



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

DEYVSON DE LUCENA ALVES

**CRISE DOS IRRACIONAIS EM QUADRINHOS: UM ESTUDO SOBRE O USO DE
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA**

**CAMPINA GRANDE - PB
2022**

DEYVSON LUCENA ALVES

**CRISE DOS IRRACIONAIS EM QUADRINHOS: UM ESTUDO SOBRE O USO DE
HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA**

Trabalho de Conclusão de curso apresentado ao Departamento de Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel Almeida

**CAMPINA GRANDE – PB
2022**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

A474c Alves, Deyvson de Lucena.
Crise dos irracionais em quadrinhos [manuscrito] : um estudo sobre o uso de história da matemática em sala de aula / Deyvson de Lucena Alves. - 2022.
44 p. : il. colorido.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2022.
"Orientação : Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida , UEPB - Universidade Estadual da Paraíba ."

1. História da Matemática . 2. História em quadrinhos. 3. Ensino de Matemática. I. Título

21. ed. CDD 510.9

DEYVSON LUCENA ALVES

CRISE DOS IRRACIONAIS EM QUADRINHOS: UM ESTUDO SOBRE O USO
DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM SALA DE AULA

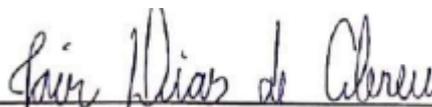
Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Departamento de
Matemática da Universidade
Estadual da Paraíba, como requisito
parcial à obtenção do grau de
licenciado em matemática.

Aprovada em: 23 / 11 / 2022.

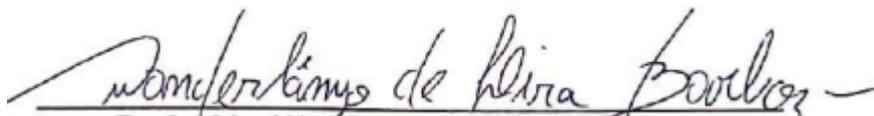
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Me. Jair Dias de Abreu
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Profª. Me. Wanderlanyo de Lira Barboza
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Dedico a todos que contribuíram para eu
conhecer a matemática. E à Matemática,
por me fazer conhecer pessoas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo conhecimento e saúde.

Aos meus pais Demugí e Simone, por sempre me apoiarem

Aos professores que passaram na minha vida, que contribuíram para meus conhecimentos.

Ao meu orientador Joelson Pimentel de Almeida pelo ensinamentos que permitiram apresentar o melhor desempenho meu processo de formação.

A Jair Dias e Wanderlanyo por participarem da banca examinadora para prestigiar meu T.C.C.

Aos alunos do colégio autêntico, por me fazerem me encontrar no ramo da educação.

Aos professores do Curso de matemática da UEPB, que contribuíram ao no meu conhecimento por meio das disciplinas e debates.

Aos meus companheiros de curso, que muitos se tornaram amigos para vida toda.

A UEPB, por me possibilitar para eu alcançar meus objetivos.

“Não se pode falar de educação sem amor.”

- Paulo Freire

RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso tem como proposta a utilização da história da matemática em conjunto com a história em quadrinho como instrumento de ensino de matemática. Muitos estudos, como Martins (2022) e Miranda (2019) mostram os benefícios da utilização da história da matemática e história em quadrinho na aprendizagem, uma mostra a contextualização histórica trazendo sentido na matemática, mostrando a causa que tal fórmula foi criada e a outra atrai naturalmente com suas ilustrações e com palavras, principalmente os mais jovens, além de ser o início da leitura de muitos para depois ler livros, e se juntarmos os dois instrumentos de ensino, a aprendizagem será potencializada. Com isso, criou-se uma HQ a partir do site pixton, baseada no livro Dewdney, A.K, *20.000 léguas matemática* e história da matemática, para mostrar de modo dinâmico a descoberta dos números irracionais, com os elementos da HQ (roteiro, personagem, cenário entre outros) ambientado na época que se passa a história, em que segundo Eves (2012) foi surpreendente mais perturbador ao mesmo tempo para escola pitagórica a descoberta dos números irracionais.

Palavras-Chave: História da Matemática; História em Quadrinhos; 20.000 léguas matemáticas; Crise dos Irracionais.

ABSTRACT

This course conclusion work proposes the use of the history of mathematics in conjunction with the comic book as a tool for teaching mathematics. Many studies, such as Martins (2022) and Miranda (2019) show the benefits of using the history of mathematics and comics in learning, one shows the historical contextualization bringing meaning to mathematics, showing the cause that such a formula was created and the other It naturally attracts with its illustrations and words, especially the younger ones, in addition to being the beginning of reading for many to later read books, and if we combine the two teaching instruments, learning will be enhanced. With that, a comic was created from the pixton website, based on the book Dewdney, A.K, 20.000 mathematical leagues and history of mathematics, to dynamically show the discovery of irrational numbers, with the elements of the comic (script, character, scenario, among others) set at the time the story takes place, in which according to Eves (2012) the discovery of irrational numbers was both surprising and disturbing for the Pythagorean school.

Keywords: History of Mathematics; Comic; 20,000 mathematical leagues; Crisis of the Irrationals.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.

Figura 1 –	Tabela de Razões Trigonométricas	22
Figura 2 –	Sistema Decimal Egípcio	26
Figura 3 –	Sistema Decimal Aditivo Egípcio	27
Figura 4 –	Demonstração Egípcia da Relação	35
Figura 5 –	Quadrado com Filete de Pontos	36
Quadrinho 1 -	Pechya, uma régua impossível	40

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
HM	História da Matemática
HQ	História em Quadrinhos
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	CAPÍTULO 2 – História da Matemática e História em Quadrinhos como metodologia para o ensino	13
2.1	Uso da história da matemática em sala de aula	13
2.2	<i>Uso de Histórias em Quadrinhos e seu potencial pedagógico</i>	19
3	CAPÍTULO 3 – A Escola Pitagórica e a Crise dos Irracionais	24
3.1	A Matemática na Grécia e no Egito na antiguidade	25
3.1.1	<i>Grécia</i>	27
3.2	A Crise dos Irracionais segundo a HM (Livro de Eves, Boyer ou Tatiana Roque)	30
3.3	Crise dos Irracionais no livro “20.000 Léguas Matemáticas”	33
4	CAPÍTULO 4 – Apresentação e Análise de uma História em Quadrinhos: pechya uma régua impossível	38
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	41
	REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Miranda (2019), o ensino da matemática ao longo da história é considerado um conteúdo difícil e desafiador para as crianças e os jovens, pois não gostam ou não entendem a disciplina, além de não compreenderem em que vão utilizar os conhecimentos passados. Com isso, se torna um desafio para o professor, pois é necessário buscar caminhos para tornar a aula atrativa e dinâmica para o aprendizado dos alunos.

Discorrendo ainda sobre o assunto Martins (2022) afirma:

O ensino de Matemática na educação básica continua enfrentando vários desafios ao longo dos tempos. Um deles está ligado diretamente à forma de como estão sendo trabalhados com os estudantes os conteúdos em sala de aula. Muitos dos professores apresentam dificuldades em trabalhar alguns assuntos ou na maioria das vezes os apresentam de forma “mecânica”, ocasionando uma não apreensão do que está sendo ensinado e levando a maioria dos estudantes a utilizar do “decoreba” numa tentativa de obtenção de êxito em uma aprendizagem que não possui significado (MARTINS, 2022, p. 16).

Sendo assim, a utilização de recursos didáticos é de extrema importância para estimular e motivar o aprendizado na matemática, dois deles se destacam, que são a utilização da história da matemática e as histórias em quadrinhos. Martins (2022) relata a importância da história da matemática como recurso didático pois, história da matemática faz, com que, os alunos compreendam o comportamento humano, com isso, entendem por que tal fórmula foi construída e qual problema resolveu, assim dando sentido ao que é mostrado. Mas a história da matemática por si só é o fator motivador, com isso, envolver a história da matemática e ao mesmo tempo construir estratégias para que ao apresentar o conteúdo atribuído a história da matemática, os alunos possam fazer relações, traçar conjecturas e construir o próprio conhecimento. Uma dessas estratégias é utilizar também as HQs.

E Miranda (2019) analisa que, a história em quadrinhos tem um grande potencial pedagógico, naturalmente os alunos gostam de ler HQs, por possuir imagem e texto que auxiliam na aprendizagem mais efetiva, além de estimular leitura.

O presente trabalho, organizado em quatro capítulos, apresenta uma proposta de utilização da história da matemática em conjunto com a história em quadrinho para explicar a crise dos números irracionais. No primeiro capítulo, intitulado História da matemática e história em quadrinho como metodologia para o ensino, a primeira

parte aborda a história da matemática na sala de aula e, a segunda parte, as histórias em quadrinhos e seu potencial pedagógico, ambas como metodologia de ensino e seus benefícios para aprendizagem.

O segundo capítulo possui como título: A escola pitagórica e a crise dos irracionais, dividida em três seções. A primeira parte aborda um pouco da história da matemática no antigo Egito e na Grécia antiga, suas culturas e métodos na utilização da matemática. A segunda parte aborda as teorias do descobrimento dos irracionais e o impacto da descoberta na escola pitagórica. A terceira seção mostra o descobrimento dos irracionais segundo o livro *“20.000 léguas matemáticas”* do autor A.K. Dewdney.

O quarto e último capítulo do trabalho é nomeado: Apresentação e análise de sua produção, encarrega-se de mostrar a produção criada baseada no aplicativo pixton nas observações de Martins (2022) e Miranda (2019) de como fazer uma história em quadrinho para o ensino da matemática, mostrado como foi pesado cada aspecto da história produzida, além do roteiro ser baseado no livro *“20.000 léguas matemática”* de A.K. Dewdney.

CAPÍTULO 2 – História da Matemática e História em Quadrinhos como metodologia para o ensino

Este capítulo dedica-se a mostrar o potencial pedagógico de utilizar a história da matemática e histórias em quadrinhos em conjunto para auxiliar na compreensão da matemática de forma lúdica e dinâmica, aproximando o aluno da matemática e quebrando paradigmas que a matemática nasceu pronta, fato que é estudado a séculos e reforçado por diversos autores, entre eles Martins (2022), Miranda (2019) entre outros.

Na primeira seção, intitulada Uso da história da matemática em sala de aula, procuramos deixar claro que, a história da matemática é um conceito inovador mas não explorado e, mostra a trajetória da matemática no decorrer da história, ao longo dos anos, os matemáticos dedicaram suas vidas a encontrar e aprimorar fórmulas que serviram de base de sustentação para a resolução de diversos problemas do nosso cotidiano. Com isso, atíça o senso de reflexão e questionamento do aluno se interessando-o pela matéria de matemática, se tornando um método que auxilia no enriquecimento do processo de aprendizagem.

A segunda seção, intitulada como Uso de histórias em quadrinhos associadas à história da matemática, aborda a visão da HQ no decorrer da história, os elementos que se tem (cenários, personagens, roteiro entre outros), o melhor planejamento para utilizar as HQs e os benefícios na aprendizagem que se tem ao aplicar em sala de aula.

2.1 Uso da história da matemática em sala de aula

A história da matemática, como ferramenta metodológica auxilia no desenvolvimento intelectual do aluno na disciplina de matemática, pois, atribui significados as teorias da matemática. Segundo Martins (2022):

Apresentando e trabalhando fatos históricos com os estudantes, permite a eles desenvolver um novo olhar sobre a disciplina, levando-os a compreender que a matemática é uma construção do homem e que as origens de ideias matemáticas possuem relação com os aspectos da humanidade (MARTINS, 2022, p. 27).

O uso da história da matemática pode facilitar o processo pedagógico e de aprendizagem, facilitando a compressão do conteúdo com mais clareza e

aproximando o aluno de uma nova visão da matemática, contextualizando com fatos históricos. PCN afirma que “[...] A importância da história das Ciências e da Matemática, contudo, tem uma relevância para o aprendizado que transcende a relação social, pois ilustra também o desenvolvimento e a evolução dos conceitos a serem aprendidos” (BRASIL, 1997, p. 54).

A discussão de utilizar a história da matemática para aprimorar a compreensão da matéria para os alunos, não é um estudo recente. Segundo Miguel e Miorim (2004), o recurso da história como uma tentativa de dar significado ao ensino da Matemática, aparece nos livros didáticos brasileiros de Matemática desde o final do século XIX e começo do XX.

Mas, mostrar aos alunos o percurso até se chegar àquela fórmula ou conceito não é uma tarefa fácil para o professor. De acordo com Martins (2022) “Muitos professores sentem dificuldades de contextualizar a matemática e por isso seguem apresentando fórmulas aos estudantes como se elas fossem o método principal para resolver situações problema”. E isso leva o aluno ao desinteresse, pois, ele não vai ver sentido naquilo que está sendo mostrado, muitos questionamentos aparecem: “como se chegou a essa fórmula?”, “como usar isso no dia-a-dia?” Entre outros.

Sabemos que, o professor necessita constantemente refletir a respeito de sua prática em sala de aula e ao mesmo tempo, participar de formações continuadas para seu aprimoramento que ampliem os recursos que mostrem a história da matemática de forma lúdica para os alunos, o que pode ser usado para despertar a atenção e atizar a curiosidade, e que só sua experiência em sala não é o suficiente para melhorar a aprendizagem do aluno, o que é reforçado pela PCN:

Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento (BRASIL, 1997, p. 30).

Dessa forma, o professor tem que mostrar o conteúdo de matemática como foi criado, e a situação que foi precisa para chegar em tal fórmula, “resolver qual problema”, ou seja, a necessidade humana que foi desenvolvida de diversas maneiras, passando por várias culturas e modificações no decorrer da história, até chegar no que é hoje, com chances de sofrer possíveis alterações futuramente.

Um dos instrumentos tradicionais que os professores mais utilizam para organizar o conteúdo que será ministrado em sala de aula é o livro didático, que se tornou essencial no processo de educação na escola como afirma Martins (2022):

Ele se tornou tão presente no processo educativo que toda a comunidade escolar o vê como algo fundamental para o ensino aprendizagem”. Mas algo comum que se tem nos livros didáticos é a falta de contextualização histórica do assunto abordado, em sua maioria, apenas uma biografia e não construção da fórmula, com isso, não a compressão de forma abrangente mostrando o motivo é trajetória até o resultado de tal conceito (MARTINS, 2022, p. 28).

Além do livro didático não colaborar com a contextualização dos processos matemáticos, a formação acadêmica de algumas universidades não possui a disciplina da história da matemática é mesmo as que possuem não garante ao professor sucesso no processo de ensino dos conteúdos relacionados a história da matemática. O ensino a luz da história da matemática está ligado a uma construção permanente, onde são necessárias constantes reflexões acerca do que se ensina e como se ensina, os mecanismos, as estratégias utilizadas para se ter um resultado satisfatória.

Por consequência, o professor formado não tem base pedagógica para relacionar a história da matemática com o conteúdo apresentado, tornando assim a aula menos dinâmica e distanciando o aluno da matemática. Muitos professores estão presos aos livros didáticos, mesmo sabendo que atualmente existem vários recursos didáticos e metodologias que, se acrescentados na aula a tornaria mais dinâmica. Segundo Miranda (2019) “o hábito de usar somente o livro didático como o único meio de transmissão dos conhecimentos trigonométricos podem gerar novos problemas, é preciso que o professor utilize novas práticas motivadoras e o uso das HQs pode ser um meio promissor”. O livro didático é sim uma ferramenta importante, desde que se saiba fazer o uso correto de mesmo, o uso das HQs podem ser uma abordagem alternativa ao modelo tradicional.

Assim, se observa que o uso da história da matemática como ferramenta metodológica é um conceito inovador, que amplia os horizontes da aprendizagem aproximando cada vez mais o aluno da matemática, pois, os conteúdos estão voltados para o cotidiano, levando ao interesse, como a PCN mostra A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma

criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento (BRASIL, 1997).

Assim, percebendo que a matemática não é uma matéria pronta e que ocorreu processos para aquela descoberta, motivos que levaram para aquela fórmula ter um propósito e que afeta o cotidiano do aluno de uma forma que ele provavelmente não sabia, é reforçado por Martins (2022):

A história da matemática em sala de aula tem o potencial necessário para realizar uma aproximação entre os conteúdos abordados na matemática, também integrar ela a outras disciplinas, pois ela contribuiu direta e indiretamente para a história e evolução da humanidade (MARTINS, 2022, p. 29).

A história da matemática pode contribuir para o processo de aprendizagem, na introdução do conteúdo ou resolução de algum problema, tornando o aprender matemático mais atrativo para os estudantes, pois, revela a matemática, o processo e criação, mostrando a necessidade que foi sanada com tal processo matemático. Segundo D'Ambrósio (1999), em toda a evolução da humanidade as ideias matemáticas estavam presentes, buscando sempre explicar fenômenos e fatos da natureza; também em todas as civilizações, nas formas de fazer e saber.

Para que o professor possa aplicar atividades que envolvem a história da matemática de forma pedagógica e atrativa, é necessário que ele tenha domínio sobre acontecimentos históricos que envolvem o conteúdo com qual está sendo trabalhado, como Martins (2022) apresenta:

Os professores precisam dominar os aspectos históricos que serão trabalhados, e não apenas escolher textos e notas que estejam em consonância ao que será abordado com os estudantes, pois ele será o mediador de todo processo no qual a aprendizagem estiver acontecendo e precisará acompanhar o desenvolvimento dos estudantes nesse momento (MARTINS, 2022, p. 30).

Mas na elaboração da atividade, tem que se analisar o conhecimento prévio do estudante, após isso analisar fontes confiáveis para auxiliar na elaboração da atividade trazendo fatos históricos, depois, mostrar problemas para que o estudante adquira conhecimento e experiência através dos questionamentos. É plenamente

necessário que o professor possua sensibilidade e entenda que a maneira como ele conduz a aula, será um fator que motivará ou terá efeitos contrários com relação ao que se propõe estudar. Atualmente, nota-se que as pesquisas dedicadas a metodologia para o ensino da matemática têm se fortalecido com as investigações, relacionando aspectos teóricos e práticos sobre o uso da matemática na sala de aula.

Porém alguns professores se questionam sobre o tempo que será gasto para aplicar as aulas utilizando a história da matemática que, com isso, os conteúdos programados para serem realizados no ano letivo não serão concluídos, o que é um equívoco, pois, a maioria dos cálculos aritméticos atualmente podem ser feitos por aplicativos como aponta Martins (2022):

Muitos professores podem afirmar que falar de matemática nas aulas e trabalhar com atividades estruturadas à luz da história impossibilitaria o repasse de todo o conteúdo previsto para o ano letivo, pois tomaria uma parte do tempo da aula, mas esquece-se que com o avanço tecnológico a maioria dos cálculos aritméticos podem ser realizados por máquinas (MARTINS, 2022, p. 31).

Nesse aspecto, embora essa afirmação de Martins (2022), julgamos necessário afirmar que não se pode generalizar a ideia de que a grande maioria dos cálculos aritméticos possam ser realizados por máquinas. Devemos atentar para o fato de que nem todos os alunos possuem um celular ou outra ferramenta capaz de realizar tal demanda. E, o que está sendo aqui apontado pode ser resolvido de forma simples, desde que o professor possua um planejamento sólido com relação ao tempo que será utilizado para a inserção da história da matemática nas aulas.

Mas esses professores esquecem que a utilização da história da matemática enriquece a aula, contribui para melhor compreensão do assunto, além de, chamar a atenção dos alunos.

Uma proposta para utilizar a história da matemática é utilização dos problemas históricos na matemática, mostrando o processo para da resolução do problema matemático como por exemplo o teorema de Pitágoras de forma pedagógica, com isso, ativar o senso crítico do aluno, fazendo participar e questionar, assim aperfeiçoando os processos de ensino e aprendizagem da matemática. Como reforçam Miguel e Miorim (2011, p. 48), “podemos considerar a utilização de problemas históricos como mais um elemento motivador para o ensino de Matemática”.

Uma das dificuldades dos alunos em relação a matemática, especificamente no conteúdo de trigonometria, com uso da história da matemática, pode potencializar o aprendizado como Miranda (2019) relata:

Matemática para o ensino de trigonometria, destacam-se algumas: construção e evolução dos conhecimentos trigonométricos ao longo da história; as necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas que impulsionaram o desenvolvimento das ideias trigonométricas; as conexões que existem entre a trigonometria e a filosofia, trigonometria e a religião e trigonometria e a lógica; a curiosidade que leva à generalização e extensão de ideias e teorias; as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto trigonométrico, os quais mudam e se desenvolvem com o tempo; a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova (MIRANDA, 2019, p. 39).

Há muitos benefícios em utilizar os problemas históricos para motivar o aluno como o esclarecimento de conceitos, teorias e fórmulas matemáticas apresentadas em sala de aula, isso o aproxima cada vez mais da matemática, pois, mostra que para solucionar algo tal conceito matemático foi criado, desmistificando que a matemática nasceu pronta, as várias culturas que contribuíram para construção da matemática e também o desenvolvimento no decorrer da história como Martins (2022) reforça:

A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino aprendizagem. Ao revelar a Matemática como uma criação, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre conceitos e processos matemáticos do passado e do presente (BRASIL, 1997, p. 42).

Mas, muitos professores questionam se realmente é necessário o estudo da história da matemática e sua formação. O que a PCN (BRASIL, 1997) mostra é que, se faz de extrema importância o conhecimento da história da matemática, para que o professor conheça dificuldades que existiram para criação dos conceitos matemáticos, logo é necessário que se tenha estudo da história da matemática na formação do docente.

E reforçado pela BNCC como afirma Jelin (2021):

BNCC do Ensino Fundamental, que diz com todas as letras que “é importante incluir a História da Matemática como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática” e que “esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos (JELIN, 2021, p. 30).

2.2 Uso de Histórias em Quadrinhos e seu potencial pedagógico

As histórias em quadrinhos são feitas para todos os tipos de públicos, de crianças a adultos, foram feitas há séculos, mas com um olhar diferente do atual, como afirma Martins (2022):

Durante a Segunda Guerra Mundial eles eram utilizados para mostrar o terror que a sociedade estava vivendo, por isso eram muito criticados por pais e educadores. Alguns dos argumentos utilizados pelos contrários às Histórias em Quadrinhos eram que essas eram nocivas ao desenvolvimento psicológico e cognitivo de quem as liam (MARTINS, 2022, p. 32).

Era uma visão extremamente equivocada, nessa época, não se via o potencial criativo e imaginário que as histórias em quadrinhos podiam proporcionar. Mas, aplicar histórias em quadrinhos em sala de aula é até mais complicado de implementar nos recursos didáticos do que a histórias da matemática, pois, ocasiona a dificuldade para produzir uma HQ com uma história atrativa para os alunos, mas, quando é bem feita tem um grande potencial pedagógico como aborda Miranda (2019, p. 34): “O ensino de Matemática, verificando as potencialidades e dificuldades da implementação deste recurso didático em sala de aula”.

As HQs para serem discutidas em escolas, foi um longo processo, demorou para perceberem o potencial pedagógico que tinham, como observou Martins (2022):

A inserção das HQs no âmbito escolar não foi tão fácil e nem aconteceu rapidamente. Foram necessárias muitas discussões para que elas fossem aceitas, e quando os estudiosos começaram a perceber que elas são uma rica fonte de conhecimento e possuem um grande poder de transmissão por ter uma linguagem fácil e acessível, elas foram obtendo seu lugar em livros didáticos, na sala de aula e no cotidiano das pessoas (MARTINS, 2022, p. 33).

Naturalmente os jovens já se sentem atraídos por histórias em quadrinhos, as imagens mais as palavras ensinam de forma atrativa e divertida além de promover a leitura, desenvolvendo a capacidade de interpretação, desenvolvimento da leitura entre outros benefícios. Muitos desses jovens iniciam o gosto na leitura pelas histórias em quadrinhos e se sentem atraídos com as histórias, logo depois partem para livros e criam o hábito de ler.

Há uma vasta possibilidade de trabalhar com as histórias em quadrinhos, pois, existem vários elementos que podem ser criados como roteiro, personagens e cenários, trazendo um leque possibilidades de criação, não só na matemática, pode

ser aplicado em qualquer disciplina, pois, pode abordar qualquer tema. Que, segundo a PCN (BRASIL, 1997) os quadrinhos podem tratar de questões como cultura, saúde, meio ambiente e ética atrelados aos conteúdos que são abordados em sala de aula.

Há várias maneiras de utilizar as histórias em quadrinhos na disciplina de matemática atreladas a história da matemática, criando situações-problemas com contextos históricos, mostrando a criação de tal conceito matemático, assim mostrando o conteúdo abstrato de forma mais lúdica pelas ilustrações que os quadrinhos oferecem, como Martins (2022) apresenta:

As HQs podem ser utilizadas na disciplina de matemática de várias maneiras: elas podem abordar uma situação-problema, apresentar o conteúdo de forma mais lúdica, contextualizar um problema proposto ou um conteúdo que seja considerado mais abstrato, como também podem trazer em sua construção aspectos e contextos históricos (MARTINS, 2022, p. 34).

Nesse sentido, a aplicação das histórias em quadrinhos em sala de aula tem que ser de forma planejada como ferramenta de aprendizagem, mesmo que não se utilize com frequência. Com isso, se tem duas ferramentas didáticas em conjunto: história da matemática e história em quadrinhos, que promovem o melhor aproveitamento do conteúdo abordado.

Para planejar as histórias é necessário que o professor tenha criatividade de elaborar histórias em quadrinhos que não só chamem atenção pelas imagens, mas também pelo roteiro, que possua um sentido na jornada do personagem apresentado estimulando a criatividade do aluno, assim potencializando no ensino da matemática Miranda (2019) menciona que:

O professor deve utilizar sua criatividade para adequar o uso das HQs no ensino de Matemática. A criatividade está relacionada à sua identificação, entusiasmo, motivação com a utilização do material didático com linguagem rica que irá auxiliar na construção de práticas didáticas (MIRANDA, 2019, p. 26).

É necessário reforçar a utilização de histórias em quadrinhos em sala de aula, pois, se usado de forma correta é um instrumento educacional de extremo potencial, levando os alunos a compreender o conteúdo aliado ao roteiro baseado na história da matemática, assim envolvendo ainda mais o aluno com matemática como Martins (2022, p. 35) afirma: “Diante do contexto desenvolvido nesta subseção, vemos que é possível a utilização deste recurso como produto educacional para contribuir com a

apresentação de contextos da História da Matemática com o intuito de facilitar o ensino aprendizagem na educação básica”.

É importante salientar que ao se trabalhar com os HQs, o aluno é instigado a exercitar a leitura e ao mesmo tempo a interpretação de texto, algo extremamente importante na construção do conhecimento por parte do aluno.

As HQs devem ser convidativos, despertando e aguçando a curiosidade, permitindo que os alunos sejam envolvidos e ao mesmo tempo, façam relações, conjecturando, e acima de tudo, criando um espírito crítico, reflexivo e questionador. Assim, será criado um ambiente de debate e discussão acerca do conteúdo ou da situação problema, apresentada no quadrinho, como segundo Miranda (2019):

Deve-se criar uma narrativa leve e que não exponha, explicitamente, o conhecimento matemático, a fim de que o estudante possa se empenhar em descobrir esses conhecimentos com os questionamentos proporcionados pelo professor, criando um ambiente de discussões e reflexão (MIRANDA, 2019, p. 28).

Na criação das histórias em quadrinhos, é preciso ter cuidado para não “entupir” a história de conteúdos de matemática e contextualizar a história, se esses cuidados não forem tomados, pode tornar os recursos da HQs cansativos, desestimulando a leitura dos alunos e perdendo o potencial educativo que pode se oferecer, pois HQs não são como os livros didáticos, que só mostra os conteúdos.

Miranda (2019) relata que para o conteúdo de trigonometria as HQs são um ótimo recurso didático, pois, pode abordar temáticas diferentes, como a história da trigonometria deixando a linguagem mais acessível para os alunos, oposto de uma linguagem muito técnica, como mostra o exemplo a partir de uma tabela, que, mostra a dificuldade em trigonometria em paralelo a potencialidade das HQs como recurso didático, conforme observamos na figura 1 abaixo:

Figura 1 – Tabela de Razões Trigonômétricas

Tabela de razões trigonométricas

Ângulo	sen	cos	tg	Ângulo	sen	cos	tg
1°	0,017	1,000	0,017	46°	0,719	0,695	1,036
2°	0,035	0,999	0,035	47°	0,731	0,682	1,072
3°	0,052	0,999	0,052	48°	0,743	0,669	1,111
4°	0,070	0,998	0,070	49°	0,755	0,656	1,150
5°	0,087	0,996	0,087	50°	0,766	0,643	1,192
6°	0,105	0,995	0,105	51°	0,777	0,629	1,235
7°	0,122	0,993	0,123	52°	0,788	0,616	1,280
8°	0,139	0,990	0,141	53°	0,799	0,602	1,327
9°	0,156	0,988	0,158	54°	0,809	0,588	1,376
10°	0,174	0,985	0,176	55°	0,819	0,574	1,428
11°	0,191	0,982	0,194	56°	0,829	0,559	1,483
12°	0,208	0,978	0,213	57°	0,839	0,545	1,540
13°	0,225	0,974	0,231	58°	0,848	0,530	1,600
14°	0,242	0,970	0,249	59°	0,857	0,515	1,664
15°	0,259	0,966	0,268	60°	0,866	0,500	1,732
16°	0,276	0,961	0,287	61°	0,875	0,485	1,804
17°	0,292	0,956	0,306	62°	0,883	0,469	1,881
18°	0,309	0,951	0,325	63°	0,891	0,454	1,963
19°	0,326	0,946	0,344	64°	0,899	0,438	2,050
20°	0,342	0,940	0,364	65°	0,906	0,423	2,145
21°	0,358	0,934	0,384	66°	0,914	0,407	2,246
22°	0,375	0,927	0,404	67°	0,921	0,391	2,356
23°	0,391	0,921	0,424	68°	0,927	0,375	2,475
24°	0,407	0,914	0,445	69°	0,934	0,358	2,605
25°	0,423	0,906	0,466	70°	0,940	0,342	2,747
26°	0,438	0,899	0,488	71°	0,946	0,326	2,904
27°	0,454	0,891	0,510	72°	0,951	0,309	3,078
28°	0,469	0,883	0,532	73°	0,956	0,292	3,271
29°	0,485	0,875	0,554	74°	0,961	0,276	3,487
30°	0,500	0,866	0,577	75°	0,966	0,259	3,732
31°	0,515	0,857	0,601	76°	0,970	0,242	4,011
32°	0,530	0,848	0,625	77°	0,974	0,225	4,332
33°	0,545	0,839	0,649	78°	0,978	0,208	4,705
34°	0,559	0,829	0,675	79°	0,982	0,191	5,145
35°	0,574	0,819	0,700	80°	0,985	0,174	5,671
36°	0,588	0,809	0,727	81°	0,988	0,156	6,314
37°	0,602	0,799	0,754	82°	0,990	0,139	7,115
38°	0,616	0,788	0,781	83°	0,993	0,122	8,144
39°	0,629	0,777	0,810	84°	0,995	0,105	9,514
40°	0,643	0,766	0,839	85°	0,996	0,087	11,430
41°	0,656	0,755	0,869	86°	0,998	0,070	14,301
42°	0,669	0,743	0,900	87°	0,999	0,052	19,081
43°	0,682	0,731	0,933	88°	0,999	0,035	28,636
44°	0,695	0,719	0,966	89°	1,000	0,017	57,290
45°	0,707	0,707	1,000				

**AS RAZÕES
TRIGONOMÉTRICAS
FORAM
CALCULADAS E
TABELADAS, MAS
NOSSOS ALUNOS
SABEM UTILIZA-
LAS DE MANEIRA
CORRETA??**

O QUE
É ISSO
?????



Fonte: Miranda, 2019, p. 90.

Uma maneira de criar HQs de modo rápido e prático são com softwares, há inúmeros softwares de criação de histórias em quadrinhos, como o pixton, toondoo entre outros. Estas ferramentas possibilitam de muitas formas, composições de cenário e figurinos, personagens das mais variadas culturas e tempos históricos, até mesmo as expressões das personagens podem ser alteradas, trazendo mais diversidade na composição das histórias em quadrinhos. Mas, para o professor aplicar ele necessita conhecer o aplicativo e as várias possibilidades oferecidas, ou seja, o aplicativo só terá, de fato uma funcionalidade assertiva, se o professor tiver total domínio do mesmo. Com isso, planejar a aula incluindo a história como observado por Miranda (2019):

O professor deverá realizar um planejamento e, antes de aplicar qualquer prática com os alunos nos laboratórios de informática, conhecer um pouco sobre o software a ser utilizado na aula, objetivando guiar os alunos no desenvolvimento das etapas e, por fim, socializar as produções com a turma (MIRANDA, 2019, p. 29).

Para que a história em quadrinho se torne atrativa para os alunos segundo Miranda (2019) tem-se de seguir quatro procedimentos. Primeiro procedimento é o contato com material, que é o primeiro contato do aluno com a HQ em que o assunto principal são os elementos dos quadrinhos, personagens, cenários entre outros. O segundo procedimento entra-se no âmbito do conteúdo matemático, em que o professor irá selecionar para ser discutido com a turma. Terceiro procedimento é utilizar de situações problemas nas HQs para intensificar a discursão. Quarto, ter a possibilidade de que o próprio aluno possa usar sua criatividade, e também fazer sua própria história que, geralmente o conteúdo abordado será um pré-determinado pelo professor.

Neves (2012) reafirma a importância das HQs aplicada na sala de aula:

No contexto atual em que é necessário reinventar aulas mais contextualizadas, em um ambiente estimulante que garanta a aprendizagem significativa, a história em quadrinhos pode representar uma solução. A HQ pode atender alguns destes requisitos, como recurso didático, podendo ser uma ferramenta para trabalhar diversas disciplinas. Combinando linguagem verbal e não-verbal, a história em quadrinhos combina imagens e textos escritos, de fácil compreensão, articulando conteúdo com o cotidiano (NEVES, 2012, p. 17).

CAPÍTULO 3 – A Escola Pitagórica e a Crise dos Irracionais

Este capítulo dedica-se, a explicar a trajetória e dificuldades da matemática no mundo egípcio e grego, berços da matemática. Como cada povo utilizava a matemática, na teoria e no dia a dia, como ambas se moldam a partir da cultura, economia e localização geográfica, e, sua importante influência para a matemática moderna. Vale salientar que as fontes da matemática de ambas as épocas são escassas e em muitos casos, contraditórias. Este capítulo expõe também a descoberta dos números irracionais no ponto de vista da história da matemática e do livro 20.000 léguas matemática, e o impacto que essa descoberta causou principalmente na escola pitagórica.

Na primeira seção intitulada *matemática no antigo Egito e na Grécia antiga*, aborda a construção da matemática em ambos os momentos, em que, a matemática egípcia era utilizada na área administrativa, e que as fontes históricas mais importantes que se tem são os papiros de Rhind, kahun, Berlin e o rolo de matemática egípcia, e como essas fontes demonstram o sistema decimal egípcios e seus métodos para efetuar as operações matemáticas.

E na antiga Grécia, só uma parcela da população tinha direito de aprender a matemática, que eram as classes mais altas, é que a especialização dos gregos era a área geométrica, pois se baseava em medidas. A Grécia foi berço de grandes matemáticos entre eles Euclides de Alexandria, Tales de Mileto e Pitágoras de Samos que são conhecidos até hoje com seus teoremas e influência na matemática moderna.

Na segunda seção intitulada *crise dos racionais segundo a HM*, mostra como os pitagóricos descobriram a existência do conjunto dos irracionais, e muitas fontes mostram que foi de forma geométrica e não de forma aritmética como muitos imaginam. Com base no quadrado, descobriu $\sqrt{2}$ que não poderia ser escrita em forma de fração. A descoberta dos irracionais provocou perturbação nas teorias de Pitágoras, pois, a escola pitagórica se baseava apenas em números inteiros e racionais fazendo com que se reformulasse a matemática na época.

Na terceira seção intitulada *crise dos irracionais no livro 20.000 léguas matemáticas*, o livro aborda alguns questionamentos como: A matemática foi criada ou descoberta? Entre outros questionamentos, em que, foi discutido o capítulo 1, que mostra a descoberta dos irracionais na perspectiva do livro, que é em primeira

pessoa, no qual, a personagem principal é o próprio autor, que está acompanhando Petros Pygonopoly, historiador matemático que está seguindo os passos de Pitágoras, sobre suas descobertas e teorias até chegar na descoberta dos irracionais.

3.1 Matemática na Grécia e no Egito na antiguidade

Segundo Roque (2012) estudos apontam que, a matemática no antigo Egito era utilizada principalmente na área admirativa, como os registros de bens, coletas de tributos entre outras atividades, com isso, foi necessário o desenvolvimento de sistema de medidas.

Existem poucas fontes da matemática egípcia, as mais relevantes são o papiro de Rhind, o papiro de Kahun, o papiro de Berlim e o rolo de couro da matemática egípcia.

A primeira evidência da matemática no Egito de acordo com Roque (2012), foi:

Temos notícias da matemática egípcia por meio de um número limitado de papiros, entre eles o de Rhind, escrito em hierático e datado de cerca de 1650 a.C., embora no texto seja dito que seu conteúdo foi copiado de um manuscrito mais antigo ainda (ROQUE, 2012, p. 27).

Em relação aos 110 problemas dos papiros de Rhind e Moscou, se originou com alguns costumes dos egípcios, como as quantidades certa de grãos para o gado e aves entre outros, ou seja, os papiros são soluções para problemas enfrentados pelos egípcios. Seus problemas em sua maioria, eram resolvidos com uma equação linear, que influenciou até a Europa como aponta Eves (2011):

Muitos dos 110 problemas dos papiros Rhind e Moscou mostram sua origem prática ao lidar com questões sobre o quão substanciosos eram o pão e a cerveja, sobre balanceamento de rações para gado e aves domésticas e sobre armazenamento de grãos. Para muitos desses problemas a resolução não exigia mais do que uma equação linear simples e o método empregado ficou conhecido mais tarde na Europa como regra de falsa posição (EVES, 2011, p. 73).

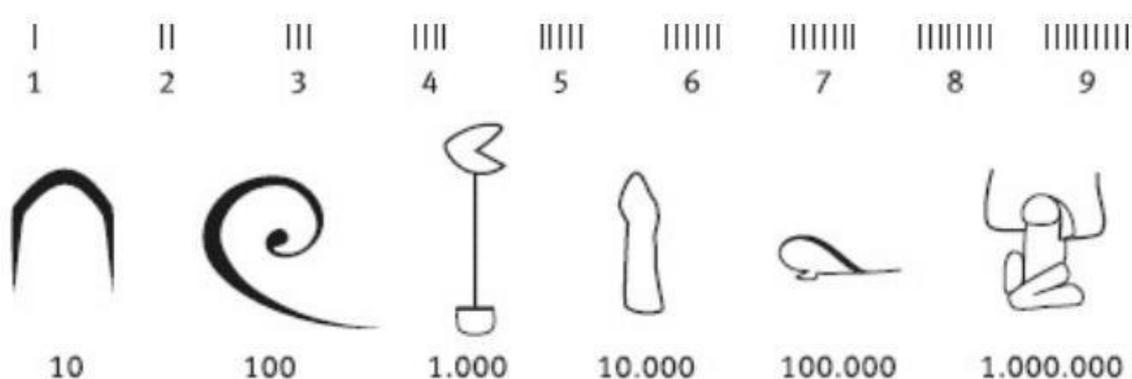
Os papiros e tabletes são de extrema importância para identificar o modo de calcular de cada cultura, com isso, dependendo do modo que for se calcular serão utilizadas técnicas diferentes e, dependendo dessa técnica o cálculo ficará mais difícil ou mais fácil, ou seja, cada povo tinha seu modo de calcular, uns com técnicas aperfeiçoadas e outros não, como apresenta Roque (2012):

Os tabletes e papiros indicam que o modo como os cálculos eram realizados em cada cultura dependia intimamente da natureza dos sistemas de numeração utilizados. Por isso, cálculos considerados difíceis em um sistema podem ser considerados mais fáceis em outro. Isso mostra que as noções de “fácil” e de “difícil” não são absolutas e dependem das técnicas empregadas (ROQUE, 2012, p. 27).

Temos que observar que, segundo Eves (2011) a matemática egípcia não era tão avançada como a matemática da babilônia, isso é consequência da economia da babilônia ser mais avançada do que a egípcia, o que afeta diretamente o avanço da matemática. Esse avanço econômico da babilônia se tem pelo fato de que a localização da babilônia tinha acesso a rotas de grandes caravanas e o Egito era um lugar mais isolado.

Há cerca de 3000 a E.C o sistema decimal egípcio estava em desenvolvimento, em que, o 1 a 9 era representado por barras verticais e os números múltiplos de 10 tinham figuras que os representava. O número 10 é uma alça; 100, uma espiral; 1 mil, a flor de lótus; 10 mil, um dedo; 100 mil, um sapo; e 1 milhão, um deus com as mãos levantadas. A adição e a subtração eram do mesmo modo que o utilizado no ensino médio Roque (2012):

Figura 2 - Sistema Decimal Egípcio



Fonte: Roque, 2012, p. 57.

Se escrevia os números no Egito na seguinte forma, os números maiores são na frente dos menores, se tiver mais linhas de números, devemos começar de cima. Como o sistema é aditivo, temos os números com uma sucessão de soma para obtermos o número desejado. Por exemplo o número 3.244 decompondo no sistema decimal egípcio convertendo para os números atuais vamos ter Roque (2012):

$$1.000 + 1.000 + 1000 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 + 1 = 3.244$$

Esse número na forma egípcia fica:

Figura 3 - Sistema Decimal Aditivo Egípcio



Fonte: Roque, 2012, p. 57.

Segundo Eves (2011, p. 72): “Assim, a multiplicação e a divisão eram em geral, efetuadas por uma sucessão de duplicações com base no fato de que todo número pode ser representado por uma soma de potências de 2”. Por exemplo o produto de 26 por 33. Note que $26 = 16 + 8 + 2$, somando os múltiplos correspondentes a 33 temos $2 \times 33 = 66$, $8 \times 33 = 264$ e $16 \times 33 = 528$ somando os resultados vamos ter $66 + 264 + 528 = 858$ que é o resultado do produto de 26 por 33, essa era uma das maneiras dos egípcios multiplicarem que até mesmo pode facilitar em alguns momentos.

E Boyer (2012) reforça essa tese da álgebra egípcia:

A operações aritmética fundamental do Egito era a adição, e nossas operações de multiplicação e divisão eram efetuadas no tempo de Ahmes por sucessivas “duplações “. Nossa palavra “multiplicação”, na verdade, sugere o processo egípcio. Uma multiplicação de, digamos 69 por 19 seria efetuada somando 69 com ele mesmo para obter 138, depois adicionando a s próprio para alcançar 276, novamente duplicando para obter 552 e mais uma vez, dando 1104, que naturalmente dezesseis vezes 69. Como $19 = 16 + 2 + 1$, o resultado da multiplicação de 69 por 19 é $1104 + 138 + 69$ isto é, 1311 (BOYER, 2012, p. 9).

3.1.1 Grécia

A matemática na Grécia antiga, era apenas para as classes dominantes, ou seja, não se ensinava matemática para todos, apenas para uma parcela da

população privilegiada como aponta Roque (2012, p. 16): “A imagem da matemática como um saber superior, acessível a poucos, ainda é usada para distinguir as classes dominantes das subalternas, o saber teórico do prático.” Um dos requisitos para poder estudar filosofia era possuir conhecimentos na matemática.

Uma especialização da matemática grega era a geometria, os primeiros matemáticos gregos praticavam geometria baseada em cálculos de medidas, essa medida foi suficiente para converter um comprimento para obter a medida da área ou volume como afirma Roque (2012):

Nas práticas de medida, os problemas geométricos são transformados em problemas numéricos. A escolha de uma unidade de medida basta para converter um comprimento, uma área ou um volume em um número. Sem dúvida, os primeiros matemáticos gregos praticavam uma geometria baseada em cálculos de medidas, como outros povos antigos (ROQUE, 2012, p. 72).

Os 3 primeiros séculos da matemática grega foram diretamente influenciados por grandeza dos elementos de Euclides, mas muitas de suas obras se perderam com o tempo, o que é comum, a própria matemática do antigo Egito e da Babilônia, em que, existem poucas fontes primárias para o melhor entendimento da matemática daquela época, assim forçando a nos aprofundarmos apenas em manuscritos e relatos escritos a muitos séculos atrás, depois dos originais serem produzidos. Mesmo faltando muitas fontes para a melhor compreensão da matemática grega, a Grécia foi o berço de grandes pensadores matemáticos que são conhecidos até os dias atuais, que contribuíram muito para construção da matemática que conhecemos hoje (EVES, 2011, p. 96).

Os instrumentos que Euclides utilizava era a régua e o compasso, que se tornaram conhecidos como os instrumentos de Euclides, que com a régua permitia traçar uma reta passando entre dois pontos com tamanho indefinido e o compasso que tinha a função de traçar uma circunferência com raio indefinido, os elementos de Euclides se restringem a esses instrumentos. Esses instrumentos auxiliavam nas construções do templo naquela época, mas eles são diferentes dos que temos atualmente como relata Eves (2011):

Note-se que a régua não tem escala. Veremos que com uma régua com escala é possível trisseccionar um ângulo. Observemos também que o compasso de Euclides difere dos compassos modernos, uma vez que com estes é permitido traçar um círculo com centro num ponto qualquer e tendo como raio um segmento AB (EVES, 2011, p. 134).

Há três problemas matemáticos famosos que estimularam o desenvolvimento da matemática inclusive criações de teorias na Grécia antiga, que são:

1. Duplicação do cubo ou o problema de construir o lado de um cubo cujo volume é o dobro de um cubo dado
2. Trissecção do ângulo ou o problema de dividir um ângulo arbitrário dado em três partes iguais.
3. Quadratura do círculo ou o problema de construir um quadrado com área igual à de um círculo dado.

Os esforços que os gregos faziam para tenta resolver os problemas foi benéfico para a construção da matemática, só que esses problemas não podem ser resolvidos, mas apenas aproximados com a utilização de compasso e régua que influenciou a geometria grega, algumas das descobertas foram secções cônicas, muitas curvas cúbicas e quárticas. Várias curvas transcendem posteriormente na história grega, foi explorado a teoria das equações ligada a domínios de racionalidade, números algébricos e teoria de grupos entre outros, ou seja, foram muitas descobertas e vários desenvolvimentos da matemática com a procura de solucionar esses problemas (EVES, 2011).

Um dos grandes pensadores da Grécia antiga, era Pitágoras, em que, se baseava muito nos números inteiros, assim engradecendo as propriedades dos números e da aritmética, como também a geometria, música e a astronomia, mas o “choque” ocorreria na escola pitagórica, com a descoberta dos irracionais, como Eves (2011) relata o que a escola pitagórica estudava:

Filosofia pitagórica baseava-se na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria são os números inteiros. Isso levava a uma exaltação e ao estudo das propriedades dos números e da aritmética (no sentido de teoria dos números), junto com a geometria, a música e a astronomia, que constituíam as artes liberais básicas do programa de estudos pitagórico (EVES, 2011, p. 97).

Mas quando falamos de Pitágoras automaticamente lembramos do seu famoso teorema: “O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos” que, é uma relação dos lados do triangulo retângulo. Mas a demonstração desse teorema exhibe um resultado mais aritmético do que geométrico. A

demonstração se baseia no estudo das triplas pitagóricas como Roque (2012) suponha:

Não deve ter havido um teorema geométrico sobre o triângulo retângulo demonstrado pelos pitagóricos, e sim um estudo das chamadas triplas pitagóricas. O problema das triplas pitagóricas é fornecer triplas constando de dois números quadrados e um terceiro número quadrado que seja a soma dos dois primeiros. Essas triplas são constituídas por números inteiros que podem ser associados às medidas dos lados de um triângulo retângulo (ROQUE, 2012, p. 86).

Outro matemático que se destacou foi Tales, o que se sabe sobre a vida e suas obras é pouco e contraditório, dizem que ele morreu quando tinha 40 anos, outros mostram que foi com 73 anos. Enquanto Pitágoras era um profeta místico, Tales era um homem de negócios. Estudos apontam que a geometria demonstrativa se iniciou com Tales, pois a relatos que ele foi o primeiro a associar descobertas matemáticas, principalmente da geometria. Acredita-se que, ele descobriu alguns resultados elementares como: 1. Qualquer diâmetro efetua a bissecção do círculo em que é traçado. 2. Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais. 3. Ângulos opostos pelo vértice são iguais. 4. Se dois triângulos têm dois ângulos e um lado em cada um deles respectivamente iguais, então esses triângulos são iguais. 5. Um ângulo inscrito num semicírculo é reto (EVES, 2011).

A matemática pitagórica, surgiu na transição entre as épocas de Tales e Euclides. Informações aponta que, Tales tinha sido influenciado por mesopotâmios e egípcios, e que uma das suas descobertas foi o cálculo da altura de uma pirâmide do Egito, que foi uma relação entre a altura da pirâmide e sua sombra, e com sua a altura e a própria sombra, com isso Roque (2012, p. 71), provavelmente foi assim que surgiu o teorema de Tales “A intersecção de um feixe de retas paralelas por duas retas transversais forma segmentos proporcionais”.

3.2 A Crise dos Irracionais segundo a HM (Livro de Eves, Boyer ou Tatiana Roque)

Números irracionais são aqueles que não podem ser escritos em razão entre dois números inteiros. Um dos primeiros a descobrir esse conjunto de números foi Pitágoras, que com sua prática de associar figuras geométricas com números, ele notou que alguns comprimentos não podiam ser expressados por números inteiros.

A descoberta dos números irracionais foi um “choque” para Pitágoras, pois ia de encontro a seus estudos naquele momento, que tudo seria números inteiros e que toda grandeza poderia ser expressa por números racionais como aponta Eves (2012):

A descoberta da existência de números irracionais foi surpreendente e perturbadora para os pitagóricos. Em primeiro lugar porque parecia desferir um golpe mortal na filosofia pitagórica segundo a qual tudo dependia dos números inteiros. Além disso, parecia contrária ao senso comum, pois intuitivamente havia o sentimento de que toda grandeza poderia ser expressa por algum número racional. A contrapartida geométrica era igualmente espantosa, pois quem poderia duvidar que, dados dois segmentos de reta, sempre seria possível encontrar um terceiro segmento de reta, talvez muito, muito pequeno, que coubesse exatamente um número inteiro de vezes em cada um dos dois segmentos dados? (EVES, 2012, p. 106).

Mas como Pitágoras chegou na descoberta dos números irracionais? Tomemos um quadrado de lado s e diagonal d , logo existe um segmento t que ocupa exatamente número inteiro de s vezes d , assim temos $s = bt$ e $d = at$, em que a e b são inteiros positivo.

Mas $d = s\sqrt{2}$ assim temos, $at = bt\sqrt{2}$ portanto $a = b\sqrt{2}$, ou *que* a é um número racional. O que é uma contradição, pois, logo existiria então segmentos de retas incomensuráveis, ou seja, segmento de reta não há unidade de medida comum Eves (2012, p. 106).

A descoberta da irracionalidade de $\sqrt{2}$ e as grandezas incomensuráveis provocou crise na matemática grega e na escola pitagórica, pois, contradizia muitas teorias pitagóricas, pois, na Grécia tudo dependia dos números inteiros.

Em Eves (2012) encontra-se o seguinte relato:

A descoberta da irracionalidade de $\sqrt{2}$ provocou alguma consternação na introdução à história da matemática meios pitagóricos. Pois não só ela parecia perturbar a suposição básica da escola, de que tudo dependia dos números inteiros, como também porque a definição pitagórica de proporção, assumindo como comensuráveis duas grandezas quaisquer similares, fazia com que todas as proposições da teoria pitagórica das proporções se limitassem a grandezas comensuráveis, invalidando sua teoria geral das figuras semelhantes. Tão grande foi o “escândalo lógico” que por algum tempo se fizeram esforços para manter a questão em sigilo. Conta uma lenda que o pitagórico Hipaso (ou talvez outro) foi lançado ao mar pela ação ímpia de revelar o segredo a estranhos ou (de acordo com outra versão) que ele foi banido da comunidade pitagórica, sendo-lhe ainda erigido um túmulo, como se estivesse morto (EVES, 2012, p. 107).

Inicialmente o $\sqrt{2}$ foi o único irracional conhecido. Mas depois de certo tempo, Platão Teodoro de Cirene mostrou que existe outros números racionais.com o tempo. Os estudos sobre os irracionais foi se aperfeiçoando, como a definição de proporção e as grandezas incomensuráveis, que foi uma importante contribuição para a matemática dos pitagóricos (EVES, 2012):

Por algum tempo, 2 foi o único número irracional conhecido. Mais tarde, segundo Platão, Teodoro de Cirene (c. 425 a.C.) mostrou que $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \sqrt{12}, \sqrt{13}, \sqrt{14}, \sqrt{15}$ e $\sqrt{17}$ também são irracionais. Por volta de 370 a.C., o “escândalo” fora resolvido por Eudoxo, um brilhante discípulo de Platão e do pitagórico Arquitas, através de uma nova definição de proporção. O magistral tratamento dos incomensuráveis formulado por Eudoxo aparece no quinto livro dos Elementos de Euclides, e essencialmente coincide com a exposição moderna dos números irracionais dada por Dedekind em 1872 (EVES, 2012, p. 106).

A “crise” que causou a existência dos irracionais por consequência, criou as grandezas incomensuráveis, não necessariamente é algo ruim, nesse caso, a descoberta desse fato fez com o que novas técnicas matemáticas fossem criadas, questionamentos e reformulações de teses sobre a matemática, já que, nessa época a matemática era baseada nos números inteiros como aponta Roque (2011):

Incomensuráveis não teria representado, assim, nenhum tipo de escândalo ou crise nos fundamentos da matemática grega. Ao contrário, sua existência seria uma circunstância positiva, pois teria sido responsável pelo desenvolvimento de novas técnicas matemáticas para lidar com razões e proporções (ROQUE, 2011 p. 94).

Mas a descoberta dos incomensuráveis ainda é hipotético, pela falta de informações sobre a matemática da antiga Grécia, mas possui algumas hipóteses de acordo com Eves (2012), e que, o incomensurável tenha sido descoberto no campo da geometria e não da aritmética, uma das hipóteses é que a existências dos incomensuráveis foi descoberta nos estudos das diagonais de um pentágono regular, que constitui o pentagrama, outra hipótese é que as grandezas dos incomensuráveis teria ocorrido por um problema de usar lados para medir a diagonal de um quadrado, mas também existem relatos de uma hipótese aritmética que foi atribuída a um resultado de Euclides, em que essa hipótese de baseia na técnica de raciocínio por absurdo, que consiste em: Se o lado e o diâmetro são considerados comensuráveis um em relação ao outro, pode-se deduzir que os

números ímpares são iguais aos pares; essa contradição afirma, portanto, a incomensurabilidade das duas grandezas.

Segundo Roque (2011) as lendas sobre a descoberta do conjunto dos irracionais geraram escândalo entre os gregos, em que, o responsável por essa descoberta foi Hípaso, ele foi condenado à morte por isso, mas não se tem muitas fontes para comprovar esse acontecimento. A muitas lendas e mitos a respeito da descoberta dos irracionais que já foram provadas que são falsas, mas ainda são repetidas de forma incorreta principalmente no Brasil como mostra Roque (2011):

Tão grande foi o ‘escândalo lógico’ que por algum tempo se fizeram esforços para manter a questão em sigilo. “Tal mito, apesar de desmentido, ainda é amplamente reproduzido, entre outras razões, pela escassez de bibliografia no Brasil que leve em conta os trabalhos recentes sobre história da matemática grega, que analisam de perto o pensamento dos pitagóricos e sua suposta relação com matemática” (ROQUE, 2011, p. ____).

3.3 Crise dos Irracionais no livro “20.000 Léguas Matemáticas”:

O livro “*20.000 léguas matemáticas*”, criado por A.K. Dewdney no ano 2011, mostra a jornada fictícia ao redor do mundo, mostrando de modo divertido a história da matemática em que, o personagem principal é o próprio autor da obra, que narra a história em primeira pessoa. Com isso, a uma imersão do leitor, como se o próprio estivesse vivenciando as aventuras do protagonista. O personagem principal busca esclarecimento de questionamentos importantes a respeito da matemática, a matemática foi criada ou descoberta? Por que a espantosa capacidade da matemática descrever a realidade física? Será pura coincidência? Por que a matemática é tão incrivelmente útil nas ciências naturais? Entre outras abordagens que o livro mostra.

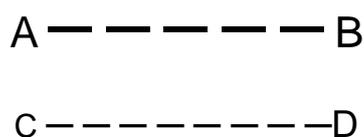
Vamos abordar apenas a parte I, intitulado o *Holos*, que está dividido em duas partes em que, será focado na primeira parte chamada *A morte de um sonho*. Essa primeira parte do livro aborda os incomensuráveis e a crise dos irracionais, o protagonista Dewdney, visita Mileto para encontrar respostas para suas dúvidas e encontra com Petros Pygonopoly, um historiador matemático que acreditava na teoria da pré-existência da matemática, que se encontra no lugar chamado Holos que Dewdney (2011): “O Holos é o lugar da matemática, tem uma relação com o cosmo. Holos é a fonte, cosmo é a manifestação”. Nesse capítulo, Pygonopoly segue

os passos e relata a história de Pitágoras, qual unidade ele utilizava, teorias e fundamentos matemáticos que se tinham na época, como provavelmente Pitágoras fez suas descobertas.

Pygonopoly está medindo as pedras do templo do deus Apolo, mas não é uma medição das maneiras habituais, pois, ele não procurava saber dimensões das construções das pedras do templo, e sim qual unidade de medida que os construtores se basearam. No tempo de Pitágoras, se tinha o pensamento de que os números racionais eram o suficiente para medir segmentos de retas. Para fazer o processo de mensuração das pedras do templo, Pygonopoly utilizou uma régua com medida Peych, para conferir se essa era a medição que os construtores utilizaram, como relata Dewdney (2011):

Andou até o fundo do templo e tornou a se ajoelhar no chão, de régua e lápis na mão. Colocou a régua sobre uma das grandes pedras quadradas do pavimento, alinhando sua extremidade com um dos lados. A régua estendia-se por pouco mais de metade da largura da pedra (DEWDNEY, 2011, p. 12).

E notou que a 5 pedras do templo equivale a 8 peych, logo a razão das pedras para régua é de $8/5$, assim uma pedra equivale a $1/5$ da distância ou $8/5$ pechya, logo podemos supor que as 5 pedras equivalem a um segmento de reta que chamaremos de AB, e a régua de outro segmento de reta CD.



Logo uma teoria que Dewdney supôs é que, realmente a unidade que usaram para medir as pedras do templo foi realmente o peych. Isso mostra o processo de mensuração em que se acreditava nessa época, que dois segmentos de reta com medidas distintas eram comensuráveis, isso significa que, ao se prolongarem sendo múltiplos de números inteiros ambos os segmentos iriam em um momento se coincidir. Pygonopoly ainda reforça a comensurabilidade com exemplo:

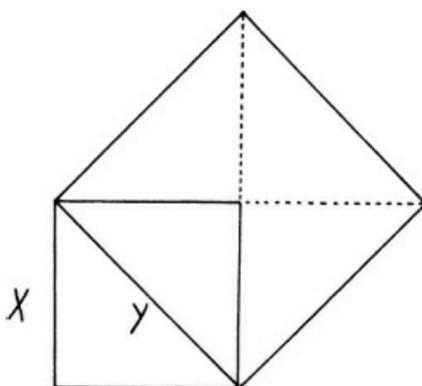
Se eu fizer dois comprimentos inteiros com essa unidade, quaisquer dois comprimentos inteiros, esses comprimentos serão comensuráveis. Suponhamos que os comprimentos sejam 5 unidades e 8 unidades. Se sua régua tiver 5 unidades de comprimento e as pedras tiverem 8 unidades, é absolutamente garantido que seu processo de medida coincida, como

aconteceu quando medi o piso do templo. À medida que fui movendo a régua para posições sucessivas, medi um comprimento total cumulativo em quintos de pechya (DEWDNEY, 2011, p. 13).

Para Pitágoras, duas distâncias como por exemplo duas régua com medidas diferentes, ao se prolongarem iriam se coincidir e ambos os seguimentos eram comensuráveis. Mas sabemos com a matemática moderna que existem casos que isso não acontece, mas na época, para Pitágoras o princípio do universo eram os inteiros, com isso, qualquer par de comprimentos eram comensuráveis em sua existência, ou seja, não se tinha um contraexemplo. Assim, por acreditar nessa hipótese, procurou provas de qualquer maneira, mas seus esforços não adiantaram, mesmo assim, os números inteiros em seus pensamentos” *eram os átomos que os deuses faziam tudo*”. Mas foi questão de tempo até Pitágoras se deparar com pares de incomensuráveis, o que modificou seu pensamento da matemática (DEWDNEY, 2011).

A descoberta dos incomensuráveis por Pitágoras, segundo Dewdey (2011) contada por Pygonopoly no livro, tem-se a hipótese que foi no campo da geometria, em que, foi uma relação de lados de um quadrado e sua diagonal, em que, chamou o lado do quadrado de X e a diagonal de Y , após isso desenhou um segundo quadrado, inclinado em relação ao primeiro, e um dos lados do segundo quadrado era diagonal do primeiro como mostra a figura abaixo:

Figura 4 - Demonstração Egípcia da Relação:



Fonte: Dewdney, 2012, p. 18.

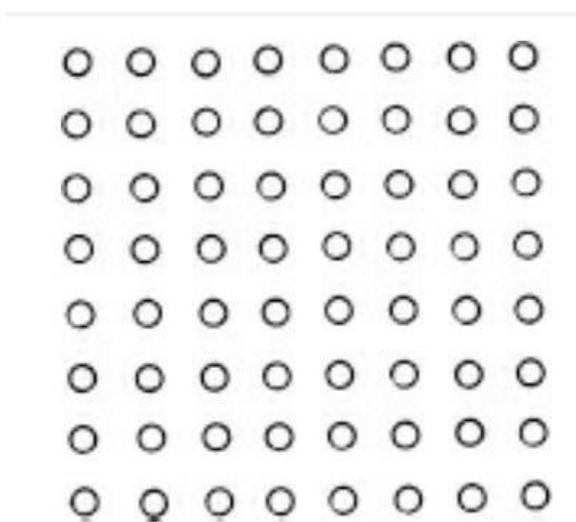
O maior tinha o dobro da área do menor. A demonstração egípcia era simples. Bastava acrescentar 2 linhas novas, assim, para perceber que o quadrado grande era dividido em 4 triângulos pequenos, enquanto o quadrado pequeno já estava dividido em 2 desses mesmos triângulos: 4 é o

dobro de 2. Quod erat demonstrandum, como dizem os textos antiga. (DEWDNEY, 2011, p. 18).

Dewdney (2011) relata que Pitágoras presumiu que X e Y eram inteiros, logo ambos eram comensurais, ou seja, ao prolongar X e Y eles iriam se coincidir em algum momento, e essas medidas inteiras deveriam ser as menores, ou seja, não poderiam ter divisor comum. Após isso, visualizou ambos os quadrados como sendo fileiras de pontos, e os números de pontos do quadrado maior eram pares e o dobro do menor. Pensou que, se saberia o número de pontos multiplicando a base pelo lado vertical.

Pitágoras nesse momento já sabia que, se elevasse o número de pontos sendo eles pares, o resultado também iria ser um número par, já que o quadrado maior era o dobro do menor, logo as quantidades de pontos eram pares, mas isso só poderia acontecer se Y fosse par, mas se isso acontece o seu quadrado seria par e múltiplo de 4, por consequência X seria múltiplo de 2.

Figura 5 - Quadrado com filetes de pontos:



Fonte: Dewdney, 2012, p. 18

Logo, Dewdney (2012) pensou:

Pitágoras pôde então aplicar a X o mesmo raciocínio que havia aplicado a Y , finalmente concluindo que os dois comprimentos compunham-se de um número par das unidades fundamentais de comensurabilidade que os formavam. Isso queria dizer que, se cada um dos dois inteiros fosse cortado pela metade, seriam obtidos novos inteiros menores, com a mesma propriedade: sua razão tornaria a ser X para Y . Entretanto, como os inteiros em questão já eram os menores possíveis, isso era uma contradição. A lógica recusava-se a continuar cooperando. A máquina parou. Em casos

como esse, os matemáticos gregos, tal como nós, modernos, sabiam que um dos pressupostos que entravam na demonstração devia estar errado. Apenas um único pressuposto tinha sido formulado: o de os comprimentos de X e Y eram comensuráveis. A contradição significava que não poderiam sê-lo (DEWDNEY, 2011, p. 19).

Essa descoberta abalou Pitágoras, pois, em seus estudos “todo par de comprimento era comensurável”, e descobriu que existe “pares de comprimentos que são incomensuráveis”, o que desmistifica que só existem números inteiros. Mesmo com essa descoberta quebrando muitas teorias provavelmente, Pitágoras ficou satisfeito já que mostrou que a muito mais a explorar na matemática, e é mais complexo do que se imaginava. Após essa descoberta, descobriu outro conjunto de números chamado números irracionais como aponta DEWDNEY (2012, p. 20) “Não era um inteiro, nem tampouco uma razão entre inteiros. Nós, modernos, chamamos esses números de irracionais, querendo apenas dizer com isso que eles não são números racionais”.

CAPÍTULO 4 – Apresentação e Análise de uma História em Quadrinhos: pechya uma régua impossível

Para a produção do quadrinho utilizei o aplicativo pixton, que é o aplicativo com mais variações que achei, que oferece várias possibilidades para design de personagem, vários cenários, com a possibilidade de acrescentar mais de um personagem por quadrinho, além da possibilidade de colocar os personagens em diversas posições, com expressões faciais diferentes, com essas diversas possibilidades torna a história em quadrinhos mais dinâmica, com isso, chamando a atenção do aluno.

A história em quadrinho que criei é para mostrar a crise dos irracionais, que foi o momento em que os pitagóricos descobriram a existência do conjunto dos irracionais, o que gerou uma crise, pois, naquele momento só se tinha conhecimentos dos racionais, em que tomei como base o livro *20.000 léguas matemática* como é mostrado nos capítulos 3.2 e 3.3. Os personagens, a história e os livros de Roque (2012) e Eves (2011) também serviram para embasamento teórico. Pois para prender a atenção dos alunos é necessário que ocorra um dinamismo entre roteiro, cenários, personagens entre outros elementos que são de extrema importância, como mostra Miranda (2019, p. 28): “Outro ponto importante é que, no processo de construção de Histórias em Quadrinhos para o ensino se faz necessário o trabalho de um bom roteiro, personagens e definição de um contexto, no qual o conhecimento matemático possa ser utilizado”. Logo, além dos recursos didáticos da história em quadrinhos, utilizei a história da matemática para contextualizar o momento.

Para a contextualização, primeiro pensei na construção do roteiro sobre a criação de algo matemático importante e que seja interessante, assim tive o pensamento para falar sobre o descobrimento do conjunto dos irracionais, pois é um conjunto diferente dos demais em que seu surgimento afetou muito na época. Assim pesquisei fontes confiáveis a respeito da história da matemática como Roque (2012), Eves (2011) e Boyer (2012).

Os personagens são os mesmos do livro *20.000 léguas matemática*, escolhi, pois, sua leitura é dinâmica, simples e possui personagens cativantes. Os personagens que compõem a história são Dewdney e Pygonopoly, que estão conversando sobre os prováveis caminhos que Pitágoras efetuou para

descobrimto dos seus teoremas, que nesse caso foi para a descoberta dos irracionais. Os designs dos personagens foram baseados em suas respectivas épocas Pygonopoly com roupas mais modernas e Dewdney com roupas comuns naquele período da Grécia, além do cenário que se remete a antiga Grécia, assim contextualizando a história.

Em seus primeiros quadros mostra uma apresentação de Petros Pygonopoly, as dúvidas de Dewdney, e as medições efetuadas por Pygoopoly que se estende até o nono quadrinho que estão aprofundadas no capítulo 3.3. Após isso, no quadrinho 11 temos uma das hipóteses dos descobrimentos da $\sqrt{2}$ que levou a descoberta dos números racionais que está mais aprofundada no capítulo 3.2.

Quadrinho 1 - Pechya, uma régua impossível



Fonte: autoria pessoal, 2022.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Matemática se faz presente em nosso cotidiano, desde os mais simples afazeres domésticos, aos mais diversos avanços científicos e tecnológicos. A matemática possui uma imensa aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento e deve ser explorada em sua totalidade.

O presente trabalho evidenciou que a história da matemática em conjunto com história em quadrinhos, um recurso didático que melhora significativamente no ensino e na aprendizagem dos alunos, pois, enquanto a história da matemática facilita a compreensão no sentido de contextualização histórica, mostra a importância da matemática, por que tal fórmula foi criada, mostrando para o aluno determinado contexto do conteúdo.

A história em quadrinhos atrai os jovens, com a união das imagens atreladas ao texto os textos, além de promover leitura e o aperfeiçoamento na interpretação textual. Unindo esses dois recursos, ou seja, realizando uma história em quadrinho em que a contextualize com algum fato matemático, mostra para os alunos uma poderosa ferramenta de aprendizagem.

Com isso, o trabalho em questão mostra o desenvolvimento de uma história em quadrinho com o uso do aplicativo pixton, abordando a história dos números racionais, que foi uma descoberta chocante na época de Pitágoras, com base na história da matemática o livro *“20.000 léguas matemáticas”*, trazendo uma ambientação e personagens que coincidem com a época, em que a história se passa, trazendo imersão para o aluno, aproximando o leitor da obra.

A matemática pode ser apresentada de várias formas, basta que o docente busque, para mostrar que estudar matemática pode ser prazeroso e divertido, inspirando seus alunos, como o ditado fala “O professor medíocre conta. O bom professor explica. O professor superior demonstra. O grande professor inspira” (Affonso Romano de Sant’Anna).

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais. Brasília, p. 1-82, 1997.

DEWDNEY, A. K. **20.000 léguas matemáticas**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor Ltda, 2011.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 5° ed. São Pulo: Editora Unicamp, 2011.

JELIN, Daniel Fernandes. **A História da Matemática aplicada à BNCC-EM: reflexões, relatos e tarefas**. 2021. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2021.

MARTINS, Greyce Michelinne Rocha. **Conjuntos Numéricos em quadrinhos: uma abordagem da História da Matemática na Educação Básica**. 2022. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2022.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na Educação Matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIRANDA, Roberto da Rocha. **Uma proposta para o ensino de trigonometria a partir do uso de quadrinhos como recurso didático**. 2019. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

NEVES, Sílvia da Conceição. **A história em quadrinhos como recurso didático em sala de aula**. 2012. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) – Faculdade de Artes Visuais, Universidade de Brasília, Brasília, 2012.

ROQUE, T. **História da matemática**. Rio de janeiro: Jorge Zahar Editor Ltda, 2012.

