



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

PAULO RICARDO MARQUES DA SILVA

O APLICATIVO GEOGEBRA COMO AUXÍLIO NA GEOMETRIA ESPACIAL

CAMPINA GRANDE – PB

2021

PAULO RICARDO MARQUES DA SILVA

O APLICATIVO GEOGEBRA COMO AUXÍLIO NA GEOMETRIA ESPACIAL

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado ao Centro Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba como requisito para obtenção do título Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Abigail Fregni Lins (Bibi Lins)

CAMPINA GRANDE – PB

2021

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586a Silva, Paulo Ricardo Marques da .
O aplicativo GeoGebra como auxílio na geometria espacial
[manuscrito] / Paulo Ricardo Marques da Silva. - 2021.
50 p.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em
Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de
Ciências e Tecnologia , 2021.
"Orientação : Profa. Dra. Abigail Fregni Lins ,
Departamento de Matemática - CCT."

1. Ensino de Geometria. 2. Geometria espacial. 3.
Recursos didáticos. 4. GeoGebra. I. Título

21. ed. CDD 371.33

PAULO RICARDO MARQUES DA SILVA

O APLICATIVO GEOGEBRA COMO AUXÍLIO NA GEOMETRIA ESPACIAL

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado ao Centro Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba como requisito para obtenção do título Licenciado em Matemática.

Aprovado em: 21/05/2021.

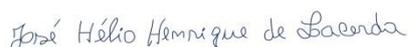
BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Abigail Fregni Lins (orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba *Campus* Campina Grande - UEPB



Profa. Dra. Luciana Roze de Freitas (membro interno)
Universidade Estadual da Paraíba *Campus* Campina Grande - UEPB



Prof. Drn. José Hélio Henrique de Lacerda (membro interno)
Universidade Estadual da Paraíba *Campus* Campina Grande - UEPB

CAMPINA GRANDE – PB

2021

Este trabalho é dedicado aos grandes amores da minha vida, minha mãe Leila Marques Pereira (in memoriam), meu pai Paulo Roberto, a minha avó Zilá e a minha mãe de coração Maria Fernanda que me apoiaram e deram força para seguir em frente e não desistir.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por sempre me abençoar e me iluminar em todas as decisões para que conseguisse realizar mais um sonho.

Aos meus pais, Leila Marques Pereira (*in memoriam*) e Paulo Roberto da Silva. A minha avó Zilá, a minha mãe do coração Maria Fernanda, ao meu tio Leomar e meu irmão Paulo Roberto da Silva Júnior por estar presente na minha caminhada e dando força para eu não desistir.

Agradeço muito a minha orientadora, Dra. Abigail Fregni Lins, por ter aceitado o convite de orientar meu trabalho e por toda confiança, conselhos, conversas, respeito, atenção, ajuda, carinho e os ensinamentos diários.

A todos os professores da UEPB que contribuíram para minha formação acadêmica, profissional e pessoal, em especial os professores Romulo Marinho do Rêgo, Aldo Trajano, Manuel Milla Miranda, Luciana Roze de Freitas e José Hélio Henrique de Lacerda.

A todos coordenadores e funcionários da UEPB.

Aos meus amigos de graduação que levarei para vida toda: Melquizedeque Rodrigues, Ricardo Leite, Ionara Araújo, Pedro Amorim, Éllida Lima e Luanna Bárbara que me ajudaram com estudos, conversas, carinho e atenção durante todo o Curso.

Por fim, não menos importante, agradeço muito meus amigos Rubens Yago, Danielle Durand, Aline Arruda, Anderson Figueredo, Rafaelly Albuquerque, Yuri Tavares, Bruno Dantas, e Divya Jnan que me apoiaram e sempre me ajudaram em tudo que precisei, sou grato a todos vocês.

A vida é como andar de bicicleta. Para ter equilíbrio você tem que se manter em movimento.

Albert Einstein

RESUMO

SILVA, Paulo Ricardo Marques da. **O aplicativo GeoGebra como auxílio na Geometria Espacial**. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 52f, 2021.

O presente trabalho de pesquisa estudou o uso do aplicativo GeoGebra no auxílio para Geometria Espacial como proposta didática nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Voltado para alunos do segundo ano do Ensino Médio, a pergunta que norteou nosso trabalho foi: como deixar o estudo da Geometria Espacial mais motivador e eficaz? De início abordamos as origens da utilização de recursos tecnológicos na educação e em seguida na Matemática. Mostramos que é possível utilizar metodologias criativas nas aulas de Matemática, que não é preciso dar apenas aulas tradicionais. Seguindo o modelo de pensar de Lorenzato, a apresentação da Geometria para o aluno é fundamental para se obter um bom ensino. Mostramos a importância de ver Geometria e não só colocar fórmulas no quadro. O aplicativo GeoGebra tem várias opções para ajudar professores e alunos no ensino – aprendizagem. Com isso, sugerimos uma alteração da metodologia nas aulas de Matemática. Trazemos em nosso trabalho uma proposta didática de quatro encontros em sala de aula tradicional e quatro encontros no Laboratório de Informática, onde alunos utilizam o aplicativo GeoGebra para estudar Geometria Espacial. No quarto encontro em cada ambiente há uma avaliação para que se possa avaliar se o ensino foi mais eficaz, se os alunos gostaram mais de estudar no Laboratório de Informática. Assim, podemos analisar como os alunos reagem à aula de Matemática no Laboratório de Informática.

Palavras-Chave: GeoGebra. Geometria Espacial. Ensino. Laboratório de Informática.

ABSTRACT

SILVA, Paulo Ricardo Marques da. **The software GeoGebra as an aid in Spatial Geometry**. Course Conclusion Work (Mathematics Degree) - State University of Paraíba - UEPB, Campina Grande, 52f, 2021.

The present research work studied the use of the software GeoGebra in an aid for Spatial Geometry as a didactical proposal in the teaching and learning processes of Mathematics. Aimed at students in the second year of high school, the question that guided our work was: how to make the study of Spatial Geometry more motivating and effective? At first we approach the origins of the use of technological resources in education and then in Mathematics. We show that it is possible to use creative methodologies in Mathematics classes, that it is not necessary to give only traditional classes. Following Lorenzato's model of thinking, the presentation of Geometry to the student is fundamental to obtain a good teaching. We show the importance of seeing Geometry and not just putting formulas on the board. The software GeoGebra has several options to help teachers and students in teaching and learning. With that, we suggest a change of methodology in Mathematics classes. We bring in our work a didactical proposal of four meetings in the traditional classroom and four meetings in the Computer Laboratory, where students use the software GeoGebra to study Spatial Geometry. In the fourth meeting in each environment, it has an evaluation so that you can evaluate if the teaching was more effective, if the students liked more to study in the Computer Laboratory. Thus, we can analyze how students react to the Mathematics class at the Informatics Laboratory.

Keywords: GeoGebra. Spatial Geometry. Teaching. Informatics Laboratory.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Horn – Book	15
Figura 2: Ferule	15
Figura 3: Laboratório Escolar Padre Brandt	19
Figura 4: LACEM – Laboratório de Ciências e Educação Matemática UFRJ	19
Figura 5: Tela Inicial do GeoGebra Classic 5	22
Figura 6: Tela inicial da Visualização 3D.....	24
Figura 7: Opção de Planificação	25
Figura 8: Opção de Volume e/ou Área	25
Figura 9: Figuras Geométricas, cada uma com seu respectivo volume	26
Figura 10: Cone inscrito no Cilindro	26
Figura 11: Copo Cilíndrico	33
Figura 12: Cubo Mágico	34
Figura 13: Pirâmide de Egito	34
Figura 14: Casquinha de sorvete	34
Figura 15: Poliedros	35
Figura 16: Poliedros de Platão.....;	35
Figura 17: Sólidos de Acrílico	36
Figura 18: Material Dourado	37

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CAEL - Centro de Aprendizagem Eliane Luna

ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio

GD - Geometria Dinâmica

GDI - Geometria Dinâmica Interativa

LACEM - Laboratório de Ciências e Educação Matemática

TCC - Trabalho de Conclusão de Curso

UCA - Um Computador por Aluno

UEPB - Universidade Estadual da Paraíba

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO.....	14
2.1 APLICAÇÃO DE TECNOLOGIA EM SALA DE AULA.....	14
2.2 RECURSOS TECNOLÓGICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA.....	17
2.3 SOBRE O GEOGEBRA.....	20
2.3.1 GeoGebra 3D.....	23
3. GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL.....	28
3.1 ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA.....	28
3.2 GEOMETRIA ESPACIAL.....	32
4. PROPOSTA DIDÁTICA	38
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	45
REFERÊNCIAS	47

1 INTRODUÇÃO

Durante toda minha caminhada de estudos e de formação nos Ensinos Fundamental e Médio sempre fui um aluno muito tímido, tinha uma identificação com a Matemática e gostava de estudar a disciplina com meus colegas. Quando fiz minha primeira prova de vestibular foi para o curso de Administração, apenas pelo fato de ser perto de casa. Desisti do curso, pois o *Campus* mudou para outro lugar. No ano seguinte prestei vestibular novamente, agora para o curso de Licenciatura em Educação Física, por sempre gostar muito de esportes. O primeiro dia de prova foi excelente, fiquei muito feliz e me preparei para o segundo dia. Porém, horas antes da segunda prova tive uma convulsão o que me deixou sem condições físicas e mentais para fazê-la.

Fiquei desmotivado a continuar meus estudos e pensei em apenas trabalhar. Passei um tempo só trabalhando, mas logo mudei de ideia e corri atrás do meu sonho, dar aulas de Matemática. Prestei o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) e finalmente ingressei no curso de Licenciatura em Matemática no ano de 2013. Fiquei radiante, pois estava no curso que queria e já tinha perdido bastante da minha timidez no campo profissional.

Durante minha graduação tive alguns problemas de saúde, mas continuei lutando. Conheci vários professores e amigos que me ajudaram e deram incentivos para seguir em frente. Gostei muito das disciplinas de Matemática Pura (Raciocínio Lógico, Teoria dos Números, Estruturas Algébricas) e mais ainda com as de Educação e Educação Matemática (Filosofia da Educação, Práticas Pedagógicas, Informática Aplicada).

A primeira experiência que tive em relação à docência foi no CAEL (Centro de Aprendizagem Eliane Luna), escola particular de apoio e reforço escolar na cidade de Campina Grande, Paraíba, onde ministrei aulas de Matemática para alunos do Ensino Fundamental e Médio, quando ainda em meu terceiro período do Curso. Lá percebi que realmente queria ser professor! Minha segunda experiência de docência foi no Estágio Supervisionado I, realizado na Escola Estadual do Ensino Fundamental e Médio Murilo Braga, em Campina Grande, Paraíba, em uma turma do 9º ano, turno da tarde. Lá tive a oportunidade de colocar em prática meus conhecimentos

matemáticos adquiridos durante a graduação, quando também percebi o ambiente de sala de aula, a visão de cada aluno com a Matemática e com a Escola.

Durante essas experiências de docência observei muito desinteresse em vários alunos em estudar Matemática, especificamente Geometria. A situação piorava para os alunos quando chegavam na Geometria Espacial. Muitos alunos faziam a mesma pergunta: *Qual o motivo de aprender esse assunto?* A mesma pergunta surgiu quando ministrei aulas na Escola Cidadã Integral Monte Carmelo, em Campina Grande, Paraíba, para uma turma do 2º ano do Ensino Médio, durante primeiro bimestre de 2019. Percebi que mostrar a importância da Geometria é essencial, tentar motivar seu ensino e aprendizagem com aulas mais dinâmicas, utilizando recursos tecnológicos pode ser uma saída.

Durante o período de 2014.2 no meu curso, me matriculei no componente curricular Informática Aplicada ao Ensino II com a Professora Abigail Lins. Nela conheci alguns aplicativos que me despertou o interesse ao utilizá-los em sala de aula. Os alunos poderiam ficar mais interessados e motivados no estudo da Geometria Espacial. Com ajuda dos recursos tecnológicos eu poderia mostrar aos alunos a mesma no seu cotidiano, com a intenção de motivá-los a entender melhor a Geometria Espacial.

No período seguinte do curso, 2015.1, me matriculei no componente curricular Desenho Geométrico com a Professora Conceição, que me ajudou bastante na parte de desenho. Porém, eu ainda fiquei com muita dificuldade de desenhar figuras espaciais, como por exemplo, pirâmides, cones, cilindros. Lembrei do meu Ensino Médio. Meus amigos e eu também tínhamos dificuldade de entender o desenho geométrico do professor e o sentido do assunto abordado.

Partindo dessa lembrança, isto é, de minhas dificuldades quando estava no Ensino Médio e agora estando do outro lado, o do professor, vejo que os alunos ainda estão com essa dificuldade de compreender os desenhos geométricos. Um dos aplicativos que me despertou interesse foi o GeoGebra. Com ele pude observar as figuras geométricas de uma forma mais eficiente e logo pensei que trabalhando com ele em sala aula poderia dar um resultado melhor para os alunos compreenderem a Geometria e facilitar os desenhos geométricos do professor.

Então foi aí que escolhi este assunto como tema do meu TCC (Trabalho de Conclusão de Curso). De imediato, fui convidar a Professora Abigail Lins para ser minha orientadora e ela aceitou. A pergunta diretriz que norteou meu trabalho de pesquisa foi *Como deixar o estudo da Geometria Espacial mais eficaz e motivador?* Com isso, o objetivo de meu TCC é o de perceber uma melhor forma de entender (estudar) Geometria Espacial, em especial sobre volumes com auxílio do aplicativo GeoGebra.

Inicialmente planejamos trabalhar uma proposta didática do tema abordado em nosso TCC em sala de aula com alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual. Mas ao longo da feitura de nosso TCC deu-se a pandemia do coronavírus, causando a doença COVID-19, fechando todas as escolas brasileiras e internacionais. Com isso, nos impossibilitou de trabalharmos nossa proposta em sala de aula. Mesmo não tendo trabalhado com alunos do Ensino Médio, elaboramos e apresentamos nossa proposta didática em nosso TCC para que seja trabalhada em futuro próximo possível, tanto por nós como por professores de Matemática que se deparar com nosso trabalho.

Portanto, nosso TCC está dividido em cinco capítulos. No segundo capítulo discutimos uso de tecnologias na educação e os recursos mais utilizados em sala, como nas aulas de Matemática. No terceiro capítulo debatemos o ensino da Matemática, da Geometria e da Geometria Espacial. No quarto capítulo descrevemos a proposta didática sugerida. Por fim, no último capítulo apresentamos as considerações finais sobre o nosso trabalho.

2 TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO

Neste capítulo, dividido em três seções, abordamos o uso de tecnologia em sala de aula, desde sua origem até os dias de hoje, analisamos estes recursos tecnológicos nas aulas de Matemática e o uso do aplicativo GeoGebra para visualização de figuras espaciais.

2.1 APLICAÇÃO DE TECNOLOGIA EM SALA DE AULA

A tecnologia já mudou muitas coisas nas nossas vidas, como produzimos, como consumimos, como interagimos e não é diferente na educação, a forma de ensinar e aprender mudou de acordo com os avanços das tecnologias. Um grande desafio que conseguimos melhorar é a equidade. Ampliar o acesso para o ensino é muito importante, conseguir colocar vários alunos com acesso de vídeo aulas, jogos, entre outras formas de ensino independente do lugar de cada um. Outra característica das tecnologias são as personalizações de ensino. Conseguimos ter várias opções de ensinar e aprender algo de forma mais apropriada para determinado aluno. Com isso, conseguimos uma melhor qualidade de ensino. Recursos digitais diversificados, interativos, dinâmicos que ajudam os alunos a entender e aplicar o conhecimento facilita a aprendizagem, pois o aluno vai se adaptar à melhor forma de estudar cada assunto.

Porém, até chegar às tecnologias que conhecemos hoje, segundo pesquisas realizadas na Library University of Kansas pelos jornalistas Benjamim Innes e Charles Wilson em seu artigo *The Learning Machines* para o New York Times, edição de setembro de 2010, a tecnologia voltada para a educação começou por volta de 1650. Horn – Book foi o primeiro objeto tecnológico na educação (tratava - se de uma madeira com impressos, utilizada para alfabetização de crianças e textos religiosos, uma forma na época colonial de ajudar a ler e escrever):

Figura 1: Horn – Book (2016)



Fonte: <https://www.google.com/imgres>

Já entre 1850 e 1870, outro objeto, denominado Ferule, surgiu no auxílio da aprendizagem (trata-se de uma espécie de espeto de madeira mais grosso, servia como apontador/indicador):

Figura 2: Ferule, Bruzzi (2016)



Fonte: <https://keithlyons.me/ferule/>

Algo que chama atenção é que tanto o Ferule (Figura 2) como o Horn – Book (Figura 1) tinham dupla aplicação, serviam tanto para aprendizagem como para castigo físico imputado a alunos dispersos e/ou que não conseguiam aprender as lições (BRUZZI, 2016).

Há várias outras tecnologias desenvolvidas ao longo do tempo. A mais tradicional utilizada atualmente é o ensino com o auxílio do quadro negro (foi assim durante toda a minha formação da educação básica, experiências em estágios e observações em colégios).

É provável que o quadro, chamado negro, foi de criação dos Irmãos das Escolas Cristãs, ordem religiosa fundada pelo padre Jean Baptiste de La Salle. Um material

que tinha (tem) finalidade de ensinar a ler e escrever de uso coletivo, que surgiu por volta dos séculos XVIII e XIX.

A criação do quadro negro teve grande importância também na parte econômica, reduzia o custo de material escolar de alunos e professores. Segundo Defodon (1911), o emprego do quadro negro possibilita a *lição direta*, a presença do quadro negro redefine a disposição da aula. Material coletivo de uso privilegiado do professor, o quadro negro indica a todos da classe a lição que deve ser executada.

Por outro lado, nos dias de hoje parece que o ensino ainda se mostra monótono. A repetição de aulas tradicionais com aplicação de assunto com utilização apenas do quadro e de lápis (tecnologias antigas) deixam os alunos cansados e desmotivados. A tecnologia pode ajudar a melhorar o desempenho dos alunos em sala de aula, chama a atenção dos alunos, pois é algo que eles utilizam rotineiramente. De Sá (2017) considera que trazer a tecnologia para sala de aula chama a atenção, curiosidade e dinamismo durante a aula.

Em 2005, o governo brasileiro desenvolveu o projeto UCA (Um Computador por Aluno). A ideia era a de inserir mais tecnologia aos alunos, alternativas para melhorar o ensino e a aprendizagem. Porém, o projeto não funcionou como gostariam, assim como afirma Echalar (2017), devido à falta de estrutura necessária e qualificação dos professores para a utilização dos computadores. Silva (2014), além de afirmar a dificuldade dos professores, cita também o problema de acesso à internet nos colégios, ausência das coordenações com as três esferas governamentais. Com isso, o projeto não foi tão bem aproveitado. Na época foram comprados 150 mil laptops pelo governo para 300 escolas.

Isso mostra uma grande necessidade de melhorar as estruturas das escolas. Investir em Laboratórios de informática e aparelhos eletrônicos em sala de aula quando for necessário a utilização, ou seja, estarem prontas para uso.

O domínio da tecnologia é muito importante para o ensino e a aprendizagem fluírem. O professor deve ter conhecimento sobre a ferramenta utilizada. Quanto maior for o domínio melhor a forma de passar para os alunos em sala de aula. Logo, a preparação dos professores é de extrema importância:

Temos que cuidar do professor, pois todas as mudanças só entram bem na escola se entrarem pelo professor, ele é a figura fundamental.

Não há como substituir o professor. Ele é a tecnologia das tecnologias, e deve se portar como tal (ANDRADE, *apud*. ARAUJO, 2017, p. 7).

Um cuidado a ser tomado é saber utilizar a tecnologia ao seu favor para o ensino fluir, pois cada vez mais têm surgido tecnologias ao nosso redor, fazendo com que se crie uma distância entre educadores e alunos, um dos motivos é aproximar quem está longe e afastar quem está perto. Em sala de aula geralmente o professor ministra a aula baseada em um livro e os alunos acompanham com seu caderno, livro e lápis. Caso ele queira colocar algum recurso tecnológico em sua aula, geralmente ele usa o projetor. Porém, só isso não atrai a atenção dos alunos, visto que os alunos de hoje cresceram na era digital, estão acostumados a pesquisar e obtêm respostas do mundo inteiro.

Somando a estes, concordamos com Ribeiro (2012), que a metodologia está restrita e sem movimento, aulas de formas tradicionais estão comprovadamente ultrapassadas. Na Matemática a situação fica pior, pouca utilização de tecnologia faz com que as aulas continuem com a mesma rotina de livro, caderno e exercício, sem nenhum auxílio dos recursos tecnológicos. Reconhecer que a tecnologia pode ajudar o ensino matemático é o primeiro passo para a utilização das ferramentas digitais, o mundo virtual pode ajudar a melhorar a educação.

2.2 RECURSOS TECNOLÓGICOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Tratando-se de tecnologia na Educação Matemática, a origem se deu por volta do ano de 1970 por meio de programas implantados pelo Ministério da Educação e Cultura com intuito de promover inovação e evolução no ensino (RIBEIRO, 2012). Ademais, ainda hoje as tecnologias voltadas para o ensino matemático são pouco exploradas comparando com as tecnologias em geral. Atualmente, as crianças já nascem inseridas no meio tecnológico, vendo smartphone, computador, smart TV, veículos tecnológicos e entre outros aparelhos do seu cotidiano. Quando se deparam nas escolas, as aulas de Matemática acabam geralmente não tendo tanta atração, devido grande parte dessas aulas ser de modo tradicional. Logo, utilizar computadores e celulares nas aulas de Matemática pode ser uma boa alternativa para um ensino mais eficaz:

As mudanças na educação dependem também dos alunos. Alunos curiosos e motivados facilitam enormemente o processo, estimulam as melhores qualidades do professor, tornam – se interlocutores lúcidos

e parceiros de caminhada do professor-educador. Alunos motivados aprendem e ensinam, avançam mais, ajudam o professor a ajuda – los melhor. Alunos que provem de famílias abertas, que apoiam as mudanças, que estimulam afetivamente os filhos, que desenvolvem ambientes culturalmente ricos, aprendem mais rapidamente, crescem mais confiantes e se tornam pessoas mais produtivas (MORAN, *apud* RIBEIRO, 2012, p. 3-4).

Na educação os professores procuram os melhores métodos de ensino para conseguir atenção dos alunos e conseqüentemente compartilhar conhecimentos. Portanto, a educação e a escola precisam de auxílio na aprendizagem e a tecnologia é uma aliada, visto que as crianças e jovens de hoje crescem no meio virtual. Uso de calculadoras, jogos e principalmente dos computadores, são alguns dos recursos a serem utilizados para tentarmos uma melhora no ensino e na aprendizagem da Matemática.

Matemática geralmente gera dúvidas e receio dos alunos. A metodologia direta (a mais utilizada em sala) ajuda os alunos em definições, exemplos e exercícios. Porém, a distração pelas aulas monótonas acaba desmotivando e deixando o ensino menos eficaz. Utilização de tecnologias pode gerar curiosidade nos alunos, fazer um paralelo do que ele aprendeu de modo tradicional e relacionar com as tecnologias pode ajudar no ensino e aprendizagem. Assim, como pensa Flemming (2005), o uso de diferentes recursos nas aulas de Matemática provoca uma ressignificação nos conceitos já construídos e/ou a construção de novos conceitos. Uma dessas alternativas de ensino é o uso de Laboratório. No Laboratório podem ocorrer pesquisas de ensino para a Matemática em vários níveis de ensino, práticas de problemas matemáticos, jogos e contato com material didático, onde alunos poderão ter oportunidade de estudar de forma mais participativa. Novas atividades para a melhoria do ensino e aprendizagem serão desenvolvidas. Com isso, o espaço terá interação e dinamismo na aula, utilizando todos os materiais pedagógicos e matemáticos.

Hoje em dia, devido às crianças nascerem no meio virtual, interação com jogos se dá desde muito cedo. Quando jovens, o jogo é uma prática comum e a utilização de jogos no ensino da Matemática também é um recurso de aprendizagem. A competição e a interação podem servir como forma de ajudar alunos a compreenderem melhor o assunto estudado. Utilização de jogos em celular, tablets,

computadores ou em laboratórios matemáticos ajudam alunos a assimilarem assuntos estudados em sala de aula com a prática do jogo:

A utilização adequada do Laboratório de ensino Matemática possibilita condições para reflexões e discussões importantes entre os integrantes do processo ensino e aprendizagem, bem como a realização de inúmeras atividades tornando – se um ambiente que viabiliza a construção de conceitos matemáticos, além da análise e de nova interpretação de situações reais de ensino (CARDOSO, 2013, p. 4).

Figura 3: Laboratório Escola Padre Brandt, Arari - MA (2019)



Fonte: <https://www.arari.ma.gov.br/>

Figura 4: LACEM - Laboratório de Ciências e Educação Matemática UFJF (2020)



Fonte: <https://www2.ufjf.br/centrodeciencias/projetos/exposicoes/laboratorio-de-matematica/>

Outra grande aliada no ensino e aprendizagem da Matemática é a calculadora, porém temos que ter cuidado com a forma de utilizar. O professor deve saber dosar o uso da calculadora em sala de aula. O tempo gasto com longas contas pode ser substituído por resolução de problemas matemáticos, onde os alunos vão precisar raciocinar mais, treinar interpretação para chegar a uma resposta para qualquer problema que for concedido.

Se os alunos têm total domínio das operações matemáticas efetuadas pela calculadora, ela pode ser um recurso viável no Ensino Médio. Quanto ao uso da calculadora no Ensino Fundamental não é tão interessante, pelo fato dos alunos estarem em fase de aprendizagem das operações. Outro problema de utilizar a calculadora, como ressalta Figueiredo (2013), é a ideia de ensino na cultura brasileira de que aprender é memorizar conceitos, saber usar algoritmos, mesmo que mecanicamente, e dar respostas a questões estruturadas, sem levar em consideração o planejamento de decisões.

Visto todos esses recursos, é sabido que a preparação do professor é essencial, pois é sensato que ninguém consegue ensinar algo que não sabe ou que não aprendeu, ensinamos apenas o que conhecemos, mesmo assim temos que ter segurança e métodos de ensino. Acontece a mesma coisa com utilização de novas tecnologias da educação matemática. É necessário ter conhecimento dos recursos tecnológicos, seja na utilização de calculadoras, material pedagógico, computadores e entre outros recursos. Quanto maior o domínio do professor com todos estes recursos, ele poderá tirar mais proveito em sua aula e compartilhar conhecimento com os alunos. Ou seja, a preparação dos professores é fundamental para que todos os alunos estejam cada vez mais idôneos.

Calculadoras, jogos, fontes de pesquisa, uso de aplicativos, entre outros recursos ajudam na educação matemática. Porém, o computador também precisa ter funções apropriadas:

Para funcionar, o computador necessita de software específicos. O computador, sozinho, nada faz. O software é que faz a diferença. Um software adequado torna o computador um instrumento precioso para o aprendizado. Assim, a introdução do computador, na escola, precisa vir acompanhada de mudanças pedagógicas adequadas, e, junto com a máquina, é necessário pesquisar tipos mais adequados de software a serem usados (COTTA JÚNIOR, 2002, p.45).

2.3 SOBRE O GEOGEBRA

Seguindo o pensar de recursos tecnológicos para o uso na educação Matemática, um aplicativo interessante para se aplicar Geometria Espacial e outros assuntos matemáticos é o GeoGebra.

Criado por Markus Hohenwarter em 2001, na Universitat Sablzburg (Áustria), segundo Martinez (2017), o GeoGebra tem este nome devido a junção do início da palavra *Geometria* e o final de *Álgebra*, justamente pela relação das duas áreas com o aplicativo. Neste programa, podem-se estudar recursos de estatísticas, probabilidade, gráficos, tabelas, álgebra, cálculos simbólicos e Geometria em um único ambiente.

Com relação à Geometria Espacial, o aplicativo tem a opção GeoGebra 3D, que permite uma visualização da construção de figuras em 3 dimensões:

Nesse contexto, surge o pensamento de agregar uma ferramenta tecnológica, o GeoGebra 3D. O GeoGebra é um software educativo gratuito voltado para o ensino e aprendizagem de Matemática, e por ser um aplicativo de linguagem acessível é recomendado de todos os níveis de ensino (DA SILVA, 2017, p. 22).

O crescimento de recursos tecnológicos é notável, na educação não pode ser diferente. Assim como em qualquer outra área, na Matemática a tecnologia vem com o mesmo propósito, de auxiliar. O principal objetivo é melhorar o ensino e a aprendizagem, mesmo com o problema de preparação dos professores com recursos tecnológicos. Assim, como pensa Nascimento (2012), esta falta de preparo acaba prejudicando o ensino da Matemática e principalmente da Geometria. O GeoGebra é um aplicativo dinâmico que pode ajudar professores e alunos a terem uma aula mais produtiva.

Segundo Isotani (2005), Geometria Dinâmica (GD) é aquela utilizada no computador, onde o aluno pode alterar figuras de modo mais prático. Vai contra a ideia de Geometria tradicional, cujo aluno desenha a figura com auxílio de régua, compasso e esquadro. Visto que se ele desejar fazer outra figura, mas mantendo alguma característica da mesma, ele terá que desenhar a figura toda. Por exemplo, uma análise de triângulo, caso queira manter algum lado do triângulo, ele terá que fazer outro, já na GD ele pode alterar os pontos.

Nascimento (2012) fala sobre o GeoGebra como Geometria Dinâmica Interativa (GDI), seguindo a mesma linha de pensamento de Isotani, visto que o GeoGebra é um aplicativo que possibilita o aluno a alterar posições de figuras geométricas desenhadas inicialmente e o programa redesenha a figura, com a nova característica.

Com o GeoGebra o professor terá uma possibilidade maior de conseguir êxito no assunto estudado em sala de aula, a interatividade coloca os alunos mais

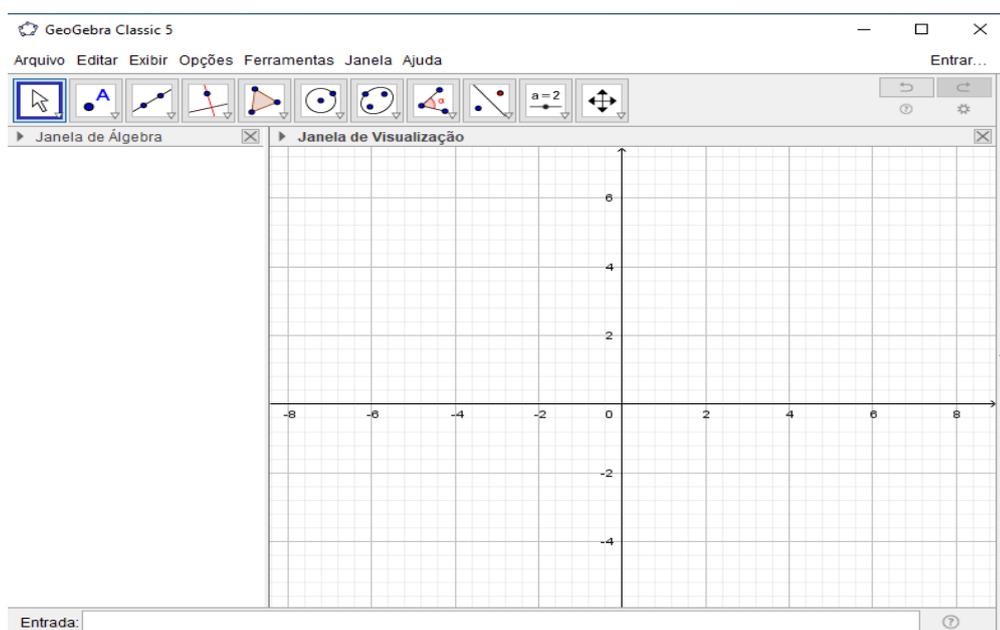
empolgados, pois eles estudarão com um recurso (computador, celular, tablet) que geralmente eles usam para outros fins. Com isso poderá até diminuir a ideia de estudar como dever e/ou obrigação e poderão estudar com prazer. O aplicativo permite essa visualização que faz o assunto trabalho ficar mais interessante e útil para os alunos.

O aplicativo é adequado a usuários que tenham conhecimento em informática ou para aqueles que não requerem conhecimento prévio em informática, seus ícones são dedutivos, fundamental é o conhecimento matemático. Devido ao aplicativo ser livre, alguns programadores cooperaram e disponibilizaram versão em português, o que facilita ainda mais o uso.

A versão que utilizamos é a GeoGebra Classic 5. Achemos mais compatível com o uso de visualização da Geometria Espacial, podendo fazer o download na própria página do GeoGebra. Feito o download, quando abrimos o GeoGebra Classic 5 nos deparamos com algumas informações, sua interface é interativa. Comandos podem ser feitos pelo mouse ou pelo teclado.

Na página inicial nos deparamos, na parte superior esquerda, com a Barra de Menu e com a Barra de Ferramentas, que apresentam ferramentas de funcionalidade do aplicativo. Ainda na mesma página temos a Janela de Álgebra e a Janela de visualização. Enquanto na parte de inferior encontra-se o Campo de Entrada:

Figura 5: Tela Inicial do GeoGebra Classic 5



Na barra de Menu encontramos sete opções: Arquivo, Editar, Exibir, Opções, Ferramentas, Janela e Ajuda. Importante chamar atenção para o Exibir, nela que tem a opção de Janela de Visualização 3D, auxiliará nosso projeto. No canto direito da página encontramos a opção Entrar que permite o usuário compartilhar seu trabalho (figuras) pelo GeoGebraTube, que é serviço gratuito do site do GeoGebra. Na Barra de Ferramentas tem onze botões (janelas) com opções de criações de pontos, retas, ângulos, polígonos, entre outras alternativas. Enquanto do lado direito da Barra de Ferramentas encontramos dois botões o de Desfazer (função de voltara última alteração feita) e o Refazer (refaz a última alteração) e abaixo deles temos a opção Ajuda que tentará auxiliar o seu procedimento com dicas do desenvolvimento do trabalho e Preferencias que tem mais opções como Objetos, Janela de Visualização, Layout, Padrões, Álgebra e Avançado. Na Janela de Visualização, também chamada de Zona Geométrica, visualizamos a figura construída pelas opções inseridas na Barra de Ferramentas ou pelo Campo de entrada, sendo possível alterar as posições de objetos da figura.

Já na Janela de Álgebra localizamos as informações impostas pelo usuário. Facilita a visualização, pois ela mostra as coordenadas do que está na Janela de Visualização. Finalizando as características iniciais do aplicativo, o Campo de entrada é onde o usuário coloca as informações através do teclado. Pode ser equação, função, coordenadas de pontos e entre outros comandos.

2.3.1 GeoGebra 3D

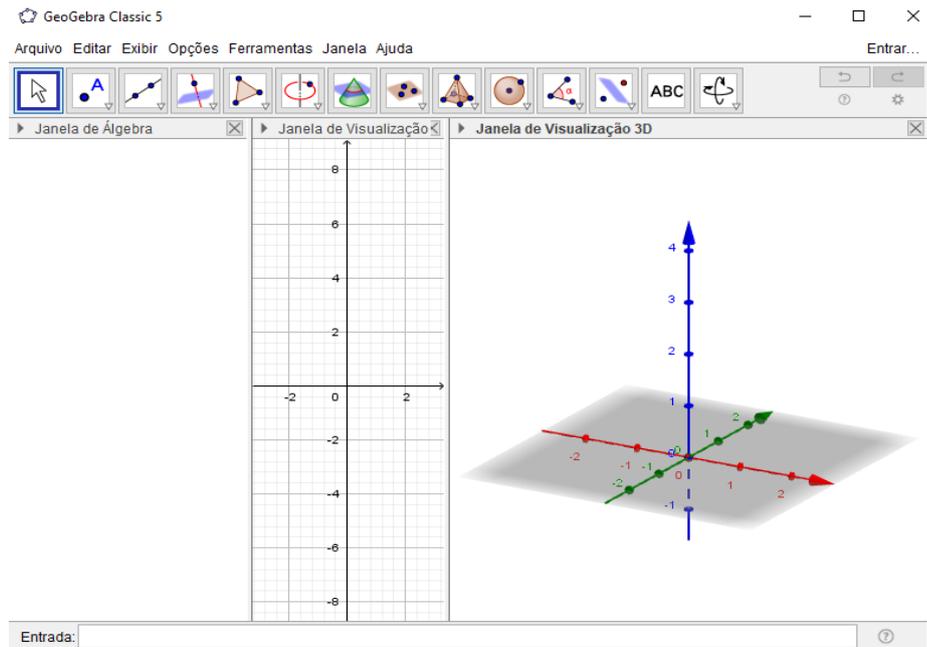
Agora abordamos de forma mais direta o GeoGebra como auxílio na Geometria Espacial, e mostramos como a função 3D do aplicativo funciona. Para se ter acesso à janela de visualização 3D temos que ir em exibir na barra de menu e selecionar a opção Janela de Visualização 3D ou podemos chegar até lá com as teclas de atalho (Ctrl + Shift + 3).

Aparecerá a Janela de Visualização 3D, junto com a Janela de Visualização, separadas por uma reta cinza que podemos expandir o tamanho de uma passando o cursor na reta e puxando para o lado desejado. Ao clicar na Janela de Visualização

3D a Barra de Ferramentas passará de 11 a 14 opções, dentro delas, Mover, Ponto, Reta, Reta Perpendicular, Polígono e Texto permaneceram.

As novas opções são Círculo dados Eixo e um de seus Pontos, Interseção de Duas Superfícies, Plano por três pontos, Pirâmide, Esfera: Centro & Ponto, Ângulo, Reflexão por Um Plano e Girar Janela de Visualização 3D:

Figura 6: Tela Inicial da Visualização 3D

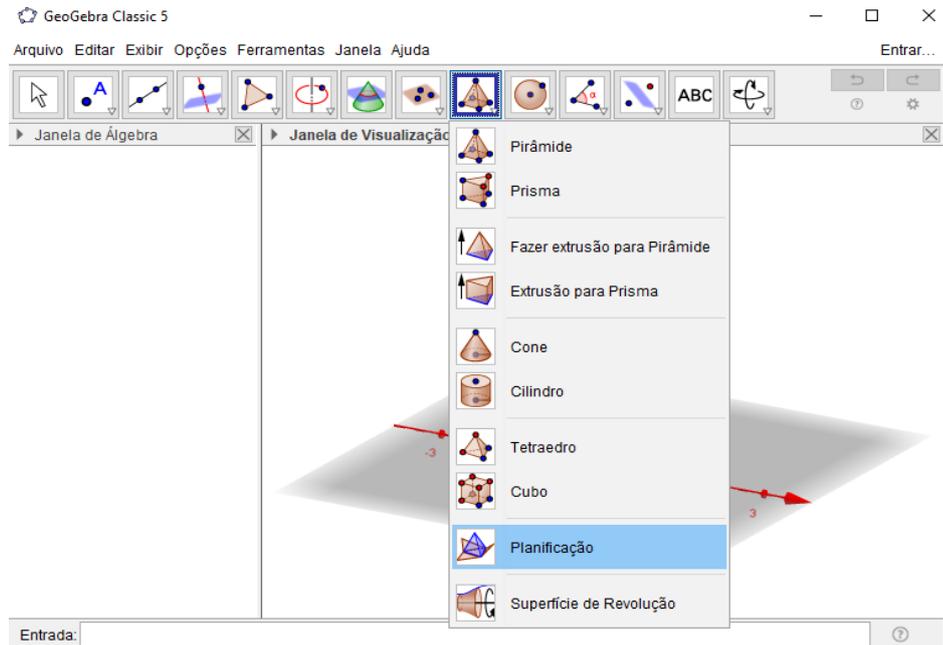


Fonte: Do autor. 2021

No GeoGebra 3D podemos observar figuras geométricas nas três dimensões. A Geometria Dinâmica Interativa permite colocar várias figuras no mesmo ambiente, fazendo com que aproxime o assunto estudado com a realidade. Tentando mudar a ideia *de necessidade de aprender* para motivar os alunos a se sentirem curiosos e comparar objetos que estão no cotidiano com a Geometria Espacial.

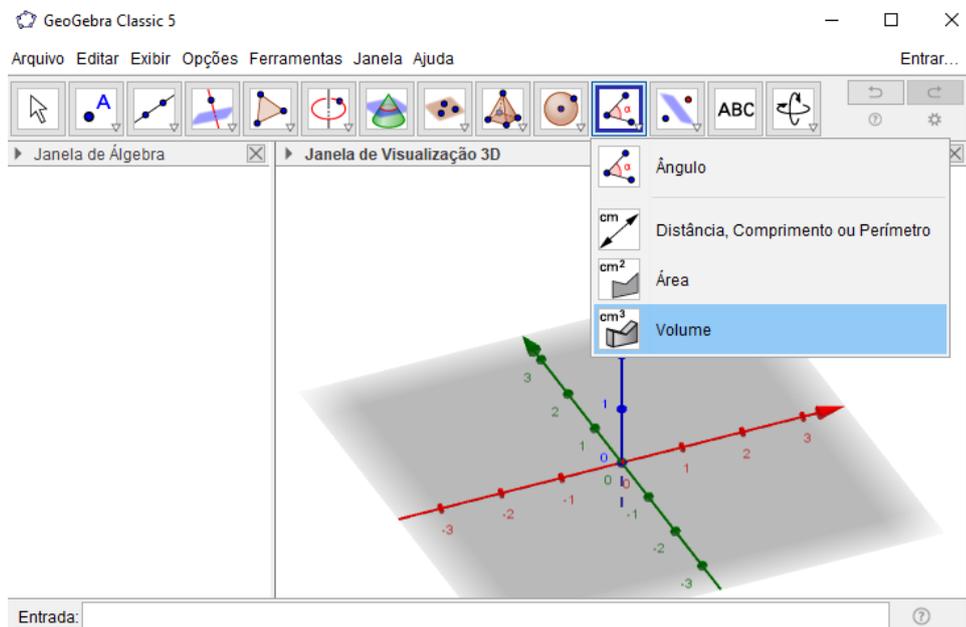
Muito importante destacar que o GeoGebra tem opção de calcular Áreas, Volumes e mostrar planificações das figuras geométricas, o que serve como auxílio nas aulas de Matemática nas salas de informática:

Figura 7: Opção de Planificação



Fonte: Do autor. 2021

Figura 8: Opção de Volume e/ou Área.

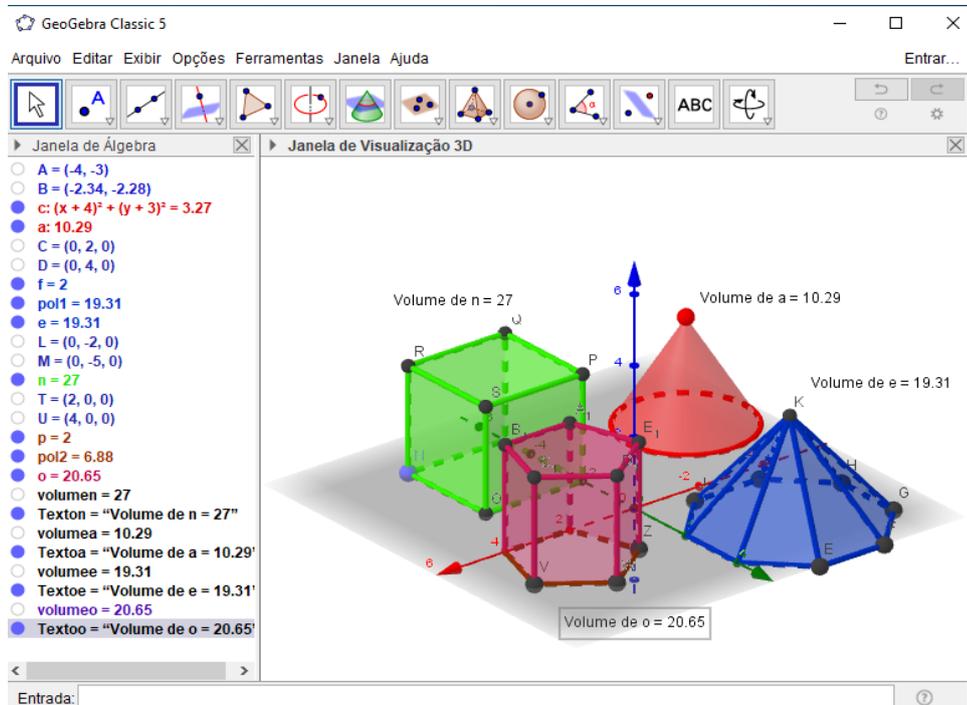


Fonte: Do autor.2021

Uma opção importante do GeoGebra é a Pirâmide na Barra de Ferramentas. Nela encontramos várias funções que auxiliam a construção de Figuras Geométricas com três dimensões (Pirâmide, Cilindro, Cone, Cubo e Prismas). Outra função

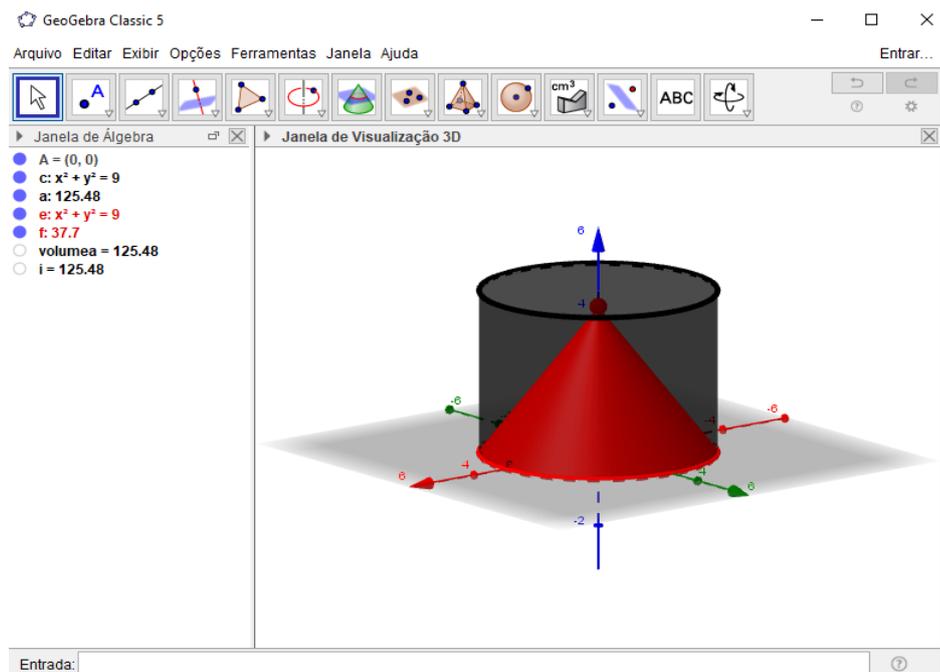
importante é a de planificação. Com a utilização destas funções criamos figuras espaciais que aproximará dos alunos figuras do seu dia a dia:

Figura 9: Figuras Geométricas, cada uma com seu respectivo volume



Fonte: Do autor

Figura 10: Cone inscrito no Cilindro.



Fonte: Do autor

Algo importante a mencionar é o modo de poder construir sólidos geométricos inscritos, como mostra a Figura 10. Construir as figuras geométricas com o aplicativo fará com que o aluno consiga perceber a importância da Geometria Espacial no seu cotidiano. Com o dinamismo e a interação, o GeoGebra se torna um recurso muito poderoso para a criatividade dos alunos e dos professores, podendo agora construir uma figura que desenhava em seu caderno.

Com este aplicativo, sugerimos uma proposta didática para construir figuras geométricas com o intuito de melhorar o ensino e aprendizagem matemática e geométrica de uma forma mais atrativa aos alunos.

3 GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL

Neste capítulo, de duas seções, abordamos o ensino e a aprendizagem da Geometria e o estudo da Geometria Espacial. Traremos um pouco da origem da Geometria no ensino, métodos de estudo utilizados no decorrer dos anos, mostrando a importância da Geometria e da Geometria Espacial, não só para a sala de aula, mas também para a vida.

3.1 ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

A importância da Matemática está ligada ao nosso cotidiano desde o início de nossas vidas, mesmo que não consigamos perceber. Com o passar dos anos, e quando nos deparamos com a disciplina na escola, as ligações ficam mais nítidas. Comparações de objetos quando brincamos, ou encontramos quando éramos crianças, diferenciar um círculo, triângulo, quadrado, esfera, cubo, entre outras figuras geométricas.

O significado da palavra Geometria vem de *geo terra* e *metria medir*, ou seja, medir a terra. A Geometria tem um papel fundamental no ensino, porém, não se sabe exatamente quando começou os estudos da Geometria. Como afirma Pavanello (1989):

É difícil precisar quando o homem começou a desenvolver conhecimentos de natureza geométrica. O que parece mais provável é que tais conhecimentos foram sendo construídos empiricamente, como resposta a necessidades de ordem prática das comunidades que, no Neolítico ou Idade da Pedra deixaram sua vida nômade, passando a se fixar e a cultivá-la (PAVANELLO, 1989, p. 21).

A Geometria é tão importante e útil que mesmo há muito tempo já se aplicava cálculos geométricos, mesmo que intuitivamente, para solucionar problemas daquela ocasião. Dessa forma, aprimorar o ensino da Geometria no decorrer dos anos é fundamental para que consigamos um melhor desenvolvimento matemático.

Como pensa Lorenzato (1993), uma parte muito importante do ensino e aprendizagem é despertar a curiosidade do por que estudar e aprender tal disciplina, no nosso caso a Geometria. Fica melhor ainda despertar essa curiosidade quando os alunos são mais jovens, visto que quanto mais novos mais curiosos somos. Sendo assim, é papel do professor orientar e mostrar a importância desde o primeiro encontro

dos alunos com a Geometria, responder os porquês perguntados de forma clara e que estimule o aluno a estudar Geometria. Com isso evitamos um temor dos primeiros encontros com aulas de Geometria.

Como Lorenzato (2006) aponta, a Matemática é a maior responsável pela exclusão escolar, seja por evasão ou repetência. Por conseguinte, uma boa apresentação da Geometria ajudará no ensino e na aprendizagem.

Porém, essa primeira impressão da Geometria com os alunos tem de ser bem-feita pelo professor. Temos que ter professores que gostam de ensinar Matemática e que saibam o que vão ensinar. Lorenzato (1993) afirma que a Geometria é praticamente excluída do currículo escolar e tem um pensamento sobre a relação da Geometria e da formação de professores:

A Geometria é um tema apresentado por currículos de Matemática do mundo inteiro. Isso porque ela é, reconhecidamente, um assunto importante para a formação matemática dos indivíduos. Mas, apesar disso, cada vez mais os professores deixam de abordar esse importante conteúdo em suas classes. Isso se deve, principalmente, à má formação dos professores que, não tendo um bom conhecimento do assunto, preferem preterir ou suprimir de suas aulas o ensino da geometria (LORENZATO, 1993, p. 43).

Professores precisam estar muito bem preparados para ensinar, seja qual for a disciplina, inclusive a Geometria, o ensinar passa por mostrar ao aluno para que serve aquilo e como ele adquira o conhecimento, existe uma diferença entre ensinar e dar aula. Como afirma Lorenzato (2006, p. 3), “é possível dar aula sem conhecer, enquanto não é possível ensinar sem conhecer”. O saber ensinar é fundamental no ensino e na aprendizagem, não basta apenas conhecer o assunto, precisa saber ensinar aos alunos. Do que adianta para um professor ter um grande conhecimento e não saber transmitir para seus alunos.

Para ser professor, o principal fator é ser apaixonado pela aprendizagem. Ensinar uma pessoa a fazer algo, compartilhar conhecimento, mostrando como aquele assunto é importante não só para fins escolares, mas também para vida. Logo, ter o conhecimento é fundamental, porém não é o bastante para ser professor, pois precisamos do conhecimento didático.

Em sala de aula são dezenas de pessoas que compartilham ideias, pensamentos, perguntas, sugestões. Cada um com sua forma de pensar, e o professor precisa estar preparado para lidar com todas as formas. A forma de ensinar

pode ser muito eficaz com um aluno e com outro pode não funcionar. Isso faz parte do conhecimento didático do professor.

Logo é importante conhecer seus alunos (suas origens e sua vivência) para utilizar a seu favor a melhor forma de ensinar, fazendo comparação com o cotidiano, pois a Matemática esteve sempre presente, e utilizar exemplos para facilitar a aprendizagem deixa a aula mais dinâmica e mostra a importância do assunto estudado.

Enquanto a preparação para os futuros professores em relação à Geometria não é dada de forma devida como é feita com a Álgebra, isso faz com que professores fiquem acomodados e até inseguros em trabalhar a Geometria com seus alunos. Deixando o assunto para o final do livro didático (ou ano letivo), como afirma Hamazaki (2004), essa diferença vem da Matemática Moderna no Brasil, onde a Álgebra era mais enfatizada. Com tudo isso, os alunos acabaram prejudicados por não estudar todo o assunto de Geometria.

Com a má preparação dos futuros professores gera um grande problema na sala de aula com os alunos do Ensino Fundamental e Médio, pois os professores não estão seguros a ensinar assuntos de Geometria, gerando omissão da Geometria nas aulas de Matemática:

O ensino da Geometria, se comparado com ensino de outras partes da Matemática, tem sido o mais desvairador; [...] No Brasil, já fomos mais além: a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula. Vários trabalhos de pesquisadores brasileiros, entre eles Peres (1991) e Pavanello (1993), confirmam essa lamentável realidade educacional (LORENZATO, 1995, p .3).

A forma de ensinar Geometria é muito importante, como falamos anteriormente, os primeiros contatos com a Geometria é fundamental para os alunos não ficarem desmotivados ou achar que é uma coisa impossível de aprender. E com essa má preparação dos professores, assim como pensa Lorenzato (1995), infelizmente muitos destes contatos com a Geometria são apresentados como definições, fórmulas, propriedades e não mostram nenhuma aplicação e também não apresentam uma parte histórica ou lógica.

É necessário ter estratégia a ensinar Geometria, mostrar a importância dela para o aluno, tanto no seu dia a dia com noção de espaço (utilização de perímetros, áreas e volume de figuras geométricas), como na utilização da Geometria em outras

disciplinas (auxilia a Geografia com interpretações de mapas, a Estatística nas interpretações de gráficos). Motivá-los e despertar a curiosidade deles é fundamental para o ensino e aprendizagem da Geometria fluir naturalmente. O professor mostra, ensina e os alunos captam e aprendem.

Ensinar Geometria com material didático, no laboratório, com jogos ou de alguma forma que o aluno consiga sentir a Geometria é essencial. Exemplificar formas geométricas (pensando em estudo da Geometria Espacial), como por exemplo, mostrar garrafas na forma de cilindro, dados de jogos com a forma de cubo, caixas na forma de paralelepípedo, entre outros. A intenção é mostrar a importância do assunto não só em sala de aula, como também será útil para ele no dia a dia.

Lorenzato (2006, p. 17) pensa que a força do *ver* na Geometria é muito importante: “Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticos ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar”.

Uma forma de ensino muito importante para a Geometria é a Teoria de Van Hiele. Construída por Dina Van Hiele – Geldof e seu marido Pierre Marie Van Hiele, dois educadores matemáticos holandeses do ensino secundário. Eles apresentaram suas teses de doutorado no final da década de 50 na Universidade de Utrecht. Eles desenvolveram essa teoria a partir das frustrações deles e de seus alunos, percebida no ensino e na aprendizagem da Geometria. Depois da conclusão da tese, Dina faleceu e Pierre deu sequência no trabalho do casal, apresentando níveis, fases e propriedades do modelo (GONÇALVES, 2015).

De acordo com Oliveira e Leivas (2017), o modelo da Teoria de Van Hiele se baseia na ideia de que o pensamento geométrico se desenvolve em cinco níveis, em sequência e seguindo uma hierarquia. Começando com a primeira relação das figuras geométricas até provas e demonstrações. A sequência da Teoria de Van Hiele: Nível básico (nível 0); Reconhecimento ou Visualização (nível 1); Análise (nível 2); Síntese ou Abstração (nível 3); Dedução e Rigor (nível 4).

Os Van Hiele elaboram fases de aprendizagem para adquirir os níveis. Segundo Kaleff (1994) são elas 5: Fase 1 - Questionamento ou Informação; Fase 2 - Orientação Direta; Fase 3 - Explicação; Fase 4 - Orientação Livre; Fase 5 - Integração. Com estas

fases se encerrando, o aluno ultrapassa para o próximo nível e depois retornam as fases até atingir o nível seguinte.

A Teoria de Van Hiele é um modelo de ensino e aprendizagem de forma dinâmica e que faz o aluno entender a Geometria. Não prende o aluno a fórmulas e também não fica na rotina de aulas tradicionais. Com esse modelo os alunos exploram mais a Geometria e entendem de verdade cada assunto estudado, desde os primeiros encontros com a Geometria.

3.2 GEOMETRIA ESPACIAL

A Geometria Plana está presente desde o início de nossas vidas e é extremamente importante ao ensino, a Geometria Espacial também. Problemas de interpretação teóricos fazem com que alunos se desinteressem pelo assunto e acabam achando o assunto complicado. Um dos principais problemas deste conteúdo é a pouca compreensão e suas associações com a realidade, cabe aos professores conseguirem mostrar exemplos do cotidiano aos alunos para que eles percebam que o assunto é importante e pode ser tornar mais empolgante de estudar, como afirma Dziadzio (2016).

Outro empecilho para aulas de Geometria Espacial é a Geometria Plana. Para que o conhecimento da Geometria Espacial possa ser mais bem compreendido necessita-se de conhecimentos como áreas de figuras planas, distância entre pontos, equação da reta, do plano e da circunferência, fórmulas, teoremas, saber as regras e convenções matemáticas, tanto no estudo da Geometria de posição como no cálculo de área de figuras geométricas planas e espaciais e de volume de sólidos geométricos.

Portanto, ter uma boa base em Geometria em anos anteriores é muito importante para a continuação do assunto. Quanto mais o aluno souber Geometria Plana, facilitará a compreensão da Geometria Espacial. Como afirma as autoras Silva e VICTER (2017):

A Geometria espacial estuda figuras geométricas no espaço. Entendemos espaço como um lugar onde podemos encontrar todas as propriedades geométricas em mais de duas dimensões. A geometria espacial sendo composta por três dimensões requer uma visualização clara e evidente para que não haja dúvidas acerca da figura apresentada (SILVA e VICTER, 2017, p. 21).

O ensino da Geometria Espacial de forma tradicional não motiva os alunos a compreender o assunto. A metodologia dos professores como explicação, exemplos e exercícios de forma repetida não tem funcionado como deveria. O comodismo, a falta de repertório, entre outros motivos são fatores que deixam o ensino e a aprendizagem mais complicados:

Contudo ao nos depararmos com a realidade em sala de aula, no ensino da Geometria Espacial, observamos que os discentes estão presos a fórmulas e em sua maioria não conseguem relacionar conceitos, identificar os elementos do sólido ou ainda Estabelecer relação entre dois sólidos, isto se deve muitas vezes a deficiência de conceitos básicos da Geometria Plana e também as dificuldades conceituais dos próprios professores em conceitos básicos da Geometria Plana e mesmo da Geometria Espacial (COSTA, 2009, p. 2).

É importante estudar Geometria Espacial mostrando utilidades e respondendo as perguntas dos alunos de *para que serve isso?* ou *qual o motivo de aprender a calcular o volume de figuras espaciais?* Uma boa forma de incentivar a estudar esse assunto é mostrando a importância e como as figuras geométricas estão presentes no dia a dia de cada um. Por exemplo, identificar cilindros, cubos, pirâmides, cones, entre outras.

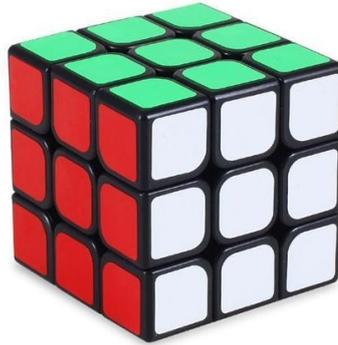
Perceber que o assunto estudado em sala de aula está presente em seu cotidiano motiva os alunos a quererem compreender melhor, pode ser planejando uma figura espacial, calculando as áreas ou calculando o volume:

Figura 11: Copo Cilíndrico



Fonte: <https://www.google.com/imgres>

Figura 12: Cubo Mágico



Fonte: <https://www.google.com/imgres>

Figura 13: Pirâmide do Egito



Fonte: <https://www.google.com/imgres>

Figura 14: Casquinha de sorvete



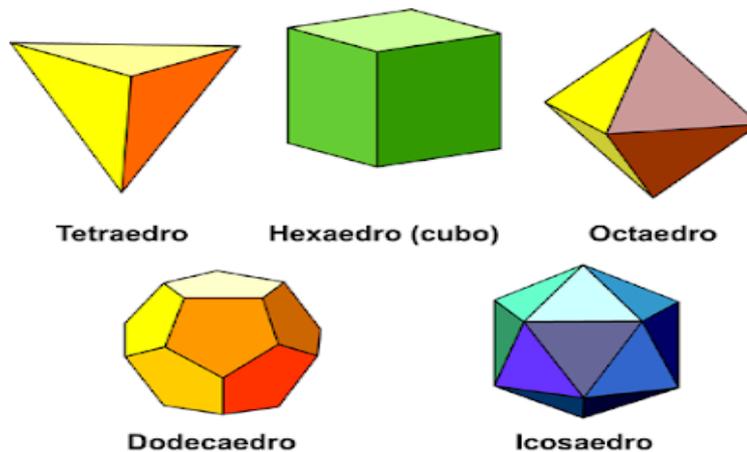
Fonte: <https://www.google.com/imgres>

Uma parte muito importante de estudar a Geometria Espacial são os poliedros. Trata-se de objetos de várias faces, onde *edro*, término da palavra poliedro, vem da palavra hedra, que significa *face* em grego e *poly* quer dizer *muitos*, ou seja, muitas faces. Os principais elementos dos poliedros são Face (cada superfície poligonal que

forma a superfície do poliedro), Aresta (cada lado comum entre as faces) e Vértice (ponto comum entre as arestas) (PAULINO, 2020).

Seus nomes diferem de acordo com seus números de faces: 4 faces se chama Tetraedro, 6 faces se chama Hexaedro, 8 faces se chama Octaedro, 12 faces se chama Dodecaedro e 20 faces se chama Icosaedro (Figura 15). Estes são alguns exemplos dos nomes de poliedros Dziadzio (2016):

Figura 15: Poliedros



Fonte: <https://www.ngmatematica.com/2020/09/poliedros-de-platao-relacao-euler.html>

Os Poliedros citados acima são os Poliedros de Platão, conforme afirma Paulino (2020). Platão que era filósofo e tinha muito interesse na Matemática, nomeou os *sólidos platônicos* ou *corpos cósmicos* da forma como aplicou a explicação de fenômenos científicos. Fazendo uma ligação de cada sólido com um fenômeno da natureza. As relações são o Fogo com Tetraedro, Terra com o Cubo (Hexaedro), Ar com o Octaedro, Universo com o Dodecaedro e a água com o Icosaedro:

Figura 16: Poliedros de Platão

Ar	Fogo	Universo	Terra	Água
Octaedro 8 Faces triangulares (triângulos equiláteros)	Tetraedro 4 Faces triangulares (triângulos equiláteros)	Dodecaedro 12 Faces pentagonais (pentágonos regulares)	Cubo 6 Faces quadradas	Icosaedro 20 Faces triangulares (triângulos equiláteros)

Fonte: <https://i.pinimg.com/originals/56/f7/c4/56f7c44832409852d53743808270e633.jpg>

Existem mais poliedros como o de 5, 7, 9 faces, que se chamam Pentaedro, Heptaedro e Eneaedro, respectivamente. Existem mais poliedros, e também existem sólidos não poliedros, que no caso têm pelo menos uma face que não é plana. Cone, cilindro e esfera são exemplos de sólidos não poliedros (DZIADZIO, 2016).

O professor precisa renovar suas ideias de ensino, pois os alunos têm cada vez mais recursos tecnológicos em sua volta que acabam tirando a concentração e perdendo na aprendizagem. Alguns materiais didáticos utilizados para o ensino e aprendizagem em Geometria Espacial são os sólidos de acrílicos (Figura 17) e material dourado (Figura 18). Em relação aos sólidos de acrílicos, Franco (2013) declara:

São formas geométricas confeccionadas em acrílico, contendo os poliedros convexo regulares, que permitem a visualização dos tipos e números de faces, número de arestas, bem como o número de vértice, sólidos de revolução, prismas, pirâmide, esfera. Possuem uma cavidade para entrada de líquido que permite estudar analisando a capacidade e volume. Proporciona uma visualização tridimensional dos sólidos, tornando mais eficiente o processo de ensino – aprendizagem no estudo da geometria espacial (FRANCO, 2013, p. 8).

Em relação à utilização do material dourado, ele é muito útil para o ensino de áreas e volumes, sendo bem utilizados nos laboratórios de Matemática. Como enfatiza Franco (2013), o material dourado faz com que os alunos raciocinem na manipulação de objetos para montar figuras geométricas planas e/ou espaciais conseguindo calcular áreas e volumes:

Figura 17: Sólidos de Acrílico



Figura 18: Material Dourado

Fonte: <https://www.google.com/imgres>

Com isso, percebemos a importância de ensinar e de como ensinar Geometria para os alunos. É fundamental ter conhecimento do assunto, porém, elaborar estratégias para conseguir um ensino e uma aprendizagem eficientes, necessita-se não só do conhecimento técnico, o professor precisa saber utilizar os recursos que tem para que todos os alunos compreendam.

A Matemática e a Geometria não têm apenas uma forma de ensinar e aprender, isso faz com que o professor necessite de atualização e criatividade. Sempre caminhar com conhecimento acadêmico de forma teórica (a teoria do assunto) e também com bom senso. Notar as dificuldades dos alunos e tentar usar outros métodos de ensino para conseguir maior êxito no ensino e na aprendizagem, como mostrado anteriormente no ensino da Geometria.

4 PROPOSTA DIDÁTICA

Inicialmente planejamos trabalhar uma proposta didática do tema abordado em nosso TCC em sala de aula com alunos do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual. Mas ao longo da feitura de nosso TCC deu-se a pandemia do coronavírus, causando a doença COVID-19, fechando todas as escolas brasileiras e mundiais. Com isso, nos impossibilitou de trabalharmos nossa proposta em sala de aula. Mesmo não tendo trabalhado com alunos do Ensino Médio, elaboramos e apresentamos nossa proposta didática em nosso TCC para que seja trabalhada em futuro próximo possível, tanto por nós como por professores de Matemática que se depararem com nosso trabalho.

O objetivo principal da proposta didática é ensinar os alunos a identificar figuras geométricas espaciais, saber calcular seus respectivos volumes e construir as figuras, utilizando lápis e papel e também o aplicativo GeoGebra.

Com isso, nossa proposta didática diz respeito a *oito encontros*, quatro na *sala de aula* e quatro no *Laboratório de Informática*, tendo cada aula 50 minutos, totalizando 400 minutos.

Nos dois ambientes haverá o mesmo nível de conhecimento *conceitual*, exemplos e exercícios de mesma dificuldade. A única diferença será o local, nos últimos quatro encontros, no Laboratório de Informática, serão estudados de igual forma que na sala de aula, a diferença é dos alunos terem a base de informações dos quatro primeiros encontros da sala de aula.

Os quatro encontros na sala de aula terão apenas os recursos ditos tradicionais em uma sala de aula: quadro, lápis, apagador, régua, caderno e borracha:

1º encontro: tem como objetivo provocar o interesse do aluno sobre a diferença de objetos tridimensionais de objetos bidimensionais. Com os alunos faremos nossa apresentação pessoal para que cada aluno conheça um pouco de nossa história. É importante para os alunos saberem um pouco do professor. Em seguida, solicitaremos uma breve apresentação pessoal de cada aluno, com a mesma ideia, conhecer um pouco mais de seus alunos. A ideia é deixar os alunos à vontade para fazer qualquer tipo de indagação. Por parte do professor é muito importante conhecer os alunos para auxiliá-los com exemplos de seu cotidiano, pois sabemos que cada aluno tem sua história de vida. Como professores, precisamos saber entender cada um deles.

Iniciando a parte teórica da Geometria Espacial, colocaremos a definição no quadro e perguntaremos aos alunos o que entenderam do conceito. Podemos colocar um conceito básico de Geometria Espacial, como, por exemplo, *Geometria espacial é o estudo de figuras no espaço, em três dimensões*. Após as respostas dos alunos, podemos exemplificar com figuras e mostrar a diferença da Geometria Plana, já que será o primeiro contato com a Geometria Espacial. Até então, os alunos só estudaram Geometria Plana em anos anteriores. Por ser a primeira vez que os alunos estudarão Geometria Espacial, é bom mostrar exemplos palpáveis. Podemos mostrar uma garrafa na forma de cilindro, ou um dado (cubo), ou até mesmo o apagador (paralelepípedo), caso o professor, ou alunos, não tenha uma garrafa cilíndrica ou um dado. Lembrando que os exemplos têm apenas a intenção de mostrar três dimensões. Diferentemente de retângulos, triângulos, circunferências, entre outras figuras de duas dimensões que os alunos já conhecem.

Em seguida podemos desenhar várias figuras tridimensionais, bidimensionais e de uma dimensão. Por exemplo: quadrado, ponto, pirâmide, cilindro, reta, circunferência, esfera e cubo, apontando para cada uma delas perguntar para os alunos quantas dimensões têm as respectivas figuras.

2º encontro: tem como objetivo conhecer os nomes das figuras tridimensionais e calcular o volume delas. Iniciaremos a aula lembrando o estudo de áreas da Geometria Plana e enfatizando que o conhecimento de áreas é fundamental para o estudo de volumes da Geometria Espacial. É interessante lembrar um exemplo de área para os alunos, por exemplo, a área do retângulo é base vezes altura e podemos exemplificar utilizando o nosso cotidiano. Um bom modelo é a caixa de ovos retangular, perguntaremos aos alunos como eles contam a quantidade de ovos em uma caixa com 6 ovos na largura e 5 ovos no comprimento e desenhemos a figura no quadro. É importante perceber as respostas dos alunos, pois existem várias formas de contar quantos ovos têm no total nesta caixa. Porém, a ideia é de lembrar-se da área do retângulo, ou seja, multiplicar a largura (6) pelo comprimento (5) que encontramos o total de ovos na caixa (30). Com isso iremos motivá-los a entender o estudo de volumes da Geometria Espacial, perguntaremos como calcular quantos litros de água cabe em uma piscina de formato de Prisma de base retangular, desenharemos esta figura no quadro.

Após motivá-los a estudar os volumes, desenharemos as figuras geométricas espaciais no quadro e apresentamos cada uma para os alunos. Prisma, colaremos alguns exemplos de bases do Prisma, pode ser triangular, quadrangular (cubo), retangular (paralelepípedo), pentagonal, hexagonal. No caso do Cilindro, Esfera, Cone

e Pirâmides, desenhar algumas bases diferentes de Pirâmide, base quadrangular, pentagonal, entre outras.

Em seguida falaremos das fórmulas dos volumes das figuras, temos como base geral a *área da base vezes a altura*, caso a figura tenha *pico*, dividimos por três. Que é o caso do Cone e da Pirâmide. Colocaremos a fórmula no quadro de maneira que chame a atenção dos alunos, também colaremos a fórmula da Esfera que é $\frac{4}{3}$ de π vezes *raio ao cubo*. Com os desenhos no quadro, chamaremos atenção para os elementos das figuras, com o intuito dos alunos aprenderem a identificar cada elemento. Como o raio da Esfera, e da base do Cone e do Cilindro e altura de todas as figuras.

Para encerrar a aula, voltaremos ao exemplo da quantidade de litros da piscina, que é um Prisma de base retangular. Podemos colocar que a piscina tem 20 metros de comprimento, 10 metros de largura e 1,5 metro de altura. Em seguida resolveremos o exemplo. Primeiro lembraremos aos alunos que o volume do prisma é área da base vezes a altura, primeiramente encontraremos o valor da área da base, comprimento (20) vezes largura (10), logo a área da base é igual a 200 metros quadrados e em seguida multiplicaremos pela altura (1,5) e encontramos o volume de 300 metros cúbicos. Para finalizar o exemplo, faremos a conversão de 1 metro cúbico cabem 1000 litros, então 300 metros cúbicos cabem 300000 litros. Poderemos passar três exercícios de cálculo de volumes como atividade para ser feita em casa, calcular o volume de um Cilindro, de uma Esfera e de um Cubo para que no terceiro encontro possamos tirar mais dúvidas que surgirem dos alunos.

3º encontro: tem como objetivo retirar as dúvidas dos alunos que surgiram durante a resolução do exercício feito em casa, praticar os desenhos de figuras geométricas espaciais e exercitar cálculos de volumes. No início do encontro corrigiremos o exercício que foi solicitado no encontro anterior. O professor resolverá a atividade no quadro dialogando com os alunos sobre o modo de fazer. Com a correção temos que observar as dúvidas dos alunos e ajudá-los, respondendo suas perguntas para a aprendizagem surtir mais efeito. É importante observar se todos os alunos conseguiram fazer a atividade, se foi feita de forma correta e aqueles que tentaram, mas não conseguiram fazer.

Em seguida, depois dessa coleta de informações de como os alunos responderam a atividade, serão feitos exemplos com intuito de tirar dúvidas dos alunos. Estes exemplos serão parecidos com que os alunos tiveram mais dificuldade, o professor fará no quadro para que todos os alunos aprendam como se faz. Após os exemplos dados, mostraremos também exemplos de figuras espaciais inscritas, por exemplo, uma pirâmide de base quadrangular inscrita em um cubo, ambos com o mesmo

tamanho de lado da base. É importante compreender a figura, saber desenhar e calcular os volumes das figuras e dos espaços entre eles.

Após fazer todos os exemplos, passaremos um exercício envolvendo tudo que estudamos durante esses encontros. Neste exercício abordemos nomenclatura, construção de figuras espaciais e cálculo de volumes. Faremos um acompanhamento com os alunos para auxiliar na resolução. Terminamos o encontro respondendo o exercício no quadro para que todos os alunos vejam o que acertou e retirem todas as dúvidas e ao término da resolução comunicaremos que no próximo encontro os alunos farão uma avaliação sobre Geometria Espacial.

4º encontro: temos como objetivo aplicar uma avaliação (de própria autoria) sobre Geometria Espacial. Organizaremos a sala para que os alunos mantenham distância entre eles, pois a avaliação será individual e sem auxílio de livro, caderno ou ajuda do professor. A ideia é colocar em prática os conhecimentos adquiridos durante os três encontros anteriores em sala de aula, tendo ela quatro questões. Na primeira questão perguntaremos o que os alunos entendem sobre a Geometria Espacial (definição); segunda questão será sobre as nomenclaturas de figuras, colocaremos 4 figuras (Cubo, Pirâmide, Esfera, Cilindro) e perguntaremos o nome de cada uma delas; terceira questão será a construção de duas figuras, um Prisma de base pentagonal e uma Esfera inscrita em um Cubo; quarta questão solicitaremos os valores de volumes de duas figuras de um Cilindro, de 3 metros de altura e 2 metros de diâmetro e de um Cone com raio igual a 15 centímetros e 25 centímetros de altura (APÊNDICE 1).

Após os quatro encontros na sala de aula, partimos para a segunda parte de nossa proposta didática, os quatro encontros no Laboratório de Informática, com os recursos, projetor e computadores. Cada aluno terá seu computador durante os encontros e o computador do professor terá a projeção na parede do Laboratório para os alunos acompanharem as orientações do professor:

1º encontro: temos como objetivo apresentar o aplicativo GeoGebra para os alunos. De início levaremos toda turma para o Laboratório de Informática e posicionaremos todos os alunos com seus respectivos computadores e os auxiliaremos em como utilizar o aplicativo. Com a projeção do computador do professor apresentaremos os recursos do GeoGebra, mostraremos a Barra de Menu, Barra de Ferramentas, a Janela de Visualização, Janela de Álgebra, Campo de Entrada e algumas das opções e botões da tela inicial do GeoGebra. Nesse momento é importante observar se os alunos estão tendo dificuldade em manusear o aplicativo ou o computador. Caso haja alunos com dificuldade, devemos ajudar para que todos tenham domínio do

computador e do GeoGebra de forma mais padrão possível, isso ajudará no desenvolver de todos os encontros no Laboratório de Informática.

Após o professor observar e ajudar os alunos com a apresentação inicial do GeoGebra, mostraremos a Janela de Visualização 3D. Mais uma vez mostraremos as outras opções que surgiram e começaremos a construir figuras geométricas espaciais. Mostraremos um exemplo de alguma figura estudada na sala de aula. O Cubo é um bom exemplo, pois para construir o Cubo pelo GeoGebra basta ir na opção *Pirâmide* selecionar *Cubo* e em seguida colocar o tamanho da aresta. Mais uma vez observaremos como os alunos estão absorvendo o assunto apresentado pelo professor, fazer perguntas e analisar se todos estão acompanhando e compreendendo como utilizar o aplicativo. Finalizaremos o primeiro encontro mostrando mais um exemplo, construiremos uma Esfera. Com o computador do professor sendo projetado, iremos até a opção *Esfera* e a selecionamos em seguida mostraremos as duas formas de construir, a *Esfera: Centro e Ponto* e *Esfera: Centro e Raio*, onde a diferença fica que na primeira opção. Basta arrastar na Janela de Visualização e na segunda opção digitar o tamanho do Raio.

Com a construção do Cubo e da Esfera encerraremos o nosso primeiro encontro no Laboratório de Informática. Deixaremos alguns questionamentos para a turma de *como construir as outras figuras estudadas? é possível construir figuras inscritas em outras? se errarmos na construção de alguma figura temos que apagar e começar a construir do início?* Com essas perguntas deixaremos os alunos mais curiosos para utilizar o aplicativo no próximo encontro. Com a apresentação do GeoGebra para os alunos e construção de duas figuras que eles desenharam no caderno na sala de aula dará confiança para professor e os alunos trabalharem a Geometria Espacial no Laboratório de Informática.

2º encontro: temos como objetivo construir todas as figuras estudadas dos encontros anteriores, construir figuras inscritas, mostrar a possibilidade de colocar cores nas figuras e de poder adaptar a figura sem precisar apagar tudo e começar a construção do início. Por fim, calcular volume das figuras geométricas. Iniciaremos o segundo encontro respondendo as perguntas feitas no encontro anterior, respondendo que é possível construir todas as figuras geométricas estudadas em sala de aula com o GeoGebra e que construiremos neste encontro. Que também é possível construir figuras inscritas e que conseguimos modificar a figura sem precisar apaga-la toda. De início construiremos todas as figuras que estudamos com os alunos em sala de aula. Relembraremos o Cubo e a Esfera que foram feitos no encontro anterior, em seguida faremos o Cilindro, Pirâmides, Cone, Prismas. Faremos as construções das figuras

geométricas de forma cautelosa e com muita paciência para que todos os alunos acompanhem uma figura por vez, construiremos o Cilindro e observamos se todos os alunos conseguiram realizar o mesmo procedimento no seu computador. Caso ocorra de algum aluno não conseguir, vamos até ao aluno e o auxiliaremos e tiraremos sua dúvida e assim seguir para o restante das figuras, focando na aprendizagem dos alunos com o GeoGebra. Em seguida faremos uma construção de um Cone inscrito em um Cilindro detalhadamente para os alunos possam acompanhar a construção e com a figura no aplicativo melhorar a visualização. Utilizaremos as cores que o aplicativo disponibiliza para a compreensão das figuras e para que fiquem mais nítidas. Com isso, todas as figuras geométricas estudadas foram construídas no GeoGebra e deveremos relatar a visualização das figuras para que os alunos consigam ter uma noção das figuras nas três dimensões. Para finalizar o segundo encontro no Laboratório de Informática, mostraremos a opção Ângulo → Volume, nesta opção podemos calcular o volume da figura geométrica e faremos um exemplo de alguma figura e informaremos aos alunos que no próximo encontro serão trabalhados os volumes de figuras geométricas utilizando o GeoGebra.

3º encontro: temos como objetivo exercitar as construções das figuras geométricas e calcular os volumes. Iniciaremos o terceiro encontro organizando a turma para realizarmos um exercício coletivo. Iremos auxiliar os alunos para que não fiquem dúvidas de como construir as figuras geométricas e calcular seus volumes. O exercício será sobre tudo que estudamos até o momento. Solicitaremos que todos os alunos construam de forma individual e como acharem mais conveniente as seis figuras geométricas estudadas: Cubo, Esfera, Pirâmide (qualquer base), Cilindro, Cone, Prisma (qualquer base). Acompanharemos a construção dos alunos e caso algum aluno solicite ajuda, ou não consiga realizar a construção, ajudaremos. É importante essa observação para termos conhecimento de como os alunos estão utilizando o GeoGebra. Solicitaremos a utilização de cores diferentes para as figuras e ao fim das construções de todas as figuras é necessário verificar se todas as figuras estão com o volume correto. Como o exercício foi *aberto*, não indicaremos medidas das figuras, provavelmente cada aluno fará suas construções como desejar.

Após a análise por cada aluno em seus computadores, realizaremos todas as seis construções no nosso computador, projetando para que todos os alunos vejam e comparem as construções feitas, perguntaremos se ficou alguma dúvida sobre a construção das figuras e sobre o cálculo do volume. Caso haja dúvidas, responderemos para que a compreensão do estudo com o GeoGebra seja mais eficaz.

Em seguida informaremos que no próximo encontro ocorrerá uma avaliação para concluir os encontros.

4º encontro: temos como objetivo aplicar uma avaliação (de própria autoria) sobre Geometria Espacial utilizando o GeoGebra. Organizaremos a turma para que cada aluno faça sua avaliação de forma individual e sem auxílio de professor e de nenhum colega de sala. A avaliação será feita exclusivamente com o uso do computador, podendo utilizar a calculadora. A avaliação terá quatro questões. Na primeira questão perguntaremos se o GeoGebra ajudou na construção e visualização de figuras geométricas (pessoal). Na segunda questão será de construção de figuras geométricas, solicitaremos a construção de um Cubo de 3 unidade de medida de aresta, uma Esfera de 2 unidade de medida de raio e cada uma das figuras devem ter cores diferentes. Na terceira questão solicitaremos a construção de um Cone inscrito em um Cilindro, o Cilindro terá 3 unidades de medida de altura e 2 unidade de medida de raio e o Cone terá 2 unidade de medida de altura e 1 unidade de medida de raio. O Cone deverá ter cor diferente do Cilindro. Na quarta questão solicitaremos os valores de volumes de quatro figuras. Uma Pirâmide de base quadrangular de 2 unidades de medida de aresta e 3 unidades de medida de altura, um Prisma de base pentagonal regular de 1 unidade de medida de lado e 4 unidades de medida de altura e por fim o volume de um Cone inscrito em um Cilindro de 2 unidades de medidas de raio e 3 unidades de medidas de altura. Solicitaremos o volume do Cone, do Cilindro e do espaço não preenchido pelo Cone (APÊNDICE 2).

Finalizada a proposta didática, teremos várias análises a serem feitas: como foi o comportamento, a motivação, a curiosidade e se o ensino e a aprendizagem dos alunos em Sala de Aula e no Laboratório de Informática foram iguais ou se em algum ambiente teve mais proveito.

É importante para o professor estar sempre estudando e se atualizando, principalmente o professor de Matemática, pelo fato de geralmente os alunos terem as mesmas aulas tradicionais. Aulas diferentes das tradicionais podem fazer com que os alunos fiquem mais interessados pelo estudo da Matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando iniciamos o nosso trabalho de pesquisa constatamos que as aulas de Matemática geralmente aplicadas de forma tradicional geram um desinteresse pela maioria dos alunos em estudar alguns assuntos, como por exemplo, Geometria Espacial. Com isso, percebemos que era importante elaborar este trabalho com o intuito de deixar o ensino da Geometria Espacial mais motivador e eficaz.

Diante disso, nossa pesquisa teve como tema o aplicativo GeoGebra como auxílio na Geometria Espacial. De início pesquisamos como a tecnologia é utilizada em sala de aula e nas aulas de Matemática. Percebemos que a tecnologia está presente há muito tempo. Em relação à Matemática, os recursos tecnológicos são vários, como jogos e materiais matemáticos, os quais se encontram no Laboratório de Matemática, e o Laboratório de Informática que pode ser utilizado para aulas de Matemática.

A preparação dos professores com os recursos tecnológicos é muito importante, pois quanto maior for seu letramento digital junto com a criatividade teremos uma aula mais dinâmica, a chamar atenção dos alunos, fazendo com que o ensino e a aprendizagem se tornem mais eficaz.

O GeoGebra é um excelente aplicativo para estudar Geometria Espacial, não só a parte de volume, visualização e construção de figuras, pode-se trabalhar também planificações das figuras, estudo de áreas laterais e áreas totais. Essas opções são voltadas apenas para a Geometria Espacial, porém o aplicativo tem opção de estudar outros assuntos da Matemática.

Em nosso trabalho elaboramos uma proposta didática em sala de aula e no Laboratório de Informática. Composta por quatro encontros em cada ambiente e no último encontro de cada é proposta uma avaliação para compararmos como se deu a aprendizagem e adaptação dos alunos. Infelizmente não foi possível realizar a proposta com alunos de uma escola pública devido à pandemia.

Portanto, encerramos nosso trabalho destacando a importância de inovar no ensino, principalmente nas aulas de Matemática. Retirar a *marca* de que a Matemática é apenas uma disciplina que se tem que decorar fórmulas e fazer contas. Precisamos ser criativos e mostrar para nossos alunos a importância de estudar cada assunto da Matemática e que está ligado ao cotidiano. Continuar sempre estudando para não

ficar desatualizados e seguir encantando nossos alunos com um ensino eficiente, dinâmico e motivador.

REFERÊNCIAS

- ARAUJO, S. P. de; VIEIRA, V. D.; KLEM, S. C. dos S.; KRESCIGLOVIA, S. B. Tecnologia na educação: contexto histórico, papel e diversidade. In: **Anais IV Jornada de didática/III Seminário de Pesquisa do CEMAD**. Jan/fev de 2017.
- BRUZZI, D. G. Uso da tecnologia na educação, da história à realidade atual. **Polyphonia**, v. 27/1, jan./ jun. 2016.
- CARDOSO, M. C.; DURIGON, A.; MACIEL, A.; RIBEIRO, E. M. P. Organização e uso do laboratório de ensino do curso de licenciatura em matemática do IFC - SOMBRIO. In: **Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, PR – julho de 2013.
- COSTA, A. C.; BERMEJO, A. P. B.; MORAES, M. S. F. de. Análise do ensino de geometria espacial. In: **Anais X Encontro Gaúcho de Educação Matemática**, Ijuí/RS, 02 a 05 de junho de 2009.
- COTTA JÚNIOR, A. **Novas tecnologias educacionais no ensino de matemática: estudo de caso – Logo e do Cabri-geomètre**. Dissertação de mestrado em Engenharia de Produção; área de concentração: Mídia e Conhecimento. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2002.
- DA BARRA, V. M. L. A lousa de uso escolar: traços da história de uma tecnologia da escola moderna. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. 49, p. 121-137, jul./set. 2013.
- DE SÁ, A. L.; MACHADO, M. C. O uso do software GeoGebra no estudo de funções. In: **Anais XIV Encontro Virtual de Documentação em Software Livre (EVIDOSOL) e o XI Congresso Internacional de Linguagem e Tecnologia (CILTEC) online – Junho/2017**.
- DZIADZIO, J. R. Percepções e relações da geometria espacial com o cotidiano dos alunos. In: **Os desafios da escola pública paraense na perspectiva do professor PDE: produções didático-pedagógicas**. ISBN 978-85-8015-094-0. Volume II. Versão online. Secretaria de Educação do Paraná, 2016.
- FRANCO, S.; PEREIRA, C. O estudo da geometria espacial e recursos pedagógicos manipuláveis: Uma estratégia pra aguçar o interesse e a criatividade do aluno. In: **Os desafios da escola pública paraense na perspectiva do professor PDE: produções didático-pedagógicas**. ISBN 978-85-8015-076-6. Volume I. Versão online. Secretaria de Educação do Paraná, 2013.
- GONÇALVES, A. J. C. **Uma proposta de ensino de cônicas com o auxílio do GeoGebra**. Dissertação (Mestrado em Matemática de rede nacional) Universidade Rural do Rio de Janeiro; Instituto de Ciências Exatas. Seropédica, RJ, 2015.
- ISOTANI, S. **Desenvolvimento de ferramentas no IGeom: utilizando a geometria dinâmica no ensino presencial e a distância**, 110 fls. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação). Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2005.
- KALEFF, A. M.; HENRIQUES, A. de S.; REI, D. M.; FIQUEIREDO, L. G. Desenvolvimento do Pensamento Geométrico – O modelo de Van Hiele. ISBN 978-85-89082-23-5. **BOLEMA**, Rio Claro, SP. V. 9, n. 10, 1994.

- LORENZATO, S. Os “Por Quês” Matemáticos dos Alunos e as Respostas dos Professores. **PRO-POSIÇÕES**. Vol. 4 N.1 [10], março de 1993.
- LORENZATO, S. **Para Aprender Matemática**. 3 ed. rev. Coleção Formação de Professores. Campinas: Autores Associados, 2010.
- LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em revista**. **SBEM**. N. 4 – 1º semestre, 1995.
- LORENZATO, S.; VILA, M. do C. Século XXI: qual matemática é recomendável? **Revista Zetetiké**, Ano I, n.1/1993.
- MARTINEZ, D. GeoGebra – primeiros passos. In: **Anais V Semana da Matemática**, Universidade Federal do Amazonas. Instituto de Ciências Exatas, 2017.
- NASCIMENTO, E. G. A. do. **Avaliação do Uso do Software Geogebra no Ensino de Geometria**: Reflexão da Prática na Escola. **Actas de la Conferencia Latinoamericana de GeoGebra**. Uruguai, 2012.
- OLIVEIRA, M. T; LEIVAS, J. C. P. Visualização e Representação Geométrica com suporte na Teoria de Van Hiele. **Ciência e Natura**, vol. 39, n. 1, enero-abril, pp. 108-117. ISSN: 0100-8307, 2017.
- PAULINO, D de A. O. **Origamis modulares e os poliedros de Platão**. Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional. Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2020.
- PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino de geometria**: uma visão história. 196 f. Dissertação (Mestrado em Metodologia do Ensino) Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 1989.
- RIBEIRO, F. M.; PAZ, M. G. O ensino da matemática por meio de novas tecnologias. **Revista Modelos – FACOS/CNEC Osório**. Ano 2 – Vol. 2 – n. 2 — ISSN 2237-7077, Ago/2012
- SALES, A. O uso da calculadora como recurso para trabalhar investigação matemática e criação de modelos. In: **Anais VII Congresso Iberoamericano de Educación de Matemática**, Montevideú, Uruguai, 2013.
- SAMESHIMA, D. C. T.; HAMAZAKI, A. C. O ensino da geometria sob a ótica dos Van Hiele. In: **Anais VII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Universidade Federal de Pernambuco, 2004.
- SILVA, Q. de O. V. da; VICTER, E. das F. **Geometria espacial**: uma abordagem no Ensino Médio com GeoGebra. 1ª ed. Duque de Caxias: Editora Unigranrio, 2017.

APÊNDICE 1

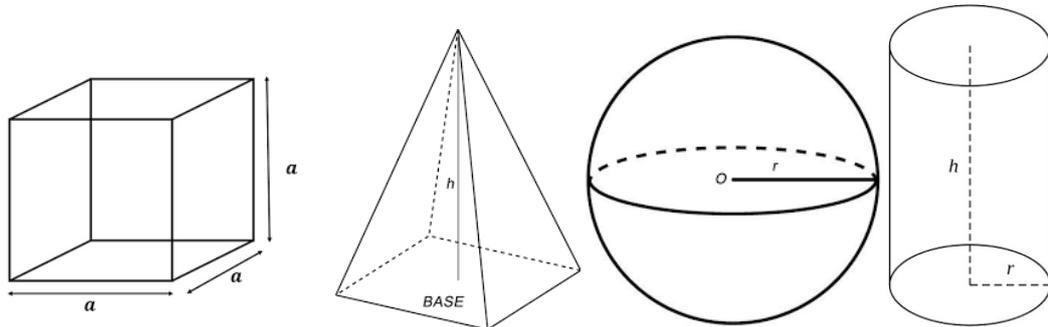
NOME DA ESCOLA

Endereço da Escola
Telefone da Escola

Professor: NOME DO PROFESSOR
Disciplina: Matemática
Aluno: NOME DO ALUNO
Data:
AVALIAÇÃO SOBRE GEOMETRIA

- 1) Comente o que você entendeu sobre Geometria Espacial?

- 2) Qual o nome das figuras abaixo:



- 3) Construa as seguintes figuras:

- Um Prisma de base Pentagonal
- Uma Esfera inscrita em um Cubo

- 4) Calcule o valor dos volumes das figuras abaixo:

- Cilindro de 3 metros de altura e 2 metros de alturas
- Cone de raio igual a 15 centímetros e 24 centímetros de altura.

APÊNDICE 2**NOME DA ESCOLA**

Endereço da Escola
Telefone da Escola

Professor: NOME DO PROFESSOR

Disciplina: Matemática

Aluno: NOME DO ALUNO

Data:

AVALIAÇÃO SOBRE GEOMETRIA COM AUXÍLIO DO GEOGEBRA

- 1) O GeoGebra lhe ajudou na construção e na visualização das figuras espaciais?

- 2) Construa as seguintes figuras no GeoGebra, cada uma com uma cor diferente:

- a) Um Cubo de 3 unidades de medidas de arestas.
- b) Uma Esfera de 2 unidades de medidas de raio.

- 3) Construa um Cone inscrito em um Cilindro, um Cilindro com 3 unidades de medidas de altura e 2 medidas de raio e o Cone com 2 unidades de medidas de altura e 1 unidade de medida de raio. O Cone e o Cilindro com cores diferentes.

- 4) Determine o valor dos volumes das figuras abaixo:

- a) Pirâmide de base quadrangular de 2 unidades de medidas de arestas e 3 unidades medidas de altura.
- b) Prisma de base pentagonal regular de 1 unidade de medida de lado e 4 unidades de medida de altura
- c) O valor do Cone, Cilindro e do espaço não preenchido pelo cone. Um Cone inscrito em um Cilindro de 2 unidades de medidas de raio e 3 unidades de medidas de altura.