**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA**
**CAMPUS I**
**CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA**
**DEPARTAMENTO DE FÍSICA**
**CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA**

**ESTER OLIVEIRA CAMPOS**

# UM ESTUDO SOBRE O UNIVERSO INFLACIONÁRIO

**CAMPINA GRANDE**
**2021**

ESTER OLIVEIRA CAMPOS

# UM ESTUDO SOBRE O UNIVERSO INFLACIONÁRIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada a Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de licenciado em Física.

**Área de concentração:** Física.

**Orientador:** Prof. Dr. Eugênio Bastos Maciel

**CAMPINA GRANDE**
**2021**

C198e Campos, Ester Oliveira.
Um estudo sobre o universo inflacionário [manuscrito] / Ester Oliveira Campos. - 2021.
29 p. : il. colorido.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2021.
"Orientação : Prof. Dr. Eugênio Bastos Maciel , Coordenação do Curso de Física - CCT."

1. Cosmologia moderna. 2. Big Bang. 3. Inflação cósmica. I. Título

21. ed. CDD 523.18

Elaborada por Lucas H. A. da Silva - CRB - 15/898 BC/UEPB

ESTER OLIVEIRA CAMPOS

UM ESTUDO SOBRE O UNIVERSO INFLACIONÁRIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada a Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de licenciado em Física.

**Área de concentração:** Física.

Aprovada em: 08/10/2021.

**BANCA EXAMINADORA**

Eugênio Bastos Maciel

Prof. Dr. Eugênio Bastos Maciel (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Ruth B. F. Melo

Profa. Dra. Ruth Brito de Figueiredo Melo
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Raissa Maria Pimentel Neves

Profa. Dra. Raissa Maria Pimentel Neves
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me permitir concluir essa fase tão importante, de conclusão de curso, sem Ele não teria conseguido forças e motivação para chegar até aqui.

Agradeço aos meus pais, por todo esforço, dedicação, apoio, por sempre estarem presentes na minha vida em todos os momentos.

Agradeço ao meu esposo José Warlean por sempre me incentivar a continuar, estar ao meu lado me ajudando.

Agradeço ao Professor Eugênio Bastos Maciel pela paciência, dedicação, orientação, compreensão e por todos os seus ensinamentos.

Agradeço aos meus colegas de curso que estiveram comigo nessa batalha.

**RESUMO**

Neste trabalho de conclusão de curso, apresentamos de forma qualitativa uma breve introdução à Cosmologia Moderna, dando maior ênfase ao período de Inflação Cósmica, que faz parte do conhecido Modelo Cosmológico Padrão (MCP). Este modelo fornece a melhor explicação para a formação de estruturas em grande escala, bem como a dinâmica cosmológica observada, no entanto, ele não nos traz informações sobre a natureza da matéria escura e energia escura. Assim, a descrição e compreensão destas quantidades surgem como um dos grandes desafios para a Cosmologia. Estamos assumindo o cenário atual da Cosmologia, que através das descobertas de Hubble e outras observações, considera um universo em expansão acelerada. Serão apresentadas as equações de Friedmann, que são fundamentais para modelagens do universo. Tratamos do modelo cosmológico que envolve o campo escalar ínflaton que depende apenas do tempo $\phi$ (t), que permite reproduzir uma fase de expansão cósmica acelerada e, portanto, se apresenta como uma alternativa promissora no estudo da inflação cósmica e que resolve alguns problemas que a teoria do Big Bang, não resolveu, o problema da planura e o problema do horizonte. Será apresentada a equação de movimento do campo de ínflaton veremos de forma explícita suas propriedades e suas implicações para a cosmologia moderna.



**PALAVRAS-CHAVE**: Cosmologia Moderna. Big Bang. Inflação Cósmica.

**ABSTRACT**

In this course conclusion work, we qualitatively present a brief introduction to Modern Cosmology, giving greater emphasis to the period of Cosmic Inflation, which is part of the well-known Standard Cosmological Model (MCP). This model provides the best explanation for the formation of large-scale structures as well as the observed cosmological dynamics, however, it does not provide us with information about the nature of dark matter and dark energy. Thus, the description and understanding of these quantities appear as one of the great challenges for Cosmology. We are assuming the current scenario of cosmology, which through Hubble's discoveries and other observations, considers an accelerated expanding universe. Friedmann's equations, which are fundamental for modeling the universe, will be presented. We deal with the cosmological model that involves the scalar inflaton field that depends only on time $\phi(t)$, which allows the reproduction of an accelerated cosmic expansion phase and, therefore, presents itself as a promising alternative in the study of cosmic inflation and which solves some problems that the Big theory Bang, it didn't solve, the flatness problem and the horizon problem. Inflaton field equation of motion will be presented, we will see its properties and its implications for the modern cosmology in an explicit way.

**KEYWORDS:** Modern Cosmology. Big Bang. Cosmic Inflation.

**SUMÁRIO**

# 1. Introdução

A Cosmologia é ciência que estuda o Universo como um todo. Ela descreve suas estruturas e também sua evolução, desta maneira, estuda de forma direta o seu tamanho, geometria, idade e origem. Do ponto de vista teórico a cosmologia moderna está fundamentada em três “ingredientes" básicos; o princípio cosmológico, a Teoria da Relatividade Geral e o postulado de Weyl (D INVERNO, 1992). O princípio cosmológico defende que o Universo é homogêneo e isotrópico em larga escala, ou seja, que nesta escala de comprimento (tamanho), sua homogeneidade implica que sua densidade é igual como um todo, ou seja, constante; a isotropia pressupõe que a aparência do Universo é a mesma em qualquer direção.

A Teoria da Relatividade Geral (TRG) nos fornece o ferramental matemático necessário para o desenvolvimento da Cosmologia Moderna, por meio das equações de Einstein é possível obter as equações de Friedmann que nos fornece a dinâmica do Universo. Em consonância, vale salientar a teoria do Big Bang inserindo a origem do Universo a partir de um estado extremamente quente e denso, em que toda matéria e radiação estavam contidos em um pequeno espaço, traz como principal evidência a radiação Cósmica de fundo, detectada na faixa de micro-ondas. No entanto, existem alguns problemas que esta teoria não conseguiu solucionar, que são o problema da planura e o problema do horizonte.

Portanto, para solucionar estes problemas devemos ter uma nova teoria que satisfaça as observações. A mais efetiva no sentido de solucionar estes problemas é a conhecida teoria Inflação Cósmica proposta por Allan Guth na década de 80 (GUTH, 1987), que postula que o Universo cresceu rapidamente (exponencialmente) em um intervalo de tempo muito pequeno. Desta forma, convém analisarmos as teorias e pressupostos citados fazendo uma revisão para o Estudo da Cosmologia, buscando uma nova visão para a Cosmologia Moderna no âmbito da inflação cósmica.

Este trabalho está organizado como segue. No capítulo 2 será apresentada de forma objetiva e pontual os fundamentos da Teoria da Relatividade geral de Einstein que fornece o ferramental matemático necessário para o desenvolvimento da Cosmologia Moderna. No capítulo 3 três veremos os fundamentos da Cosmologia Moderna em si, será explicitada as equações de Friedmann e desta forma será possível observar a dinâmica para o Universo. No capítulo 4 trataremos da inflação cósmica, onde daremos destaque para o campo de ínflaton, onde será exposta a sua equação de movimento e sua importância para justificar os problemas que a teoria do Big Bang não conseguiu justificar. Por fim no capítulo 6 apresentamos as conclusões.

# 2. A Teoria da Relatividade Geral

Neste capítulo traremos alguns dos princípios básicos da teoria de gravitação mais aceita e bem sucedida até o momento, a Teoria da Relatividade Geral (WEINGERG,1972), (EINSTEIN, 2001). A TRG pode ser considerada a mais elegante das teorias físicas por ser completa e autoconsistente. Sua formulação representa de certa forma, uma ruptura de paradigma da forma como compreendemos o Universo. Assim como a Relatividade Restrita que deu um grande salto ao unir espaço e tempo, a TRG foi mais além ao unir à Relatividade Restrita a gravidade e suas fontes. Em sua interpretação a interação gravitacional, não é mais considerada como uma força, mas uma propriedade geométrica do espaço-tempo, descrito por uma métrica global $g_{\mu\nu}$. A fonte desta curvatura consiste de todos os componentes envolvidos no sistema, matéria e energia.

## 2.1. O princípio de Equivalência

Um dos princípios básicos para entendermos a Teoria da Relatividade Geral é o Princípio de Equivalência, evidenciando, conforme afirma França, Bernardo (2018, p.8): "as massas inerciais e gravitacionais são iguais e o resultado de qualquer experimento local não gravitacional em um referencial em queda livre é independente da velocidade do referencial (invariância de Lorentz) e sua localização no espaço tempo, localmente (a menos de forças de maré) podemos recuperar as mesmas leis da relatividade especial".

O Princípio de Equivalência abrange intrinsecamente três princípios, são eles: Princípio Fraco, Princípio de Equivalência e Princípio Forte. Para Weinberg (WEINBERG, 1972):

- Princípio Fraco: Todos os corpos aceleram igualmente sob a ação de um campo gravitacional, independentemente de suas massas, formas ou composições;
- Princípio de Einstein: Em todos os pontos do espaço-tempo em um campo gravitacional arbitrário, é possível escolher um sistema de coordenadas local, que seja inercial, tal que em uma região suficientemente pequena em torno do ponto em questão, as leis de movimento tomam a forma daquelas, em um sistema cartesiano não acelerado, na ausência de qualquer campo gravitacional;

- Princípio Forte: Em todos os pontos do espaço-tempo em um campo gravitacional arbitrário, é possível escolher um sistema de coordenadas local, que seja inercial, de modo que em uma região suficientemente pequena em torno do ponto em questão, as leis da natureza tomam a forma daquelas, em um sistema cartesiano não acelerado, na ausência de qualquer campo gravitacional.

Convém analisarmos que o Princípio Forte generaliza o princípio de equivalência de Newton: “Admitimos que os sistemas K e K’ se equivalem completamente do ponto de vista físico. Essa equivalência só atinge um significado de maior profundidade se a admitirmos para todos os fenômenos físicos, isto é, se as leis da Natureza referidas a K coincidirem inteiramente com as leis referidas a K’ ”. Isaac Newton, considerando a lei de queda dos corpos sugeriu que existia uma equivalência entre a massa gravitacional e inercial do corpo, em sua obra “Princípios matemáticos da filosofia natural” (NEWTON, 2008), busca elucidar esse posicionamento, se um corpo interagisse duas vezes gravitacionalmente maior que o do outro, resultaria na condição que se acelerado o mesmo poderia acontecer, ou seja, teria a capacidade de ter dificuldade duas vezes maior, mas a aceleração de queda seria a mesma. Entretanto, essa generalização se aplica diretamente aos dois princípios mencionados anteriormente, de forma que os torna válidos.

Na publicação do trabalho de Einstein " A influência da Gravidade na Propagação da Luz", é apresentado uma hipótese referente a natureza física do campo gravitacional, afirmando a existência de um campo gravitacional homogêneo, partindo do princípio de equivalência de Newton em que **g** representa o campo homogêneo. Einstein correlaciona o princípio de Newton, apontando certas limitações sobre o campo gravitacional homogêneo, frisando que não seria qualquer campo de gravidade que poderia substituir um estado de movimento. Para Einstein: “É claro que não é qualquer campo de gravidade que pode substituir-se por um estado de movimento do sistema privado de campo de gravidade, do mesmo modo que não é possível, por meio de uma transformação relativística (especial), reduzir ao repouso todos os pontos de qualquer meio em movimento”.

O postulado Princípio de Equivalência contribuiu para que Einstein percebesse que não seria necessária uma força para que pudesse descrever sua interação gravitacional mediante os corpos, podendo atribuir essa interpretação a curvatura espaço-tempo em que relaciona a energia e o momento da matéria.

## 2.2. As Equações de Campo de Einstein

Afirmamos anteriormente que a matéria e a energia influenciam a configuração geométrica do espaço-tempo, neste cenário, surgem as chamadas equações de campo da Relatividade Geral ou simplesmente as equações de Einstein, que fornecem a relação explícita entre a geometria do espaço e o conteúdo de matéria e energia do sistema. Dentre as possibilidades de dedução das equações de campo da Relatividade Geral, vamos tratar aqui daquela que é baseada no princípio de mínima ação (WINBERG, 1972), ou princípios de Hamilton. A ação de onde são obtidas as equações de Einstein é a chamada ação de Einstein-Hilbert, definida como

$$S = \int d^4x \sqrt{-g}\,(\kappa R + \mathcal{L}). \qquad (1)$$

Na ação vista na equação (1), é o determinante da métrica $(g = |g_{\mu\nu}|)$ escolhida. $R = R_{\mu\nu}g^{\mu\nu}$ é o escalar de Ricci ou escalar de curvatura. $\kappa = -\frac{c^4}{16\pi G}$ e o termo é a densidade de lagrangeana que esta associada aos campos de matéria.

Como afirmamos, as equações de campo são obtidas aplicando o princípio de ação mínima onde expresso por $S$, desta forma, aplicando na equação (1) teremos que:

$$\delta S = \int d^4x\left[\left(\delta\sqrt{-g}\right)\left(\kappa R + \mathscr{L}\right) + \sqrt{-g}\,\delta\left(\kappa R + \mathscr{L}\right)\right] = 0. \qquad (2)$$

Utilizando o fato que $\delta\sqrt{-g} = -\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\mu\nu}\delta g^{\mu\nu}$ pode-se mostrar que o princípio de ação mínima é satisfeito (CARROL, 2004) para a seguinte igualdade

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}. \qquad (3)$$

Onde a quantidade $T_{\mu\nu}$ é o tensor de energia momento que nos fornece a informação sobre o conteúdo de matéria/energia. Esta quantidade é definida como:

$$T_{\mu\nu} = 2\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial g^{\mu\nu}} - g_{\mu\nu}\mathcal{L}. \tag{4}$$

É comum expressarmos a equação (3) em termos do chamado tensor de Einstein, definido como $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$. A quantidade $R_{\mu\nu}$ que aparece nesta definição é o conhecido tenso de Ricci, definido como

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma^{\rho}_{\mu\nu}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial \Gamma^{\rho}_{\mu\rho}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma^{\sigma}_{\mu\nu}\Gamma^{\rho}_{\rho\sigma} - \Gamma^{\sigma}_{\mu\rho}\Gamma^{\rho}_{\nu\sigma}, \tag{5}$$

onde a quantidade $\Gamma^{\mu}_{\nu\alpha}$são os símbolos de Christoffel definidos como sendo

$$\Gamma^{\mu}_{\nu\alpha} = \frac{1}{2}g^{\mu\lambda}\left(\frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial^{\alpha}} + \frac{\partial g_{\lambda\alpha}}{\partial x^{\nu}} - \frac{\partial g_{\nu\alpha}}{\partial x^{\lambda}}\right). \tag{6}$$

# 3. Cosmologia Relativistica

A cosmologia moderna é responsável pela descrição do Universo como um todo, estudando-o em larga escala, algo superior a $10^2$Mpc. Nessa escala, planetas e galáxias são tidos como objetos pequenos, partes integrante de um fluido. Neste capítulo vamos mostrar, de forma objetiva, os pilares fundamentais que dão sustento à cosmologia: o princípio cosmológico; o postulado de Weyl. A teoria da Relatividade geral discorremos no capítulo anterior.

## 3.1 O Princípio Cosmológico e o Postulado de Weyl

O princípio cosmológico abrange quase todas as teorias cosmológicas partindo de uma hipótese: o universo é homogêneo e isotrópico em larga escala. Isso evidencia que para a homogeneidade, em larga escala, a densidade é igual em todo o Universo, e para a isotropia a aparência do Universo é a mesma em toda e qualquer direção. A formulação do que conhecemos como Cosmologia Moderna está fundamentada conjuntamente com o Princípio Cosmológico, que comporta algumas consequências como o fato do Universo não ter extremidade e de não ser igual em todas as suas direções.

Edward Milne (1896-1950) fundamentou o princípio cosmológico, em consonância, houve algumas contribuições de Walter Baade (1893-1960) consistindo em observações, ambos propuseram que tal princípio designava a situação em que dois observadores em posições diferentes conseguiriam interpretar o Universo da mesma forma, implicando que o Universo em larga escala apresenta propriedades físicas iguais (COLLODEL, 2014). Podemos afirmar que, em essência, o princípio cosmológico pode ser compreendido como uma generalização do princípio copernicano[3]. Assim, a consequência do princípio cosmológico é que, em larga escala, o Universo, em cada época, é homogêneo e isotrópico.

Destacamos o fato que a Cosmologia Moderna necessita destas considerações. Existem pelo menos dois motivos que sugerem a importância de tais afirmações: o primeiro é que, devido o fato da imensa dimensão do universo, estamos sujeitos a observações limitadas, por

[3] O princípio copernicano estabelecia que nem a Terra nem o Sol era o centro do Universo e que não há um observador privilegiado.

conta da velocidade da luz ser um valor limite, ou seja, ter um valor finito. Logo, se regiões muito distantes, fora do nosso horizonte causal, fossem drasticamente distintas, não conseguiríamos realizar as previsões; o segundo trata da complexidade que envolveria em resolver as equações da Teoria da Relatividade Geral, caso não considerássemos que o universo é igual em todas as regiões.

Estes problemas iriam inviabilizar uma descrição teórica do Universo, e não poderíamos utilizar as equações de Einstein discutidas anteriormente. No entanto, as observações da distribuição da radiação cósmica de fundo, ou CMB (do inglês *Cosmic Microwave Background Radiation*), que advém do período pós desacoplamento do universo, em que a radiação deixou de interagir com a matéria, nos levam a concordar com tais afirmações, tendo em vista que, medidas feitas em diferentes direções no céu resultam no mesmo espectro de energia

Vejamos agora o que nos diz o postulado de Weyl. Partimos do fato de que não podemos descrever o Universo como um todo apenas através da observação, uma vez que esta observação é limitada. Do ponto de vista local, concluímos que as galáxias interagem gravitacionalmente e estão em constante movimento. No entanto, quando consideramos o Universo em larga escala, adotamos o sistema de coordenadas comóveis para o qual as galáxias e aglomerados estão fixos, data forma temos uma nova visão acerca do movimento destas galáxias, nesta escala consideramos que a velocidade com que as galáxias se afastam ocorre devido à expansão do universo.

Herman Weyl propôs uma ideia fantástica. Ele partiu do pressuposto de que no sistema de coordenadas comóveis podemos tratar o Universo em larga escala como um fluido perfeito. Assim, levando em consideração essa enorme escala as galáxias são comparadas a partículas em um fluido, que não interagem entre si, desta forma, podemos desprezar os movimentos peculiares. De maneira geral, a dinâmica dos fluidos requer uma certa quantidade de parâmetros tais como: resistividade, condução de calor e viscosidade. Entretanto, Weyl facilita a construção de modelos cosmológicos para o Universo, pois, fluidos perfeitos só necessitam de dois parâmetros: a densidade de energia e pressão . Desta forma, o tensor energia-momento, aquela que carrega a informação da quantidade de matéria/energia que discutimos no capítulo anterior envolve os parâmetros citados de um fluido perfeito, ele pode ser visto como:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)\, U_\mu U_\nu + p g_{\mu\nu}. \tag{7}$$

Onde $^{\mu}$ é a quadrivelocidade definida por

$$U^\mu = \frac{dx^\mu}{dt}. \tag{8}$$

## 3.2 A Métrica de Friedmann-Robserton-Walker- (FRW)

Para encontrarmos a métrica que descreve de acordo com o Princípio Cosmológico a expansão do Universo, devemos correlacionar algumas relações do postulado de Weyl comentado anteriormente. Dentre elas, podemos destacar que os aglomerados ficam fixos no sistema comóvel cruzando a hiper-superfície de forma perpendicular. Para satisfazer uma representação geométrica que satisfaça à homogeneidade e isotropia do Universo em larga escala, pode ser feita por meio de um modelo simples, que de certa forma generaliza o espaço euclidiano.

Destacamos que a correção do espaço é definido pelo fator de escala $a(t$ , que descreve a expansão do Universo, destacamos também que a métrica deve ser escrita em coordenadas esféricas uma vez que a isotropia nos leva a uma simetria esférica (de rotação), e, assim, podemos escrever a métrica de Friedmann-Robertson-Walker como sendo

$$ds^2 = -\,c^2dt^2 + a^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2\left(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\phi^2\right)\right]. \tag{9}$$

Onde $k$ é o valor da curvatura e nos fornece as possíveis geometrias para o Universo. Três são os valores de $k$:

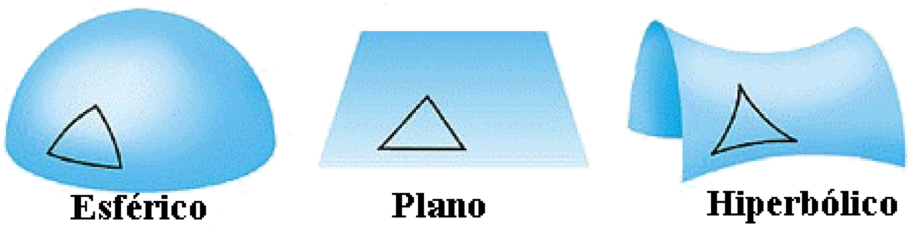
1. $k$ **(Geometria Plana)** Este espaço representa a geometria euclidiana plana. Nessa geometria o Universo possui volume infinito. As observações atuais apontam que esta é a que mais se aproxima do nosso Universo real.

2. $k$ **(Geometria Esférica)** Este modelo, similar a uma esfera, também é chamado deUniverso fechado. Possui volume espacial finito, porém ilimitado, já que não possui limites ou barreiras. O Universo passa por uma fase de expansão, seguido de uma contração, tendo seu fim numa singularidade.

3. $k$ **(Geometria Hiperbólica)** Este modelo, também conhecido como Universo aberto, que se expande indefinidamente, sendo, portanto, infinito e ilimitado.

A figura abaixo nos mostra uma ilustração destas geometrias.

Figura 1. Diferentes tipos de Geometria para o Universo




Fonte: http://astro.if.ufrgs.br/univ/univ.htm#dens. Acesso em 01/10/2021

Destacamos que a parte angular da métrica não deve afetar a isotropia do Universo, ou seja, do espaço tempo.

## 3.3 As Equações de Friedmann

Nossa tarefa agora é o de compreender o comportamento do Universo, para isto, devemos construir um modelo cosmológico que a priori seja consiste em solucionar as equações de Einstein (3). De maneira resumida, devemos obter a solução para o fator de escala $a(t$ , através do qual é possível determinar a evolução do Universo. Nesta seção, vamos solucionar as equações de Einstein para a métrica de Friedmann-Robertson-Walker, obtendo as equações de Friedmann para o fator de escala, de acordo com a métrica citada (9). A partir daqui, por conveniência, vamos considerar . Assim, observamos que o tensor métrico $g_{\mu\nu}$ de FRW é dado por

$$g_{\mu\nu} = \text{diag}\left(-1,\, a^2(t)/1 - r^2,\, r^2 d\theta^2,\, r^2 \sin^2\theta\, d\phi^2\right). \qquad (10)$$

Usando as equações (5) e (6) podemos mostrar que o escalar de curvatura para um Universo homogêneo e isotrópico é dado por:

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = \frac{6}{a^2}\left(a\ddot{a} + \dot{a}^2 + k\right). \tag{11}$$

Conforme vimos anteriormente, podemos considerar o Universo em larga escalar como homogêneo e isotrópico, com seu conteúdo de matéria e energia se comportando como um fluido perfeito. Desta forma, munidos da métrica de FRW e usando a definição do tensor de energia momento para um fluido perfeito, cito na equação (7), podemos, explicitar as suas componentes da seguinte forma:

$$T_{00} \sum_i \rho_i \quad , \quad T_{11} = \frac{a^2}{(1 - kr^2)} \sum_i p_i \quad , \quad T_{22} = a^2 r^2 \sum_i p_i \quad , \quad T_{33} a^2 r^2 \sin^2\theta \sum_i p_i \tag{12}$$

Desta maneira é possível obter as equações de Einstein para a métrica de FRW. Tomando primeira mente a sua componente $\mu = \nu = 0$

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right) = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \left(\rho_i + 3p_i\right). \tag{13}$$

Para os índices não nulos, teremos

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \sum_i \left(\rho_i + 3p_i\right). \tag{14}$$

As equações (13) e (14) são as conhecidas equações de Friedmann. Para obtermos alguma solução do fator de escala faz-se necessário o conhecimento acerca do comportamento da densidade de energia do Universo. No entanto, do ponto de Vita analítico, basta apenas que manipulemos as equações de Friedamnn. Toma-se a derivada da equação (13), em relação ao tempo, o resultado encontra-se o termo , substui-se da equação (14), resultando assim em:

$$\dot{\rho}_i + 3H\left(\rho_i + p_i\right) = 0. \tag{15}$$

Esta equação é conhecida como equação de continuidade para um fluido cosmológico (RYDEN, 2017), (MUKHANOV, 2005). Uma vez que assumimos que o Universo em larga escala pode ser representado como um fluido homogêneo e isotrópico, podemos definir para substâncias de importância cosmológica.

# 4 Inflação Cósmica

A descrição mais aceita para a origem do Universo é que ele tenha surgido de uma singulariza descrito pelo famoso modelo do Big Bang. De certa forma, este modelo se mostra muito eficiente em diversos aspectos, dentre os quais podemos destacar o fato de nos conduzir a abundância dos elementos leves presentes no Universo, além de estimar a temperatura da radiação cósmica de fundo, que foi realizada inicialmente por G. Gamow e R. Alpher (5K) em 1948 e medida na ordem de (3,5K) por A. Penzias e R. Wilson em 1965 (SANTOS, 2011).

No entanto, este modelo não nos fornece justificativas plausíveis para a presença de inomogeneidades da ordem de $0^{-4}$ou $0^{-5}$, na radiação cósmica de fundo. De acordo com segundo E. R. Harrison, P. J. E. Peebles e J. T. Yu, e Ya. B. Zel'dovich, seria necessária, entre outros requisitos, para a construção de um modelo capaz de descrever a formação de estruturas no Universo (SANTOS, 2011). A presença dessas inomogeneidades foi observada anos depois através do satélite observacional COBE.

Além destas inconsistências, o Big Bang apresenta carrega o conhecido problema das condições iniciais do Universo, que inclui o problema da planura, o problema do horizonte e a abundância de relíquias cosmológicas, como os monopolos magnéticos, os gravitinos, dentre outras partículas supermassivas. Problemas estes não resolvidos pela Teoria da Relatividade Geral. Em meados dos anos 70, os cosmologistas na tentativa de descrever a evolução do Universo se depararam com estes problemas citados. Foi este cenário que levou Alan Guth, na década de 80, a propor modificações no Modelo Cosmológico Padrão, incluindo uma fase inflacionário na evolução do Universo (GUTH, 1987).

## 4.1 Problemas Acerca da Teoria do Big Bang

Nesta seção, vamos abordar os dois principais problemas sobre a teoria do Big Bang, especificamente o problema da planura e o problema do horizonte.

1. **Problema da Planura**

Os dados astronômicos apontam que nosso Universo é aparentemente plano, desta forma, $k$ . Assim podemos reescrever a equação (13) como

$$\rho_c = \frac{3}{8\pi G} H^2, \tag{16}$$

essa relação é a densidade crítica, que representa a densidade de energia total para um universo plano. Outro parâmetro de interesse é o da densidade $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$. Assim, podemos reescrever a segunda equação de Friedmann como:

$$\Omega - 1 = \frac{k}{a^2 H^2}. \tag{17}$$

Dessa relação, podemos concluir um fato bastante curioso, que o parâmetro pode ser considerado como uma medida indireta da geometria do Universo. Como as observações nos levam a atualmente um Universo plano, temos que $k$ , desta forma, olhando para a equação (17) vemos .

De acordo com os dados observacionais temos o vínculo $\Omega_0 - 1| < 0{,}02$. Onde $\Omega_0$ descreve o parâmetro para nossa época. O fato é que em tempos mais remotos esse universo foi cada vez mais plano, configurando assim, o chamado problema da planura. Pela teoria do Big Bang, para que o Universo seja plano, a densidade deve ser extremamente próxima da densidade crítica, qualquer variação considerável para mais, resultaria num universo fechado. Então o universo se curvaria sobre si mesmo para formar um espaço de volume finito. Porém, se a densidade média for menor que a densidade crítica, então teremos um espaço infinito chamado de universo aberto.

## 2. O problema do Horizonte

Chegamos ao segundo problema a respeito da teoria do Big Bang, o chamado problema do horizonte. Este problema questiona a homogeneidade e isotropia do Universo em larga escala. Os dados nos mostram que a radiação proveniente do Universo tem a mesma temperatura em todas as direções que olhemos isto com uma precisão de uma parte em 100.000 (GUTH, 1987). Em muitas circunstâncias, tal uniformidade seria fácil de entender, uma vez que qualquer coisa chegará a uma temperatura uniforme se não for perturbada por um tempo longo o suficiente. Para compreendermos melhor o que trata esse problema, são necessários o conceito de dois parâmetros cosmológicos: a distância própria e o horizonte de partícula. Aqui o termo horizonte é compreendido como a superfície esférica centrada no observador (BARROS, 2021).

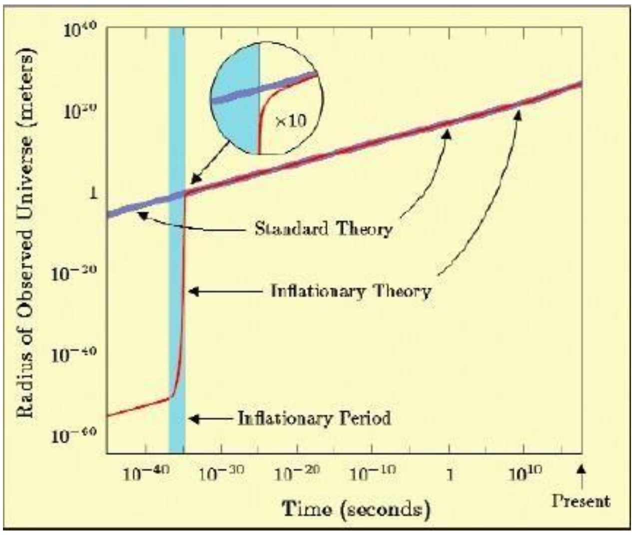
Na teoria do big bang o universo evolui tão rapidamente que não há tempo para que a uniformidade seja estabelecida. Cálculos mostram que a energia e a informação teriam que ser transportadas por volta de 100 vezes a velocidade da luz para alcançar uniformidade em 300.000 anos após a grande explosão. Assim, a teoria tradicional do Big Bang exige que postulemos, sem que haja um motivo prévio, que essa pequena, densa e quente região primordial preencheu o espaço desde o início, com a mesma temperatura em todos os lugares, isso tudo por suposição, e não como consequência de qualquer processo físico. Essa deficiência é conhecida como o problema do horizonte.

## 4.2 O Campo de Inflaton

Agora trataremos mais precisamente da inflação cósmica. Uma possível solução para esses problemas que discutimos acima é apresentada a partir da teoria da inflação cósmica, que propõe a inclusão de uma fase de expansão acelerada à evolução do Universo primordial. Pode-se afirmar que a inflação não acaba com a teoria do big bang, pelo contrário, essa teoria adiciona uma breve pré-história que se junta suavemente à descrição tradicional. O torna possível a inflação é a existência de estados da matéria que têm uma alta densidade de energia que não pode ser diminuída rapidamente. Tal estado é chamado de falso vácuo, onde a palavra vácuo não indica a ausência de matéria, mas sim estado de menor densidade de energia possível, e a palavra falsa denota que estes estado foi temporário.

O fato é que falso vácuo atua como se a densidade de energia não pudesse ser reduzida, uma vez que a redução da energia é um processo lento. Desta forma, considerando uma parte do universo primitivo no estado de falso vácuo, o efeito gravitacional repulsivo leva a um período inflacionário caracterizado por meio de um crescimento (expansão) exponencial. Eventualmente o falso vácuo decai, e a energia que havia sido bloqueada no falso vácuo é liberada. Esta energia produz uma sopa quente e uniforme de partículas, que é exatamente o ponto de partida assumido da teoria tradicional do Big Bang. É nesse exato momento que a teoria inflacionária coincide com à teoria mais antiga. Podemos observar este fato na figura abaixo.

Figura 2: Relação entre a Teoria do Big Bang e o Universo Inflacionário.




Fonte: BARROS, 2021. P 28.

Pelo gráfico visto na figura acima percebemos que a expansão começou numa região que era cerca de $0^{25}$ vezes menor que o raio da teoria tradicional. Embora a região fosse tão pequena, havia muito tempo para chegar a uma temperatura uniforme. Então no modelo inflacionário, a temperatura uniforme foi estabelecida antes da inflação iniciar. O processo de inflação então "esticou" esta região para se tornar grande o suficiente para abranger todo o universo observado. O modelo inflacionário também fornece uma resolução simples para o problema de planura, o ajuste fino exigido da densidade de massa do universo primitivo. Durante a era inflacionária, a natureza peculiar do estado de falso vácuo resulta em algumas mudanças de sinal importantes nas equações que descrevem a evolução do universo.

Vamos tratar agora do campo de ínflaton, que na verdade é um campo escalar espalhado de forma homogênea e isotrópica e o responsável pela inflação cósmica. Vamos considerar o modelo de universo de FRW (Friedmann-Robertson-Walker), onde o campo escalar, através de uma pressão negativa acelera a expansão cósmica inicial. Consideramos mais uma vez a ação de Einstein-Hilbert, agora para o campo de ínflaton

$$S = \int d^4x\sqrt{-g}\left(\kappa R + \mathscr{L}(\phi, \partial_\mu \phi)\right). \tag{18}$$

Na equação (18), $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu\phi)$ é densidade lagrangeana associada ao campo de ínflaton $\phi$ que é o campo escalar, com este campo escalar dependendo apenas do tempo $\phi(t)$. Aqui será considerado o regime em que o ínflaton é dominante, desta forma a lagrangeana para a assinatura que adotamos é dada por:

$$\mathscr{L} = -\frac{1}{2}\partial_\mu\phi g^{\mu\nu}\partial_\nu\phi - V(\phi). \tag{19}$$

Onde $V(\phi)$ é o potencial do campo de ínflaton. Munidos destas destas informações, estudaremos na próxima seção as equações de movimento para o campo de ínflaton.

## 4.3 Equação de Movimento para o Campo de Ínflaton.

Sabendo das informações explícitas nas equações (18) e (19), vamos mais uma vez aplicar o princípio de Hamilton por meio do cálculo variacional. Desta forma fazendo $S$ em (18), encontramos a equação de Euller-Lagrnage, que nos fornece a equação de movimento:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}}\partial_\mu\left(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\partial_\nu\phi\right) - V_\phi = 0. \tag{20}$$

Aqui, é o determinante da métrica de FRW dado por $g = -a^6r^4\sin^2\theta/(1-kr^2)$ e $V_\phi$ é a derivada do potencial do campo de inflamo com respeito ao campo $V_\phi = \frac{dV}{d\phi}$. Desta forma, fazendo as devidas variações nos índices podemos encontrar equação de movimento para o campo de inflaton

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_\phi = 0. \tag{21}$$

É bem comum encontrar esta mesma equação usando o tensor de energia momento e mostrar a consistência da teoria [WE]. Vamos admitir que o campo de ínflaton sofre um processo de *slow-roll* (rolagem lenta), que considera que o campo de ínflaton varia muito lentamente em relação a um potencial $V(\phi)$, desta forma, teremos

$$\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \ll V(\phi). \tag{22}$$

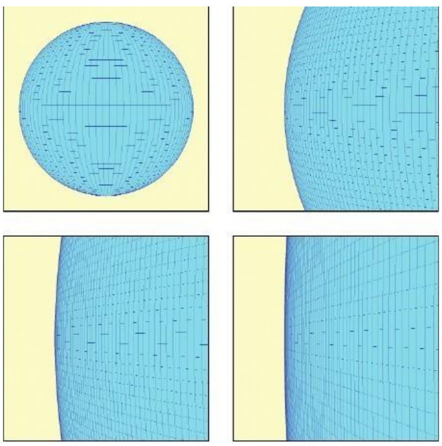
Este fato nos fornece uma importante interpretação. Ela nos diz que ao longo de um tempo considerável o potencial é aproximadamente constante, desta forma, considerando uma solução para o universo plano $(k = 0)$ , substituindo estas considerações na equação de Friedamnn, é possível mostrar (BARROS, 2021), que o fator de escala é dado por

$$a(t) \simeq a_0 \exp\left[\sqrt{\frac{8\pi G}{3}V(\phi)}t\right]. \tag{23}$$

O fato é que com este resultado, conclui-se que o fator de expansão da inflação impulsiona o universo em direção à planura. O processo de reaquecimento só ocorre com o fim da inflação. Vimos da equação (22) que isso só é possível quando o termo cinético supera o potencial, onde a energia do inflaton decai em energia de radiação e assim ocorre um aumento da energia térmica do Universo justificando desta forma, o problema do horizonte.

No que diz respeito ao problema da planura, podemos fazer uma comparação simples com o uso da seguinte figura.

Figura 3: Ilustração do problema da planura.



Fonte: BARROS, 2021, P 32.

A esfera em expansão ilustra a solução ao problema da planura na inflação. À medida que a esfera se torna maior, a superfície se torna mais plana e mais plana. Desta forma podemos considerar que a inflação do espaço faz com que ele se torne geometricamente plano. Assim, um curto período de inflação pode direcionar o valor da densidade crítica para um, com grande precisão. Não é mais preciso assumir que o valor inicial era incrivelmente perto de um.

# 5 Metodologia

Para construção deste trabalho utilizamos o método qualitativo para analisarmos monografias, artigos, livros. Nesse sentido, para a abordagem do Estudo sobre o Universo Inflacionário utilizamos o ferramental matemático de forma objetiva para demonstrarmos o caminho para chegarmos as equações de forma resumida, seguindo uma abordagem interpretativa baseada nos ideais dos autores para descrevermos cada tópico de conteúdo relacionado aos temas propostos. Os objetos do estudo estão entrelaçados entre a análise das teorias com a proposta da inflação cósmica como consequência para a resolução dos problemas acerca do Big Bang.

# 6 Conclusão

Neste trabalho realizamos um estudo sobre a Cosmologia, dando maio ênfase ao período inflacionário. Iniciamos tratando explicitamente do ferramental matemático que fundamenta este estudo, a Teoria da Relatividade Geral, destacando os seus pilares, o princípio da equivalência e as equações de campo de Einstein. Motivados pela teoria do Big-Bang consideramos a teoria da Inflação para evidenciarmos um modelo de Big Bang Inflacionário.

Fomentando a teoria apresentada, buscamos elucidar, com a ajuda do postulado de Wely, a homogeneidade do Universo. Por base em suas ideias, explicitamos as equações que fornecem a dinâmica para o Universo, as chamadas equações de Friedamann. Percebemos que as contribuições de Friedmann ajudaram a entender que há uma aceleração do Universo, logo, com a métrica de Friedmann-Robertson-Walker foi possível descrever uma geometria para o Universo que seja compatível com o princípio cosmológico. Por fim, apresentamos o modelo inflacionário guiado pelo campo escalar, conhecido como o campo de ínflaton, por meio dele foi possível resolver alguns problemas que estavam em aberto pela teoria do Big Bang, o problema da planura e o problema do horizonte. Desta forma, concluímos que a Cosmologia Moderna necessita de fato, da teoria inflacionária.

# 7 REFERÊNCIAS

WEINBERG, S. **Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General**

**Theory of Relativity** (John Wiley & Sons, Inc., 1972).

EINSTEIN, A Textos Fundamentais da Física Moderna: **o Princípio da Relatividade** (Fundação Calouste Gulbekian, Lisboa, 2001).

NEWTON, I. **Principia: princípios matemáticos de filosofia natural** - Livro I (Edusp, São Paulo, 2008).

JAMES JD. B. WILLIANS G. TURYSHEV Slava G. **Lunar Laser Ranging Tests of the**

**Equivalence Principle**. Class. Quantum Grav. 29 (2012).

CARROL, S. **Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity** Addison-

Wesley Professional

D INVERNO R. **Introducing Einstein's Relativity**. Clarendon Press. 1992.

GUTH, A. **Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems**. Phys. Rev. D 23, 347–356 (1987).

OHANIAN H.C, ***Gravitation and spacetime*** (W.W. Norton & Company, New York, 1976).

COLLODEL, Lucas. **Tópicos de Cosmologia**. 2014. (Curso de curta duração ministrado/ Outra).

HOBSON, M. P. EFSTATHIOU G. P. LASENBY, A. N. **General Relativity: An Introduction for Physicists.** Cambridge University Press

MISNER .C, WHEELER. J. A and THORNE, K. **Gravitation.** W. H. Freeman and Company

SANTIAGO R. V. W. D. I., KALLIGAS D.. **Nucleosynthesis Constraints on Scalar-Tensor Theories of Gravity**. Phys.Rev.D 56, 7627–7637 (1997).

MULLER, SARAIVA e KEPLER. Aula 7: **Cosmologia: origem do Universo.**

TIPLER, Paul. Física moderna. 6. ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2014.

RYDEN, B. **Introduction to cosmology**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2017.

MUKHANOV. D.E, V. **Physical foundations of cosmology**. [S.l.]: Cambridge university press, 2005.

BARROS,W.B. **Dinâmica Inflacionária no Universo Rainbow**. Dissertação de Mestrado. UFCG.2021

SANTOS, J. J. R. d. et al. **Tópicos em cosmologia com campos escalares.** Universidade Federal da Paraíba, 2011.

J. Hwang, **Modern Cosmology: Assumptions and Limits** (arXiv:1206.6297v1 [physics.hist-ph],2012)

C.W. Misner, K.S. Thorne and J.A. Wheeler, **Gravitation** (W.H. Freeman and Company, SanFrancisco, 1973).