



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CAMPUS VII - GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS  
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

**MARCELO TIAGO BRITO SANTOS**

**UMA ABORDAGEM PRÁTICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM ÊNFASE NO  
LIVRO O HOMEM QUE CALCULAVA**

**PATOS – PB  
2023**

**MARCELO TIAGO BRITO SANTOS**

**UMA ABORDAGEM PRÁTICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM ÊNFASE NO  
LIVRO O HOMEM QUE CALCULAVA**

Trabalho de Conclusão de Curso (Artigo) apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

**Área de concentração:** Educação Matemática.

**Orientador:** Prof. Jean Pereira Soares.

**PATOS – PB  
2023**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S237a Santos, Marcelo Tiago Brito.  
Uma abordagem prática no ensino de matemática com ênfase no livro o homem que calculava [manuscrito] / Marcelo Tiago Brito Santos. - 2023.  
35 p.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas, 2023.

"Orientação : Prof. Esp. Jean Pereira Soares, Coordenação do Curso de Matemática - CCEA. "

1. Ensino da Matemática. 2. Literatura Matemática. 3. Resolução de Problemas. I. Título

21. ed. CDD 372.7

MARCELO TIAGO BRITO DOS SANTOS

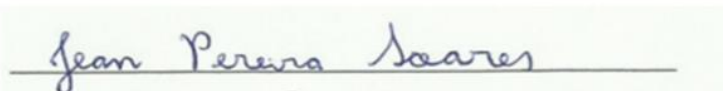
**UMA ABORDAGEM PRÁTICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA COM ÊNFASE NO  
LIVRO O HOMEM QUE CALCULAVA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas (CCEA) da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

**Área de concentração:** Educação Matemática

Aprovada em 29 / 06 / 2023

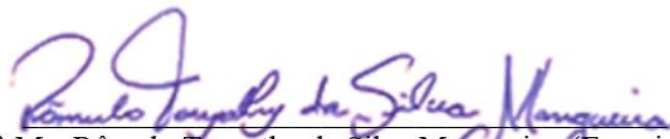
**BANCA EXAMINADORA**



Prof. Jean Pereira Soares (Orientador)  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB/CCEA)



Profª. Ma. Fabíola da Cruz Martins (Examinadora)  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB/CCEA)



Prof. Me. Rômulo Tonyathy da Silva Mangueira (Examinador)  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB/CCEA)

## RESUMO

O romance intitulado "O Homem que Calculava", escrito por Malba Tahan, pseudônimo de Júlio César de Mello e Souza, conta a história de uma viagem realizada pelo protagonista, Beremiz Samir. Beremiz nasceu na Pérsia e se tornou um prodígio da matemática. Ao longo da viagem descrita no livro, o personagem busca soluções práticas para problemas matemáticos. Assim, mesmo mantendo uma atmosfera de aventura e romance, a obra possui uma dimensão pedagógica, ensinando matemática por meio da ficção. Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é obter um diagnóstico dos conhecimentos matemáticos e do raciocínio lógico, utilizando alguns quebra-cabeças retirados do livro "O Homem que Calculava". Metodologicamente, trata-se de uma pesquisa de campo exploratória, na qual foram apresentados três problemas matemáticos aos alunos de uma Escola Pública Estadual em Pernambuco. A aplicação ocorreu de forma individualizada para a turma da 1ª série do Ensino Médio e em duplas para as turmas da 2ª e 3ª séries. Como resultados, constata-se que, apesar do considerável interesse dos alunos pelos conteúdos trabalhados de forma interdisciplinar, as dificuldades em estabelecer correlações no ensino de matemática são evidentes. Isso demonstra a necessidade de rever a estruturação dos currículos e as propostas de intervenção no âmbito da matemática, buscando aproximar diferentes áreas do conhecimento, incluindo a literatura, cuja abordagem contribui para a compreensão do mundo e a apreensão da subjetividade dos alunos.

**Palavras chaves:** Malba Tahan; Literatura Matemática; Resolução de Problemas; Investigação em Educação Matemática.

## ABSTRACT

The novel titled "The Man Who Counted," written by Malba Tahan, a pseudonym for Júlio César de Mello e Souza, tells the story of a journey undertaken by the protagonist, Beremiz Samir. Beremiz was born in Persia and became a mathematics prodigy. Throughout the journey depicted in the book, the character seeks practical solutions to mathematical problems. Thus, while maintaining an atmosphere of adventure and romance, the novel carries a pedagogical dimension, teaching mathematics through fiction. In this context, the aim of this work is to obtain a diagnosis of mathematical knowledge and logical reasoning by utilizing some puzzles taken from the book "The Man Who Counted." Methodologically, it involves an exploratory field research, where three mathematical problems were presented to students in a public state school in Pernambuco. The application was conducted individually for the 1st grade of high school and in pairs for the 2nd and 3rd grades. The results indicate that, despite the considerable interest shown by students in interdisciplinary content, the difficulties in establishing correlations in mathematics education are evident. This demonstrates the need to review curriculum structure and proposals for intervention in the field of mathematics, aiming to bridge different areas of knowledge, including literature, whose approach contributes to understanding the world and grasping students' subjectivity.

**Palavras chaves:** Malba Tahan; Mathematics Literature; Problem solving; Investigation in Mathematics Education.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO.....</b>	<b>15</b>
<b>2.1</b>	<b>O Homem que Calculava e a sua aproximação para com a matemática.....</b>	<b>15</b>
<b>2.2</b>	<b>A importância de assimilar a prática do ensino da matemática com o cotidiano através da Resolução de Problemas.....</b>	<b>17</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>20</b>
<b>3.1</b>	<b>Tipo de pesquisa.....</b>	<b>20</b>
<b>3.2</b>	<b>Local da pesquisa.....</b>	<b>21</b>
<b>3.3</b>	<b>Organização das aulas e execução dos trabalhos.....</b>	<b>21</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>22</b>
<b>4.1</b>	<b>O Problema dos Quatro Quatros.....</b>	<b>22</b>
<b>4.1.1</b>	<b>Primeiro momento.....</b>	<b>23</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Segundo momento.....</b>	<b>23</b>
<b>4.2</b>	<b>O Problema do Jogo do Xadrez.....</b>	<b>27</b>
<b>4.2.1</b>	<b>Primeiro momento.....</b>	<b>28</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Segundo momento.....</b>	<b>29</b>
<b>4.3</b>	<b>O Problema dos Cinco Discos.....</b>	<b>32</b>
<b>4.3.1</b>	<b>Primeiro momento.....</b>	<b>33</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Segundo momento.....</b>	<b>34</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>37</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>39</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O ensino da matemática encontra-se interrelacionado com a história, as dimensões socioculturais do homem e as transformações que este exerce no tempo e espaço em que está inserido. Para alcançar essa dimensão, a matemática se integra a elementos sócio-históricos distintos, a exemplo da música, da arte, da literatura, tornando-a uma base capaz de transpor conhecimentos matemáticos por gerações ao mesmo tempo que aproxima a linguagem artística das ciências exatas.

Neste contexto, em se tratando de uma disciplina vista como árida por um contingente significativo de alunos em idade escolar, torna-se relevante aproximar o ensino da matemática do universo dos alunos a partir de outras linguagens. Através desses aspectos, é possível encontrar na literatura autores que fazem essa aproximação e contribuem para o ensino da matemática em um contexto lúdico, cuja narrativa visa desmistificar a ideia socialmente difundida que o ensino da matemática é algo inalcançável.

No contexto do ensino de matemática no Brasil, considerando a abordagem apresentada, destaca-se o trabalho proposto por Júlio César de Melo e Souza, cujo pseudônimo mais conhecido é Malba Tahan. O pesquisador é considerado um dos professores mais relevantes na área de matemática, mas também foi educador, pedagogo, conferencista, ator e escritor do modernismo brasileiro.

Em virtude disso, Malba Tahan tentou inovar sua prática metodológica, ao produzir livros que são considerados inovações no ensino de matemática, já que apresentam didatismo marcante para ensinar matemática de modo dinâmico, criativo e inovador ao inserir quebra-cabeças (desafios) matemáticos e apresentar as devidas soluções onde sempre era naturalizado como uma ação ao alcance dos seus leitores (SALLES; NETO, 2015).

Na sala de aula, Malba Tahan buscou desenvolver materiais manipuláveis e sempre trazia consigo projetos para criar laboratórios de matemática nas escolas que frequentava. Júlio César, com toda a sua particularidade, decidiu usar Malba Tahan como pseudônimo. A origem do nome Tahan originou-se a partir de sobrenome de Maria Zachsuk Tahan, que era aluna de Júlio César. Em sua etimologia, o nome Tahan significa moleiro, enquanto Malba seria o equivalente a oásis, segundo o depoimento do próprio escritor para o Museu da Imagem e do Som (FARIA, 2004).



Manchetes e matérias jornalísticas relacionadas ao ambiente escolar são comuns e frequentes. Em muitos casos, essas reportagens buscam fornecer informações estatísticas sobre dados cruciais, como taxas de aprovação e reprovação, níveis de aprendizado, evasão escolar, entre outros indicadores relevantes. Essa abordagem estatística é essencial para compreendermos o panorama educacional e identificarmos desafios e oportunidades de melhoria. Através dessas pesquisas, é possível ter uma visão mais abrangente do sistema educacional e promover debates e ações voltadas para a qualidade e equidade da educação.

Quando filtramos essas matérias, direcionando-as ao ensino-aprendizagem da matemática, buscando dados estatísticos a respeito da real aprendizagem do que se é ensinado, nos deparamos com casos de matérias do tipo: “Só 7,3% dos alunos atingem aprendizado adequado em matemática no ensino médio” (AGÊNCIA BRASIL, 2017); “Apenas 1% dos alunos do último ano do Ensino Médio têm desempenho adequado em matemática, aponta avaliação da Seduc” (COSTA, GAÚCHA ZH, 2022)” e “Apenas 5% dos alunos da rede pública terminam o ensino médio com conhecimentos adequados de matemática” (G1, 2021)”, o que sem dúvidas, revela uma preocupação direcionada ao futuro desses estudantes, além da forma que o ensino da matemática vem sendo abordado, como nota-se diante de diversas matérias ressaltando o baixo índice de aprendizagem.

Sobre essa problemática, Silva (2005) destaca que se o ensino da matemática for posto como uma ciência dissociada da realidade dos alunos ela torna-se uma ciência isolada, sem sentido e que para mudar esse quadro é necessário estímulo e novas abordagens para melhoria do aprendizado. Ainda para esse autor, as dificuldades nos conteúdos elementares são visíveis em todas as salas de aula, sejam elas primárias ou secundárias, e essas lacunas pedagógicas acabam interferindo na compreensão das habilidades básicas que serão utilizadas no processo de ensino e aprendizagem.

As dificuldades com as operações matemáticas são mais comuns do que se imagina e podem surgir nos anos finais do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e até mesmo nos cursos superiores. Saber calcular e manipular tais operações são conhecimentos necessários não apenas para a vida escolar, mas também para resolver cálculos presentes em nosso cotidiano.

Em reforço a essa abordagem, vale ressaltar a quinta competência da BNCC para matemática: “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias

digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.”

Neste sentido, considerando essas dimensões, este trabalho busca aplicar uma atividade para obtenção de um diagnóstico do aprendizado dos alunos, utilizando alguns quebra-cabeças retirados do livro *O Homem que Calculava*. No mesmo sentido, visa ampliar a discussão e utilização de um raciocínio já conhecido para solução e desenvolvimento de conceitos matemáticos abstratos, pois a utilização do livro pode ser uma ferramenta significativa no processo de ensino e aprendizagem, auxiliando no preenchimento de lacunas pedagógicas importantes para formação do aluno.

Para o desenvolvimento da pesquisa foram selecionados três problemas do livro *O Homem que Calculava*, sendo estes o problema do capítulo 7: Quatro Quatros, aplicado em uma das turmas da 1ª série do Ensino Médio, no intuito de aprimorar o domínio do cálculo mental; o problema do capítulo 16: A Origem do Jogo do Xadrez, para uma das turmas da 2ª série, pois esse problema aborda o conteúdo de progressões geométricas, assunto presente em situações do cotidiano que envolvem, por exemplo, a matemática financeira; e, por fim, o quebra-cabeças presentes no capítulo 31: O Problema dos Cinco Discos, aplicado em uma turma da 3ª série, trabalhando-se Análise Combinatória, mas por envolver certo grau de abstração o problema foi selecionado e alocado como proposta didática para a referida turma.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

### **2.1 O Homem que Calculava e a sua aproximação para com a matemática**

A obra de Malba Tahan, *O Homem que Calculava*, traz inúmeras reflexões acerca da utilização da matemática em diversas situações do cotidiano presenciadas pelo protagonista da obra, Beremiz Samir (VALENTIM, 2010).

Historicamente o homem sempre expressou a sua necessidade de contar e esse processo propiciou esforços para sistematizar os símbolos e os conceitos dos números que conhecemos nos dias de hoje. "Desde a sociedade primitiva, os seres humanos sentiam a necessidade de utilizar a matemática em afazeres do dia a dia." (LINDOLFO, 2021, p. 23).

Com a expansão do modelo econômico agrário e posteriormente o crescimento da economia capitalista, surgiu então a moeda de troca e essa demanda exigiu que novos conceitos matemáticos fossem elaborados bem como fomentou o surgimento de pessoas hábeis para lidarem com áreas como contabilidade, finanças e tesouraria.

De acordo com Rossetti (1997), o primeiro papel-moeda foi utilizado na China no século VII, há mais de mil anos, desde então, esse fato exigiu uma completa reformulação no modo como utilizamos a matemática, pois sua aplicação vai além apenas da parte econômica, ela se expandia para a parte social, onde as pessoas que calculavam geralmente exerciam cargos específicos, além da parte cultural de modo que cada região desenvolveu seu próprio sistema de contagem ao mesmo tempo que buscavam desenvolver novas descobertas.

Com a evolução das sociedades, as necessidades matemáticas também vão aumentando e hoje podemos perceber a sua presença em várias situações cotidianas. Apesar da sua importância, percebemos que o aprendizado matemático ainda é um desafio, pois para muitos alunos essa disciplina é considerada difícil e, muitas vezes, sem sentido, composta apenas por algoritmos que devem ser memorizados (LINDOLFO, 2021, p. 23).

A matemática se fazia presente na rotina de muitos e no livro *O Homem que Calculava*, Malba Tahan (1998) aproxima essa conexão com a rotina na forma de uma narrativa envolvente, que na concepção de Oliveira e Chaquiam (2018, p. 3):

[...] trata-se de um livro diferenciado por abranger vários elementos em uma única obra: curiosidade, lógica e aritmética matemática, filosofia, cultura e religião árabe, romance com aventura e o apelo pedagógico do ensino vivenciado de uma maneira alternativa e prazerosa.

Levando em consideração essa mesma abordagem pedagógica, Marcão (2017) enfatiza que a aprendizagem matemática ocorre por meio da mediação e que o papel do professor como agente mediador frente aos alunos é diretamente proporcional à aprendizagem destes.

Dessa forma, Malba Tahan (1998) introduz o personagem Beremiz Samir, onde ele exercitava seus conhecimentos matemáticos contando mentalmente a quantidade total de folhas de algumas árvores sem a necessidade de analisar uma por uma, o que atrai a atenção do personagem Maiá, sugerindo que ele poderia fazer riquezas se utilizasse seus conhecimentos em uma grande capital.

Adentrando na capital, o vizir do local demonstra curiosidade e pouco depois, o contrata. Nesse contexto, é interessante mencionar que o vizir é uma espécie de ministro nomeado por um soberano de um reino muçulmano, um detalhe interessante que mostra como Malba Tahan ambientou adequadamente sua história. Até então, o Homem que Calculava já havia resolvido alguns problemas matemáticos em sua curta jornada até a capital.

O livro mostra diversas situações problemas presentes em quase todos os capítulos (situações que são presenciadas na rotina de Beremiz) e esse aspecto auxilia os alunos a adquirirem uma aproximação e sentimento de aconchego, ao observarem os problemas da obra sendo solucionados de forma didática.

De acordo com Borges et al., (2022, p. 177):

Ao analisar as instruções didático-metodológicas dos professores da época, Malba Tahan observou e publicou em seus livros, verdadeiros manuais de ensino da Matemática no que dizem respeito a práticas pedagógicas efetivas, os possíveis motivos para a ineficiência da aprendizagem da Matemática ou até mesmo a não compreensão dos conteúdos. Um deles consiste no modo como a disciplina era apresentada aos alunos. Para o matemático, modificar as práticas pedagógicas seria o primeiro passo para dar sentido e significado ao que era imposto, inquestionável e sem sentido para o aluno.

Neste contexto, infere-se que o modo como os problemas são apresentados e naturalmente resolvidos em O homem que Calculava, proporciona uma visão mais humanizada para o aluno em relação à matemática, onde historicamente construiu-se uma concepção que a matemática é uma disciplina tida para os gênios. Essa visão precisa ser desconstruída e algo que pode contribuir é justamente a utilização de atividades lúdicas que objetivam o desenvolvimento do autoconhecimento, a compreensão e um estímulo investigativo em relação ao assunto trabalhado, o que é possível graças às obras literárias de Malba Tahan.

## **2.2 A importância de assimilar a prática do ensino da matemática com o cotidiano através da Resolução de Problemas**

A competência em solucionar questões é essencial para enfrentar desafios e alcançar resultados positivos em diferentes campos do saber. Com o passar dos anos, inúmeros estudiosos têm se dedicado a compreender essa dinâmica de difícil entendimento para muitos. Allevato (2017) evidencia a importância de adotar uma

abordagem sistemática na resolução de questões, ao passo que Onuchic (2019) realça a pertinência da criatividade e da adaptabilidade mental nesse âmbito.

A Resolução de problemas vai além de uma simples ferramenta auxiliadora, não se limita a um mero exercício de aplicação de fórmulas e algoritmos, mas sim como um processo em que os alunos são desafiados a utilizar seus conhecimentos matemáticos para resolver situações autênticas e contextualizadas, assim como Allevalo e Onuchic (2021, p. 45) afirmam:

Considerada como uma estratégia para a aprendizagem matemática, e não somente como contexto para aplicar conteúdos matemáticos supostamente aprendidos previamente, fica ratificada a posição da Resolução de Problemas como uma abordagem atual de trabalho em sala de aula de Matemática.

Trabalhar com essa abordagem ativa e desafiadora pode tornar o aprendizado mais significativo e relevante para os estudantes, além de prepará-los para enfrentar situações do mundo real que exijam habilidades matemáticas. Esse tipo de exercício possibilita que o discente melhore seu pensamento matemático, já que em um problema não existe um esquema ou um modelo predefinido.

Assim, seria trabalhado o raciocínio interpretativo do indivíduo, possibilitando que ele solucione ao pensar numa estratégia própria e não apenas reproduzir os conhecimentos do ensino tradicional, expandindo assim as possibilidades de caminhos a se obter determinado resultado (RODRIGUES; MAGALHÃES, 2011).

Considerando essa abordagem, pode-se, então, pontuar que uma das vantagens em se utilizar a Resolução de Problemas como exercício principal e complementar, ocorre graças à volatilidade de encontrar materiais dos mais diversos conteúdos, além das modificações que podem ser feitas para torná-los mais simples ou mais abstratos e até mesmo adaptá-los a um assunto diferente da sua proposta original, pois conforme enfatizam Vale, Pimentel e Barbosa (2015, p. 7):

[...] é inegável que o desenvolvimento da capacidade de formular problemas é pelo menos tão importante como o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, podendo mesmo assumir-se que a formulação é uma componente indissociável da resolução.

Desse modo, o professor tem o poder de optar por criar seu próprio material, utilizar um já existente e até mesmo modificá-lo, a depender de múltiplos fatores,

dentre eles: os assuntos que serão abordados, o nível de conhecimento dos alunos, o tipo de raciocínio que se objetiva desenvolver nos mesmos, entre outros.

Segundo Lowrie e Clements (2001), estudos têm mostrado que, na Resolução de Problemas, há alunos que preferem usar estratégias visuais, enquanto outros preferem abordagens de natureza mais verbal ou analítica (*apud* VALE; PIMENTEL; BARBOSA. 2015). Nesse cenário, nos deparamos com alunos com um poder interpretativo baseado na visualização do problema e alunos voltados à reprodução de conhecimentos analíticos, como a aplicação prática das fórmulas até então estudadas.

Trabalhar a Resolução de Problemas é um fator fundamental, pois a presença de alguns alunos desmotivados em algumas disciplinas é um fator inegavelmente presente, onde em sua maioria, são resultados da falta de visualização e associação como algo útil para necessidades reais em sua vida (SOUZA, 2005).

A própria Matemática não está imune de tamanho preconceito, originados da influência do peso histórico que, por sua vez, é retratado como a disciplina de gênios e além deste, a popularização dos memes (arquivo de mídia utilizada na internet com o intuito de apresentar ou não algum assunto, ideia, pensamento ou entretenimento através de humor) também impulsionou essas ideologias, humorizando a inutilidade em reproduzir fórmulas matemáticas nas situações “reais” como, por exemplo, em assaltos.

Lorensatti (2009) afirma que uma grande parcela dos professores de matemática no ensino básico frequentemente ouve de seus alunos perguntas como "O que isso quer dizer?" ou "É para multiplicar ou dividir?", referindo-se a um enunciado ou tentativa de resolução de um problema. Além disso, ele relata que esses mesmos professores afirmam que "os alunos não sabem interpretar" ou "os alunos não sabem o que o problema pede", e ainda que "os alunos não possuem conhecimento suficiente em Língua Portuguesa, o que os impede de resolver os problemas" (Lorensatti, 2009, p. 90).

Associar as práticas matemáticas com situações rotineiras é essencial para desmistificar essa crença, já que muitos alunos precisam desenvolver seus aspectos investigativos para conseguir interpretar o que a questão quer solucionar, assim como as operações e manipulações necessárias para tal.

Sobre essa dimensão, Boavida et al. (2008, p. 23) aponta que:

[...] numa investigação, poderá haver alunos que fazem uma exploração total da questão e outros que só descobrem algumas possibilidades, mas todos têm oportunidade de fazer alguma descoberta, de acordo com os seus conhecimentos e capacidades. Cabe ao professor acompanhar o trabalho dos alunos e ir fornecendo pistas de modo a que possam ir desenvolvendo, cada vez mais, o seu raciocínio indutivo e dedutivo.

Nesta perspectiva, pode-se então afirmar que o livro *O homem que Calculava* é uma obra que é capaz, se trabalhada de forma correta, de suprir as lacunas existentes no ensino da matemática, desde que os alunos sejam oportunizados e acompanhados na condução do seu raciocínio, do repertório sócio-histórico e aprimoramento das suas habilidades lógicas e matemáticas.

### **3 METODOLOGIA**

O embasamento inicial deste estudo consistiu na formação teórica e análise da relação entre a literatura e o processo de ensino da Matemática. Ao longo da pesquisa, foram exploradas perspectivas de outros autores que compartilham da mesma visão, enriquecendo a discussão sobre a relevância dessa conexão. Com base nas contribuições teóricas e nas abordagens propostas por esses estudiosos, foram delineadas sugestões do uso do livro para aprimorar o processo educacional da disciplina, levando em conta as particularidades dos sujeitos envolvidos, ao buscar integrar a literatura como uma ferramenta enriquecedora no ensino da Matemática, visando promover uma aprendizagem mais significativa e inclusiva para os alunos.

#### **3.1 Tipo de pesquisa**

Os procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa foram baseados na aplicação de três problemas matemáticos contextualizados, que foram retirados do livro *"O Homem que Calculava"*. Esses problemas foram aplicados em uma Escola de Referência em Ensino Médio no estado de Pernambuco.

Considerando a natureza do trabalho, esta pesquisa é de caráter qualitativo, visando compreender a realidade estudada em profundidade. Em relação aos procedimentos técnicos, trata-se de uma pesquisa de campo, que envolve a coleta e análise de dados diretos da realidade observada. Segundo Lakatos (2003, p. 186), a pesquisa de campo é utilizada com o propósito de obter informações e/ou

conhecimentos sobre um problema, buscar respostas a uma hipótese ou descobrir novos fenômenos e suas relações. Além disso, Gil (2008) destaca que o estudo de campo busca o aprofundamento de uma realidade específica, sendo conduzido principalmente por meio da observação direta das atividades do grupo.

A aplicação ocorreu de forma individualizada para a turma da 1ª série do Ensino Médio e em duplas nas 2ª e 3ª séries. Essa escolha se deu devido à natureza dos problemas abordados. O problema dos Quatro Quatros envolve habilidades operativas que são melhor avaliadas de forma individual, permitindo uma análise mais precisa do desempenho de cada aluno. Por outro lado, os demais problemas apresentavam diferentes abordagens e soluções possíveis, dependendo da interpretação dos alunos. Nesses casos, a realização em duplas permitiu a ocorrência de discussões e trocas de ideias entre os estudantes, enriquecendo o processo de resolução e avaliação.

### **3.2 Local da pesquisa**

A pesquisa foi conduzida em uma Escola Pública Estadual de Referência em Ensino Médio localizada no estado de Pernambuco. O estudo foi realizado nos meses de outubro e novembro de 2022, envolvendo 28 alunos na turma da 1ª série, 22 alunos na turma da 2ª série e 19 alunos na turma da 3ª série, todas pertencentes ao Ensino Médio.

### **3.3 Organização das aulas e execução dos trabalhos**

Foram disponibilizadas duas aulas seguidas e contínuas por turma, nas quais a dinâmica para a execução dos trabalhos foi organizada em dois momentos, sendo um em cada aula. A primeira aula destinou-se à apresentação, utilizando um projetor, da biografia de Júlio César de Melo e Sousa, o livro de referência e uma breve revisão dos assuntos e habilidades necessárias para resolução da proposta de atividade e na segunda aula, destinou-se a aplicação dos problemas.



## 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, serão descritos e interpretados os dados coletados, fornecendo uma pequena visão geral sobre o desempenho dos alunos nas diferentes turmas e séries. Serão apresentados os problemas utilizados e algumas resoluções selecionadas, a fim de proporcionar uma visualização clara e objetiva das informações obtidas. Além disso, serão discutidos os padrões identificados, as possíveis influências dos diferentes métodos de ensino e as conclusões tiradas a partir das observações feitas. Essa análise crítica e reflexiva visa fornecer subsídios para diagnosticar atuais práticas educacionais.

### 4.1 O Problema dos Quatro Quatros

O seguinte trecho do livro que contextualizava o Problema dos Quatro Quatros foi selecionado e adaptado para ser aplicado na turma da 1ª série do Ensino Médio:

{...} Interessou-se Beremiz por um elegante e harmonioso turbante azul-claro que um sírio, meio corcunda, oferecia por 4 dinares. A tenda desse mercador era, aliás, muito original, pois tudo ali (turbantes, caixas, punhais, pulseiras etc.) era vendido por 4 dinares. Havia um letreiro, em letras vistosas, que dizia:

*Os quatro quatros*

Ao ver Beremiz interessado em adquirir o turbante azul, objetei:  
 — Julgo loucura comprar esse luxo. Estamos com pouco dinheiro e ainda não pagamos a hospedaria.  
 — Não é o turbante que me interessa — retorquiu Beremiz. — Repare que a tenda desse mercador é intitulada “Os quatro quatros”. Há nisso tudo espantosa coincidência digna de atenção.  
 — Coincidência? Por quê?  
 — Ora, bagdali — retornou Beremiz —, a legenda que figura nesse quadro recorda uma das maravilhas do Cálculo: podemos formar um número qualquer empregando quatro quatros! {...} (trecho retirado do livro “o homem que calculava”).

◦λ~λ~ Beremiz alega que utilizando quatro algarismos do número quatro, podemos representar matematicamente qualquer outro número. Desse modo, escreva os números a seguir utilizando o número 4, onde o mesmo deve-se repetir obrigatoriamente quatro vezes. Utilize qualquer operação da maneira que preferir, desde que, ao solucioná-las, obtenha-se um valor equivalente. ◦ λ~ λ~

#### 4.1.1 Primeiro momento

Havia um total de 28 alunos, dos quais 11 eram do sexo feminino e 17 do sexo masculino. O primeiro encontro ocorreu das 13h00 às 13h50 em 24 de outubro de 2022. Através de uma apresentação de slides, foram introduzidas informações sobre o livro e do seu autor, para então, iniciar-se uma breve revisão das operações aritméticas fundamentais (adição, subtração, divisão, multiplicação, potenciação, radiciação e fatoração).

Durante a revisão dos conceitos matemáticos, evidenciou-se a participação ativa dos alunos no processo. Os slides contavam com alguns exemplos simples, para fornecer uma visualização mais clara do que é um problema matemático. Todos foram resolvidos com o auxílio e participação da turma, perguntando-os quais passos eram necessários para se obter uma solução válida e esperamos que eles apresentassem uma resposta coerente.

Vários alunos apresentaram rotas de soluções corretas, iguais ou semelhantes às dos demais, o que levantou previamente uma sensação de que haveria um ótimo desempenho na atividade, uma vez que se tratava unicamente de manipular quatro algarismos utilizando operações matemáticas, ou seja, só o fato de utilizar operações aleatórias obteria um resultado para algum dos itens presentes, ou não presentes.

Um exemplo disso seria somar os quatro algarismos, desse modo teríamos uma solução para o número 16, se subtraísse um desses algarismos, teríamos uma solução para o número 8 e assim por diante. Contudo, o maior enfoque da revisão tratava-se da explicação do fatorial, pois para a maioria era um cálculo inédito.

Ao resolver exemplos e apresentar algumas das propriedades da fatoração, percebeu-se que a grande maioria havia compreendido de maneira satisfatória como ocorria o desenvolvimento de tal produto, e a explicação estendeu-se até o final da aula.

#### 4.1.2 Segundo momento

No segundo encontro, que ocorreu na aula seguinte entre as 13h50 e as 14h40, distribuiu-se uma cópia das atividades para cada aluno. Inicialmente, foi solicitado que todos fizessem uma leitura silenciosa do material. Em seguida, realizou-se uma leitura em voz alta, explicando o significado de algumas palavras desconhecidas presentes

no trecho. Ficou evidente a dificuldade dos alunos em interpretar o que o problema propunha, apesar da existência de um exemplo solucionado com o algarismo 0 (zero). Por esse motivo, foram necessárias instruções adicionais, detalhadas na lousa, para orientá-los sobre o que precisariam fazer.

Após a explicação, foi observado que alguns alunos conseguiram desenvolver a atividade sem maiores problemas, demonstrando compreensão do que foi proposto. No entanto, também foi notado que alguns alunos apresentaram nítidas dificuldades em compreender o que deveriam fazer, mesmo após as explicações anteriores. Além disso, houve casos de desinteresse, em que alguns alunos se recusaram a participar das atividades propostas. Essa diversidade de reações ressalta a importância de abordagens pedagógicas diferenciadas para atender às necessidades individuais dos estudantes.

Foi solicitado que, mesmo não conseguindo resolver algum e até mesmo nenhum dos itens, entregassem a atividade ao término da aula, embora só foram recolhidas apenas 22 cópias. Dos 28 alunos, 5 resolveram a atividade por completo, 16 alunos resolveram parcialmente com a média geral de 8 resoluções, 3 alunos entregaram em branco e 6 alunos não entregaram.

Apesar de 5 pessoas responderem por completo, nenhuma conseguiu resolver tudo corretamente, apresentando erros em pelo menos um item. Os erros mais comuns eram o uso equivocado da subtração, que por sua vez gerava um número negativo (ou diferente do item) e escreviam como sendo um número natural, além deste, uma resolução diferente da proposta, já que era solicitado utilizar unicamente quatro algarismos do número 4, alguns elevaram alguns termos ao quadrado em suas soluções, que fugiu da proposta, pois assim, teriam cinco algarismos evidentes, além de que um deles não seria um algarismo 4.

Observou-se também que, pelo menos, todos resolveram os itens dos algarismos 1 e 2. Das soluções recolhidas, será ressaltado algumas, o primeiro destaque em questão é a soluções da aluna A1 que resolveu todos corretos matematicamente (figura 1), mas descumprindo a utilização de apenas quatro algarismos, fugindo um pouco da proposta da atividade. Como feedback, a mesma afirmou que foi uma boa atividade, mas que a mesma requer muito raciocínio e conhecimento matemático.

Figura 1 – Registro do aluno A1.

$0 = \frac{4}{4} - \frac{4}{4}$   
 $1 = 4 - 4 + 4 \div 4$   
 $2 = 4 \div 4 + 4 \div 4$   
 $3 = (4 + 4 + 4) \div 4$   
 $4 = 4^2 - 4 - 4 + 4$   
 $5 = 4^2 \div 4 + 4 \div 4$   
 $6 = 4 \times 4 \div 4 + \sqrt{4}$   
 $7 = 4 - 4 \div 4 + 4$   
 $8 = 4 + 4 \cdot 4 \div 4$   
 $9 = 4 + 4 + 4 \div 4$   
 $10 = 4 + 4 + 4 - \sqrt{4}$   
 $11 = 4^2 \div 4 - 4 \div 4$   
 $12 = 4^2 - 4 + 4 - 4$   
 $13 = 4^2 - 4 + 4 \div 4$   
 $14 = 4 \times 4 - 4 + \sqrt{4}$   
 $15 = 4 \times 4 - 4 \div 4$   
 $16 = 4 \cdot 4 \cdot 4 \div 4$   
 $17 = 4 \times 4 + 4 \div 4$   
 $18 = 4 \times 4 + 4 - \sqrt{4}$   
 $19 = 4^2 + 4 - 4 \div 4$   
 $20 = 4^2 - 4 + 4 + 4$

Feedback: Uma atividade boa porém que exerce muito esforço e conhecimentos de matemática

Fonte: Arquivo do Pesquisador.

O aluno A2 utilizou equivocadamente, em alguns casos, a utilização de parêntesis e chaves que acabaram alterando o valor final da solução (figura 2). Para o algarismo 12, assim como a aluna A1, utilizou o expoente dois, fornecendo assim uma proposta de solução com 5 algarismos evidente.

Figura 2 – Registro do aluno A2.

$0 = \frac{4}{4} - \frac{4}{4}$	11 =
$1 = \frac{4}{4} \cdot \frac{4}{4} = 1 //$	12 = $4^2 - (4+4) - 4$
$2 = (-\sqrt{4} + 4) - (4+4)$	13 =
$3 = \frac{4}{4} + (4 - \{\sqrt{4}\}) = 3 //$	14 = $(4 \times 4) - (4 \div \{\sqrt{4}\}) = 14 //$
$4 = \frac{4}{4} \cdot 4 = 4 //$	15 = $44 \div (4+4)$
5 =	16 = $(4 \times 4) - (4+4) = 16 //$
$6 = (\sqrt{4} + 4) - (4+4) = 6$	17 = $\frac{4}{4} + (4 \times 4) = 17 //$
$7 = 44 \div (4 - 4) = 7 //$	18 = $44 \div (\{\sqrt{4}\} - 4) = 18$
$8 = (4 \div 4) \cdot (4+4) = 8 //$	19 =
$9 = \frac{4}{4} + (4+4)$	20 = $(\{\sqrt{4}\} + 4) \cdot 4 + \sqrt{4} = 20 //$
$10 = (44 - 4) \div 4 = 10 //$	

Fonte: Arquivo do Pesquisador.

O aluno A3 resolveu utilizando potências com o expoente 0 (zero) e assim como os alunos anteriores, utilizou também o expoente 2, mas o que chama atenção é o feedback da mesma: “achei fácil as operações para descobrir os números. Achei difícil usar somente “quatro quatros.” (figura 3). Nesse caso, a mesma compreendeu a proposta, entretanto sentiu dificuldades em executá-la utilizando apenas o algarismo 4.

Figura 3 - Registro do aluno A3.

$0 = \frac{4}{4} - \frac{4}{4}$   
 $1 = \frac{4}{4} \cdot \frac{4}{4} = \frac{16}{16} = 1$   
 $2 = \frac{4}{4} + \frac{4}{4} = 1 + 1 = 2$   
 $3 =$   
 $3^4 = 4^0 + 4^0 + 4^0 + 4^0 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4$   
 $5 =$   
 $6 =$   
 $7 =$   
 $4^8 = 4 + 4 + 4 - 4 = 8$   
 $5^9 = \frac{4}{4} + 4 + 4 = 1 + 4 + 4 = 9$   
 $10 =$   
 $11 =$   
 $10^{12} = 4^2 + 4 - 4 - 4 = 16 + 4 - 4 - 4$   
 $20 - 4 - 4 = 16 - 4 = 12$   
 $13 =$   
 $14 =$   
 $3^5 = \frac{4}{4} + 4 \cdot 4 = -1 + 16 = 15$   
 $6^{16} = 4 + 4 + 4 + 4 = 16$   
 $7^{17} = \frac{4}{4} + 4 \cdot 4 = 1 + 16 = 17$   
 $18 =$   
 $19 =$   
 $8^{20} = 4^2 + 4 - 4 + 4 = 16 + 4 - 4 + 4$   
 $20 - 4 + 4 = 16 + 4 = 20$

Achei Fácil as operações para descobrir os números.  
 Achei difícil usar somente "quatro quatuor".

Fonte: Arquivo do Pesquisador.

## 4.2 O Problema do Jogo do Xadrez

O seguinte trecho do livro que contextualizava o Problema do Jogo do Xadrez foi selecionado e adaptado para ser aplicado na turma da 2ª série do Ensino Médio da escola campo.

Uma das histórias a respeito da origem do jogo de xadrez, é contada no livro de Malba Tahan, chamado "Diabrunas da Matemática". Diz a lenda que o jogo foi criado para entreter um rei da Índia, de nome Iadava, o jovem Lahur Sessa, apresentou o jogo ao rei e este ficou maravilhado, querendo recompensar o inventor do jogo de xadrez, Iadava perguntou qual presente ele

gostaria de receber: jóias, terras, um palácio... O pedido do jovem inventor deixou o rei perplexo.

{...} — Causa-me assombro tanto desdém e desamor aos bens materiais, ó jovem! A modéstia, quando excessiva, é como o vento que apaga o archote cegando o viandante nas trevas de uma noite interminável. Para que possa o homem vencer os múltiplos obstáculos que se lhe deparam na vida, precisa ter o espírito preso às raízes de uma ambição que o impulse a um ideal qualquer. Exijo, portanto, que escolhas, sem mais demora, uma recompensa digna de tua valiosa oferta. Queres uma bolsa cheia de ouro? Desejas uma arca repleta de joias? Já pensaste em possuir um palácio? Almejas a administração de uma província?guardo a tua resposta, por isso que à minha promessa está ligada à minha palavra!

— Recusar o vosso oferecimento depois de vossas últimas palavras — acudiu Sessa — seria menos descortesia do que desobediência ao rei. Vou, pois, aceitar, pelo jogo que inventei, uma recompensa que corresponde à vossa generosidade; não desejo, contudo, nem ouro, nem terras ou palácios. Peço o meu pagamento em grãos de trigo.

— Grãos de trigo? — estranhou o rei, sem ocultar o espanto que lhe causava semelhante proposta. — Como poderei pagar-te com tão insignificante moeda?

— Nada mais simples — elucidou Sessa. — Dar-me-eis um grão de trigo pela primeira casa do tabuleiro; dois pela segunda, quatro pela terceira, oito pela quarta, e assim dobrando sucessivamente, até a sexagésima quarta e última casa do tabuleiro. Peço-vos, ó Rei, de acordo com a vossa magnânima oferta, que autorizeis o pagamento em grãos de trigo, e assim como indiquei! {...} (trecho retirado do livro “o homem que calculava”).

1 grão de trigo pela 1ª casa;  
2 grãos de trigo pela 2ª casa;  
4 grãos de trigo pela 3ª casa;  
8 grãos de trigo pela 4ª casa, ....

A quantidade de grãos deveria ser dobrada a cada casa subsequente, e como sabemos, o jogo de xadrez tem 64 casas. O rei achou o pedido muito insignificante e pediu que você calculasse a quantidade de grãos para atender o desejo do inventor do jogo de xadrez do jeito que este havia proposto.

#### 4.2.1 Primeiro momento

Havia um total de 22 alunos, dos quais 13 eram do sexo feminino e 9 do sexo masculino. O primeiro encontro ocorreu no período das 7h30 às 8h20, em 3 de novembro de 2022. Novamente apresentou-se informações do livro além da biografia de Júlio César de Melo e Souza. Em sequência, iniciou-se uma breve revisão de Progressão Geométrica, abordando sua definição, fórmula e propriedades.

Durante a revisão, era notória a participação de todos os alunos, principalmente no momento de resolver os problemas presentes no slide. Por tratar de exemplos simples, os problemas que foram utilizados em todas as turmas e os específicos para

essa foram solucionados de forma correta, demonstrando um nível aceitável das habilidades matemáticas exigidas.

#### 4.2.2 Segundo momento

O segundo encontro iniciou-se na aula seguinte e teve duração de 50 minutos, ocorrendo entre 8h20 e 9h10. Novamente, distribuiu-se uma cópia da atividade proposta para cada dupla, sendo solicitado que todos fizessem uma leitura silenciosa para, em seguida, realizar uma leitura em voz alta, onde seria explicado o significado de algumas palavras desconhecidas e dúvidas persistentes. Percebia-se que todos os alunos compreenderam o trecho e sua proposta, embora durante a aplicação, a maioria sentiu dificuldade em como identificar os elementos do problema para aplicá-lo na fórmula de progressão geométrica (P.G.).

De acordo com Paulo Freire (1996), "Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção". Desse modo, foi explícito que eles poderiam resolver utilizando outros métodos e ferramentas, como calculadora, desenho e/ou argumentação, diante da complexidade de se efetuar algum cálculo para esse problema, mas caso optassem em resolver através de algum cálculo, ele não poderia estar simplificado.

Passando-se cerca de 20 minutos, os alunos foram questionados como estava o progresso da atividade e como resposta ninguém havia conseguido obter dados aplicáveis.

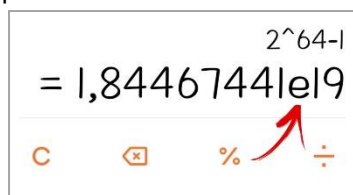
Como reforço, o texto proposto foi relido e um tabuleiro desenhado na lousa, de modo que as informações dadas no trecho ficassem mais claras e objetivas para os alunos. Depois disso, eles identificaram e passaram a aplicar na fórmula, mas então se depararam com uma nova dificuldade, o fato de o expoente ser um valor alto, proporcionando, assim, um cálculo enorme.

O objetivo que queria-se chegar com esse problema, era o fato de que nem todos os problemas matemáticos podem ser facilmente solucionados sem a utilização de ferramentas adequadas, esperava-se que os alunos percebessem a dificuldade do cálculo e explicassem que não conseguiriam resolver sem a utilização de ferramentas, uma vez que, nem o próprio rei a quem é proposto na obra consegue efetuar tal cálculo. No entanto, para aqueles que utilizaram ferramentas eletrônicas como calculadora e celular, nem todos os aparelhos possuíam caracteres suficientes para



representar tal operação e, diante disso, ou apresentava uma solução simplificada com letras onde eles não sabiam seu significado ou apresentava tela de erro (figura 4).

**Figura 4** – Simplificação da operação apresentado na calculadora.



The image shows a calculator interface. At the top, the expression  $2^{64}-1$  is displayed. Below it, the result is shown as  $= 1,84467441e19$ . The calculator has a standard set of buttons: a red 'C' button, a red 'x' button, a red '%' button, a red arrow pointing to the right, and a red '÷' button.

**Fonte:** Arquivo do Pesquisador.

Observou-se também que, apesar de todos os alunos estarem buscando resolver os problemas, 5 alunos não entregaram a atividade e nem apresentaram uma justificativa para isso, supõe-se que o principal motivo seja de os mesmos não terem conseguido apresentar uma solução ou então, estarem inseguros de sua resposta, ainda mais, diante de uma proposta de atividade diferente das que estavam habituados.

Duas duplas, B1 e B2, colaboraram para construir um tabuleiro, com o objetivo de preencher todas as casas disponíveis (conforme ilustrado na figura 5). Essas duplas persistiram em sua tentativa de resolver o problema dessa maneira. No entanto, conforme a quantidade de algarismos aumentava, a ponto de necessitar de uma representação simplificada na calculadora, elas acabaram por desistir. É importante destacar que não houve argumentação em relação a essa limitação encontrada, tampouco a busca por outra abordagem alternativa.

Durante o processo de resolução, um dos membros do grupo expressou sua tentativa de contestar a explicação do professor. No entanto, ao confrontar os resultados obtidos, ficou evidente que o entendimento do responsável estava correto: “tentei contrariar a explicação do senhor e tentei desse jeito, mas no fim o senhor estava certo, estava aparecendo uma letra esquisita e a gente não sabia mais o que fazer”. Essa citação retrata a dificuldade encontrada pelo grupo durante a resolução do problema, bem como a humilde admissão da validade das informações.

Figura 5 – Registro das duplas B1 e B2

*Atividade*

$a(2, 4, 8, 16, 64, 128, \dots)$

$8^2 = 64$

1	2	4	8	16	32	64
130	260	520	1040	2080	4160	2320
23280	66560	133120	266240	532480	1064960	2129920
8519040	17038080	34076160	68152320	136304640	272609280	545218560
21299200	42598400	85196800	170393600	340787200	681574400	1363148800
55839616	111679232	223358464	446716928	893433856	1786867712	3573735424
						128
						16040
						4259870
						109051969
						279173611

Fonte: Arquivo do Pesquisador.

Todas as outras duplas apresentaram diferentes abordagens para solucionar o problema, incluindo soluções diretas, soluções incompletas e soluções simplificadas, utilizando a notação científica, assim como a calculadora. Em alguns casos, essas duplas replicaram menos algarismos do que o valor real (possivelmente devido ao número ser muito extenso). Somente a dupla B4 foi capaz de apresentar o valor completamente correto, embora não tenha concluído as operações presentes na fórmula (figura 7). Na figura 6, é possível observar que a dupla B3 omitiu os três últimos algarismos, o que levou a um número incorreto em comparação com o valor real.

**Figura 6** – Registro das duplas B3.

$$AN = A_1 \cdot Q^{n-1}$$

$$S_n = \frac{A_1(Q^n - 1)}{Q - 1}$$

1, 2, 4, 8,

$$S_n = \frac{A_1(Q^n - 1)}{Q - 1} \quad S_{64} = \frac{1(2^{64} - 1)}{2 - 1}$$

$$S_{64} = 1,8446744073709551 \cdot 10^{19}$$

Fonte: Arquivo do Pesquisador.

Essa dupla demonstrou um correto entendimento ao aplicar e representar os cálculos, com a exceção de terem esquecido de resolver as demais operações presentes na fórmula. Mais especificamente, eles omitiram a etapa de multiplicar o "1" presente no numerador e subtrair a expressão "2-1" do denominador.

**Figura 7** – Registro das duplas B4.

Atividade

$$S_n = a_1 \cdot \frac{(Q^n - 1)}{Q - 1}$$

$$S_{64} = \frac{1 \cdot (2^{64} - 1)}{2 - 1}$$

$$S_{64} = 1,8446744073709551 \cdot 10^{19}$$

Fonte: Arquivo do Pesquisador.

### 4.3 O Problema dos Cinco Discos

O seguinte trecho do livro que contextualizava o Problema do Jogo dos Cinco Discos foi selecionado e adaptado para ser aplicado na turma da 3ª série do Ensino Médio desta unidade de ensino.

Dahizé era a belíssima filha do rei árabe Cassim, o Indeciso. Três príncipes inteligentíssimos e conhecedores profundos da Matemática, da Literatura, da Física e da Astronomia disputavam a mão da Princesa. Então o Rei resolveu colocar-lhes o desafio que apresentamos de seguida.

{...} O sábio dervixe disse ao rei:

- Só conheço um meio que vai permitir determinar o mais inteligente dos três! É a prova dos cinco discos!

- Façamos, pois, essa prova - concordou o rei. Os três príncipes foram levados ao palácio. O dervixe, mostrando-lhes cinco discos de madeira muito fina, disse-lhes:

- Aqui estão cinco discos, dos quais dois são pretos e três brancos. Reparai que eles são do mesmo tamanho e do mesmo peso, e só se distinguem pela cor.

A seguir, um pajem vendou cuidadosamente os olhos dos três príncipes, deixando-os impossibilitados de distinguir a menor sombra.

O velho dervixe tomou então ao acaso três dos cinco discos e pendurou-os às costas dos três pretendentes. Disse, então, o dervixe:

- Cada um de vós tem preso às costas um disco cuja cor ignora! Sereis interrogados um a um. Aquele que descobrir a cor do disco que lhe coube por sorte será declarado vencedor e casará com a linda Dahizé. O primeiro a ser interrogado poderá ver os discos dos dois outros concorrentes; ao segundo será permitido ver o disco do último. E este terá que formular a sua resposta sem ver coisa alguma! Aquele que der a resposta certa, para provar que não foi favorecido pelo acaso, terá que justificá-la por meio de um raciocínio rigoroso, metódico e simples. Qual de vós deseja ser o primeiro? {...} (trecho de “o homem que calculava”).

Sabendo que o Príncipe Camozã Prontificou-se, mas este por sua vez, interrogado secretamente, errou na resposta. O Príncipe Benefir prontificou-se imediato para ser o segundo. Mas também este errou na resposta dada de igual forma secretamente. Então, o Príncipe Aradim aproximou-se do Rei e disse a cor exacta do seu disco com uma justificação rigorosa, metódica e simples. Saberá você descobrir a cor do disco de Aradim e o raciocínio que ele apresentou?

#### 4.3.1 Primeiro momento

Havia um total de 19 alunos, sendo 9 do sexo feminino e 10 do sexo masculino. O primeiro encontro ocorreu no dia 10 de novembro de 2022, no período das 13h00 às 13h50. Assim como nas turmas anteriores, a aula iniciou com a apresentação de slides contendo a biografia do autor e o livro de referência. Em seguida, foi feita uma breve revisão de análise combinatória, acompanhada de problemas simples para que os alunos pudessem resolver antes de se depararem com a proposta de atividade principal.

Durante a revisão, foi perceptível que os alunos desta turma demonstravam um domínio e um conhecimento mais avançado em relação ao assunto a ser abordado, principalmente em relação às fórmulas e suas aplicações. Na resolução dos problemas apresentados nos slides, todos os alunos responderam corretamente, o

que indicava um bom entendimento prévio do conteúdo. Dessa forma, deu-se início à próxima etapa do encontro.

#### 4.3.2 Segundo momento

Ao término da explicação, com aproximadamente 15 minutos de antecedência, deu-se início à próxima fase da aplicação da atividade. Foi solicitado aos alunos que formassem duplas, entregando uma cópia da atividade para cada dupla, e pediu-se que realizassem uma leitura silenciosa do material. Em seguida, ocorreu uma leitura em voz alta para que todos pudessem acompanhar. A segunda etapa da atividade ocorreu entre 13h35 e 14h40.

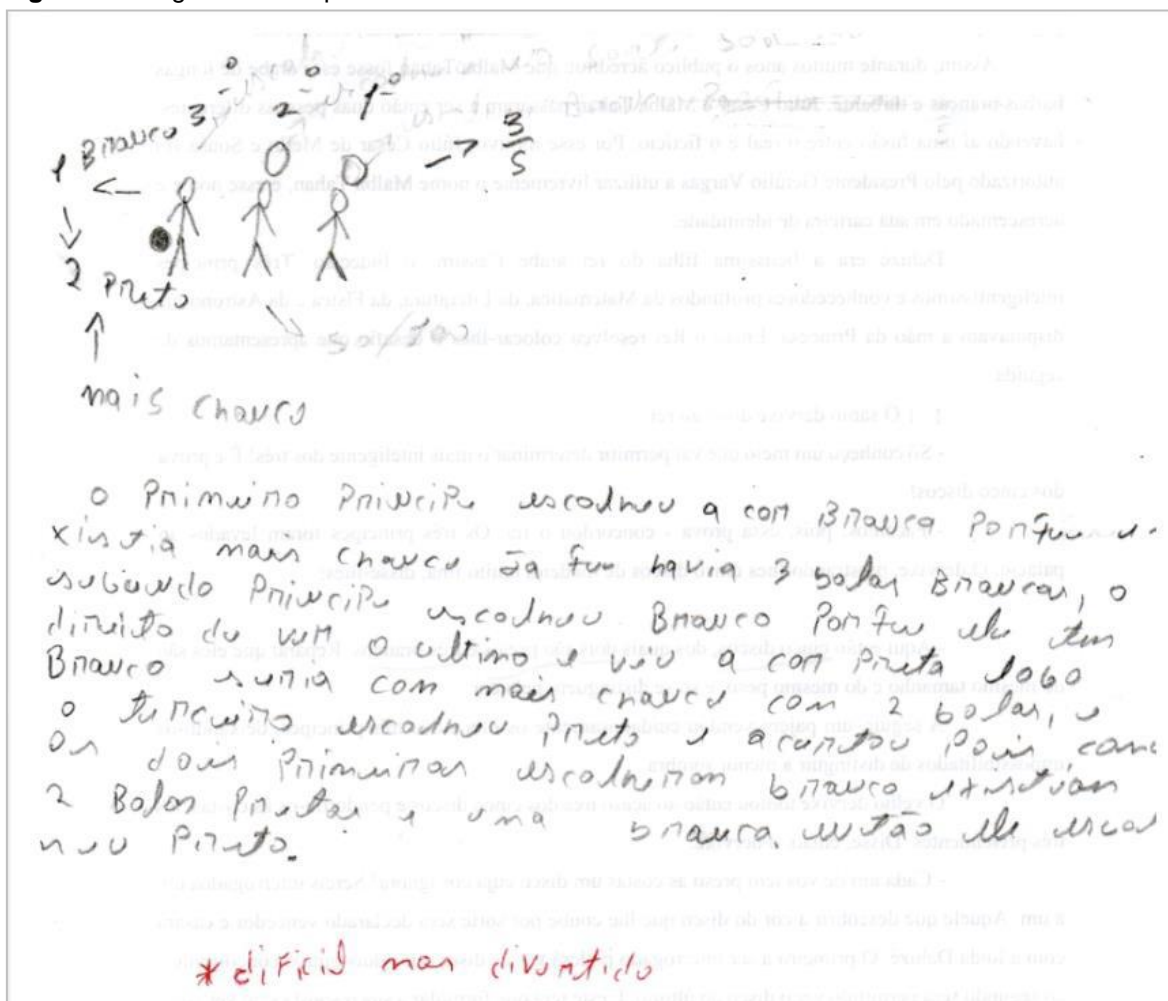
Mesmo os alunos demonstrando previamente domínio de análise combinatória, todos estavam totalmente confusos diante do problema proposto. Alguns ao verem que o trecho retirado do livro era um texto de pouco mais que uma lauda, reclamavam e mostravam claramente sinais de preguiça em participar da aula. Para ajudá-los na interpretação, foi realizada uma releitura desenhando, na lousa, a ordem que os príncipes são citados e explicitando as regras que foram dadas.

Todos entregaram uma solução. Duas duplas que apresentavam desmotivação entregaram uma solução onde sua argumentação era uma brincadeira, constituída por um desenho e uma explicação de que o príncipe Aradim descobriu a cor do disco por que “uma luz divina o iluminou” fazendo com ele descobrisse a solução.

Entre os demais alunos, apenas uma dupla se aproximou mais da solução esperada, enquanto os demais não apresentaram respostas suficientes ou convincentes. É possível observar na figura 8 que essa dupla apresentou uma solução, mas é importante ressaltar que essa é apenas uma das possibilidades para o evento ocorrer. Essa solução não assegura que cada um dos príncipes tenha escolhido exatamente essas cores, na mesma ordem. Portanto, essa argumentação não é sustentável e convincente o suficiente.

A dupla C1 apresentou a seguinte argumentação: “O primeiro príncipe escolheu a cor branca porque existiam mais chances, já que haviam 3 bolas brancas. O segundo príncipe escolheu branco porque ele tinha o direito de ver o último e viu a cor preta. Logo, o terceiro escolheu preto e acertou, pois como os dois primeiros escolheram branco, existiam 2 bolas pretas e uma branca. Portanto, ele escolheu preto.”

Figura 8 – Registro das duplas C1.



Fonte: Arquivo do Pesquisador.

A dupla C2 construiu um diagrama que demonstrava as possibilidades e acertou corretamente a cor. No entanto, eles realizaram um cálculo desnecessário, uma vez que o método utilizado não fornecia uma explicação adicional para a obtenção dos resultados. O diagrama em si já fornecia um método plausível para chegar à resposta correta. Ao final da atividade, a dupla deu um feedback comentando: “Achei a aula muito boa e o problema teve que pensar muito ainda, achei ele difícil.”

Figura 9 – Registro da dupla C2

Handwritten mathematical work showing diagrams and calculations. The diagrams include stick figures and dots, some with lines connecting them. The calculations are as follows:

$$20 + 30 = 50$$

$$5 - x$$

$$5 = 10\%$$

$$5x = \frac{50}{5} = 10$$

$$\frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 3} = 10$$

$$\frac{9!}{4!} = 15120$$

Resposta: Bismio

Achei a parte muito boa e o problema teve uma resposta muito linda, não é difícil.

Fonte: Arquivo do Pesquisador.

Da mesma forma, as outras duplas apresentaram soluções similares ao cálculo realizado, porém essas soluções não foram fundamentadas com argumentos suficientes. Seria mais adequado que, em vez de se basearem apenas nos cálculos, as duplas desenvolvessem um raciocínio mais elaborado ou explorassem métodos alternativos para chegar às conclusões. O professor forneceu pistas para auxiliá-los, indicando que existem outras abordagens possíveis. Dessa forma, as respostas seriam mais completas e coerentes com o problema proposto, considerando diferentes métodos e estratégias.

Em 28 de novembro de 2022, às 7h30, houve retorno na referida escola para a entrega e apresentação das soluções das atividades. Por se tratar de um encontro breve, foi solicitado à direção e aos professores presentes na sala de aula apenas alguns minutos para o cumprimento dessa etapa.

O Problema dos Quatro Quatros era o único que possuía diversas operações e, por conseguinte, corrigir cada item levaria bastante tempo, optou-se por explicar novamente as regras do exercício e explanar erros encontrados durante a correção, como por exemplo: o uso equivocado do sinal de subtração e as dificuldades em interpretar equivalências matemáticas simples.

Para o Problema do Jogo do Xadrez e o Problema dos Cinco Discos, baseado na resolução e argumentação do próprio livro, mas não tornando-a como solução única e absoluta, foi explanado que os alunos poderiam ter buscado outros métodos de apresentar as suas respostas.

No Jogo do Xadrez, por exemplo, nem mesmo o rei a quem foi dirigido tal situação conseguiu resolvê-la, da mesma forma, no Problema dos Cinco Discos, apesar de Aradim ter sido considerado o mais inteligente, o mesmo só conseguiu resolver diante da ordem em que os fatos ocorreram, sendo assim, poderiam ter esclarecido que ele não era um gênio, mas sim, sortudo, ou poderiam ter desvendado uma solução que mostraria a argumentação que ele utilizou.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este trabalho buscou obter um diagnóstico dos conhecimentos matemáticos e do raciocínio lógico em três turmas de diferentes séries, localizadas na mesma escola. Cada turma era conduzida por um professor diferente, o que implica em práticas e métodos de ensino distintos para cada uma delas.

A partir dos dados coletados e observados, percebe-se a necessidade de aumentar a frequência da resolução de problemas e sequências didáticas nas aulas de matemática. Organizar as atividades de forma sequencial contribuiria para o processo de aprendizagem, tornando-o mais dinâmico e estimulando o interesse dos alunos. Além disso, essa abordagem promoveria o desenvolvimento de estratégias para chegar a soluções adequadas.

Ao se depararem com um problema matemático contextualizado que apresenta uma abordagem metodológica diferente do que estão acostumados, nota-se, de



maneira geral, uma deficiência predominante em interpretar e resolver esse tipo de desafio em todas as turmas trabalhadas. É importante ressaltar que a falta de familiaridade com esse tipo de exercício pode resultar em dificuldades para compreender o contexto do problema e aplicar o conhecimento matemático de forma adequada.

Na turma da 1ª série, pode-se concluir a maioria dos alunos apresentou lacunas significativas em seu percurso educacional. Observou-se dificuldades no domínio das propriedades operatórias matemáticas, na identificação de equivalência matemática e na compreensão dos conjuntos numéricos, especialmente dos números inteiros. Um dos principais desafios encontrados foi o uso incorreto do sinal subtrativo, em que os alunos associavam valores negativos como equivalentes aos seus simétricos. Essa dificuldade na compreensão dos conceitos resultou em cálculos realizados de forma incorreta.

Nas demais turmas, observou-se que os alunos estavam mais acostumados a resolver problemas semelhantes, nos quais números e fórmulas eram evidentes. No entanto, ao se depararem com uma questão contextualizada, que exigia interpretação, coleta e organização de informações, os alunos não sabiam exatamente o que fazer e como abordar o problema. Nesse contexto, foi necessária a intervenção do pesquisador para ajudá-los a compreender e transpor esses dados de forma adequada.

Ficou explícita a liberdade de escolha que os alunos tinham em relação à forma de apresentar suas soluções, podendo utilizar desenhos, cálculos matemáticos, argumentações ou outros métodos que considerassem válidos, desde que fossem coerentes e seguissem um raciocínio lógico. No entanto, apesar dessas vantagens, a maioria dos alunos tentou forçar um cálculo que não tinha uma base sólida para sustentação lógica.

Tendo em vista os aspectos analisados e observados, a resolução de problemas matemáticos é importante para o processo de ensino-aprendizagem dos alunos. A leitura é a base da educação, e a resolução de problemas exige que os alunos desenvolvam diversas habilidades. Ao implementar essa abordagem desde cedo, é possível impactar positivamente no desenvolvimento da compreensão, da oralidade e do raciocínio dos alunos, além de ampliar seus conhecimentos filosóficos, empíricos e científicos. Essa abordagem também estimula o espírito investigativo, tornando os alunos pesquisadores de sua própria prática educacional.

Utilizar os quebra-cabeças de Malba Tahan favoreceram a desconstrução de práticas tradicionalistas de memorização baseadas na repetição de listas de exercícios. Nesta pesquisa, fica evidente que a implementação do uso de problemas contextualizados, como os presentes em O Homem que Calculava, nas práticas educacionais desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, contribuirá para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos.

## REFERÊNCIAS

AGÊNCIA BRASIL. **Só 7,3% dos alunos atingem aprendizado adequado em matemática no ensino médio.** Disponível em:

<https://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2017-01/matematica- apenas-73-aprendem-o-adequado-na-escola>. Acesso em: 05 jul. 2023.

BOAVIDA, Ana Maria Ribeiro et al. **A experiência matemática no ensino básico. Direção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.** Lisboa: 2008.

Disponível em: <https://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/5566>. Acesso em: 05 jul. 2023

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em: 05 jul. 2023.

DE OLIVEIRA, Andréia Rodrigues; CHAQUIAM, Marcio. Malba Tahan e Júlio César: Histórias para além do O Homem que Calculava. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 14, p. 27–40, 2018. DOI:

10.30938/bocehm.v5i14.240. Disponível em:

<https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/240>. Acesso em: 05 jul. 2023.

FARIA, Juraci Conceição de. **A prática educativa de Júlio César de Mello e Souza Malba Tahan: um olhar a partir da concepção de interdisciplinaridade de Ivani Fazenda.** 2004. 186 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Metodista de São Paulo, São Bernardo do Campo, 2004. Disponível em:

[https://www.malbatahan.com.br/wp-content/uploads/2017/07/Juraci-Conceicao-de-Faria-dissertacao\\_juracycfaria.pdf](https://www.malbatahan.com.br/wp-content/uploads/2017/07/Juraci-Conceicao-de-Faria-dissertacao_juracycfaria.pdf). Acesso em: 05 jul. 2023.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

**G1. Apenas 5% dos alunos da rede pública terminam o ensino médio com conhecimentos adequados de matemática**. 24 fev. 2021. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/noticia/2021/02/24/apenas-5percent-dos-alunos-da-rede-publica-terminam-o-ensino-medio-com-conhecimentos-adequados-de-matematica.ghtml>. Acesso em: 05 jul. 2023.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LINDOLFO, Bárbara. **Matemática Recreativa: Uma proposta didática a partir da Obra O Homem que Calculava de Malba Tahan**. 2021. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2021. Disponível em: [https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/22148/1/TCC\\_B%c3%a1rbara%20Lindolfo.pdf](https://repositorio.ufpb.br/jspui/bitstream/123456789/22148/1/TCC_B%c3%a1rbara%20Lindolfo.pdf). Acesso em: 05 jul. 2023.

LOWRIE, Tom; CLEMENTS, Mark. Visual and nonvisual processes in Grade 6 students' mathematical problem solving. **Journal of Research in Childhood Education**, v. 16, n. 1, p. 71-97, 2001. Disponível em: <https://www.semanticscholar.org/paper/Visual-and-Nonvisual-Processes-in-Grade-6-Students%27-Lowrie-Clements/a050108626ff3caed2a63ac861e65f3ae2fcdc2c>. Acesso em: 05 jul. 2023.

MARCÃO, Daniela Gonçalves. **A modelagem no ensino e na aprendizagem de Matemática nos primeiros anos do Ensino Fundamental**. 2017. 101 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/handle/123456789/19261>. Acesso em: 05 jul. 2023.

ROSSETTI, José Paschoal. **Introdução à Economia**. 17. ed. São Paulo: Atlas, 1997.

RODRIGUES, Adriano; MAGALHÃES, Sabrina Cipullo. **A Resolução de Problemas nas aulas de Matemática: diagnosticando a prática pedagógica**. Revista Acadêmica Feol. Refeol., v. 1, n. 1, p. 1-16, 2011. Disponível em: [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica\\_artigos/artigo\\_rodrigues\\_magalhaes.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/setembro2012/matematica_artigos/artigo_rodrigues_magalhaes.pdf). Acesso em: 05 jul. 2023.

SALLES, Pedro Paulo; NETO, Antônio P. **Malba Tahan: muito além do pseudônimo**. In: **Anais do Colóquio Internacional "Matemática, Cidades Criativas e Tecnologia"** (ColMAT). São Paulo: IME-USP, 2015. Disponível em: [https://www.ime.usp.br/caem/anais\\_mostra\\_2015/arquivos\\_auxiliares/palestras/Palestra3\\_Pedro\\_Salles.pdf](https://www.ime.usp.br/caem/anais_mostra_2015/arquivos_auxiliares/palestras/Palestra3_Pedro_Salles.pdf). Acesso em: 05 jul. 2023.

SILVA, José Américo Ferreira da. **Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática: algumas considerações**. Brasília, 2005. Disponível em: <https://repositorio.ucb.br:9443/jspui/handle/10869/1816>. Acesso em: 05 jul. 2023.

SOUSA, Ariana Bezerra de. **A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática**. 2005. 12 f. Monografia (Graduação) - Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2005. Disponível em: <https://repositorio.ucb.br:9443/jspui/bitstream/10869/1544/1/Ariana%20Bezerra%20de%20Sousa.pdf>. Acesso em: 05 jul. 2023.

TAHAN, Malba. **O homem que calculava**. 46. ed. Rio de Janeiro: Record, 1998.

VALENTIM, Maurílio Antonio. **Literatura e matemática: O Homem que Calculava, de Malba Tahan**. Juiz de Fora: Centro de Ensino Superior de Juiz de Fora, 2010. 103 p. Dissertação de Mestrado. Disponível em: [https://www.malbatahan.com.br/wp-content/uploads/2017/08/Maur%C3%ADlio-Antonio-Valentim-tese\\_maurilio\\_paulino.pdf](https://www.malbatahan.com.br/wp-content/uploads/2017/08/Maur%C3%ADlio-Antonio-Valentim-tese_maurilio_paulino.pdf). Acesso em: 05 jul. 2023.

VALE, Inês; PIMENTEL, Teresa; BARBOSA, Ana. Ensinar matemática com resolução de problemas. **Quadrante**: Revista de Investigação em Educação Matemática, v. XXIV, n. 2, p. 39-60, 2015. Disponível em:

<https://quadrante.apm.pt/article/view/22923>. Acesso em: 05 jul. 2023.