa.	15 minutos	Assistir a vídeoaula e anotar tudo o que entendeu e o que deixou a desejar no vídeo e também suas as possíveis dúvidas	Gravar a vídeoaula e instruir o acesso no youtube e informar aos alunos o endereço do link para que os alunos encontrem o vídeo
Momento 2 – sala de aula	Sanar dúvidas do conteúdo do vídeo, posteriormente, aplicar um exercício referente à vídeoaula que eles assistiram em casa. Objetivo: aprimorar seus conhecimentos e construir conceitos com a turma.	90 minutos	Iniciar uma conversa sobre as anotações do vídeo, e dizer os pontos em que lhes restaram dúvidas, procurar resolver o exercício proposto e esclarecer dúvidas.	Discutir o conteúdo do vídeo com os alunos, exemplificando os conceitos em atividades cotidianas e apresentar diferentes maneiras de resolver o problema.
Momento 3 - casa	Vídeoaula: Abordagens do conjunto dos Números Reais com aplicação de área e ainda propor um exercício para resolverem. Objetivo: Refletir com os alunos um estudo teórico	15 minutos	Assistir a vídeoaula e anotar tudo o que entendeu o que deixou a desejar no vídeo e também suas as possíveis dúvidas para que haja envolvimento e participação da turma.	Gravar a vídeoaula e instruir o acesso no <i>youtube</i> e informar aos alunos o endereço do link para que os alunos encontrem o vídeo
Momento 4 – Sala de aula	Momento de alinhar as definições solucionar alguns exercícios juntamente com os alunos e estudar as operações com os Números Reais. Objetivo: Construir ideias e habilidades que os alunos venham a demonstrar.	90 minutos	Resolver as situações problemas em duplas, apontar suas dúvidas, procurar diferentes maneiras de resolver o problema e discutir as anotações do vídeo.	Observar e verificar as possíveis maneira de resolução e nortear os alunos quanto às resoluções. Por fim, averiguar o desempenho dos alunos após aplicação da Sala de Aula Invertida.

APÊNDICE C: Questionário aplicado antes da SAI.

1. Você possui algum desses recursos tecnológicos que utilize para estudo?

Tablet Smartphone Computador Não possui

Outros: _____.

2. Possui acesso a internet em sua residência?

Sim Não

3. Tem algum amigo (a) próximo que possua e que possa utilizá-la?

Sim Não

4. Quando foi a última vez que estudou o Conjunto dos números Reais e suas operações?

5. Gostaria de usar dispositivos tecnológicos para realizar de forma online as atividades escolares?

Sim Não

6. Em algum momento você já estudou por meio de material enviado pelo professor por meio de redes sociais?

Sim Não

7. Você conhece a Metodologia de Sala de Aula Invertida?

Sim Não

APÊNDICE D – Questionário após aplicação da SAI.**Pós Aplicação da Sala de Aula Invertida**

1. O que achou das aulas e da Sala de Aula Invertida?

() Boas () Ótimas () Ruins () Péssimas

2. Conseguiu compreender o conteúdo abordado?

() Sim () Não () Mais ou menos () N.D.R

3. Você gostou desse modelo de Sala de Aula invertida? Justifique?

4. Em que momento você mais gostou durante os vídeos?

5. Em que momento você mais sentiu mais dificuldade durante o vídeo?

6. Em relação às atividades, você sentiu dificuldade? Em que questões?

7. As explicações em sala de aula ficaram claras?

8. Quais sugestões você daria para aperfeiçoar as aulas de Matemática?

ANEXOS

ANEXO A – Revisão sobre os conjuntos numéricos e área de figuras geométricas planas.

Questionário de Atividades

Aluno (a): _____

Série: _____ Data: ____/____/____

Escola: _____

EXERCÍCIO DE REVISÃO

1. Calcule com as quatro operações os radicais a seguir:

a) $\sqrt{49} + \sqrt{81}$

b) $\sqrt[3]{64} - \sqrt[3]{-1}$

2. As sentenças a seguir é verdadeira ou falsa? Justifique?

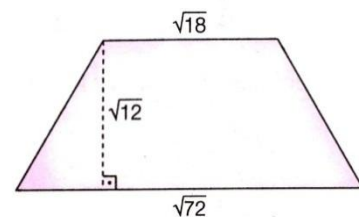
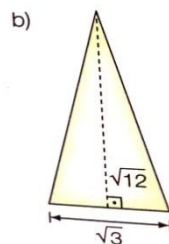
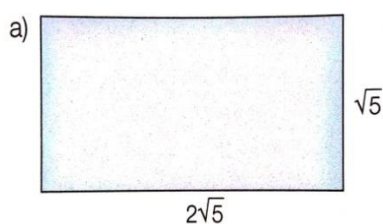
a) $\sqrt{9} + \sqrt{4} = \sqrt{13}$

b) $\sqrt{144} + \sqrt{64} = 20$

c) $\sqrt[4]{16} + \sqrt{25} = 7$

d) $2\sqrt{4} - 6\sqrt{4} = 4\sqrt{8}$

3. Calcule a área de cada figura:



4. Simplifique os radicais a seguir:

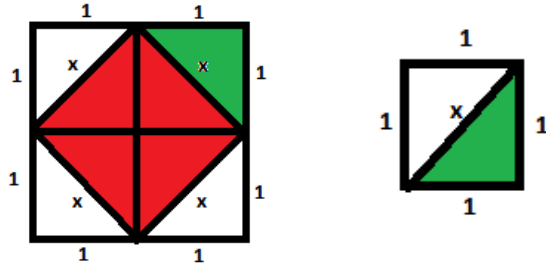
a) $7x + 2x$

b) $5a - 2b + 8b - 11a - b$

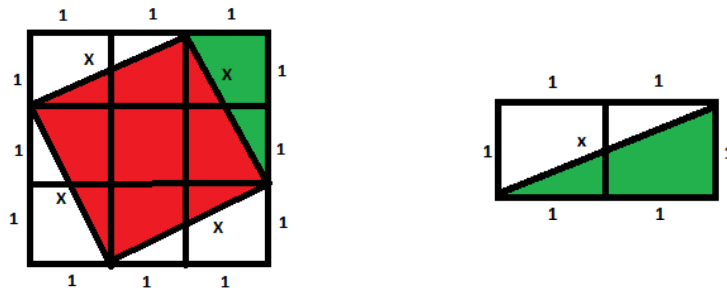
c) $3\sqrt{2} + 7\sqrt{2}$

ANEXO B: Exercício proposto em sala de aula referente à vídeoaula assistida em casa

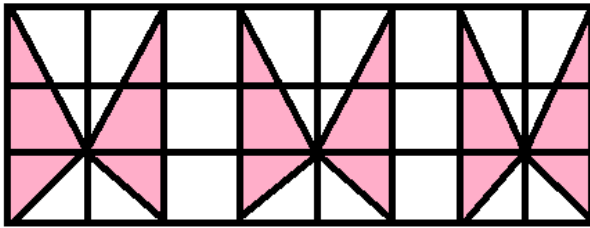
1. Quanto mede a diagonal do quadrado unitário e a área do quadrado pintado?



2. Quanto mede a diagonal do retângulo 2 por 1 e a área do quadrado pintado?



3. Nas paredes de um banheiro há uma faixa de azulejos com desenhos que lembram borboletas, os azulejos são quadrados de lado 1 dm. Qual é a área de cada borboleta?



4. Simplifique os radicais a seguir, isolando-os quando necessário.

a) $7x + 2x$

b) $5a - 2b + 8b - 11a - b$

c) $3\sqrt{2} + 7\sqrt{2}$