



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VII - GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS SOCIAIS APLICADAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

AURILENE AMORIM FERREIRA CAVALCANTE

**RELATO DE EXPERIÊNCIA EM AULA EXTRAESCOLAR: uso da modelagem no
ensino das operações com conjuntos**

**PATOS - PB
2022**

AURILENE AMORIM FERREIRA CAVALCANTE

RELATO DE EXPERIÊNCIA EM AULA EXTRAESCOLAR: uso da modelagem no ensino das operações com conjuntos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Vinícius Reuteman Feitoza Alves de Andrade

**PATOS - PB
2022**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

C377r Cavalcante, Aurilene Amorim Ferreira.
Relato de experiência em aula extraescolar [manuscrito] :
uso da modelagem no ensino das operações com conjuntos /
Aurilene Amorim Ferreira Cavalcante. - 2022. 23 p. : il.
colorido.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em
Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de
Ciências Exatas e Sociais Aplicadas, 2023.
"Orientação : Prof. Me. Vinícius Reuteman Feitoza Alves de
Andrade, Coordenação do Curso de Matemática - CCEA. "

1. Ensino da Matemática. 2. Ensino extraescolar. 3.
Conjuntos. 4. Modelagem matemática. I. Título

21. ed. CDD 372.7

AURILENE AMORIM FERREIRA CAVALCANTE

RELATO DE EXPERIÊNCIA EM AULA EXTRAESCOLAR: uso da modelagem no ensino das operações com conjuntos

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em: 15/12/2022

BANCA EXAMINADORA



Prof. Vinícius Reuteman Feitoza Alves de Andrade (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof.ª Dra. Rosângela de Araújo Medeiros
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Me. Francisco Anderson Mariano da Silva
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

LISTA DE IMAGEM

Imagem 1 – Representação do conjunto vazio feito por aluno na aula extraescolar	15
Imagem 2 – Representação do conjunto unitário feito por aluna na aula extraescolar	16
Imagem 3 – Representação do conjunto universo feito por aluno na aula extraescolar	16
Imagem 4 – Exemplos da representação do conjunto união usado na aula extraescolar	17
Imagem 5 – Explanação das operações com conjuntos na aula extraescolar	18

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação do conjunto $A \cup B$	17
Figura 2 - Representação do conjunto $A \cap B$	17
Figura 3 - Representação de diferença do conjunto	18

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Exemplo de modelagem matemática com composição da família para o ensino de tipos de conjuntos	14
---	----

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	8
1.1. Objetivos	8
1.1.1. Objetivo Geral	8
1.1.2. Objetivos Específicos	8
1.2. Justificativa	8
2. REFERENCIAL TEÓRICO	9
2.1. Reforço escolar e extraescolar	9
2.2. Nota histórica sobre conjuntos e matemática	10
2.3. Modelagem em matemática	12
3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	12
3.1. Relatos de experiência como fonte de conhecimento científico	12
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	13
4.1. O relato de experiência	13
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	19
REFERÊNCIAS	19
APÊNDICE A - PLANO DE AULA	21
AGRADECIMENTOS	23

RELATO DE EXPERIÊNCIA EM AULA EXTRAESCOLAR: uso da modelagem no ensino das operações com conjuntos

EXPERIENCE REPORT IN OUTSCHOOL CLASS: use of modeling in teaching set operations

Aurilene Amorim Ferreira Cavalcante¹
Vinícius Reuteman Feitoza Alves de Andrade²

RESUMO

Este trabalho tem o objetivo de relatar experiência vivenciada como professora de aula de reforço extraescolar no ensino das operações com conjuntos em aulas com quatro estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental, utilizando modelagem matemática, de acordo com Burak e Kluber (2016). Para tanto, foi baseado nas ideias metodológicas de Oscar Jara (2017) e de Mussi, Flores e Almeida (2021), para estruturar um relato de experiência nos moldes acadêmicos. Verificou-se a importância das aulas de reforço extraescolar, bem como a realização de aulas utilizando a metodologia da modelagem matemática auxiliou a compreensão das noções relacionadas ao conceito de conjuntos, especialmente com exemplos como jogo de futebol, animais e uso de palitos de fósforo.

Palavras-chave: Ensino extraescolar; Ensino de conjuntos; Modelagem matemática.

ABSTRACT

This work aims to report the experience lived as a teacher of extracurricular reinforcement classes in teaching operations with sets in classes with four students of the 6th year of Elementary School, using mathematical modeling, according to Burak and Kluber (2016). To this end, it was based on the methodological ideas of Oscar Jara (2017) and Mussi, Flores and Almeida (2021), to structure an experience report along academic lines. It was verified the importance of extracurricular classes, as well as the realization of classes using the methodology of mathematical modeling helped the understanding of notions related to the concept of sets, especially with examples such as soccer game, animals and use of match sticks.

Keywords: Extracurricular teaching; Teaching sets; Mathematical modeling.

¹ Discente do curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba-UEPB.

² Docente no curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba-UEPB

1. INTRODUÇÃO

A educação está se renovando constantemente, o que envolve diversas possibilidades, diferentes saberes, formas de ensino e também novas orientações visto que propiciem ao aluno entender de diferentes maneiras os conteúdos. Nessa perspectiva, existe a aula de reforço escolar (NARCISO *et al.*, 2021) ou extraescolar, que são aulas ministradas por professores fora de instituições de ensino. Essas aulas consistem em procurar a melhor maneira de facilitar o assunto explorado na escola, utilizando livros e materiais didáticos adotados por ela.

Juntamente com os materiais didáticos e as explicações dadas durante a aula extraescolar, é importante mostrar que não existe matéria difícil, mas conectar e identificar os assuntos como parte do nosso cotidiano. Cunha (2016) afirma que o reforço escolar envolve atividades de ensino diversificadas, quando os alunos têm direitos a rever os assuntos de aula, inclusive os que não foram entendidos no horário regular. Pode ocorrer tanto na residência de estudantes, do professor ou nas escolas em horário oposto às aulas letivas, dependendo do que é viável aos pais ou responsáveis.

Toda forma de explorar o conhecimento é importante e aceitável, desde que a didática empregada esteja de acordo com práticas significativas e conectadas à realidade dos estudantes, inclusive integrando diferentes disciplinas, na utilização da proposta da modelagem matemática. Burak e Kluber (2016) enfatizam que a modelagem tem como objetivo construir caminhos que não se cruzam, para explicar matematicamente o surgimento de diversas formas dentro do nosso cotidiano como seres humanos. Também pontuam que é um conjunto de procedimentos para buscar um paralelo como os fenômenos cotidianos do aluno, auxiliando na tomada de decisões.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo Geral

Relatar uma experiência vivenciada como professora de aula de reforço extraescolar no ensino das operações com conjuntos em aulas utilizando modelagem matemática nos anos finais da educação básica.

1.1.2. Objetivos Específicos

- Descrever conceito de operações com conjuntos;
- Vivenciar o uso prático da modelagem da realidade no ensino de matemática;
- Demonstrar o ensino das operações com conjuntos nas aulas de reforço extraescolar.

1.2. Justificativa

Realizar uma pesquisa sobre o ensino extraescolar é relevante, pois coloca em foco um tipo de educação informal, que pode ser um importante auxílio para docentes e estudantes. Para os professores, muitas vezes não é possível atingir um objetivo de explorar conteúdo determinado por inúmeros motivos, como exemplo quando o aluno está com algum problema pessoal ou de saúde e não pode acompanhar o ensino regular nesse período.

A aula extraescolar é um suporte para os professores, também porque dá oportunidade de que o assunto seja visto e apresentado para que haja proximidade nos níveis de domínio para todos os estudantes. Desta forma, possibilita que aluno acompanhe todo o cumprimento do currículo escolar, sem que haja uma deficiência futura, e também por esse motivo, justifica-se a realização deste trabalho.

A presente pesquisa adquire importância ainda porque apresenta uma experiência pedagógica, inspirando quem vai trabalhar com essa forma de ensino diferenciado, como exemplo o conteúdo de conjuntos por meio de modelagem, tal como proposto neste artigo. Tem-se um leque de possibilidades de uso de materiais, já que o tema “conjunto” engloba inúmeros elementos com exemplos próprios, usando materiais acessíveis a situação de cada um, como os palitos de fósforo e lápis de pintura.

Assim, organizamos um relato de experiência de aulas extraescolares, com uso da modelagem matemática para o ensino de operações em conjuntos. Foram registradas três aulas em momentos pedagógicos gravados e posteriormente descritos em tópicos, descrevendo o método e o uso de materiais acessíveis para o aluno.

Para tanto, apresentamos neste artigo cinco seções: esta primeira, introdutória, que aborda objetivos e justificativa. A segunda seção trata do referencial teórico, que envolve a reflexão sobre o ensino e o reforço extraescolar, bem como a história dos conjuntos e ainda o uso da modelagem no ensino da matemática. A seção seguinte explora a metodologia de pesquisa, com enfoque no relato de experiência. Na quarta seção é apresentada o relato da experiência, detalhando alguns momentos de aula e, por fim, as considerações finais.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Reforço escolar e extraescolar

O ensino de qualidade deve ser garantido pela escola, promovendo a ampliação democrática da aprendizagem, promovendo estratégias políticas buscando sanar as dificuldades na aprendizagem e evasão escolar. É o que propõe o artigo 12º inciso V da Lei de Diretrizes e Bases para a Educação Nacional, nº 9.394 de 1996, ao decretar que as instituições de ensino, conforme as suas normas e as do seu sistema de ensino, terão a responsabilidade de prover meios para a recuperação dos alunos os quais tenham rendimento abaixo média.

Conforme o artigo 24 apresenta, está prevista “a obrigatoriedade de estudos de recuperação, de preferência paralelos ao período letivo, para os casos de baixo rendimento escolar, a serem disciplinados pelas instituições de ensino em seus regimentos” (BRASIL, 1996). (Lei de Diretrizes e Bases para a Educação Nacional, nº 9.394 de 1996).

O reforço extraescolar deve partir da própria instituição integrado ao processo de aprendizagem, como sugere Lourenzini (2022), “compreendido como parte integrante do processo ensino aprendizagem, um ato educativo que tem como objetivo consolidar, ampliar conhecimentos e enriquecer as experiências culturais e sociais dos alunos”.

Redes de ensino e escolas podem atuar nesta direção, no entanto, muitas não tem estrutura física e/ou recursos financeiros, quicá um corpo docente disponível para oferecer esse complemento de estudo. Salas de aula superlotadas, falta de espaço disponível, falta de corpo docente com horário compatível são alguns impedimentos para a concretude desta determinação em lei.

Enquanto isso, pais buscam em outros locais ajuda para suprir as lacunas de aprendizagem de seus filhos, inclusive para consolidar/reforçar o domínio de habilidades e conceitos de forma particular, aqui tratado neste artigo como extraescolar. A ideia é que seja ofertado então um acompanhamento contínuo da aprendizagem, com enfoque em metodologias

que possam facilitar a compreensão de conceitos para assim desenvolver o potencial individual do aluno para que possa acompanhar os demais colegas em sala de aula.

As aulas de reforço escolar, no entanto, podem ocorrer em um sistema interno ou pode ser externo à escola. Ambas as propostas podem favorecer que estudantes possam ter um acompanhamento em grupos menores e até individualizado, no intuito de aprender as habilidades e conceitos desejados. No primeiro cenário, a unidade de ensino propõe e organiza atividades intraescolares, ocorrendo dentro da própria escola, como “aulas de reforço no contraturno e estudos de recuperação para alunos que poderiam ter que repetir o ano escolar” (MATHEUS, 2010, p. 52).

Já as atividades externas, de reforço extraescolar seriam aulas ministradas por professores particulares, procuradas por pais no intuito de auxiliarem seus filhos nas atividades de casa, nos trabalhos individuais ou coletivos ou até mesmo reforços como revisão do assunto, por exemplo, na interpretação de questões de matemática e cálculos matemáticos, tal como se relata neste artigo. Como abordam Rosa e Flaviano (2017), este tipo de ensino pode contribuir para o aprendizado, ao sanar as dificuldades dos alunos por intermédio de intervenções pedagógicas que possibilitem ao aluno rever conteúdo e acompanhar o ritmo de aprendizagem.

O ensino extraescolar propõe diminuir as dificuldades de aprendizagem dos alunos, para que possam acompanhar o desenvolvimento por igual de todos os alunos. Neste sentido, Luckesi (1999) define reforço escolar como sendo “uma atividade de auxiliar o educando a aprender o que não foi possível aprender nas horas regulares de aula em uma escola”, ou seja, auxiliar o aluno na aprendizagem, mas não como forma de ensino.

O ideal seria que a própria escola prestasse esse serviço ao educando, pois os estudantes necessitam de aprender; é por essa razão quem vem para a escola. E a escola promete, em sua propaganda, que eles aprenderão. [...] Em última instância, se a escola não faz isso, alguém necessita de fazer. Usualmente são os pais que assumem essa tarefa, ou por si mesmo ou contratando quem oferece esse serviço. (LUCKESI, 1999).

Desta forma, as aulas de reforço extraescolar servem como alternativa viável para os pais auxiliem seus filhos, em atividades de revisão ou para aqueles que têm dificuldade de aprendizagem em determinados conteúdos, como exemplo de matemática. Mesmo que a responsabilidade de educar seja da escola e da família, nem sempre esta última possui estudo ou dispõe de tempo e/ou técnicas de ensino para colaborar com atividades escolares de seus filhos, tendo que recorrer ao reforço extraescolar. Vale salientar que por ser um serviço externo, poucos são os projetos sociais que o oferecem gratuitamente, o que implica no poder aquisitivo da família em custear este serviço.

Quando não ocorre o aprendizado esperado, acarretando dificuldades específicas, como aquele estudante que não consegue acompanhar as aulas e não consegue realizar e/ou devolver tarefas (ZIBETTI; PANSINI; SOUSA, 2012), é possível que essa situação interfira negativamente na formação do aluno, que de forma indireta e disfarçada pode para o abandono e o suposto fracasso no acesso à escola. Especialmente em Matemática, tida como uma matéria abstrata e complexa, com muitos casos de dificuldade na aprendizagem, o que inclui o ensino sobre conjuntos.

2.2. Nota histórica sobre conjuntos e matemática

O principal vestígio da matemática pré-histórica é o fato de conseguirem contar até dois e as demais quantidades eram computadas com um tipo de instrumento, como um osso canino, o qual cortavam para numerar alguma coisa, por exemplo os indivíduos. Segundo Boyer (2012),

o desenvolvimento do conceito de número foi um processo longo e gradual, relacionado ao fato de que certas línguas tem separação entre um, dois e mais de dois. Assim, exemplifica:

certas línguas, o grego inclusive, conservam na sua gramática uma distinção tripartite entre um, dois e mais de dois, ao passo que a maior parte das línguas atuais só faz a distinção em “número” entre singular e plural. Evidentemente, nossos antepassados mais antigos, inicialmente, contavam só até dois, e qualquer conjunto além desse nível era designado por “muitos”. Mesmo hoje, muitas pessoas ainda contam objetos dispostos em grupos de dois. (BOYER, 2012).

Historicamente, contar com os dedos ou a prática de contar por grupos de cinco e dez, parece ter surgido mais tarde que a contagem por grupos de dois e três; entretanto, os sistemas binário e decimal quase invariavelmente substituíram o binário e o ternário. (BOYER, 2012). No Egito, sobre creditar o progresso em matemática aos homens práticos (os demarcadores de terras ou “esticadores de corda”) ou aos elementos contemplativos da sociedade (os sacerdotes e os filósofos) continua até nossos tempos.

O progresso matemático no Egito estava totalmente ligado ao vivenciar dos indivíduos, sobretudo em relação ao rio Nilo, pois quando ele enchia demais, as casas aos arredores eram destruídas, logo, os demarcadores de terras do rei iria visitar a região para lotear um novo terreno para o civil que perdeu sua moradia. Na Mesopotâmia a matemática se configurou de outro modo:

No vale mesopotâmico havia os sumérios que tinham construído casas e templos decorados com cerâmica e mosaicos artísticos em padrões geométricos. Governantes poderosos uniram os principados locais em um império que realizou vastas obras públicas, como um sistema de canais para irrigar a terra e controlar as inundações entre os rios Tigres e Eufrates, onde as inundações dos rios não eram previsíveis como as do vale do Nilo. (BOYER, 2012).

Os sumérios criaram um alfabeto e uma moeda, ou seja, instrumento que facilitasse as trocas comerciais. Conseguindo desenvolver ainda mais a matemática, pois usavam tábuas com um padrão de formatos para as vendas e compras no comércio. No entanto seu progresso na matemática, análogo aos egípcios, foram bem menores que os do povo grego. Na Grécia a matemática podia ser traçada como até o segundo milênio a.C..

Foi quando várias ondas de invasores vindos do norte pressionaram para o sul. Não trouxeram com eles tradição matemática ou literária. Entretanto, parecem ter sido muito ávidos em aprender, e não demoraram a melhorar o que absorveram. Supõe-se que alguns rudimentos de cálculo viajaram pelas mesmas rotas de comércio. Isto é verdade sobre os primeiros alfabetos gregos que foram tomados e expandidos do alfabeto existente dos fenícios, o qual consistia só de consoantes. (BOYER, 2012).

Na Grécia Antiga a matemática era vista de outra perspectiva, dado que eles viram nessa "ciência" que poderiam desenvolver sua sociedade de forma educativa, comercial e hegemônica. Os gregos, diferentemente dos macedônios e egípcios, buscaram uma forma de teorizar a noção de números, enquanto os outros dois praticavam a matemática no cotidiano. Em síntese, a matemática egípcia e macedônia era mais concreta (ou prática), enquanto a matemática grega foi difundida como uma ciência, ou seja, uma abstração.

O primeiro a pensar na teorização da matemática foi Tales de Mileto, que criou o Teorema de Tales e muitas outras ideias aproveitadas nas décadas seguintes. Porém, o matemático mais importante da Grécia seria o Pitágoras, aquele que desenvolveu o Teorema de Pitágoras e outras pesquisas que foram criadas após sua morte pelo seu culto, Os Pitagóricos.

Na Idade Média a matemática no Ocidente teve um declínio no seu progresso como ciência após a queda do Império romano. Mas com as ideias da Escolástica tudo mudou, pois

Tomás de Aquino desenvolveu a Suma Teológica, que disserta sobre a importância da razão na comunicação entre ser humano e Deus. Logo foi criado o *Trivium* (gramática, retórica e dialética) e *Quadrivium* (aritmética, geometria, astronomia e música), no qual o *Quadrivium* retomou os estudos da aritmética, geometria, astronomia e música, em os gregos viam como aplicação da **ciência matemática**.

Desde a Grécia, começando com o matemático grego Zenão de Eleia no ocidente e os primeiros matemáticos indianos no oriente, os matemáticos têm se debatido com o conceito de infinito. Especialmente o trabalho de Bernard Bolzano na primeira metade do século XIX (BOLZANO, 1920).

A compreensão moderna do conceito de infinito começou em 1867 por G. Cantor, que nasceu em 1845 e faleceu em 1918, nascido na Rússia, mas fez sua carreira na Alemanha. Posteriormente se tornou doutor na universidade de Berlim, no ano de 1867, com sua tese sobre teoria dos números, passando a trabalhar na Universidade de Halle. Cantor (1932) mostrou a existência de uma hierarquia para os cardinais transfinitos e que o “conjunto dos números reais têm cardinal “maior” que os conjuntos enumeráveis e que esse cardinal é “igual” ao do conjunto dos irracionais”. (DOMINGUES; LEZZI, 2003, p. 8). Assim, a noção de conjunto envolve a compreensão dos números.

O assunto de conjunto é um dos primeiros assuntos explorados no início dos Anos Finais do Ensino Fundamental, correspondente ao 6º ano dessa etapa de ensino. Esse assunto possibilita que o estudante compreenda como números estão correlacionados e, bem como a vida também, ou seja, os conceitos de conjuntos e suas operações possibilita entender união e intersecção de números, objetos, classificações, entre outros. Nesse processo, facilita trabalhar a partir da proposta de modelagem em matemática.

2.3. Modelagem em matemática

Levamos em conta que quando exploramos o conceito de conjuntos, a proposta da modelagem facilita sua apresentação, visto que envolve a inserção de elementos, objetos acessíveis e conhecimento do dia a dia do aluno (BURAK; KLUBER, 2016), oferecendo visualização concreta na realização de atividades abstratas propostas pelo material didático.

Desta forma os alunos, tal como pontuam os referidos autores, podem se identificar com o conteúdo, se interessar e se envolver com a dinâmica do ensino de matemática, sentindo-se a vontade para expor dúvidas e também encontrar outras maneiras de resolver problemas envolvendo assuntos das aulas de uma forma leve, atrativa e, portanto, significativa.

Além disso, no ensino de matemática, se o professor utiliza a proposta da modelagem, pode ajudar aos alunos a criarem um campo de visão que não se limita só o assunto abordado no livro didático, mas abre espaço para que suas imaginações procurem diversas maneiras para resolver os empasse e problemas propostos.

3. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1. Relatos de experiência como fonte de conhecimento científico

A produção de conhecimento científico e, em especial, em educação pode ocorrer por meio de diversas formas, dentre elas, o relato de experiência. Mussi, Flores e Almeida (2019, p. 22) explicitam que este tipo de publicação acadêmica pode ser uma das modalidades de pesquisa que tem como objetivo principal descrever as experiências vividas pelos pesquisadores em determinado contexto.

Para tanto, conforme referidos autores, deve ser utilizada uma linguagem clara e descrição detalhada, de forma a torná-lo compreensível para outros pesquisadores, apresentando os resultados obtidos e as implicações da experiência, no caso, didática, tal como se analisa no presente artigo.

Para Oscar Jara (2017), pesquisador chileno focado nas discussões sobre a educação como transformação social, o relato de experiência envolve a descrição detalhada de uma prática ou experiência vivida, possibilitando registro e reflexão desta ação, de tal modo que outros pesquisadores também possam aplicar tais práticas em sua atuação, em uma mutualidade de inspiração (JARA, 2017).

É um processo de sistematizar experiências cotidianas vivenciadas em sala de aula, envolvendo inclusive a reflexão “das nossas práticas educativas, sobre nossas práticas educativas e para nossas práticas educativas” (JARA, 2017, p. 9). Segundo o autor, a documentação das experiências é importante para que outras pessoas possam conhecer e aprender com essas experiências. Além disso, também é importante para que os próprios participantes possam refletir sobre as suas práticas e avaliar os resultados alcançados.

É importante enfatizar, no entanto, que o relato de experiência não pode ser visto como um simples relato de caso ou de vivência pessoal. Segundo Mussi, Flores e Almeida (2021, p. 65), enquanto um tipo de produção de conhecimento, que tem como característica central a descrição da intervenção, “é relevante conter embasamento científico e reflexão crítica”.

Algumas formas de realizar esse tipo de estudo envolve o cuidado em documentar e registrar as atividades descritas na experiência, como utilização de gravação das aulas e posterior transcrição, para seleção de trechos, bem como o registro com fotos, duas formas que utilizadas neste trabalho.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1. O relato de experiência

O relato de experiência aqui apresentado envolveu as vivências de aula de reforço extraescolar (ROSA; FLAVIANO, 2017) com quatro estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental. Serão nomeados pela letra E, em alusão ao nome de estudante, seguida de números (respectivamente E1, E2, E3 e E4), para preservar a identidade deles.

Foram aulas focadas em explorar o tema conjunto, conforme plano de aula apresentando no **Apêndice A**. Foi escolhido esse assunto, conforme já explicitado, por sua possibilidade em ser um conteúdo que pode ter muito aproveitamento do uso de modelagem. Foi possível perceber que dois estudantes (E1 e E2) estavam mais interessados e apresentando maior compreensão do conceito.

No reforço extraescolar aqui relatado, os procedimentos metodológicos trabalhados com os alunos compuseram uma sequência didática iniciada por uma aula dialogada, com retomada dos assuntos trabalhados na escola, envolvendo também aulas expositivas, exemplificações, explicações e vivências com uso da proposta de modelagem sobre o assunto (BURAK; KLUBER, 2016). Posteriormente tivemos atividades para explorar os conceitos em questão, baseando-se também no material e no livro didático adotado pela escola do aluno.

Desta forma, foi possível compreender o grau de conhecimento absorvido pelo aluno na escola, no intuito de ampliar esse domínio e sanar as dúvidas observadas mais nos alunos E3 e E4. A aula sobre conjuntos era voltada para que os alunos tivessem uma noção de conjunto, quanto aos tipos e como resolver suas respectivas operações.

A primeira aula foi iniciada com perguntas sobre o que foi abordado na escola pelo professor a cada um dos alunos, averiguando se tinham conhecimento antes mesmo do conteúdo

ser ministrado na escola. Posteriormente, começamos a fazer comentários sobre o assunto, mostrando exemplos, no caso, sobre conjuntos para os alunos poderem relatar o que sabiam ou do que se lembravam de terem visto na sala de aula.

Baseando-se no relato e fala dos alunos, procuramos explorar o conceito, com base nos livros adotados pelas escolas, que estudantes também levavam para as aulas de reforço extraescolar. Posteriormente, compartilhamos a definição do que seria conjunto e noção primitiva definindo seus conceitos previamente definidos, como também buscando instigar a intuição e a experiência cotidiana do grupo de alunos.

Desta forma, passamos a apresentar exemplos sobre conjuntos de experiências já vivenciadas ou de conhecimento dos alunos usando técnicas de modelagem da matemática, à medida que eles construindo seus próprios conceitos baseados nas falas ou perguntas feitas pela pesquisadora e na utilização do livro didático que auxiliava no seu processo de aprendizagem.

Como cada aluno vinham de escolas diferentes, com livros específicos e as atividades não eram semelhantes entre si. Desta forma, aconteci uma abordagem mais profunda das explicações, pois os alunos se questionavam diante dos problemas mencionados por outros colegas.

Foi possível, por exemplo, ao abordar o assunto de conjunto, explorar a ideia da união entre conjuntos, da intersecção entre conjuntos e da diferença entre conjuntos, dialogando com estudantes como se tratássemos de um jogo de futebol entre Brasil e Argentina, onde o conjunto B seria o grupo formado pelos jogadores do Brasil e conjunto A seria o grupo dos jogadores da Argentina. O juiz da partida seria a união dos conjuntos, fazendo a intersecção. Já o conjunto A e B seriam todos os jogadores, e a diferença de A menos B, seriam todos os jogadores da Argentina menos os jogadores do Brasil.

O método de ensino possibilitou cada um demonstrar quais dificuldades de compreensão tinham, pois quando nos envolvemos com assunto de conjunto, foram estimuladas lembranças, para que percebessem algo da vida deles relacionado ao tema, efetivando a ideia central da modelagem matemática. Em uma das aulas, utilizamos o exemplo de uma família, conforme **Quadro 1**, que foi construído coletivamente com o grupo de estudantes que compuseram as vivências pedagógicas aqui relatadas.

Quadro 1 - Exemplo de modelagem matemática com composição da família para o ensino de tipos de conjuntos

Tipo de conjunto	Exemplo expresso
Conjunto vazio	Nenhuma mulher e nenhum homem
Conjunto unitário	Só a mulher ou só o homem
Conjunto universo	A mulher, homem e todos seus descendentes
União de conjuntos	A mulher e o homem
Intersecção de conjuntos	O filho da mulher e do homem
A diferença de conjuntos	Só os familiares da mulher

Fonte: Autoria própria (2022).

Em outro momento da aula, foi registrado em lousa, de forma construída coletivamente, considerando as informações dos livros, para reiterar o modo formal e matemático de registrar tal conceito, com símbolos respectivos, que envolvia uma das dúvidas pontuadas por dois estudantes em aulas diferentes (E2 e E4). Assim, com exploração da lousa, com participação

de todos envolvidos, era registrado o conceito e também utilizávamos o desenho para enfatizar o conceito trabalhado de forma mais concreta. A primeira sistematização foi relativa a conjunto vazio, pois envolvia também dúvidas. Foi explorada a ideia do conteúdo de um balão, que foi levado para a sala e estourado. Desta forma, assim ficou registrado:

O **conjunto vazio** não é identificado por não possuir nenhum elemento, podendo ser representada pelos símbolos no conjunto A:

$$A = \emptyset \text{ ou}$$

$$A = \{ \}$$

Algumas das propriedades do conjunto vazio que não possui nenhum elemento, temos que a seja qualquer coisa, então

$$a \notin \emptyset$$

Como também o vazio é subconjunto de qualquer conjunto, com

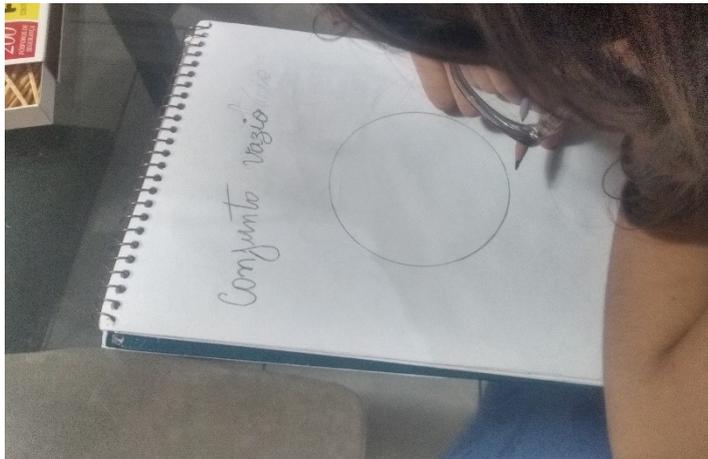
$$A = \{1,2,3,4\}$$

sendo um conjunto qualquer, desta forma é verdade que

$$\emptyset \subset A$$

Após explanação do conteúdo com sua definição foi proposto que os alunos realizassem um desenho de representação do conjunto vazio, como mostrado na **Imagem 1**.

Imagem 1 – Representação do conjunto vazio feito por aluno na aula extraescolar



Fonte: Autoria própria (2022).

Também trabalhamos o conceito de **conjunto unitário**, com a seguinte sistematização em lousa:

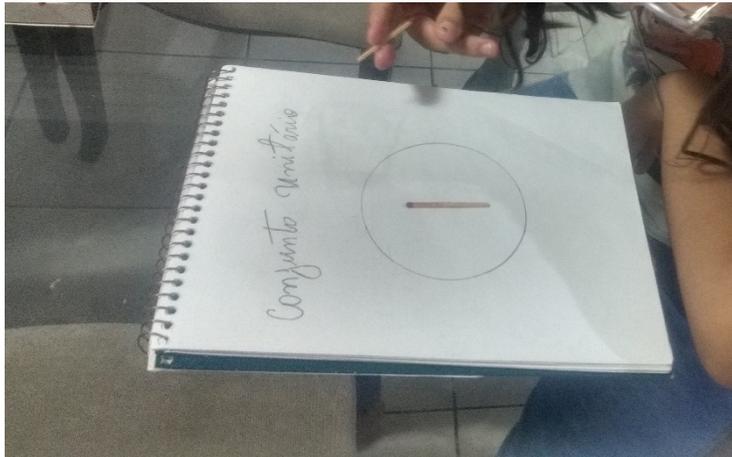
Chama-se conjunto unitário todo o conjunto que se diferencia por ter um único elemento. Este elemento pode ser de qualquer tipo: um cachorro, uma letra, um número ou qualquer outra coisa, desde que apresente apenas um elemento, desta forma

$$A = \{a\}$$

dizemos que A é o conjunto unitário determinado pelo elemento a .

Na **Imagem 2** a aluna E3 usa o desenho, agora inserindo elementos do seu cotidiano, representando o conjunto unitário usando palito de fósforo.

Imagem 2 – Representação do conjunto unitário feito por aluna na aula extraescolar



Fonte: Autoria própria (2022).

Outro conceito importante explorado nas aulas foi o **conjunto universo**, que envolve a representatividade de todos os elementos que são considerados no estudo de uma teoria da conjuntura na qual estamos trabalhando, como também de todos os conjuntos relacionados. Aqui também tratamos do universo de astros, de constelações e estrelas, bem como do universo de peixes. O universo também é chamado e representado pela letra maiúscula **U**.

Neste caso, em um problema envolvendo conjuntos de palitos contido em toda caixa, o conjunto dos palitos representados por nós com **Z** pode ser tomado como o conjunto universo, conforme **Imagem 3**.

Imagem 3 – Representação do conjunto universo feito por aluno na aula extraescolar



Fonte: Autoria própria (2022).

Então, a sequência de aulas foi acontecendo, agora retomando os conceitos trabalhados relativos ao tema e ampliando, para a noção de **união de conjuntos**, chamada de união (ou reunião) dos conjuntos **A** e **B** ao conjunto formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto **A** ou ao conjunto **B**. Esse conjunto é denotado $A \cup B$, que se lê: A reunião B ou A união B, conforme **Figura 1**. Logo $A \cup B = \{x; x \in A \text{ ou } x \in B\}$.

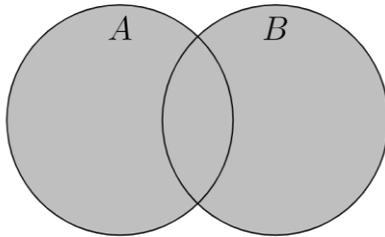
Como exemplo para

A = {1, 2, 3, 4} e

B = {1, 3, 5, 7} temos

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

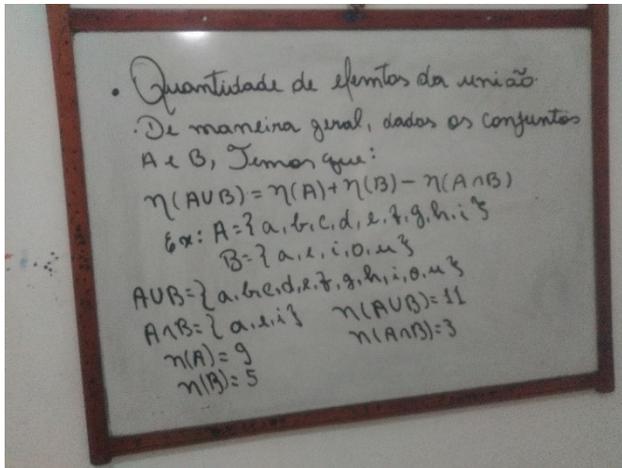
Figura 1 – Representação do conjunto $A \cup B$



Fonte: Autoria própria (2022).

Para sistematizar essa ideia, ainda retomando a ideia do Jogo entre Brasil e Argentina, registrou o conceito conforme exposto na **Imagem 4**.

Imagem 4 – Exemplos da representação do conjunto união usado na aula extraescolar



Fonte: Autoria própria (2022).

Depois do assunto apresentado, foi abordado a **intersecção de conjuntos**, que envolve um conjunto formado por todos os elementos que pertencem simultaneamente a A e a B. Esse conjunto é denotado $A \cap B$, que se lê: A interseção B ou, A interseção B, conforme mostrado na **Figura 2**. Simbolicamente, temos: $A \cap B = \{x : x \in A \text{ e } x \in B\}$.

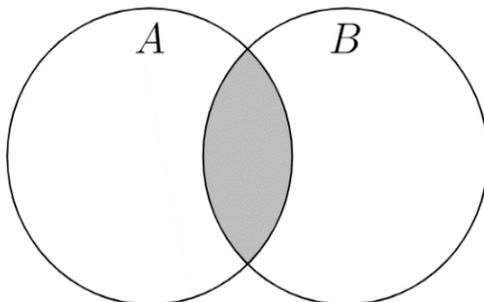
Assim um exemplo para

$A = \{1, 2, 3, 4\}$ e

$B = \{1, 3, 5, 7\}$ temos

$A \cap B = \{1, 3\}$

Figura 2 - Representação do conjunto $A \cap B$



Fonte: Autoria própria (2022).

Por fim, exploramos a ideia de **diferença de conjuntos**, que é o conjunto de todos os elementos de **A** que não pertencem a **B**, como na **Figura 3**. Esse conjunto é denominado **A - B** ou **A \ B**, que se lê: A menos B ou diferença entre A e B. Assim

$$A - B = \{x; x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

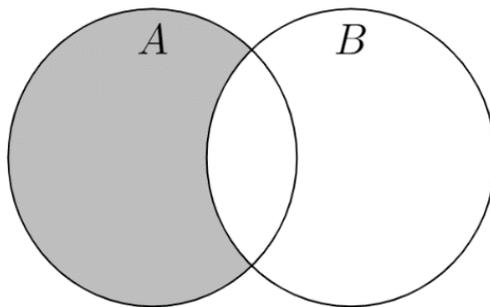
Por exemplo temos

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \text{ e } B = \{3, 4, 5, 6\}$$

Então

$$A - B = \{1, 2\}$$

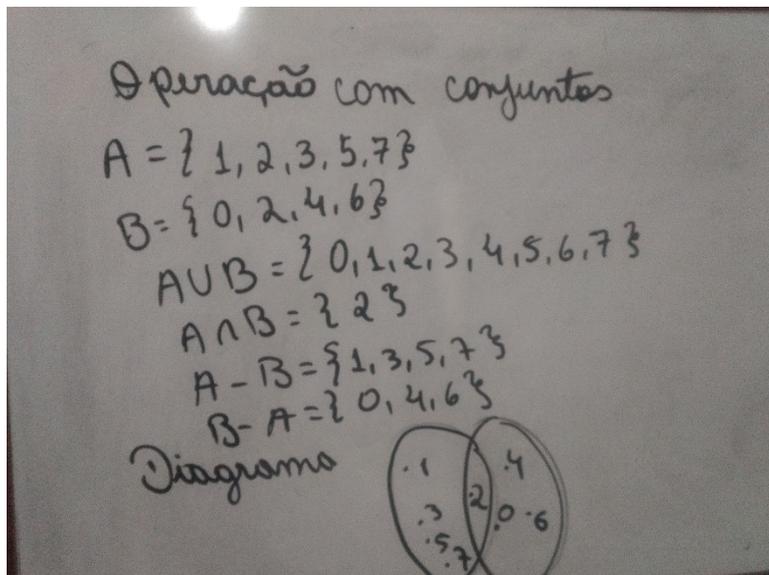
Figura 3 - Representação de diferença do conjunto



Fonte: Autoria própria (2022).

Para finalizar o conteúdo, conforme já exposto, foi possível construir um resumo do conteúdo, para que pudessem registrar no caderno, tal como ilustrado na **Imagem 5**.

Imagem 5 – Explicação das operações com conjuntos na aula extraescolar



Fonte: Autoria própria (2022).

Foi possível perceber com essa experiência relatada, tal como propõem Mussi, Flores e Almeida (2021), que o registro científico permite a reflexão do trabalho educativo realizado. Por exemplo, percebemos que não temos hábito de registrar nossas aulas em fotos e nem de modo escrito, para releitura e futuras melhorias. Percebemos também que atender diferentes estudantes, de escolas diferentes, possibilita um diálogo mais rico. Verificamos também que a estruturação das aulas de reforço extraescolar podem contribuir muito na formação dos

estudantes, sendo um espaço de revisão e atendimento mais individualizado, de forma significativa, principalmente com a utilização da metodologia da modelagem matemática, pois conforme apontam Burak e Kluber (2016), auxilia na compreensão das noções relacionadas ao conceito de conjuntos, especialmente com exemplos como jogo de futebol e uso de palitos de fósforo.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao finalizar este trabalho, podemos considerar que atingimos o objetivo central de relatar uma experiência vivenciada em aulas de reforço extraescolar, em um processo didático reflexivo no ensino das operações com conjuntos utilizando modelagem matemática, com estudantes do sexto ano do ensino fundamental.

Foi possível compreender com mais profundidade e clareza que o reforço extraescolar tem importância social e na escolaridade de diferentes estudantes, pois é um espaço fora da escola no qual podem ter atendimento diferenciado, funcionando como apoio e suporte para que os alunos possam rever e até compreender o que não conseguiram em aula dos conteúdos ministrados nas instituições de ensino.

No entanto, pouco se divulga e se estuda sobre esse assunto e essa foi uma dificuldade na organização deste artigo, por existirem poucos estudos sobre a temática. Além disso, a metodologia escolhida também é pouco abordada nas investigações sobre educação. Outra dificuldade encontrada foi conseguir organizar os registros e escrever de modo acadêmico o que foi vivido.

Falar sobre a própria experiência de atuar no reforço extraescolar, a margem dos sistemas educativos, também envolveu rever a história de vida enquanto pesquisadora, valorizando uma forma de trabalhar que trouxe esperança e dignidade para a família, e foi uma atividade profissional que deu sentido para a vida e garantiu o pão em um momento de perda familiar irreparável. Tratar da experiência pedagógica de modo acadêmico também implica em reconhecer as pessoas que ali vivenciaram aquelas situações relatadas em todas as questões. Separar isso e lembrar o que significou ajudou a ressignificar e a enxergar que na universidade podemos também falar de experiências de ensino e de vida.

Este trabalho pode também colaborar para que outras experiências educativas no ensino de matemática possam aproveitar a proposta da modelagem, fazendo com que o ensino desse conhecido bicho de sete cabeças seja divertido, concreto e significativo, de modo que proporcione a felicidade de crianças e adolescentes buscando, por meio dos estudos, um futuro cada vez mais promissor e brilhante para sua vida estudantil, na qual possam somar conhecimentos, subtrair dificuldades, multiplicar desafios e dividir experiências.

Afinal promover um ensino diferenciado a cada aluno em particular com um objetivo do reforço extraescolar também é buscar novos caminhos para explorar conceitos que possam ser apreendidos de formas diferentes, e, principalmente enxergando e aplicando a matemática na sua vida cotidiana.

Como trabalhos futuros, é importante realizar estudos bibliográficos sobre relatos de experiência no ensino de matemática explorando variados conceitos, a partir da modelagem matemática, de modo a estarmos indo ao encontro do conhecimento com muita determinação e competência, para que possamos nos unir dentro de um só conjunto, que é o da realização do aprender.

REFERÊNCIAS

BOLZANO, Bernard. *Paradoxien des Unendlichen*. Leipzig : Felix Meiner, 1920.

CANTOR ,Georg. *Gesammelte Abhandlungen mathematischen und philosophischen Inhalts*, Berlím : Springer,1932.

BOYER ,Carl B.; **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 2012.

DOMINGUES, Hygino H.; LEZZI, Gelson. **Álgebra moderna**. Atual, 4ª ed. Reform., São Paulo, 2003.

JARA, Oscar. Sistematização e processos educativos. **Revista Nova América**. Rio de Janeiro, n. 153, jan.-mar. 2017. p. 4-15.

LOURENZINI, Maria Luiza. **Reforço escolar**: uma estratégia de política permanente para auxiliar o processo ensino aprendizagem no município de Foz do Iguaçu. Monografia apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Especialista na Pós Graduação em Educação: Métodos e Técnicas de Ensino, Modalidade de Ensino a Distância, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR – Câmpus Medianeira, 2012.

Disponível em:

http://riut.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/20956/3/MD_EDUMTE_VI_2012_16.pdf Acesso em: 02 nov 2022.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar**: estudos e proposições. 9ª ed. São Paulo, Cortez, 1999.

MATHEUS, Natália de Mesquita. Uma análise da Política Nacional de Educação segundo as propostas de Skinner. Dissertação de Mestrado. Programa de Estudos Pós-Graduados em Psicologia Experimental: Análise do Comportamento. 127 pag. PUC-SP. São Paulo, 2010.

Disponível em:

<https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/16889/1/Natalia%20de%20Mesquita%20Matheus.pdf> Acesso em: 20 nov 2022.

MUSSI, R. F. de F.; FLORES, F. F.; ALMEIDA, C. B. de. Pressupostos para a elaboração de relato de experiência como conhecimento científico. **Práxis Educacional**, Vitória da Conquista, v. 17, n. 48, p. 60-77, 2021. DOI: 10.22481/praxisedu.v17i48.9010. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/praxis/article/view/9010>. Acesso em: 2 nov. 2022.

ROSA, Ana Carine Silva Sampaio; FLAVIANO, Sebastiana de Lourdes Lopes. O reforço escolar como espaço de superação das principais dificuldades escolares. IV Congresso de Ensino, Pesquisa e Extensão da UEG. 2017. Disponível em:

<https://www.anais.ueg.br/index.php/cepe/article/view/10987> Acesso em: 2 nov 2022.

ZIBETTI, Maria Lúcia; PANSINI, Flávia; SOUZA, Flora Lima Farias de. Reforço escolar: espaço de superação ou manutenção das dificuldades escolares? 2012. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/pee/a/CN8JBpBvHNF5YGnzPVkqQRh/?lang=pt> Acesso em: 10 set 2022.

APÊNDICE A - PLANO DE AULA

PLANO DE AULA			
PROFESSOR: AURILENE AMORIM FERREIRA CAVALCANTE			
DATA:			
Nível de Ensino:	Turno:	Duração da aula:	Nº de Aula:
Séries finais	-	180 min	03

OBJETIVO GERAL:

Proporcionar a compreensão das operações com os conjuntos: adição e subtração

OBJETIVOS DE ENSINO:

- Apresentar a definição do que é um conjunto;
- Discutir sobre as operações com os conjuntos;
- Explorar as operações com os conjuntos: adição e subtração.

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM:

- Refletir sobre as operações com os conjuntos: adição e subtração;
- Aprender a resolver as operações com os conjuntos: adição e subtração;

CONTEÚDOS:

- Conjuntos:
 - Noções básicas:
 - O que é conjunto;
 - Igualdade de conjunto;
 - Conjunto universal;
 - Conjunto unitário;
 - Conjunto vazio;
 - Subconjuntos.
 - Operações:
 - União de conjuntos;
 - Intersecção de conjuntos.

ESTRATÉGIAS DIDÁTICAS:

Uso do livro adotado pela instituição de ensino (escola do aluno), lousa branco, lápis para quadro colorido, caixas de fósforos e palitos.

METODOLOGIA:

A aula será expositiva, explicativa reforçando o conteúdo ministrado pela instituição de ensino, com uso de lousa branco, lápis para quadro colorido, caixas de fósforos e palitos para representação dos conjuntos, utilizando exemplos do cotidiano do aluno e propondo atividades práticas para fixação do conteúdo.

AVALIAÇÃO:

Práticas para fixação do conteúdo, após ao término do conteúdo.

RECURSOS NECESSÁRIOS:

- Lousa branco;
- Lápis para quadro colorido;
- Caixas de fósforos;
- Palitos.

REFERÊNCIAS:**BIBLIOGRAFIA BÁSICA:**

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNNO, José Roberto. **Matemática**: uma nova abordagem. Volume 1. Ed. 2ª. São Paulo: FTD, 2011.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente a Deus e a Nossa Senhora do Perpétuo do Socorro por estar terminado esta trajetória de estudo, como também as minhas filhas Samira e Ana Cristina, a todos os meus familiares, principalmente a meu pai José Ferreira que ao longo de sua vida enfrentou dificuldades e obstáculos para servir a sua família.

Quero agradecer também a instituição de ensino a Universidade Estadual da Paraíba, Campos VII da cidade de Patos por me acolher e direcionar a meu curso universitário na área de matemática.

Aqui venho desde já não esquecendo de que fez parte desse sucesso com a secretária Débora, ao professor Ginaldo e também ex-diretor Adriano.

Talvez esteja mesmo me esquecendo, como não dizer obrigado, mas de fazer justiça a quem procura ajuda. alguém sem tantas esperanças, contudo essa pessoa existe e faz uma turma de aluno aprovados como eu, minha amiga Judite, pela sua dedicação, por um olhar humano e seu jeito de que tudo se dá um jeito, que agora é a hora, essa garra de onde vem, bem eu não sei dizer, mais uma coisa eu tenho certeza é cheia de talento e inteligência, onde para ele doa seu tempo é receber segurança de satisfação, é você sim meu amigo e professor Vinícius Reuteman. Muito obrigado por tudo!