



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I – CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

SIDNEY VITORINO DA SILVA

**ASPECTOS HISTÓRICOS SOBRE OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS, FRAÇÕES,
SÓLIDOS DE PLATÃO E ÁLGEBRA**

CAMPINA GRANDE – PB

2022

SIDNEY VITORINO DA SILVA

**ASPECTOS HISTÓRICOS SOBRE OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS, FRAÇÕES,
SÓLIDOS DE PLATÃO E ÁLGEBRA**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado ao Curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Estadual da Paraíba
como requisito para obtenção do título
Licenciado em Matemática.

Área de Concentração: Educação Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Abigail Fregni Lins
(Bibi Lins)

CAMPINA GRANDE – PB

2022

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586a Silva, Sidney Vitorino da.
Aspectos históricos sobre operações fundamentais, frações, sólidos de Platão e álgebra [manuscrito] / Sidney Vitorino da Silva. - 2022.
32 p.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2022.

"Orientação : Profa. Dra. Abigail Fregni Lins, Departamento de Matemática - CCT."

1. Educação Matemática. 2. História da Matemática. 3. Programa residência pedagógica. 4. Recurso didático. I. Título
21. ed. CDD 512.92

SIDNEY VITORINO DA SILVA

**ASPECTOS HISTÓRICOS SOBRE OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS, FRAÇÕES,
SÓLIDOS DE PLATÃO E ÁLGEBRA**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado ao Curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Estadual da Paraíba
como requisito para obtenção do título
Licenciado em Matemática.

Aprovado em: 25/11/2022

BANCA EXAMINADORA



Profa. Dra. Abigail Fregni Lins (orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba *Campus* Campina Grande - UEPB



Profa. |Dra. Emanuela Régia de Sousa Coelho (membro interno)
Universidade Estadual da Paraíba *Campus* Campina Grande - UEPB



Profa. Ms. Danielly Barbosa de Sousa (membro externo)
Escola Municipal de Ensino Fundamental Roberto Simonsen – Campina Grande
Escola Municipal de Ensino Fundamental Irmão Damião – Lagoa Seca

**CAMPINA GRANDE – PB
2022**

Dedico este trabalho a Deus; sem ele eu não teria capacidade para desenvolver e concluir este trabalho. a minha mãe, Severina (Bia), e minha esposa Roberta. As amigas Suênia e Munique que sempre se fizeram presentes ao longo desta caminhada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por estar sempre ao meu lado, me guiando e me abençoando para que eu pudesse realizar meu sonho.

À minha orientadora, Dra. Bibi Lins, pela confiança, respeito e atenção durante toda minha formação acadêmica, por suas orientações no TCC, sempre com muita dedicação e carinho.

Agradeço aos membros da banca de defesa de meu TCC, Profas. Emanuela e Danielly pelas valiosas contribuições.

A todos meus professores da UEPB que contribuíram para minha formação acadêmica, profissional e pessoal.

Aos meus pais, Severina Maria e Ernande Silva, que sempre me apoiaram durante toda a minha caminhada e que são tudo na minha vida, acreditando em mim e me apoiaram para vencer todos os obstáculos para chegar até aqui.

Aos meus amigos de graduação, Suênia Alves, Munique Alves, Natália Leite, Rodrigo Felipe.

*A Educação, qualquer que seja ela, é sempre
uma teoria do conhecimento posta em prática.*

Paulo Freire

RESUMO

O presente Trabalho de Conclusão de Curso teve como objetivo central analisar potencialidades da História da Matemática como recurso metodológico no ensino de Matemática. Esta pesquisa surgiu de reflexões durante o curso de graduação, que em diversos momentos, particularmente na formação do Programa Residência Pedagógica UEPB/CAPES Campus Campina Grande, fomos levados a refletir sobre o uso da História da Matemática. Tais reflexões teóricas apontam para o potencial da História da Matemática como recurso metodológico e como elemento também norteador da formação docente. O estudo proporcionou inferir que ao utilizar a História da Matemática como importante recurso por ser um instrumento de investigação das descobertas e origens dos assuntos matemáticos que foram desenvolvidos ao longo do tempo. Esse processo favoreceu o enriquecimento do conhecimento cultural e matemático. Além desse resgate histórico, a valorização de cada conteúdo matemático como meio facilitador da vida cotidiana, ressaltando a História da Matemática como recurso didático e a importância dela.

Palavras-chave: Educação Matemática; História da Matemática; programa residência pedagógica; recurso didático.

ABSTRACT

The main objective of this Course Completion Work was to analyze the potential of the History of Mathematics as a methodological resource in the teaching of Mathematics. This research arose from reflections during the undergraduate course, which at different times, particularly in the formation of the Pedagogical Residency Program UEPB/CAPES Campus Campina Grande, led us to reflect on the use of the History of Mathematics. Such theoretical reflections point to the potential of the History of Mathematics as a methodological resource as well as a guiding element in teacher education. The study allowed inferring that using the History of Mathematics as an important resource and an instrument for investigating the discoveries and origins of mathematical subjects that developed over time. This process favored the enrichment of cultural and mathematical knowledge. In addition to this historical rescue, the appreciation of each mathematical content as a means of facilitating everyday life, emphasizing the History of Mathematics as a didactic resource and its importance.

Keywords: Mathematics education; History of Mathematics; pedagogical residency program; didactic resource.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Sólidos de Platão.....	19
Figura 2: Tetraedro.....	19
Figura 3: Cubo	20
Figura 4: Octaedro.....	20
Figura 5: Icosaedro.....	21
Figura 6: Dodecaedro.....	22

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum curricular

CCT - Centro de Ciências e Tecnologia

PCNs - Parâmetros Curriculares Nacionais

HM – História da Matemática

PRP – Programa Residência Pedagógica

PIBID - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	11
2. APANHADO HISTÓRICO DE ALGUNS TEMAS ESPECÍFICOS.....	13
3. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA SOBRE CONTEÚDOS ESPECÍFICOS.....	17
3.1 SÓLIDOS DE PLATÃO.....	17
3.2 FRAÇÕES.....	23
3.3 ÁLGEBRA.....	25
3.4 OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS.....	28
4. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	30
REFERÊNCIAS.....	32

CAPÍTULO 1

1. INTRODUÇÃO

A minha trajetória acadêmica na universidade começou no segundo semestre de 2016.2 do calendário acadêmico da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) por meio do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Vale ressaltar que um ano antes eu fui aprovado pelo ENEM para o Curso de Licenciatura em História do *Campus IV* da UEPB, cidade de Guarabira, pois gostava bastante de História. No ensino básico eu me saía super bem com os conteúdos, além também da curiosidade de conhecer os acontecimentos ocorridos no desenvolvendo dos processos da civilização e da formação humana e política da sociedade que conhecemos hoje.

Todavia não me matriculei no Curso, prestando novamente o ENEM para tentar ingressar no Curso de Licenciatura em Matemática, também na UEPB, pois era meu sonho cursar Matemática. Identifico-me muito com essa ciência. Na verdade, amo-a. Fui um aluno excelente no Ensino Fundamental e Médio, notas altíssimas e entendia bem os conteúdos, dava aulas particulares para colegas, enfim era um ótimo aluno. Então finalmente consegui a tão esperada vaga no Curso de Licenciatura em Matemática no *Campus I* da UEPB, cidade de Campina Grande.

No entanto não foi como imaginei o Curso, me vi deslocado com os conteúdos vistos na graduação, pois tamanha era minha deficiência em relação aos assuntos do ensino básico, totalmente diferentes das escolas que construí meus saberes matemáticos.

Minha alavancada na universidade passou fortemente por meio do *Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) Campus Campina Grande*. Após minha participação nesse Projeto virei outro aluno no Curso, meu rendimento aumentou consideravelmente. Essa experiência foi ótima, pois pude vivenciar a prática docente na escola-campo E.C.I Professor Itan Pereira, o cotidiano da minha preceptora, com participação no planejamento das aulas, oficinas que escola implantava, e podendo socializar com os alunos. Foi uma rica experiência profissional que tenho a honra de ter em meu currículo. Vale muito ressaltar que esse Projeto me fez ser muito melhor na universidade e na futura vida profissional, pois foi ali que me vi com a carreira de docente.

Particpei do *Programa Residência Pedagógica da UEPB Campus Campina Grande*. Participar desse projeto foi uma das experiências mais gratificantes da minha vida acadêmica, pois nesse Projeto foi apresentado a História da Matemática, onde

discutimos a importância da utilização da História da Matemática como metodologia de ensino. Lemos vários artigos a respeito, entretanto, o que mais me chamou atenção foi o livro de *História nas aulas de Matemática: fundamentos e sugestões didáticas* de Iran Abreu Mendes e Miguel Chaquiam. Os autores desenvolveram um diagrama metodológico que consiste na elaboração de um texto envolvendo tópicos de História da Matemática associados a personagens/matemáticos e tema/conteúdos ministrados a serem trabalhados em sala de aula.

A partir da leitura de alguns artigos e desse livro em especial, resolvi, junto com minha orientadora, a me debruçar em meu TCC na História da Matemática como recurso didático e a importância dela. Assim, se deu a junção das duas de minhas paixões: a História e a Matemática!

Diante do todo, nosso TCC compõe-se de quatro capítulos. No Capítulo 2 dissertamos sobre o apanhado histórico de alguns temas específicos. Já no Capítulo 3 apresentamos a sugestão do uso da História da Matemática para os conteúdos específicos, sólidos de Platão, Frações, Álgebra e Operações Fundamentais. Por fim, no Capítulo 4 apontamos nossas considerações finais.

CAPÍTULO 2

2. A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO

A História da Matemática faz-se importante por ser um instrumento de investigação das descobertas e origens dos assuntos matemáticos que foram desenvolvidos ao longo do tempo, desde as antigas civilizações até os dias atuais. Assim, a História da Matemática permite entender, conceitos a partir de sua criação, levando em consideração todas suas alterações no decorrer da história, facilitando desse modo à compreensão para os alunos, bem como despertando sua curiosidade, e principalmente interesse para futuras pesquisas.

Devemos salientar a importância desse recurso para o ensino e aprendizagem. A História em si faz-se importante por ter a finalidade de descrever de forma clara e detalhada fatos ocorridos. Assim, a História da Matemática se encaixa no mesmo objetivo, de buscar mostrar que a Matemática, e muitos dos conhecimentos que temos acerca dela foram sendo construídos ao longo do tempo com a participação de diversos estudiosos.

A História da Matemática pode ser um potente auxiliador no processo de ensino e aprendizagem com a finalidade de manifestar de forma peculiar ideias matemáticas, situar temporalmente e espacialmente grandes ideias e problemas, junto com suas motivações e precedentes históricos e ainda enxergar os problemas do passado, bem como encontrar soluções. Mendes (2001) afirma que:

o conhecimento provém de diferentes grupos socioculturais que se organizaram e se desenvolveram intelectualmente de acordo com suas necessidades, interesses e condições de sobrevivência, levados pela mobilidade característica da sociedade humana e que a informação histórica pode contribuir para a disseminação desse conhecimento (MENDES, 2001, p. 18).

É importante destacar que a História da Matemática ajuda a compreender como originaram as ideias que deram forma à nossa cultura e observar os aspectos humanos de seu desenvolvimento. Além disso, entender por que cada conceito foi introduzido nesta ciência e por que, no fundo, esses conceitos eram sempre algo natural no seu momento. Os Parâmetros Curriculares Nacionais PCNs (BRASIL, 1997, p. 38) afirmam que a “História da Matemática contribui para a construção de um olhar mais crítico aos objetos de conhecimento”. Mostrar a Matemática como uma ciência desenvolvida pela

humanidade ao longo do tempo auxilia na ampliação dessa ciência, gerando atitudes e valores mais favoráveis ao aluno frente aos saberes matemáticos.

As ideias matemáticas aparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim e na mesma direção, a História da Matemática tem papel essencial, como aponta os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998):

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. Além disso, conceitos abordados em conexão com sua história constituem-se veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural (BRASIL, 1998, p. 42).

Além disso, a BNCC afirma que:

Além dos diferentes recursos didáticos e materiais, como malhas quadriculadas, ábacos, jogos, calculadoras, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, é importante incluir a história da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos (BRASIL, 2018, p. 296).

A História da Matemática aglutina diversas dimensões da Matemática e possibilita aos alunos motivação e justificativa para construir o saber matemático na sua realidade, valorizando os conhecimentos produzidos pela história da humanidade. É pertinente dizer que a História da Matemática pode ser desenvolvida como estratégia de abordagem e motivação para o ensino dos conteúdos matemáticos, tornando-a mais contextualizada, mais agradável, criativa e mais humanizada. D'Ambrósio (1999) afirma que:

matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência em todos os momentos da história da matemática estão as civilizações, as ideias matemáticas estão presentes em todas as formas e de fazer (D'AMBROSIO, 1999, p. 97).

Entende-se que a História da Matemática tem o potencial para fazer essa contextualização, ligação necessária entre os conteúdos da Matemática com outras

disciplinas trazendo questões culturais, que envolvem historicamente essas ciências. Isso se deve pelo fato de que no processo histórico as civilizações buscam soluções para atender certas necessidades humanas.

A Etnomatemática, por exemplo, explica que através da valorização das diferentes formas culturais de se entender, interpretar e produzir Matemática se consegue uma melhoria do ensino, pois dessa maneira deixa apenas de supervalorizar o saber escolar e dá maior ênfase ao saber cotidiano. D'Ambrósio (1990) afirma que:

[...] o que se deve ser necessariamente evitado é a valorização, no sistema escolar, de um tipo de Matemática em detrimento dos outros. Aí entra a etnomatemática. Nesse contexto, o que seria um problema do sistema educacional, que é o que queremos saber se uma criança está recebendo exposições de conteúdos diferentes de outra como consequência de raça, classe social ou sexo, é falso. O verdadeiro problema está em valorizar mais uma espécie de Matemática do que outra. Explicitamente, trazendo a sala de aula um tipo de Matemática relacionada mais intimamente a atividades que agradem mais às meninas (cuidar de casa), a atuação delas deve ser melhor do que em questões que estão relacionadas com atividades culturais e alguns aspectos da Matemática que tocam, por exemplo, em raízes religiosas e raciais das crianças na sua formação (D'AMBROSIO, 1990, p. 32).

Diante disso, podemos salientar que trabalhar o ensino da Matemática, tendo como base a memorização de regras para resolver problemas, centrado em conteúdos pouco significativos para os alunos, não tem nenhuma conexão entre saber matemático e sua interdisciplinaridade.

A abordagem histórica, portanto, remonta às origens da nossa civilização onde a Matemática teve suas primeiras aparições como elementos disciplinadores e básicos do desenvolvimento científico. Por meio desse conhecimento essas sociedades puderam conquistar extensos territórios, e ao expandirem suas fronteiras absorveram e impuseram sua cultura. Esse processo favoreceu o enriquecimento do conhecimento cultural e matemático. Por isso, ao se colocar a História como perceptiva importante, torna-se um facilitador para o aluno entender que tudo o que sabemos hoje é resultado do esforço feito pela humanidade estimulada pelos desafios que a natureza e o próprio ser humano proporcionaram no decorrer da história. Portanto, a História da Matemática pode tornar as aulas mais dinâmicas e interessantes. Assim como o homem, a Matemática não se desenvolveu sozinha e isolada ao longo do tempo. A constituição de seus saberes está intimamente ligada à cultura. Mostrar as relações entre a Matemática e o desenvolvimento, tanto social quanto econômico, é um caminho para obter-se um pano

de fundo que facilite a compreensão dos conhecimentos matemáticos atuais, bem como sua origem.

CAPÍTULO 3

3. APANHADO HISTÓRICO DE ALGUNS TEMAS ESPECÍFICOS

Este capítulo aborda os aspectos históricos sobre os sólidos de Platão e como se sucedeu a construção dos sólidos platônicos, bem como sobre Frações, Álgebra e as Operações Fundamentais.

3.1 SÓLIDOS DE PLATÃO

Os objetos matemáticos são construções sociais, históricas e culturais desenvolvidas por métodos específicos de pensamento que contribuem de forma específica para o desenvolvimento das sociedades. Como toda ciência, a Matemática tem um processo histórico. Fruto da construção humana, ela é gerada pelas necessidades práticas construídas para atender a certas necessidades da sociedade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) propõem um ensino da Matemática mais dinâmico, voltado para a realidade e o interesse do educando, buscando a formação básica para o mercado do trabalho e relações sociais onde esse possa se tornar agente transformador e não apenas mero espectador. Indica, ainda, um ensino em que os conceitos auxiliem em fatos reais, na formação de capacidades intelectuais e na agilidade do raciocínio:

No ensino da Matemática, destacam-se dois aspectos básicos: um consiste em relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas, figuras); outro consiste em relacionar essas representações com princípios e conceitos matemáticos (BRASIL, 2001, p. 19).

A Geometria pode ter um papel decisivo no ensino e na aprendizagem da Matemática, pois permite resolver problemas do mundo real e ajuda na estruturação do pensamento, no raciocínio lógico dedutivo, levando à construção do conhecimento. As formas geométricas estão em todo lugar, basta observar a volta com curiosidade que encontraremos muitos objetos. Verificando esses objetos, constatam-se algumas características, como tamanho, peso, material do qual é feito, mas o que chama mais atenção é a forma dos mesmos. Desde muito tempo, o homem, nas mais diversas civilizações, vem observando a natureza e começa a perceber que, ao identificar diferentes formas dos objetos, pode tornar a sua vida mais fácil, pois conseguindo

manipulá-los consegue abstrair e maximizar seus usos. Sobre isso, Eves (1995) afirma que:

esta Geometria do subconsciente era empregada pelo homem primitivo para fazer ornamentos decorativos e desenhos, e provavelmente é correto dizer-se que a arte primitiva preparou em grande escala o caminho para o desenvolvimento geométrico posterior (EVES, 1995, p. 2).

Essa Geometria inicia e se desenvolve a partir da necessidade que os homens tiveram em medir suas terras, construir suas casas e também na observação dos astros, prevendo, assim, seus movimentos. De acordo com Pereira (2001), o estudo da Geometria nas aulas de Matemática tem sido um desafio, constituído como um campo que pode ser mais bem desenvolvido pelos professores à medida que novas metodologias e recursos são utilizados em sala de aula, como a História da Matemática.

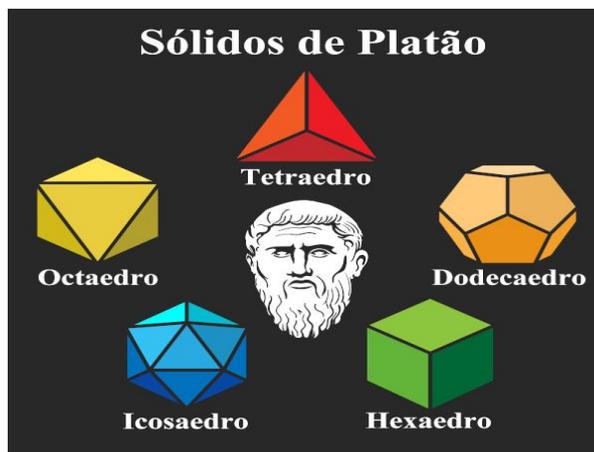
Quanto se pesquisar os sólidos de Platão, percebe-se a riqueza de possibilidades para se trabalhar a interdisciplinaridade, o espaço tridimensional. Além disso, dentro de um contexto histórico temporal, porque é nesse contexto ou dessas proporções que o homem produz, agrega e pode transmitir seus conhecimentos para as futuras gerações. A Matemática dessa maneira se transforma no idioma universal, onde todos podemos nos encontrar e nos entender, desmentindo o conceito errôneo de que a Matemática é uma disciplina independente sem ligação com outras disciplinas.

No diálogo platônico, Timeu, uma de suas obras, em que o filósofo Platão apresenta sua teoria sobre a origem e formação do mundo, ele faz uma relação entre os cinco sólidos geométricos regulares e os elementos fogo, terra, ar, água e um sólido que representa o universo. À terra, elemento imóvel, Platão associou ao cubo, poliedro cujas faces são quadradas e por isso apresenta maior estabilidade. O tetraedro representa o fogo por ser pontiagudo e com arestas *cortantes* e como tem menor número de bases é um poliedro de pouca mobilidade. A instabilidade do octaedro faz o mesmo se relacionar com o ar. O icosaedro retrata a água por ser o elemento mais *úmido*, segundo os antigos. Por fim, o dodecaedro é o universo, a alma do mundo e está relacionado com os aspectos do zodíaco.

Platão (427 a.C. – 347 a.C.) elaborou o pensamento pitagórico, vinculando Matemática e misticismo na tentativa de compreensão humana do universo. Citando seus pensamentos, “os números governam o mundo”. Através de seu raciocínio, obteve os sólidos platônicos, volumes espaciais compostos por apenas uma única figura geométrica regular.

Também para ser um sólido de Platão, o poliedro tem que contemplar as seguintes definições, precisa ser convexo, todas as faces devem apresentar a mesma quantidade de arestas e todos os vértices devem ser extremidades de uma mesma quantidade de arestas. Os 5 sólidos de Platão:

Figura 1: Sólidos de Platão



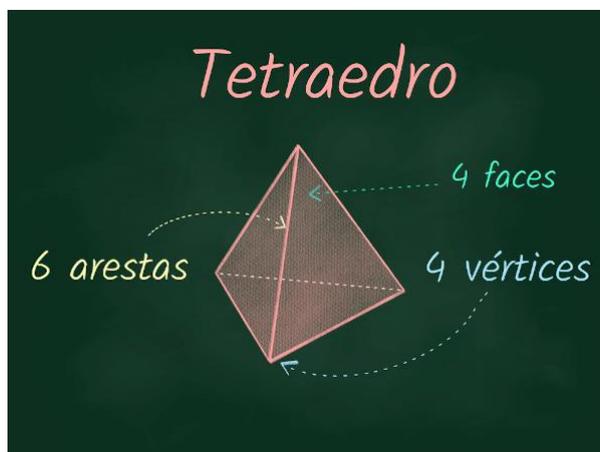
Fonte: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/os-solidos-platao.htm>. Acesso em 14 de outubro de 2021.

Definições de cada sólido particularmente:

Tetraedro

O tetraedro é o mais simples dos sólidos de Platão, por ser o poliedro regular com o menor número de faces possíveis. Platão associava esse sólido ao elemento fogo, pois, o tetraedro representa o fogo, pois seu átomo teria a forma de um poliedro com quatro lados. Ele possui quatro faces no formato de um triângulo equilátero com, 4 faces, 4 vértices e 6 arestas. Ele é conhecido também como pirâmide regular:

Figura 2: Tetraedro

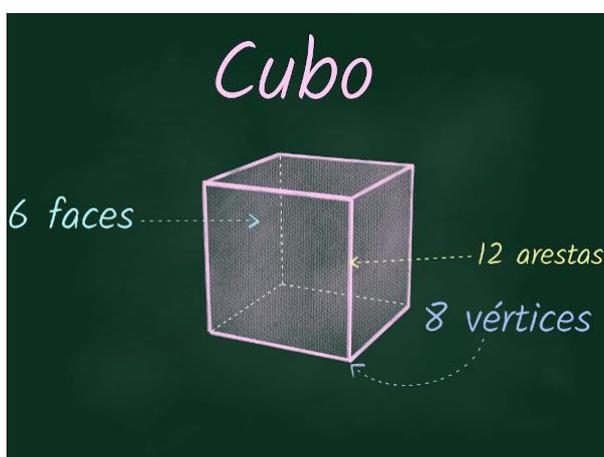


Fonte: <https://app.planejativo.com/ver-aula/337/material-de-apoio/resumo/matematica-2/poliedros>.

Cubo

O cubo, que possui faces quadradas, é um poliedro regular com 6 faces, 12 arestas e 8 vértices. Ele era associado ao elemento terra por Platão e também é conhecido como hexaedro regular, representa a Terra porque Platão acreditava que átomos da terra seriam cubos, os quais permitiam ser colocados perfeitamente lado a lado, dando-lhes estabilidade:

Figura: 3 Cubo



Fonte: <https://app.planejativo.com/ver-aula/337/material-de-apoio/resumo/matematica-2/poliedros>.

Octaedro

Associado ao elemento ar, o octaedro representava o ar, pois o modelo de Platão para o átomo de ar era um poliedro com de oito faces, ou seja, o octaedro possui 8 faces no formato de um triângulo equilátero, 12 arestas e 6 vértices:

Figura: 4 Octaedro

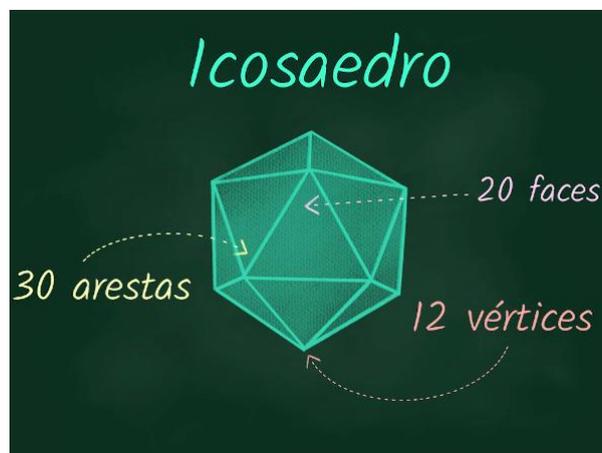


Fonte: <https://app.planejativo.com/ver-aula/337/material-de-apoio/resumo/matematica-2/poliedros>.

Icosaedro

Representando o elemento água, o icosaedro é um poliedro que possui faces triangulares. O icosaedro representava a água porque Platão acreditava que os átomos de água teriam forma de icosaedros. Icosaedro é um poliedro que possui 20 faces triangulares, 30 arestas e 12 vértices:

Figura 5: Icosaedro

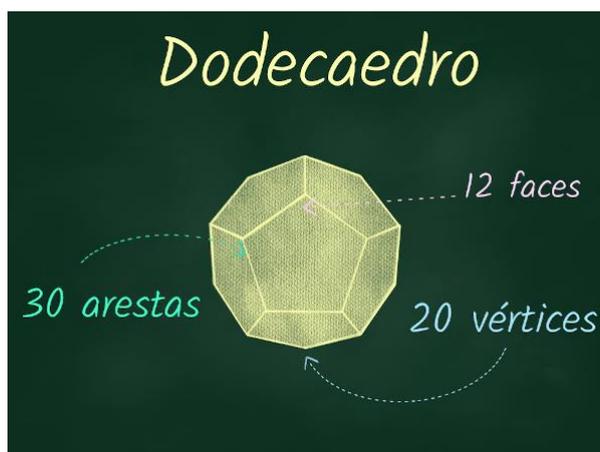


Fonte: <https://app.planejativo.com/ver-aula/337/material-de-apoio/resumo/matematica-2/poliedros>.

Dodecaedro

Considerado o mais harmonioso dos poliedros por Platão, o dodecaedro era associado ao Universo ou cosmo. Portanto, o dodecaedro representava o universo, já que o cosmos seria constituído por átomos em forma de dodecaedro. As suas faces são pentagonais, e ele possui 12 faces, 30 arestas e 20 vértices:

Figura 6: Dodecaedro



Fonte: <https://app.planejativo.com/ver-aula/337/material-de-apoio/resumo/matematica-2/poliedros>.

De fato, podemos comprovar essas definições pela fórmula de Euler, mas antes vamos conhecer um pouco sobre esse fantástico matemático que foi o Leonard Paul Euler.

Nasceu em 15 de abril de 1707 e faleceu em 18 de setembro de 1783. Foi o matemático mais prolífico na história. Os 866 livros e artigos dele representam aproximadamente um terço do corpo inteiro de pesquisa em Matemática, teorias físicas, e engenharia mecânica, publicadas entre 1726 e 1800. Dedicou-se a quase todos os ramos da Matemática. Quando Euler morreu, ainda em plena atividade, sua fama já se espalhara por toda a Europa. Euler foi considerado o mestre dos matemáticos do século XVIII. Leonard Euler faleceu em São Petersburgo, Rússia, no dia 18 de setembro de 1783.

Entre suas contribuições mais conhecidas na Matemática moderna estão: a introdução da função gama, a analogia entre o cálculo infinitesimal e o cálculo das diferenças finitas, quando discutiu detalhadamente todos os aspectos formais do Cálculo Diferencial e Integral da época. Foi o primeiro matemático a trabalhar com as funções seno e cosseno. Em 1760 iniciou o estudo das linhas de curvatura e começou a desenvolver um novo ramo da Matemática, denominado Geometria Diferencial. Durante sua permanência em Berlim, Euler escreveu mais de 200 artigos sobre Física, Matemática e Astronomia e três livros de Análise Matemática.

Há relatos que em 1750, Euler derivou a conhecida fórmula $V + F - E = 2$ para descrever os poliedros.

Um poliedro como já mencionado anteriormente, é um sólido limitado por faces planas. Quando o plano de cada face deixa todo o sólido do mesmo lado, o poliedro diz-se convexo. Para esta classe de sólidos, Euler criou a relação: $V + F = A + 2$ onde V

representa o número de vértices, A o de arestas e F o de faces. Por exemplo, num cubo temos 8 vértices, 12 arestas e 6 faces. Verifica-se a fórmula:

$$8 + 6 = 12 + 2$$

3.2 FRAÇÕES

A História da Matemática tem um grande potencial para o ensino de conceitos matemáticos, pois possibilita o resgate do conhecimento de grande parte do que foi produzido, desenvolvido e disseminado no campo da Matemática em diversas civilizações, ajudando a entender como a Matemática ajudou no processo de desenvolvimento da humanidade de diferentes maneiras e contextos no decorrer do tempo. Assim, a busca de diferentes contextos configura um ambiente matemático onde o ensino pode ser potencializado a partir da vivência de atividades investigativas e manipulativas. Com isso, constituem-se diferentes maneiras de compreender e de significar a matemática cotidiana, de acordo com Spinelli (2011):

A ideia da contextualização do ensino da Matemática está, no senso comum, direta e unicamente associada à aplicação dos conceitos em situações cotidianas. Esta é, de fato, uma das possíveis formas de estimular a atribuição de significados aos objetos de estudo, mas não é a única e nem sempre é a mais importante. [...] o conhecimento exige ser construído com base nas relações estimuladas por múltiplos contextos, com diferentes características, [...] (SPINELLI, 2011, p. 13).

Sob estes entendimentos, a História da Matemática pode se configurar como um contexto capaz de evidenciar os procedimentos e soluções advindas de necessidades vivenciadas por antepassados, que constituíram vários conceitos a partir de problemas enfrentados na época. Situações análogas à estas quando utilizadas em sala de aula podem produzir nos alunos o entusiasmo pelo estudo e a curiosidade de buscar novos conhecimentos, fazendo com que atribuam um significado aos conceitos abordados no decorrer das aulas. De acordo com Spinelli (2011):

Estudar matemática com base em contexto composto a partir da História da Matemática representa ressignificar elementos da época do surgimento do conceito, especialmente os culturais, com o objetivo de produzir sequências de atividades que aproximem as condições históricas da realidade atual do estudante (SPINELLI, 2011, p. 97).

Diante disso, a História da Matemática tem esse infinito potencial para fazer a correspondência necessária entre os conteúdos da Matemática, e desta maneira com as outras disciplinas, uma vez que ela acompanha a história da humanidade. Por meio da

História da Matemática pode-se verificar que a Matemática é uma construção humana. O embasamento disto foi a necessidade humana para resolver as demandas oriundas da época sendo desenvolvida ao longo do tempo e, por assim ser, permite compreender a origem das ideias que deram forma à cultura, como também observar aspectos humanos de seu desenvolvimento, enxergar os homens que criaram essas ideias e as circunstâncias em que se desenvolveram. De acordo com D’Ambrósio (1999, p. 97), “acredito que um dos maiores erros que se pratica em educação, em particular na Educação Matemática, é desvincular a Matemática das outras atividades humanas.” É evidente que a História da Matemática mostra que a Matemática tem um processo histórico, é uma construção humana gerada pelas necessidades práticas construídas para atender a certas demandas da sociedade.

Na antiguidade, os homens não utilizavam as frações, de acordo com Boyer (2002). Para o tempo em que as frações ainda não correspondiam a nenhuma necessidade do homem, Boyer (2002) relata:

Entre as tribos primitivas parece não ter havido praticamente nenhuma necessidade de usar frações. Para necessidades quantitativas, o homem prático pode escolher unidades suficientemente pequenas para eliminar a necessidade de usar frações. Portanto, não houve um progresso ordenado de frações binárias para quinárias para decimais, e as frações decimais foram essencialmente um produto da idade moderna da Matemática, não do período primitivo (BOYER, 2002, p. 4).

Somente a partir da necessidade de medir terras, colheitas, animais é que o homem criou unidades de medida. Ocorre que ao realizar essa medição, esses homens descobriram que nem sempre o resultado obtido era inteiro, que essas unidades precisavam ser fracionadas. Uma forma interessante de repassar um pouco da história das frações para os alunos é informá-los que as frações eram usadas pelos egípcios por volta de 2000 a.C. com o objetivo de “operar com seus sistemas de pesos e medidas e para exprimir resultados” (BRASIL, 1998, p. 101). Ainda, de acordo com os PCNs, esses povos utilizavam:

Apenas frações unitárias (frações de numerador 1), com exceção de $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$. Assim, numa situação em que precisavam dividir 19 por 8 eles utilizavam um procedimento que na nossa notação pode ser expresso por $2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$. A partir dessa situação pode-se propor aos alunos que mostrem que essa soma é $\frac{19}{8}$, que encontrem outras divisões que podem ser determinadas por soma de frações unitárias e que pesquisem outros problemas históricos envolvendo os números racionais (BRASIL, 1998, p. 101-102).

Os referidos Parâmetros Curriculares dispõem, ainda, que a abordagem dos números racionais “tem como objetivo levar os alunos a perceber em que os números

naturais são insuficientes para resolver determinadas situações-problema como as que envolvem a medida de uma grandeza e o resultado de uma divisão” (BRASIL, 1998, p. 101).

Os PCN afirmam que o estudo dos racionais, quando contextualizado historicamente às dificuldades do homem em relação a problemas envolvendo medidas, pode ser um motivador para o aprendizado das frações. Sabe-se que o estudo das frações é considerado complexo, mas essencial na aprendizagem matemática para os alunos. Vale salientar ao aluno que é importante saber que os números fracionários não surgiram do acaso e sim da necessidade humana de efetuar e registrar medidas. Concordamos, portanto, como está disposto nos PCN (BRASIL, 1997 p. 67), que a abordagem histórica do surgimento dos números racionais, bem como de sua evolução, pode ser um instrumento facilitador ao seu aprendizado. Uma vez que está fortemente ligada ao processo histórico de desenvolvimento da humanidade.

Nesse sentido, a expansão do conhecimento leva o indivíduo a criar outras formas de resolver desafios ou adaptar técnicas que domina em muitas situações adversas, que o conduz às generalizações “no caminho das generalizações, observamos como a forma se relaciona com o conteúdo no desenvolvimento do objeto de estudo, reportando-o ou impulsionando” (BRASIL, 1997, P. 68). A notação das frações é um exemplo disso.

Podemos reafirmar que a origem do conhecimento e do pensamento matemático está atrelada à evolução da humanidade, da necessidade de quantizar, medir e comparar, assim as frações emergem nesse contexto para responder o problema de se fragmentar um todo em partes iguais. Para isso, o homem precisou organizar e sintetizar o pensamento lógico que proporcionou o registro escrito e elaboração de símbolos que representassem cada uma dessas partes unicamente, em correspondência biunívoca. Dessa forma, proporcionou ao homem olhar para o passado e buscar no contexto histórico-cultural de algumas civilizações e compreender a concepção dos conhecimentos matemáticos conquistados adquiridos por essas nações na interação histórica da Matemática. “A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural” (BRASIL, 1997, p. 34).

3.3 ALGEBRA

Como sabemos, a Álgebra é a parte da ciência matemática que analisa os processos racionais para se efetuar operações, tais como a adição, a subtração, a

multiplicação, a divisão, a potenciação e a radiciação, através do auxílio de símbolos que representam números ou elementos não especificados. Com o tempo, o termo passou a incluir o estudo crítico das equações, as propriedades dos polinômios e o estudo das funções e das séries, até constituir o que se denominou de álgebra superior. Todavia, isso aconteceu por meio de contribuições ao longo da história de algumas grandes nações e matemáticos envolvidos.

Segundo a História, as primeiras noções sobre Álgebra foram criadas na Mesopotâmia e no Egito, no século XI. A base matemática árabe foi uma das mais fortes do mundo. Os matemáticos muçulmanos inventaram a Álgebra Geométrica e a levaram a níveis avançados, capazes de resolver equações de terceiro e quartos graus. Só posteriormente é que esse conteúdo matemático se desenvolveu na Grécia, com o estudioso Diofante de Alexandria, que viveu entre 325 d.C. e 409 d.C. Suas contribuições se basearam no uso de símbolos para referenciar os cálculos matemáticos. Desta forma, a representação de expressões passava a ser mais compacta e abstrata, deixando de ser totalmente a partir de palavras.

Considera-se uma expressão algébrica a representação, por meio de letras e sinais, de um conjunto de operações que devem ser realizadas em certa ordem. Uma curiosidade histórica da Álgebra diz respeito ao astrônomo, geógrafo e matemático árabe Al-Khwarizmi¹, que viveu entre os séculos VIII e IX. O seu nome deu origem à palavra algoritmo, procedimento sistemático de regras, expressões, cálculos que permitem a solução de problemas. O título de sua principal obra, *Hisab al-jabr waal-muqabala*, provém do termo Álgebra, com o significado conhecido até os dias de hoje.

Na referida obra, o matemático al-Khwarizmi relata sobre soluções de equações de primeiro e segundo graus, tratadas de forma puramente retórica, sem o emprego de símbolos. Eves (2004) afirma que:

A álgebra de al-Khowârizmî mostra pouca originalidade. Explicam-se as quatro operações elementares e resolvem-se equações lineares e quadráticas, estas últimas aritmética e geometricamente. O trabalho contém questões envolvendo mensuração geométrica e alguns problemas de herança (EVES, 2004, p. 263).

O Eves ainda ressalta que “a primeira aritmética árabe que se conhece é a de alKhowârizmî” (EVES, 2004, p. 263). Além da obra anteriormente citada, existe outra considerada primordial aos que estudam a História da Matemática. Trata-se da *Platine* ou *Antologia Grega* considerada uma das melhores fontes de problemas algébricos gregos antigos. Trata-se de uma coleção que reúne cerca de quarenta problemas numéricos,

reunidos por volta de 500 d.C. pelo gramático Metrôdoro. Esses problemas foram elaborados com o objetivo de “recreação mental” (EVES, 2004, p. 206).

A Álgebra possibilita ao aluno o exercício e desenvolvimento de sua capacidade de generalização e abstração. Constitui, ainda, um recurso eficaz na resolução de problemas matemáticos.

Alguns aspectos da Álgebra são desenvolvidos nos ciclos iniciais da vida escolar do aluno, mas as atividades relacionadas a esse conteúdo se ampliam a partir das séries finais do Ensino Fundamental e se tornam mais complexas e formais no Ensino Médio (BRASIL, 1998). Até o terceiro ciclo do Ensino Fundamental, quando o professor trabalha em sala de aula com os números é primordial:

estudar algumas relações práticas pela exploração de padrões em sequências numéricas que levem os alunos a fazer algumas generalizações e compreender, por um processo de aproximações sucessivas, a natureza das representações algébricas. A construção dessas generalizações e de suas respectivas representações permite a exploração das primeiras noções de álgebra (BRASIL, 1998, p. 68).

Torna-se necessário, nesse período, que o aluno apreenda noções de variáveis e identifique as expressões algébricas como meio de “traduzir a relação entre a variação de duas grandezas” deixando para as séries finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio o aprofundamento dessas operações (BRASIL, 1998, p. 68). A fim de despertar o interesse dos alunos do Ensino Fundamental para o estudo da Álgebra, deve-se propor:

situações em que os alunos possam investigar padrões, tanto em sucessões numéricas como em representações geométricas e identificar suas estruturas, construindo a linguagem algébrica para descrevê-los simbolicamente. Esse trabalho favorece a que o aluno construa a ideia de Álgebra como uma linguagem para expressar regularidades (BRASIL, 1998, p. 117).

No Ensino Médio, por sua vez, deve-se trabalhar com um currículo que garanta espaço à extensão e aprofundamento dos conhecimentos que os alunos têm sobre os números e Álgebra. Contudo, o estudo dos números e da Álgebra não pode ser realizado isoladamente. Portanto é necessário relacioná-lo com outros conceitos, conteúdos, problemas e perspectiva sócio-histórica que deram origem aos números e à Álgebra uma vez que:

estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real (BRASIL, 1999, p. 257).

Uma forma interessante de aplicar a Álgebra em sala de aula é fazer essa relação da História da Matemática com assuntos abordados e mostrando aos alunos, que o desenvolvimento matemático da Álgebra se deu por meio de certas necessidades humanas durante algum período da História. Ela foi criada ou adaptada para sanar tais dificuldades encontradas. Fazendo isso com problemas de prévios conhecimentos deles será um facilitador nesse processo de aprendizagem, fazendo com que os alunos percebam que a Álgebra está fortemente ligada ao processo histórico da humanidade.

3.5 AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS

Das quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão, as duas primeiras têm estudo de seus significados iniciados nos primeiros ciclos do Ensino Fundamental. Porém, devido à complexidade leva algum tempo para serem consolidados pelos alunos e, como consequência, deve-se impor um trabalho mais sistemático desses conteúdos nos 3º e 4º ciclos (BRASIL, 1998). Os PCNs de Matemática dos últimos anos do Ensino Fundamental sugerem que a adição e a subtração sejam desenvolvidas de forma paralela, pois a adição representada pelo sinal +, e dita como a operação fundamental mais simples, e dela as outras dependem. Mais simples porque a ideia de somar ou adicionar se encontra na noção de número natural. Caraça (1984, p. 17), assim se posiciona a respeito da adição, “o que é a operação elementar de passagem de um número ao seguinte, se não a operação de somar uma unidade a um número? Pois bem, somar a um número a, dado, outro número b, é efetuar a partir de a, b passagens sucessivas pela operação elementar”.

Por sua vez, a subtração é considerada como operação inversa da adição e tem como indicação o sinal – que significa menos. A adição era a operação aritmética fundamental para os egípcios e “nossas operações de multiplicação e a divisão eram efetuadas no tempo de Ahmes por sucessivas ‘duplações’” (BOYER, 2002, p. 10).

Na mesma linha, Mol (2013, p. 25) afirma sobre a forma com que os egípcios operavam a adição, “as operações de multiplicação e divisão eram feitas por um processo conhecido como ‘duplicação’”. Dessa forma:

Para multiplicar 23 por 18, primeiro são calculados, sucessivamente, $23 \times 2 = 46$, $46 \times 2 = 92$, $92 \times 2 = 184$ e $184 \times 2 = 368$. Uma vez que $18 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 + 2 = 2^4 + 2$, o resultado é obtido fazendo $23 \times 18 = 368 + 46 = 414$. Para a divisão, o processo de duplicação é invertido, sendo o divisor sucessivamente duplicado (MOL, 2013, p. 25).

Em se tratando da divisão, Boyer (2002) informa que para essa operação o processo de duplicação era invertido e assim dobrava-se o divisor, de forma sucessiva, em vez do multiplicando.

Os atuais algoritmos das operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) também têm origem indiana. Entretanto, os princípios aditivos (ideia de *juntar*); subtrativo (ideia de *tirar*), multiplicativo e de divisão (ideia de *partes iguais*) foram claramente empregados nos diversos métodos eruditos de contagem (mão, monte de pedras, entalhes e outros) e em outros sistemas de numeração. Em 1984, foi encontrado um trabalho chinês que remonta à dinastia Han (206 a.C–220 d.C.), envolvendo a adição, subtração, multiplicação e divisão: “O trabalho, transcrito por volta do século II a.C, é uma coleção de mais de noventa problemas envolvendo as quatro operações fundamentais” (EVES, 2004, p. 244).

A adição é a primeira das operações fundamentais e era a principal do Egito. Boyer (1996) escreveu que esta operação era a base para realizar multiplicações e divisões egípcias por sucessivas *duplicações*. E, parece que antigamente na Índia, a adição era calculada da esquerda para direita e não ao contrário, como fazemos hoje (EVES, 2004).

O registro de subtrações foi encontrado no uso de pedras e outros objetos. Em uma aldeia africana eram utilizados anéis para controlar o número de moças solteiras: “Quando atingiam a idade requerida, cada uma confiava um pequeno anel metálico à “casamenteira” da aldeia, [...]. Depois, pouco antes da cerimônia, cada futura esposa recuperava seu anel” (IFRAH, 1997, v.1, p. 192).

Quanto à multiplicação, podem-se encontrar relatos de métodos indianos avançados para época. Um deles conhecido como *em grade* ou *gelosia*. E no Egito, utilizando a característica aditiva do sistema de numeração deste país, eram calculadas multiplicações e divisões. Os egípcios desenvolveram um processo de divisão, como citado no parágrafo anterior. Também, foi encontrada no Iraque uma peça arqueológica chamada Tabuleta Suméria de Suruppak que data de 2.650 a.C. e apresenta a ideia de divisão em partes iguais.

CAPÍTULO 4

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A compreensão de que a Matemática está presente no cotidiano de todas as pessoas, e que não representa apenas uma ciência de número e grandeza, é primordial ao aluno dessa disciplina em qualquer nível escolar. Ainda que exista uma concepção de que os conceitos matemáticos são muito abstratos e de difícil compreensão, o professor deve buscar meios mais concretos e, também, mais simplificados quando de seu ensino. Sobretudo quando o professor tem a intenção de desmitificar a ideia de que a Matemática é inatingível e direcionada apenas àqueles mais privilegiados intelectualmente.

Ao utilizar representações concretas, tal como são os aspectos da História da Matemática, o professor consegue esclarecer muitos conceitos matemáticos, e responder a alguns *porquês*, colaborando com a construção do aprendizado do aluno de forma mais significativa e dinâmica.

A História da Matemática, de uma forma mais palpável, permite uma menor complexidade no momento da introdução da teoria matemática, que é por muitas vezes abstrata, possibilitando o professor motivar seus alunos por meio de uma explanação mais acessível, resultando em maior conhecimento e apreensão dos conteúdos. É primordial, contudo, que a doutrina mais tradicional de ensino da Matemática passe por mudanças, levando o aluno a desenvolver apreço pela disciplina e não apenas a decorar fórmulas e fazer uso delas exclusivamente em avaliações, mas fazer a utilização prática da História da Matemática, como recurso eficaz para o entendimento dos conteúdos da disciplina, além de despertar uma maior motivação e aprendizado dos alunos em sala de aula.

Ao refletir sobre a escolha do tema para o TCC e sobre o estudo mais aprofundado realizado sobre a História da Matemática percebemos que, por vezes, os professores de Matemática se limitam a repassar os conteúdos da disciplina, sem se preocupar em despertar a curiosidade dos alunos para o fato de que esses conteúdos não surgiram do nada, que cada um deles tem sua história, sua descoberta.

No decorrer da pesquisa podemos dizer que quanto mais conhecemos determinado conteúdo, mais acessível é seu aprendizado. Salientamos que ao utilizar a História da Matemática como recurso ao ensino não obriga ao professor situar no tempo e espaço todos os conteúdos do currículo escolar, ou mesmo mesclar em todas as aulas o ensinamento de tópicos com fragmentos da História da Matemática, pois a intenção não

é transformar a aula de Matemática em aula de História, com datas, fatos e nomes a serem decorados, e sim utilizar as descobertas e o desenvolvimento matemático como recurso didático útil, dinâmico, interessante e facilitador desse aprendizado.

Ressalta-nos, ainda, que não só a Matemática está presente no dia a dia das pessoas, mas a História da Matemática também, à medida que a Matemática vai sendo construída constantemente, pois não é uma ciência acabada. Isto posto, torna-se importante compreender que todos os conteúdos matemáticos existentes contribuem para a evolução e aprimoramento do aprendizado matemático. Assim o aperfeiçoamento e a constante preocupação em tornar a Matemática mais acessível.

Com este propósito, evidenciamos a utilização da História da Matemática como um recurso metodológico muito eficaz, pois pode apresentar, a partir de atividades investigativas, diferentes caminhos para se fazer Matemática em sala de aula.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Introdução. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BOYER, Carl Benjamin. **História da Matemática**. 2. ed. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda., 2002.
- CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Sá da Costa, 1984.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. A História da Matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiane. (org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, pp. 97-115, 1999.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática, 1990.
- EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 1995.
- IFRAH, Georges Brochura Bom. **História Universal dos Algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, v. 1, 1999.
- MENDES, Iran Abreu. **Ensino da Matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da Matemática**. Natal: UFRN. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Centro de Ciências Sociais e Aplicadas, 207 f., 2001.
- Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 2001.
- MOL, Rogério Santos. **Introdução à História da Matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFGM, 2013.
- PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Teorema de Thales: uma conexão entre os aspectos geométrico e algébrico em alguns livros didáticos de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. UNESP - Rio Claro/SP, 2001. p. 123.
- SPINELLI, Walter. **A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da matemática**. São Paulo: FEUSP, 2011. 138f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.