UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CAMPUS I – CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

ELISSON NASCIMENTO DA SILVA

O DOMINÓ DAS REGRAS DE DERIVAÇÃO: EXPLORANDO O LÚDICO PARA A APRENDIZAGEM DO CÁLCULO DIFERENCIAL

CAMPINA GRANDE- PB

Julho/2019

ELISSON NASCIMENTO DA SILVA

DOMINÓ DAS REGRAS DE DERIVAÇÃO: EXPLORANDO O LÚDICO PARA A APRENDIZAGEM DO CÁLCULO DIFERENCIAL

Trabalho apresentado como exigência do Curso de Licenciatura em Matemática da UEPB-Universidade Estadual da Paraíba, para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática
Orientadora: Profª. Drª. Kátia Maria de Medeiros

CAMPINA GRANDE- PB

Julho/2019

S586d Silva, Elisson Nascimento da.

O dominó das regras de derivação [manuscrito] : explorando o lúdico para a aprendizagem do cálculo diferencial / Elisson Nascimento da Silva. - 2019.

51 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2019.

"Orientação : Profa. Dra. Kátia Maria de Medeiros , Coordenação do Curso de Matemática - CCT."

1. Ensino de Matemática. 2. Cálculo diferencial. 3. Jogos matemáticos. 4. Poliminós. I. Título

21. ed. CDD 371.337

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB - 15/714 BC/UEPB

ELISSON NASCIMENTO DA SILVA

DOMINÓ DAS REGRAS DE DERIVAÇÃO: EXPLORANDO O LÚDICO PARA A APRENDIZAGEM DO CÁLCULO DIFERENCIAL

Trabalho apresentado como exigência do Curso de Licenciatura em Matemática da UEPB-Universidade Estadual da Paraíba, para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em: 29/07/2019

BANCA EXAMINADORA

Kátia Maria de Medeiros

Orientadora: Prof^a^. Dr^a^. Kátia Maria de Medeiros
Departamento de Matemática
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Janaina Cardoso da Silva

Prof^a^ Me Janaína Cardoso da Silva
Secretaria de Educação do Estado da Paraíba (SEE-PB)

Isabella Silva Duarte

Prof^a^ Me Isabella Silva Duarte
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Dedico o êxito da conclusão desse trabalho a DEUS!
E a todos os meus familiares, professores,
amigos e irmãos em Cristo que sempre
oraram e torceram por mim!

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por sempre estar comigo. Foi uma jornada repleta de desafios e lutas, mas Deus me deu forças e sabedoria, devo tudo a Ele por ter chegado até aqui.

Ao meu pai Edvailson Ferreira da Silva, minha mãe Maria de Lourdes Nascimento da Silva, pelos seus cuidados sempre estando ao meu lado, me motivando, dando apoio e ajudando no que podiam, devo essa conquista também a vocês por tudo que já fizeram e fazem por mim.

Agradeço também aos meus familiares por todo suporte que me deram em especial a minha avó dona Denice, agradeço por todo amor, incentivo e apoio.

Aos meus irmãos em Cristo pelas suas palavras de apoio e orações em especial agradeço a Carlos Junior, Katiana Tavares e Luciano Peixe, por me ajudar na confecção do recurso didático e pelas orações e também agradeço a Hirisdiane, Jhonanta do Nascimento e Hirisleide pelas orações, companheirismo e apoio.

A todos os meus amigos e colegas de curso, em especial a Alison, Rafael, Edson, Fernanda, Geyza e Rivânio que foram amizades verdadeiras, que irei levar por toda vida, obrigado a todos, pelo companheirismo e ajuda que me deram durante todo o curso.

Obrigado a todos os professores, que fizeram parte da minha caminhada acadêmica, em especial agradeço à minha orientadora, Profª Drª Kátia Maria de Medeiros, pelas aulas, orientações, conselhos, paciência e por todos os ensinamentos que me foram bastante úteis no meu crescimento.

... Grandes coisas fez o Senhor por nós; por isso estamos alegres (Salmos 126.3)

"A matemática é o alfabeto com o qual DEUS escreveu o universo..."

Pitágoras

RESUMO

Para um professor de Matemática, é imprescindível o domínio de certas regras referentes aos conteúdos do curso de Licenciatura em Matemática. Derivada é um tema importante nos diversos cursos de Ciências Exatas, entretanto, nem sempre os futuros professores conseguem compreender sua aplicação e suas regras. Muitos terminam a graduação sem saber os nomes das regras de derivação. O presente trabalho teve como objetivos analisar e identificar a aprendizagem de futuros professores, que já estão terminando o curso de Licenciatura em Matemática na UEPB, Campina Grande-PB, com um recurso didático das regras de derivação. Para a realização do trabalho aplicamos dois questionários para os futuros professores. A metodologia utilizada se operacionalizou em três momentos: no primeiro, foi aplicado um questionário, no segundo, os futuros professores jogaram com o dominó de derivadas e, no terceiro, responderam outro questionário. Os resultados foram animadores, porque os futuros professores se mostraram muito motivados e também houve muita interação entre eles, um ajudando o outro, além de que, os questionários apresentaram uma melhora significativa no que tange à compreensão das regras de derivação.

Palavras-chaves: Cálculo Diferencial. Derivadas. Licenciatura em Matemática. Jogos Matemáticos. Poliminós.

ABSTRACT

For a mathematics teacher, mastering certain rules regarding the contents of the Mathematics Degree course is essential. Derivative is an important theme in the various Exact Science courses, however, future teachers may not always understand its application and its rules. Many finish graduation without knowing the names of the derivation rules. The present work aimed to analyze and identify the learning of future teachers, who are already finishing the degree course in Mathematics at UEPB, Campina Grande-PB, with a didactic resource of the rules of derivation. To perform the work we applied two questionnaires to future teachers. The methodology used was operationalized in three moments: in the first, a questionnaire was applied, in the second, the future teachers played with the domino of derivatives and, in the third, answered another questionnaire. The results were encouraging, because the future teachers were very motivated and there was also a lot of interaction between them, helping each other, and the questionnaires showed a significant improvement in understanding the rules of derivation.

Key words: Differential calculus. Derivatives. Degree in Mathematics. Mathematical games. Polimínó

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Imagem de um dominó..18
Figura 2: Imagem de um Triminós 18
Figura 3: Imagem de um Tetraminós...19
Figura 4: Imagem de um Pentaminós...19
Figura 5: Imagem de um Hexaminós...20
Figura 6: Imagem de uma pintura com a morte de Arquimedes..22
Figura 7: Imagem de um triangulo característico...25
Figura 8: Imagem do recurso didático (dominó das regras derivação)...................................30
Figura 9: Imagem dos futuros professores jogando com o recurso didático............................32
Figura 10: Imagem da reposta do questionário Futuro professor 1 sobre o recurso didático...33
Figura 11:Imagem da reposta do questionário Futuro professor 2 sobre o recurso didático...34
Figura 12: Imagem da reposta do questionário Futuro professor 3 sobre o recurso didático...34
Figura 13: Imagem da reposta do questionário Futuro professor 4 sobre o recurso didático...34
Figura 14: Imagem da reposta do questionário Futuro professor 5 sobre o recurso didático...34
Figura 15: Imagem da reposta do questionário Futuro professor 6 sobre o recurso didático..35
Figura 16: Imagem da reposta do questionário Futuro professor 7 sobre o recurso didático...35
Figura 17: Imagem da reposta do questionário Futuro professor 8 sobre o recurso didático...35

LISTA DE SIGLAS

[POG]: Player of the Game (Jogador do jogo)

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO..12

2. REVISÃO DE LITERATURA...14

2.1. Os Jogos para ensino e aprendizagem de Matemática...14

2.1.1. Poliminós...17

2.2. Um pouco sobre as origens do Cálculo Diferencial..21

2.3. O Cálculo Diferencial e Integral no Brasil e as possibilidades de aprendizagem de Derivadas no Laboratório de Matemática..23

3. METODOLOGIA...29

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES...33

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS..37

6. REFERÊNCIAS..39

7. APÊNDICE..41

1. INTRODUÇÃO

O ensino da matemática tem se renovado como novos métodos, tais como jogos matemáticos, resolução de problemas, modelagens, Etnomatemática, uso de computadores entre outros, mas não tem sido aplicado nas maiorias das escolas. A típica aula tradicional de matemática é que tem sido aplicada nas mesmas.

> Sabe-se que a típica aula de matemática nível de primeiro, segundo ou terceiro graus ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro negro aquilo que ele julga importante. O futuro professor, por sua vez, copia na lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. (D' AMBRÓSIO,1989, p. 15).

Com isso os futuros professores até conseguem resolver os cálculos, mas não sabem explicar o que estão fazendo, nem as regras que estão aplicando, as consequências desse ensino tradicional têm atingido as universidades, na qual muitos futuros professores têm entrado com problemas de formação, que não são solucionados no decorrer do curso e ainda piora quando começam a aprender assuntos abstratos, como derivadas. Este presente trabalho trata-se de mostrar a aplicação de um recurso didático, com nova metodologia, envolvendo regras de derivação para futuros professores de matemática da UEPB, localizado na cidade de Campina Grande-PB.

Na disciplina de Cálculo I do curso de Licenciatura em Matemática, aprendemos regras de derivação que de forma mecânica, em que só aprendemos calcular e não temos uma aprendizagem significativa. A motivação deste trabalho veio após essa dificuldade e com o PIBIC, que foi utilizado um jogo matemático em uma escola de Campina Grande- PB. Percebemos que com o auxilio de um recurso didático, as aulas ficam mais dinâmicas e significativas, e que ele poderia ajudar também nas aulas de derivação.

Assim esse presente trabalho tem como objetivo geral analisar e identificar a contribuição de um recurso didático na aprendizagem das regras de derivação, aplicado de forma dinâmica para futuro professores de matemática. E como objetivos específicos: analisar se os futuros professores conhecem as regras de derivação quando aplicadas, criar um recurso didático que contribua para aprendizagem, explicitar as dificuldades encontradas e apontar os benefícios do recurso didático na aprendizagem dos futuros professores.

Nesse sentido, entendemos que o recurso didático faz com que os futuros professores desenvolvam o conhecimento de uma maneira dinâmica e significativa, pois eles junto com seus colegas se ajudam através da interação que o jogo proporciona, tendem a desenvolver seu conhecimento. O trabalho realizado foi estruturado da seguinte forma:

No Capítulo 2 fazemos a revisão da literatura, tendo como item 2.1, *Os Jogos para o ensino e aprendizagem de Matemática*. Trazemos a importância dos jogos matemáticos na aprendizagem do futuro professor. Em seguida, temos o item 2.2, *Um pouco sobre as origens do Cálculo Diferencial*, onde discorremos brevemente sobre a história do Cálculo Diferencial. Logo após, item 2.3, *O Cálculo Diferencial e Integral no Brasil e as possibilidades de aprendizagem de Derivadas no Laboratório de Matemática* falaremos sobre as dificuldades que os futuros professores têm na aprendizagem do Cálculo no Brasil.

No Capítulo 3, apresentamos a metodologia, procurando detalhar os procedimentos adotados para a realização do presente estudo e como esses foram aplicados nos futuros professores de Matemática.

No Capítulo 4, descrevemos os resultados obtidos através dessa pesquisa, buscando analisar as respostas dos futuros professores nos questionários e no envolvimento do recurso didático.

No último capítulo, trazemos nossas considerações finais sobre os resultados da pesquisa, buscando mostrar a importância dos recursos didáticos e analisando os principais resultados.

2. REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo discutimos a literatura, mostrando um pouco sobre os jogos para ensinar e aprender matemática, os poliminós, um pouco sobre as origens do cálculo diferencial e o Cálculo diferencial e integral no Brasil e as possibilidades de aprendizagem de derivadas no laboratório de matemática.

2.1. Os Jogos para o ensino e aprendizagem de Matemática

Na atualidade os jogos têm sido utilizados como meio de distração, principalmente para as crianças, mas eles podem ser uma excelente ferramenta nas mãos de um professor de matemática. Segundo Jelinek (2005, p. 71), “Se o desejo desse educador for formar um educando participativo, reflexivo, independente, criativo e que domine um raciocínio lógico voltado à resolução de problemas, certamente os jogos serão um grande aliado desse educador”. Portanto, para esse autor, se um educador quer que seu futuro professor seja independente em relação a seu conhecimento, o jogo matemático é uma grande ferramenta para o professor, pois possibilita ao futuro professor construir o seu conhecimento. Mas, devemos refletir sobre as metas que se quer obter com a aplicação de jogos em sala de aula, pois ele pode ser visto pelo Futuro professor só como brincadeira.

> [...] devemos refletir sobre o que queremos alcançar com o jogo, pois, quando bem elaborados, eles podem ser vistos como uma estratégia de ensino que poderá atingir diferentes objetivos que variam desde o simples treinamento, até a construção de um determinado conhecimento. (LAURA, 2003, p. 21 apud JELINEK, 2005, p. 72).

Assim, para utilizarmos o jogo Matemático devemos antes traçar metas e não utilizá-los sem um conteúdo matemático, porque assim os futuros professores irão compreender aquele determinado assunto brincando, tornando a aula mais atrativa para eles.

Parece que a matemática e a pedagogia são opostas em relação ao jogo, pois na matemática o jogo é um objeto de estudo no campo das probabilidades com produções de conhecimento, já na pedagogia o jogo é estudado como possibilidade de produção de aprendizagens. Os jogos de azar ficam fora na educação formal, porque alguém pode ganhar sem esforço, essa ausência dos jogos de azar parece traduzir uma proposta, acerca desses jogos, mas a primeira relação histórica entre jogo e matemática foi através desses jogos de azar. O jogo é uma fonte de criação de situações-problema de matemática, ou seja, a partir das situações criadas em jogo que se produz os problemas matemáticos. Os jogos de reflexão pura são destinados geralmente aos sábios, ou que tenha um bom conhecimento matemático, pois se divertem raciocinando a partir de problemas propostos pela comunidade científica. Tais jogos podem ser considerados como quebra-cabeças matemáticos. Outra possível aproximação entre o jogo e a matemática é a partir dos jogos de reflexão pura, o azar é excluído da atividade garantindo que o sucesso seja a consequência das faculdades cognitivas dos jogadores.

Segundo Caillois (1967) em jogo de competição sobre uma plataforma, esse jogo impõe uma concentração e engajamento maior. Uma característica desses jogos é sua ligação com a matemática, pois foi criada sobre estrutura racional enraizadas na lógica matemática, favorecendo o raciocínio abstrato e lógico.

Os jogos de reflexão pura, que segundo Reysset (1995, p.3) "são os representantes de uma criação lúdica muito particular", não tem necessariamente uma ligação direta com os conteúdos escolares, sua ligação com a matemática é no campo do pensamento lógico-matemático que o jogo favorece. A história dos jogos matemáticos vem antes de Jesus Cristo, pois podemos perceber sua presença na cultura egípcia, grega e nos chineses. Sua história também é ligada a grandes homens das ciências como: Lagrange, Euler, Descartes, Fermat, Fibonacci e Arquimedes, entre outros.

Os jogos matemáticos não são apenas brinquedos para seus criadores e jogares, é matéria de trabalho e fonte de inspiração, assim podemos dizer que os jogos matemáticos são atividades matemáticas praticadas por matemáticos. Duas coisas são necessárias para que uma atividade seja considerada um jogo matemático: resolução de um problema e a construção de uma teoria.

O interesse desse estudo de jogos e aprendizagem matemática vem pelo fato de que todos os futuros professores possam, por meio dos jogos, se envolver mais na realização de atividades matemáticas. Camous (1985) propõe o termo "jogo problema" a partir da ideia que a própria atividade matemática faz com que se torne um jogo para aqueles que realizam. Essa concepção de jogo é feita para regras da produção cientifica da matemática, em que a criatividade do jogador é limitada pelas regras do método matemático, nesses jogos o adversário é a própria situação- problema da matemática, assim o trabalho de um matemático é visto como um jogo, com isto o espírito do jogo é destruído porque temos as respostas por meios de modelos matemáticos.

Muniz (2010) em 1996, afirma que estava no pátio de um colégio primário da França e um grupo de meninas estava jogando POG[1], Caroline de oito anos, estava conversando com o ele, mostrando que para ela não se pode aprender matemática brincado, só trabalhando. Podemos ver neste diálogo que a maioria das pessoas pensa: que o jogo não é lugar para a matemática e que a matemática é sinônima de trabalho.

Isto é mais um sinal de ignorarem o que Papert chamou de a face *extra-lógica da Matemática*. Segundo ele, esta face é a beleza, o prazer, a intuição, entusiasmo e satisfação, em que muitos sentem como, por exemplo, quando estão em grupo resolvendo cálculos, esse lado da matemática não é muito lógica, mas está dentro dela.

No POG os números são essenciais, mas as crianças não reconhecem isso, ou seja, não ver que pode aprender matemática através do jogo. Para Carolina não se pode aprender matemática através deste jogo, apesar de ter elementos numéricos, para ela só se aprende matemática com o professor e deve ter um contexto de trabalho.

Este diálogo que Muniz (2010) teve com Carolina mostrou a ele uma aproximação de uma atividade matemática e o jogo espontâneo, muitos não conseguem entender a presença da atividade matemática no jogo, porque tem a ideia que a matemática é sinônima de trabalho. Os jogos oferecidos às crianças pela sociedade são ricos em quantidade numérica, em situações operatórias, em conhecimentos topológicos e geometrias, de noções de orientação e de deslocamento, de representações simbólicas. Isso mostra que esse jogo oferecido a elas contém representações matemáticas que estão no mundo adulto, que pode ajudar no ensino e aprendizagem delas. Os jogos ajudam na construção cognitiva, porque potencializa a zona do desenvolvimento proximal[2], assim o jogo é um ótimo instrumento pedagógico e didático, podendo ser controlado por regras impostas pelo professor, que as utiliza na aprendizagem.

[1] O POG é um jogo comum entre as crianças na França, que no Brasil corresponde ao jogo Tazzo, que é desenvolvido por meio de fichas redondas de plástico, cada uma com um valor.

[2] Zona do desenvolvimento proximal é tudo o que a criança pode adquirir em termos intelectuais quando lhe é dado o suporte educacional devido.

2.1.1. Os poliminós

Segundo Barbosa (2009) os poliminós são geometricamente caracterizados como figuras planas geradas quando ajuntamos quadrados iguais pelo menos por um lado. A classificação do mesmo basear-se na contagem dos quadrados que os compõem, em consequência classificaram os poliminós em dominó (Ver Figura 1), triminós (Ver Figura 2), tetraminós (Ver Figura 3), pentaminós (Ver Figura 4), hexaminós (Ver Figura 5), etc.. Sua denominação foi dada por Solomon Wolf Golomb, em 1953. O despertar da utilização do poliminó para o ensino, se fez por este ser de fácil construção, notável adequação a diferentes atividades e objetivos distintos, as publicações em revista de ensino e aprendizagem da matemática atestam sua importância e utilização em vários países. Existem 1, 2, 5, 12, 35, 107, etc tipos de dominós, triminós, tetraminós, pentaminós, hexaminós, heptaminós (um tipo com furo), contudo alguns autores defendem que os poliminós não podem ser retirados da mesa e virados.

A construção das peças desses é sugerida com os quadrados de 2,5 a 3,5 cm, o material para a confecção pode ser desde a cartolina ou cartão ou até E. V. A. (Emborrachado), os cortes devem ser feitos com muito cuidado, é recomendado pelo autor a altura ser de 5 cm. O desafio: “Qual o número mínimo de réplicas congruentes de um dado poliminó seria necessário para construir um retângulo?”, serviu para que D. A. Klarner conceituasse a ordem de um poliminó, em 1969, com isso se um poliminó já for de forma retangular então sua ordem é 1 e se for impossível um dado poliminó constituir um retâmgulo, então diz que sua ordem não é definida. Os poliminós pentaminós (Ver na figura 4) são associados às letras para identificação, às do tipo L possuem ordem 2, fato similar acontece com os poliminós tipo P. Dizemos que cada um desses conjuntos constitui uma família de poliminós.

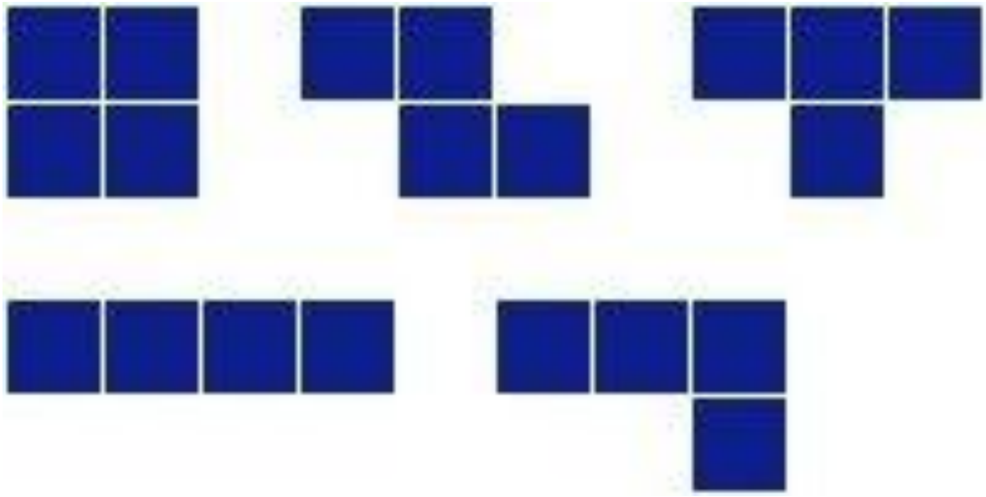
Figura 1 – Dominós

Fonte: <https://cabanascubas.com.br/item/Domino-Riomaster-Com-28-Pedras-Coloridas.html>

Figura 2: Triminós

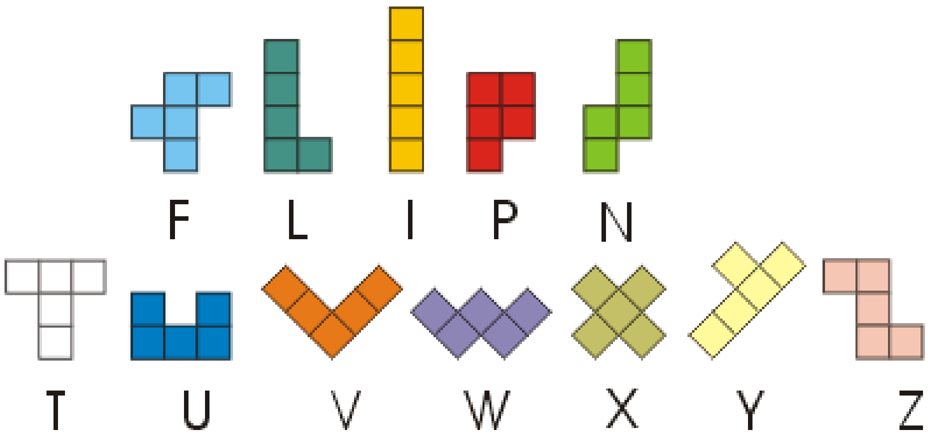
Fonte: < https://www.shoptime.com.br/produto/55558667/trimino-edicao-luxo-ludens-spirit>

Figura 3 – Tetraminós



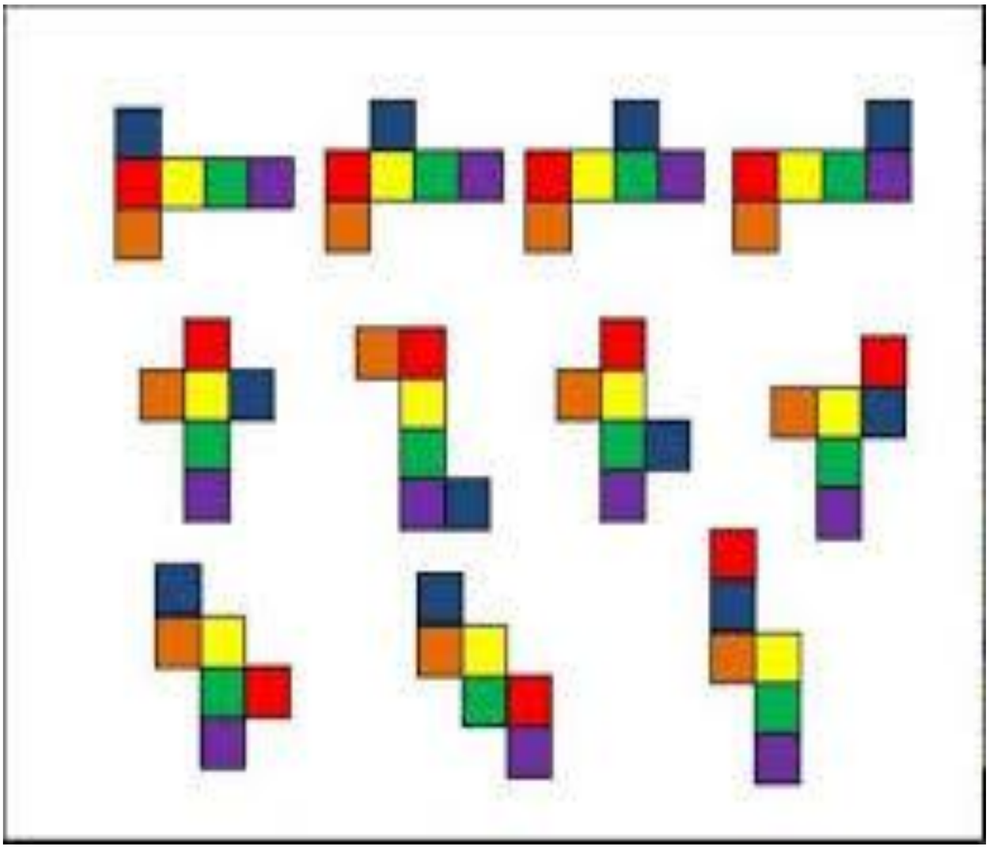
Fonte: Santos (2011)

Figura 4 – Pentaminós



Fonte: Santana (2015)

Figura 5 – Hexaminós



Fonte: Moreira (2013)

Cada tipo de poliminó tem um determinado número de quadrados iguais. Será utilizado neste presente trabalho o dominó porque tem dois quadrados iguais e juntos, e pelo fato do jogo de dominó já ter regras bem populares, essa é a nossa ideia de poliminó, pois queríamos utilizar esses dois quadrados, para fazer os carroções com as regras de derivação em ambos os lados ou para escrever em um dos lados o nome abreviado de uma das regras e de outro uma questão envolvendo essas regras, além de utilizar a maioria das regras do jogo de dominó.

2.2. Um pouco sobre as origens do Cálculo Diferencial

Segundo D' Ambrósio (2016) e Valente (2016) o antigo Egito tinha o hábito de fazer medições. No primeiro milênio faziam medições em seus campos de cheias do rio Nilo, com isso eles desenvolveram medições de terra, ou seja, desenvolveram a Geometria, lá também havia três linhas de desenvolvimento dessas ideias matemáticas: a dos pensamentos sacerdotais, a de normas de tribulação e a de soluções de problemas do dia-a-dia. A matemática da Mesopotâmia foi praticamente desenvolvida por sacerdotes que se preocupavam em resolver problemas de aritméticas e de escriturações contábeis ou mercantis. Já o desenvolvimento matemático na Grécia é provavelmente o tema mais popular da historia da matemática, são atribuídas a ela os primeiros passos ao que se reconhece como a matemática acadêmica ocidental.

Os nomes que vêm a mente das pessoas quando se fala da matemática grega, são os de Tales de Mileto e de Pitágoras de Samos. Muito se fala sobre eles: de que Tales trouxe a geometria para Grécia, e a Babilônia onde aprendeu astronomia e foi capaz de prever um eclipse, e de Pitágoras que ele viajou para o Oriente para estudar com os magos zoroastristas e com os indús. Eles ainda foram fundamentais na refutação dos cristãos à matemática grega, quando o cristianismo se instala no mundo romano como a religião oficial.

Boyer (2001) cita que a origem do Cálculo Diferencial e Integral teve suas raízes na Grécia antiga, a partir do século XVIII o Calculo Diferencial e Integral, também conhecido na época de Análise Infinitesimal, dominou o cenário europeu. Tornou-se fundamental para o estudo de várias áreas de ciência pura e aplicada. Dentre os filósofos mais importantes do apogeu grego se destaca Arquimedes, que é considerado o mais importante cientista da Antiguidade e é um marco na aproximação do que chamamos hoje da matemática aplicada e pura. Ele é muito famoso pelas suas invenções, mas a sua verdadeira paixão foi pela matemática pura.

Arquimedes morreu durante o cerco a Siracusa, isto marcou o surgimento de Roma como potência hegemônica no mediterrâneo, no século I a.C. os romanos dominaram todo império grego, Europa e até a França e a Inglaterra, com isto o império Romano adotou a matemática grega dando ênfase a sua aplicação.

Figura 6 - Pintura da morte de Arquimedes

Fonte: MAXIMILIANOSALIBE(2018)

A forma didática e pedagógica que os gregos confrontam um problema matemático seria útil de se praticar em sala de aula, mas não seria muito aceito nos dias de hoje como os clássicos paradoxos de Zenão, se ele viesse nos dias atuais seria martirizado. Segundo Netz, a matemática grega era para poucos indivíduos, eles se reuniam em academias, distantes de qualquer aplicação. A Matemática Babilônica se preocupa com os problemas comuns da vida urbana, da produção e comércio. Já a grega era voltada para questões abstratas, sem preocupações com a prática, mas as narrativas do matemático grego euclidiano revelam traços da matemática babilônica, isso revela o dinamismo de encontro cultural.

A resistência da Grécia com relação às tentativas de Roma de tomar Siracusa era coordenada por Arquimedes e suas maquinas de guerra, quando enfim os romanos conseguiram derrota-los, o comandante reconhece o valor de Arquimedes e manda chama-lo mas ele manda esperar um pouco, por estar fazendo uma análise de um teorema na areia e o soldado o executa por não ter obedecido. Este relato mostra a interpretação do soldado sobre a atitude de Arquimedes como desrespeito. A sociedade grega privilegiava a discussão filosófica, vendo todas as possibilidades, para chegar depois a possíveis conclusões.

Celeste (2006) sobre a discussão do erro, diz que o mesmo deveria ser visto como uma condição natural do processo de construção do conhecimento. Exige-se cada vez mais do professor em explorar na educação o processo como a humanidade tratou o erro e a ilusão, ao longo dos séculos em busca da verdade, aprendemos mais com os nossos erros do que com nossos acertos, assim o professor não deveria estimular a resposta certa de imediato, mas descobrir o que seus alunos estão pensando a respeito e estimular possíveis respostas. Com base no ato de errar na história da civilização é sugerida uma nova visão do erro, sendo esse tratado como um componente na construção do conhecimento.

2.3. O Cálculo Diferencial e Integral no Brasil e as possibilidades de aprendizagem de Derivadas no Laboratório de Matemática

Segundo Zeferino et al (2013) os alunos de engenharia têm muita dificuldade na disciplina de Cálculo 1, isso é comprovado pelo alto índice de reprovação e desistência, esse problema não vem de hoje, estudos mostram que na década de 80, essa disciplina já tinha um alto índice de reprovação. Fora do Brasil às coisas não são diferentes, Rezende apresenta dois exemplos disso: Dificuldades na aprendizagem dos conceitos básicos do Cálculo e o segundo foi um movimento em prol da reforma do Cálculo iniciado na década de 80, que criticava o curso de Cálculo da época. O objeto dos autores é conhecer o que vem sendo pesquisado na educação matemática a respeito do ensino de Cálculo 1, na última década em dois grandes eventos brasileiro: o ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática) e o COBENGE (Congresso Brasileiro de Engenharia).

Após as análises dos dados, que foram a partir de artigos científicos, pôsteres, mini cursos, relatos de experiências e mesa redonda publicados em 2004, 2007 e 2010, conclui-se que, apesar dos altos índices de reprovação, pouca coisa tem sido discutido sobre esse tema, isso externa que não há interesse por estudos mais aprofundados sobre o tema, a maioria dos autores, publicaram apenas um trabalho. Apesar da variedade de referência bibliográfica e baixo número de citações, nenhum autor ou referência bibliográfica pode servir como padrão para futuros trabalhos. A amostra desse trabalho é limitada, então seu resultado não pode ser generalizado para outros eventos.

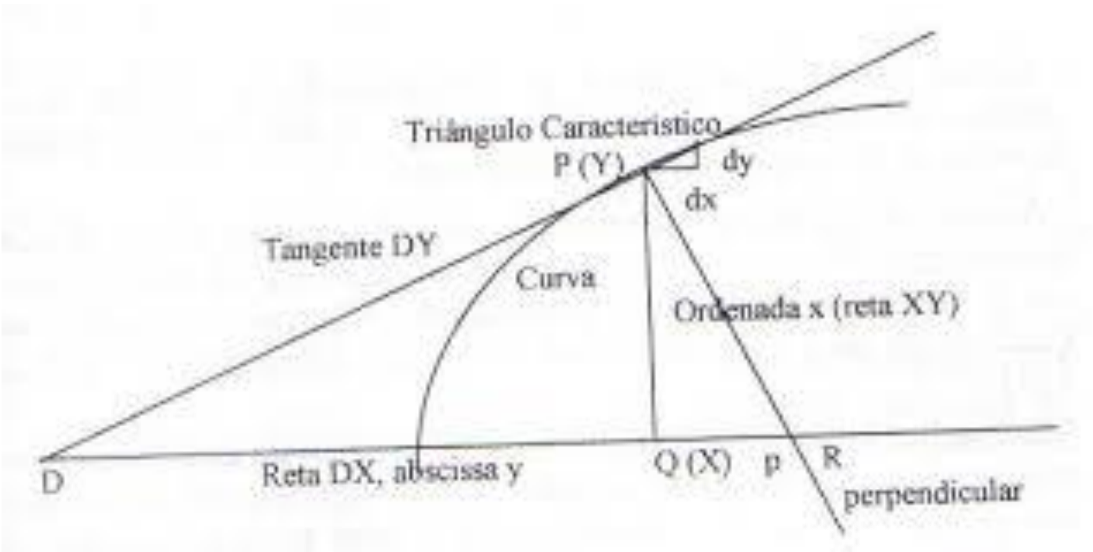
De acordo com Silva (2011) as pesquisas com relação a Educação Matemática vem se ocupando a décadas com problemas relacionados ao ensino e aprendizagem da Matemática. Os resultados dessas pesquisas são respaldados em teorias e estas em geral refere-se ao desenvolvimento cognitivo e/ou formação do pensamento do futuro professor da educação básica. Outra população que tem sido motivo de investigação é aquela formada por professores e futuros professores do ensino básico.

Em 1997 a Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI), decide estabelecer um estudo sobre o ensino e aprendizagem da Matemática no nível universitário. Derek Holton ressalta um dos pontos, em eu trabalho *The Teaching and Learning of mathematics at University Level*, ele refere-se ao esforço de ensinar matemática e a importância tanto da palavra *ensinar* quando a palavra *matemática*, em que ao processo de ensino, o professor identifica e tenta aplicar teorias de aprendizagens atualizadas, quando a matemática julga que deve ser feitas tentativas.

O estudo mostrou mudanças que tiveram profundo impacto no ensino matemático no nível universitário. Uma das dificuldades do ensino do Cálculo está ligado aos conceitos dessa disciplina. Os traços iniciais do Cálculo Integral encontra-se em trabalhos de Arquimedes (Séc. III a.C.), que visava calcular áreas de figuras geométricas. No século XVII, com Newton e Leibniz, trabalhando um independente do outro, o cálculo infinitesimal tomou forma e fundamentos consistentes. Newton fez a descoberta do método do fluxo em que resolveu o problema da determinação da tangente a uma curva de equação $f(x, y) = 0$. Na época de Newton, Leibniz criou o triângulo harmônico e se voltou à leitura de Pascal, sobre aspectos da análise infinitesimal.

Considerando um ponto de uma curva, toma um segmento da tangente nesse ponto para a hipotenusa (ds) de um triângulo retângulo construído com catetos iguais, respectivamente, às diferenças as abscissas (dx) de das ordenadas (dy) dos extremos do segmento de tangente. Ao notar a similitude desse triângulo infinitesimal ou característico com o harmônico, percebeu relações que permitiram concluir que a determinação da tangente dependia da razão das diferenças dy e dx, quando essas se tornavam infinitamente pequenas e que as quadraturas dependiam das somas das ordenadas dy.

Figura 7- Triangulo Característico



Fonte:< http://www.theoria.com.br/edicao0510/matematica_e_metafisica_em_leibniz.pdf>

Leibniz introduziu os símbolos ∫ e "d" e concluiu que a área sob uma curva é composta por muitas faixas retangulares verticais infinitamente finas (de área ydx), cuja soma indicou por $\int ydx$. Por meio de observações geométricas verificando que $d \int ydx = ydx$ e, reciprocamente, que $\int dy = y$, mostrou a relação inversa entre ∫ e "d". O trabalho de Newton envolvia certas passagens em que, supondo o infinitésimo (que denotava por "o") diferente de zero, dividia ambos os membros de uma equação por "o" e, em outras ocasiões, suprimia termos com esse fator, aparentemente supondo igual a zero. Também na obra de Leibniz, cujos infinitésimos são denotados por ds, dx, dy, algumas vezes são cancelados, como sendo diferentes de zero e outras são desprezados, como sendo zero.

No século XIX o Cálculo saiu dessas contradições a partir dos trabalhos de Cauchy. A fundamentação do Cálculo teve como ponto de partida a definição de continuidade dada por Cauchy, que é muito próxima daquela consagrada atualmente. Há um grande número de reprovação e desistência do curso escolhido pelo jovem universitário, ao ingressar na universidade os futuros professores levam a esperança que o curso não vai ter grandes obstáculos para seu aprendizado. Entretanto ao depararem com os conteúdos, até com os quais eles já estudaram, quase sempre veem frustrados as suas expectativas. O professor de Cálculo também tem suas expectativas frustradas pelo desempenho dos futuros professores. O professor do ensino médio também espera que o conteúdo ministrado por ele possa fazer com que seus alunos, sigam sem traumas um bom curso de Cálculo na universidade. Existem muitas descontinuidades entre a matemática 'mostrativa' da educação básica e a matemática 'demonstrativa' da universidade. Na educação básica o contrato didático é baseado em procedimentos predominantemente algorítmicos, voltado a desenvolver bem estes procedimentos, em contrapartida, nas universidades as organizações são mais globais, resultado da relação entre o conteúdo matemático e conhecimentos anteriormente adquiridos, geralmente o professor de Cálculo frustra suas expectativas. Foi elaborado um projeto em que tinha como objetivo geral é tratar a referida problemática abarcando tais componentes, e tem os seguintes subprojetos: os obstáculos epistemológicos à aprendizagem de limite, a transição da educação básica para o ensino superior, os significados atribuídos à variável por futuros professores da educação básica e da universidade e por professores dos diferentes níveis de ensino, a passagem do estudo de função de uma variável para o de mais de uma e seus efeitos no ensino e aprendizagem das derivadas parciais e da integral dupla, a interferência do papel da relação funcional das variáveis na compreensão da derivada, as representações de estudantes, professores e livros didáticos sobre integral, as representações de professores, estudantes e livros didáticos referentes ao ensino e aprendizagem do Teorema Fundamental do Cálculo, A evolução histórica do número π, modelagem, a modelagem vista como estratégia de ensino, para o estudo de conceitos matemáticos, a questão da transição da educação básica para o ensino superior, a disciplina inicial de Cálculo em cursos de matemática em universidades brasileiras e seu papel na formação de professores, a partir de 1934.

Dessa forma, a proposta é investigar, por meio de uma pesquisa com os professores da educação básica, de que forma são introduzidos, conceitos fundamentais do Cálculo, como por exemplo: função, número real, infinito, etc. buscando conhecer como eles ensinam esses conceitos e quais as possíveis consequências com tais concepções para o ensino universitário. Essas pesquisas abrem um imenso leque de questões a serem estudadas a fim de que se possa melhorar o rendimento do futuro professor quando ingressar na universidade. Foi sugerido pelo autor que o ensino pode se tornar mais eficaz se não for desvinculado da evolução histórica e ao mesmo tempo aponta para a necessidade de investigações e estudos a fim de melhor se conhecer esta importante componente do processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Baldino et al (2012) Era uma vez uma função chamada Mariana, que se apresentava por seu gráfico assinando por f(x). Esse gráfico tinha muitos pontos iguais, cada um tinha sua posição, mas dentre eles existia o ponto P que queria ser diferente aos outros e incomodava muito Mariana, que lhe disse: vou te dar uma reta tangente minha passando por ti e só por ti, mas o ponto falou que não via essa reta tangente, isso porque o país do ponto é muito pequeno. O mundo do ponto chama-se Mônada, nela só mora um ponto e muitas figuras que obedecem ao ponto: quadrados, triângulos, círculos... Todos habitantes do Mônada são tão pequenos que não se pode medir, são chamados de infinitésimos. Foi então que Mariana disse ao ponto que ele via a reta tangente, é que a Mônada e a reta tangente ficam grudadas nela. O ponto ficou satisfeito porque via a reta tangente na Mônada, porém nela tinham dois infinitésimos muitos travessos, o dx e o df, que viviam brigando porquê cada um queria que o outro andasse com ele, para que eles parassem de brigar, o ponto os chamou e disse que eles podiam andar mas tinha que obedecer, quando o dx andar, o df tem que começar a andar de onde o dx parou e andar até a reta tangente e quando o df andar, o dx tem que começar onde o df parou e andar até a reta tangente.

Assim eles pararam de brigar e se divertiram muito, até que começaram a discutir novamente, querendo saber quem andava mais e o ponto os ajudou nisso e teve a ideia de fazer a conta $\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dx}}$ se der mais que um é sinal que o df caminha mais, se der menos que 1 é sinal que dx caminha mais. Todos ficaram contentes, mas eles não sabiam calcular quanto cada um andava, assim foram perguntar a Mariana, que falou que poderia ajudar, só que eles deveriam se espichar bem para que ela pudesse vê-los, ela fez as medições e concluiu que df caminhava seis vezes a mais que dx, assim todos habitantes da Mônada ficaram contentes, logo essa notícia se espalhou para as Mônadas de outros pontos e Mariana fez seus cálculos e organizou uma tabela.

Depois para mostrar às outras funções que tinha feito na escola, Mariana desenhou um gráfico, foi então que descobriu que tinha inventado outra função, que se chamou derivada de Mariana e representou por Mariana’. Essa história foi contada a uma menina de 12 anos, por MSN e Aline, uma das autoras do artigo, desenhou um gráfico e enviou para ela, ela leu e pensou durante meia hora, ficando com algumas dúvidas, ligou para Aline e as tirou, prometendo colocar o nome da menina na história, se ela conseguisse contar e ela conseguiu contar essa história perfeitamente, assim Aline falou que ela poderia contar essa história para seus amigos e colocar o nome dela na história.

Esta maneira de ensinar conceitos matemáticos é mais fácil de compreensão, pois uma menina de 12 conseguiu entender, portanto essa metodologia deveria ser adotada pelos professores de matemática, porque eles encontram dificuldades com muitas reprovações. No Ensino Superior não é diferente, os futuros professores chegam às universidades apresentando muitas dificuldades, diante destas surgiu a necessidade de usar nas aulas de cálculo diferencial o laboratório de cálculo. A aprendizagem fica mais significativa quando o futuro professor adquire significado para o conteúdo, assim o processo de aprendizagem torna-se mais eficaz. Freire (2002) defende uma prática educativa - progressiva em favor da autonomia dos educados.

> O que me interessa agora, repito, é alinhar e discutir alguns saberes fundamentais à prática educativo-crítica ou progressista e que, por isso mesmo, devem ser conteúdos obrigatórios à organização programática da formação docente. Conteúdos cuja compreensão, tão clara e tão lúcida, quanto possível, deve ser elaborada na prática formadora. É preciso, sobretudo, e aí já vai um desses saberes indispensáveis, que o formando, desde o princípio mesmo de sua experiência formadora, assumindo-se como sujeito também da produção do saber, se convença definitivamente de que ensinar não é transmitir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou sua construção. (FREIRE, 2002, p. 12).

Para que esse processo surta efeito, o professor deve ser inovador fazendo mudanças no processo educativo. O laboratório de cálculo é uma atividade proposta para alguns professores dos cursos de engenharia, os professores que projetaram a atividade de forma conjunta, através destas identificaram que através do laboratório foi possível avaliar o aluno de várias formas.

As atividades de Cálculo Diferencial foram: *jogo memorando, caça ao tesouro, derinó, otimizando*. As atividades de Geometria Analítica e Álgebra Linear (GAAL) foram: *desenhos icônicos, sistematizando*. E as atividades de Cálculo Integral foi *caminho integral*. Pode-se perceber que ao longo do ano letivo, os futuros professores foram desenvolvendo a autonomia na busca do conhecimento e da informação, além de mostrar interesse em desenvolver os jogos e dinâmica proposta. Ao final de dois semestres foi possível perceber que os futuros professores avaliaram positivamente a mudança comportamental e metodológica das aulas.

3. METODOLOGIA

Este presente trabalho é de natureza descritiva, pois foram aplicados dois questionários sobre as regras de derivação um antes e outro depois dos futuros professores jogarem.

Segundo Marcone e Lakatos (2009) o questionário é uma ótima ferramenta de coletas de dados, organizado por uma série de perguntas ordenadas, que devem ser respondidas sem a presença do entrevistador e geralmente é enviado pelos correios ou por alguma pessoa. Junto com o questionário é enviado também uma carta ou uma nota explicando a natureza da pesquisa, sua importância e a necessidade de obter respostas, no sentido que ele responda e devolva em um prazo razoável, em média são devolvidos 25%. Segundo Selltiz (1965:281) apresenta alguns motivos que influenciam na devolução do questionário. "O patrocinador, a forma atraente, a extensão, o tipo de carta que o acompanha, solicitando colaboração; as facilidades para seu preenchimento e sua devolução pelo correio; motivos apresentados para a resposta e tipo de classe de pessoas a quem é enviado o questionário."

O primeiro questionário foi aplicado para identificarmos o conhecimento prévio dos futuros professores, depois eles jogaram com o recurso didático que foi criado, o dominó das regras de derivação, logo após, foi aplicado outro questionário para avaliar a contribuição do recurso didático na aprendizagem dos futuros professores. As fontes são primárias, pois a pesquisa será feita diretamente com treze futuros professores, que estão terminando o curso Licenciatura em Matemática pela UEPB, eles foram divididos em dois grupos para a aplicação do jogo. Foi escolhido futuros professores que estão o sétimo e o décimo período, porque apesar de usarem as regras de derivação ao longo de todo o curso, muitas não sabem usa-las ou identifica-las mesmo já estando concluindo o curso. A pesquisa será qualitativa, pois buscaremos entender o porquê das dificuldades dos futuros professores e será também quantitativa porque será observada a quantidade de erros e acertos dos questionários.

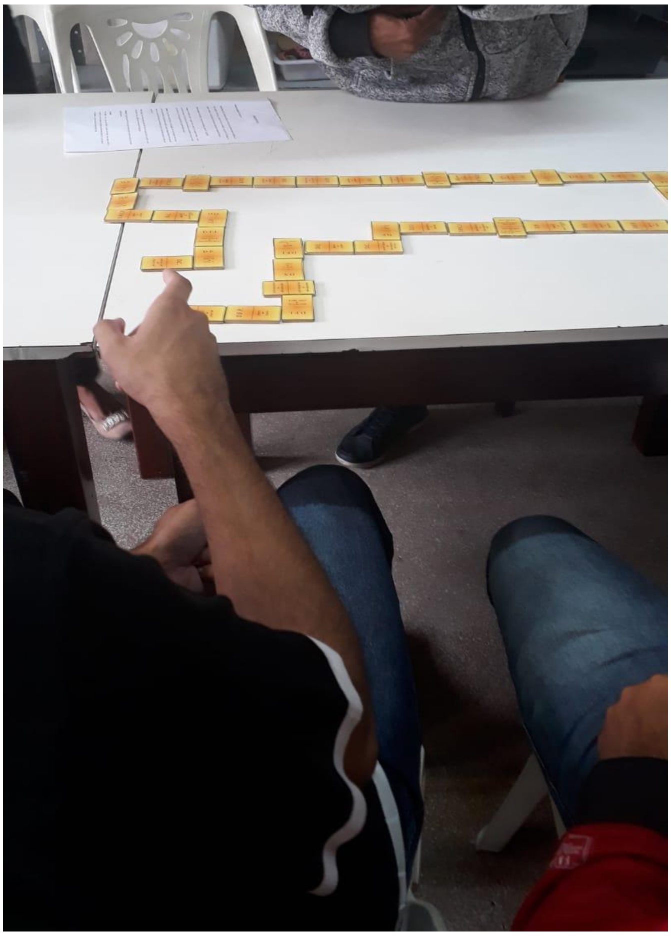
Figura 8 - Recurso didático (Dominó das regras de derivação)

Fonte: Arquivo pessoal

No dia 17/06/2019, às 8 horas no Laboratório de Matemática na UEPB foi aplicado o jogo das regras das derivadas com seis futuros professores de matemática pela UEPB. No primeiro momento eles responderam um questionário para serem avaliados sobre seus conhecimentos a respeito das regras das derivadas, apesar de se tratar de um de um assunto que eles já usaram muito no decorrer do curso, alguns tiveram dificuldades e falaram que não se lembravam dos nomes das regras outros responderam sem perguntar. Antes de eles jogarem foi distribuída uma folha para todos que tinha as regras do jogo, eles leram e tiraram algumas dúvidas e começaram a jogar. O jogo chamou muito atenção por ser um dominó, no decorrer desta primeira partida tiveram algumas dificuldades como: os nomes abreviados que eles sempre perguntavam o que significava nos carroções que de um lado é colocado o nome da regra e do outro a regra, entre outro. Os futuros professores mostraram muito interesse pelo jogo, nesta primeira partida tiraram muitas dúvidas e observando se as jogadas dos outros futuros professores estavam certas. Ao final de jogo um deles bateu (ficou sem peças nas mãos) e ganhou a partida. Na segunda partida eles tiveram poucas duvidas e mostraram muito entusiasmado pelo jogo, cada um fazendo suas jogadas, analisando se o outro colocava a peça errada e se ajudando, essa partida foi mais rápida, por ter aula de 9 horas no laboratório eles levaram o questionário para casa e entregaram respondidos depois.

No dia 18/06/2019 às 8 horas, no Laboratório de Matemática na UEPB, foi aplicado o jogo das regras das derivadas com mais sete futuros professores de matemática pela UEPB. No primeiro momento foi aplicado um questionário para eles, que responderam alguns falando que não se lembravam dos nomes e outros responderam sem reclamar. Depois foi mostrado o jogo que chamou muito atenção por se tratar de derivadas e foi distribuída uma folha que possuía as regras do jogo, eles leram e foram tiradas algumas dúvidas. Já no começo do jogo eles mostraram muito interesse, com brincadeiras como exemplo: um futuro professor dizendo que ele iria ganhar o jogo, mas sempre se ajudando, nesta partida tiveram muitas dificuldades por causa dos nomes das regras que são abreviadas no jogo, sempre tirando dúvidas a respeito das regras do jogo e dos nomes abreviados, essa primeira partida demorou um pouco e um deles conseguiu bater, ganhando a partida. Na segunda partida a competição foi maior, todos queriam ganhar, analisavam muito as jogadas dos adversários e também suas peças para não passar tendo nas mãos, nesta partida eles tiveram poucas duvidas e um deles bateu, ganhando o jogo. No final foi distribuído outro questionário que também levaram para casa, por que não poderiam responder no laboratório porque teriam aula.

Figura 9 - Futuros Professores jogando com o recurso didático



Fonte: Arquivo pessoal

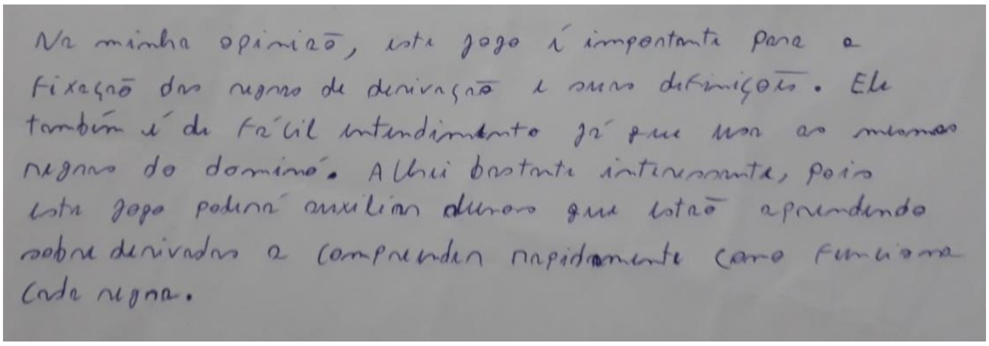
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Foram respondidos dois questionários em que o primeiro teve como objetivo avaliar os conhecimentos prévios dos futuros professores, na primeira questão era para descrever todas as regras de derivação e foi mostrado que nenhum dos futuros professores conseguiu escrever todas essas regras e cerca de 81,6% lembraram das regras do quociente, regra da soma e regra do produto. Isso acontece porque são termos que são muito utilizados no decorrer do curso, até em outros conteúdos. Na segunda questão eles deveriam resolver as questões envolvendo derivadas e depois dizer qual regra foi utilizado, eles conseguiram utilizar as regras de derivação, cerca de 76,9% conseguiram acertar todos os cálculos, mas quando foram nomear qual regra utilizaram, nenhum deles acertaram todas e cerca de 38,46% erraram tudo ou não conseguiram fazer. Isso pode ser explicado pelo fato de que os futuros professores são ensinados a usar regras e em sua maioria não sabem o que estão fazendo.

Ao analisar esse primeiro questionário, podemos perceber como os professores em formação sabem fazer cálculos mecanicamente, isso acontece porque a metodologia de seus professores se baseia mais em cálculos, ou seja, em chegar ao resultado esperado e não em conhecer os processos e como aquele futuro professor chegou a tal resultado, mesmo não sendo o esperado pelo professor.

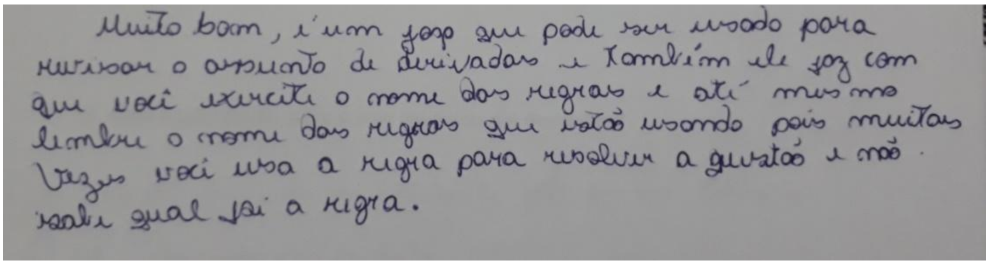
O segundo questionário como foi feito em casa, apenas oito futuros professores entregaram, na primeira questão eles deveriam ver as técnicas que foram aplicadas e dizer qual foi, e o resultado foi ótimo, cerca de 37,5% acertaram todas as regras e o restante só errou uma. Na segunda questão o resultado foi semelhante com poucos erros. O jogo de derivação teve um resultado satisfatório, pois levou esses futuros professores a desenvolver seus conhecimentos e perceber as utilizações de cada regra. Na última questão os futuros professores deveriam dar opinião sobre a utilização do recurso didático, essas foram as suas respostas:

Figura 10 - futuro professor 1:


Na minha opinião, este jogo é importante para a fixação das regras de derivação e suas definições. Ele também é de fácil entendimento já que usa as mesmas regras do dominó. Achei bastante interessante, pois este jogo poderá auxiliar alunos que estão aprendendo sobre derivadas a compreender rapidamente como funciona cada regra.

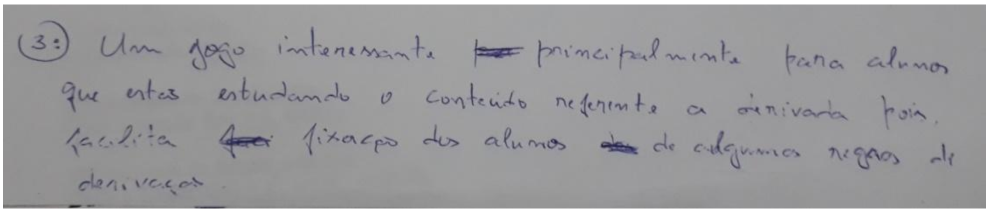
Fonte: Arquivo pessoal

Figura 11 - futuro professor 2:


Muito bom, é um jogo que pode ser usado para revisar o assunto de derivadas e também ele faz com que você exercite o nome das regras e até mesmo lembre o nome das regras que estão usando pois muitas vezes você usa a regra para resolver a questão e não sabe qual foi a regra.

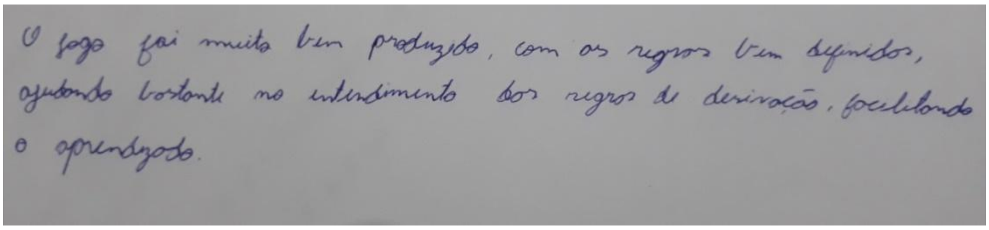
Fonte: Arquivo pessoal

Figura 12 - futuro professor 3:


3: Um jogo interessante ~~para~~ principalmente para alunos que estão estudando o conteúdo referente a derivada pois facilita ~~a~~ fixação dos alunos ~~de~~ de algumas regras de derivação.

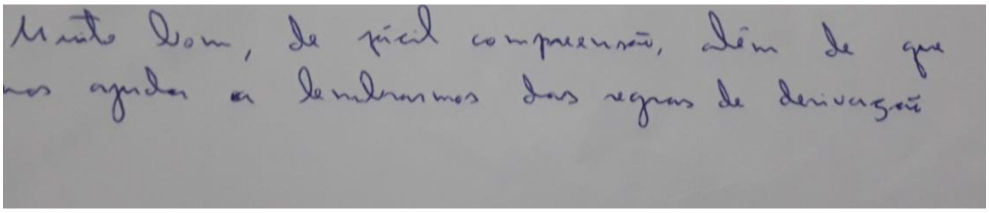
Fonte: Arquivo pessoal

Figura 13 - futuro professor 4:


O jogo foi muito bem produzido, com as regras bem definidas, ajudando bastante no entendimento das regras de derivação, facilitando o aprendizado.

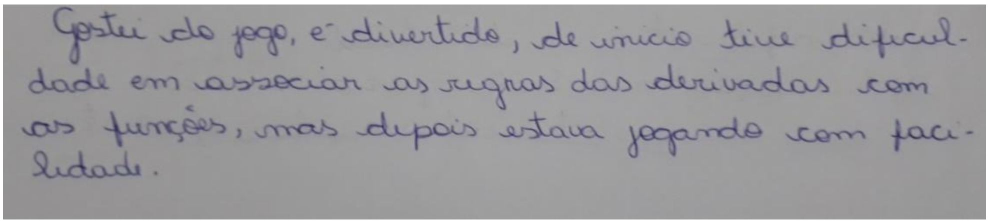
Fonte: Arquivo pessoal

Figura 14 - futuro professor 5:


Muito bom, de fácil compreensão, além de que nos ajuda a lembrarmos das regras de derivação

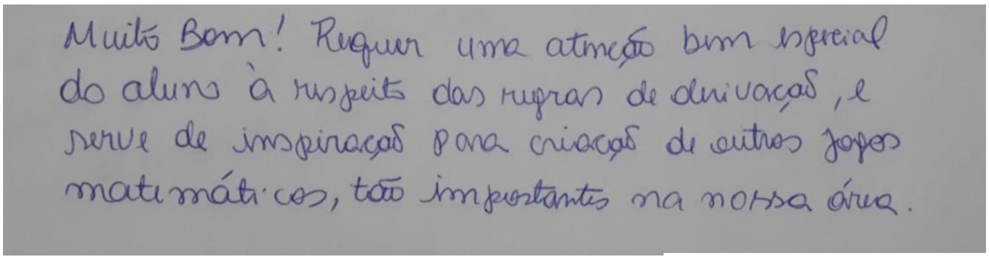
Fonte: Arquivo pessoal

Figura 15 - futuro professor 6:


Gostei do jogo, é divertido, de inicio tive dificul-
dade em associar as regras das derivadas com
as funções, mas depois estava jogando com faci-
lidade.

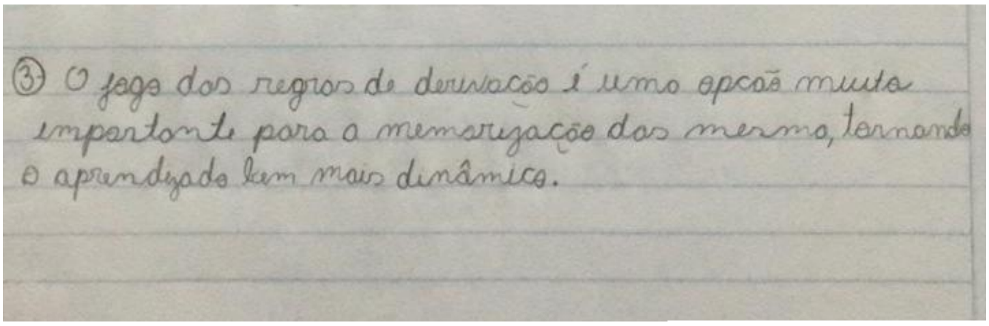
Fonte: Arquivo pessoal

Figura 16 - Futuro professor 7:


Muito Bom! Requer uma atenção bem especial
do alunos à respeito das regras de derivações, e
serve de inspiração para criação de outros jogos
matemáticos, tão importantes na nossa área.

Fonte: Arquivo pessoal

Figura 17 - futuro professor 8:


③ O jogo das regras de derivacão é uma opcão muito
importante para a memorização das mesmo, tornando
o aprendizado bem mais dinâmico.

Fonte: Arquivo pessoal

As opiniões desses futuros professores deixa clara a empolgação de sair de uma aula tradicional, para desenvolver seu conhecimento através de um jogo, apesar de ser um conteúdo abstrato, os futuros professores não viram assim neste recurso didático, para eles era um simples jogo, que teve grandes benefícios em seus conhecimentos, de maneira que todos se ajudaram e os que conheciam mais do assunto ajudaram ao outro, mostrando que a matemática não é uma disciplina mecânica e individual, mas uma matéria que aumenta o significado e prazer quando fazemos de forma coletiva, com ajuda de um recurso didático.

A aplicação dos questionários e do jogo foi muito proveitosa e animadora, visto que os futuros professores se mostram muito motivados por se tratar de um jogo com um assunto que eles já tinham aprendido, pude perceber com o jogo os futuros professores que tinham ainda dificuldades do conteúdo matemático, que foram aquelas que perguntaram mais, já outros dominava mais o conteúdo que até tirava as dúvidas dos outros. Esta interação ajudou estes futuros professores a relembrar do conteúdo. Com essa aplicação foi perceptível que a interação entre os futuros professores é primordial para um bom ensino/aprendizagem, pois nelas não basta aprender, mas aprender para explicar ao colega de curso.

5. **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Ao analisar as respostas dos futuros professores, compreende-se que ainda há muita dificuldade em aprender os conteúdos abstratos do curso de Licenciatura em Matemática, a maioria desses futuros professores de matemática chegam às universidades com muitas dificuldades, pela maneira mecânica em que aprenderam matemática no ensino médio e fundamental, e essas dificuldades não são resolvidas no decorrer do curso.

O ensino da matemática tem se modernizado com vários métodos que ajudam ao futuro professor na construção e em seu desenvolvimento cognitivo. Alguns métodos de ensino os futuros professores aprendem na universidade, para ensinar a seus alunos, trazendo para eles um aprendizado significativo.

Nas universidades têm sido comuns futuros professores reclamando de disciplinas, dizendo que são difíceis e até estudando como eles dizem “até passar”. Este trabalho tem uma grande importância para min, que apesar das aulas tradicionais de derivadas sempre gostei do assunto, mas não conseguia compreender de fato esse assunto, conseguia fazer os cálculos e tirar boas notas, mas não compreendia de fato sobre ele e suas regras.

Este recurso didático pode ajudar em algumas lacunas a respeito desse assunto, como em relação à interação entre os futuros professores, um ajudando o outro e ambos desenvolvendo seus conhecimentos, tirando o professor do papel principal e sendo só um mediador, isso faz com que os futuros professores se tornem mais independentes do professor, sabendo argumentar o que está calculando e porque, isso é Matemática significativa.

Os benefícios desses novos métodos de ensino da Matemática vão além da Matemática, porque esses futuros professores se tornaram cidadãos que pensam e não aqueles que reproduzem o que falam sem pensar.

Os principais resultados dessa pesquisa mostram que nenhum dos futuros professores que estão entre o 7º e o 10º período, ou seja, terminando o curso, conseguiram escrever todas as regras de derivação, apesar de conseguir resolver a maioria do questionário que envolvia tais regras. Isso deixa claro como está faltando significado no aprendizado.

Depois que o recurso didático foi aplicado 37,5% acertaram todas as regras e o restante só erraram uma. Através desses números podemos perceber a importância que o recurso didático tem na aprendizagem.

Os recursos didáticos e os novos métodos de ensino são muito importantes tanto na aprendizagem, como no desenvolvimento cognitivo é preciso investir mais em pesquisas de novos meios de ensino também para universidade, porque vai ajudar para que assuntos mais abstratos ganhem significado para futuros professores, que tem encontrado dificuldades ou que só tem aprendido a calcular.

6. REFERÊNCIAS

BALDINO, R.R. FRACALOSI, A.S.; **A história da derivada de Mariana: uma experiência didática.** Rio Claro(SP), V.26, N. 42b, pág. 193- 407, 2012.

BARBOSA, R.M. **Conexões e educação** Matemática: brincadeiras, explorações e ações. 1. ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2009

BOYER, C.B. **Historia da Matemática**. Tradução Elza F. Domingues. 2ed, São Paulo: Edgad Blucher, 2001.

CAILLOIS, R. **Les jeux et les hommes**. Paris: Editions Gallimard,1967.

CAMOUS, H. **jouer avec les maths**. Paris: Les édicitions d'organisation, 1985.

CELESTE, L.B. **Um estudo de produção escrita de futuros professores do ensino fundamental em questões de Matemática da pisa 2003.** In: XEBRAPEM, Belo Horizonte, 2006.

D'AMBRÓSIO,U; Beatriz, S. **Como ensinar Matemática hoje? Temas e Debates**. SBEM. Ano II. N2. Brasilia. 1989. P. 15-19.

D' AMBRÓSIO, U.; VALENTE, C. Os primórdios da epistemologia do cálculo: dos babilônios e Arquimedes. In: FONSECA, L. **Didática do cálculo**: epistemologia, ensino e aprendizagem. São Paulo: Editora Livraria de física, 2016. Cap. 1, pág. 10 a 23.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: Saberes necessário à prática educativa. 25º ed. São Paulo: Editora Paz Eterna S/A, 2002.

JELINEK, K. R. **Jogos nas aulas de Matemática**: Brincadeira ou aprendizagem? o que pensam os professores?. Dissertação (Dissertação em Ciências e Matemática da Pontifícia) - PUCRS, Porto Alegre, 2005.

MARCONI, M.A.; LAKATOS, E.M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. Ed. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2003

MUNIZ, C. A. **Brincar e jogar**: enlaces teórico e metodológicos no campo da educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.

REYSSET, P. **Les jeux de réflexion pure**. Paris: PUF, 1995.

SELLTIZ, C. **et alo Métodos de pesquisa nas relações sociais**. São Paulo: Herder, 1965. 2. ed. São Paulo: Herder: EDUSP, 1967

SILVA, B. A. **Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do Cálculo**. São Paulo, v.13, n.3 Pág. 393-412, 2011.

APÊNDICES

QUESTIONÁRIO QUE FOI APLICADO ANTES DOS FUTUROS PROFESSORES UTILIZAREM O RECURSO DIDÁTICO.

1)Quais os nomes das regras de derivação?

2)Encontre a derivada das funções dadas e o nome da regra que levou a esta derivação:

a) $f(x) = \frac{x}{x+1}$

b) $f(x) = x^{10}$

c) $f(x) = 50$

d) $f(x) = 2(x+1)$

e) $f(x) = (x^2 - 1)(3x - 1)$

f) $f(x) = x$

g) $f(x) = 2x + x^{10}$

QUESTIONÁRIO QUE FOI APLICADO DEPOIS DOS FUTUROS PROFESSORES UTILIZAREM O RECURSO DIDÁTICO.

1) Analise as derivações a seguir e diga qual regra que foi utilizada.

a) $f(x) = 2x^3 \rightarrow f'(x) = 6x^2$

b) $f(x) = 3x(x^3+x^2) \rightarrow f'(x) = 3(x^3+x^2) + 3x(3x^2+2x)$

c) $f(x) = \frac{2x}{x+1} \rightarrow f'(x) = \frac{2\ x+1\ -2x}{x+1\ ^2}$

d) $f(x) = 1 \rightarrow f'(x) = 0$

e) $f(x) = x^9 \rightarrow f'(x) = 9x^8$

f) $f(x) = x^2 + x^3 \rightarrow f'(x) = 2x + 3x^2$

g) $f(x) = x \rightarrow f'(x) = 1$

2) Quais os nomes das regras de derivação?

3) Qual a sua opinião sobre o jogo das regras das derivações?

REGRAS DO JOGO: REGRAS DE DERIVÇÃO

Número de jogadores: Sete jogadores.

Total de Peças: São 42 peças que possuem em cada uma de suas faces regras e questões que indica utilização de uma regra, o encaixe se dá em encontrar a regra que foi utilizada na questão e vice-versa. Contém também sete carroções, sendo assim, perfazendo 49 peças.

Início da partida: São divididas 7 peças para cada jogador, quando for 7 jogadores.

Começar: Na primeira partida o jogador com o carroção da constante começa o jogo, colocando-a na mesa, de um lado deste, deve ser encaixado uma questão e do outro o nome que a se remete. A partir da segunda partida o jogador vencedor começa.

Rodada: O jogo roda no sentido horário e cada jogador deve tentar encaixar uma de suas peças nas extremidades do jogo na mesa, quando o jogador consegue encaixar uma peça ele passa a vez, caso ele não consiga deve comprar do monte, se não houver pedras no monte, ele passará a vez.

Fim de Jogo: O jogo acaba quando alguém bate (ficar sem peças na mão) ou quando o jogo fica fechado, ou seja, quando não é mais possível baixar peças.

Pontuação: O jogador que bate (fica sem peças na mão) ganha um ponto e se for por carroção ganha dois pontos.

Contagem:
Por Pontos – Caso o jogo seja fechado o jogador que possui menos peças na mão é o vencedor, em caso de empate os jogadores que empataram ganham um ponto cada um.
Por Batidas - Apenas uma batida simples ganha o jogo.

CRONOGRAMA DAS ATIVIDADES

Dia: 17/06/2019 **(Segunda Feira)**

- Atividade 1

Nessa atividade tem o objetivo de avaliar os conhecimentos prévios a respeito das regras das derivadas, apesar de se tratar de um de um assunto que eles já usaram muito no decorrer do curso.

- Aplicação do recurso didático

Nessa atividade os futuros professores jogam com o recurso didático, que tem como objetivo: desenvolver o conhecimento dos futuros professores e deixar o aprendizado dinâmico e significativo.

- Atividade 2

O objetivo desta atividade foi avaliar a contribuição que o recurso didático trouxe na aprendizagem e que este recurso fosse avaliado pelos futuros professores de Matemática.

Dia: 18/06/2019 **(Terça Feira)**

- Atividade 1

Nessa atividade tem o objetivo de avaliar os conhecimentos prévios a respeito das regras das derivadas, apesar de se tratar de um de um assunto que eles já usaram muito no decorrer do curso.

- Aplicação do recurso didático

Nessa atividade os futuros professores jogam com o recurso didático, que tem como objetivo: desenvolver o conhecimento dos futuros professores e deixar o aprendizado dinâmico e significativo.

- Atividade 2

O objetivo desta atividade foi avaliar a contribuição que o recurso didático trouxe na aprendizagem e que este recurso fosse avaliado pelos futuros professores de Matemática.

RECURSO DIDÁTICO: Dominó das Regras de Derivação

D.S.

f(x)= x^4
→
f'(x)= 4 x^3

D.F.P.

f(x)=(x+1)(x^2+6)
→
f'(x)=(x^2+6)+
+(x+1)2x

D.S.

f(x)= 3x(x^3+x^2)
→
f'(x)=3(x^3+x^2)+
+3x(3x^2+2x)

D.Q.

f(x)= 2x^2 + 3x
→
f'(x)=4x + 3

D.P.C.F

f(x)= x^3
→
f'(x)= 3x^2

D.P.

f(x)= 10
→
f'(x)= 0

D.P.

f(x)= 3x^3
→
f'(x)= 9x^2

D.C.

f(x)= (x^2- 1)(3x-1)
→
f'(x)= 2x(3x-1) +
+(x^2- 1). 3

D.F.P.

f(x)= x^2+ x^3
→
f'(x)= 2x +3x^2

D.F.P.

f(x)= 5
→
f'(x)=0

D.F.P.

f(x)= $\frac{2x}{x+1}$
→
f'(x)= $\frac{2\ x+1\ -2x}{x+1\ ^{2}}$

g(x)= c.f'(x)
→
g'(x)= c.f'(x)

g(x)= c.f'(x)
→
g'(x)= c.f'(x)

D.P.C.F.

f(x)= 3x^2(x+1)
→
f'(x)= 6x(x+1)+
+3x^2

D.P.

f(x)= 4x + 7x
→
f'(x)= 4 + 7

D.S.

f(x)= $\frac{x}{1+x^2}$
→
f'(x)= $\frac{1-x^2}{1+x^2\ ^{2}}$

h(x)= f(x)+ g(x)
→
h'(x)=f'(x)+ g'(x)

h(x)= f(x)+ g(x)
→
h'(x)=f'(x)+ g'(x)

D.P.

$f(x)=\ x^9$

$\rightarrow$

$f'(x)=9x^8$

D.Q.

$f(x)=10x^2$

$\rightarrow$

$f'(x)=20x$

D.S.

$f(x)=2(x+1)$

$\rightarrow$

$f'(x)=2$

$h(x)=f(x).g(x)$

$\rightarrow$

$h'(x)=f'(x).g(x)+$
$+f(x).\ g'(x)$

$h(x)=f(x).g(x)$

$\rightarrow$

$h'(x)=f'(x).g(x)+$
$+f(x).\ g'(x)$

D.F.P.

$f(x)=2x^3$

$\rightarrow$

$f'(x)=\ 6x^2$

D.Q.

$f(x)=4$

$\rightarrow$

$f'(x)=0$

D.S.

$f(x)=1$

$\rightarrow$

$f'(x)=0$

$h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$

$\rightarrow$

$h'(x)=\frac{f'\ x\ g(x)-f\ x\ g'(x)}{g(x)\ ^2}$

$h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$

$\rightarrow$

$h'(x)=\frac{f'\ x\ g(x)-f\ x\ g'(x)}{g(x)\ ^2}$

D.C.

$f(x)=\frac{x+4}{x-1}$

$\rightarrow$

$f'(x)=\frac{x-1\ -(x+4)}{x-1\ ^2}$

D.P.C.F

$f(x)=\frac{5x}{x+3}$

$\rightarrow$

$f'(x)=\frac{5\ x+3\ -5x}{x+3\ ^2}$

D.Q.

$f(x)=(x+1)(x+2)$

$\rightarrow$

$f'(x)=(x+2)+(x+1)$

$f(x)=\ x^n$

$\rightarrow$

$f'(x)=n\,x^{n-1}$

$f(x)=\ x^n$

$\rightarrow$

$f'(x)=n\,x^{n-1}$

D.P.

$f(x)=\frac{x-1}{x^3}$

$\rightarrow$

$f'(x)=\frac{x^3-(x-1)3\,x^2}{x^3\ ^2}$

$f(x)=c$

$\rightarrow$

$f'(x)=0$

$f(x)=c$

$\rightarrow$

$f'(x)=0$

D.P.C.F.

$f(x)=2x+3\,x^5$

$\rightarrow$

$f'(x)=2+15\,x^4$

D.C.

$f(x)=3x^2$

$\rightarrow$

$f'(x)=6x$

D.C. $f(x)= 2x + 3x^3$ $\rightarrow$ $f'(x)= 2 + 9x^2$	D.P.C.F $f(x)= 3$ $\rightarrow$ $f'(x)= 0$	D.F.P. $f(x)= x$ $\rightarrow$ $f'(x)= 1$	D.P.C.F. $f(x)= x$ $\rightarrow$ $f'(x)= 1$
D.C. $f(x)= x^2$ $\rightarrow$ $f'(x)= 2x$	D.P. $f(x)= x$ $\rightarrow$ $f'(x)= 1$	D.C. $f(x)= x$ $\rightarrow$ $f'(x)= 1$	$f(x)= x$ $\rightarrow$ $f'(x)= 1$ $f(x)= x$ $\rightarrow$ $f'(x)= 1$
D.S. $f(x)= x$ $\rightarrow$ $f'(x)= 1$	D.Q. $f(x)= x$ $\rightarrow$ $f'(x)= 1$	D.F.I. $f(x)= 2$ $\rightarrow$ $f'(x)= 0$	D.F.I. $f(x)= x^6$ $\rightarrow$ $f'(x)= 6x^5$
D.F.I. $f(x)= 5(x^2+1)$ $\rightarrow$ $f'(x)= 10x$	D.F.I. $f(x)= 5x^2+3x$ $\rightarrow$ $f'(x)= 10x+3$	D.F.I. $f(x)= x^3(x+5)$ $\rightarrow$ $f'(x)=3x^2(x+5)+x^3$	D.F.I. $f(x)=\frac{2x}{x^2}$ $\rightarrow$ $f'(x)=\frac{2x^2-4x^2}{x^2\ 2}$

D.Q.

$f(x) = x^5$

$\rightarrow$

$f'(x) = 5\,x^4$

Observações: D.C.: Derivada de uma Constante

D.F.I. : Derivada da Função Identidade

D.F.P.: Derivada da Função Potência

D.P.C.F.: Derivada do Produto de uma constante por uma Função

D.S.: Derivada de uma Soma

D.P.: Derivada de um Produto

D.Q.: Derivada de um Quociente