UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

HIGOR SOUSA DE OLIVEIRA

SUGESTÃO DE PROPOSTA DIDÁTICA SOBRE FUNÇÕES A PARTIR DA TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

CAMPINA GRANDE – PB
2020

HIGOR SOUSA DE OLIVEIRA

SUGESTÃO DE PROPOSTA DIDÁTICA SOBRE FUNÇÕES A PARTIR DA TEORIA DE REGISTROS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado ao Centro Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba como requisito para obtenção do título Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Abigail Fregni Lins (Bibi Lins)

CAMPINA GRANDE – PB

2020

O48s Oliveira, Higor Sousa de.
Sugestão de proposta didática sobre funções a partir da teoria de registros de representações semióticas [manuscrito] / Higor Sousa de Oliveira. - 2020.
53 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2020.

"Orientação : Profa. Dra. Abigail Fregni Lins , Departamento de Matemática - CCT."

1. Educação Matemática . 2. Funções . 3. Tecnologias de Informação e Comunicação - TIC. 4. Winplot . I. Título

21. ed. CDD 510.7

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB - 15/714 BC/UEPB

HIGOR SOUSA DE OLIVEIRA

SUGESTÃO DE PROPOSTA DIDÁTICA SOBRE FUNÇÕES A PARTIR DA TEORIA DE REGISTROS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado ao Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba como requisito para obtenção do título Licenciado em Matemática.

Aprovada em: 30/11/2020.

BANCA EXAMINADORA

Abigail Fregni Lins

Profa. Dra. Abigail Fregni Lins (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

José Hélio Henrique de Lacerda

Prof. Ms. José Hélio Henrique de Lacerda (Membro Interno)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Nahara Morais Leite

Profa. Msn. Nahara Morais Leite (Membro Externo)
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

CAMPINA GRANDE – PB
2020

Dedico este trabalho a minha mãe Hosana de Sousa e ao meu pai Alex Soares, que sempre me apoiaram nessa jornada acadêmica e me deram forças e confiança para terminar esse curso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, à minha orientadora, Profa. Dra. Abigail Fregni Lins (Bibi), por me aceitar como orientando e por ter sempre me dado oportunidades de participar nos seus projetos, os quais agregaram muito na minha bagagem acadêmica.

Às minhas amigas e parceiras de graduação e projetos, Luanna Bárbara e Luana Coelho, que sempre estiveram comigo nos piores e melhores momentos de nossa carreira universitária.

Aos meus professores da UEPB que sempre estiveram dispostos a ajudar e nos incentivar a concluir o curso.

A todos os coordenadores e funcionários da UEPB.

Aos meus pais, Alex Soares e Hosana de Sousa, que sempre me apoiaram e me auxiliaram nessa jornada e me ajudaram nos momentos em que eu estava mais exausto.

Ao meu irmão, Kelven, por sempre me descontrair.

A todos meus amigos que a vida me proporcionou, por sempre estarem dispostos a me ajudarem e a me descontrair um pouco.

Por fim, não menos importante, agradeço a Deus por estar sempre ao meu lado, me ajudando a ter fé e a perseverar.

Quem ensina aprende ao ensinar. E quem aprende ensina ao aprender.

Paulo Freire

RESUMO

OLIVEIRA, Higor Sousa. **Sugestão de proposta didática sobre funções a partir da teoria de registros representações semióticas**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Plena em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 55f, 2020.

O presente trabalho de conclusão de curso teve por objetivo fornecer uma proposta didática relacionada ao ensino e aprendizagem de funções baseada na Teoria de Registros de Representações Semióticas (TRRS) de Raymond Duval. O trabalho foi desenvolvido durante o período da pandemia do coronavírus, impossibilitando a aplicação de atividades escolares de forma presencial. Com isso, criamos um guia para realização das atividades. A pergunta que norteou nosso trabalho foi *Como as representações semióticas de Duval podem auxiliar o ensino de funções?.* Assim, diante da teoria de registro de Duval aprendemos que alunos reconhecem um mesmo objeto em diferentes registros e transitam entre eles. Portanto, trazemos uma breve discussão sobre a importância da Educação Matemática na reformulação do ensino tradicional e a influência dela sobre o uso das TIC. Com o movimento da Educação Matemática tivemos a inserção de aplicativos na segunda fase da era digital, onde o Winplot foi de grande importância, quando surgiram aplicativos relacionados a múltiplas representações. Posto isto, apresentamos uma atividade com o auxílio do aplicativo Winplot, englobando os registros de línguas naturais, algébricos e gráficos para que alunos possam entender suas diferentes representações e a aprendam a transitar entre eles. Com nossa sugestão, esperamos auxiliar professores em exercício e futuros professores a explorar mais o ensino de funções, utilizando-se das representações semióticas para obter um resultado mais satisfatório por parte dos alunos, trazendo uma Matemática mais crítica e importante no dia-a-dia deles.

Palavras-chave: Educação Matemática. Funções. Tecnologias de Informação e Comunicação - TIC. Winplot.

ABSTRACT

OLIVEIRA, Higor Sousa**. Suggestion of didactic proposal on functions from the theory of registers semiotic representations.** Course Completion Work (Full degree in Mathematics Teacher Education). State University of Paraíba – UEPB, Campina Grande, 55p, 2020.

The purpose of this final course work was to provide a didactic proposal related to teaching and learning functions based on Raymond Duval's Theory of Semiotic Representation Records (TRRS). The work was developed during the coronavirus pandemic period, making it impossible to apply school activities in person. With that, we created a guide for carrying out the activities. The question that guided our work was *How can Duval's semiotic representations help to teach functions?*. Thus, in view of Duval's registration theory, we learned that students can recognize the same object in different registers and can transit between them. Therefore, we bring a brief discussion on the importance of Mathematics Education in the reformulation of traditional teaching and its influence on the use of ICT. With the Mathematics Education movement we had the insertion of applications in the second phase of the digital age, where Winplot was of great importance, when applications related to multiple representations emerged. That said, we present an activity with the aid of the Winplot application, encompassing the records of natural, algebraic and graphical languages so that students can understand their different representations and learn to transit between them. With our suggestion, we hope to help practicing teachers and future teachers to further explore the teaching of functions, using semiotic representations to obtain a more satisfactory result on the part of students, bringing more critical and important Mathematics in their daily lives.

Keywords: Mathematics Education. Functions. Information and Comunication Technology - ICT. Winplot.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CCT - Centro de Ciências e Tecnologia

ENECT - Encontro Nacional de Educação, Ciência e Tecnologia

ENEM - Exame Nacional de Ensino Médio

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PIBID - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência

SEMEX – Seminário de Extensão

TCC - Trabalho de Conclusão de Curso

TIC - Tecnologia da Informação e Comunicação

TRRS – Teoria de Registros de Representação Semiótica

UEPB - Universidade Estadual da Paraíba

SUGESTÃO DE PROPOSTA DIDÁTICA SOBRE FUNÇÕES A PARTIR DA TEORIA DE REGISTROS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

HIGOR SOUSA DE OLIVEIRA

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Minha paixão pela área de exatas surgiu no 8° ano do Ensino Fundamental e desde então quis fazer um curso nessa área. Foi com a nota do ENEM (Exame Nacional de Ensino Médio) que ingressei no Curso de Licenciatura em Matemática na UEPB em 2016 e me apaixonei pelo Curso. Não era minha primeira opção, pois sempre pensei em fazer Engenharia Civil, mas no decorrer do Curso fui gostando e vi que era o que eu realmente queria, porque sempre gostei de ensinar a amigos e familiares.

Quando entrei na Universidade eu pensava que a Matemática tinha somente *o lado da Pura*, foi então que cursei alguns componentes curriculares de Educação Matemática, sobre os diferentes métodos de ensino, que me chamaram atenção. Apesar de ter mais afinidade com a área da Pura, quando comecei a estudar assuntos da Educação Matemática percebi que o ensino da Matemática precisava de professores que dominassem novos métodos, pois a utilização somente do método tradicional, atualmente, não vem trazendo grandes resultados.

Uma das minhas primeiras experiências com Educação Matemática foi no componente curricular Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática com a professora Abigail, responsável pela minha primeira participação como membro do projeto de extensão na UEPB intitulado *Exploração de Aplicativos para o Ensino e a Aprendizagem Matemática: práticas pedagógicas e metodológicas colaborativas a professores em exercício*. Com isso, comecei a participar de vários congressos, como CONAPESC, ENECT, SEMEX, entre outros, na modalidade pôster e relato de experiência, e continuei participando de outros projetos como PIBID e Residência Pedagógica e assim embarquei na vida acadêmica.

O projeto de extensão com a Professora Abigail durou dois anos, composto por nove alunos do componente curricular. Durante o primeiro ano ficamos com o objetivo de criar uma proposta de ensino e escolher um aplicativo para ser utilizado juntamente com o conteúdo, e com isso apresentaríamos essa proposta em congressos na modalidade pôster. No segundo ano do projeto, tivemos a oportunidade de aplicar a proposta em escolas da nossa escolha e depois apresentarmos relato de experiência em congressos para mostrar a efetividade de nossas propostas, bastante elogiadas por alunos e professores.

Posteriormente tive a oportunidade de participar do programa PIBID/CAPES, que foi onde tive um dos primeiros contatos com relacionados a trabalhos regulares com os alunos. Neste projeto ficávamos encarregados de escrever trabalhos para os congressos, sobre intervenções que nós elaborávamos para os alunos sobre determinados conteúdos que estavam sendo abordados pelo professor. No PIBID/CAPES tive a oportunidade de publicar, juntamente com meus colegas do projeto, um capítulo de livro, o que pra mim foi muito gratificante e uma das coisas que me fez ver o quanto queria realizar trabalhos e pesquisas para publicar em congressos e também me empenhar para conseguir entrar em projetos, para ajudar no meu currículo e ter novas experiências.

Depois da minha participação no PIBID/CAPES, ingressei no Residência Pedagógica e tive a oportunidade de lecionar durante um ano. Com isso pude ver a precariedade do ensino, tanto em termos de estrutura como de aprendizado. Durante as primeiras aulas notei que os alunos não gostavam muito das aulas de Matemática. Como o intuito de nosso projeto era buscar novas metodologias de ensino, cada aula que levávamos algo diferente para apresentar ou dar continuidade no assunto a participação dos alunos era cada vez maior, o que os levava sempre a querer ter aulas com a equipe do projeto. A Residência me mostrou o caminho que o professor enfrenta em sua jornada, o que me deixou muito feliz, apesar de algumas dificuldades durante o projeto. Entendi, na prática, que a Educação Matemática tem uma grande importância para formação dos professores em exercício e para os que lecionarão futuramente.

Como sempre tive afinidade com tecnologias, o projeto de extensão me mostrou a possibilidade de utilizar um aplicativo matemático para auxiliar no ensino de um conteúdo tabu para muitos alunos, tanto da escola básica como do ensino superior, que é funções, por isso o enfoque de meu trabalho de pesquisa de conclusão de curso, TCC, são as funções polinomiais do 2°graus. Como já tive algumas dificuldades nas transições de registros algébricos para gráficos, e vice-versa, resolvi utilizar o aplicativo Winplot para auxiliar na visualização dos alunos. Portanto, me apoiei na Teoria de Registros de Raymond (TRRS) Duval para demonstrar que podemos apresentar uma mesma função em diferentes registros, e saber domina-las e ter uma maior interação entre os registros, para ter um bom processo cognitivo. Como discutido e estudado por Duval, alunos só terão domínio sobre conteúdos matemáticos se conseguirem ao menos transitar entre dois registros. Com isso, a pergunta que norteou nosso trabalho foi *Como as representações semióticas de Duval podem auxiliar o ensino de funções?*

Este TCC compõe-se de cinco capítulos. No Capítulo 2 trazemos a Teoria de Registros de Representações Semióticas, estudada e fundamentada por Raymond Duval. No Capítulo 3 trazemos uma discussão sobre a introdução da tecnologia na Educação Matemática e sobre o aplicativo *Winplot*, sugerido para aplicação da proposta didática. No Capítulo 4 apresentamos as atividades propostas para sala de aula com o enfoque no aprendizado de funções afins e quadráticas, a partir das representações semióticas. Por fim, no Capítulo 5 dissertamos nossas considerações finais, reforçando a importância das representações semióticas e a efetividade da

Teoria de Registros de Representações Semióticas (TRRS) de Duval, fechando nosso trabalho e justificando o porquê da não apresentação das atividades nas escolas.

CAPÍTULO 2

TEORIA DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE RAYMOND DUVAL

Em duas seções, este capítulo apresenta brevemente a Teoria de Registro de Representações Semióticas de Raymond Duval (2003, 2011, 2012), as Representações Semióticas e seus fenômenos de congruência e não congruência.

2.1 SOBRE AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Para Raymond Duval e pesquisadores da área, as Representações Semióticas é, de um ponto de vista cognitivo, o caminho para a compreensão da Matemática, pois como indicado por Duval (2003, p. 25) "é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em Matemática, e não o inverso, qual seja, o "enclausuramento" de cada registro".

As Representações Semióticas são as diversas formas de representar um mesmo objeto matemático, como por exemplo, podemos representar uma função do segundo grau de diversas formas: representação de linguagem natural (função quadrática); representação algébrica ($f(x)=x^2+1$); ou como representação gráfica a partir de uma parábola. Essas representações são separadas em registros monofuncionais e multifuncionais, discursivos e não discursivos elaborados em Quadro por Duval (2003, p. 14):

Quadro 1: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento matemático

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: Os tratamentos não são algoritimizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • argumentação a partir de observações, de crenças...; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: Os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: • numéricas (binária, decimal, fracionária...); • algébricas • simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos. • mudanças de sistema de coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Fonte: Duval (2003, p. 14)

Tendo em vista que a Matemática é tão temida por todos pelo fato de os alunos não conseguirem distinguir o objeto matemático das suas representações, faz com que eles tenham uma perca cognitiva grande. Isso ocorre muitas vezes por falta de interações entre as representações e o foco dos professores em apenas um único tipo de representação. Pode-se dizer que há necessidade de uma abordagem cognitiva, pois o objetivo do ensino da Matemática na formação inicial não é formar matemáticos, mas sim pessoas que poderão desenvolver capacidades de raciocínio e visualização (DUVAL, 2003).

Esse tipo de confusão causada pelo excesso de um único tipo de representação está diretamente ligado ao prejuízo nos anos seguintes:

> A contribuição de Duval para o processo de ensino/aprendizagem em matemática está em apontar a restrição de se usar um único registro semiótico para representar um mesmo objeto matemático. Isso porque uma única via não garante a compreensão, ou seja, a aprendizagem em matemática. Permanecer num único registro de representação significa tomar a representação como sendo de fato o objeto matemático – por exemplo, f(x) = x seria a função, e não uma representação do objeto matemático. Logo, para não confundir o objeto e o conteúdo de sua representação é necessário dispor de, ao menos, duas representações, de modo que estas duas devam ser percebidas como representando o mesmo objeto. Além disso, é preciso que o estudante seja capaz de converter, de transitar entre uma e outra representação (FLORES, 2006, p. 3).

Uma das maiores diferenças entre as outras áreas de conhecimento e a área da Matemática, é que na Matemática se trabalha com a representação que nós designamos para determinado objeto matemático e as outras áreas trabalham com objetos *concretos*. Isso é um dos principais fatores que corroboram com a dificuldade que os alunos apresentam ao tentarem entender a diferença entre um objeto matemático e uma representação semiótica, pois:

> A compreensão em Matemática implica a capacidade de mudar de registro. *Isso por que não se deve jamais confundir um objeto e sua representação*. Ora, na Matemática, diferentemente dos outros domínios de conhecimento científico, os objetos Matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida, etc.). *O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas* (DUVAL, 2003, p. 13).

As representações semióticas apresentam dois tipos de transformações de registro, sendo uma chamada *tratamento*, a transformação dentro do próprio registro, e a outra chamada *conversão*, a transformação de um registro para outro. Ambas as transformações apresentam grande importância para compreensão matemática, mas o que vem sendo utilizado ultimamente é somente o tratamento, pois a conversão é normalmente utilizada como caso particular do tratamento, o que não é verdade. Diferentes representações do mesmo objeto têm sentidos diferentes, portanto acarretam tratamentos diferenciados, tendo diferentes custos cognitivos (FLORES, 2006).

Com isso, a BNCC mostra que devemos contemplar as representações e suas conversões, sendo utilizadas também em situações problemas e com o auxílio de tecnologia. Na quarta competência da BNCC é mostrado que devemos utilizar as conversões de diferentes representações, tanto do 1° grau como do 2° grau, utilizar nos planos cartesianos com ou sem o auxílio de softwares e aplicativos de Álgebra e Geometria dinâmica:

> As habilidades vinculadas a essa competência específica tratam da utilização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático na resolução de problemas em vários contextos, como os socioambientais e da vida cotidiana, tendo em vista que elas têm um papel decisivo na aprendizagem dos estudantes. Ao conseguirem utilizar as representações matemáticas, compreender as ideias que elas expressam e, quando possível, fazer a conversão entre elas, os estudantes passam a dominar um conjunto de ferramentas que potencializa de forma significativa sua capacidade de resolver problemas, comunicar e argumentar; enfim, ampliam sua capacidade de pensar matematicamente. Além disso, a análise das representações utilizadas pelos estudantes para resolver um problema permite compreender os modos como o interpretaram e como raciocinaram para resolvê-lo (BRASIL, 2017, p. 538).

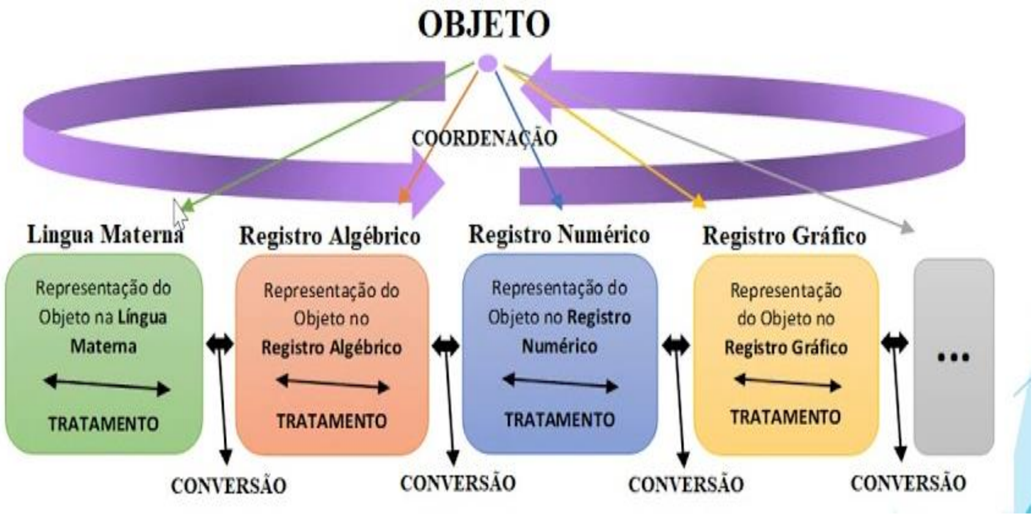
Diante do ponto de vista matemático, o tratamento é visto como o caminho para a compreensão da Matemática, pois isso torna a conversão algo que somente se aplica quando for necessário, não mostrando uma maior variedade do ensino para os alunos.

Diferentemente do ponto de vista cognitivo que mostra a importância da conversão como o caminho para essa compreensão, pelo fato do aluno conseguir ter uma maior apreensão do objeto matemático, e nunca confundir o objeto com suas diferentes representações, tem um peso muito grande na formação desses alunos. Como elencado por Duval (2003, p. 16):

> Do ponto de vista matemático, a conversão intervém somente para escolher o registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais econômicos, mais potentes, ou para obter um segundo registro que serve de suporte ou guia aos tratamentos que se efetuam em um outro registro. Em outros termos, a conversão não tem nenhum papel intrínseco nos processos matemático de justificação ou de prova, pois eles se fazem baseados num tratamento efetuado em um registro determinado, necessariamente discursivo.

Os alunos devem ter a *coordenação* entre as representações, que é basicamente a habilidade de conseguir reconhecer um mesmo objeto em diferentes registros, que segundo os autores, é um caminho para a compreensão de qualquer conhecimento, pois os registros acomodam representações de objetos que agregam diferentes partes do saber a partir das conversões e tratamentos (HERIQUES E ALMOULOUD).

Figura 1: Esquema de tratamento, conversão e coordenação entre registros para representação de um objeto



Fonte: Herinques e Almouloud (2016, p. 470)

Com isso, percebemos uma importância na conversão, pois a mesma irá depender do domínio entre outros conteúdos, diferente do tratamento, que acomodam no mesmo sistema de representação. Como destacam Flores e Moretti (2008, p. 27), "o tratamento depende da forma representacional e não do conteúdo. E, converter uma representação é mudar a forma pela qual um conhecimento é representado, ou seja, mudar de registro semiótico".

2.2 FENÔMENOS DE CONGRUÊNCIA E NÃO CONGRUÊNCIA

Além das Representações Semióticas auxiliarem no desenvolvimento cognitivo dos alunos, podemos ter alguns casos de barreiras criadas pelo não domínio de determinadas representações, as quais os alunos ao tentarem fazer uma conversão sem sucesso criam obstáculos em realizar conversões por tentarem dialogar entre dois registros que não tem tanta afinidade por conta do foco em apenas um tipo de representação, o que leva os mesmos a ter um prejuízo em seu processo cognitivo.

Portanto, tem dois fenômenos que foram estudados pelos pesquisadores da área. Um consiste na congruência entre as representações que faz com que o aluno tenha maior entendimento do objeto matemático em diferentes situações. O outro fenômeno consiste na não congruência entre as representações, que se utilizada de maneira errada, pode causar uma grande perda cognitiva nos alunos que passam por uma conversão desse tipo, pelo fato de não terem o domínio das áreas de conhecimento que são necessárias para se realizar essa conversão. Duval (2012, p. 283) argumenta que:

> Quando há congruência entre a representação de partida e a representação de chegada, a conversão é trivial e poderia quase ser considerada, intuitivamente, como um simples código. Quando não há congruência, não somente a conversão torna-se

> custosa em termos de tempo de tratamento, mas pode criar um problema diante do qual o sujeito se sente desarmado e a possibilidade de conversão não vem mais à mente.

No fenômeno de congruência, Duval (2003) define que se uma conversão for congruente ela tem que satisfazer três condições:

1. Correspondência semântica entre as unidades de significado;
2. Unidade semântica terminal;
3. Conservação da ordem das unidades.

Sendo assim se uma conversão não obedecer a uma dessas três condições ela é não congruente. A não congruência ocorre devido à falta de interação entre as representações, por exemplo, quando um aluno não consegue transferir um enunciado em língua natural para escrita algébrica ou numérica. Este fenômeno ocorre por não ter uma pluralidade no ensino da Matemática, apenas focos em registros vistos como os essenciais para o aprendizado, o que torna a aprendizagem do indivíduo mais complicada e com alguns obstáculos.

Como ressaltado por Duval (2012, p. 284) "quando não há congruência, não somente a conversão torna-se custosa em termos de tempo de tratamento, mas pode criar um problema diante do qual o sujeito se sente desarmado e a possibilidade de conversão não vem mais à mente".

A não congruência também pode ocorrer pela utilização da conversão em um único sentido, acreditando que ao fazer apenas uma via da conversão terá garantia do aprendizado total, ou seja, se o aluno consegue realizar a conversão do registro algébrico para o registro gráfico, o mesmo possuirá ferramentas que o ajudem a realizar o inverso, o que não é verdade, pois uma das coisas que os alunos têm mais dificuldade é quando ocorre essa troca de sentido de conversão.

Duval (2003) sempre evidencia a necessidade de uma boa comunicação entre os registros, apesar de que nem sempre teremos uma congruência nos dois sentidos da conversão. Duval (2013), disserta sobre a heterogeneidade entre os sentindo da conversão, que se trata da congruência nas duas vias da conversão. Mostra que isso torna o aprendizado dos alunos mais confortável, porém fará com que eles tenham uma aprendizagem parcial dos conteúdos.

Apesar das conversões não congruentes provocarem nos alunos alguns obstáculos em seu processo cognitivo, se utilizado com auxílio do professor pode-se obter melhores resultados no aprendizado. De acordo com Flores e Moretti (2008, p. 27) "Se há congruência entre duas representações, a passagem de uma à outra será mais evidente. Se for o contrário, o processo será extremamente difícil e delicado".

Contudo, devemos ter uma visão mais ampla da compreensão sobre o aprendizado da Matemática e a importância das representações semióticas para o desenvolvimento do raciocínio dos alunos, sendo uma das ferramentas que fazem com que os mesmos aprendam diferentes tratamentos dos registros, podendo mudar de registro e utilizar outros tratamentos e conseguir observar que se trata do mesmo objeto matemático. Isso nos mostra como a teoria de Duval está diretamente ligada ao aprendizado da Matemática em diferentes conteúdos, com a utilização de apenas um objeto matemático e suas diferentes representações, mostrando seus devidos tratamentos e formas de conversão, sendo algumas congruentes e outras não. Conforme afirma Flores e Moretti:

> Tudo isso nos faz destacar o papel que desempenha as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. Cada forma de registro é plausível de um tratamento, podendo ser mais ou menos congruente com o registro de partida. Lidar com esta diversidade é possibilitar a aprendizagem matemática, na medida em que se aumenta a capacidade de escolha por parte dos alunos na resolução de problemas, bem como a desenvoltura no raciocínio (FLORES e MORETTI, 2008, p. 33).

Duval estabelece que uma boa apreensão do objeto matemático se dá a partir das conversões, sejam elas congruentes ou não congruentes, pois diferentes representações semióticas de um mesmo objeto tratam de conteúdos distintos.

De antemão, embasados nos estudos de Duval (2003), Rosa e Almeida (2009, p. 5-7) estabelecem alguns níveis de congruências e não congruência, que auxiliam no entendimento de como os alunos estão se saindo diante uma conversão, sendo eles:

1. Nível de congruência alto: Uma conversão é deste nível se:

- As três condições de congruência de Duval estão satisfeitas;
- Os registros de representação de saída e de chegada possuem a mesma natureza (ambos monofuncionais ou ambos multifuncionais) e possuem a mesma forma, (ambos discursivos ou ambos não-discursivos). (Exemplo: conversão de um registro tabular para um registro algébrico, ambos são monofuncionais e de forma discursiva);
- Os estudantes que realizam a conversão de algum modo “compreendem” o objeto matemático em estudo (não é viável usar um objeto matemático quando os estudantes nunca tiveram a oportunidade de ter contato com algumas características do mesmo). Consideramos que o estudante possui um conhecimento básico para o nível cognitivo em que está.

De forma geral, consideramos que uma conversão é congruente com nível de congruência alto quando a mesma corresponde a uma atividade de codificação.

2. Nível de congruência médio alto: uma conversão deste nível se

- As três condições de congruência de Duval estão satisfeitas;
- Os registros de representação de saída e de chegada possuem a mesma natureza (ambos monofuncionais ou ambos multifuncionais) mas não possuem a mesma forma, (um discursivo e o outro não discursivo);

- Os estudantes para realizar a conversão precisam usar conhecimentos básicos como para realizar uma atividade de codificação. Não é necessário ‘grandes’ conhecimentos matemáticos por parte dos estudantes.

3. Nível de congruência médio baixo: uma conversão é deste nível se

- As três condições de congruência de Duval estão satisfeitas;
- Os registros de representação de saída e de chegada possuem a mesma natureza (ambos monofuncionais ou ambos multifuncionais) e possuem a mesma forma, (ambos discursivos ou ambos não-discursivos);
- Os estudantes para realizar a conversão precisam usar conhecimentos mais avançados e em maior variedade. Não é somente realizar uma atividade de codificação.

4. Nível de congruência baixo: uma conversão é deste nível se:

- As três condições de congruência de Duval estão satisfeitas;
- Os registros de representação de saída e de chegada não possuem a mesma natureza (ambos monofuncionais ou ambos multifuncionais) ou/e não possuem a mesma forma, (ambos discursivos ou ambos não discursivos);
- Os estudantes para realizar a conversão precisam usar conhecimentos mais avançados e não somente realizar uma atividade de codificação.

Consideramos que a conversão é não-congruente quando não satisfaz a pelo menos uma das condições colocadas por Duval. Com base nessas condições, definimos os níveis de não-congruência.

1. Nível de não-congruência baixo: não satisfaz a apenas uma das três condições de Duval.

2. Nível de não-congruência médio: não satisfaz a duas das três condições de Duval.

3. Nível de não-congruência alto: não satisfaz às três condições de Duval.

Com isso, a partir destes níveis propostos por Rosa e Almeida (2009) é possível perceber o nível de congruência que cada aluno irá passar nas conversões, podendo o professor ter o controle e auxiliar no aprendizado, não causando barreiras no aprendizado, pois quando temos uma não congruência na conversão o aluno pode não compreender o que está fazendo e isso afetará seu processo cognitivo. Sendo assim, tendo o auxílio necessário o aluno poderá compreender diversos aspectos da utilização de diferentes conhecimentos matemáticos que o mesmo já havia adquirido.

Como por exemplo, a conversão da linguagem algébrica ou simbólica para a linguagem gráfica é mais prático e não exige um grau muito alto de conhecimento, pelo fato de apenas relacionar um par de números com um ponto do gráfico, porém se fizermos o inverso, a passagem fica muito mais custosa em termos de conhecimento, pois vai abranger muitas áreas de conhecimento do aluno. Para identificar uma conversão nesse sentido os alunos devem ter o conhecimento tanto de formulas relacionadas as funções e equações, como ter um aspecto de entendimento e visualização de gráficos para conseguir encontrar os devidos valores para realizar a conversão e integra-los. Sendo assim essa passagem da representação gráfica para representação algébrica precisa de uma interpretação mais global (DUVAL, 2011)

Como ressaltado por Brandl e Ramos sobre a importância de utilizar também as atividades de não congruência:

> Atividades apenas com conversões congruentes, mesmo que levem os alunos a bons resultados, garantem uma aprendizagem parcial dos conteúdos. Assim priorizar tarefas onde haja conversões não congruentes entre si, é uma forma de otimizar os resultados da aprendizagem, apesar das dificuldades que certamente serão geradas. Uma conversão pode ser congruente num sentido e não em outro e por isso há de se considerar a heterogeneidade dos dois sentidos de conversão (BRANDL E RAMOS, 2013, p. 5).

Tendo em vista que o ensino em Matemática tem sido um pouco monótono, o que vem sendo mostrado é que ainda podemos fazer com que a educação matemática tenha um impacto maior nas vidas das pessoas, trazendo à tona a Matemática como algo que agregará e muito mais útil no cotidiano das pessoas. Com isso, trataremos a Matemática como uma aprendizagem intrínseca ao pensamento e ao processo cognitivo dos alunos, mostrando como a Matemática raramente é apresentada aos mesmos.

Além da utilização de uma metodologia diferencia, será trabalhado com o auxílio de tecnologia educacional, para melhorar a visualização dos alunos, e deixar as relações de congruência e não congruência mais visíveis, o que vai ser de grande ajuda na hora das conversões, pois isso irá ter um peso muito grande no aprendizado.

CAPÍTULO 3

USO DA TECNOLOGIA EDUCACIONAL NA MATEMÁTICA

Neste terceiro capítulo de três seções abordamos um pouco sobre a tecnologia inserida no ensino da Matemática, tratamos da introdução das TIC na educação e a importância da utilização na Matemática. Por último, comentamos sobre aplicativo Winplot, recomendado para nossa proposta.

3.1 A UTILIZAÇÃO DAS TECNOLOGIAS EDUCACIONAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

À medida que a sociedade vai evoluindo, a educação tende a caminhar junto dessas transformações. Sendo assim, se inicia o surgimento de tecnologias de informações e comunicações (TIC), que ao passar do tempo vão se aprimorando e nos propondo novas metodologias e aprendizados. Como descrito por Medeiros *et al.* (2003), no livro de D'Ambrósio:

> Ler, escrever e contar prevaleceram nas antigas metrópoles coloniais e nos países independentes. Era adequada para o período de uma transição manual para uma tecnologia incipiente, e para formação das novas nacionalidades do século XIX. Com o surgimento de uma tecnologia mais avançada, que é a grande característica na transição do século XIX para o século XX, outro tipo de empregados, funcionários ou operários, se faz necessário. Ler escrever e contar são obviamente insuficientes para o século entrante (MEDEIROS *et al.*, 2003, p. 12).

Com esses avanços ocorrendo, a Educação Matemática começou a ganhar espaço, mostrando que a metodologia *ensino-aprendizagem* não estava sendo tão eficaz, fazendo os alunos colocassem seus conhecimentos a prova a partir de testes. Porém, começaram a perceber que a Matemática era muito além de um conhecimento decorado, pois estava diretamente ligado ao exercício de cidadania (MEDEIROS *et al.*, 2003).

Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) comentam sobre as quatro fases que destacam ao longo da introdução das TIC no ambiente escolar. Essas fases ocorrem de maneira interligada, pois o surgimento de uma não exclui a outra, sempre a utilização dos aplicativos das outras fases e algumas lacunas que não foram preenchidas.

A primeira fase, além de já ter discussões sobre implementar o uso de computadores e calculadoras na Educação Matemática, iniciou-se em 1980 e se destaca pelo uso do aplicativo LOGO, conhecido como tartaruga:

> Cada comando do LOGO determina um procedimento a ser executado por uma tartaruga (virtual). Os movimentos da tartaruga, como passos e giros, possibilitam a construção de objetos geométricos como segmentos de retas e ângulos. A natureza investigativa do LOGO diz respeito à construção de sequências de comandos (um algoritmo) que determina um conjunto ordenado, ou sequencial, de ações que constituam uma figura geométrica. (BORBA, SCUCUGLIA e GADANIDIS, 2014, p. 19).

A segunda fase, com início em 1990, se consolida pela criação de diversos aplicativos educativos voltados para as múltiplas representações, focados no ensino de Geometria e de Funções, entre eles se destaca o Winplot (BORBA, SCUCUGLIA e GADANIDIS, 2014).

A terceira fase, iniciada ao final dos anos 90, foi marcada pela criação da internet e com isso o surgimento das comunidades virtuais, fóruns de discussão, e-mails, entre outros. “Nessa fase, devido à natureza informacional e comunicacional da internet, além do termo “TI”, surgem e se consolidam expressões como “tecnologias da informação” e “tecnologias da informação e comunicação” (TIC)” (BORBA, SCUCUGILA e GADANIDIS, 2014, p. 29).

A quarta e última fase, iniciada em 2004, se estende até os dias atuais. Nela podemos destacar a ferramenta da internet rápida, com a melhora da qualidade da internet e as transformações ocorridas nas comunicações, criação de novos aplicativos, meios de comunicações, advento da multimodalidade que ajudou a Educação, em especial deu uma nova cara para a Matemática.

A inserção dessas tecnologias deu uma repaginada grande no ensino, trazendo à tona as salas de aula invertida, comentadas por Borba (2015), que são metodologias onde o aluno também é visto como protagonista de seu ensino. Como fomentado por Borba:

> Outra forma de inserir a internet na educação é utilizando a chamada sala de aula invertida. Nesta forma de organizar a aula, o aluno estuda o conteúdo anteriormente e se encontra na sala de aula para debater. Nesse processo, o professor disponibiliza o material ao aluno, seja por meio de textos, vídeos, softwares, entre outros e o aluno tem, como tarefa, estudar esse conteúdo antes das aulas (BORBA, 2015, p. 3424).

Brasil (2000, p. 14) ressalta que “não há o que justifique memorizar conhecimentos que estão sendo superados ou cujo acesso é facilitado pela moderna tecnologia. O que se deseja é que os estudantes desenvolvam competências básicas que lhes permitam desenvolver a capacidade de continuar aprendendo”.

Apesar da tecnologia vir para inovar a Educação Matemática, temos dois problemas recorrentes que dificultam o uso dessas tecnologias. Uma delas se trata da falta de preparo de alguns professores relacionados às TIC, que muitas vezes não optam por utiliza-la, ou então a utilizam de uma maneira equivocada, que não passará de um ensino tradicional só que com auxílio de tecnologia. A outra se pauta na falta de estruturas de ambientes informatizados ou falta de manutenção nos aparelhos. Como elencado por Frota e Borges (2004):

> A nosso ver, a superação das barreiras para o uso efetivo de tecnologia nas escolas depende de dois movimentos paralelos: do professor enquanto sujeito, no sentido de se formar para uma incorporação tecnológica, e do sistema educacional, enquanto responsável pela implantação das condições de incorporação da tecnologia na escola (FROTA e BORGES, 2004, p. 2).

A tecnologia tem vários aspectos inovadores para educação que podem trazer bons resultados se utilizado de uma maneira proveitosa. Porém, o que acontece muito é um despreparo por parte de alguns profissionais que utilizam as TIC só para implementar na aula, sem nenhum benefício pedagógico. Alguns pesquisadores comentam sobre esse despreparo ocasionado por não contato com tecnologia ou pelo medo de sair da zona de conforto.

Valente (1997) traz uma discussão que se baseia na atuação do professor como um mediador durante a interação aluno-computador, pois deixar que o aluno fique em frente ao computador sem intervenção não o fará pensar ou refletir sobre o que está fazendo. "Isso significa dizer que a análise de um sistema computacional com finalidades educacionais não pode ser feita sem considerar o seu contexto pedagógico de uso. Um aplicativo só pode ser tido como bom ou ruim dependendo do contexto e do modo como ele será utilizado" (VALENTE, 1997, p. 19).

Sobre o consumo de tecnologia apenas por aparência, Frota e Borges (2002) retratam que:

> A literatura mostra que há nos projetos de uso de tecnologia na educação matemática, que se fundamentam na visão de consumir tecnologia para a automatização de tarefas, um grande risco de se produzir uma estagnação didática e, sobretudo, curricular: fazer a mesma tarefa antiga apenas com novas tecnologias, fazer a mesma matemática de sempre, utilizando novos recursos. Nesse caso, o professor que consome a tecnologia pode utilizá-la apenas como um recurso didático para impressionar o aluno, dando uma fachada nova para uma instrução matemática convencional (FROTA e BORGES, 2002, p. 4)

Ponte *et al*. (2002) evidenciam que os professores de Matemática devem ter contato com as tecnologias na sua formação inicial, se familiarizando com aplicativo educacionais, programas de apresentação, correio eletrônico, entre outros. Contudo, Ponte *et al.* (2002) ainda destacam cinco competências no que diz respeito ao uso de TIC no processo de ensino-aprendizagem:

- Usar *aplicativo* utilitário;
- Usar e avaliar *aplicativo* educativo;
- Integrar as TIC em situações de ensino-aprendizagem;

- Enquadrar as TIC num novo paradigma do conhecimento e da aprendizagem;
- Conhecer as implicações sociais e éticas das TIC.

Isso mostra o quão importante é a relação das TIC com a formação inicial dos professores de Matemática, pois além de propiciar um ambiente mais propício ao aprendizado, fazem os professores mais adeptos ao mercado de trabalho e ajudam os mesmos a se familiarizarem com a tecnologia, para que em uma futura utilização não tenha algum tipo de constrangimento.

Sabendo que o auxílio das TIC para o ensino da Matemática é inevitável, pois se o professor conseguir dominar o medo da tecnologia e começar a agir juntamente com seus alunos para um desenvolvimento em conjunto, certamente os alunos se tornarão mais ativos nas aulas.

Em suas pesquisas, Valente descreve um ciclo no qual o uso do computador propicia para os alunos, que gera uma gama de novos conhecimentos. Em uma de suas obras, Valente (2002) descreve esse ciclo como:

> O aluno tem que descrever para o computador todos os passos do processo de resolução de um problema. O computador executa as ações que foram fornecidas e apresenta na tela um resultado que pode ou não coincidir com o que o aprendiz esperava. Se a resposta coincide, o aluno pode considerar que o problema está resolvido. Se os resultados fornecidos pelo computador não correspondem ao que foi desejado, o aprendiz tem que refletir sobre o que fez e depurar suas ideias, buscando as informações necessárias, incorporando-as à descrição prévia e, com isto, estabelecer o ciclo da descrição-execução-reflexão-depuração-descrição, que se repete até o problema ser considerado resolvido (VALENTE, 2002, p. 136).

Ponte *et al.* (2001) trazem a visão de que o professor ainda está tendo um papel de transferir o conhecimento e ter o controle sobre tudo na sala. Porém no ensino inovador isso muda totalmente:

> Assim, ainda hoje, o papel do professor, em muitas situações, é sobretudo o de fornecer informação aos alunos, controlar o discurso e o desenvolvimento da aula, procurando que todos os alunos atinjam os mesmos objectivos, no mais curto espaço de tempo. No quadro de um ensino inovador, esse papel será cada vez mais marcado pela preocupação em criar situações de aprendizagem estimulantes, desafiando os alunos a pensar e apoiando-os no seu trabalho, e favorecendo a divergência e a diversificação dos percursos de aprendizagem (PONTE *et al*., 2001, p.5).

No entanto, se o professor não tiver os domínios necessários do assunto, ou não tenha o conhecimento necessário da tecnologia, o aluno pode não conseguir obter um bom resultado. O professor tem que estar disposto a criar situações e deixar os alunos mais interessados, como Ponte *et al.* (2002) retrata numa figura, os papeis que os professores exerciam antes e os que eles estão exercendo atualmente:

Figura 2: Mudanças no papel do professor potenciadas pelas TIC

Velhos papéis	Novos papéis
Fornecer informação	Criar situações de aprendizagem
Controlar	Desafiar, apoiar
Uniformizar	Diversificar

Fonte: Ponte et al. (2002, p. 5)

Com esse desenvolvimento, as TIC passaram a fazer parte do ensino nas escolas, mesmo que sendo utilizado de maneira tradicional como um modo de passar o ensinamento via tecnologia e cobrar o que eles aprenderam a partir de exercícios repetitivos. Apesar disso, fazer parte do âmbito tradicional já é um grande avanço para a escola.

Porém, grandes pensadores esperam que as TIC possam servir como uma metodologia criativa, que auxilie na construção do conhecimento do aluno com intermediação do professor. Ainda há muitas limitações nesse processo, como apontado por Ponte (2000):

> As novas tecnologias surgem aqui como instrumentos para serem usados livre e criativamente por professores e alunos, na realização das actividades mais diversas. Esta perspectiva é, de longe, mais interessante que as anteriores na medida em que pode ser enquadrada numa lógica de trabalho de projecto, possibilitando um claro protagonismo do aluno na aprendizagem. Mas esta perspectiva tem igualmente as suas limitações. Por um lado, muitos dos programas utilitários não foram concebidos tendo em conta as especificidades do processo educativo, nos vários níveis etários, e, por outro lado, nem sempre é fácil a sua integração curricular (PONTE, 2000, p. 73).

Sobre a escolha de caminhos tradicionais em uma sociedade inserida num diferente do antigo, Leite (2018) explicita que:

> Desta maneira, quando a educação escolhe o caminho da concepção conservadora e tradicional, muitas vezes as aulas são desmotivadoras, cansativas, pois o mundo dos alunos é outro. É importante que as escolas solicitem uma formação continuada para uma didática diferenciada, caso contrário podem ser superadas pelas tecnologias (LEITE, 2018, p. 35).

Valente (2002) mostra que a internet pode ser usada como um meio de construção de conhecimento. Aborda algumas formas de como esse conhecimento pode ser construído durante as ações dos alunos na internet. O autor afirma que a busca em páginas diversas para realizar um apanhado geral sobre o que o aluno está a procura e no fim ele tem um resultado. Outro modo também é a utilização da internet para criação de projetos para mostrar seus resultados e compartilhar experiências.

Apesar de ter alguns pontos construtivistas, Valente (2002) ressalta a importância do acompanhamento do professor nessas buscas na internet, pois muitos alunos fazem buscas diversas e copiam de outros lugares, ou então pegam de diversos locais e montam um texto, mas não tem noção nenhuma do que está escrito:

> Nos casos em que os alunos não estão muito envolvidos com a aprendizagem, estando mais interessados em ter um produto para ser entregue ao professor, a internet acaba facilitando a vida destes estudantes. Por exemplo, o aluno pode facilmente copiar informações para produzir um trabalho escrito ou construir página Web. Esta facilidade de produzir páginas Web por intermédio da cópia e da utilização da informação sem significação tem sido, do ponto de vista educacional, o aspecto mais criticado do uso da Web. O aluno pode facilmente desenvolver um trabalho esteticamente fantástico, aparentemente profundo e sofisticado do ponto de vista de conteúdo, porém sem compreender muito do que foi realizado (VALENTE, 2002, p. 141).

Contudo, percebemos a importância da internet atualmente na educação, mostrando diversas funcionalidades em diferentes campos do conhecimento. É perceptível o acréscimo da tecnologia no ensino da Matemática, pois quebrou diversos paradigmas que eram tabus na vida escolar de vários alunos, trazendo um meio de mostrar os objetos matemáticos de forma mais apreensiva, podendo ser manipulada e analisado. Oliveira *et al*. (2009) apontam que:

> É nesse contexto que os computadores podem auxiliar os processos de ensino e aprendizagem da Matemática, pois são importantes ferramentas para disseminar barreiras de aprendizagem. Permite que os objetos abstratos, após construções mentais, sejam manipulados, analisados, simulados, experimentados, confrontados, tornando-os concretos através do monitor de vídeo no computador e exteriorizados pelo aluno, expressando suas ideias e desenvolvendo o raciocínio lógico e formal enriquecendo assim, o desenvolvimento cognitivo da experiência e assimilação (OLIVEIRA *et al*., 2009, p. 838).

Isso realmente deu uma renovada para muitos conteúdos que possuem aplicativos capazes de fazer o aluno ter noção dos objetos abstratos da Matemática, assim como o conteúdo de funções, que possuem vários programas focados para o ensino de funções decorrente da dificuldade enfrentada por muitos alunos.

3.1.1 A utilização das tecnologias educacionais no ensino de funções

A utilização das TIC deu uma repaginada no ensino de funções, pois trouxe para os alunos uma maneira mais compreensível de se aprender, fazendo-os poder manipulá-las e analisá-las do seu ponto de vista, diferente de quando se possuía apenas um quadro em mãos, único modo para ver e compreender.

Com isso, os PCN (1998) mostram que a introdução desses recursos tem um papel importante na aprendizagem gráfica e na apreensão dos objetos. Os PCN (BRASIL, 1998, p.

44) apontam que o uso desses recursos traz significativas contribuições para se repensar sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática à medida que:

- relativiza a importância do cálculo mecânico e da simples manipulação simbólica, uma vez que por meio de instrumentos esses cálculos podem ser realizados de modo mais rápido e eficiente;
- evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas;
- possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem;
- permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo.

Mostra a importância do uso da tecnologia no ensino da Matemática, pois além de ser um meio que os alunos têm mais facilidade de se desenvolver e de se comunicar, é um meio que ajuda na visualização do aluno e na compreensão do objeto, podendo modificar quando não entenderem e é bem mais interessante e perceptível do que só reproduções feitas em quadro.

Assim também como a BNCC do Ensino Fundamental que incita o uso de tecnologias na sala de aula, para terem um melhor entendimento sobre a diferentes representações e as utilize para moldar e resolver problemas. Com isso, uma das habilidades postas é “Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis” (BRASIL, 2017, p. 317).

Na BNCC do Ensino Médio, na terceira competência, uma das habilidades é envolver a utilização de funções e de tecnologia. A mesma traz que “construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais” (BRASIL, 2017, p. 536).

Como pesquisado por Sant’Ana *et al.* (2012), a partir de um minicurso para professores eles resolveram fazer uma pesquisa para saber se os professores haviam introduzido a utilização do Winplot e do Geomtricks em suas aulas. Assim constataram que a maioria dos professores que eles entraram em contato usou o Winplot várias vezes em suas aulas, utilizando materiais que tinham em mãos devido ao curso, e muitos estavam mais à vontade na utilização dessas tecnologias.

É notório que a utilização dessas TIC é cada vez mais necessária na carreira dos professores e para isso tem que estar em uma formação continuada, buscando por cursos, artigos envolvendo aplicativo e tecnologia, entre outros. Contudo, Orfão (2012) retrata em sua pesquisa que se “as TIC, quando utilizadas corretamente, podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem. No entanto, para utilizar estas tecnologias é necessário que o professor saiba onde buscar os recursos que favoreçam a utilização pedagógica desta tecnologia” (ORFÃO, 2012, p. 52).

A busca dos professores em se adaptar aos novos tempos também se dá pela dificuldade que os alunos têm em compreender certos conteúdos. Um dos mais buscados pelos professores são visivelmente aplicativos ligados ao conteúdo de funções, como o Winplot, GeoGebra, Grafmath, entre outros. Isso pelo fato de ser um dos assuntos onde os alunos tem muita dificuldade. Como abordado por Soares (2012) em sua pesquisa com o GeoGebra no ensino de funções.

O que nos leva a pensar que a Matemática é uma das áreas mais privilegiadas pela tecnologia. Com isso, devemos nos ater a utilizar cada vez mais esses artifícios digitais. Conforme Matos Filho *et al.* (2010, *apud* SILVA *et al.*):

> A Matemática tem sido uma área muito privilegiada em relação às diversas tecnologias presentes no mundo moderno. Sejam as calculadoras, os jogos virtuais, os computadores e os diversos aplicativos, todos esses recursos tecnológicos estão sendo propostos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais com o intuito de melhorar o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. Em especial, as tecnologias da informática, com um conjunto de ferramentas – computador, aplicativos, internet, etc. - podem auxiliar o ensino da Matemática, criando ambientes de aprendizagens que possibilitem o surgimento de novas formas de pensar e de agir, que valorizem o experimental e que tragam significados para o estudo da Matemática” (MATOS FILHO *et al.*, 2010 *apud* SILVA et al. 2012, p. 191).

Tendo em vista esses auxiliares tecnológicos no ensino de funções, optamos por sugerir a utilização do aplicativo Winplot em nossa proposta, pois se trata de um aplicativo voltado exclusivamente para o ensino de funções, diferentemente do GeoGebra, que aborda variados conteúdos do campo da Matemática. Por assim teremos uma maior interação, uma das maiores qualidades do ensino a partir das tecnologias, sendo uma troca de conhecimento entre alunos e professores.

3.2 SOBRE O WINPLOT

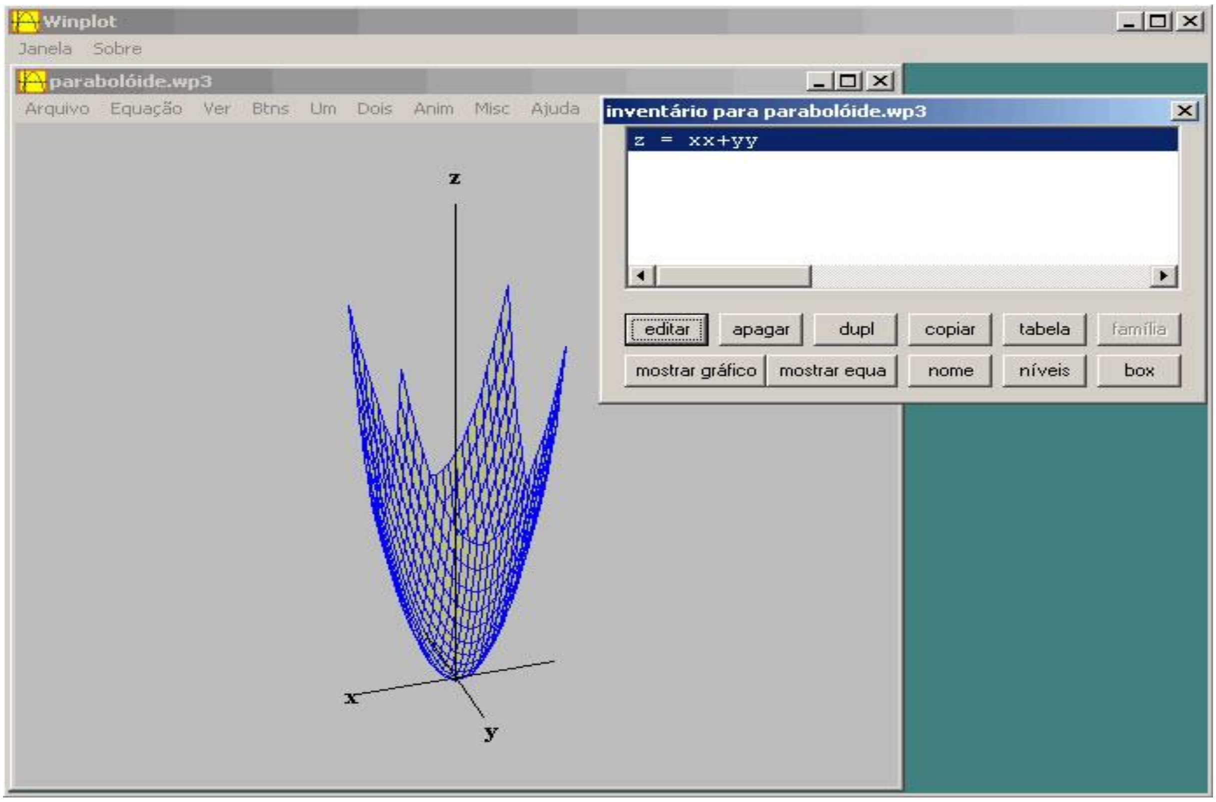
O Winplot é um aplicativo gratuito, desenvolvido pelo professor Richard Parris, por volta de 1985, que pode ser baixado em diversos sites na internet. O site que utilizamos foi o <https://winplot.br.jaleco.com/>, que além de facilitar o download, também traz um pouco de suas funcionalidades e um pouco da sua produção.

Esse aplicativo permite que indivíduos construam gráficos em dimensões 2D e 3D, manuseados pelo aluno, assim podendo fazer ajustes ao longo da construção, fazendo mudanças de cores, espessuras, tamanho dos eixos, entre outros. A *interface* apresenta locais onde os alunos podem criar funções e compará-las com outras no mesmo gráfico, ou então pedir para aplicativo gerar e depois pode ser modificada.

À primeira vista parece ser um pouco complicado, mas depois de explorar o aplicativo é possível utiliza-lo normalmente, apesar de ser criado para atender à necessidade de exibições gráficas rápidas e fáceis de gerenciar artigos e instalações de teste da NASA com grande quantidade de dados de teste em um ambiente de computador desktop.

O Winplot possui a opção de desenvolver vários tipos de equações e seus respectivos gráficos, pois é um aplicativo exclusivo para utilização de funções, o que torna mais prático para escolha de um aplicativo mais específico sobre funções:

Figura 3: Interface do aplicativo Winplot



Fonte: site Educação Matemática e Tecnologia Informática

Na perspectiva da utilização de aplicativos no ensino da Matemática, nossa proposta está baseada no ensino de funções com o auxílio do Winplot, por meio de visualização e compreensão dos objetos, levando em conta as representações semióticas de Duval. Posto isto, teremos uma maior *facilidade* para observar as ocorrências das congruências e não congruências, intercalando as noções que os alunos já sabiam previamente e algumas noções que serão postas como desafios.

CAPÍTULO 4

SUJESTÃO DE PROPOSTA DIDÁTICA

A proposta didática não foi executada, pois estamos vivendo um momento muito delicado, a pandemia do novo corona vírus. Sendo assim, não tivemos a oportunidade de realizar nossa proposta em sala de aula. Porém, criamos um *guia* de como realizar as atividades para que os professores não tenham muitos problemas ao executá-la.

Nossa proposta educacional é uma atividade que pode ser aplicada do 9° ano do Ensino Fundamental ao 3° ano do Ensino Médio. Essa proposta leva em conta dois métodos eficazes para o ensino de funções. Um deles são as representações semióticas que auxiliaram o aluno em um melhor entendimento do que é o objeto em questão. O segundo é o uso de tecnologias educacionais, no caso o aplicativo *Winplot*, que fará com que os alunos tenham uma melhor visualização e manipulação da parte gráfica e dos modos de conversões, analisando os passos necessários para tal.

Dividimos em duas partes nossa proposta. Na primeira parte temos uma apresentação do conteúdo de funções, mostrando a diversidade de representações existentes, para poder desconstruir a ideia de que o objeto função é necessariamente uma representação algébrica. Nessa parte utilizamos o aplicativo Winplot para explorar um pouco e ver se é possível chegar no gráfico e na função desejada, pois se trata de conversões congruentes. Na segunda parte utilizamos o aplicativo Winplot com o intuito de fazer os alunos observarem melhor as representações e manipulá-las de forma livre, focando nas conversões dos registros não-congruentes, fazendo com que os mesmos tirem suas próprias conclusões sobre o conteúdo em questão, se apropriando mais dessa nova tecnologia no ambiente educacional.

4.1 ATIVIDADE ENVOLVENDO REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Inicialmente tratarmos das funções a partir de suas representações, sendo utilizados nesses exercícios os registos em língua natural, registro algébrico e registro gráfico, nos casos de registros que possuem congruência. Posto isso, pensamos em provocar um ensino que mostre aos alunos um estudo diferente do ensino tradicional de funções.

Para explorar um pouco desses conceitos são apresentadas 6 questões, 3 referentes a funções afins e 3 referentes a funções quadráticas. Foi pensado em provocar um ensino baseado nessas conversões, pois isso mostra que a partir de artifícios utilizados nessas conversões é possível ter uma maior apreensão sobre o que se estuda e ainda conseguir visualizar coisas que não haviam sido presenciadas com o ensino tradicional.

Essas questões foram inspiradas nas pesquisas de Salgueiro e Savioli (2014), Santos (2018) e do site https://sabermatematica.com.br. Porém, foram reformuladas e pensadas a desenvolver uma maior interação e maior aprendizado em apenas algumas questões, abordando três tipos de registros de representação, apresentados no início da seção 4.1.

Essa atividade pode ser realizada por duplas ou trios, pois sabemos que nas escolas não teremos material tecnológico disponível para todos. Porém, por um lado é bom, pois fará com que os alunos tenham mais discussões sobre as respostas.

Primeiramente teremos duas questões, uma de função afim e outra de função quadrática. Elas terão como partida como registro a língua natural. Com isso, será solicitado que os alunos transfiram para a linguagem algébrica e que por fim transfiram para o registro gráfico, utilizando o aplicativo.

Por conseguinte, as outras duas questões partem do registro algébrico, que é o mais comum aos alunos, e pode ser pedido que passem para o registro gráfico no aplicativo e formulem um enunciado no registro de língua natural. Isso já vai fazendo com que os mesmos tenham um maior entendimento do objeto matemático em questão.

As outras duas questões abordam funções decrescentes, onde as funções partem do registro de língua natural e será solicitado que transfiram para o registro algébrico e depois para o gráfico, que pode pedir um pouco mais de interpretação dos alunos, tendo que se atentar na hora de passar para os outros registros.

Isso encerra as questões, porém o professor pode propor ainda alguns exemplos, onde o termo independente é 0, que será o caso que na representação gráfica a função passa pela origem e nas representações algébricas são conhecidas como funções incompletas.

Com essas ferramentas utilizadas e abordadas em sala de aula, após aplicar todas as questões, o professor pode iniciar uma discussão sobre o comportamento das funções, fazendo um comparativo entre as duas e destacando suas diferenças. Tendo em vista a diferença gráfica, pois a afim é representada por uma reta e a quadrática por uma parábola. Destacar as diferenças nas representações algébricas, pois uma possui termo de grau 1 e a outra de grau 2. Por fim, o comportamento gráfico decorrendo do termo de maior grau, se será crescente ou decrescente, uma função é crescente quando, aumentando-se os valores atribuídos ao domínio, os valores do contradomínio ficam cada vez maiores; caso contrário, a função é decrescente.

O professor pode solicitar para os alunos observarem como os colegas se saíram, para haver uma maior interação durante o trabalho. Após a interação, o professor pode iniciar uma discussão com a turma sobre o aplicativo Winplot, para que os alunos conheçam melhor suas funções e compartilhem as ideias que eles encontraram, pois pode ajudar outros nas atividades seguintes de não-congruência.

4.1.1 Explicação da atividade congruência de representação semiótica

As primeiras questões são relativas às conversões da forma do registro de língua natural para o registro algébrico e gráfico.

Questão 1: Um taxista cobra por cada corrida R$ 6,00 fixos e mais R$ 4,00 por quilometro rodado. Qual a função que representa se o motorista fizer 5 corridas? Marque os 3 primeiros pontos no gráfico.

Resposta 1: Primeiro passando para forma algébrica temos que o 6 se trata do número fixo. Logo, é o coeficiente linear para uma corrida. Porém, a questão pede para 5 corridas, então o coeficiente linear para 5 corridas é 5×6 = 30.

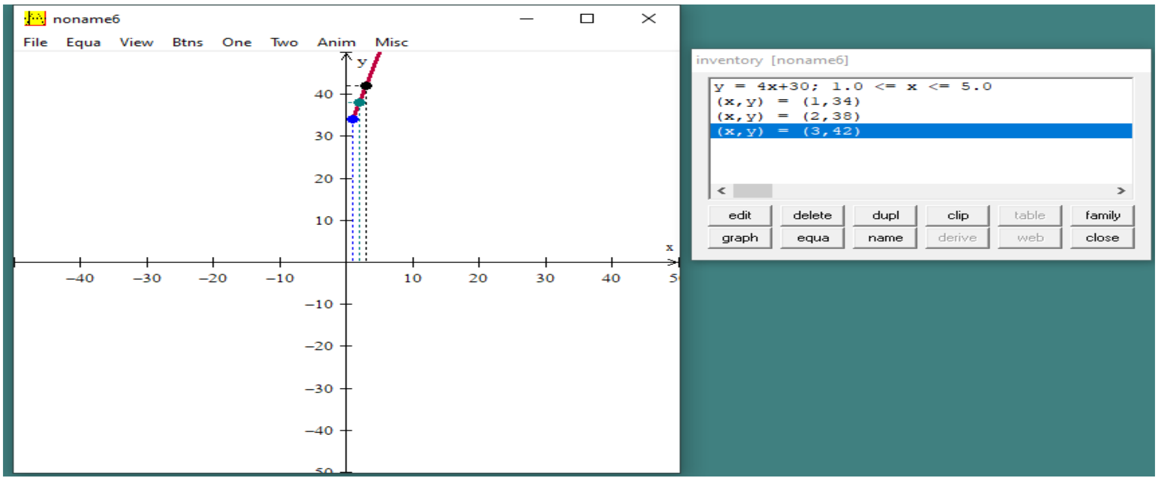
Temos então que a função será representada da seguinte forma F(x) = 4x + 30, onde:

4 → valor por quilometro rodado

x→ quilômetros rodados

Ao passar para o registro gráfico, o aluno deve colocar as mesmas restrições que havia para o registro algébrico, como, por exemplo, o valor mínimo do x=1, pois a cada 1 km rodado é adicionado R$ 4,00 e não pode ser negativo. Veja como ficou o gráfico na Figura:

Figura 4: Representação gráfica da questão 1



Fonte: Dados do autor

Questão 2: Um Tio resolveu comprar algumas camisas do seu time preferido para distribuir para seus filhos e sobrinhos, por R$ 120. Ganhou duas camisas a mais de brinde e assim cada camisa ficou R$ 2,00 mais barato. No final, marque no gráfico os valores que representam as raízes dessa equação.

Resposta 2: O Tio comprou x camisas, e cada camisa custou $\frac{120}{x}$. Dando continuidade as informações do enunciado, temos que:

$$\frac{120}{x+2} = \frac{120}{x} - 2$$

Ou seja, para descobrirmos quantos camisas foram, temos que o valor total R$ 120,00 pode ser dividido pelo número x de camisas mais o número de camisas de brinde, ou dividir o valor total pelo número de livros e depois subtrair os R$ 2,00 e assim podemos fazer o meio pelos extremos e conseguir achar a equação correspondente a essa compra. Assim, desenvolvendo temos:

$$\frac{120}{x+2} = \frac{120 - 2x}{x} \rightarrow 120\text{x} = (120 - 2\text{x}) \times (\text{x} + 2)$$

$$120x = 120x + 240 - 2x^2 - 4x$$

$$120x - 120x - 240 + 2x^2 + 4x = 0$$

$$2x^2 + 4x - 240 = 0$$

Podemos ainda simplificar a equação dividindo por 2, obtemos:

$$x^2 + 2x - 120 = 0$$

Fazendo o cálculo das raízes obtemos x’= -12 e x’’= 10,

$$x^2 + 2x - 120 = (x - 10) \times (x + 12)$$

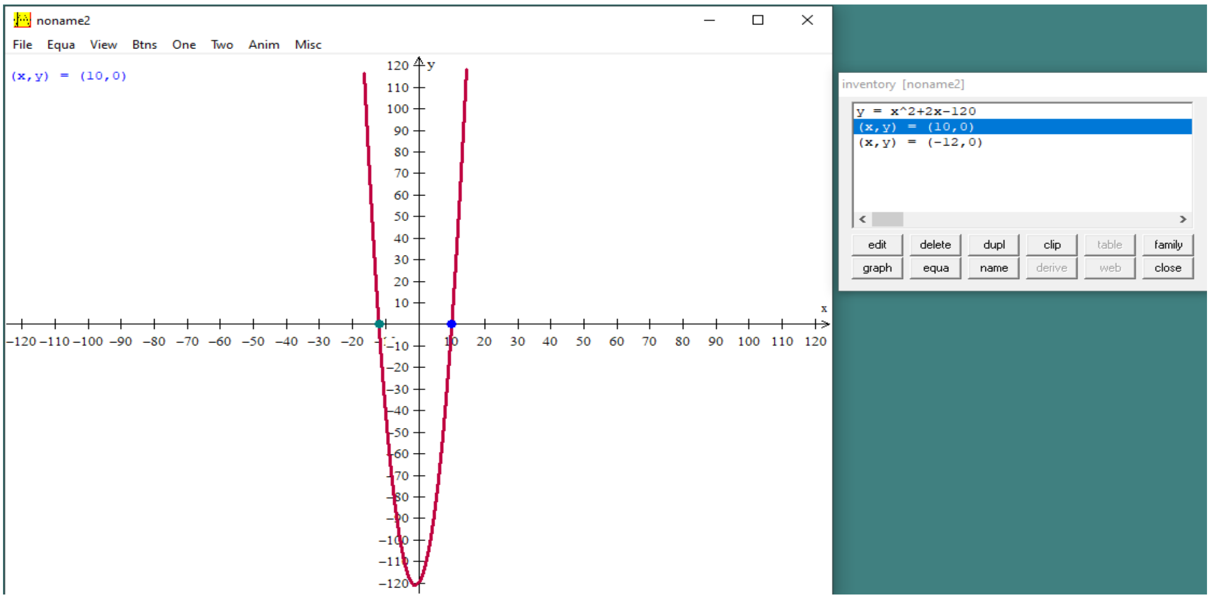
como o número de camisas não pode ser negativo temos, utilizaremos a raiz x’’:

$$\frac{120}{x} = \frac{120}{10} = 12$$

Logo, o Tio comprou 10 camisas por R$ 12,00 cada uma.

Com isso podemos passar para o aplicativo e transferir da forma algébrica encontrada para a forma gráfica e ver se deu certo. Destacando as raízes da equação posta na questão, podendo também comparar posteriormente com seus colegas os resultados:

Figura 5: Representação gráfica da questão 2



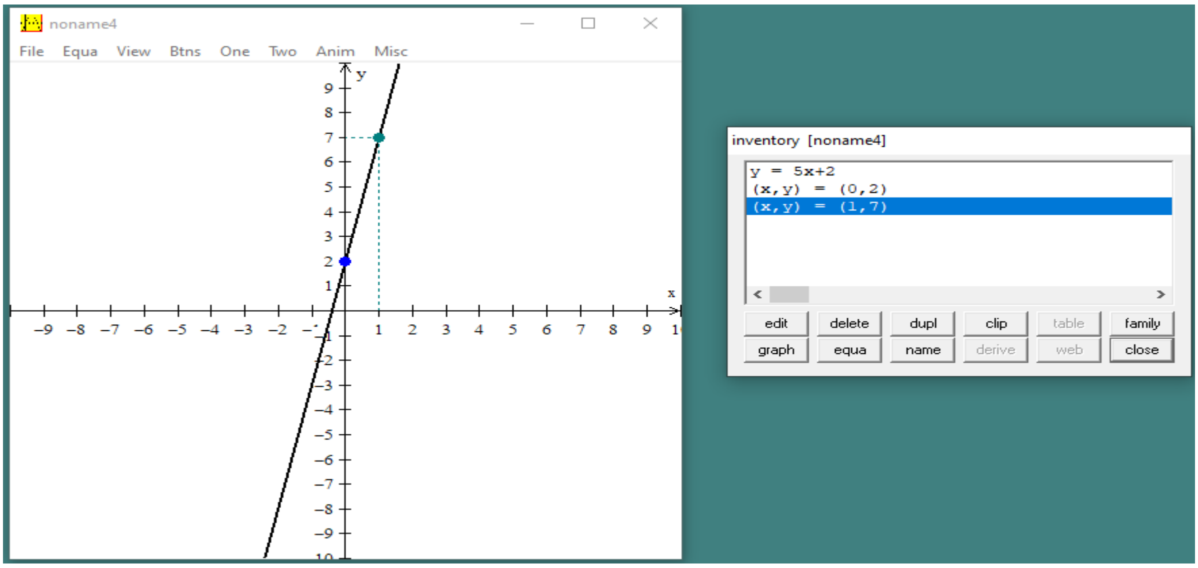
Fonte: Dados do autor

As próximas duas questões tratam da forma mais comum conhecida pelos alunos, que fazem os mesmos confundirem o objeto matemático com a representação algébrica.

Questão 3: Realizar as conversões para o registro gráfico e registro de língua natural do registro algébrico F(x) = 5x + 2. Marque dois pontos que você encontrou nessa função.

Resposta 3: Para o registro de língua natural o professor pode deixar os alunos livres para montar um tipo de situação problema no contexto que eles quiserem. No registro gráfico nós vamos obter o seguinte resultado:

Figura 6: Representação gráfica da questão 3



Fonte: Dados do autor

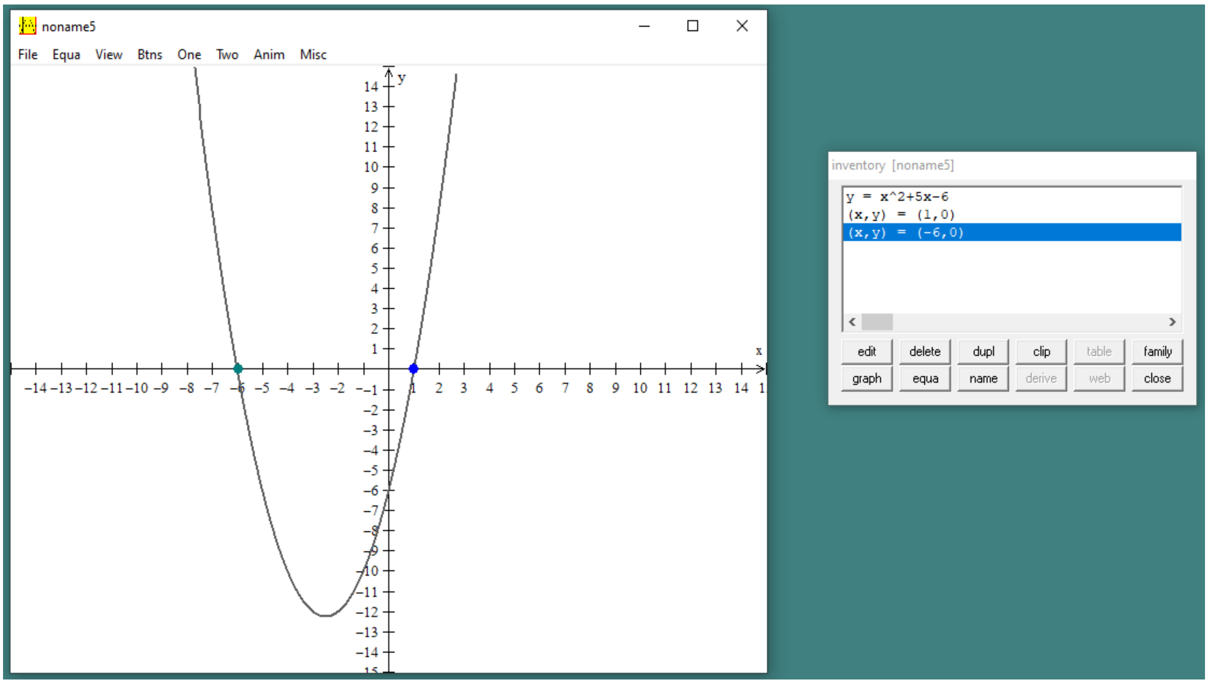
Porém, deve-se ter o mesmo cuidado da primeira questão, pois se os alunos escolherem um enunciado que tenha restrições, como, por exemplo, o x não pode ser negativo ou zero, as mesmas restrições devem ser aplicadas ao gráfico.

Questão 4: Monte o gráfico e enunciado da seguinte função quadrática no registro algébrico $F(x) = x^2 + 5x - 6$. Marque os zeros da função utilizando as ferramentas do aplicativo.

Resposta 4: Nessa questão formular um enunciado de funções quadráticas é um pouco mais trabalhoso que a da função afim. Porém, os alunos podem ter uma base a partir dos enunciados das questões 2 e 6.

O gráfico dessa função será uma parábola. Portanto, para os alunos acharem o zero da função poderão que utilizar o método que eles preferem, como Bhaskara, completar quadrados, entre outros. O gráfico será da seguinte maneira:

Figura 7: Representação gráfica da questão 4



Fonte: Dados do autor.

Nas duas últimas questões relativas às conversões congruentes, utilizamos as funções decrescentes para que os alunos tenham um conhecimento mais abrangente sobre o conteúdo. Uma função é decrescente quando, aumentando-se os valores atribuídos ao domínio, os valores do contradomínio ficam cada vez menores.

Questão 5: Um casal está escalando o monte Evereste, o ponto onde estão faz 5° C. A cada 1 quilômetro andado a temperatura varia - 8° C. Qual função representa a temperatura durante o percurso, sendo que eles param a cada 0,5 quilômetros? Marque dois pontos dessa função.

Resposta 5: Como eles estão num ponto onde a temperatura é de 5° C, e ele quer saber a função que vai descrever a temperatura ao longo da corrida o coeficiente linear que está fixo é o 5.

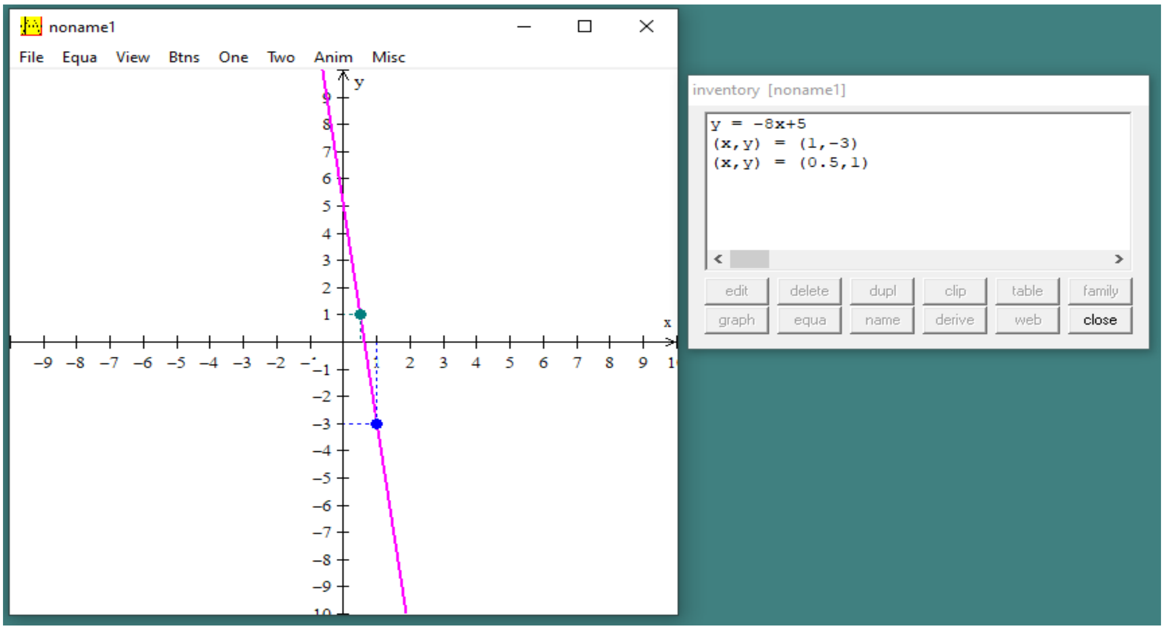
Portanto, temos que a função que representa algebricamente essa temperatura na subida é F(x) = -8x + 5. Onde:

-8 → é o quanto a temperatura desce com relação a cada 1 quilômetro andado.

x → é em quantos quilômetros eles já subiram a partir do ponto que estão.

Passando para o registro gráfico vamos ter uma função decrescente, pois temos que estabelecer o que está sendo posto no enunciado e passar para o gráfico. Como estamos considerando a subida, o primeiro ponto do gráfico se dá na partida e o segundo 0,5 km. O gráfico será da seguinte forma:

Figura 8: representação gráfica da questão 5.



Fonte: Dados do autor

Questão 6: (CFO PM ES – Exatus) Uma agência de viagens vende pacote turísticos coletivos com destino a Fortaleza. Um pacote para 40 clientes custa R$ 2000,00 por pessoa e, em caso de desistência, cada pessoa que permanecer no grupo deve pagar mais R$ 100,00 por cada desistente do pacote de viagem. Dessa forma, para que essa agência obtenha lucro máximo na venda desse pacote de viagens, o número de pessoas que devem realizar a viagem será?

Indique a função que representa esse valor a mais pago por cada pessoa, caso a empresa tenha o lucro máximo e marque os zeros da função no gráfico e também onde representa o ponto de máximo da função.

Resposta 6: Observe que, se x for o número de passageiros, então $(40 - x)$ será o número de lugares vagos. Assim, o valor pago por cada passageiro será dado por:

$$R\$2000{,}00 + R\$100{,}00 \times (40 - x)$$

Logo, para deixar a função correspondente por todos os passageiros, temos que pegar o valor arrecadado por passageiro e multiplicar pelos x passageiros que vão na viagem, então será dado por:

$$F(x) = x \times (2000 + 100(40 - x))$$

$$F(x) = x \times (2000 + 4000 - 100x)$$

$$F(x) = x \times (6000 - 100x)$$

$$F(x) = -100x^2 + 6000x$$

Podemos ainda simplificar essa função dividindo por 100, obteremos uma nova função, ou seja, F’ que será o valor máximo que cada cliente pagará a mais.

$$F'(x) = -x^2 + 60x$$

Calculando os zeros da função iremos obter x’= 60 e x’’= 0.

$$-x^2 + 60x = (x - 60) \times (x - 0)$$

Como querem saber o valo máximo de pessoa, como a parábola é voltada para baixo, temos um ponto de máximo. Então, para calcularmos esse valor temos que encontrar o *Xv* (x do vértice), que é dado por:

$$Xv = \frac{-b}{2a} = \frac{-60}{2 \times (-1)} = 30$$

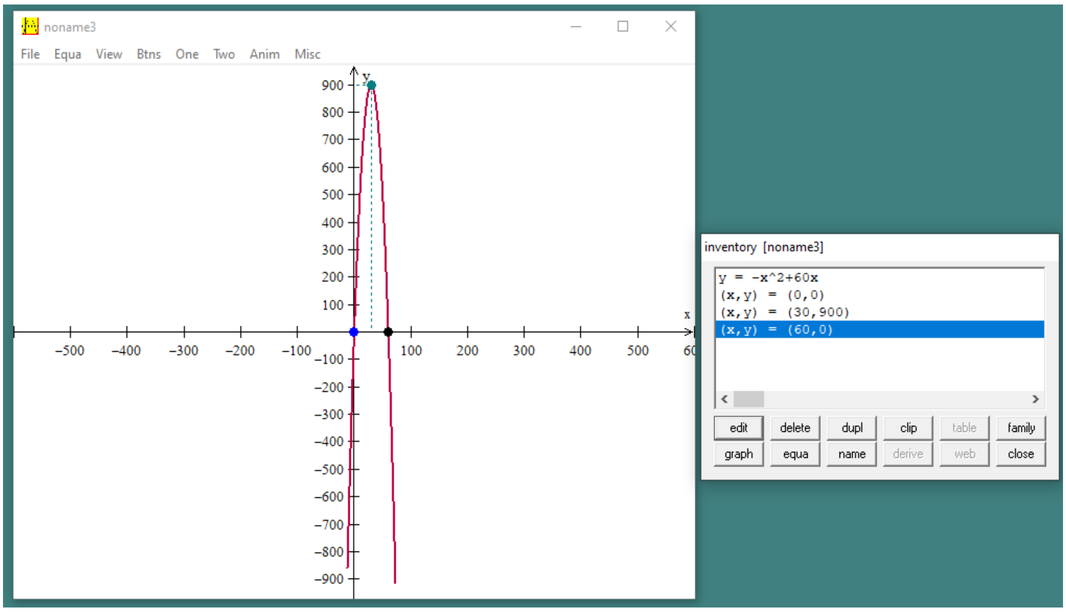
Logo o número máximo de pessoas para completar este pacote é de 30 pessoas.

Para encontrar o quanto cada pessoa irá pagar no final, se forem só as 30 pessoas, que representam o máximo de pessoas para que a empresa tenha o maior lucro, devemos encontrar o *Yv* (y do vértice), que é dado por:

$$Yv = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(60^2 - 4 \times (-1) \times 0)}{4 \times (-1)} = \frac{-3600}{-4} = 900$$

Logo o máximo que cada um vai pagar a mais é R$ 900,00

Figura 9: Representação gráfica da questão 6



Fonte: Dados do autor

4.2 ATIVIDADE COM O AUXÍLIO DO WINPLOT

Esta parte da atividade necessita de um nível de cognição mais avançado que na atividade inicial, pois trata de casos de não-congruência e utilizamos de diversos conhecimentos da Matemática. Como a utilização do ponto de máximo na questão anterior, que foi meio que uma amostra do que está por vir nas demais questões. Essa parte requer uma maior discussão entre os alunos e o professor, pois muitos ficam perdidos e é nessa hora que o professor deve agir.

Como Duval (2012, p. 284) traz em sua pesquisa, “não tem nenhuma regra que possa determinar, *a priori*, todos os casos de não congruência entre as representações de dois registros determinados. As dificuldades ligadas ao fenômeno de não congruência não são dificuldades não conceituais”. Isso nos mostra que não temos uma fórmula, ou algo do tipo, para saber como será a conversão entre dois determinados registros que conseguimos representar um objeto. Para isso, pesquisas são desenvolvidas e atividades ofertadas para diminuir esse afastamento dos alunos e dos professores quando tiverem em uma dificuldade de conversão.

Construímos uma atividade voltada para o método de conversão inverso ao que já estamos acostumados a fazer, ou seja, pegar um registro gráfico e transformar em registro algébrico, algo que raramente se vê cobrando nos livros, ou até mesmo pelos professores.

Por experiência própria, posso dizer que nunca aprendi realmente na escola ou na universidade, pois eles não esclarecem como devemos utilizar algumas ferramentas, como, por exemplo, o x e o y do vértice. Muitos não têm noção do que é ou para que serve, e é um dos passos importantes para descobrir a forma algébrica de uma representação gráfica de uma função quadrática.

Com isso, essa atividade foi formulada para mostrar aos professores métodos que podem ser utilizados e ensinados em sala de aula, para meios de conversão de funções afim e quadrática. Caso possuam alguma dúvida com as ferramentas do aplicativo, existem diversos tutoriais fáceis de aprender no Youtube

4.2.1 Explicação da atividade de não-congruência de representações semióticas

Nesta atividade o professor pode solicitar aos alunos para tentar descobrir a função que representa algebricamente o registro gráfico em questão. Sendo assim, podemos ter muitos alunos que não consigam realizar essa conversão, ou até mesmo todos os alunos. Não por culpa dos professores, ou dos próprios alunos, mas sim pela formação dos professores que não aborda integralmente esses assuntos, nem os livros didáticos trabalham com essa perspectiva.

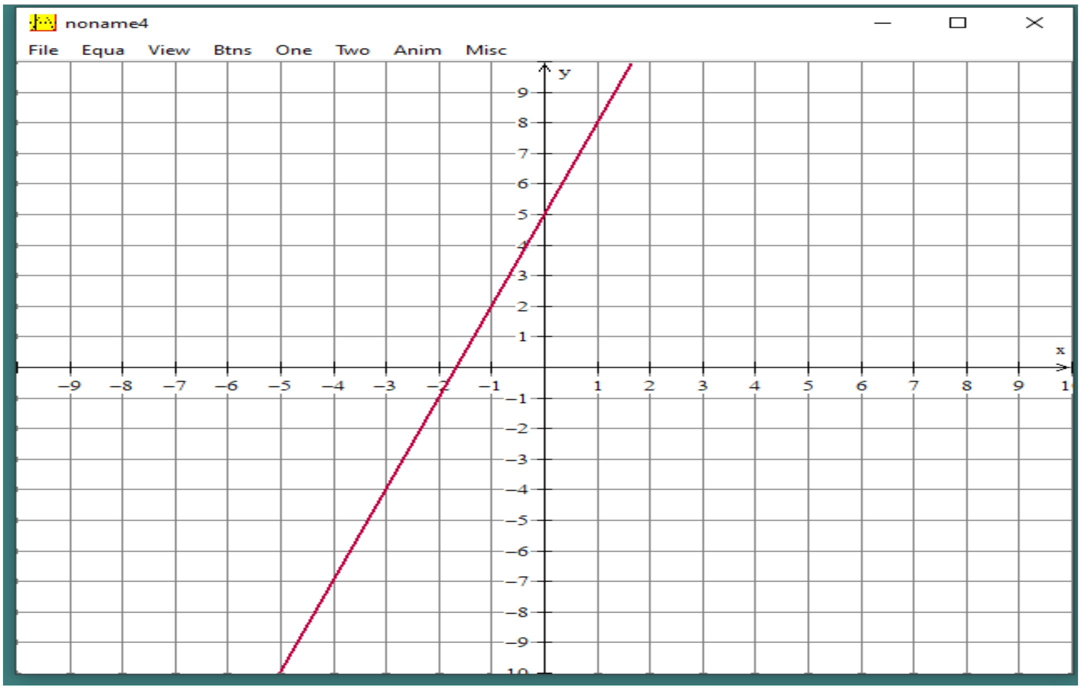
Provavelmente, alguns professores ao serem indagados de como realizar essas devidas conversões podem se sentirem desafiados por nunca terem realizado. Com isso, resolvemos apresentar alguns métodos para realização dessa conversão.

Para iniciar essa atividade o professor vai inserir a equação em cada computador e gerar o gráfico. Feito isso, os alunos terão que descobrir alguma forma de realizar essa conversão. Caso não ocorra, o professor pode ajudá-los, realizando algumas formas de como se fazer essa conversão.

Nesta parte exemplificamos como o professor deve fazer e apresentar três formas de determinar a forma algébrica da função afim e duas formas para determinar a forma algébrica da função quadrática, na qual os alunos podem decidir por si só qual delas preferem utilizar. Para tornar essa atividade mais visualizável aos alunos, é bom utilizar a função de deixar o gráfico quadriculado.

Começamos pela função afim. Abaixo o gráfico de uma função qualquer e os passos a seguir nos três métodos, não necessariamente a serem utilizados os três, fica a cargo dos alunos a escolha:

Figura 10: Gráfico de uma função afim



Fonte: Dados do autor

1° Método: Sabemos que uma função afim é dada da forma *ax* + *b*, onde *a* é o coeficiente angular e *b* o coeficiente linear. Para achar o *b* é bem simples, só identificar em qual valor a reta corta o eixo das ordenadas (eixo y), que no caso é no número 5, logo *b* = 5.

Para achar o valor de *a* teremos que encontrar dois pontos do gráfico, ou seja, dois pares de coordenadas visíveis ao aluno. Também podemos perceber que a função será crescente. Por exemplo, nesse gráfico temos o ponto de coordenadas (0,5) que podemos chamar de A, e o ponto (1,8) de B. Com essas informações podemos encontrar o coeficiente angular da função afim, fazendo um percurso no gráfico do ponto A até o ponto B.

Montaremos uma fração na qual o denominador é dado pelo quanto anda para esquerda ou para direita do ponto A ao ponto B. Por exemplo, para chegar mais próximo do ponto B devemos andar 1 casa para o lado que é o denominador. Já para o numerador são quantas casas você anda para cima ou para baixo, que no caso são 3 para cima. Portanto, a fração que determina o valor de *a* é:

$$a = \frac{3}{1} = 3$$

Teremos que a função que representa o gráfico é:

$$F(x) = 3x + 5$$

2° Método: Nesse segundo método o modo de encontrar o coeficiente linear b é da mesma maneira, ou seja, onde o gráfico tocar o eixo das ordenadas é o valor de *b*, que no caso é *b=5*.

Já para identificar o valor do coeficiente angular *a*, temos que pegar dois pares de coordenadas que conhecemos no gráfico e fazer uma fração, onde no numerador é a subtração das ordenadas e o denominador a subtração das abcissas. Pegando então os pontos (-1,2) e (1,8) temos:

$$a = \frac{8-2}{1-(-1)} = \frac{6}{2} = 3$$

Logo, o registro algébrico do gráfico é $F(x) = 3x + 5$.

3° Método: Esse método é o mais complexo dos três, pois envolve sistema de equações. Precisamos identificar dois pontos e fazer a substituição na estrutura da função afim. Porém, se a reta passar na origem o coeficiente linear será zero, logo só precisará de um par de coordenadas.

Nesse caso, iremos tomar os pontos (0,5) e (-1,2) e substituir na função F(x) = ax + b e assim descobrir os respectivos valores de *a* e *b*. Como sabemos que F(x) = y, logo substituindo os pontos obtemos:

$$\begin{cases} 5 = a \times 0 + b \\ 2 = a \times (-1) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 5 \\ -a + b = 2 \end{cases}$$

Substituindo b = 5 na equação -a + b = 2, obtemos:

$$-a + 5 = 2$$

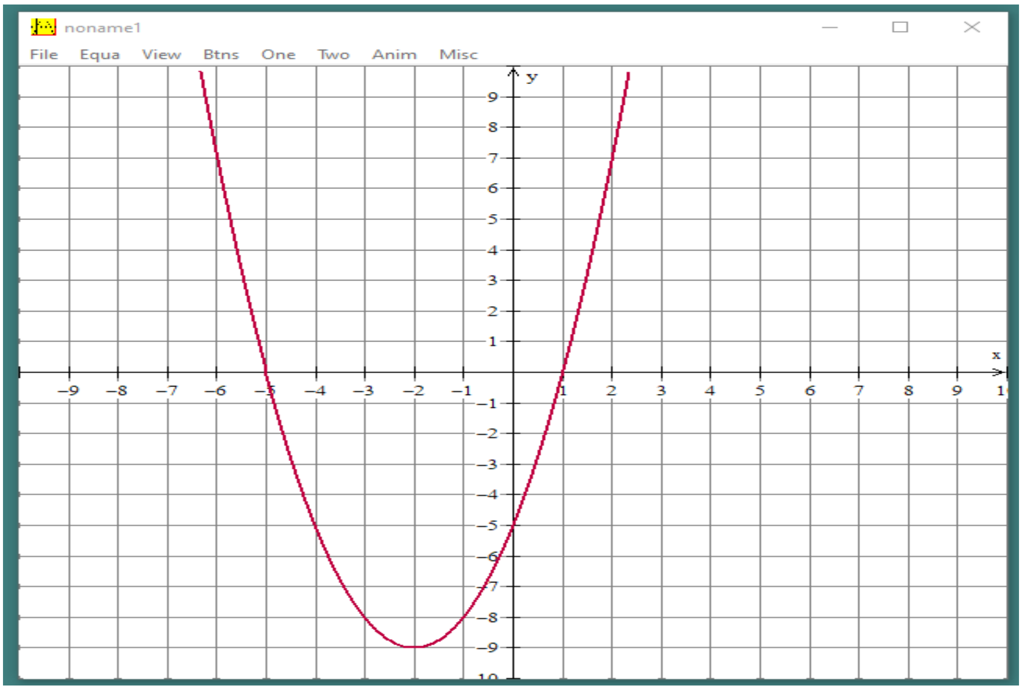
$$a = 3$$

Temos que a função que representa o gráfico também será F(x) = 3x + 5.

Agora iniciamos os métodos de conversões que podemos adotar na transposição do registro gráfico de funções quadráticas para o registro algébrico. Nesse caso de funções do segundo grau, iremos calcular três incógnitas e precisaremos de conceitos como o x e o y do vértice. Ou através de sistemas de equações, caso os professores tenham alguma dúvida, no Youtube existem alguns vídeos explicando essas conversões.

Abaixo está representado um gráfico de uma função qualquer e a partir dele descobrimos seu registro algébrico. Como é uma explicação, colocaremos uma função com todas as incógnitas, ou seja, em que nenhuma delas é zero:

Figura 11: Gráfico de uma função quadrática



Fonte: Dados do autor

1° Método: Sabemos que a função quadrática é do tipo F(x) = ax² + bx + c. Com isso, inicialmente conseguimos encontrar o *c*, identificando onde a parábola intercepta o eixo das ordenadas (eixo y). Logo é perceptível que *c* = *-5*.

Para descobrirmos o *a* e o *b*, precisamos encontrar o *Xv* (x do vértice) e o *Yv* (y do vértice). Sendo assim, conseguimos visualizar que a função é crescente, pois a concavidade está voltada para cima, onde a > 0. Logo ela terá um ponto de mínimo. Graficamente é possível observar que *Xv* = -2 e *Yv* = -9.

Para calcular o *a* e *b*, teremos que calcular utilizar a fórmula de *Xv* e *Yv*. Portanto, vamos obter:

$$Xv = \frac{-b}{2a}$$

$$-2 = \frac{-b}{2a} \Rightarrow -b = -4a \;\Rightarrow b = 4a\ (I)$$

$$Yv = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$-9 = \frac{-(b^2 - 4ac)}{4a} \Rightarrow -36a = -b^2 + 4ac\ (II)$$

Substituindo I em II e c = -5, obtemos:

$$-36a = -(4a)^2 + 4a(-5) \Rightarrow -16a^2 - 20a + 36a = 0$$

$$-16a^2 + 16a = 0$$

Agora colocando 16a em evidencia, ficamos com:

$$\mathbf{16a(-a + 1) = 0}$$

Para isso, teremos que 16a = 0 ou -a + 1 = 0. Porém, *a* não pode ser zero, pois se trata de uma função quadrática logo:

$$\mathbf{-a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1}$$

Com isso, podemos substituir a em I e encontrar *b*, então ficaremos com:

$$\mathbf{b = 4a \Rightarrow b = 4 \times 1 \Rightarrow b = 4}$$

Dessa maneira encontramos todas as incógnitas e a função do gráfico é:

$$\mathbf{F(x) = x^2 + 4x - 5}$$

2° Método: Esse método é utilizado a partir do uso de sistemas de equações, onde escolhemos dois pares de coordenadas se levarmos logo em conta o valor do termo independente *c* que é onde a parábola corte o eixo das ordenadas, ou escolher três pontos se não conseguir identificar o valor de *c*.

Podemos pegar as coordenadas (1,0) e (-2,-9). Assim, pegamos a função quadrática estrutural que é dada por F(x) = ax² + bx + c e substituímos os pontos e fazemos um sistema de equações:

$$\begin{cases} \mathbf{0 = a \times 1^2 + b \times 1 + (-5)} \\ \mathbf{-9 = a \times (-2)^2 + b \times (-2) + (-5)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{a + b - 5 = 0} \\ \mathbf{4a - 2b - 5 = -9} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathbf{b = 5 - a\ (I)} \\ \mathbf{4a - 2b + 4 = 0\ (II)} \end{cases}$$

Agora pegando a equação I e substituindo em II, obtemos:

$$\mathbf{4a - 2(5 - a) + 4 = 0}$$

$$\mathbf{4a - 10 + 2a + 4 = 0}$$

$$\mathbf{6a = 6 \Rightarrow a = 1}$$

Substituindo a em I para achar *b*

$$b = 5 - 1 = 4$$

Logo, a função algébrica representada graficamente é $F(x) = x^2 + 4x - 5$.

Desta maneira, finalizamos a proposta que serviu como um guia de instruções das atividades que auxiliam na construção de um conhecimento por parte dos alunos, focando no ensino de funções via representações semióticas.

Construímos um roteiro de ensino com o intuito de auxiliar professores com metodologias que trabalhem a autonomia dos alunos na construção de seus próprios conhecimentos. Sabendo que muitos professores permanecem na zona de conforto com medo de utilizar essas novas tecnologias, com medo de errarem, ou então não conseguirem sair de determinada situação. Para isto, também utilizamos das ferramentas digitais, em caso o aplicativo Winplot, para maior interação entre os alunos e os professores e trazer uma maneira de ensino que condiz com a realidade da maioria dos estudantes do Século XXI.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso trabalho buscou responder como as representações semióticas de Duval podem auxiliar o ensino de funções. Assim, baseado nos estudos de Duval, é perceptível que os alunos que conseguem visualizar um mesmo objeto matemático, em dois ou mais registros e transitarem entre eles, conseguem ter maior compreensão sobre os conteúdos estudados e também compreenderem os conteúdos futuros.

No ensino de funções é importante saber transitar entre mais de um registro, apesar de muitos livros e professores privilegiarem os registros mais básicos, o que muitas vezes não tem benefício nenhum para os alunos, fazendo o aprendizado ser temporário. Como ressaltado por Brandl e Ramos (2013, p. 3), "conforme já mencionado, cada uma dessas diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático não consegue representá-lo totalmente, por isso a importância de se utilizar os diferentes registros uma vez que eles se complementam".

É perceptível que o ensino de funções virou algo monótono, no qual professores primeiro trabalham função em sua forma algébrica e os alunos a tomavam como o próprio objeto. Depois é que se faz o gráfico referente a tal função. Isso traz um grande custo cognitivo, por ser algo que os alunos não vão ter uma compreensão total do objeto função. Como Duval (2012) aborda, o fato de os registros não congruentes serem poucos explorados, se ancora na dificuldade que os professores têm em resolver determinadas questões por não terem tido contado durante sua formação, ou porque temem os questionamentos que surgirão e talvez não consigam resolver.

Apesar de ser algo complexo, cabe ao professor buscar formas de interagir com seus alunos e os ajudarem em suas transições de registros, pois isso trará a eles um benefício de ter maior conhecimento, tanto desse assunto como dos que virão. Rosa e Almeida (2009) mostram que fugir da não congruência, não é uma opção, mesmo diante das dificuldades, pois apesar de ser um aprendizado custoso, a sua influência na compreensão do objeto é bem maior.

Sendo assim, a Educação Matemática repaginou o ensino da Matemática, trazendo aos professores uma forma deles poderem pensar em metodologias não tradicionais. Assim, os professores começam a ter uma concepção mais crítica da Matemática, possibilitando uma compreensão mais firme dos conteúdos, mostrando que as TIC estão cada vez mais integradas ao ensino da Matemática. Como afirmam Frota e Borges (2004, p. 1), "o uso da tecnologia na educação básica está, assim fortemente presente no discurso educacional oficial, e já deve ter sido incorporado ao discurso de professores da educação básica”.

Com o surgimento das novas metodologias de ensino, as aulas de Matemática deixaram de ser tediosas, e com o passar do tempo as TIC começaram a tomar um espaço grande no ensino da Matemática, como apontado por Borba (2014), que desde os anos 80 com o surgimento do aplicativo LOGO até a última fase da internet rápida, na qual nos encontramos.

Mostrando ser uma grande aliada, a tecnologia vem sendo uma grande arma na mão dos professores, por ser algo que os alunos já estão bastante integrados, tornando as aulas mais divertidas e entrosadas, fazendo com que os alunos tenham uma visão mais integradora e crítica da Matemática no seu dia-a-dia. Porém, a mesma deve ser utilizada da forma correta, pois segundo Valente (2002), as TIC possuem duas formas de ajudar na construção de conhecimento do aluno, uma quando o aluno está resolvendo algo e precisa de alguma ajuda para pesquisar algo. Outra quando os alunos desenvolvem sites, blogues, entre outros, para ajudar outras pessoas.

Apesar de ser algo empregado ultimamente, sabemos que muitos dos professores não têm preparação para lidar com a tecnologia. Por isso a importância das formações continuadas, que darão um maior suporte nessa caminhada docente. Também, o fato de muitas escolas terem professores capacitados, mas não possuírem locais adequados, ou materiais necessários para suas aulas, impossibilita, por vezes, que o professor saia de sua bolha.

Sabendo disso, nosso trabalho viabilizou uma proposta com um guia de execução das atividades de forma entendível aos professores e que eles possam ler e tirar suas próprias conclusões, podendo mudar algumas coisas nas quais eles acharem necessário durante suas aulas.

Como o trabalho foi realizado durante a pandemia do novo corona vírus, buscamos preparar uma proposta didática que auxiliasse os professores sobre a utilização das representações semióticas no ensino de funções. Assim, criamos uma atividade que, além de contemplar três registros (língua natural, algébrico e gráfico), mostra o passo a passo de como o professor deve realizá-la, de como fazer as conversões, caso os professores tenham dificuldade. E utilizem das questões, ou as reformulem, para melhor desempenho de seus alunos durante a atividade.

Com isso, é perceptível o impacto da Educação Matemática, mostrando que a Matemática vai além de um ensino mecânico e decorado, pois é um ensino que está presente na sua vida fora da escola, e uma hora ou outra o aluno se deparará com situações que terá que utilizar seus conhecimentos matemáticos e seu senso crítico, o qual deveria ter sido construído na escola.

REFERÊNCIAS

BORBA, Marcelo de C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BORBA, Marcelo de C. **A sala de aula irá desaparecer na internet? laboratório, sala de aula invertida, facebook e diversidade cultural**. In: Anais do Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 4º, 2015, Ilhéus, Bahia, Brasil. p.3421-3427. ISSN 2446-6336.

BRANDL, Eduardo; RAMOS, Elenita E. L. **As funções polinomiais do 1º e 2º graus sob a perspectiva da teoria das representações semióticas de Raymond Duval**. In: Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática – ISSN 2178–034X. Curitiba – Paraná, 2013.

BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2017.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Bases Legais.** Brasília MEC: 2000.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC / SEF, 1998.

DUVAL, R. **Gráficos e equações: a articulação de dois registros.** Trad. MORETTI Méricles T. REVEMAT, eISSN 1981-1322, Florianópolis (SC), v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003, p.11- 33.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento.** Trad. MORETTI Méricles T. Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem. eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.

FLORES, Cláudia R. **Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem.** In: Boletim de Educação Matemática, vol. 19, núm. 26, 2006, pp. 1-22.

FLORES, Cláudia R.; MORETTI, Méricles T. **A articulação de registros semióticos para a aprendizagem: analisando a noção de congruência semântica na Matemática e na Física**. In: Perspectivas da Educação Matemática, v.1, n. 1, p. 25-40 jan/jun, 2008.

FLORES, Cláudia R. e MORETTI, Méricles T. **O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: ponto de análise para a aprendizagem matemática**. In: Anais da 28ª Reunião da ANPEd, 2005.

FROTA, M. C. R. e BORGES, O. N. **Perfis de Entendimento sobre o Uso de Tecnologias na Educação Matemática**. In: Encontro da Associação Nacional de Pós-graduação e Pesquisa em Educação, 27a, Caxambu, MG, 2004. Sociedade, Democracia e Educação. Rio de Janeiro: ANPED, 2004.

HENRIQUES, Afonso; ALMOULOUD, Saddo A. **Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple**. In: Ciênc. Educ., Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

LEITE, Nahara M. **História em Quadrinhos Digital: uma proposta metodológica para o ensino e a aprendizagem da Matemática escolar**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura Plena em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 90p, 2020.

LOPES, Sandra P. **Registros de representações semióticas no estudo das funções polinomiais de segundo grau**. In: Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática. Curitiba – Paraná, 2013. ISSN 2178-034X.

MEDEIROS, Márcia et al. Programa Teia do Saber, Grupo de Mirandópolis. **Estudo do livro Etnomatemática – Elo entre as Tradições e a Modernidade.** 2003.

OLIVEIRA, Jeanine A.; SILVA, Ângela M. C.; PINHEIRO Nilcéia A. M.; SILVEIRA, Rosemari M. C. F. **A informática no processo de ensino e aprendizagem de matemática.** I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia – 2009, p. 833-850 ISBN: 978-85-7014-048-7.

ORFÃO, Ronaldo B. **Professores de Matemática em um Grupo de Estudos: Uma Investigação Sobre o uso de Tecnologia no Ensino de Funções Trigonométricas**. Dissertação (Mestrado Acadêmico) – Universidade Bandeirante de São Paulo, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.

PONTE, João P. **Tecnologias de informação e comunicação na educação e na formação de professores: Que desafios?** Revista Ibero-Americana de Educação, n. 24, 2000, p. 63-90.

PONTE, João P., Oliveira, Hélia, & Varandas, José M. (2002). **As novas tecnologias na formação inicial de professores: Análise de uma experiência**. In M. Fernandes, J. A. Gonçalves, M. Bolina, T. Salvado, & T. Vitorino (Orgs.), O particular e o global no virar do milénio: Actas V Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Lisboa: Edições Colibri e SPCE.

PONTE, João P., Oliveira, Hélia, & VARANDAS, José M. (2003). **O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da**

identidade profissional. In D. Fiorentini (Ed.), Formação de professores de matemática: Explorando novos caminhos com outros olhares (pp. 159-192). Campinas: Mercado de Letras.

ROSA, Cláudia C.; ALMEIDA, Lourdes M. W. **O fenômeno de congruência em registros de representação semiótica: análise de uma atividade de modelagem matemática.** In: Anais da VI Conferência Nacional Sobre Modelagem na Educação Matemática. Londrina – Paraná, 2009. ISSN 2176-0489.

SALGUEIRO, Nilton C. G.; SAVIOLI, Angela M. P. D. **Registros de representação semiótica de funções: análise de produções escritas de estudantes de ensino médio**. In: VIDYA, v. 34, n. 2, p. 47-60, jul./dez., 2014 - Santa Maria, 2014. ISSN 2176-4603.

SANT'ANA, Claudinei de C.; AMARAL, Rubia B.; BORBA, Marcelo de C**. O uso de softwares na prática profissional do professor de matemática**. Ciência & Educação, v. 18, n. 3, p. 527-542, 2012.

SANTOS, Valdefran A. **Equações e Funções Quadráticas: do surgimento aos dias atuais**. Trabalho de conclusão de curso (Graduação) Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Centro de Ensino Superior do Seridó - Campus Caicó. Centro de Ciências Exatas e da Terra. Curso de Licenciatura em Matemática. 2018.

SILVA, Adriano C.; SANTOS, Luciana V.; SOARES, Willames de A. **Utilização do Winplot Como Software Educativo Para o Ensino de Matemática**. Revista Diálogos n.º 6 – Revista de Estudos Culturais e da Contemporaneidade – UPE/Faceteg – Garanhuns/PE – 2012.

SOARES, Luis H. **Tecnologia computacional no ensino de matemática: o uso do Geogebra no estudo de funções**. In: 1ª. Conferência Latino Americana de GeoGebra. ISSN 2237- 9657, pp. LXVI - LXXX, 2012.

VALENTE, José A. **O uso inteligente do computador na educação**. In: Pátio - revista pedagógica Editora Artes Médicas Sul Ano 1, Nº 1, pp.19-21, 1997.

VALENTE, José A. **Uso da internet em sala de aula**. Educar, Curitiba, n. 19, p. 131-146. 2002. Editora da UFPR.