UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CAMPUS I - CAMPINA GRANDE

CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JOSÉ GABRIEL CLEMENTINO DA LUZ

A IMPORTÂNCIA DA LINGUAGEM E DA LÓGICA MATEMÁTICA

CAMPINA GRANDE

2022

JOSÉ GABRIEL CLEMENTINO DA LUZ

A IMPORTÂNCIA DA LINGUAGEM E DA LÓGICA MATEMÁTICA: MATEMÁTICA DIALOGADA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado(a) em Matemática.

Área de concentração: Educ. Matemática

Orientador: Profa. Dra. Emanuela Régia de Sousa Coelho

CAMPINA GRANDE

2022

L979i Luz, José Gabriel Clementino da.
A importância da linguagem e da lógica matemática [manuscrito] / José Gabriel Clementino da Luz. - 2022.
35 p.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2022.
"Orientação : Profa. Dra. Emanuela Régia de Sousa Coelho , Departamento de Matemática - CCT."

1. Ensino de matemática. 2. Linguagem matemática. 3. Lógica matemática. I. Título

21. ed. CDD 372.7

Elaborada por Camile de A. Gomes - CRB - 15/559 BC/UEPB

A IMPORTÂNCIA DA LINGUAGEM E DA LÓGICA MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado(a) em Matemática.

Área de concentração: Educ. Matemática

Aprovado em: 04 / 08 / 2022

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra.Emanuela Régia de Sousa Coelho (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Me. Lucas Henrique Viana
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Dedico a aqueles que não puderam continuar, e em especial, ao meu pai.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, o maior matemático, que desde o início do curso, calculou o melhor caminho que eu poderia ter trilhado. Grato a todos os professores que tive a oportunidade de conhecer, e que contribuíram para me tornar o que sou hoje.

Agradeço, em especial, minha orientadora Profa. Dra. Emanuela Regia de Sousa, que foi a maior inspiração que pude ter, sempre dedicada, uma organização impecável e invejável, atenciosa, e com um excelente gosto musical.

Agradeço aos professores da banca, Dr. José Joelson Pimentel de Almeida e Me. Lucas Henrique Viana, que fizeram parte do meu crescimento, e que aceitaram fazer parte deste momento, os admiro muito, excelentes profissionais que inspiram.

Agradeço a minha família que sempre me apoiou, em especial ao meu pai, que não está mais aqui, mas sonhou com esse momento tanto quanto eu.

Agradeço a pessoa que esteve comigo desde o início do curso, que acompanhou cada fase, me apoiando, aconselhando e comemorando todos os momentos, minha noiva, Valesca.

Por fim, agradeço aqueles que conheci durante a graduação, alguns continuaram, outros acabaram desistindo, mas deixaram registros e aprendizados.

"Dê-me uma alavanca
e um ponto de apoio e
levantarei o mundo."

Arquimedes

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo investigar como a linguagem e a lógica matemática são utilizadas. Abordando a importância do uso da linguagem matemática, a relação entre a linguagem matemática e a linguagem materna, trabalhando a formulação e a resolução de problemas envolvendo lógica matemática. Este trabalho foi realizado em uma turma do primeiro ano do ensino médio na cidade de Campina Grande-PB, como uma metodologia interativa de ensino, provocando os alunos a explorarem o uso da linguagem e da lógica matemática. Sendo realizada a partir da elaboração de uma aula e em seguida, a aplicação de um questionário, a fim de avaliar a relação entre os alunos e a temática abordada.

Palavras-chave: Ensino de matemática. Linguagem matemática. Lógica matemática.

ABSTRACT

The present work aims to investigate how language and mathematical logic are used. Addressing the importance of using mathematical language, the relationship between mathematical language and mother tongue, working on the formulation and resolution of problems involving mathematical logic. This work was carried out in a class of the first year of high school in the city of Campina Grande-PB, as an interactive teaching methodology, provoking students to explore the use of language and mathematical logic. Being carried out from the elaboration of a class and then, the method of a questionnaire, in order to evaluate the relationship between the students and the theme addressed.

Keywords: Math teaching. mathematical language. Mathematical logic.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A partir de experiências pessoais, tanto no ensino básico como no ensino superior, construímos esse trabalho com a intenção de apresentar uma alternativa para aprimorar a relação entre a matemática e como ela é ensinada nas escolas. Não uma generalização, mas, o ensino de matemática, por muitos, é considerada e também aplicada de maneira tradicional, por Medeiros (2001), a relação entre professor, aluno e conhecimento se mantém de maneira rotineira, em que o professor apenas transmite conhecimento para o aluno sem que ele tenha um contato direto com o conteúdo, o que também influencia no quesito de formulação e resolução de problema: o professor acomodado nessa rotina, finda trabalhando com problemas diretos, os chamados problemas fechados, que são aqueles com enunciados do tipo: “Resolva”, “Calcule”; impedindo que o aluno explore sua imaginação e ampliando seu olhar matemático, tanto em um campo científico quanto no seu cotidiano.

Em sala de aula, se tem pouco contato referente a problemas envolvendo a lógica matemática, como também, problemas, em geral, que geram discussões. Até mesmo os enunciados que são propostos, não incentivam a curiosidade do aluno, por exemplo, problemas que envolvem mexer apenas 1 ou 2 palitos para formar algo que foi pedido. A lógica é uma ferramenta poderosa mas não muito explorada ou levada para a sala de aula. É pela lógica matemática e sua estrutura de linguagem que podemos criar conexões/relações entre o cotidiano e saberes matemáticos.

Nesse sentido, o objetivo geral deste trabalho é incentivar e mostrar o uso da linguagem e da lógica matemática fazendo com que o aluno participe e desenvolva ainda mais, os seus saberes matemáticos. Para isso, a princípio, como modo de melhorar a conexão do aluno com o conteúdo de matemática e mostrar possibilidades de atividades, apresentamos um Capítulo sobre a linguagem matemática, a linguagem materna, e como elas se relacionam; Em seguida, no Capítulo 3, falamos da importância da formulação de problemas; Em seguida, discorremos sobre a aplicação da lógica matemática nesse processo de resolução de problemas, tanto matemáticos como também problemas do cotidiano; por fim, aplicamos um questionário em uma turma do ensino médio para discutir a posição dos alunos sobre problemas matemáticos envolvendo a linguagem e a lógica matemática.

2 SOBRE A LINGUAGEM

Tendo como ponto de ignição o currículo vindo da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o incentivo a da linguagem matemática começa a ter destaque no Ensino Fundamental, para que no Ensino Médio os alunos sejam capazes de fazer algumas demonstrações matemáticas. Nesse sentido, Bernardo (2022) destaca:

> Os atos de Raciocinar, Representar, Comunicar e Argumentar ganham destaque nas orientações da BNCC e direcionam Competências Específicas de Matemática a serem alcançadas. O representar, comunicar e argumentar estão diretamente relacionados à Redação Matemática. Quando tratamos de ideias relacionadas ao representar, estamos indo ao encontro da capacidade do aluno conseguir elaborar um registro que traga um objeto matemático para um campo de fácil interpretação do seu leitor. O comunicar e argumentar andam juntos no sentido de externar uma ideia, um raciocínio, se fazer compreender e convencer o outro da veracidade daquilo. (BERNARDO, 2022, p. 29)

Entretanto, na própria pesquisa de Bernardo (2022), ele constata que professores e licenciandos têm dúvidas com relação a esses conceitos. Ao chegar no curso em licenciatura matemática, o discente (futuro professor) aprende técnicas para demonstrar elementos matemáticos, recurso importante para a construção do saber matemático no desenvolvimento dos teoremas, mas mesmo com uma ferramenta tão poderosa, as demonstrações não vão muito além, Caldato (2017) nos diz que:

> Aparentemente a demonstração na licenciatura não consiste num objeto de estudo, mas se limita a uma mera ferramenta para os licenciandos, isto quando numa disciplina de conteúdo específico algum resultado é demonstrado pelo professor (CALDATO, 2017, p.3).

É equivalente ao que ocorre no ensino escolar básico, a decoração de procedimentos para atingir a resolução/solução do problema, e ainda, como Ponte(2003) afirma, uma vez solucionado o problema, o aluno não pensa mais nele e passa para a próxima questão. Por que pensar em algo já solucionado? Os problemas em sala de aula, normalmente, são trabalhados com soluções únicas, no sentido de resolver apenas com o conteúdo que está sendo trabalhado, então por que deveria-se pensar se haveria uma outra maneira de solucioná-lo? Pensar o que aconteceria se fossem outros valores? Em que lugar esse problema pode se encaixar? Se é possível manipular sua dificuldade? É um papel importante do professor provocar o aluno a buscar sempre mais conhecimentos e, especialmente, se questionar sobre o que está estudando. A construção crítica do aprendizado é um diferencial na formação em qualquer que seja a área e, em particular, na matemática.

Uma demonstração matemática consiste no uso de argumentos para provar a veracidade de tal fato. Esses argumentos são desenvolvidos em uma harmonia entre a linguagem matemática e a língua materna, sendo a demonstração apresentada em texto coeso e detalhado.

A língua materna é aquela que vemos no dia a dia, também formada por um conjunto de regras que possibilita a comunicação, seja ela verbal ou não. Trabalhar essas regras do português (uma vez que estamos no Brasil) é essencial para se ter uma boa comunicação; é importante saber se comunicar para evitar confusões nas ideias que se quer transmitir, por exemplo, induzindo o aluno a respostas ou a um entendimento errado. Para evitar que haja mais de um sentido nas informações, a escrita deve ser de uma forma compreensível, tendo seu devido rigor, mas que seja clara para o entendimento.

Ao chegarmos na linguagem matemática há um trabalho mais delicado. Aqui é usado um sistema composto por símbolos que representam uma ideia matemática, e a união desses símbolos forma um texto matemático, mesmo que curto. Além dos números, são usadas letras do alfabeto da língua materna e o alfabeto grego para a representação dos objetos matemáticos, e ainda conta com uma grande quantidade de símbolos para a composição.

Por Lorensatti (2009), a linguagem matemática é um sistema composto por símbolos que possuem regras para serem usados, já a língua materna é aquela que usamos para nos comunicar. Ainda por Lorensatti (2009), a linguagem matemática deve ser compreendida por quem a usa, como também é indispensável para a construção do conhecimento matemático. Granell (1997), explica que a linguagem materna pode ser reformulada de maneira que vire uma linguagem mais formalizada, como também há o processo da linguagem matemática ser “traduzida” para a linguagem materna. Quando se formula um problema, é importante que ele seja claro nas informações, que não haja uma interpretação dúbia, que tenha todas as informações necessárias para poder resolvê-lo.

Um fato interessante é que, a linguagem matemática é tida como universal, ou seja, em qualquer espaço, seja ele acadêmico ou não, que se pode encontrar matemática, será a mesma representação, o mesmo significado no que se diz respeito aos símbolos e sentido. Justamente por ter essa formalização e sua estrutura simbólica padrão, como também por ser uma coleção de conhecimentos vindos e construídos a partir da evolução de vários povos.

> A matemática não surgiu completamente formada. Ela cresceu a partir de esforços acumulados de muitas pessoas, de muitas culturas, que falavam muitos idiomas. Ideias matemáticas que ainda são usadas atualmente remontam a mais de 4 mil anos. (STEWART, 2009, p.6).

Em sala de aula é comum vermos uma metodologia padrão de ensino que consiste em uma resolução repetitiva e “rasa” de exercícios, Caldato (2017). A partir dessa linha de ensino, tanto alunos, como pessoas de fora da sala de aula, veem a matemática, como um conhecimento que só alguns conseguem desenvolver, acha ela “chata” e difícil, e casos que pensam a matemática como uma ferramenta inútil; que não será usada em sua vida. Granell(1997), mostra que acontece, constantemente, das pessoas fazerem operações matemáticas fora da sala de aula, na vida cotidiana, sem perceber um sentido mais amplo do contexto; já, em sala de aula, como há a formalização desse conhecimento, “espanta” o aluno por parecer algo tão complexo.

Podemos então deduzir que, o quanto sabemos matemática é o que nos faz classificá-la como algo útil ou uma coisa sem serventia; é a partir dela que podemos enxergar o mundo de outra maneira, Leal (2012) diz:

> Durante a nossa vivência como aluno do Ensino Básico e do Ensino Superior, verificamos certa ausência da linguagem matemática e de uma orientação de parte dos professores de como pensar logicamente esta disciplina. Ao ter contato, no curso superior, com a disciplina “História da Matemática e Lógica", tomamos consciência da necessidade de, como futuros professores de matemática, trabalhar no sentido de tornar a matemática mais atraente despertando nos alunos o gosto pela matéria procurando pensar logicamente e de usar, pelo menos de modo simples sua linguagem. (LEAL, 2012, p 6).

3 UM POUCO MAIS DE MATEMÁTICA

Tudo ao nosso redor pode ser interpretado pela matemática; a observação do mundo nos faz identificar alguns elementos, e a partir disso desenvolvemos as ideias. Tudo que é observável e até mesmo abstrato, pode ser convertido para a linguagem matemática. Essas observações vieram das antigas civilizações, passaram por matemáticos de outras épocas, até chegar na matemática moderna de hoje em dia.

Há um livro de grande importância para os matemáticos, que é o livro de Euclides, chamado de Os elementos, escrito por volta de 300 a. C. Euclides reuniu todo o conhecimento de matemática da época, contendo definições, postulados, proposições e provas matemáticas, e os apresentou de forma totalmente rigorosa, que mesmo aquele que possui um grande conhecimento matemático sente dificuldade ao ler. Essa obra de Euclides contribuiu para a lógica e a ciência moderna.

Como previamente dito, a matemática é composta de uma linguagem formalizada. Neste tópico falaremos de alguns pontos dessa formalização.

Depois de definir um objeto de estudo, formulamos uma sentença matemática ou proposição matemática, baseado nas ideias de Filho(2016), é uma frase, expressa em linguagem matemática, que também pode ser formulada usando apenas símbolos, e que cumprem algumas condições:

> 1- Apresenta-se estruturada como uma oração, com sujeito e predicado, incluindo o verbo.
>
> 2- É afirmativa declarativa (não é interrogativa, nem exclamativa).
>
> 3- Satisfaz os seguintes princípios:
>
> 3.1- Princípio do terceiro excluído: uma sentença é falsa ou é verdadeira, excluindo uma terceira alternativa.
>
> 3.2- Princípio da não contradição: uma sentença não pode ser falsa e verdadeira ao mesmo tempo, não podendo contradizer-se. (FILHO, 2016, p.22).

O próximo passo é provar se a sentença é verdadeira ou falsa, para isso os matemáticos recorrem ao uso de argumentações para obter uma conclusão.

> Os matemáticos tentam justificar suas alegações por meio de provas. A busca de argumentos racionais rígidos é a força motriz da matemática pura. Cadeias de dedução corretas daquilo que é sabido ou é suposto levam o matemático a uma conclusão, que então entra para o depósito matemático estabelecido. (CRILLI, 2017, p.139).

As provas matemáticas por Crilli(2017), são argumentos lógicos e sólidos, com características rigorosas, transparentes e com elegância. Estas provas servem como validação de alguma afirmação, como também, para nos aprofundar em algum conhecimento e ainda poder expandi-lo.

> Quando lê ou ouve falar em um resultado matemático, você acredita nele? O que faria você acreditar? Uma resposta a essa pergunta seria um argumento lógico sólido, derivado de ideias que você aceita, até chegar à declaração sobre a qual você está se perguntando. Isso seria o que os matemáticos chamam de prova em sua forma comum, uma mistura da linguagem do dia a dia e da lógica rigorosa. Dependendo da qualidade da prova você ou se convence ou permanece cético. (CRILLI, 2017, p.140).

Nesse processo de lógica matemática na demonstração de uma proposição, podemos cair em duas situações possíveis, primeiro é seguirmos o caminho da lógica dedutiva, que consiste em, partir de que, se a premissa é verdadeira, então, chegaremos a uma conclusão verdadeira. O método dedutivo possui uma estrutura melhor de demonstração, com: análise e formulação do problema, formulação da hipótese, verificação da hipótese, e por fim o resultado, é partindo da premissa no geral para se chegar em uma premissa específica. O segundo caminho, é a lógica indutiva, nela ocorre o inverso da dedutiva, tomando uma premissa específica observada, sem nenhum rigor, parte-se para a premissa geral.

Alguns dos tipos de provas matemática mais usadas são: o uso de contra exemplo, o método direto, método indireto e a redução por absurdo. O método de contra exemplo, como já diz, pegamos um exemplo e provamos a invalidade de alguma ideia. O método direto, vamos direto a uma conclusão usando argumentações lógicas a partir do que a própria premissa estabelece; já o método indireto, partimos da conclusão, a negando, de modo que contradiga a hipótese; por fim, na redução por absurdo, partimos da negação da tese, porém ainda considerando a premissa original, e chegamos em uma contradição, provando que a tese original é legítima. Esses são alguns exemplos de métodos dedutivos, mais a frente veremos um exemplo indutivo, o silogismo de Aristóteles.

4 LÓGICA MATEMÁTICA

Podemos definir lógica como o desenvolvimento de uma estrutura formal e rigorosa, que se divide em dois ramos, a primeira é o uso do raciocínio em determinada situação, e a segunda é uma análise da validez do raciocínio. Segundo Hegenberg e Silva (2005), a lógica pode ser usada em 3 tipos de finalidade:

1. Explicar com precisão, várias noções intuitivas de "verdade lógica";
2. Codificar enunciados, gerando sistemas formais;
3. Utilizar os sistemas na condição de "testes" como forma de avaliar a validade de argumentos e inferências, tanto no campo científico como em diálogos do cotidiano.

Durante a evolução do conhecimento, a lógica tomou vários rumos se ramificando nas mais diversas áreas de estudo. Por exemplo, na filosofia, o estudo da lógica explora os conceitos da metafísica, ontologia, epistemologia e ética. Na matemática, estudam-se as formas válidas de implicações de uma linguagem formal.

É dito que Aristóteles é o pai da lógica, pois é por ele que se inicia a busca para explicar como é formulado o raciocínio humano. É por ele que surge o sistema de lógica chamada de formal, em que a estrutura lógica da argumentação é priorizada, dando maior ênfase a uma linguagem que utiliza símbolos. Mas, das ideias de Aristóteles, podemos encontrar várias brechas, Machado e Cunha (2019) falam sobre a lógica formal que:

> "... não se pode pretender que apenas os conhecedores das regras aristotélicas possam fazê-lo, assim como também é absurdo pretender que apenas os conhecedores das leis ou regras básicas para uma boa respiração tenham o direito de respirar." (MACHADO, CUNHA, 2019,p.15).

Ou seja, a lógica formal estaria sendo considerada válida por aqueles que saibam trabalhar com ela, desconsiderando qualquer outro raciocínio. Um segundo ponto que podemos analisar da lógica aristotélica é o silogismo. Aristóteles trabalhava com a lógica da seguinte forma: a partir de duas premissas, que se relacionam, chega-se a uma conclusão. Porém, muitas vezes, a uma conclusão equivocada. Chamemos de P1 a premissa 1(um), P2 a premissa 2(dois), e C a conclusão, daí:

Se a P1 diz que uma ideia A se relaciona com B;

P2 diz que a ideia B se relaciona com uma C;

Conclusão: A também se relaciona com C.

O que nos diz que, acontece uma transitividade entre as premissas com a conclusão, porém essa ideia pode ser facilmente quebrada, para ficar mais claro e provar a falha dessa lógica, tomemos um exemplo de Machado e Cunha (2019, p.28).

Alguns brasileiros são pobres.

Alguns pobres são mendigos.

Logo, alguns brasileiros são mendigos.

Podemos perceber que a lógica silogística é voltada à transitividade nas informações que está sendo analisada, e desconsidera uma análise mais profunda do que a premissa diz.

Apesar dessa grande influência de Aristóteles, ela existe muito antes dele, Kneale (1982) explica:

> A lógica trata dos princípios da inferência válida; e é certo que os homens fizeram e criticaram inferências muito antes de aristóteles. Isto só por si não justifica a nossa afirmação de que a lógica começou muito antes de Aristóteles; uma vez que os homens podem efectuar diversas atividades corretamente (por exemplo falar uma língua) sem formularem explicitamente as regras dessa atividade. (KNEALE,1982,p.4).

5 O CURRÍCULO

Com o passar do tempo, a educação ganhou uma atenção especial no que se diz respeito ao que será transposto de conteúdo para os alunos. No ano de 1970 a grade escolar era baseada nos Guias Curriculares, documento oficial informativo sobre os currículos escolares de graus e matérias de ensino baseados nas mudanças educacionais do governo militar. Pietropaolo (2005) mostra que em 1976, os Guias Curriculares sofrem uma grande influência do movimento da matemática moderna, que visava unificar o ensino da matemática escolar com o ensino acadêmico, ou seja, trazer um contexto mais formal para a sala de aula. Ainda por Pietropaolo (2005), o autor traz uma análise desse processo evolutivo do currículo, refletindo não apenas no conteúdo mas também na formação do professor de matemática, a princípio era afirmativo por ele que para ser um bom professor de matemática bastava apenas ter um pouco de vocação e saber matemática, e com o tempo, ele percebe que o processo de ensino era voltado para a produção de um conhecimento "mecanizado", apenas a memorização de demonstrações.

Avançando no tempo, especificamente em 1988, há o Plano Nacional da Educação (PNE) que em sintonia com a constituição federal, aprimora a composição curricular, implementando a Base Nacional Comum Curricular, que teve sua primeira versão no ano de 2014. Ainda, para implementar o currículo, em 1997 surgem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), por Pietropaolo (2005), foi um grande avanço, para o uso de demonstrações e provas matemáticas no ensino fundamental e que se estende ao ensino médio.

Para uma boa educação e boa formação de cidadãos, foi pensado um roteiro de estudo para o ensino escolar básico, um currículo escolar, que vem definir o que seria "necessário" para a formação de futuros adultos. Fazem parte desse currículo: a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). A Base Nacional Comum Curricular dá força enorme para este trabalho, pois no próprio documento, estabelece competências a serem desenvolvidas para com o aluno.

Nesse documento, ele vem estabelecer que no processo de ensino de matemática, há um compromisso durante o ensino fundamental: estabelecer o letramento matemático.

> "…letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e predizer fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos…". (BRASIL, 2018, p. 263).

Para atingir os objetivos, a BNCC estabelece competências que o professor deve mediar para que o aluno se desenvolva. A BNCC visa que o aluno adquira habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, a fim de ter a capacidade de poder identificar tanto como a matemática está presente no seu cotidiano, como também saber utilizar a matemática no seu dia a dia. Podemos então explorar duas competências da BNCC, a saber:

> 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
>
> 6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados). (BRASIL, 2018, p. 265).

Os PCN são a união de documentos que compõem a grade curricular de uma instituição escolar, uma ferramenta de auxílio para os docentes, contribuindo para a orientação do seu trabalho no cotidiano escolar.

Apesar dessa similaridade, a BNCC e os PCN se diferem em relação às divisões dos conteúdos, enquanto a BNCC visa os conteúdos de maneira específica, os PCN dividem de maneira geral.

> A BNCC organiza os conteúdos em relação ao ano escolar, ou seja, para cada ano da vida escolar há uma enumeração de assuntos a serem abordados e consequentemente apreendidos pelos alunos, em contrapartida o PCN é organizado em ciclos, em que cada ciclo do PCN corresponde a 2 anos escolares da BNCC. (PEREIRA,PEREIRA, 2018, p. 3).

6 A FORMULAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Para verificação da proposta deste trabalho, utilizamos a formulação e resolução de problemas. A princípio, falemos da formulação de um problema. Devemos ter cuidado ao formular um problema pois alguns incidentes podem acontecer, por exemplo, uma má interpretação do enunciado induzindo a uma interpretação e resolução errada; acontecer duplo sentido de informações; o enunciado não conter informações suficientes para a resolução, etc. Por Lorensatti (2009, p.7), para evitar confusões no aluno, os problemas devem ser bem estruturados, no seguinte sentido:

> Os problemas bem-estruturados são aqueles que se apresentam como textos bem-estruturados, com coesão e coerência, ou seja, trazem, em seu enunciado, marcas linguísticas que ligam os elementos desse de forma a apresentar uma organização sequencial e com possibilidade de ser interpretado. (LORENSATTI, 2009, p.7).

Consideremos um ambiente de docentes, em que a proposta é trabalhar a formulação de um problema de um determinado conteúdo. Cada profissional entregaria um resultado diferente, mas agora o próximo passo seria cada um analisar a formulação do outro professor. Podemos afirmar que pelo menos um professor, iria adicionar, trocar ou retirar alguma informação do enunciado do outro professor. Agora, imagine essa situação, mas com alunos. Como eles se sentiriam participando dessa etapa de construção do conhecimento? É uma ampla possibilidade para trabalhar tanto a linguagem matemática como também a linguagem materna, em um processo de investigação matemática. Complementando, Lorensatti (2009), traz a importância da linguagem matemática e a língua portuguesa trabalharem em conjunto.

Tomando o ponto agora de resolução do problema, temos, normalmente em sala de aula, como dito por Medeiros (2001), problemas fechados, e isso impõe ao aluno responder apenas com o conteúdo que está sendo trabalhado; o impedindo de explorar sua criatividade, tirando a fase investigativa de alguma experimentação, e mais, o professor como método avaliativo, cobra ao aluno que escreva toda a resolução do problema para ver se o conteúdo trabalhado foi utilizado.

Recapitulando, a partir de uma boa formulação de um problema, podemos permitir uma boa resolução e, com isso, podemos chegar a uma (ou mais) conclusão(ões) satisfatória(s). Um enunciado mais elaborado, seguindo a ideia de Lorensatti (2009) de problema bem estruturado, pode influenciar o aluno a uma solução mais estruturada e formal, ou seja, a formulação pode incentivar na resposta do aluno.

7 APLICAÇÃO DA PROPOSTA

Para a aplicação da proposta, foram selecionadas duas turmas do primeiro ano do ensino médio, de uma escola pública na cidade de Campina Grande. Foi realizado da seguinte forma: com a elaboração de uma aula de 50 minutos, introduzindo um pouco o contexto do que é lógica e linguagem matemática, falando da origem histórica e filosófica, algumas notações matemáticas (símbolos), prosseguindo com a discussão de uma questão da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) do ano de 2022 que abordava o raciocínio lógico, e por fim, a aplicação do questionário deste trabalho. Apesar da aula ser elaborada para 50 minutos, o tempo não foi suficiente para a conclusão da aula. Para melhor detalhamento do plano de aula e do questionário, veja os Apêndices.

Foi escolhida a turma de primeiro ano pelo fato de ser a série seguinte do nono ano do Ensino Fundamental, o que avaliaria se o aluno já teve experiência com esse conteúdo; como também, a faixa etária, alunos com idade a partir de 14 anos poderiam fornecer resultados mais elaborados. Outro ponto importante é que, apesar de ser trabalhado o questionário em duas turmas, o objetivo não é comparar qual a melhor, mas sim analisar uma quantidade maior de alunos referentes ao tema abordado.

Vamos ao questionário, a primeira pergunta é:

“O que você entende por linguagem e lógica matemática?”.

Para avaliar se eles já conheciam sobre o tema e o que eles observaram da aula exposta/dialogada, e obtivemos diversas respostas, como:

-“Que existem vários símbolos”;

-“Eu nunca ouvi falar nesse assunto, mas já vi que é com sinais de + e - e outros e sinais gregos”;

-“Eu entendo que para entender uma lógica matemática, a gente precisa de uma linguagem que explique aquilo”;

-“Que explora as aplicações da lógica formal para a matemática”;

-“Que é uma análise de hipóteses para verificar se algo é verdadeiro ou falso”;

-“Uma linguagem criada para fazer as pessoas entender mais rápido a matemática e suas questões”;

“É um ato de pensar”;

“Não entendo muita coisa, mas acho que seria tipo, lógica matemática seria como algo racional

e linguagem como uma forma de interpretar”;
“Entender, pensar e analisar”;
“Uma forma de escrita, de leitura matemática, ler os símbolos,... uma lógica de pensamento”;
“Linguagem todo meio para se comunicar pensar de forma matemática”.

Podemos perceber que apesar das respostas terem sido curtas, foram apresentadas boas soluções. Outro ponto notável é que eles não conhecem muito sobre a temática, a maioria das respostas foram voltadas para a questão dos símbolos, outros conseguiram desenvolver mais sobre a linguagem e a lógica.

A segunda questão vem trabalhar sobre a análise de uma reflexão do cotidiano, e que vem com uma ferramenta matemática, a prova da hipótese.

“Não existe meio buraco”. A partir dessa afirmação escolha um dos itens abaixo e justifique.

a) **Mostre que essa afirmação é verdadeira**
b) **Mostre que essa afirmação é falsa**

-”Não há como existir meio buraco”;

-”Pois se taparmos um buraco ele continua sendo um buraco só que menor, e se taparmos ainda mais ele continuaria sendo um buraco mais menor”;

-”Pois ou o buraco existe ou não, mesmo se dividirmos o buraco ao meio ele irá continuar sendo um buraco com um tamanho reduzido”;

-”Pra mim existe porque as coisas ficam pela metade”;

-”Não existe pois não cava meio buraco”;

-"Essa afirmação é verdadeira, porque o buraco sendo grande, fundo ou não, sempre vai ser um buraco”;

-”Pode cavar uma parte agora e cavar o resto depois”.

Diferente da primeira questão, que era uma resposta mais pessoal, essa segunda questão gerou discussão entre os alunos se existe ou não meio buraco, o que foi algo muito positivo, os alunos debateram entre si defendendo sua ideia, o buraco ser algo definitivo, ou ainda, a questão de definir um tamanho para o buraco e dividir a fase de cavar em etapas, umas das respostas que mais surpreendeu foi a questão de preencher o buraco para assim considerar a metade dele.

Seguindo para a terceira questão, ela vem trazer sobre o paradoxo de Zenão.

"O paradoxo da flecha imóvel: Zenão afirma que uma flecha, ao ser lançada, jamais atinge seu alvo. O espaço a ser percorrido em sua trajetória pode ser dividido em segmentos menores, o que significa dizer que a flecha nunca vai atingir o seu alvo e estará em movimento constante.

Em outras palavras, se a flecha vai percorrer , por exemplo 100m, ela também vai percorrer a metade dessa distância, ou seja 50m, que também percorre a metade da metade (25m), e assim infinitamente, ou seja a flecha nunca chegaria no seu alvo pois ela nunca sairia dessas infinitas divisões. Zenão afirma, o movimento não existe.

Como você poderia explicar que Zenão está errado?"

- "Com a força do vento e pela velocidade";
- "Ele está errado porque somando todas essas divisões dá os 100m, ou seja, ela de uma forma ou outra chegará ao alvo";
- "A força não é constante e com o tempo perderá a velocidade";
- "Porque se ela será lançada ela chegará ao final, ela vai se aproximando da metade em metade, e contando tudo chegará ao alvo";
- "Ele está contando para trás, mas somando tudo vai dá a distância que a flecha precisa percorrer até chegar ao seu alvo";
- "A história acaba quando ele percorrer 100 metros, tem que ser o que ela vai percorrer não o que percorrerar".

Podemos ver que usaram conceitos da matemática, a questão das somas de todas as divisões, como também conceitos da física, a questão das forças, e ainda, usaram a própria lógica empírica de que, se ela será disparada, é lógico que ela vai atingir algum alvo. Essa questão também houve discussão entre os alunos a respeito de como a flecha iria chegar ao alvo.

A quarta pergunta do questionário é sobre a opinião dos alunos sobre o que eles acharam das formulações dos problemas.

"Você achou os problemas bem formulados ou acha que faltou algo? O que poderia ser melhorado?"

No geral, as respostas foram positivas, afirmando ter achado muito interessante, interativo, desafiando, levando a usar todos os conhecimentos que possuem, e apenas dois alunos disseram ter dificuldades.

- "Sim, falta ter explicado melhor";

- “Está bem complexa dá para entender mas se torna um pouco difícil quando a pessoa não entende muito”.

Por fim, o quinto questionamento seria para os próprios alunos formularem um problema, porém, devido ao tempo ter sido muito rápido, não conseguiram finalizar por completo o questionário ou não souberam formular um problema.

“Agora é com você, crie um problema matemático, pode ser sobre qualquer tema, e que, possa haver mais de uma solução.”

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Partindo dos autores citados como base para a construção deste texto, podemos concluir que o trabalho da linguagem e da lógica matemática é algo de extrema importância de ser apresentado em sala de aula, tanto como uma metodologia que incentiva, provoca o aluno; como também é uma grande investida para a construção do conhecimento, principalmente matemático, saindo do costume rotineiro de aulas expositivas e trazendo o debate para a sala de aula: formando opiniões e melhorando a troca de conhecimentos entre alunos e professores. Ainda, por ser uma metodologia contínua, o professor deve sempre estar buscando ampliar seus conceitos para melhorar o que ele trabalha em sala de aula.

Analisando a aplicação da aula introdutória e do questionário, podemos concluir que foram bons resultados, porém, gera a necessidade de se ter ainda mais o contato com essa temática da lógica e da linguagem matemática, principalmente porque não é algo que é trabalhado em sala de aula, o que contraria os documentos da BNCC. A partir dessa temática, vários debates poderiam ser gerados, oferecendo a possibilidade de formação de opinião própria ao aluno, além do desenvolvimento do letramento matemático de forma mais elevada. Outro ponto interessante, seria os próprios alunos analisarem suas respostas e as respostas de seus colegas, criando uma ligação entre cada resolução, e ajudando a avançar juntos nessa fase da educação.

Por fim, como forma de dar continuar o ensino da lógica e da linguagem matemática em sala de aula, fica como proposta, trabalhos futuros, uma investigação mais profunda para se trabalhar e maneiras para abordar, a linguagem matemática, não apenas em situações problemas em sala de aula, como também um uso mais elaborado a partir de observações no cotidiano, usando o processo de tradução de linguagem materna a partir da observação, e convertendo para a linguagem matemática.

REFERÊNCIAS

A Lógica na filosofia de Aristóteles: estudo sobre o pensamento. **Blog do enem**, 11 de set. de 2019. Disponível em: <https://blogdoenem.com.br/logica-aristotelica-filosofia-enem/>. Acesso em: 16 de set. 2022.

BERNARDO, Raylson José Deodato. **Incentivo à Redação Matemática na Educação Básica: O que pensam professores e licenciandos.** 2022. 88f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática - PROFMAT) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2022.

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. MEC, SEF, 1997.

BRASIL, MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. (2018). **BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR.** MEC, Brasília.

CALDATO, João; UTSUMI, Miriam Cardoso; NASSER, Lilian. Argumentação e demonstração em matemática: a visão de alunos e professores. **Revista Triângulo**, v. 10, n. 2, p. 74-93, 2017.

CRILLY, Tony. **50 ideias de matemática que você precisa conhecer**. 1. ed. São Paulo: Planeta do Brasil, 2017.

ESTRANHO, R. M. O que é lógica aristotélica? **Superinteressante**, 4 de julho de 2018. Disponível em: <https://super.abril.com.br/mundo-estranho/o-que-e-logica-aristotelica/>. Acesso em: 16 de jun. de 2022.

Euclides. **Os elementos**/Euclides; tradução e introdução de Irineu Bicudo. – São Paulo: Editora UNESP, 2009.

DE MORAIS FILHO, Daniel Cordeiro. Um convite à Matemática. **Coleção do Professor de Matemática**, 1a edição, Rio de Janeiro-RJ: SBM, 2012.

FERREIRA, Felipe. Entenda como funciona a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). **PROESC**, 2022. Disponível em: <https://www.proesc.com/blog/entenda-a-base-nacional-comum-curricular-bncc/>. Acesso em: 20 de jun. de 2022.

GRANELL, G. C. **A aquisição da linguagem matemática: símbolo e significado**. in: Teberosky, ana; tolchinsky, liliana (org.). Além da alfabetização: a aprendizagem fonológica, ortográfica, textual e matemática, pages 257 - 283, 1996.

HEGENBERG, Leonidas. **Novo dicionário de lógica**. Rio de Janeiro: Pós- Moderno. 2005.

KNEALE, William. **O desenvolvimento da lógica**. 2 ed.. São Paulo: Fundação Calouste

Gulbenkian. 1962.

LEAL, J. T. J. **Uma análise sobre a linguagem e a lógica no ensino de matemática**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Departamento de Matemática. Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2011.

LORENSATTI, Edi Jussara Candido. Linguagem matemática e Língua Portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos. **Conjectura: filosofia e educação**, v. 14, n. 2, p. 89-99, 2009.

MACHADO, Nilson José, CUNHA, Marisa Ortegoza da. **Lógica e linguagem cotidiana - verdade, coerência, comunicação, argumentação**. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica. 2019.

MEDEIROS, Kátia Maria de. **O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula**. 2001.

Paradoxo - Zenão e os argumentos lógicos que levam a conclusão falsa. **Uol**, c2022. Disponível em: <https://educacao.uol.com.br/disciplinas/filosofia/paradoxo-zenao-e-os-argumento-logicos-que-levam-a-conclusao-falsa.htm#:~:text=Esse%20paradoxo%20tamb%C3%A9m%20tenta%20provar,infinito%20e%20inesgot%C3%A1vel%20da%20flecha.>. Acesso em: 20 de jun. de 2022.

PEREIRA, J. P. O., PEREIRA, J. P. O. (2018). **O currículo e a aprendizagem: uma análise comparativa entre a BNCC e o PCN no eixo de números e operações dos anos finais do ensino fundamental**. V CONEDU, Pernambuco.

PIETROPAOLO, R. C. **(Re)significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática**. 2005. 388 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

PONTE, João Pedro Mendes da. (2003). **Investigar, ensinar e aprender**.Actas do ProfMat (CD-ROM, pp. 25-39). Lisboa: APM.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Curitiba: Ed. da UFPR. 2009.

APÊNDICE A - PLANO DE AULA

UEPB Universidade Estadual da Paraíba

LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PLANO DE AULA

DATA DA AULA: 11/07/2022

INFORMAÇÕES GERAIS

Professor: José Gabriel Clementino da Luz **Duração de aula: 50 minutos** **Quantidade de aulas: 1** **Série/Ano: 1° ano do Ensino Médio** **Conteúdo: Linguagem e Lógica Matemática**

COMPETÊNCIA E HABILIDADES

(EM13MAT106) Identificar situações da vida cotidiana nas quais seja necessário fazer escolhas levando-se em conta os riscos probabilísticos (usar este ou aquele método contraceptivo, optar por um tratamento médico em detrimento de outro etc.). **(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.**

OBJETIVOS

Objetivo Geral

- Investigar e discutir, a linguagem e a lógica.

Objetivos Específicos:

- Trabalhar o contexto histórico e filosófico da lógica.
- Relacionar lógica com matemática.
- Pensar na linguagem matemática, o que é e para quê serve.
- Trabalhar os quantificadores lógicos da matemática.

METODOLOGIA

Iniciar a aula falando da origem histórica da lógica, que se inicia lá na Grécia Antiga, a partir de Aristóteles, falando da formação do homem nas academias que era composto do Trivium (Lógica, Gramática, Retórica), em seguida, relacionar como a lógica se relaciona com a matemática e como é usada na mesma. Após essa contextualização, começar os conceitos de linguagem matemática, perguntar aos alunos se eles já conheciam, quais os símbolos matemáticos eles conhecem. Adiante, trabalhar os quantificadores lógicos, para em seguida, analisar junto com os alunos a questão da OBMEP 2022 sobre lógica que envolvia o personagem Pinóquio. Por fim, a aplicação de um questionário, para avaliar se os alunos já conheciam ou o que puderam aprender sobre linguagem e lógica matemática.

RECURSOS

- Lápis,lousa, material impresso.

AVALIAÇÃO

A avaliação dar-se-á de maneira contínua e com a análise do questionário proposto.

BIBLIOGRAFIA

- Disponível em: https://educacao.uol.com.br/disciplinas/filosofia/paradoxo-zenao-e-os-argumento-logicos-que-levam-a-conclusao-falsa.htm#:~:text=Esse%20paradoxo%20tamb%C3%A9m%20tenta%20provar,infinito%20e%20inesgot%C3%A1vel%20da%20flecha. Acesso em: 08/06/2022

APÊNDICE B - O QUESTIONÁRIO

Universidade Estadual da Paraíba - UEPB CAMPUS I

Graduando: José Gabriel Clementino da Luz   Matrícula: 172030048

Aluno:____

Turma:______

Questionário: Linguagem e Lógica matemática

1- O que você entende por linguagem e lógica matemática?

2- "Não existe meio buraco". A partir dessa afirmação escolha um dos itens abaixo e justifique.

c) Mostre que essa afirmação é verdadeira

d) Mostre que essa afirmação é falsa

3- O paradoxo da flecha imóvel: Zenão afirma que uma flecha, ao ser lançada, jamais atinge seu alvo. O espaço a ser percorrido em sua trajetória pode ser dividido em segmentos menores, o que significa dizer que a flecha nunca vai atingir o seu alvo e estará em movimento constante.

Em outras palavras, se a flecha vai percorrer , por exemplo 100m, ela também vai percorrer a metade dessa distância, ou seja 50m, que também percorre a metade da metade (25m), e assim infinitamente, ou seja a flecha nunca chegaria no seu alvo pois ela nunca sairia dessas infinitas divisões. Zenão afirma, o movimento não existe.

Como você poderia explicar que Zenão está errado?

4- Você achou os problemas bem formulados ou acha que faltou algo? O que poderia ser melhorado?

5- Agora é com você, crie um problema matemático, pode ser sobre qualquer tema, e que, possa haver mais de uma solução.