



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CAMPUS I CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**JOSÉ JARBAS MARCELINO DE ARRUDA FILHO**

**Resolução de Problemas Geométricos no Geoplano Utilizando a Fórmula  
de Pick**

**CAMPINA GRANDE – PB  
2022**

**JOSÉ JARBAS MARCELINO DE ARRUDA FILHO**

**Resolução de Problemas Geométricos no Geoplano Utilizando a Fórmula  
de Pick**

**Trabalho de conclusão de curso  
apresentado em Curso de Licenciatura  
Plena em Matemática da Universidade  
Estadual da Paraíba, como requisito  
parcial à obtenção do título de  
Licenciado em Matemática.  
Área de concentração: Educação  
Matemática**

**Orientadora: Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Kátia Maria de Medeiros**

**CAMPINA GRANDE – PB**

**2022**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

A779r Arruda Filho, José Jarbas Marcelino de.

Resolução de problemas geométricos no  
geoplano utilizando a fórmula de Pick  
[manuscrito] / José Jarbas Marcelino de Arruda Filho. - 2022.

72 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em  
Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro  
de Ciências e Tecnologia, 2023.

"Orientação : Profa. Dra. Kátia Maria de Medeiros,  
Coordenação do Curso de Matemática - CCT. "

1. Geometria. 2. Geoplano. 3. Fórmula de Pick.  
4. Resolução de problemas matemáticos. I. Título

21. ed. CDD 372.7

**JOSÉ JARBAS MARCELINO DE ARRUDA FILHO**

**Resolução de Problemas Geométricos no Geoplano Utilizando a Fórmula  
de Pick**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado em Curso de Licenciatura plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Aprovado em: 15/12/2022

*Kátia Maria de Medeiros*

---

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Kátia Maria de Medeiros (Orientadora)  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

*Onildo dos Reis Freire*

---

Prof<sup>o</sup> Me. Onildo dos Reis Freire  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

*Yalorisa Andrade Santos*

---

Prof<sup>a</sup> Yalorisa Andrade Santos  
Secretaria Municipal de Educação de Campina Grande (SMECG-PB)

Então Pedro disse: "Não tenho ouro e nem prata, mas o que tenho eu lhe dou: em nome de Jesus Cristo, o Nazareno, levante-se e comece a andar!"

Atos dos Apóstolos 3:6

## **AGRADECIMENTOS**

Nesse momento tão especial e sublime em minha vida, quero primeiramente agradecer a Deus, nosso pai, todo poderoso criador do céu e da terra, de todas as coisas visíveis e invisíveis, a ele seja dado toda a honra e toda a glória, por ter me proporcionado a oportunidade de conseguir e com várias obstáculos, realizar o meu sonho de conclusão de curso.

Quero agradecer a todos os meus familiares, que desde sempre me apoiaram e incentivaram desde o início dessa minha caminhada, especialmente ao meu pai José Jarbas e minha mãe Maria do Socorro.

A minha esposa Cleonice Fragoso, que sempre me apoiou em todas as minhas decisões e nos momentos dessa caminhada, sendo eles momentos bons como nos momentos de mais dificuldades, de algumas incertezas, cansaços, mas sempre estive ao meu lado acreditando que tudo no final iria dar certo.

A todo o corpo docente que constitui o Departamento de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba. Que sempre se dedicaram em transmitir os seus conhecimentos, no qual guardarei comigo como exemplo de profissional. Em especial, a professora orientadora Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Kátia Maria de Medeiros, que sempre estive atenciosa e dedicada.

Aos meus amigos e companheiros de luta que durante essa caminhada na Universidade, sempre estávamos juntos nos incentivando uns aos outros para continuar nesta caminhada.

E a vós todos de uma maneira geral e especial, meu muito obrigado por tudo.

## RESUMO

Tendo em vista as dificuldades que encontramos nas escolas públicas brasileiras é possível afirmar que, na maioria das vezes o ensino da Geometria é deixado um pouco de lado e até, muitas das vezes, acaba sendo esquecido. Porém, essa área da Matemática necessita também de atenção, considerando a sua relevância. Realizamos uma pesquisa de cunho qualitativo, um estudo de caso, cujo objetivo geral foi descrever como os estudantes fazem resoluções de problemas com o uso do Geoplano e redes de pontos, utilizando a Fórmula de Pick. Para tanto trabalhamos com uma turma do 1º ano de Ensino Médio de uma escola da rede pública no município de Gado Bravo – PB, com estudante entre 16 e 17 anos. Realizamos dois estudos de caso, que formaram dois grupos e cada grupo possuía três estudantes, formando assim, o Grupo de José e o Grupo de Sophia Os resultados sugerem que os grupos apresentaram desenvolvimento satisfatório em resoluções de problemas utilizando o Geoplano e a Fórmula de Pick, para cálculo de área.

**Palavras-chave:** Geoplano; Fórmula de Pick; Resolução de Problemas.

## **ABSTRACT**

In view of the difficulties we encounter in Brazilian public schools, it is possible to state that, most of the time, the teaching of Geometry is left a little aside and, many times, ends up being forgotten. However, this area of Mathematics also needs attention, considering its relevance. We carried out a qualitative research, a case study, whose general objective was to describe how students solve problems using the Geoplan and point networks, using the Pick Formula. For that, we worked with a group of the 1st year of high school from a public school in the municipality of Gado Bravo - PB, with students between 16 and 17 years old. We carried out two case studies, which formed two groups and each group had three students, thus forming José's Group and Sophia's Group. The results suggest that the groups showed satisfactory development in problem solving using the Geoplan and the Pick Formula, for area calculation.

Keywords: Geoplane; Pick's formula; Problem solving.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura - 1</b> Reprodução de figura do grupo de Sophia.....	55
<b>Figura - 2</b> Atividade de sequência numérica do grupo de Sophia .....	56
<b>Figura - 3</b> Reprodução de figura geométrica do grupo de Sophia.....	57
<b>Figura - 4</b> Reprodução de figura do grupo de José .....	58
<b>Figura - 5</b> Atividade de sequência numérica do grupo de José.....	59
<b>Figura - 6</b> Reprodução de figura geométrica do grupo de José.....	60
<b>Figura - 7</b> Imagem do grupo de José nas primeira atividades .....	61
<b>Figura - 8 a,b e c</b> Imagem do grupo de Sophia na atividade.....	62
<b>Figura - 9</b> Resolução de problema do grupo de Sophia .....	64
<b>Figura - 10</b> Cálculo de área do grupo de Sophia .....	65
<b>Figura - 11</b> Resolução de problema do grupo de José.....	66
<b>Figura - 12</b> Cálculo de área do grupo de José.....	67
<b>Figura - 13</b> Registro atividade no Geoplano do grupo de Sophia .....	68
<b>Figura - 14</b> Registro atividade no Geoplano do grupo de José.....	68
<b>Figura - 15</b> Atividade de indução da Fórmula de Pick .....	69
<b>Figura - 16</b> Imagem de indução da Fórmula de Pick no geoplano grupo Sophia .....	71
<b>Figura - 17</b> Resolução de problema questão 2 grupo José .....	70
<b>Figura - 18</b> Resolução do problemas questão 11 do grupo José .....	72
<b>Figura - 19</b> Resolução de problema questão 2 grupo de Sophia.....	72
<b>Figura - 20</b> Resolução do problemas questão 11 do grupo de Sophia.....	73
<b>Figura - 21</b> Resolução de problema questão 2 no Geoplano grupo Sophia .....	75
<b>Figura - 22</b> Resolução de problema questão 2 no Geoplano grupo de José.....	75
<b>Figura - 23</b> Resolução de problema questão 11 no Geoplano grupo José.....	76

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>9</b>
<b>2 OBJETIVOS</b> .....	<b>11</b>
2.1 Objetivo Geral .....	11
2.2 Objetivos Específicos.....	11
<b>3 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	<b>12</b>
<b>4 GEOPLANO E REDES DE PONTOS</b> .....	<b>15</b>
4.1.1 Explorando os quadriláteros .....	17
4.1.2 Explorando os triângulos.....	18
4.1.3 Polígonos em rede isométricas .....	19
4.2 Cálculo de Áreas.....	19
4.3 Comprimento e Perímetros.....	20
<b>5 Redes Quadrivértices</b> .....	<b>21</b>
5.1 Perímetros.....	21
<b>PERÍMETROS MÁXIMOS EM REDES N X N</b> .....	<b>24</b>
<b>FÓRMULA DE PICK: EXTENSÕES E APLICAÇÕES</b> .....	<b>28</b>
<b>DEDUZINDO A FÓRMULA DE PICK</b> .....	<b>28</b>
<b>7 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO</b> .....	<b>35</b>
<b>8 ESTUDO DE CASO</b> .....	<b>37</b>
<b>9 - RESULTADO E DISCUSSÕES</b> .....	<b>57</b>
<b>10 QUESTIONÁRIO FINAL</b> .....	<b>60</b>
<b>11 CONCLUSÃO</b> .....	<b>62</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>63</b>
<b>APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL</b> .....	<b>65</b>
<b>APÊNDICE B-CRITÉRIO DE SELEÇÃO</b> .....	<b>66</b>
<b>APÊNDICE C- QUESTIONÁRIO DA ESTUDANTE SOPHIA</b> .....	<b>67</b>
<b>APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO DA ESTUDANTE CLARA</b> .....	<b>68</b>
<b>APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO DO ESTUDANTE JOSÉ</b> .....	<b>69</b>
<b>APÊNDICE F - QUESTIONÁRIO DA ESTUDANTE MARIA</b> .....	<b>70</b>
<b>APÊNDICE G - QUESTIONÁRIO DA ESTUDANTE JÚLIA</b> .....	<b>71</b>
<b>APÊNDICE H - QUESTIONÁRIO DA ESTUDANTE EMANUELY</b> .....	<b>72</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os desafios que a educação brasileira enfrenta, atualmente, exigem dos pesquisadores e educadores a busca de metodologias que possam despertar o interesse do aluno no processo de aprendizagem. Na disciplina da Matemática é bastante comum o profissional da educação encontrar inúmeras dificuldades para realizar o seu trabalho, seja desde sua formação acadêmica ou a ter mesma na própria estrutura escolar.

Através das necessidades de buscar meios para novos métodos metodológicos, trabalhamos a resolução de problemas matemáticos e o uso de materiais manipuláveis, no nosso TCC, o Geoplano.

A motivação para esta pesquisa vem de buscar adquirir novos conhecimentos para desenvolver e colocar os conhecimentos, que através dela foram adquirindo e também transmitir os conhecimentos para que os estudantes, durante os encontros realizados, possam conhecer novos conteúdos de matemática.

Nesta pesquisa procuramos chamar atenção dos professores da disciplina de matemática, principalmente na geometria plana, atentando os conteúdos programados que nas suas maiorias são poucos trabalhados nas aulas e através de busca de nova metodologia possa trazer para sala de aula uma maneira mais proveitosa e prazerosa de ensinar a disciplina para os estudantes. Para desenvolver esse trabalho utilizamos o recurso da resolução de problema matemáticos, por meio do uso do material manipulável, conhecido como o Geoplano.

Em seguida, descreveremos, a organização deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Inicialmente, definimos o nosso objetivo geral e específico, a seguir apresentamos uma revisão da literatura: Resolução de problema na sala de aula: Um pouco de história, currículo, contrato didático e gestão; O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula; Gestão curricular em matemática; Método da resolução de problemas; A resolução de problemas geométricos com alternativas de comunicação em sala de aula e o poder da comunicação a partir da interação entre os alunos.

Na sequência mostraremos o Geoplano e rede de pontos; Reprodução de figura; Reprodução de figuras geométricas; Explorando os quadriláteros e triângulos; Polígonos em rede isométricos; Áreas, comprimento e Perímetro; Redes

quadrivértice; Usando a relação de Pitágoras; Perímetros; Um pouco de História de Georg Alexander Pick e descobrindo a Fórmula de Pick. Com as demais sequências do trabalho temos: A Metodologia; Análise do Questionário Inicial; O estudo de caso; Análise do Questionário Final; Resultado e Discussões; Conclusão; Referências e Apêndice.

## **2 OBJETIVOS**

### **2.1 Objetivo Geral**

Descrever como os estudantes fazem resoluções de problemas com o uso do Geoplano e redes de pontos, utilizando a Fórmula de Pick.

### **2.2 Objetivos Específicos**

- Analisar como a dupla faz reproduções de figuras, redes de pontos numéricas e reprodução de figuras geométricas;
- Realizar atividade comprimento e perímetros e área no Geoplano;
- Deduzir a fórmula de Pick;
- Resolver problemas de cálculo de área utilizando a fórmula de Pick.

### 3 REVISÃO DE LITERATURA

Stanick e Kilpatric (1989) os problemas ocupam um lugar central nos currículos desde a antiguidade, mas a resolução de problemas não. Recentemente educadores matemáticos aceitando a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas merece especial atenção. O termo resolução de problemas transformou-se num slogan englobando diferentes visões da educação, da escolaridade, da Matemática e das razões porque devemos ensinar Matemática em geral e resolução de problemas em particular.

Os problemas, de acordo com os autores, têm uma longa história nos currículos de Matemática. Contudo, principalmente no decurso do último século, a discussão sobre o ensino da resolução de problemas passou da defesa de que se devem simplesmente apresentar aos alunos problemas ou regras para a resolução de problemas particulares para o desenvolvimento de abordagens mais gerais da resolução de problemas. O papel da resolução de problemas na Matemática escolar é o resultado do conflito entre forças ligadas a ideias antigas e persistentes acerca das vantagens do estudo da Matemática e uma variedade de acontecimentos que se influenciaram uns aos outros e que ocorreram no princípio do séc. XX.

Uma visão mais profunda e mais compreensiva da resolução de problemas nos currículos escolares de Matemática – a visão da resolução de problemas como arte – emergiu do trabalho de George Pólya (1985). Para este autor, a Matemática acabada requer raciocínio demonstrativo, enquanto fazer Matemática requer raciocínio plausível. Se os estudantes devem usar raciocínio plausível, precisam ser ensinados como. Para resolver um problema é preciso, compreender, elaborar um plano, executar este plano e refletir sobre o que foi feito durante a resolução do problema.

Cabe aqui conceituarmos o que é um problema matemático.

Só há problema se o aluno percebe uma dificuldade; uma determinada situação que 'provoca problema' para um determinado aluno pode ser resolvida imediatamente por outro (e então não será percebida por este último como sendo um problema). Há então, uma ideia de obstáculo a ser superado. Por fim, o meio é um elemento do problema, particularmente as condições didáticas da resolução (organização da aula, intercâmbio, expectativas explícitas ou implícitas do professor) (CHARNAY, 1996, p.46).

Mudanças no contrato didático podem ser fundamentais para o trabalho com problemas nas aulas de matemática. As regras associadas ao contrato didático, no trabalho com problemas fechados, apresentam algumas características nos problemas que podem ser resolvidos pela aplicação de um ou mais algoritmos, é preciso encontrar a operação “certa” e realizá-la sem erro. Algumas palavras como ganhar, na adição, e perder na subtração permitem ao aluno “adivinhar” a operação a fazer. Com isso, o aluno pode transformar a linguagem usual em linguagem matemática.

Os problemas abertos, de acordo com Medeiros (2001), se caracterizam por não terem vínculo com os últimos conteúdos estudados, evitando as regras de contrato didático já consolidadas; por estarem em um domínio conceitual familiar, os problemas abertos permitem que o aluno tenha condições de resolvê-los. Além disso, ele pode ser trabalhado em grupo, evitando eventuais desencorajamentos, diminuindo o medo de não conseguir resolver.

Um problema aberto tem por objetivo permitir que o aluno desenvolva um processo de resolução de problemas que nós chamaremos "processo científico", o aluno desenvolverá a capacidade de tentar, supor, testar e provar o que for proposto como solução para o problema, implicando uma oposição aos problemas fechados.

Ponte (2005) afirma que um problema comporta sempre um grau de dificuldade apreciável. No entanto, se o problema for demasiado difícil, ele pode levar o estudante a desistir rapidamente, ou nem tentar resolver. Se o problema for demasiado acessível, não será então um problema, conforme Charnay (1996) afirma anteriormente, mas sim um exercício.

Os exercícios, segundo o autor, servem para o estudante pôr em prática os conhecimentos já adquiridos. Servem essencialmente para a consolidação de conhecimentos. No entanto, para a maioria dos estudantes, fazer exercícios em série não é uma atividade muito interessante. Reduzir o ensino da Matemática à resolução de exercícios traz grandes riscos de empobrecimento nos desafios propostos e de desmotivação dos estudantes.

Meira e Medeiros (2019) afirmam que, no final do século XX, mais especificamente a partir dos anos de 1990, é que a metodologia de Resolução de Problemas começou a ganhar força nas aulas de Matemática, visto que o tecnicismo existente já não dava mais conta das demandas exigidas, onde os alunos precisam saber interpretar, desenvolver, criar e argumentar, e não ser um mero repetidor de

técnicas. Na metodologia de resolução de problemas os alunos não se envolvem apenas em um processo de regras e procedimentos, mas são inseridos em um meio que provoca reflexão, desenvolvimento autônomo e interação, sendo, portanto, uma forma de apresentarem características do seu pensar matemático.

Segundo as autoras:

Na metodologia de resolução de problemas os alunos não se envolvem apenas em um processo de regras e procedimentos, mas são inseridos em um meio que provoca reflexão, desenvolvimento autônomo e interação, sendo, portanto, uma forma de apresentarem características do seu pensar matemático. A resolução de problemas remete justamente a este fato, uma vez que o aluno se vê diante de uma situação até então desconhecida, mas que exige uma base de conhecimentos prévios que serão somados às novas estruturas intelectuais desenvolvidas. Nesse sentido, a base de conhecimentos prévios dará embasamento às novas estruturas cognitivas (p.292).

A resolução de problemas, portanto é uma importante tarefa a ser devolvidas nas aulas de matemática.



#### 4 GEOPLANO E REDES DE PONTOS

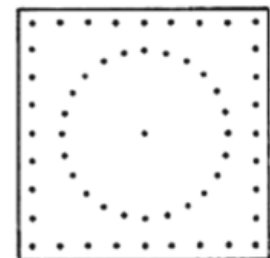
Segundo Barbosa (2013) a etimologia da palavra Geoplano vem do inglês “geoboards” ou do francês “geoplans” e é composta pela junção de “geo” e “plano”. “Geo” originade geometria e “plana” tábua ou tabuleiro, ou, ainda, superfície plana. O Geoplano foi originalmente desenvolvido por Caleb Gattegno, no INSTITUTE OF Educacion London University e em seu artigo L`enseignant dews Mathematiques, publicado em 1961, após descrever sobre diferentes tipos de Geoplano que pode ser construídos.

”O Geoplano quadrangular consiste numa prancha quadrada com pinos dispostos em linhas e colunas eqüidistantes. O mais comum apresenta 25 pinos.

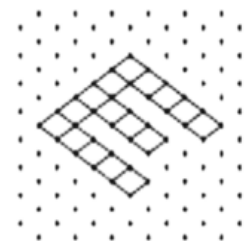


Os elásticos coloridos servem principalmente para reproduzir segmentos que têm dois pinos por extremidades.

O Geoplano circular, assim como o de malha quadrangular, pode ser amplamente utilizado no trabalho em sala de aula. Consiste numa prancha-base com pinos fixos, dispostos em círculo (ou círculos), a uma mesma distância uns dos outros, e um pino central.



O Geoplano isométrico difere dos demais na disposição dos pinos fixos. Neste os pinos não estão dispostos em linhas e colunas, mas de forma alternada, como se pode observar.



Concordamos com Passos (2006) citada por Tiggemann et al (2013) que compreende que a manipulação do material didático por si só não garante a efetiva aprendizagem. A autora destaca que professores de ensino fundamental têm grande expectativa em amenizar as dificuldades encontradas no ensino da Matemática por meio do suporte da materialidade. Todavia, nem sempre essa expectativa é atingida, pois não basta que os alunos estejam envolvidos e entretidos com o material didático: eles também precisam refletir sobre o processo no quais estão envolvidos.

O Geoplano é um desses materiais, para promover a manipulação e a exploração individual numa aula de Matemática. Nesse sentido, optamos também pelo uso de redes impressas em papel, transpondo algumas atividades inicialmente pensadas para o Geoplano. As possíveis perdas em virtude dessa transposição são compensadas pela praticidade de uso, além de ser um material de baixo custo e de fácil aquisição.

Essas atividades são indicadas para as séries iniciais do Ensino Fundamental e serão executadas em Geoplano quadrivértices ou redes quadrangulares de pontos impressas em papel. Ela apresenta em uma sequência com grau crescente de dificuldade. Inicialmente, vamos começar com a reprodução de figuras

*Atividade 1* – O professor apresenta uma figura determinada por segmentos de reta cuja extremidade são pontos de uma rede quadrangular. Ao lado, dispõe uma rede de pontos onde o aluno deverá reproduzir a figura.



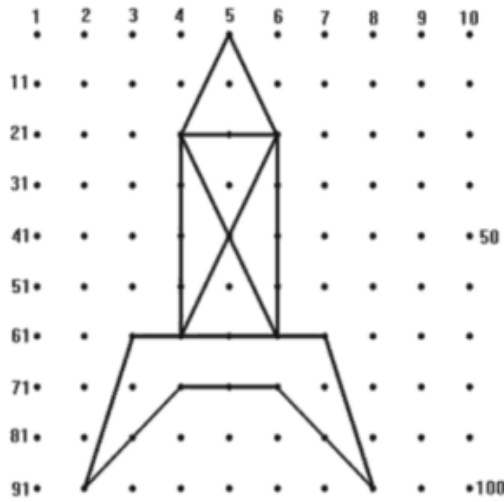
Há também as redes numeradas de pontos quadrivértices. Nesses casos, a utilização do Geoplano não é indicada, pois se pretende explorar também, o conceito de sequência numérica.

*Atividade 2* – O professor apresenta uma rede de pontos com a primeira linha, a primeira coluna e alguns pontos numerados. Os alunos deverão observar a rede com atenção e numerar outros pontos que forem solicitados: 56, 32, 17, 85 e 62 .

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11*	*	13*	*	*	*	*	*	*	*20
21*	*	*	*	*	26*	*	*	*	*
31*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
41*	*	*	*	45*	*	*	*	*	*50
51*	52*	*	*	*	*	*	*	*	*
61*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
71*	*	*	*	*	*	*	*	*78*	*
81*	*	*	*	*	*	87*	*	*	*
91*	*	*	94*	*	*	*	*	*	*100

Agora, quando há presença de números e figura, o professor apresenta a figura determinada na rede com a primeira linha e primeira coluna numeradas. Solicita que os alunos, começando pelo ponto correspondente do número 64 e

imaginando que o lápis não seja retirado da folha de papel, escrevam a sequência numérica completa que dá origem à figura do foguete.



64,.....

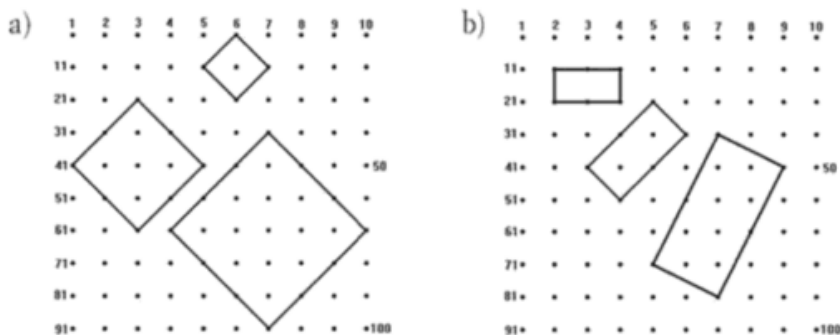
Resposta: 64, 24, 5, 26, 64, 66, 24, 26, 66, 67, 98, 76, 74, 92, 63, 64

### 4.1 Reprodução de Figuras Geométricas

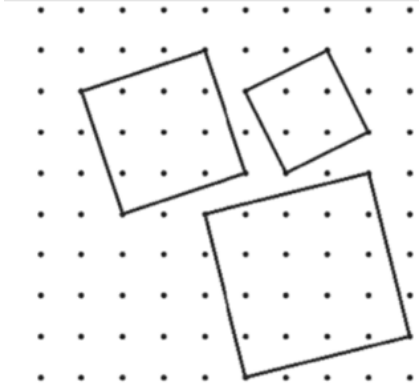
Acreditamos que seja uma boa ideia utilizar-se de rede pontos ou do Geoplano para introduzir conceitos básicos de Geometria nas classes das séries iniciais.

#### 4.1.1 Explorando os quadriláteros

Atividade 3 – O professor apresenta duas redes de pontos numéricos com quadriláteros. Os alunos deverão reproduzi-los em outra rede, também numerada, e determinar uma sequência numérica que dê origem a cada uma das figuras.

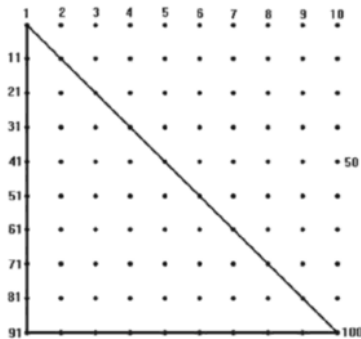


*Atividade 4* – O professor apresenta uma rede de pontos com quadriláteros cujos lados possuem apenas dois pontos da rede. Os alunos deverão afirmar, mediante justificativa, se são ou não quadrados.



#### 4.1.2 Explorando os triângulos

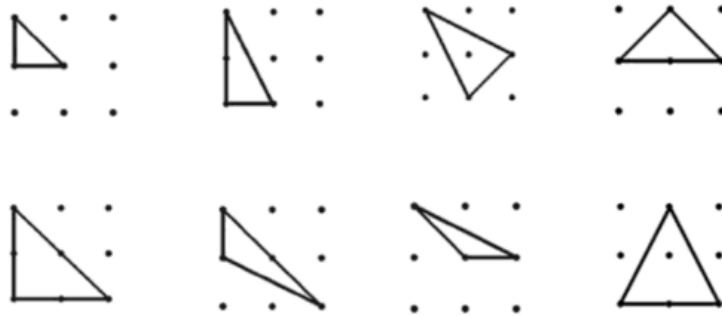
*Atividade 5* – O professor apresenta aos alunos uma rede numerada com um triângulo cujos lados são determinados por pontos da rede e solicita que indiquem a quantidade de pontos da rede pertencentes a cada lado.



*Atividade 6* – O professor apresenta aos alunos redes de pontos 3 x 3 e solicita que determinem todos os tipos de triângulos que se pode construir nessas redes.



*Resposta:* Esses são os oito tipos possíveis de triângulos numa rede de 3 x 3.

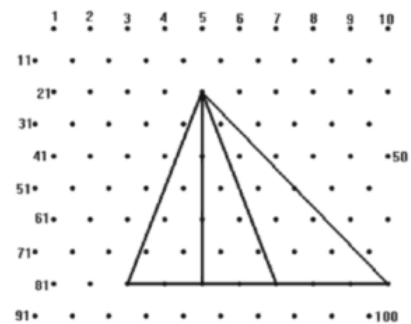


#### 4.1.3 Polígonos em rede isométricas

As atividades com figuras geométricas podem também ser apresentadas em redes isométricas. Por exemplo:

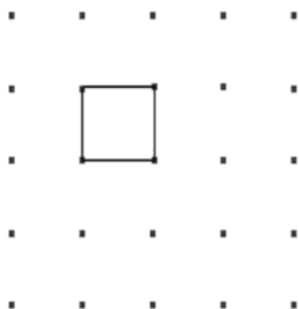
*Atividade 7* – O professor apresenta uma rede isométrica de pontos e solicita que os alunos escrevam a sequência numérica que determina:

- Um triângulo retângulo;
- Um triângulo isósceles;
- Um triângulo obtusângulo.



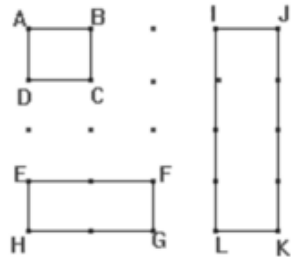
#### 4.2 Cálculo de Áreas

Área é a medida de uma superfície. Mas o que é medir? Medir é comparar, ou seja, para medir uma superfície, basta compará-la a outra superfície. A unidade adotada será a superfície delimitada por um quadradinho formado por pontos consecutivos dois a dois, da rede de pontos. Observe:



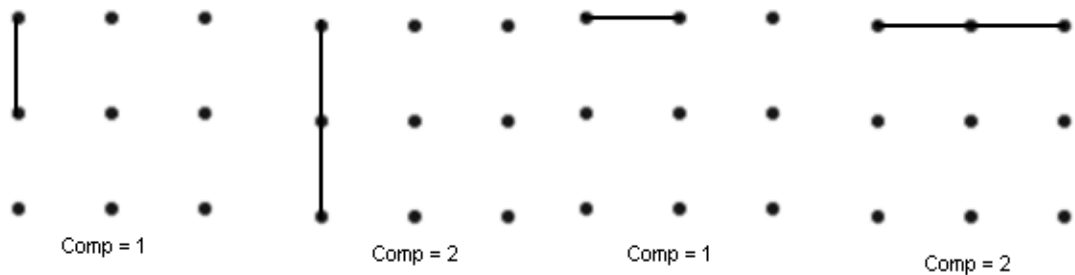
A área da superfície limitada pelo quadrado destacado na figura será indicada por ■ ou  $A_q$  (área do quadrado).

*Atividade 8* – Determinar as áreas dos retângulos ABCD, EFGH e IJKL :

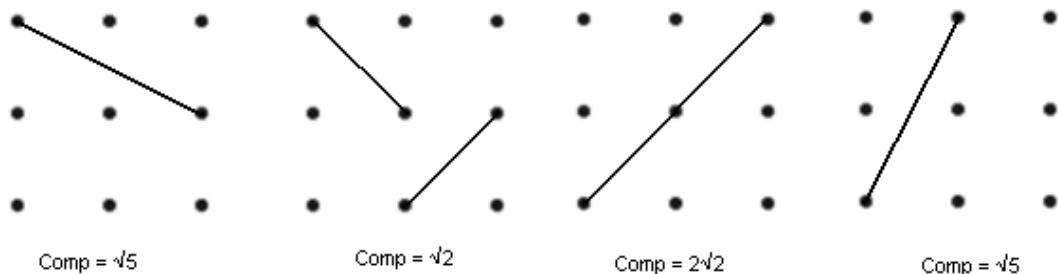


### 4.3 Comprimento e Perímetros

Os segmentos em redes quadrivértices, quando são horizontais ou verticais, possuem comprimentos fáceis de serem determinados, como se observa nas ilustrações seguintes em redes 3 x 3.



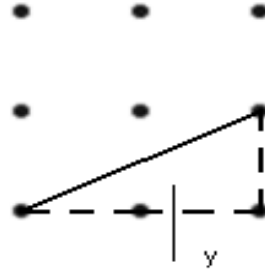
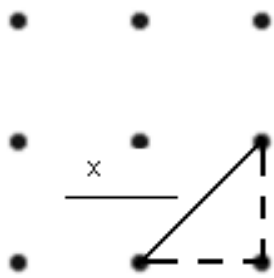
Entretanto, determinar comprimentos de segmentos inclinados já não é tão simples, pois eles são dados por números irracionais.



Precisamos desses comprimentos, por exemplo, no estudo de perímetros e faremos o mesmo na descoberta de comprimentos em redes triangulares isométricas.

## 5 Redes Quadrivértices

O procedimento só é aplicável na descoberta dos comprimentos dos segmentos inclinados para alunos que já apreenderam o Teorema de Pitágoras. Porém, assim mesmo faremos duas ilustrações.

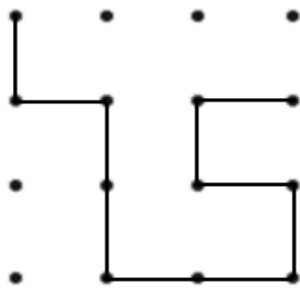


Aplicando o Teorema de Pitágoras, obtemos

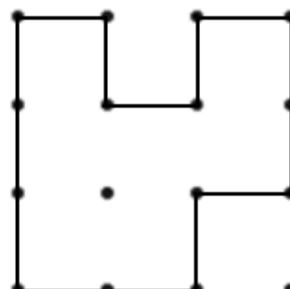
$$x^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \rightarrow x = \sqrt{2} \quad \text{e} \quad y^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \rightarrow y = \sqrt{5}$$

### 5.1 Perímetros

Toda poligonal aberta ou fechada simples, dada por lados não inclinados em relação à rede de pontos quadrivértices, tem o perímetro em número inteiro, como se observa abaixo.

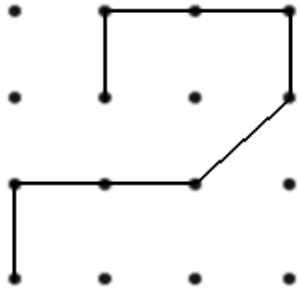


P = 10

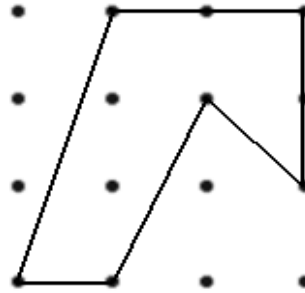


P = 14

Todas as poligonais com algum lado inclinado em relação à rede de pontos têm perímetro irracional, como a figura abaixo.



$$P = 7 + \sqrt{2}$$



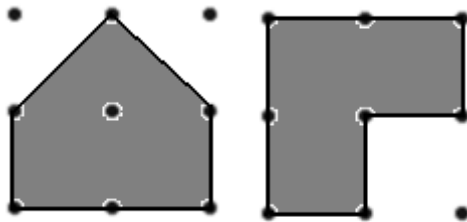
$$P = 5 + \sqrt{2} + \sqrt{5} + \sqrt{10}$$

Igualdades de perímetros para áreas iguais?

É comum os alunos confundirem os dois conceitos ou então julgar que se duas figuras possuem áreas iguais, necessariamente os perímetros são iguais.

Atividade tipo I

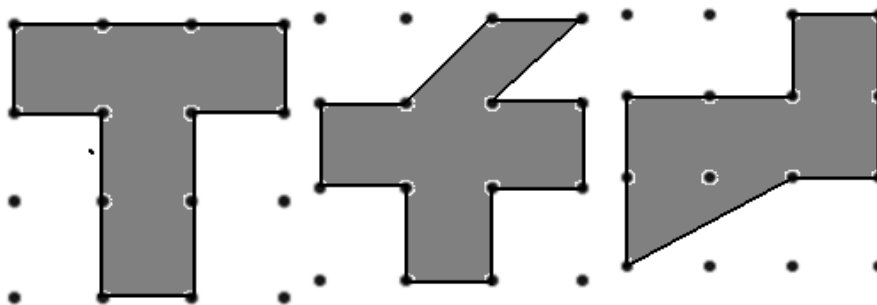
1- Fornecer exemplos em rede 3x3 de poligonais fechados simples com a mesma área 3 e perímetros diferentes.



$$A = 3 \quad P = 4 + 2\sqrt{2}$$

$$A = 3 \quad P = 8$$

2- Convidar os alunos à descoberta de exemplos em rede 4 x4 com área 5 e perímetros diferentes.



$$P = 12$$

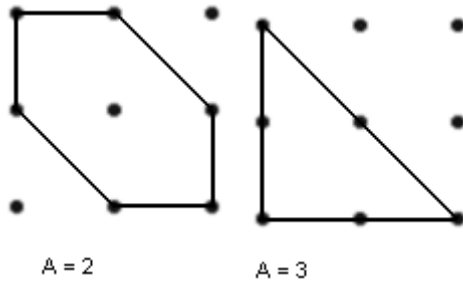
$$P = 10 + 2\sqrt{2}$$

$$P = 9 + \sqrt{5}$$



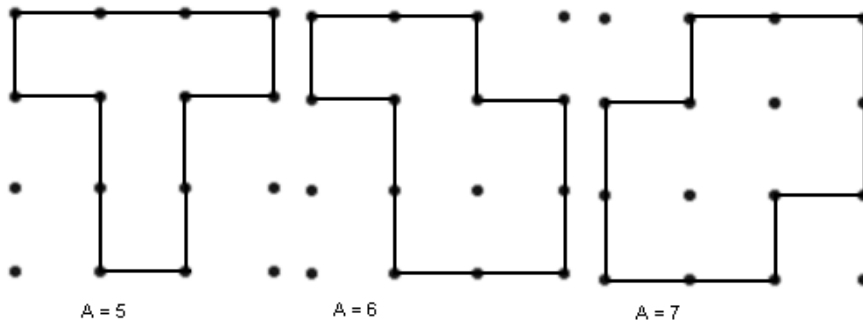
## Atividade tipo II

1- Fornecer exemplos em rede 3x3 de poligonais fechadas simples com o mesmo perímetro ( $4+2\sqrt{2}$ ) e áreas diferentes.

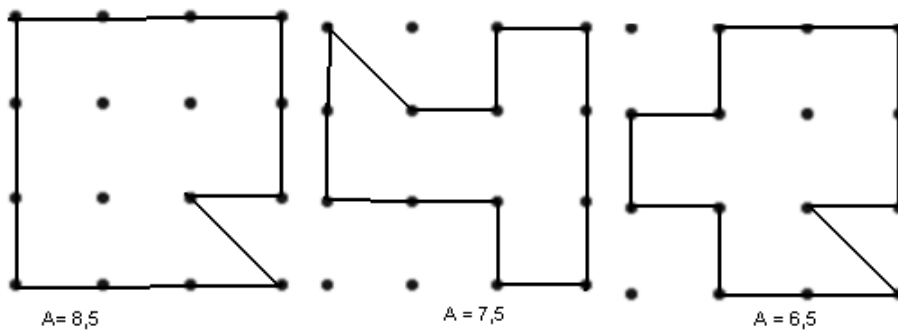


2- Incentivar os alunos a descobrirem exemplos em 4 x 4 com:

a) Perímetros iguais a 12 áreas diferentes;



b) Perímetros iguais a  $12 + \sqrt{2}$  e áreas diferentes;

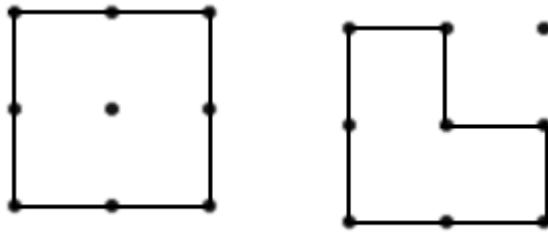


## PERÍMETROS MÁXIMOS EM REDES N X N

Em números inteiros

Considerando o que estudamos sobre comprimentos de segmentos, resulta que todo polígono com perímetro em número inteiro não pode ter lados inclinados.

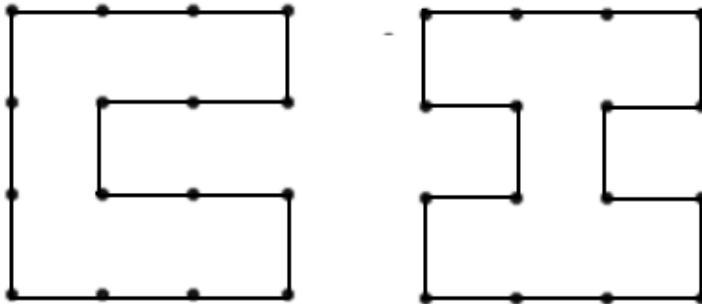
a) Rede 3 x 3



Perímetro Max-int = 8

Observe-se que não é possível empregar todos os pontos da rede, de onde  $\text{Max-int} = 3^2 - 1$ .

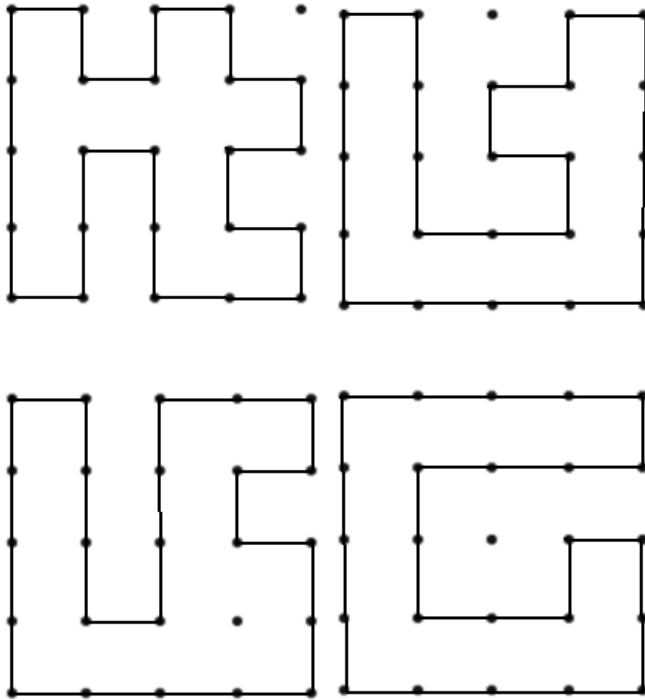
b) Rede 4 x 4



Max-int = 16

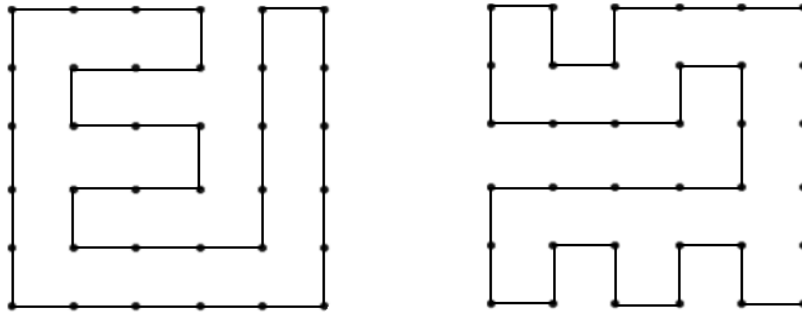
Todos os pontos da rede foram utilizados, de onde  $\text{Max-int} = 4^2$ .

c) Rede 5 x 5



Novamente, sobra um ponto da rede, e não é possível usar todos; logo:  $\text{Max-int} = 5^2 - 1 = 24$

d) rede 6 x 6

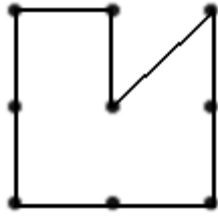


$$\text{Max-int} = 36 = 6^2$$

Em números irracionais.

As poligonais fechadas simples com perímetro irracional devem ter algum segmento inclinado em relação à rede de pontos, pois seu comprimento é irracional (soma de número inteiro com irracional é irracional, e soma número de irracionais é irracional).

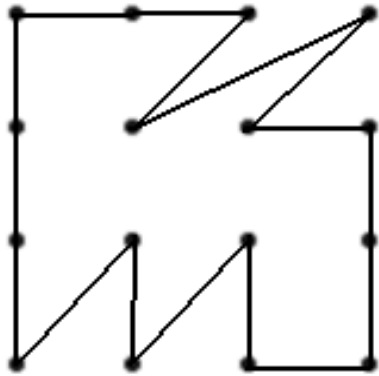
a) rede 3 x 3



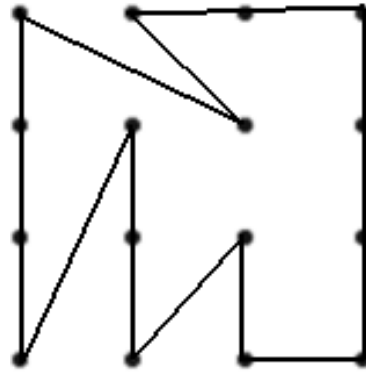
Perímetro Max-irra =  $8 + \sqrt{2} \approx 9,4$

Todos os pontos da rede foram empregados.

b) rede 4 x 4

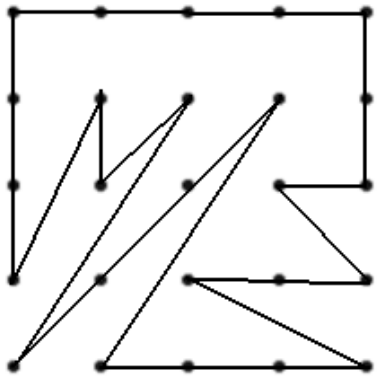


$P = 11 + 4\sqrt{2} + \sqrt{5} \approx 18,9$

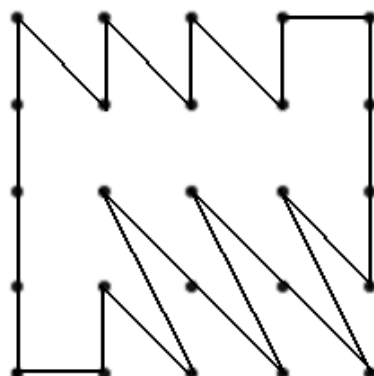


$P = 12 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{5} \approx 19,3$

c) rede 5 x 5

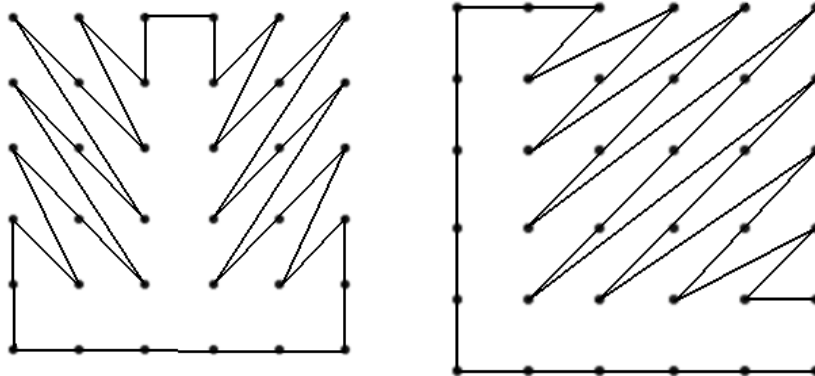


$P = 16 + 5\sqrt{2} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{13} \approx 34,8$



$P = 13 + 9\sqrt{2} + 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \approx 35,4$

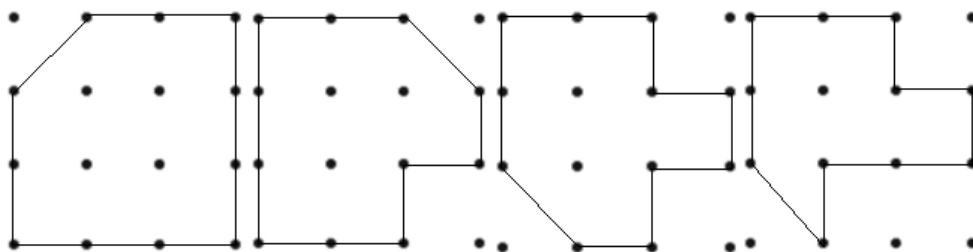
d) rede 6 x 6



Ilustração

Seja a construção numa rede de  $4 \times 4$  de polígonos simples fechadas com perímetro  $10 + \sqrt{2}$ .

Entendemos o perímetro composto de  $10 + 1 = 11$  segmentos : 10 segmentos (horizontais e verticais) e um inclinado; portanto devemos usar 11 pontos da rede. Contudo, numa rede de  $4 \times 4$  temos 16 pontos, então sobram  $16 - 1 = 5$  pontos sem utilizar. Assim, todo polígono que não usar 5 pontos terá o perímetro solicitado.

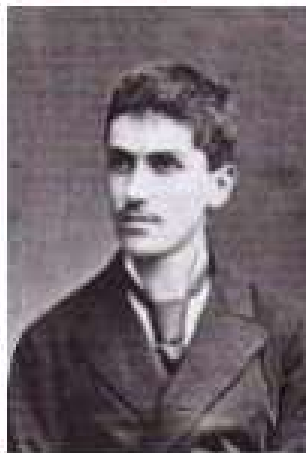


O austríaco Georg Alexander Pick nasceu em 10 de agosto de 1859, em Viena. Estudou em casa até os 11 anos e seu pai era seu professor. Sua primeira escola foi Leopoldstaedter Communal Gynsasmus, onde ele permaneceu até 1875, quando foi para a Universidade de Viena, na qual estudou Matemática e Física, formando-se em 1879. Após a conclusão de seu doutorado, que lhe rendeu um prêmio pela sua dissertação “Uber eine Klasse abelscher Intégrale”, começou a sua

vida laboral na Universidade Karl-Ferdinand, em Praga, primeiro como assistente de Ernest Mach, depois como professor.

## FÓRMULA DE PICK: EXTENSÕES E APLICAÇÕES

### Um pouco de história



Pick manteve sua carreira acadêmica em Praga, exceto nos anos letivos de 1884-85, em que lecionou na Universidade de Leipzig. No campo da Matemática, o trabalho de Pick abordou tópicos como Álgebra Linear, Análise Funcional, Cálculo de Integrais e Geometria. Porém, o seu teorema mais lembrado é o Teorema de Pick que foi publicado em Praga em 1899.

Pick faleceu em 26 de julho de 1942, aos 82 anos, em Theresienstadt, Bohemia, um campo de concentração Nazista. Através dessa fórmula será mais fácil e notável o procedimento para a contagem de área utilizando a fórmula de Pick, pois recebe esse nome em homenagem ao seu criador.

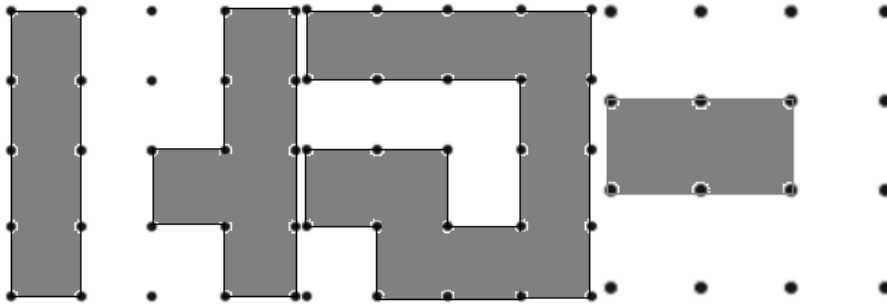
### DEDUZINDO A FÓRMULA DE PICK

Indiquemos com **F** o número de pontos da rede pertencentes à fronteira (contorno e borda) do polígono com os vértices em pontos da rede; e com **I** o

número de pontos da rede interiores ao polígono. Seja **A** a área do polígono, considerando cada quadradinho como unidade de área.

**Com  $I = 0$**

O professor calcula junto com os alunos  $F$  e  $A$  de cada polígono seguinte.



$$F=10$$

$$F=12$$

$$F=24$$

$$F=6$$

$$A=4$$

$$A=5$$

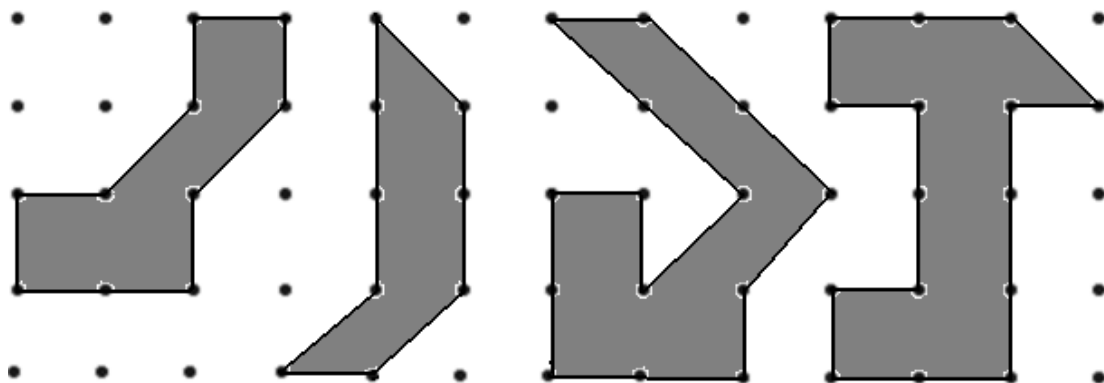
$$A=11$$

$$A=2$$

Então o professor indaga aos alunos: Existe algum cálculo simples com  $F$  que forneça  $A$ ?

Resposta esperada: “Sim, dividindo-se  $F$  por 2 e subtraindo uma unidade”

Nova pergunta: Será que o padrão de cálculo vale para polígonos que possuem lados inclinados?



$$F=10$$

$$F=9$$

$$F=14$$

$$F=15$$

$$A=4$$

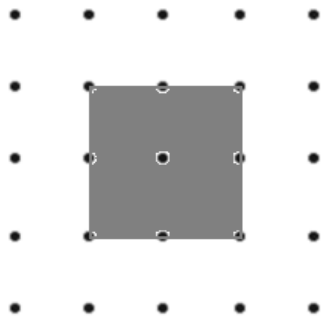
$$A=3,5$$

$$A=6$$

$$A=6,5$$

Com  $I = 1$

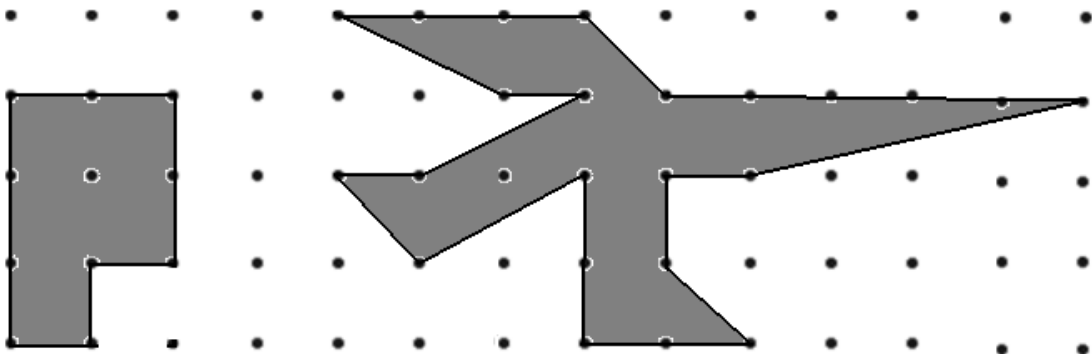
Será que descobrimos uma fórmula para calcular a área de todos os polígonos com vértices em pontos da rede? Vamos verificar na figura quadrada que possui um só ponto interior. Pelo padrão devemos ter  $A = 8 : 2 - 1 = 4 - 1 = 3$  Mas o correto é  $A = 4$ .



$$F = 8 \text{ e } A = 4$$

Que pena que não deu certo, é melhor fazemos outros exemplos

com  $I = 1$  para investigar.



$$F = 10 \text{ e } A = 5$$

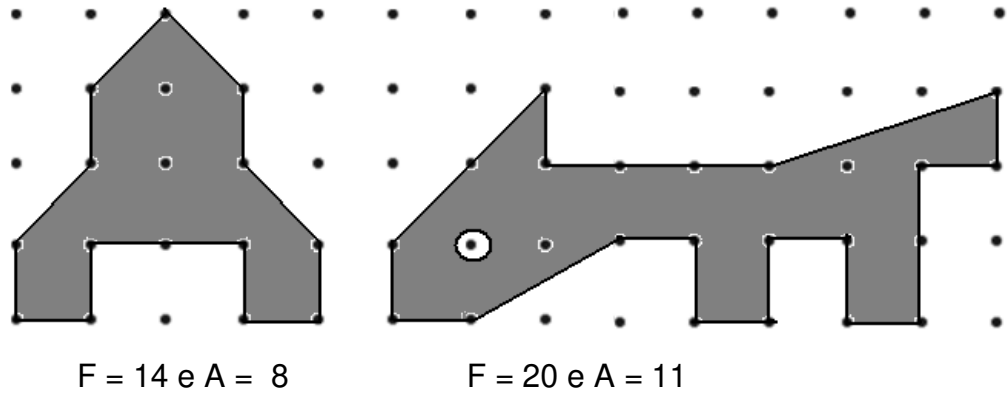
$$F = 23 \text{ e } A = 11,5$$

Logo os alunos descobrirão que nesses dois exemplos é suficiente dividir  $F$  por 2 ; essa regrinha é também aplicável ao polígono quadrado.



### Com $I = 2$

Analogamente, com polígono com dois interiores, como os das figuras seguintes, o professor conduzirá os alunos a descobrirem que a área pode ser encontrada dividindo-se  $F$  por 2 e depois adicionando 1.



### COM $I$ QUALQUER.

Pelos resultados anteriores, temos:

Para  $I = 0$

$$A = F : 2 - 1$$

$I = 1$

$$A = F : 2$$

$I = 2$

$$A = F : 2 + 1$$

$I = 3$

$$A = F : 2 + 2$$

$I = 4$

$$A = F : 2 + 3$$

Portanto e, geral para qualquer  $I$  temos,  $A = F : 2 + (I - 1)$ , que nada mais é que a famosa fórmula de Pick:

$$A = \frac{F}{2} + I - 1$$

## 6 METODOLOGIA

Nesta pesquisa apresentamos uma abordagem qualitativa, através de estudo de caso, escolhemos esse modelo de pesquisa para coleta de informações mais detalhadas, tendo em vista que poderíamos focar em determinado aspecto e descrevê-lo com mais detalhe.

De acordo com Ponte (2006), um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidades social. O seu objetivo é compreender em profundidade ou “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse.

Utilizamos dois questionários abertos, um inicial e outro final. O questionário, segundo Mazucato (2018, p.75). Os questionários podem conter questões abertas e fechadas. Em relação as primeiras não temos o estabelecimento de categorias preestabelecidas. Sendo assim, o entrevistado pode responder de forma dinâmica e espontânea considerando um léxico de entendimento propriamente seu. Essas questões viabilizam uma resposta livre do informante, que abre mão assim, de uma linguagem própria na emissão de suas representações, visões e opiniões. As questões abertas são de difícil tabulação e mensuração, exigindo assim, um trabalho maior e, conseqüentemente, mais demorado no processo de análise de suas respostas.

Para a realização desse trabalho escolhemos a Escola Cidadã Integral João Da Silva Monteiro, localizada na Rua: José Pereira de Aguiar s/n CEP: 58.492.000, Centro Gado Bravo - Paraíba. É a única do município que oferta o Ensino Médio.

Foi escolhida a turma do 1º Ano A, do Ensino Médio, que é formada por 22 alunos, com faixa etária entre 15 a 17 anos. Com isso seguimos a metodologia com a seguinte sequência: Questionário inicial, desenvolvimentos das atividades I, II, III e IV e finalizando com Questionário Final.

O nosso primeiro encontro, foi realizado no dia 26 de Julho de 2022, com a turma. Foi realizada a aplicação de um Questionário Inicial, de acordo com o (apêndice A). Tendo como o objetivo principal de identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre os conteúdos em que eles apresentam facilidades e dificuldades na Geometria Plana. Os Questionários foram respondidos de maneira individual e teve a participação de 22 estudantes.

No segundo encontro, foi realizado no dia 17 de Outubro de 2022, foi anunciado as equipes que iam fazer parte de cada grupo, foi explicando e planejados como seria os nossos próximos encontros, foram apresentados redes de pontos e os materiais manipuláveis, o Geoplano, apresentados suas principais características e cada tipos, que são: Geoplano quadrivértices, Geoplano Isométricos e o Geoplano circular. Mostrando os objetivos e conteúdos que se pode trabalhar com o Geoplano e também as redes de pontos, após isso, foi feita a aplicação da atividade I com duas aulas no período da manhã.

No terceiro encontro, foi realizado no dia 17 de Outubro de 2022, no turno da tarde iniciamos, a nossa segunda atividade com objetivos de trabalhar: reprodução de figura geométrica na rede de pontos, identificar sequência numéricas em figuras geométricas e descobrir a formação da figura através da sequência numérica na rede de pontos.

No quarto encontro, foi realizado no dia 20 de Outubro de 2022, realizamos a nossa terceira atividade, com objetivo de trabalhar cálculo de áreas das figuras geométricas tais como: retângulos, paralelogramos e triângulos, encontrar o comprimento de um segmento em uma rede de pontos e a construção de polígonos em rede de pontos. ‘

No nosso quinto encontro, realizado no dia 24 de Outubro de 2022, realizamos a nossa quarta atividade, com o objetivo de trabalhar os cálculos de áreas figuras e também figuras geométricas, utilizando a Fórmula de Pick, e a representação das figuras no Geoplano.

No sexto encontro, realizado no dia 26 de Outubro de 2022, aplicamos o Questionário Final, com 5 questões, com objetivos de identificar quais foram os pontos positivos e negativos dos encontros realizados anteriormente, e de conhecer como foram as experiências com materiais manipuláveis.

## 7 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO

Com o nosso primeiro encontro, realizado no dia 26 de julho de 2022, com a turma do 1º Ano A. Foi realizada a aplicação de um Questionário Inicial, de acordo com o (apêndice A). Tendo como o objetivo principal de identificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre os conteúdos em que eles apresentam facilidades e dificuldades na Geometria Plana.

Os Questionários foram respondidos de maneira individual e teve a participação de 22 estudantes. Após a realização do Questionário foram selecionados 6 estudantes, que apresentaram as características de acordo com o critério de seleção (Apêndice B). Dessa forma, os 6 (seis) estudantes que nos chamaram a atenção foram **de acordo com a questão de número 3 ( três)**, no qual ela pergunta: Qual o conteúdo de Geometria Plana que você tem mais dificuldade ? Por quê? E qual conteúdo você tem menos dificuldade? Por quê?

As seguintes respostas dos estudantes foram:

**Sophia:** em calcular as áreas das figuras tenho muita dificuldade porque eu não entendo eu tenho menos dificuldade em perímetro. de acordo com (APÊNDICE C);

**Clara:** Acho que calcular algumas áreas de figuras planas pois as vezes me confundem. Menos dificuldade em conjuntos; ( APÊNDICE D)

**José:** Quadrilátero, pois acho mais complicado de entender, triângulo por que acho mais fácil os cantos e exc.; (APÊNDICE E)

**Maria:** Eu não tenho muita dificuldade, eu sei calcular a área, o perímetro, a distância. Eu tenho muita dificuldade em: saber dizer os nomes das figuras geométricas; (APÊNDICE F)

**Julia:** Circunferências porque é muito complicado, triângulos porque é mais fácil. (APÊNDICE G).

**Emanuely:** Até agora não tive dificuldade nenhuma em nenhum conteúdo. (APÊNDICE H).

Na questão de número 1 ( um) pergunta: Como são ministradas as aulas de Matemática sobre a Geometria Plana?

**Sophia** respondeu: São ministradas fazendo exercício.

**Clara:** São ministradas com muito aprendizado fazendo que entendemos;

**José:** O professor trabalha com triângulos, quadriláteros, circunferências;

**Maria:** Calculando a área do quadrado, perímetro.

**Julia:** A geometria plana ou Euclidiana e a vertente da Matemática que estudamos as figuras geométricas que como possuem volume como triângulos, retângulos, círculos entre outros.

**Emanuely:** O professor desenha as figuras no quadro e nos mostra como calcular área, perímetro, etc.

**Na questão de número 2 (dois)** foi perguntado se a escola disponibiliza de Laboratório de Matemática para aula prática? E todos responderam que não, pois a escola não tem Laboratório de Matemática.

**Na questão de número 4** (quatro) foi perguntado se: O professor trabalha com resolução de problemas matemáticos ou exercícios de fixação?

Os estudantes: **Emanuely, Maria, Sophia e José** responderam apenas que sim. **Julia** respondeu: Ele trabalha com os dois tipos, mas passa atividades para a gente fazer exemplos de assunto pra aprendemos e a estudante **Clara** respondeu: Trabalha sim faz com que nos resolva alguns problemas e também exercícios.

A **questão número 5 (cinco)**, perguntamos: Você já conheceu o Geoplano?

Se sim, fez o uso em aulas de Geometria?

Todos os estudantes responderam que não conheciam o Geoplano.

Com isso, de modo geral, através do Questionário Inicial tivemos como uma base de como estão os conhecimentos dos estudantes sobre a Geometria Plana e quais são suas principais dificuldades em relação a Geometria.,

Diante disso escolhemos 2 (dois) grupos e cada grupo é composto por 3 (três) estudantes: **No grupo 1 ( um)** é formado pelos seguintes estudantes: Clara, José e Emanuely. **O grupo 2 (dois)** é formado pelos seguintes estudantes: Julia, Maria e Sophia. Com isso, podemos avançar para a próxima etapa que é as resoluções de problemas matemáticos com o uso de material manipulável com o uso do Geoplano.

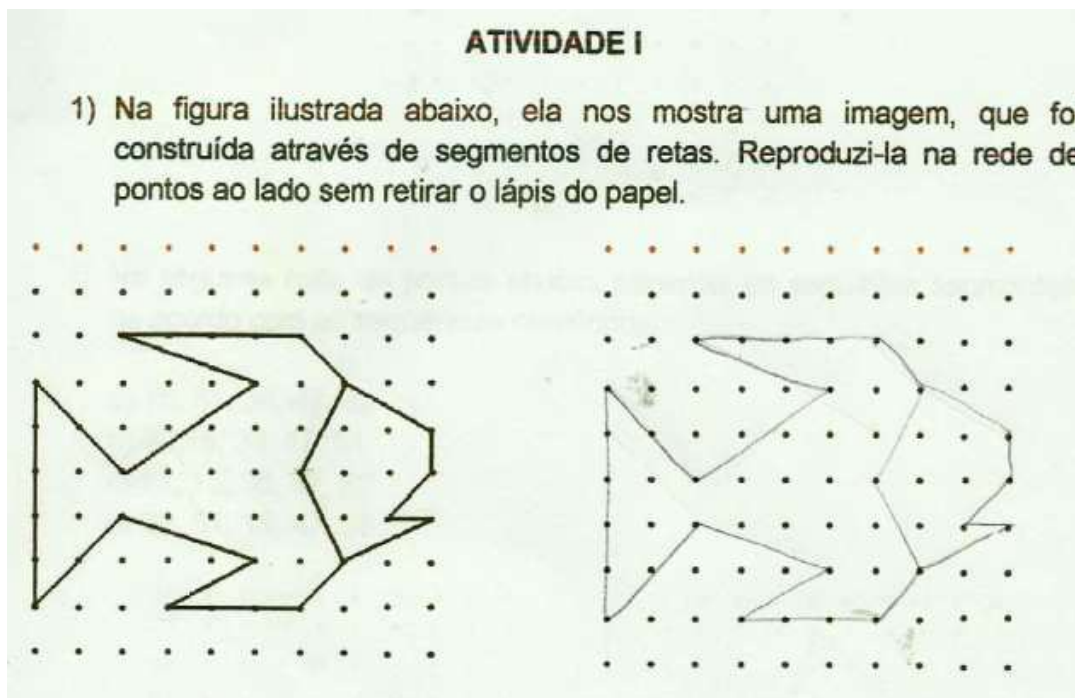
## 8 ESTUDO DE CASO

Para os estudos de caso foram formados dois grupos e cada grupo possuía três estudantes, formando assim, o **Grupo de José** e o **Grupo de Sophia**. Todos os participantes sempre demonstraram o interesse em aprender a Matemática, apesar de algumas dificuldades, os grupos e a turma apresentaram um bom desenvolvimento durante todas as atividades realizadas.

Os grupos sempre interagiam entre si, para o desenvolvimento das atividades, quando tinham maiores dificuldades, que entres eles não sanavam se comunicavam com o pesquisador e logo conseguiam compreender o objetivo daquela questão.

### Registro do grupo de Sophia

**Figura 1** - Reprodução de figura do grupo de Sophia



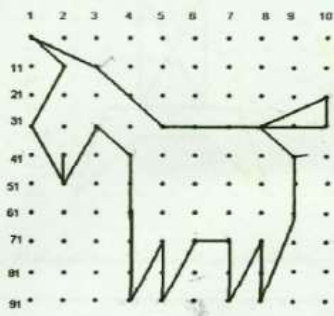
**Fonte:** Arquivo pessoal

Na primeira questão da atividade, com objetivo principal de trabalhar a reprodução de imagem em redes de pontos quadrivértices, o grupo de Sophia, não apresentou nenhuma dificuldade em desenvolver a reprodução da imagem

representada na rede de pontos, de acordo com a imagem sugerida ao lado, seguindo as contagens dos pontos e os seus segmentos na horizontal, vertical e diagonal dando assim a origem da figura na rede de ponto ao lado.

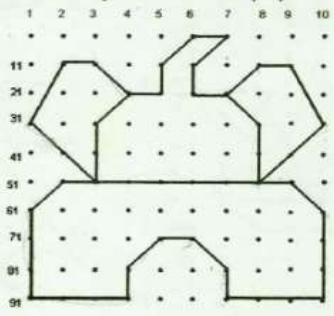
**Figura 2** - Atividade de seqüência numérica do grupo de Sophia

5) Na rede de pontos abaixo verificamos uma imagem. Começando pelo o ponto que corresponde ao numero 42 e imaginando que o lápis não seja retirado da folha de papel, descubra a seqüências numérica que dá origem á figura que representa o cavalo.



Resposta: A=42, B=52, C=33, D=44, E=94, F=75, G=95, H=76, I=97, J=78, L=98, M=69, N=49, O=88, P=30, Q=20, R=35, S=78, T=1, U=2, V=31, W=82

6) Na figura abaixo representada através de rede pontos a primeira linha e a primeira coluna enumerada. Escreva a seqüência numérica completa que dá origem á figura do elefante, começando pelo ponto 24 e imaginando que a lápis não seja retirado do papel.



Resposta: 24, 25, 78, 6, 7, 16, 26, 27, 77, 78, 310, 50, 39, 70, 700, 97, 27, 36, 37, 72, 94, 97, 61, 52, 53, 36, 72, 73, 24, 24, 57, 58, 38, 27

**Fonte:** Arquivo pessoal

Na quinta e sexta questões com objetivo de trabalhar com as seqüências numéricas em figuras na rede de pontos numeradas solicita para identificar e escrever a sua seqüência numérica que forma a figura.

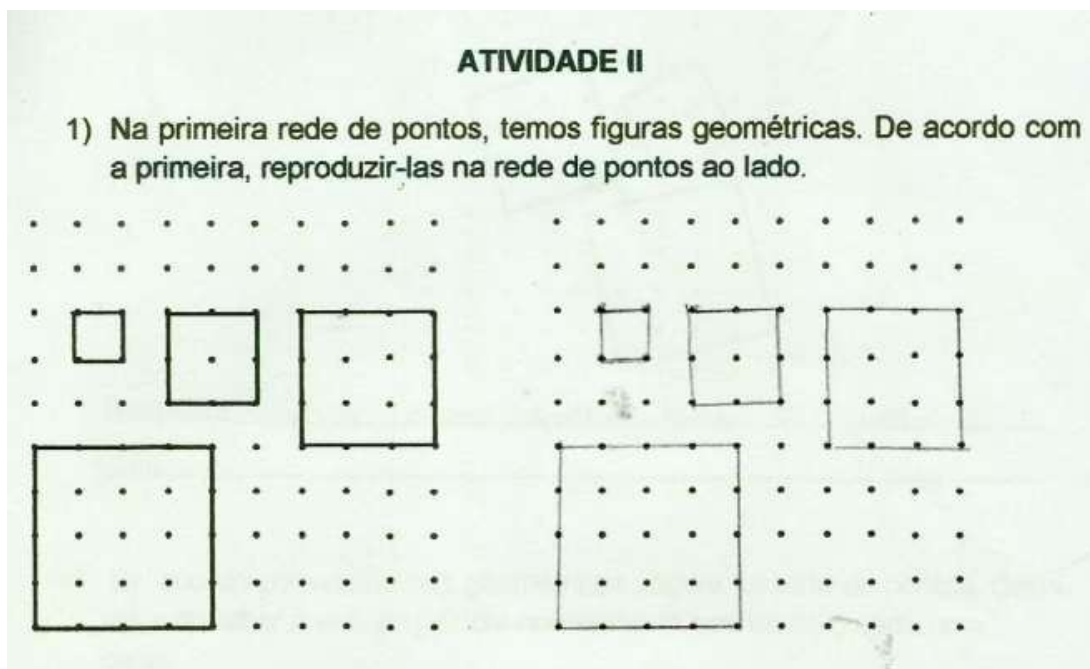
O grupo de Sophia escreveu a seqüência numérica que dar origem a figura do cavalo, começando pelo o ponto 42 como a questão sugere a questão o grupo escreveu: A 42, B 52, C 33, D 44, F 94, F75, G 95, H 76, I 97, K 78, L 98, M 96, N



49, O 38, P 20 Q 30, R 35, S 13, T 1, U 12, V 31, W 52. O grupo se confundiu na questão, relacionando as letras do alfabeto, pois isso não era solicitado, uma possível sequência numérica correta seria: 42, 52, 33, 44, 54, 64, 74, 84, 94, 75, 85, 95, 76, 77, 87, 97, 88, 98, 69, 59, 49, 38, 39, 40, 30, 38, 37, 36, 35, 24, 23, 13, 1, 12, 31, 52.

Na sexta questão solicita que encontre toda a sequência numérica que da origem a figura do elefante, começando pelo ponto 24. O grupo de Sophia escreveu a seguinte sequência numérica: 24, 25, 15, 6, 7, 16, 26, 27, 18, 19, 40, 58, 59, 70, 100, 97, 87, 76, 75, 84, 94, 91, 61, 52, 53, 31, 12, 24, 34, 51, 58, 38, 27. Com essa sequência o grupo de Sophia deixou de escrever alguns números em sua notação, uma possível sequência correta seria: 24, 13, 12, 31, 42, 52, 61, 71, 1, 91, 92, 93, 94, 84, 75, 76, 87, 97, 98, 99, 100, 90, 80, 70, 58, 57, 56, 55, 54, 53, 43, 33, 24, 25, 15, 6, 7, 6, 26, 18, 19, 40, 39, 58, 48, 38, 27.

**Figura 3** - Reprodução de figura geométrica do grupo de Sophia



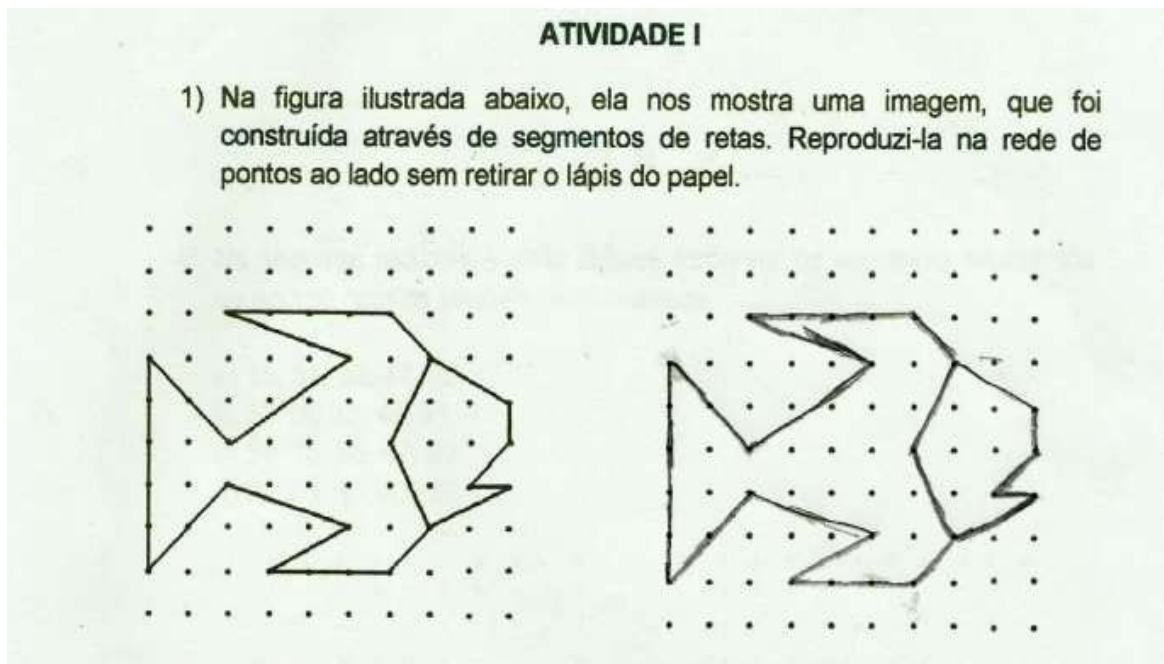
**Fonte:** Arquivo pessoal

Na primeira questão da segunda atividade, temos uma rede de pontos quadrivértices, nela contém a figura três quadrados, com diversas unidades de áreas de medidas, temos como o objetivo de trabalhar a reprodução de figura geométrica plana em rede de pontos, no grupo de Sophia não tiveram dificuldades no

desenvolvimento da questão, pois realizaram suas análises de acordo com as figuras na rede de pontos ao lado. Sendo assim estabelecendo a sua reprodução das figuras geométricas.

### Registro do grupo de José

**Figura 4** - Reprodução de figura do grupo de José

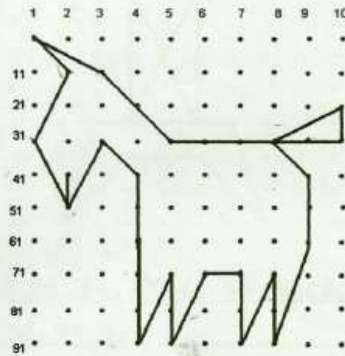


**Fonte:** Arquivo pessoal

No grupo de José, a primeira questão da primeira atividade, teve a sua resolução satisfatória, pois a sua compreensão foi entendida por todos participantes do grupos, seguindo os segmentos e os números de pontos, a sua única dificuldade foi em manter alguns segmentos em linha reta na rede de pontos .

**Figura 5** - Atividade de sequência numérica do grupo de José

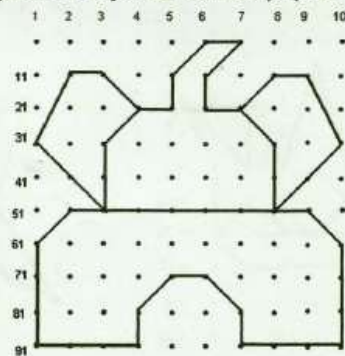
- 5) Na rede de pontos abaixo verificamos uma imagem. Começando pelo o ponto que corresponde ao numero 42 e imaginando que o lápis não seja retirado da folha de papel, descubra a seqüências numérica que dá origem á figura que representa o cavalo.



Resposta: 42, 52, 31, 12, 1, 13, 24, 35, 26, 34, 38, 39, 40, 30, 38, 49, 59, 69

98, 88, 78, 97, 87, 77, 76, 95, 85, 75, 94, 84, 74, 64, 54, 44, 33, 52

- 6) Na figura abaixo representada através de rede pontos a primeira linha e a primeira coluna enumerada. Escreva a seqüência numérica completa que da origem á figura do elefante, começando pelo ponto 24 e imaginando que a lápis não seja retirado do papel.



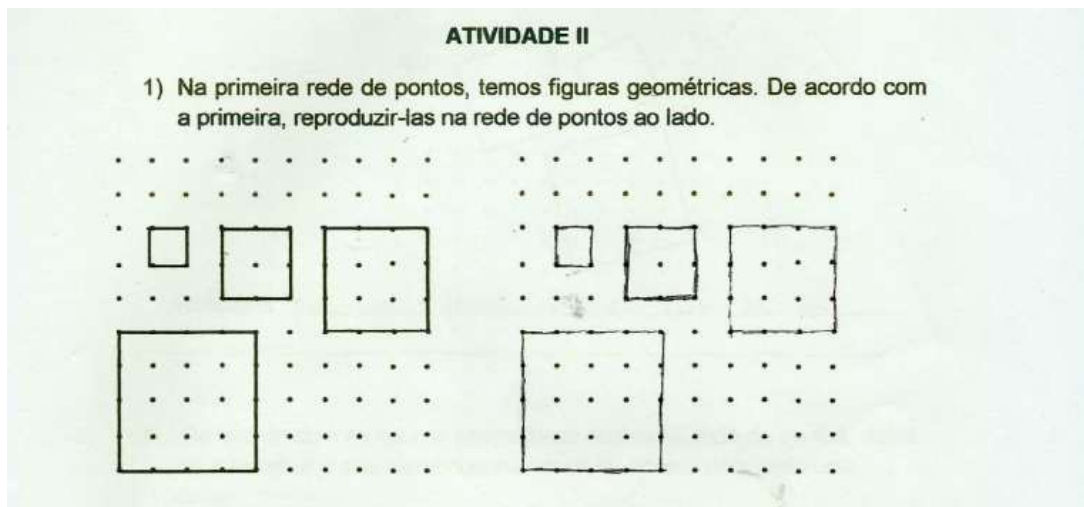
Resposta: 24, 13, 12, 31, 42, 53, 52, 61, 71, 81, 91, 92, 93, 94, 84, 75, 76,

81, 91, 98, 99, 100, 90, 80, 70, 59, 58, 49, 40, 19, 18, 27, 26, 16, 7, 6, 75, 25, 24, 33, 43, 53, 54, 55,  
56, 57, 58

Fonte: Arquivo pessoal

Na quinta e sexta questões da primeira atividade, foram dados figuras construída em uma rede de pontos numeradas, solicitava que encontre se cada seqüência numérica que dar origem a cada figura, No grupo de José, não tiveram dificuldades em responder as questões, pois eles compreenderam o que cada questões pedia, com isso o grupo não tiveram dificuldades de analisar e escrever todas as seqüências numéricas das figuras corretamente.

**Figura 6** - Reprodução de figura geométrica do grupo de José



**Fonte:** Arquivo pessoal

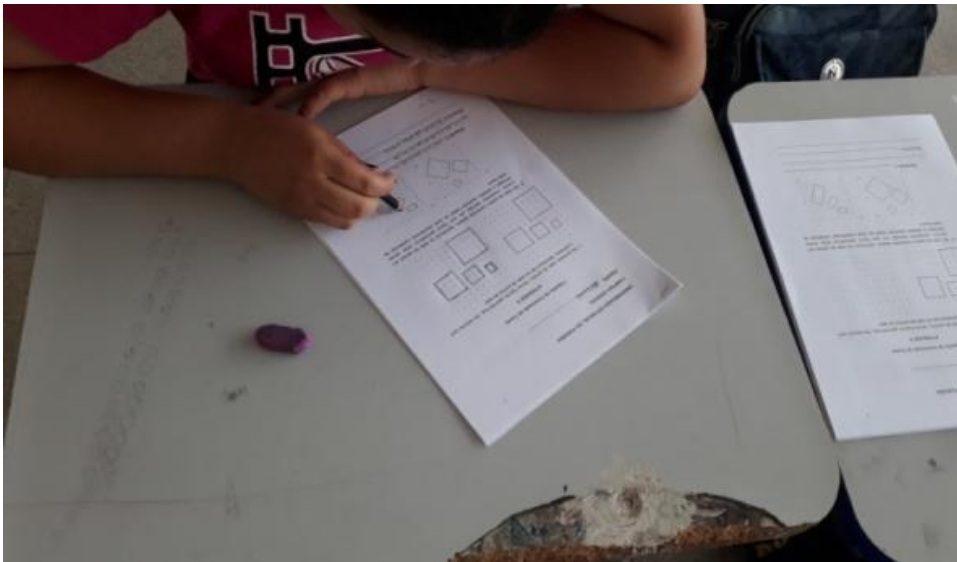
Na primeira questão da segunda atividade é dado várias figuras geométricas planas composta por quatro quadrados com unidades de áreas diferentes, na primeira rede de pontos. No enunciado pede para reproduzir as figuras geométricas na rede de pontos ao lado, seguindo assim a mesma quantidade de pontos e segmentos . No grupo de José a reprodução das figuras geométricas foi reproduzido de acordo com as figuras da primeira rede de pontos ao lado reproduzindo de acordo com as quantidades de pontos, segmentos e valores iguais de unidades de área.

### **Registro do grupo de José nas atividades**

**Figura 7** - Imagem do grupo de José nas primeira atividades



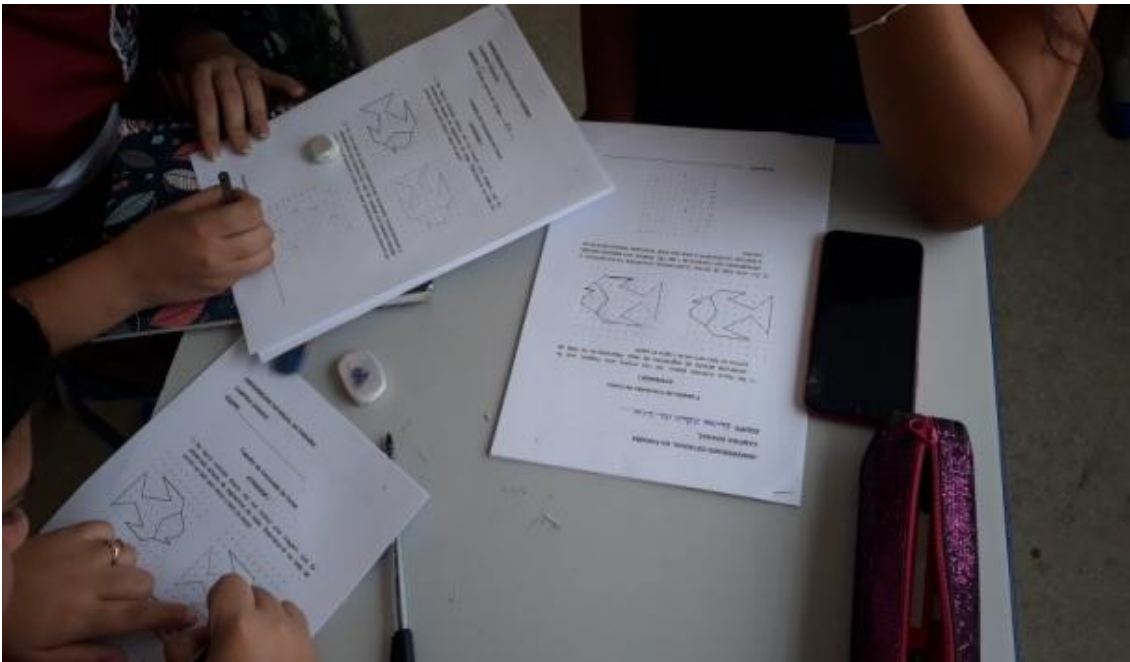
Fonte: Arquivo pessoal



Registro do grupo de Sophia nas atividades

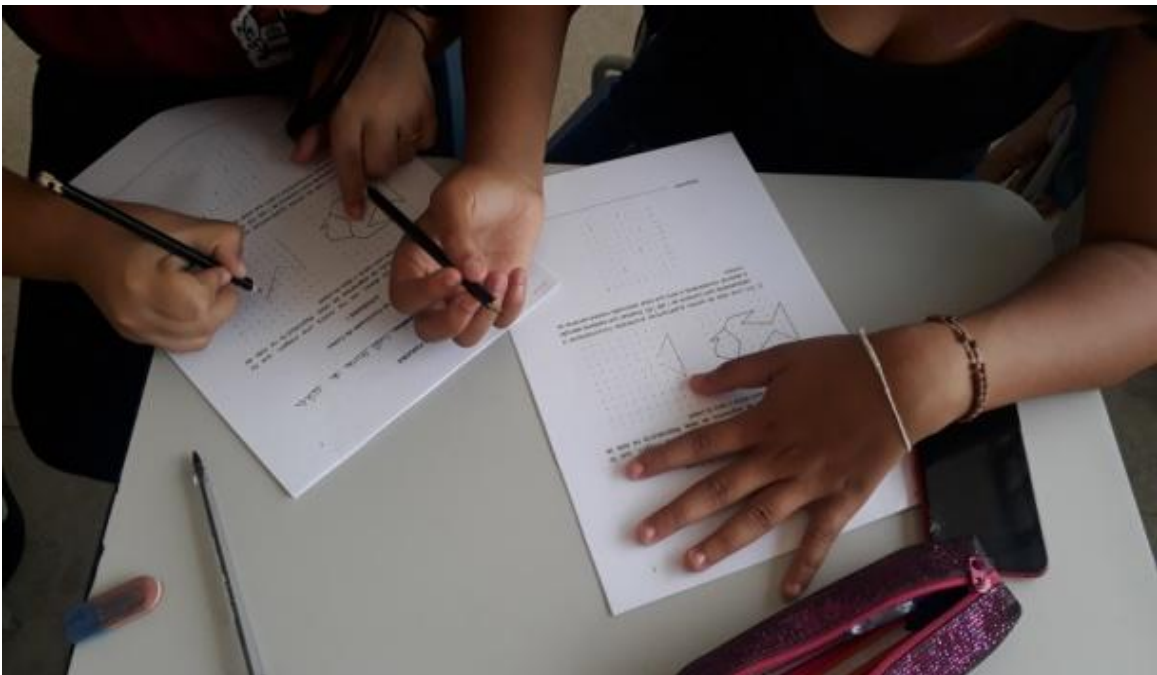


**Figura 8.a** Imagem do grupo de Sophia na atividade



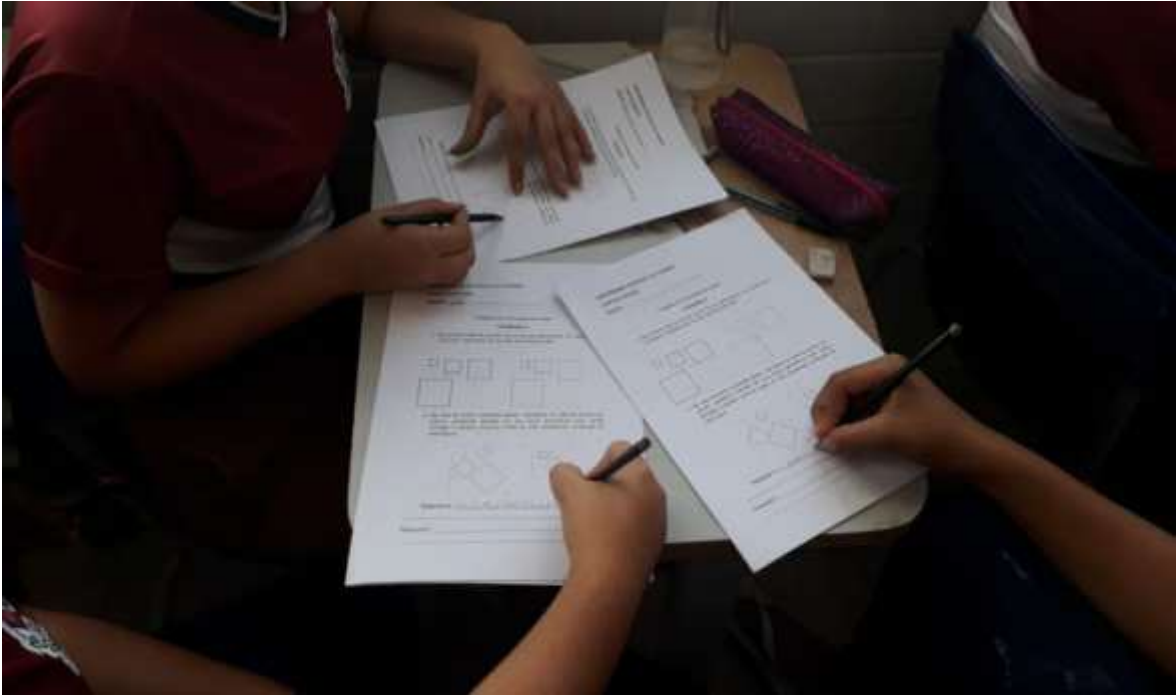
Fonte: Arquivo pessoal

**Figura 8.b**



Fonte: Arquivo pessoal

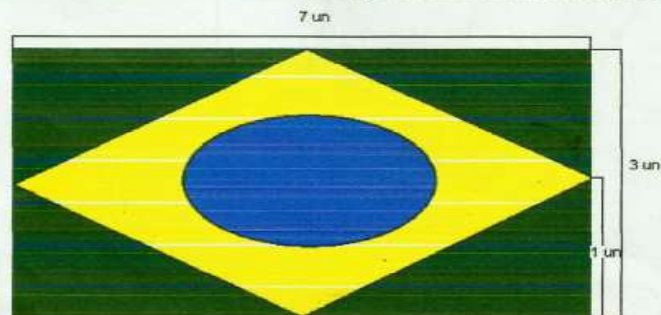
**Figura 8.c**



**Fonte:** Arquivo pessoal

**Figura 9 - Resolução de problema do grupo de Sophia**

4) A Bandeira do Brasil, ela é composta por várias figuras geométricas planas que são representadas por: um retângulo com uma cor verde, um losango amarelo um círculo azul, possui 27 estrelas que representam os estados brasileiros e uma faixa branca com a inscrição "Ordem e Progresso" com as letras em verde. De acordo com a seguinte Bandeira Brasileira abaixo.



a) Encontrar a área das figuras planas na Bandeira do Brasil, utilizando o Geoplano isométrico.

$$\begin{array}{l} \text{retângulo } F=15 \quad I=13 \\ A = \frac{F}{2} + I - 1 \quad A = 7,5 + 12 \\ A = \frac{15}{2} + 13 - 1 \quad A = 19,5 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{losango } F=8 \quad I=9 \\ A = \frac{F}{2} + I - 1 \quad A = 12 \\ A = \frac{8}{2} + 9 - 1 \\ A = 4 + 8 \end{array}$$

b) Qual área total, que a bandeira tem?

$$19,5 \text{ Área total}$$

c) A figura possui quantos centímetros de perímetro?

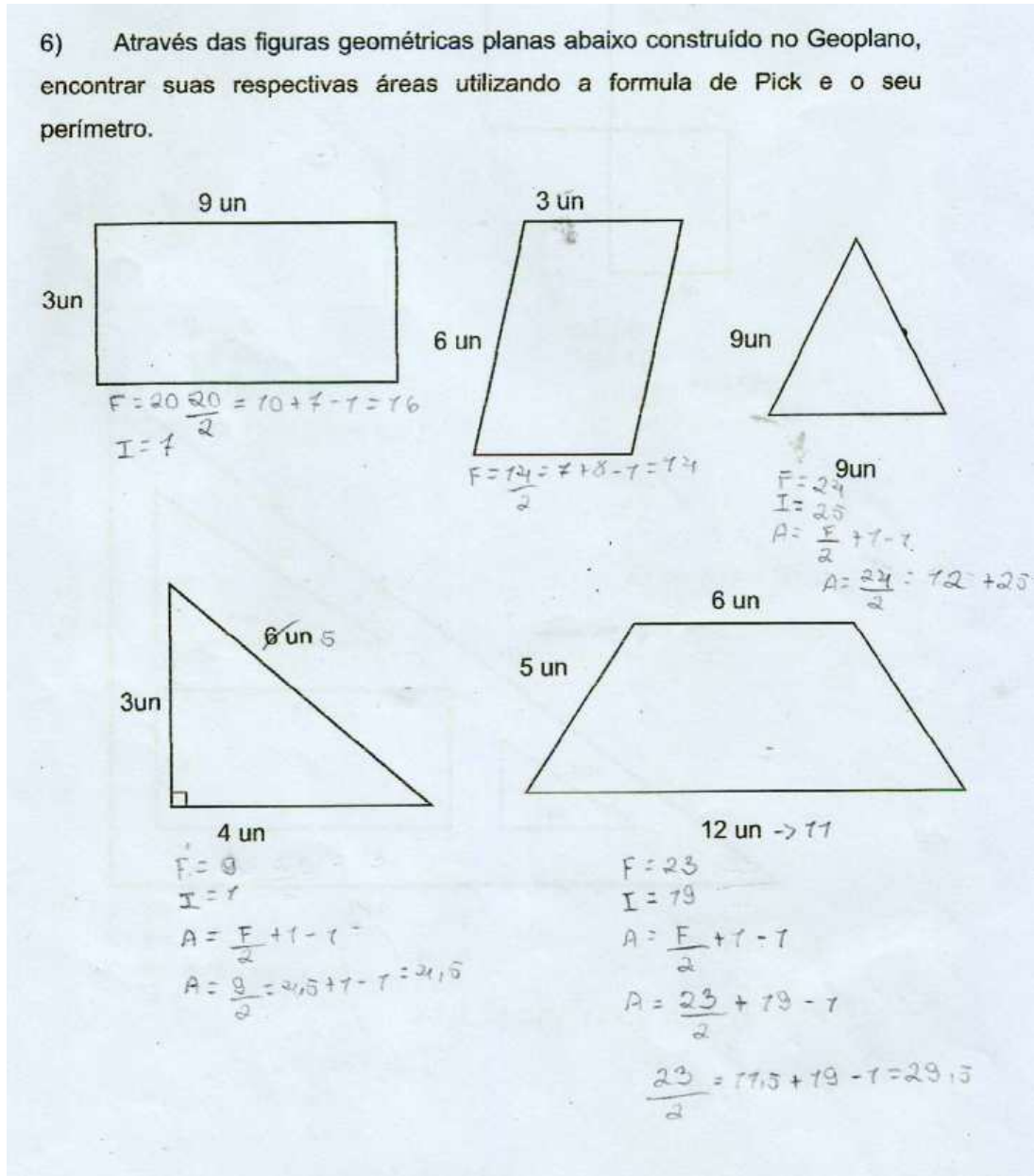
$$4 + 7 + 3 + 3 = 14 + 6 = 20 \text{ centímetros}$$

**Fonte:** Arquivo pessoal

Na quarta questão da quarta atividade pede para reproduzir no Geoplano Isométrico as figuras geométricas planas presentes na Bandeira do Brasil. O grupo de Sophia reproduziu as medidas no Geoplano e no item a: calculou a área do retângulo, com  $F = 15$  ( pontos externos) e  $I = 13$  ( pontos interno), aplicando na FÓRMULA DE PICK, encontrando a área igual a 19,5 e área do losango  $F = 8$  e  $I = 8$ , aplicando na fórmula encontrando o valor da área do losango. No item b informou que a bandeira possui uma área igual a 19,5 unidades de áreas. No item c respondeu que o perímetro da Bandeira é igual a 20 centímetros.



**Figura 10** - Cálculo de área do grupo de Sophia



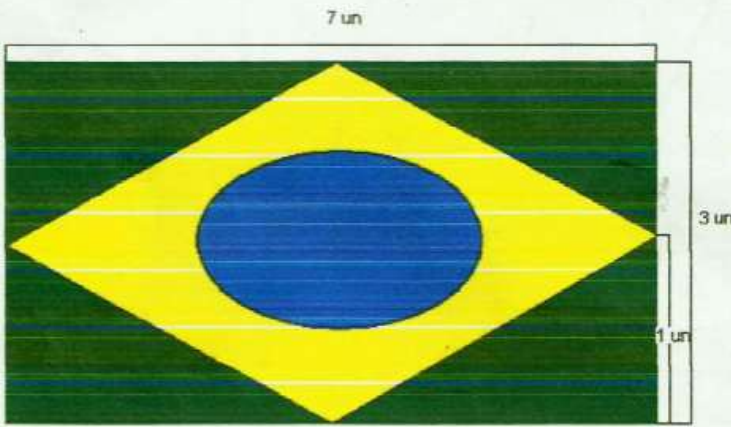
**Fonte:** Arquivo pessoal

Na sexta questão foi dado várias figuras geométricas planas, solicita que seja representado cada uma delas no Geoplano utilizando as suas unidades de medidas e através da Fórmula de Pick encontrar todas as áreas das figuras. O grupo de Sophia reproduziu as figuras no geoplano e encontrou as suas respectivas áreas utilizando a Fórmula de Pick.

## Registro do grupo de José

**Figura 11** - Resolução de problema do grupo de José

4) A Bandeira do Brasil, ela é composta por várias figuras geométricas planas que são representadas por: um retângulo com uma cor verde, um losango amarelo um círculo azul, possui 27 estrelas que representam os estados brasileiros e uma faixa branca com a inscrição "Ordem e Progresso" com as letras em verde. De acordo com a seguinte Bandeira Brasileira abaixo.



a) Encontrar a área das figuras planas na Bandeira do Brasil, utilizando o Geoplano isométrico.

Retângulo =  $\frac{16}{2} + 17 - 1 = 8 + 16 = 24$

Losango  $\rightarrow \frac{8}{2} + 8 - 1 = 4 + 8 = 12$

b) Qual área total, que a bandeira tem?

$24 + 12 = 36 \text{ un}$

c) A figura possui quantos centímetros de perímetro?

$7 \cdot 2 = 14$   
 $3 \cdot 2 = 6$   $\rightarrow 20$

**Fonte:** Arquivo pessoal

Na quarta questão nos trás um problema referente às figuras geométricas planas que estão representadas na bandeira do Brasil, nos itens da questão a, b e c

pede: no item a, encontrar a área das figuras planas na Bandeira do Brasil utilizando o Geoplano isométrico. No item b, qual a área total que existe na bandeira? E no item c, a figura possui quantos centímetros de perímetros?

No grupo de José desenvolveram as seguintes respostas para o item a : o retângulo com 24 unidades e o losango com 11 unidades, no item b, eles realizaram a soma das duas áreas chegando a conclusão que a figura possui 35 unidades de medidas. No item c, responderam que o perímetro da figura é igual a 20.

**Figura 12-** Cálculo de área do grupo de José

6) Através das figuras geométricas planas abaixo construído no Geoplano, encontrar suas respectivas áreas utilizando a fórmula de Pick e o seu perímetro.

$A = \frac{20}{2} + 7 - 1$   
 $A = 17 - 1$   
 $A = 16$

$A = \frac{14}{2} + 8 - 1$   
 $A = 7 + 8 - 1$   
 $A = 14$

$A = \frac{24}{2} + 25 - 1$   
 $A = 36$

$A = \frac{14}{2} + 1 - 1$   
 $A = 5,5$

$A = \frac{22}{2} + 29 - 1$   
 $A = 32$

**Fonte:** Arquivo pessoal

Na sexta questão, pede para representar todas as figuras no Geoplano e descobrir suas respectivas áreas utilizando a FÓRMULA DE PICK. No grupo de

José foram encontradas todas as áreas das figuras, não tiveram nenhuma dificuldade em realizar a questão, a única observação do grupo foi o trapézio que na figura tem 12 unidades, mas no Geoplano possui apenas linha com 11 pinos representando assim 11 unidades.

### Registro no grupo de Sophia nas atividades

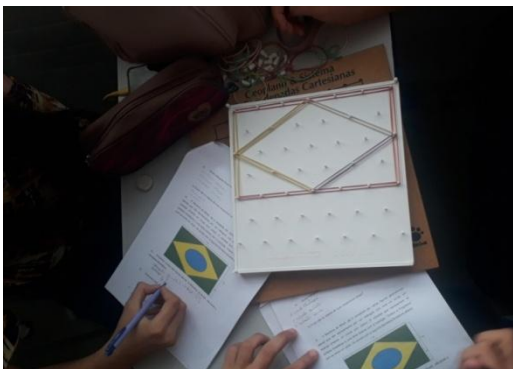
**Figura 13** - Registro atividade no Geoplano do grupo de Sophia



Fonte: Arquivo pessoal

### Registro do grupo de José nas atividades

**Figura 14** - Registro atividade no Geoplano do grupo de José



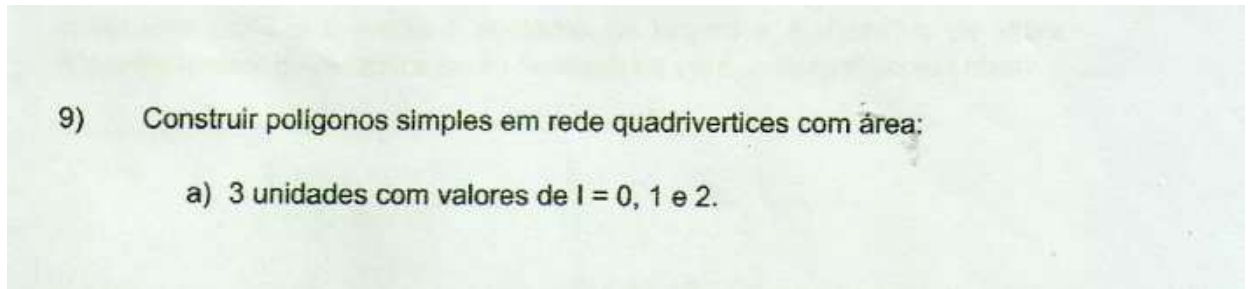
Fonte: Arquivo pessoal

## A Indução da fórmula de Pick

A metodologia para a indução da Fórmula de Pick, foi realizado utilizando o quadro e figura geométrica como o retângulos, cada figura foi apresentando os seus pontos externos ( chamado de  $F$  ) e os seus pontos internos ( chamado de  $I$  ).

Na questão de número nove pedia para construir polígonos com valores de  $I = 0$  ,  $1$  e  $2$ . Uma forma para eles praticarem o desenvolvimento da fórmula que foi apresentada.

### Figura 15 - Atividade de indução da Fórmula de Pick



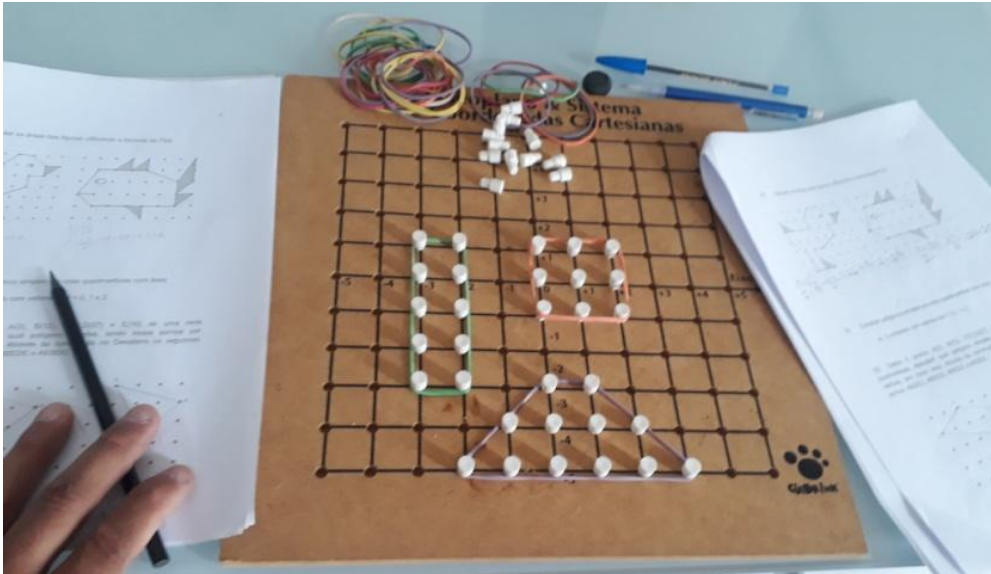
**Fonte:** Arquivo pessoal

O grupo de Sophia construiu os polígonos de acordo com os valores dados para os pontos internos, que foram: para  $I = 0$ ,  $I = 1$  e  $I = 2$ . Já o grupo de José não respondeu a questão.

### Registro do grupo de Sophia na atividade

**Figura 16 - Imagem de indução da Fórmula de Pick no geoplano grupo Sophia**

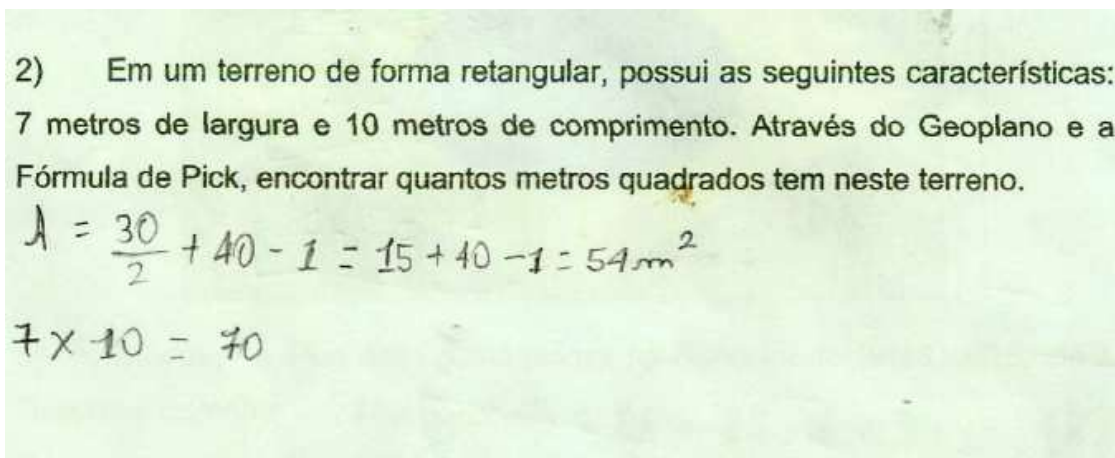




**Fonte:** Arquivo pessoal

### Registro do grupo de José

**Figura 17 -** Resolução de problema questão 2 grupo José



**Fonte:** Arquivo pessoal

Na segunda questão foi dado um problema e através da representação no Geoplano e usando a Fórmula de Pick, foi solicitado que encontre a área desse terreno. No grupo de José utilizando os dados da questão foi construindo no Geoplano e após foi encontrado os valores de F (são os pontos externos) e I (são os pontos internos) e aplicado em seguida na Fórmula de Pick, encontrando o valor da área.

**Figura 18** - Resolução do problemas questão 11 do grupo José

11) João, pensando em colocar revestimento cerâmico na parte da frente de sua casa, ao analisar, identificou que possuía duas semelhanças de figuras geométricas: Na parte superior possuía semelhança de um triângulo com as medidas 11 unidades na base e na sua altura 5 unidades, formando assim um triângulo isósceles. Na parte inferior ele percebeu que tinha um formato de retângulo com as medidas de: 11 unidades na base e 7 unidades de altura e no meio uma porta que media 3 unidades de largura e 4 unidades de altura. Quantos metros de cerâmica serão necessários para João realizar sua obra?

$$AP = \frac{10}{2} - 2 + 1$$

$$AP = 6$$

$$A = \frac{44}{2} + 56 - 1$$

$$A = 22 + 55$$

$$A = 77$$

$$77 - 6 = 71$$

**Fonte:** Arquivo pessoal

Na décima primeira questão, o grupo representou os dados da questão no Geoplano, e em seguida através da Fórmula de Pick, encontrou a área da porta subtraindo a área total da figura. Totalizando a área de 71 unidades de medidas.

### Registro do grupo de Sophia

**Figura 19** - Resolução de problema questão 2 grupo de Sophia

2) Em um terreno de forma retangular, possui as seguintes características: 7 metros de largura e 10 metros de comprimento. Através do Geoplano e a Fórmula de Pick, encontrar quantos metros quadrados tem neste terreno.

$$\text{Área} = F = \frac{30}{2} + 40 - 1 = 15 + 40 - 1 = 54 \text{ m}^2$$

**Fonte:** Arquivo pessoal

Na segunda questão pede para descobrir a área de um terreno retangular, medindo 7 x 10, o grupo representou suas medidas no Geoplano e após identificados os pontos  $F = 30$  e o ponto  $I = 40$ , com isso foi substituindo os

valores, utilizando a Fórmula de Pick para calcular a área que o terreno têm 54 unidades de área.

**Figura 20** - Resolução do problemas questão 11 do grupo de Sophia

11) João, pensando em colocar revestimento cerâmico na parte da frente de sua casa, ao analisar, identificou que possuía duas semelhanças de figuras geométricas: Na parte superior possuía semelhança de um triângulo com as medidas 11 unidades na base e na sua altura 5 unidades, formando assim um triângulo isósceles. Na parte inferior ele percebeu que tinha um formato de retângulo com as medias de: 11 unidades na base e 7 unidades de altura e no meio uma porta que media 3 unidades de largura e 4 unidades de altura. Quantos metros de cerâmica serão necessários para João realizar sua obra?

Triângulo	retângulo	retângulo porta
$F=12 \quad I=16$	$F=33 \quad I=45$	$F=10 \quad I=2$
$A = \frac{F}{2} + I - 1$	$A = \frac{F}{2} + I - 1$	$A = \frac{F}{2} + I - 1$
$A = \frac{12}{2} + 16 - 1$	$A = \frac{33}{2} + 45 - 1$	$A = \frac{10}{2} + 2 - 1$
$A = 6 + 15$	$A = 16,5 + 44$	$A = 5 - 1$
$A = 21$	$A = 60,5$	$A = 4$
		$60,5 - 4 = 56,5$
$Total = 56,5 + 21 = 77,5 \text{ metros}$		

Décima primeira questão o grupo de Sophia encontrou cada área separado na parte superior da casa formou um triângulo com os pontos  $F = 12$  e  $I = 16$  utilizando a Fórmula de Pick, encontrou a área igual a 21 e na parte inferior da casa apresentou um retângulo com os pontos  $F = 33$  e  $I = 45$  utilizando a FÓRMULA DE PICK, encontrou a área igual 60,5, após isso calculou a área da porta com  $F = 10$  e  $I = 2$ , encontrando a área da porta igual a 4, subtraindo a área da porta com a do retângulo e após somando a área do retângulo com a área do triângulo, obtendo assim a área total da parede com 77,5 unidades de medidas, como pede na questão para João realizar a obra.

### Registro da atividade do grupo de Sophia

**Figura 21** - Resolução de problema questão 2 no Geoplano grupo Sophia





Fonte: Arquivo pessoal

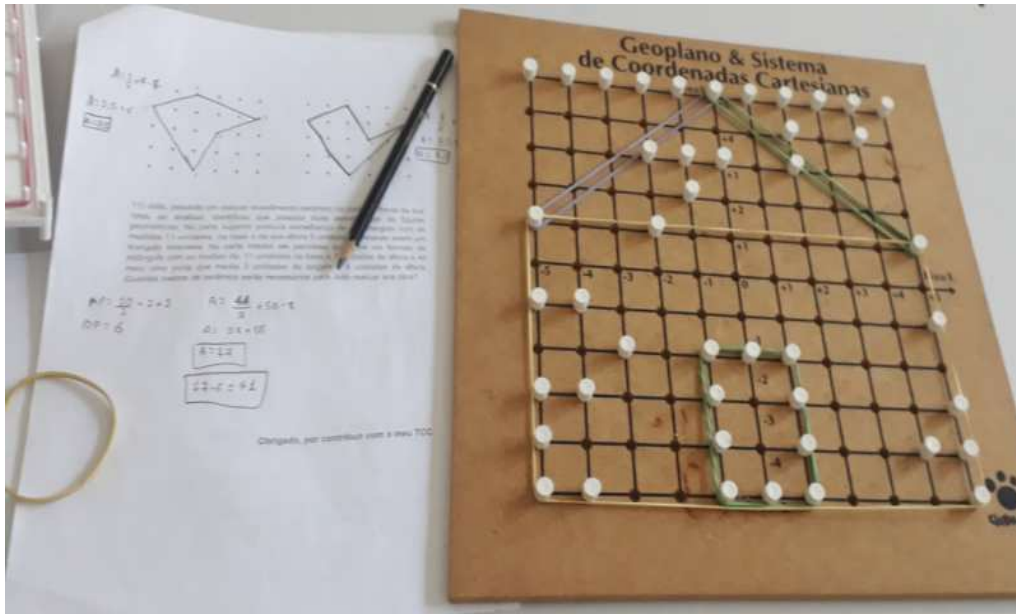
### Registro do grupo de José na atividade

Figura 22 - Resolução de problema questão 2 no Geoplano grupo de José



Fonte: Arquivo pessoal

**Figura 23** - Resolução de problema questão 11 no Geoplano grupo José



Fonte: Arquivo pessoal

## 9 - RESULTADO E DISCUSSÕES

No ensino da disciplina da matemática sempre esteve presente inúmeras dificuldades para o seu desenvolvimento na aprendizagem escolar. No qual a disciplina se torna para muitos um fardo pesado, que muitos estudantes carregam em sua formação escolar. O problema é que essas consequências são agravantes e grande parte dos estudantes levam essas dificuldades para a sua vida, existem pesquisas que mostram o quanto os professores e estudantes têm dificuldades na disciplina mas, as mesmas aponta um caminho a seguir para que essas dificuldades sejam amenizadas.

Para isso, é necessário que o professor tome uma boa atitude se dispor a aprender novas metodologias e sair um pouco da sua zona de conforto, tendo em vista um aprendizado de qualidade e que atraia o alunado para aprender. Souza (2016).

Muitas das vezes, as escolas não disponibilizam de um laboratório de matemática para suas aulas práticas e nem disponibiliza de material de manipuláveis. Porém existe alguns receio de realizar aulas de matemática prática com material manipuláveis, onde o professor é a peça principal para transformar essa realidade existente em nossa escola.

Para isso com o objetivo de analisar as resoluções de problemas com o uso de Geoplano e a Fórmula de Pick, para descobrir a áreas de figuras planas, o desenvolvimentos foram realizados quatros encontros para resolução de atividades com a turma do 1º ano A do Ensino Médio na escola Estadual na cidade de Gado bravo – PB. Na quarta atividade propomos o uso do material manipulaveis conhecido como o Geoplano. Com isto foram escolhidos dois estudantes, José e Sophia, para compor o estudo de caso de acordo que foi tratado no tópico anterior.

Através do estudo de caso, podemos identificar a importância do uso de metodologia que faz que o estudante possa construir seu próprio conhecimento, tendo em vista uma um melhor aprendizado na disciplina de matemática. Com isso os resultados dos grupos como os demais estudantes que participaram dos encontros apresentaram um resultados satisfatórios nas atividades e também no uso do material manipulável, que pode auxiliar e tornar as aulas de matemáticas mais atrativas e dinâmicas para o aprendizado.

Percebemos que no questionário inicial integrantes do grupos afirmaram que tinham algumas dificuldades em determinados assuntos de Matemática, especialmente na geometria plana. Dificuldades em calcular a áreas das figuras geométricas tais como a circunferências, triângulos e quadriláteros, mostram também uma certa dificuldade em relacionar os nomes das figuras e o questionário também mostra que alguns alunos não têm dificuldades no assunto de geometria plana.

No segundo encontro foi realizada a primeira atividade referente a reprodução de figuras, sequências numéricas onde o grupo e os demais estudantes se envolveram e interagiram entre si para as resoluções das questões, mostrando assim o seu interesse por novos recursos nas aulas de matemática.

No terceiro encontro foi realizada a segunda atividade, referente a reprodução de figuras geométricas , sequências numéricas com figuras geométricas, assim como na primeira atividade eles mostraram o interesse em busca da resolução das questões e no desenvolvimento da atividade.

No quarto encontro foi realizada a terceira atividade referente a cálculo de áreas das figuras geométricas planas, tais como o retângulo, paralelogramo e triângulos, também cálculo de comprimentos e perímetros. Nessa atividade alguns estudantes tiveram dificuldades em solucionar, mas após serem questionados pelo professor conseguiram desenvolver a questão que envolve o comprimento.

No quinto encontro foi realizada a quarta atividade com o auxílio do material manipulável o Geoplano, também foi trabalhado a resolução de problemas e foi apresentado a Fórmula de Pick, para o cálculo de áreas das figuras geométricas planas. No inícios tiveram um pouco de dificuldade em manipular o material manipulável mas logo interagindo entre si e com o professor , conseguiram solucionar as primeiras questões tornando assim o material manipulável mais comum entre eles.

No sexto encontro foi realizado o Questionário Final, no qual eles relataram o quanto foi interessante os encontros durante esse período e de como foram trabalhando cada um deles. Os mesmos relatam o quanto se tornou mais fácil e mais prazeroso descobrir a área das figuras planas, através do recurso que é a Fórmula de Pick.

Com isso, reforçamos o quanto é importante que o professor sempre realize o planejamento em aulas pedagógicas, também deve sempre buscar novas formação

continuada pois para adquirir novos conhecimentos e a utilização de material manipuláveis, pois reforça mais o aprendizagem dos estudantes e torna as aulas de Matemáticas interessantes e atrativas, proporcionando um prazer em estudar a disciplina assim evitando que seja menos cansativas e mais fácil de compreender e aprender a disciplina.

## 10 QUESTIONÁRIO FINAL

Após a realização da nossa quarta atividade, seguimos a sequência do nosso planejamento, com a aplicação do Questionário Final, realizado no dia 26 de outubro de 2022, (Apêndice), com o objetivo de identificar a opinião dos estudantes sobre as atividades que foram desenvolvidas no nosso encontro. O Questionário Final continha 5 perguntas, que foram respondidas de maneira individual, assim para pudemos analisar o desenvolvimento de cada estudante.

Na primeira questão, perguntou sobre quais e como os conteúdos foram trabalhados durante os encontros, o grupo de Sophia respondeu: *Cálculo de figuras geométricas, reprodução de figuras, sequências numéricas, perímetro, Fórmula de Pick, Geoplano*. O grupo de José respondeu: *Reprodução de figuras e figuras geométricas, sequência numérica, cálculo de áreas, resolução de problemas no Geoplano, fórmula de Pick*.

Na segunda questão, perguntou se você estava curioso para saber o que era o Geoplano? E como foi a sua experiência? *O grupo de Sophia respondeu que sim, foi desafiador trabalhar com algo que não está no meu cotidiano nesse momento*. O grupo de José respondeu que *sim, foi bom porque conseguimos aprender algo novo..*

Na terceira questão perguntava quais as suas dificuldades durante os encontros? E o quê através do Geoplano ficou mais claro para o grupo? O grupo de Sophia respondeu que *trabalhar com a fórmula de Pick, pois não tinha tido experiência com essa fórmula, depois foi mais fácil de compreender com o Geoplano*. Já o grupo de José respondeu, *tive um pouco de dificuldade nas sequências numéricas, no paralelogramo. Após conhecer o Geoplano se tornou mais fácil calcular as áreas, com a fórmula de Pick*.

Na quarta questão perguntava como foi a resolução de problemas com áreas antes de conhecer a fórmula de Pick? O grupo de Sophia respondeu difícil, pois não tinha experiência, foi muito legal pois aprendi algo novo. Já o grupo de José respondeu antes de utilizar a fórmula de Pick foi mais complicado, após conhecer a fórmula de Pick se tornou mais fácil de calcular as áreas do geoplano..

Na quinta questão perguntava, o grupo gostaria que o Geoplano fosse mais explorado nas aulas práticas de Matemática? Por que? O grupo de Sophia respondeu que *sim, assim sairia um pouco do ambiente de conforto e se tornaria*

*mais produtivo a aula com coisas novas. Já o grupo de José respondeu que sim, porque a gente aprenderia sobre figura de uma melhor forma. É uma maneira de aprender mais.*

## 11 CONCLUSÃO

Diante do que foi exposto neste trabalho, podemos ter a certeza de como é importante a utilização de novas metodologias dentro da sala de aula de Matemática. O quanto é importante que o professor sempre busque a sua formação continuada e trazendo novos conhecimentos para tornar a disciplina mais dinâmica e atraente na aprendizagem dos estudantes.

Foi notório a identificação dos desenvolvimentos e a sua empolgação dos estudantes com os encontros e também a sua evolução de cada grupo e de cada estudante presentes que participaram das atividades que foram propostas nos encontros.

O material manipulável, o Geoplano, foi bastante acolhido pelos os estudantes e o professor. Pois é um material um pouco conhecido para eles, como eles relataram no questionário e através dele permitiu que a resolução dos problemas ficaram uma forma mais fácil de se compreender e também tornou o cálculo de área das figuras mais fácil, por meio da utilização da Fórmula de Pick.

Com isso podemos afirmar e ter a certeza que o nossos objetivos foram alcançados e que a pesquisa nos trás muito relevância para a Educação Matemática, para isso é necessário que novas metodologia devem ser exploradas para tornar as aulas de matemática cada vez mais produtivas. Por isso, devemos nos aprofundar mais em formações continuadas, para nos levarmos novos recursos didáticos para a sala de aula.

Por fim, concluímos a importância dos professores tenham um bom planejamento de suas aulas, tendo em consideração os conhecimentos prévios dos estudantes tenham. Principalmente na área de Geometria, que dá muitas as vezes são poucas exploradas nas aulas fazendo com que os estudantes tenham lacunas na disciplina. O uso do material manipuláveis contribui bastante para a aula de matemática tornar mais prazeroso e dinâmico, utilizar novas metodologia que atraia atenção dos estudante e que sejam motivados para ter uma boa aprendizagem na disciplina.



## REFERÊNCIAS

PINHEIRO, J. M. Q.; MEDEIROS, K. M. As Perguntas para Desenvolver Estratégias: Álgebra e Resolução de Problemas no Ensino Médio. Revista Baiana de Educação Matemática, v. 1, p. 1-25, 2020

MEIRA, G. G.; MEDEIROS, K. M. . A Resolução de Problemas Geométricos como Alternativa de Comunicação Matemática em Sala de Aula. VIDYA (SANTA MARIA. ONLINE), v. 39, p. 291-309, 2019.

MEDEIROS, K. M.. A Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos no Programa Observatório da Educação da CAPES: Potencialidades e Efetivações. Educação Matemática em Foco (UEPB), v. 5, p. 97-123, 2016.

MEDEIROS, K. M.; SANTANA, J. E. B. (Org.) ; PINHEIRO, J. M. Q. (Org.) ; PEREIRA, P. R. B. V. (Org.) ; SILVA FILHO, J. F. (Org.) . OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO E PROPOSTAS INOVADORAS DE ENSINO-APRENDIZAGEM UTILIZANDO A FORMULAÇÃO E A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS. 21. ed. Campina Grande: Realize, 2020. v. 1. 103p

Ribeiro, Luanna Barbara Apolinario ; Soares, Fabrícia Rodrigues ; Medeiros, Kátia Maria de . A utilização do quebra-cabeça Tangram como material didático para o estudo de expressões algébricas. Série Educar - Volume 34 Matemática, Tecnologia, Educação Profissional. 1ed.Belo Horizonte: Editora Poisson, 2020, v. 34, p. 33-39. StanickeKilpatric(1989)

NUNES, Italo Luan Lopes ; OLIVEIRA, Bruno Fernandes de ; TEODISTA, José Cláudio da Silva ; BEZERRA, Islaine Conceição Pereira ; Medeiros, Kátia Maria de . ENSINO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS A PARTIR DO GEOGEBRA 2D. In: Kátia Maria de Medeiros; Aníbal de Menezes Maciel. (Org.). A REFLEXÃO SOBRE A TEORIA E A PRÁTICA NO ESTÁGIO SUPERVISIONADO: EXPERIÊNCIAS DIDÁTICAS NA PRÁTICA LETIVA. 1ed.Belém-PA: RFB Editora,

Carlos, Leila Paulino. "A resolução de problemas como estratégia para o ensino de geometria com o auxílio do geoplano." (2018).

Tiggemann, I. S., Couto, K. B., de Marques, M. C. B., Barbosa, R. M., & de Almeida, S. T. (2013). Geoplanos e redes de pontos: conexões e educação Matemática. Autêntica Editora.

Ponte, J.P. 2006.

Souza (2016).

**Sites Consultados:**

<https://repositorio.ufba.br/bitstream/ri/23309/1/DissertacaoFabiola.pdf>

**APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL****QUESTIONÁRIO INICIAL**

Universidade Estadual da Paraíba

Campina Grande, \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

Aluno: \_\_\_\_\_

Trabalho de Conclusão de Curso Licenciatura em Matemática

**Questionário Inicial**

- 1) Como são ministradas as aulas de Matemática sobre a Geometria Plana?

---

---

- 2) A escola disponibiliza de Laboratório de Matemática para aula Prática?

---

---

- 3) Qual o conteúdo de Geometria Plana que você tem mais dificuldade? Por quê? E qual conteúdo que você tem menos dificuldade? Por quê?

---

---

- 4) O professor trabalha com resolução de problemas matemáticos ou exercícios de fixação?

---

---

- 5) Você já conheceu o Geoplano? Se sim, fez o uso em aulas de Geometria?

---

Obrigado por colaborar em nossa pesquisa!!!

## APÊNDICE B-CRITÉRIO DE SELEÇÃO

Olá tudo bem!!!!

Meu nome é José Jarbas Marcelino de A. filho, sou aluno concluinte da Universidade Estadual da Paraíba, no curso de Licenciatura em Matemática.

Estou realizando uma pesquisa para realização do meu TCC, no qual é obrigatório para a conclusão de final do curso.

Nessa pesquisa irei trabalhar: Resolução de problemas geométricos no Geoplano utilizando o Teorema de PICK, no qual teremos (dois) questionários um inicial e outro final e também resolução de problemas.

Através do uso do material de manipulável, o Geoplano, que será utilizado como ferramenta principal para resolução dos problemas.

Após o primeiro questionário selecionarei 6 alunos para prosseguir na demais etapas da pesquisa.

O critério da seleção será: 3 alunos que tem facilidade de compreensão no conteúdo de Geometria e 3 alunos que apresentam dificuldade no conteúdo.

Agradeço a todos por me ajudar nesse campo de pesquisa para realização do meu trabalho acadêmico.

Obrigado!

## APÊNDICE C- QUESTIONÁRIO DA ESTUDANTE SOPHIA

Trabalho de Conclusão de Curso Licenciatura em Matemática

### Questionário Inicial

- 1) Como são ministradas as aulas de Matemática sobre a Geometria Plana?

as de geometria não ministradas fazendo exercícios

- 2) A escola disponibiliza de Laboratório de Matemática para aula Prática?

não

- 3) Qual o conteúdo de Geometria Plana que você tem mais dificuldade? Por quê? E qual conteúdo que você tem menos dificuldade? Por quê?

Em calcular as áreas das figuras tenho muita dificuldade porque eu não entendo eu tenho menos dificuldade em perímetro

A.C

- 4) O professor trabalha com resolução de problemas matemáticos ou exercícios de fixação?

Sim

- 5) Você já conheceu o Geoplano? Se sim, fez o uso em aulas de Geometria?

não conheço

Obrigado por colaborar em nossa pesquisa!!!

## APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO DA ESTUDANTE CLARA

Trabalho de Conclusão de Curso Licenciatura em Matemática

### Questionário Inicial

- 1) Como são ministradas as aulas de Matemática sobre a Geometria Plana?  
São ministradas com muita atenção e cuidado fazendo que entendamos.
- 2) A escola disponibiliza de Laboratório de Matemática para aula Prática?  
aqui nessa escola não.
- 3) Qual o conteúdo de Geometria Plana que você tem mais dificuldade? Por quê? E qual conteúdo que você tem menos dificuldade? Por quê?  
acho que calcular algumas áreas de figuras pois as vezes me confundem. Menos dificuldades em conjuntos.
- 4) O professor trabalha com resolução de problemas matemáticos ou exercícios de fixação?  
trabalha sim faz com que nos resolva alguns problemas. E também exercícios.
- 5) Você já conheceu o Geoplano? Se sim, fez o uso em aulas de Geometria?  
Não conheço

Obrigado por colaborar em nossa pesquisa!!!



## APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO DO ESTUDANTE JOSÉ

Trabalho de Conclusão de Curso Licenciatura em Matemática

### Questionário Inicial

1) Como são ministradas as aulas de Matemática sobre a Geometria Plana?

O professor trabalha com triângulos, quadriláteros, circunferências.

2) A escola disponibiliza de Laboratório de Matemática para aula Prática?

Não

3) Qual o conteúdo de Geometria Plana que você tem mais dificuldade? Por quê? E qual conteúdo que você tem menos dificuldade? Por quê?

Quadrilátero, pois acho mais complicado de entender.  
triângulo, pois acho mais fácil os contos e etc.

4) O professor trabalha com resolução de problemas matemáticos ou exercícios de fixação?

sim trabalha

5) Você já conheceu o Geoplano? Se sim, fez o uso em aulas de Geometria?

não, se sim não lembro

Obrigado por colaborar em nossa pesquisa!!!

## APÊNDICE F - QUESTIONÁRIO DA ESTUDANTE MARIA

Trabalho de Conclusão de Curso Licenciatura em Matemática

### Questionário Inicial

- 1) Como são ministradas as aulas de Matemática sobre a Geometria Plana?

calculando a área do quadrado, perímetro.

- 2) A escola disponibiliza de Laboratório de Matemática para aula Prática?

Não.

- 3) Qual o conteúdo de Geometria Plana que você tem mais dificuldade? Por quê? E qual conteúdo que você tem menos dificuldade? Por quê?

Eu não tenho muita dificuldade; eu sei calcular a área, o perímetro, a distância. Eu tenho muita dificuldade em saber dizer os nomes das figuras geométricas.

- 4) O professor trabalha com resolução de problemas matemáticos ou exercícios de fixação?

Sim.

- 5) Você já conheceu o Geoplano? Se sim, fez o uso em aulas de Geometria?

Não conheço.

Obrigado por colaborar em nossa pesquisa!!!



## APÊDICE G - QUESTIONÁRIO DA ESTUDANTE JÚLIA

Trabalho de Conclusão de Curso Licenciatura em Matemática

### Questionário Inicial

- 1) Como são ministradas as aulas de Matemática sobre a Geometria Plana? A Geometria Plana eu euclídiana é o conteúdo da matemática que estudamos as figuras geométricas que não possuem volume, como triângulos, retângulos, círculos entre outros.
- 2) A escola disponibiliza de Laboratório de Matemática para aula Prática?  
Não, Não temos laboratório na escola
- 3) Qual o conteúdo de Geometria Plana que você tem mais dificuldade? Por quê? E qual conteúdo que você tem menos dificuldade? Por quê?  
Circunferências Porque é muito complicada  
triângulos Porque é mais fácil
- 4) O professor trabalha com resolução de problemas matemáticos ou exercícios de fixação?  
Ele trabalha com os dois tipos, mas ele para a atenção para agente trazer exemplos do assunto pra aprendermos.
- 5) Você já conheceu o Geoplano? Se sim, fez o uso em aulas de Geometria?  
não mais temo vontade de conhecer

Obrigado por colaborar em nossa pesquisa!!!

**APÊNDICE H - QUESTIONÁRIO DA ESTUDANTE EMANUELY**

Trabalho de Conclusão de Curso Licenciatura em Matemática

**Questionário Inicial**

- 1) Como são ministradas as aulas de Matemática sobre a Geometria Plana?

O professor desenha as figuras no quadro, e nos mostra como calcular área, perímetro, etc.

- 2) A escola disponibiliza de Laboratório de Matemática para aula Prática?

Não.

- 3) Qual o conteúdo de Geometria Plana que você tem mais dificuldade? Por quê? E qual conteúdo que você tem menos dificuldade? Por quê?

Até agora não tive dificuldade nenhuma em nenhum conteúdo.

- 4) O professor trabalha com resolução de problemas matemáticos ou exercícios de fixação?

Sim.

- 5) Você já conheceu o Geoplano? Se sim, fez o uso em aulas de Geometria?

Não conheço.

Obrigado por colaborar em nossa pesquisa!!!