UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

EMANOEL MARCILIO DE ABRANTES GADELHA SILVA

CONSTRUÇÕES NOTÁVEIS EM DESENHO GEOMÉTRICO

PATOS
2022

EMANOEL MARCILIO DE ABRANTES GADELHA SILVA

CONSTRUÇÕES NOTÁVEIS EM DESENHO GEOMÉTRICO

Trabalho de Conclusão de Curso (Artigo) apresentado ao Departamento do Curso de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Geometria

Orientador: Prof. Me. José Ginaldo de Souza Farias.

PATOS
2022

S586c Silva, Emanoel Marcilio de Abrantes Gadelha.
Construções notáveis em desenho geométrico [manuscrito] / Emanoel Marcilio de Abrantes Gadelha Silva. - 2022.
22 p. : il. colorido.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas , 2022.
"Orientação : Prof. Me. José Ginaldo de Souza Farias , Coordenação do Curso de Matemática - CCEA."

1. Geometria. 2. Construções geométricas. 3. Desenho geométrico. I. Título

21. ed. CDD 516

Elaborada por Edson M. A. Monteiro - CRB - CRB 15/743 BSC7/UEPB

EMANOEL MARCILIO DE ABRANTES GADELHA SILVA

CONSTRUÇÕES NOTÁVEIS EM DESENHO GEOMÉTRICO

Trabalho de Conclusão de Curso (Artigo) apresentado ao Departamento do Curso de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Geometria

Aprovada em: _14_/_12_/_2022_.

BANCA EXAMINADORA

____
Prof. Me. José Ginaldo de Souza Farias (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

____
Prof. Me. Rômulo Tonyathy da Silva Mangueira
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

____
Prof. Dr. Marcelo da Silva Vieira
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

“O coração da aranha se desfaz em geometria de seda e mandala. (BERNIS, 2004)”

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

CONSTRUÇÕES NOTÁVEIS EM DESENHO GEOMÉTRICO

NOTABLE CONSTRUCTIONS IN GEOMETRIC DESIGN

Emanoel Marcilio de Abrantes Gadelha Silva*
José Ginaldo de Souza Farias**

RESUMO

O presente trabalho vem com o intuito de acentuar o estudo sobre as construções geométricas realizadas no papel através de instrumentos básicos, como: compasso, régua e esquadros. Sabendo da importância didática que os mesmos possuem no ensino de matemática, tanto na compreensão quanto na evolução do conhecimento na disciplina, é proposto, neste artigo, um apanhado de conhecimentos em geometria na área descrita mais acima. Utilizando como referência o teórico Lucas Maken e o renomado geômetra Eduardo Wagner, esse artigo se torna útil para estudantes da matemática pura que procuram por um material sintético das construções geométricas. Inicialmente, é retratado a história da geometria e seus traços iniciais no desenho geométrico até a criação dos utensílios que hoje subsidiam a feitura das construções e dão sentido a todo o estudo da geometria. Algumas construções, após isso, são realizadas para o desenvolvimento da geometria. Desde a construção de retas perpendiculares até expressões algébricas com radicais são exploradas.

Palavras-chave: Geometria. Construções Geométricas. Desenho Geométrico.

ABSTRACT

This work aims to enhance the study about geometric constructions, done in paper, using basic instruments such as compasses, rulers and squares. Being aware of its didactic importance in the teaching of mathematics, both in understanding and in the discipline's evolution knowledge, this article proposes an overview of geometry's knowledge on the area described above. Using as a reference the theorist Lucas Maken and the renowned geometer Eduardo Wagner, this article will be useful for students of pure mathematics, who are looking for a synthetic material for geometric constructions. Initially, the history of geometry is portrayed and its initial traces in geometric design, until the creation of the tools that currently subsidise the drawing of constructions and give meaning to the entire study of geometry. Some constructions, after that, are carried out for the development of geometry. From the construction of perpendicular lines until algebraic expressions with radicals are explored.

Keywords: Geometry. Geometric Constructions. Geometric draw.

*Discente do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba - UEPB.
**Docente do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba – UEPB.

1. INTRODUÇÃO

O presente artigo tem como pressuposto fundamentar e apropriar de um dos ramos mais importantes da matemática, a Geometria. Mais do que um auxílio para fundamentar o estudo teórico, a geometria proporciona experiência, desenvolve de uma maneira mais eficaz o raciocínio, a capacidade e o espírito crítico, além da autonomia para investigação das atividades desenvolvidas.

Entender o processo da construção desde do início dos primeiros traços até as demonstrações de proposições matemáticas é um dos objetivos de conhecimento do Desenho Geométrico, área da Geometria Matemática. Dessa forma, procuramos mostrar algumas construções notáveis, bem como suas justificativas que dão sentido à pratica, além de algumas expressões algébricas. A continuidade do estudo nesse campo da matemática é primordial para preservação dessa ciência no processo de ensino-aprendizagem nos estudantes da graduação em matemática, assim como também nos estudantes do ensino médio.

A área matemática como componente curricular deve ser discutido em uma concepção que consiga transpor ações coletivas e individualizadas. Uma concepção que possa ser explorada em todas as suas diferentes dimensões e transformada pelos educandos, buscando fornecer subsídios que facilitem a interpretação e articulação do desenho geométrico.

A matemática enquanto componente curricular deve participar de todo o processo que envolve a dinâmica escolar, os complexos e incertos contextos históricos, culturais, sociais e econômicos. O principal objetivo deste material, no que tange ao ensino-aprendizagem, é procurar contribuir para a aquisição e aprimoramento de conhecimentos e habilidades geométricas. Nessa perspectiva um ensino que promulgue a autonomia e a formação da cidadania. É importante que os conhecimentos não se configurem em apenas um grande número de informações. Se faz necessário a busca de novas metodologias a serem desenvolvidas no meio educacional.

Para a aplicação do proposto nesse projeto, foi preciso um apanhado de conhecimentos de autores específicos da área matemática. O grande renomado desse campo é Wagner (2000), um matemático que se dedicou a estudar as construções dos desenhos geométricos.

Alguns trabalhos acadêmicos dos mais variados escritores também foram analisados a fim de enriquecer este artigo. Gomes (2017), Oliveira (2015) e Yamada (2008) trazem em seus estudos, conhecimentos importantes também sobre o conteúdo que ajudam a desenvolver o raciocínio geométrico no desenho.

É seguindo uma sequência lógica, com todos os ideais desses autores acima descritos, que o artigo pretende desenvolver a temática, com as principais abordagens das construções geométricas básicas. Como forma de significar o conhecimento da geometria e introduzi-los no estudo dos alunos, nada tão importante como conhecer primeiramente sua história.

A história da Matemática, a partir da época dos pitagóricos (século V a.C.), teve uma considerável ressignificação diante da ideia de grandeza ser só relacionada com números. Foi a partir da época de Euclides (século III a.C.) que essa nova percepção teve início: as grandezas passaram a ser associadas a segmentos de reta; onde a álgebra tem ideia e sentido de geometria, onde “resolver” seria inusitadamente “construir”.

O referido Euclides viveu por volta do século III a.C. e, segundo historiadores da ciência, ocupou uma posição equivalente à chefia do Departamento de Matemática da Universidade de Alexandria, no Egito. A principal contribuição de Euclides foi sua obra Elementos, onde estavam estabelecidos os fundamentos do que viria a ser chamado de Geometria Euclidiana.

Há 13 livros que fazem parte dessa obra. Em seu primeiro livro, é enunciado 5 postulados e esses serviram apenas para concretizar as construções com régua e compasso. Muito antes da formulação dos postulados, na antiguidade, essas construções já existiam, e com elas, a matemática pôde se enriquecer mais ainda.

No tempo de Euclides, a matemática era bem menos desenvolvida, comparada a que temos hoje: os números negativos não existiam, nem mesmo o conjunto dos reais; o conjunto dos racionais era tratado apenas como o quociente de dois números naturais, a forma como os gregos empregavam. Na Geometria Euclidiana, é possível aplicar as operações básicas em segmentos dados a fim de se construir novos segmentos, ou seja, aplicar a álgebra na geometria. Tal benfeito, formulado por Euclides, apesar de poder comparar dois objetos, não é capaz de diferir, em números, os mesmos dois objetos; não é possível dizer o “quanto” é a diferença. Mas, com a possibilidade da aplicação das operações, dá para entender que algumas estruturas algébricas podem fornecer um modelo adequado para a Geometria Euclidiana (GOMES, 2017).

Assim, havia muitos problemas geométricos pendentes que puderam-se achar resoluções para eles; entre esses estão os conhecidos problemas sobre construções geométricas com régua e compasso da antiguidade.

Com esses instrumentos euclidianos, podemos obter objetos geométricos pela aplicação repetida de qualquer uma das seguintes construções: Traçar uma reta passando por dois pontos dados; traçar um círculo com centro em um determinado ponto e com um determinado raio; determinar o ponto de intersecção de duas retas; determinar o ponto de intersecção de um círculo e uma reta e determinar o ponto de intersecção de dois círculos.

Para início das construções, a feitura de retas paralelas e retas perpendiculares são as primeiras iniciativas desse processo, seguido da construção da mediatriz, da bissetriz, do arco capaz, do transporte de um ângulo, da divisão de um segmento em partes iguais, do traçado das tangentes de um círculo.

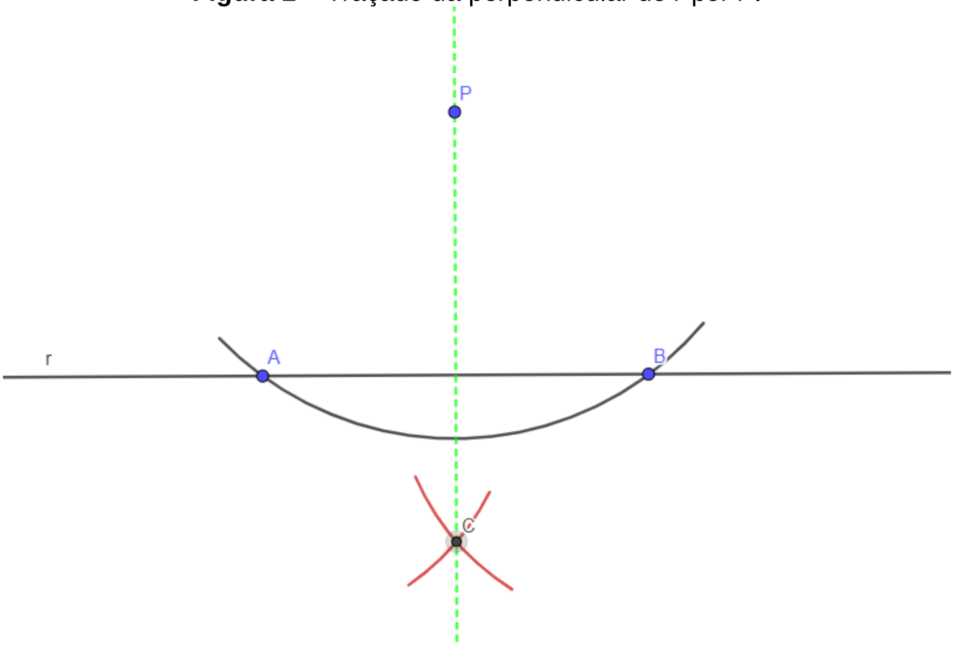
No terceiro tópico deste material, algumas expressões algébricas são trabalhadas afinco, como a 4ª proporcional, $\boldsymbol{a\sqrt{n}}$, $\boldsymbol{\sqrt{a^2 \pm b^2}}$**,** a média geométrica, o segmento áureo, e, por último, a soma e a diferença de dois segmentos.

2. ALGUMAS CONSTRUÇÕES ELEMENTARES

2.1. Retas paralelas e perpendiculares

Para a construção de uma reta perpendicular a uma outra, sendo a reta r e um ponto P já dado, deve ser traçado um círculo de centro em P, de forma que forme dois pontos (A e B) em r. Fixando uma ponta do compasso em A e depois em B, deve ser traçado circunferências de mesmo raio, de modo que uma das duas intersecções seja definida (ponto C). Assim, a reta PC é a perpendicular a r. Isso porque PA = PB e CA = CB, a reta PC é mediatriz de AB e, portanto, perpendicular a AB.

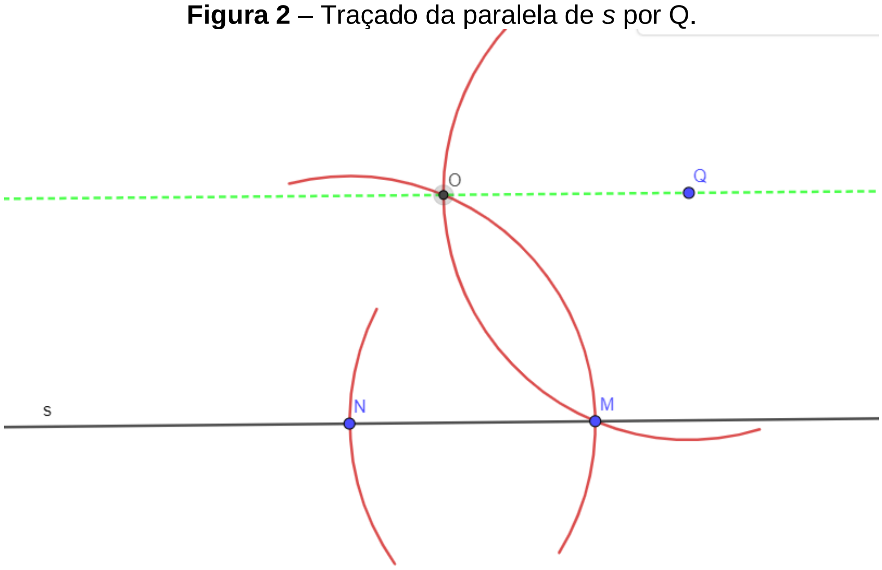
Figura 1 – Traçado da perpendicular de *r* por P.



Fonte: elaborada pelo autor (2022)

Para a construção de uma reta paralela a uma outra, sendo a reta s e o ponto Q já dado, deve ser traçada três circunferências de mesmo raio: o primeiro em centro em Q, marcando o ponto M em s; o segundo em M, marcando o ponto N também em s; e o terceiro em N, determinando o ponto O sobre a primeira circunferência. Assim, a reta QO é a paralela a s, já que QMNO é o losango e, portanto, seus lados QO e MN são paralelos.

Figura 2 – Traçado da paralela de *s* por Q.

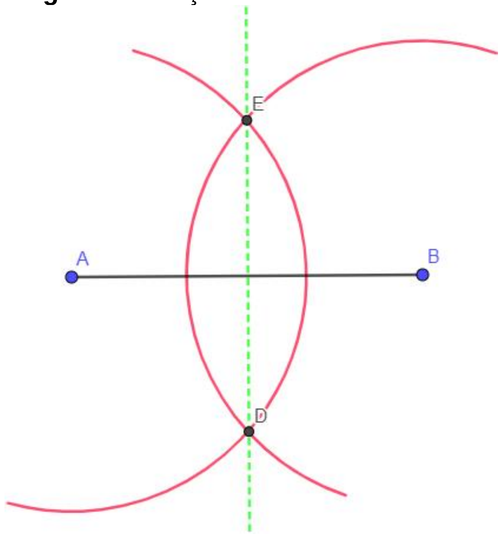


Fonte: elaborada pelo autor (2022)

2.2. Mediatriz

Como bem definido, uma mediatriz de um certo segmento AB dado, é justamente a reta perpendicular formada por todos os pontos que equidistam dos extremos do segmento e que contém o ponto médio de AB. Para sua construção, é necessário a feitura de duas circunferências, cada um em um extremo do segmento, e que sejam com o mesmo raio. Com isso, será notado dois pontos de intersecção entre os círculos. A reta que contém esses pontos forma a mediatriz de AB. E a justificativa é dada pelo losango AEBD formado, já que suas diagonais são perpendiculares e se interceptam no ponto central.

Figura 3 - Traçado da mediatriz de AB.

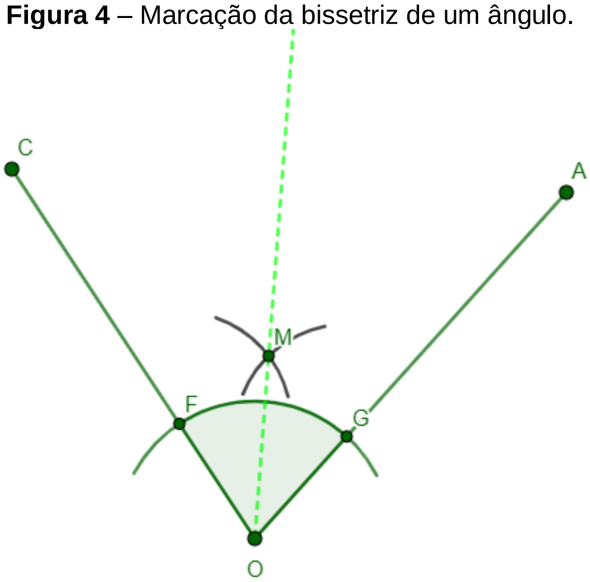


Fonte: elaborada pelo autor (2022)

2.3. Bissetriz

A bissetriz de um ângulo AÔC é justamente a semirreta OM onde divide o ângulo original em dois outros iguais: AÔM e CÔM. Para sua construção, é preciso traçar, no ângulo dado - AÔC, um círculo de centro O, em que os pontos G e F sejam demarcados em A e C, respectivamente, como ilustra a figura 4. Com a ponta do compasso em G e depois em F, traça-se duas circunferências de mesmo raio a fim de que uma das intersecções delas, M, seja conhecida. Assim, a semirreta OM é a bissetriz do ângulo dado.

Figura 4 – Marcação da bissetriz de um ângulo.



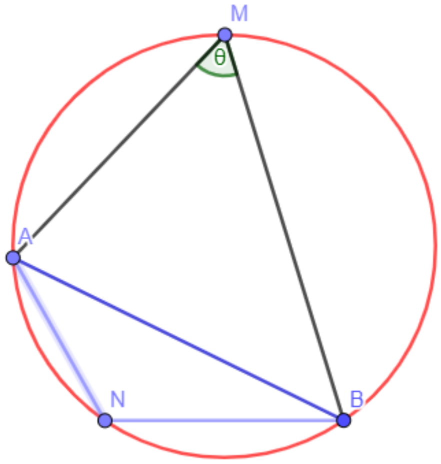
Fonte: elaborada pelo autor (2022)

Sua explicação parte dos triângulos OMG e OMF serem congruentes, pelo caso LLL, que consequentemente, $G\hat{O}M \equiv F\hat{O}M$.

2.4. Arco Capaz

Haja dois pontos, A e B sobre um círculo. Para todo ponto M sobre um dos arcos, o ângulo $A\hat{M}B = \theta$ é constante. Este arco chama-se arco capaz do ângulo θ sobre o segmento AB (figura 5). Um observador, portanto, que se mova sobre este arco, consegue ver o segmento AB sempre sob mesmo ângulo. Naturalmente que se um ponto N pertence ao outro arco, o ângulo $A\hat{N}B$ é também constante e igual a 180º - θ.

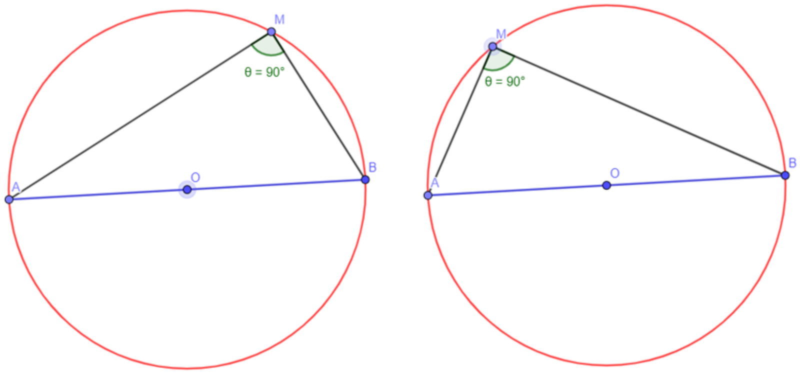
Figura 5 - O arco $A\hat{M}B$ é o arco capaz do ângulo θ sobre o segmento AB.



Fonte: elaborada pelo autor (2022)

É ainda interessante notar que se M é qualquer ponto do círculo de diâmetro AB, o ângulo $A\hat{M}B$ é reto e, portanto, cada semicírculo é também chamado de arco capaz de 90º sobre AB. Observa-se nas seguintes ilustrações.

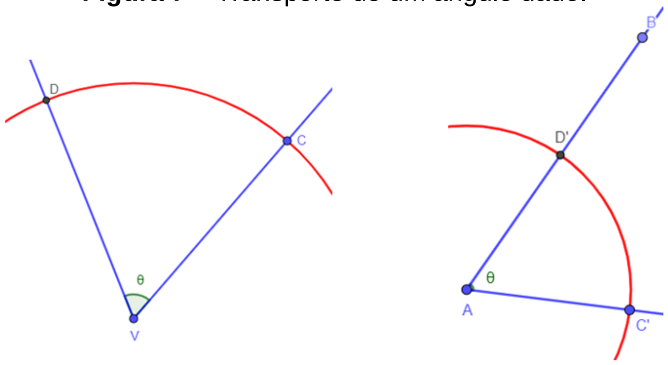
Figura 6 – Duas formas de notar que $A\hat{M}B$ é o arco capaz de 90º sobre AB.



Fonte: elaborada pelo autor (2022)

É preciso, antes de construir o arco capaz de um ângulo, saber como se transporta um ângulo de um lugar para outro. Suponhamos então que um ângulo θ de vértice V é dado e que desejamos construir um ângulo $B\hat{A}X = \theta$ sendo dada a semi-reta AB (figura 7).

Figura 7 – Transporte de um ângulo dado.

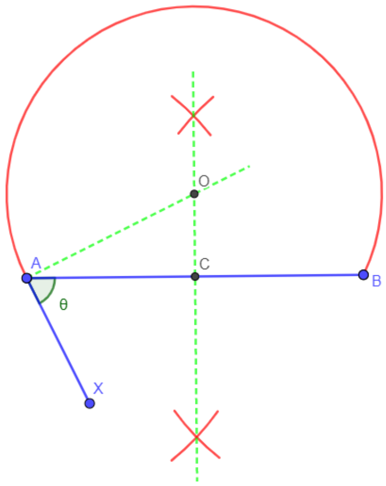


Fonte: elaborada pelo autor (2022)

O procedimento é traçar um círculo qualquer de centro V, determinando os pontos C e D nos lados do ângulo θ e um círculo de mesmo raio com centro em A determinando D' em AB. Em seguida, com raio DC, traçamos um círculo de centro D' para determinar C’ sobre o primeiro círculo. É claro que, com essa construção, teremos C’ÂD’ = CÂD = θ.

Agora podemos construir o arco capaz de um ângulo. Dado o segmento AB (figura 8), traçamos a sua mediatriz e o ângulo BÂX = θ (dado). A perpendicular a AX traçada por A encontra a mediatriz de AB em O, centro do arco capaz. O arco de centro O e extremidades A e B situado em semiplano oposto a X (semiplanos relativos a AB) é o arco capaz do ângulo θ sobre AB. Para justificar a construção observe que se C é o ponto médio de AB, então e se BÂX = θ, teremos CÂO = 90º - θ, AÔC = θ e AÔB = 2θ. Portanto, como a medida do ângulo inscrito é a metade da medida do ângulo central correspondente teremos para qualquer ponto M do arco construído, A$\hat{M}$B = θ.

Figura 8 – Arco capaz construído

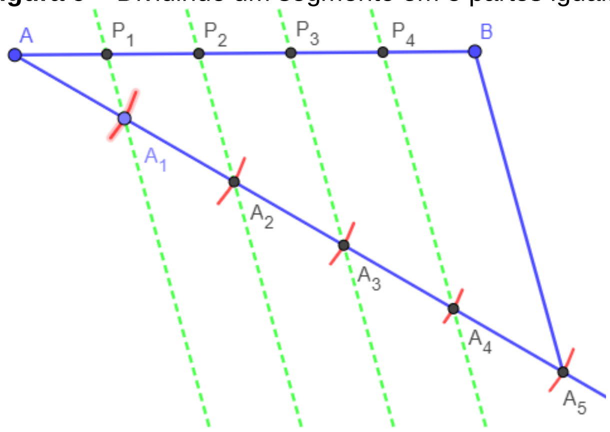


Fonte: elaborada pelo autor (2022)

2.5. Divisão de um segmento em partes iguais

Dividir um segmento AB, por exemplo, em 5 partes iguais, é simples. Traçamos uma semirreta qualquer AX (figura 9) e sobre ela construímos, com o compasso, os segmentos iguais AA_1, A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 e A_4A_5. As paralelas a A_5B traçadas pelos pontos A_1, A_2, A_3 e A_4, determinarão no segmento AB os pontos P_1, P_2, P_3 e P_4 que o dividirão em 5 partes iguais.

Figura 9 – Dividindo um segmento em 5 partes iguais.

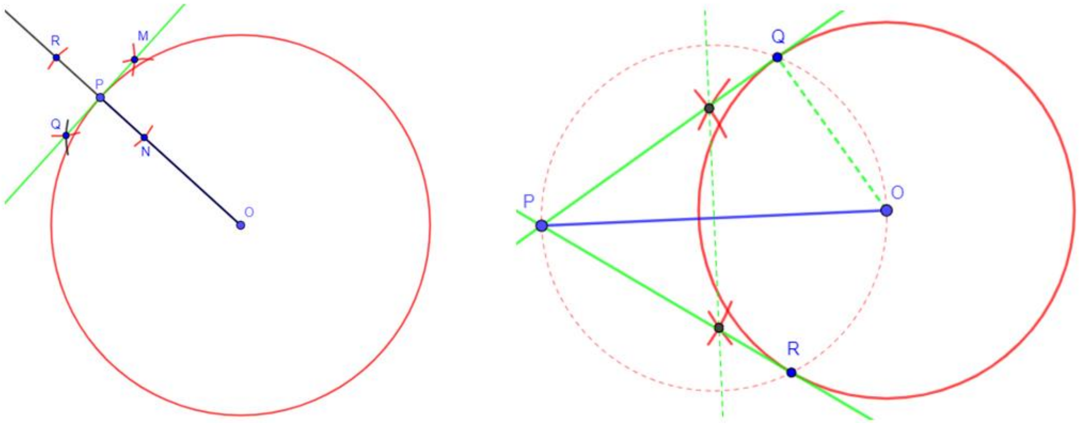


Fonte: elaborada pelo autor (2022)

2.6. Traçado das tangentes a um círculo

A tangente, passando por um ponto P de um círculo é justamente a perpendicular do raio do círculo (que passa por P). A construção dela é automática através de retas paralelas e perpendiculares (figura 10 à esquerda). Quando o ponto C é exterior ao círculo, é preciso ter conhecimento primeiramente de um ponto de tangência (R ou S, figura 10 à direita). Se O é o centro do círculo e Q é um dos pontos de tangência então o ângulo PQO é reto. Logo, Q pertence a um arco capaz de 90º sobre PO. Determinamos então o ponto médio de PO e traçamos o círculo de diâmetro PO que determinará sobre o círculo dado os pontos de tangência procurados Q e R.

Figura 10 – À esquerda quando o ponto P é pertencente à circunferência. À direita, quando é exterior.



Fonte: elaborada pelo autor (2022)

2.7. Exemplo: Dado um segmento AB, construir um quadrado ABCD.

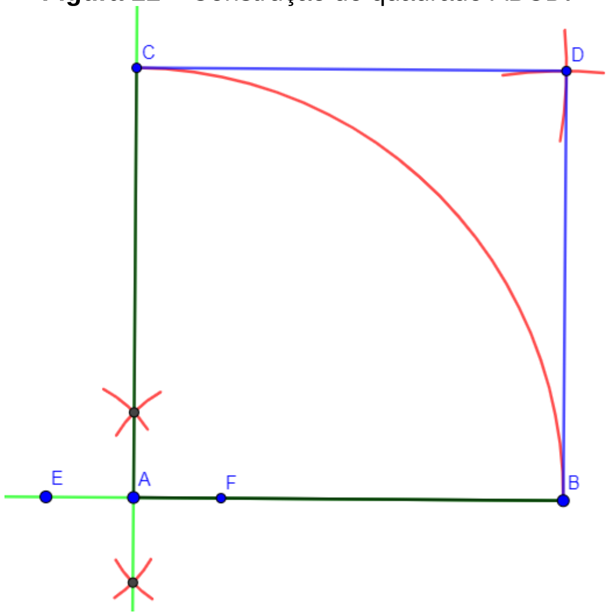
Conhecendo o segmento AB, traçamos uma perpendicular a AB que passe por A, por exemplo. Mas, para isso, é preciso prolongar o segmento e marcar os pontos C e D antes e depois de A, com a mesma distância a A. Abrimos o compasso com uma abertura maior que a metade de CA ou AD e marca a intersecção dos arcos. Agora a reta que passa por essa intersecção e por A é a perpendicular de AB. Prolongando essa reta, podemos continuar com o próximo passo.

Com a mesma abertura AB, posicionamos a ponta seca do compasso em A e a de grafite em B, em direção à esquerda, mancando o ponto E na perpendicular construída recentemente.

Com a mesma abertura e centralizado em E, construímos um arco. Centrado em B, construímos outro arco. A intersecção forma o último vértice do quadrado. Agora é só unir os vértices através de segmentos e o quadrado está formado com lado de mesmo comprimento de AB (figura 11).

A razão dos lados serem congruentes é pelo fato de ser usado o mesmo raio do círculo imaginado neles.

Figura 11 – Construção do quadrado ABCD.



Fonte: elaborada pelo autor (2022)

3. ALGUMAS EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Neste espaço, dedicaremos um pouco a construir fórmulas, quando a solução de um problema não nos ocorre através dos recursos dados, ou seja, os problemas de construção serão encarados de uma forma completamente diferente. Assim, tentaremos exprimir um segmento desconhecido como uma incógnita em função dos elementos conhecidos, obtendo uma "fórmula". Vejamos alguns exemplos, começando pela 4º proporcional.

3.1. A 4ª proporcional

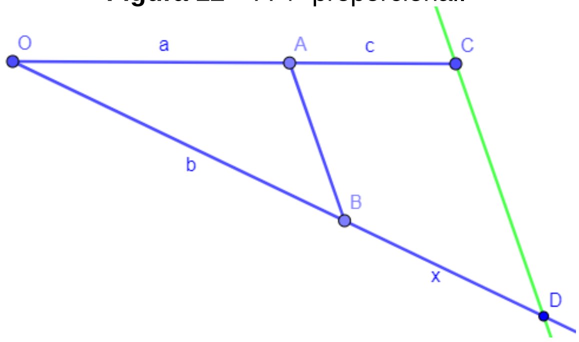
Dizemos que o segmento x é a 4º proporcional entre os segmentos *a, b* e *c* quando:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

Esta relação é equivalente a *ax* = *bc* que quando usando o Teorema de Tales podemos obter uma outra construção. Sobre um ângulo qualquer de vértice O tomemos sobre um lado OA = *a* e AC =*c* e sobre o outro lado OB = *b* (figura 12).

Traçando por C uma paralela a AB, obtemos D na semirreta OB. Então, BD = x é a solução da equação e ele tem a seguinte dimensão:

Figura 12 – A 4ª proporcional.



Fonte: elaborada pelo autor (2022)

3.2. $\sqrt{a^2 \pm b^2}$

Estas expressões são automaticamente conhecidas por estudantes de geometria no ensino médio, pois lembra muito o Teorema de Pitágoras, ao calcular a hipotenusa de um triângulo retângulo, quando *a* e *b* são segmentos do polígono.

Quando os quadrados dos segmentos é uma soma, é sinal que o valor a descobrir, *x*, é justamente e hipotenusa. Quando é uma diferença, o valor de *x* é um dos catetos e *a* é a hipotenusa. Ou seja, essas expressões são identificadas por triângulos retângulos, que podem ser facilmente feitos com os instrumentos básicos da geometria: régua e compasso.

Figura 13 - À esquerda: quando a operação da relação é uma soma. À direita: quando é uma subtração.

Fonte: elaborada pelo autor (2022)

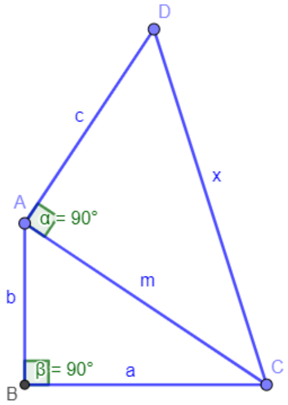
3.3. $a\sqrt{n}$, com n natural

As expressões do tipo $\sqrt{a^2 \pm b^2 \pm c^2 \pm \dots}$, através do procedimento anterior, podem ser construídos facilmente. Consideremos, por exemplo, o problema de construir a diagonal de um paralelepípedo retângulo de dimensões *a, b* e *c*. Sabemos que o comprimento dessa diagonal é dado por

$$x = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Fazendo m = $\sqrt{a^2 + b^2}$ e em seguida x = $\sqrt{m^2 + c^2}$ determinamos x como mostrado na figura 14.

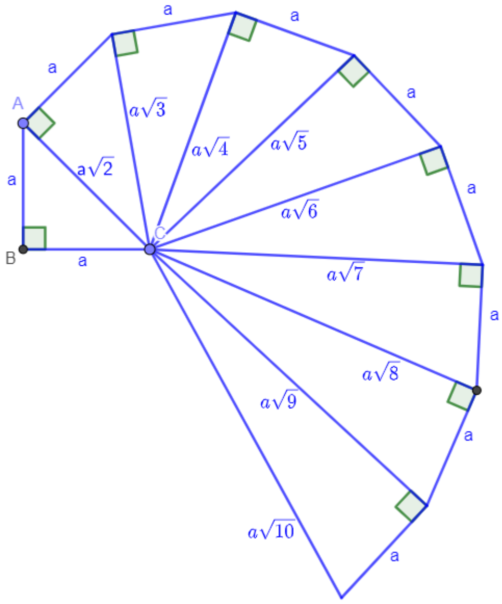
Figura 14 – x graficamente representado através de *a, b* e *c*



Fonte: elaborada pelo autor (2022)

Dado um segmento a, podemos obter todos os segmentos da sequência $a\sqrt{2}$, $a\sqrt{3}$, $a\sqrt{4}$, ... pela óbvia construção da figura 15.

Figura 15 – Medidas de *a*√*n* a partir de *n*

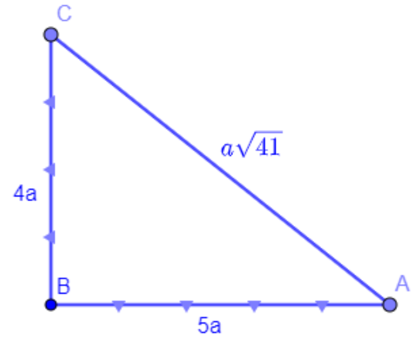


Fonte: elaborada pelo autor (2022)

Mas esses passos podem ser encurtados quando *n* é um número grande. Exponhamos o seguinte caso.

Construção do segmento $a\sqrt{41}$ a partir de *a* dado.

Figura 16 – Construção de $a\sqrt{41}$



Fonte: elaborada pelo autor (2022)

Ao identificar que a soma de 16 (4^2) +25 (5^2) resulta em 41, a construção se dará através de um triângulo retângulo de catetos 4*a* e 5*a*.

3.4. A média geométrica

Dados dois segmentos *a* e *b*, definimos a sua média aritmética por

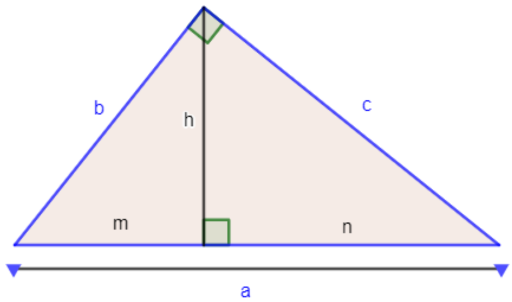
$$m = \frac{a+b}{2}$$

e a sua média geométrica por

$$g = \sqrt{ab}$$

A construção da primeira é elementar e a da segunda pode ser feita utilizando-se as conhecidas relações do triângulo retângulo: $h^2 = mn$ ou $b^2 = am$ (figura 17).

Figura 17 – Triangulo retângulo das seguintes expressões: $h^2 = mn$ *ou* $b^2 = am$

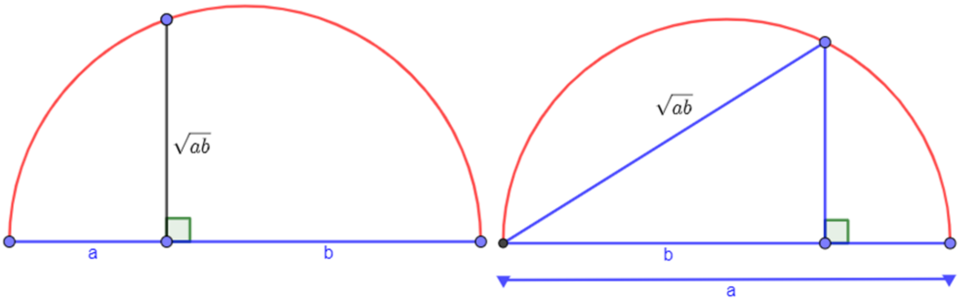


Fonte: elaborada pelo autor (2022)

A primeira relação significa que a altura relativa à hipotenusa é média geométrica entre as projeções dos catetos sobre a hipotenusa e a segunda significa que um cateto é média geométrica entre a hipotenusa e sua projeção sobre ela.

As construções da média geométrica de dois segmentos dados são mostradas na figura 18. O leitor pode ainda reparar que quando os dois segmentos são “grandes” em relação ao espaço disponível, deve-se preferir a segunda construção.

Figura 18 – Construção da média geométrica.



Fonte: elaborada pelo autor (2022)

3.5. O segmento áureo

Tomemos um segmento AB e um ponto C no seu interior dividindo-o em duas partes com a seguinte propriedade: a razão entre a menor parte e a maior parte é igual a razão entre a maior parte e o segmento total, ou seja,

$$\frac{\mathrm{CB}}{\mathrm{AC}} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}}$$

Figura 19 – Medidas de segmentos que satisfazem a propriedade.

Fonte: elaborada pelo autor (2022)

O segmento AC com essa propriedade é chamado de segmento áureo interno de AB. Fazendo AB = *a* obtemos:

$$AC = a \cdot \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

Se imaginarmos num segmento AB, um ponto D exterior a AB com a mesma propriedade enunciada anteriormente,

$$\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AD}}$$

Figura 20 – Segmentos que satisfazem a propriedade.

Fonte: elaborada pelo autor (2022)

O segmento AD com essa propriedade é chamado de segmento áureo externo de AB. Fazendo AB = *a* obtemos:

$$AD = a \cdot \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$

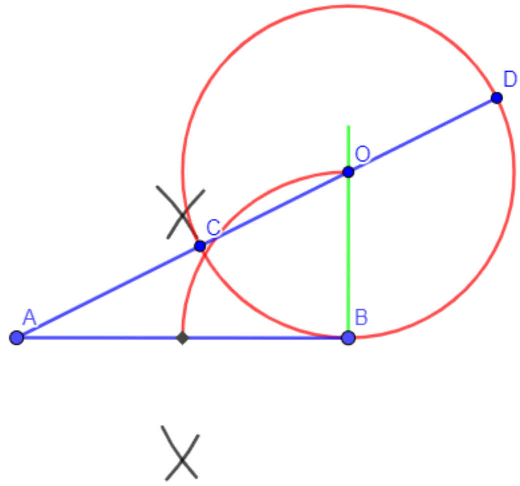
Se multiplicarmos AC por AD, obtemos:

$$AC \cdot AD = a \cdot \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = a^2 = AB^2$$

ou seja, AB é média geométrica entre AC e AD.

Para fazer essa construção, desenhamos o segmento AB = a e um círculo de centro O e raio $\frac{AB}{2}$ tangente em B à reta AB (figura 21). A reta AO corta o círculo em C e D, com C e D seguindo as mesmas relações anteriormente definidas.

Figura 21 – Segmentos áureos de AB: AC e AD.



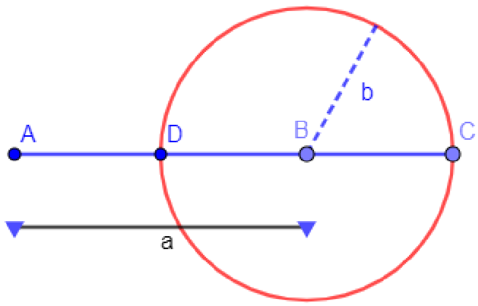
Fonte: elaborada pelo autor (2022)

3.6. $a + b$ e $a - b$

Até agora não trabalhamos com o segmento unitário, ou seja, construir um seguimento que valha 1 unidade. Também a soma de segmentos *a* e *b, a* + *b,* e a diferença, *a* – *b,* (se *a* > *b*) foram utilizadas sem uma definição explícita. Mas, isto pode ser feito de forma natural.

Tomemos AB = *a*. O círculo de centro B e raio *b* determina na reta contida em AB um ponto C tal que B esteja entre A e C (figura 22). Definimos então *a* + *b* = AC. Se *b* < *a*, o círculo de centro B e raio *b* determina na reta AB um ponto D entre A e B. Definimos então *a* - *b* = AD.

Figura 22 – Soma e diferença entre *a* e *b*.



Fonte: elaborada pelo autor (2022)

Para *n* natural definimos facilmente os significados de *na*, $\frac{a}{n}$ e o Teorema de Pitágoras dá sentido à expressão $a\sqrt{n}$, como visto no item 5.3.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após uma análise da história da geometria, juntamente com o estudo das construções geométrica, é perceptível a importância desse assunto aos estudantes matemáticos. Há a necessidade da continuação desse estudo sem a possibilidade de sua desistência ou omissão. Sequencias didáticas desenvolvidas por professores, através dessas construções, enriqueceria o ensino e significaria mais ainda para o alunato, sendo essa uma proposta válida para a continuação do estudo dos desenhos geométricos.

A Geometria é uma das áreas da matemática que mais se transparece em nosso redor; ela está presente em muitos aspectos, como na natureza, na arte, nas profissões, nas construções humanas. Ela é uma das mais antigas da Matemática, utilizada desde o surgimento das civilizações e acompanha-nos até hoje no nosso cotidiano, seja de modo perceptível ou não.

Assim, se faz mais que necessário o resgate a esse assunto. Evitar o esquecimento dessa área é crucial para o seu mantimento e, estudos como esse, faz com que o conteúdo seja propagado.

REFERÊNCIAS

BERNIS, Yeda Prates. **Cantata**. Edição da Autora, 2004.

GOMES, Fabrício de Jesus Leite. **Construções geométricas**: teoria e aplicações. 2017. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/31093/1/2017_Fabr%c3%adciodeJesusLeiteGomes.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2022.

OLIVEIRA, LMS. **Ensinando geometria com régua e compasso, uma proposta para o 8º ano**. 2015. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Matemática)– Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes.

WAGNER, E. **Construções Geométricas**. Rio de Janeiro: SBM, 2000. v. 4.

YAMADA, Cecília Kanegae. **Desenho Geométrico**. 1. ed. São Paulo: Scipione Didáticos, 2008.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Ginaldo pela paciência nesse processo e por nunca ter soltado minha mão.

À toda minha família, que acreditou em mim e aceitou minha decisão de ser um futuro professor, especialmente à minha mãe, Roberlândia, mulher forte que está sempre ao meu lado, escutando meus anseios e me aconselhando às melhores decisões. Ao meu pai, Antônio Modesto, meus irmãos Robson, Esmael e Samuel, às minhas tias e primas que compartilharam apoio nesse momento de finalização de curso: Rejane, Dinha, Giovana e Iasmin. Sem essas pessoas, provavelmente, eu não teria conseguido.

Às minhas amigas de caminhada universitária, Gabriela e Laryssa, por todo o apoio, o companheirismo e a ajuda que ofertaram em nossos momentos de conversação e descontração. Às minhas amigas do SCFV, Ariane e Jailma, pelas gentilezas e considerações durante o momento apreensivo.