UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS - CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MATEUS LUCENA DA SILVA

MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL PARA MICROEMPRESA: OTIMIZAÇÃO DE MIX DE PRODUTO EM UMA EMPRESA DE CONFECÇÃO

PATOS-PB
2023

MATEUS LUCENA DA SILVA

MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL PARA MICROEMPRESA: OTIMIZAÇÃO DE MIX DE PRODUTO EM UMA EMPRESA DE CONFECÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada à Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Matemática aplicada .

Orientador: Dr. Arlandson Matheus Silva Oliveira

PATOS-PB
2023

S586m Silva, Mateus Lucena da.

Modelagem matemática e simulação computacional para microempresa [manuscrito] : otimização de mix de produto em uma empresa de confecção / Mateus Lucena da Silva. - 2023.

46 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas, 2023.

"Orientação : Prof. Dr. Arlandson Matheus Silva Oliveira, Coordenação do Curso de Matemática - CCEA. "

1. Modelagem Matemática. 2. Programação linear. 3. Método Simplex. I. Título

21. ed. CDD 519.7

Elaborada por Edson M. A. Monteiro - CRB - CRB 15/743 BSC7/UEPB

MATEUS LUCENA DA SILVA

MODELAGEM MATEMÁTICA E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL PARA PEQUENAS EMPRESAS: OTIMIZAÇÃO DE MIX DE PRODUTO EM UMA EMPRESA DE CONFECÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas (CCEA) da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Matemática

Aprovada em 11 / 12 / 2023

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
gov.br ARLANDSON MATHEUS SILVA OLIVEIRA
Data: 11/12/2023 13:59:00-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Arlandson Matheus Silva Oliveira (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB/CCEA)

Documento assinado digitalmente
gov.br EMANUELA REGIA DE SOUSA COELHO
Data: 11/12/2023 12:53:01-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dra. Emanuela Régia de Sousa Coelho (Examinador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Documento assinado digitalmente
gov.br HORTENCIA LUMA FERNANDES MAGALHAES
Data: 11/12/2023 12:37:03-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dra. Hortência Luma Fernandes Magalhães(Examinador)
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri

AGRADECIMENTOS

A Deus em primeiro lugar por ter me dado essa oportunidade e forças para ter enfrentado as dificuldades e ter chegado até aqui.

À minha família pelo amor incondicional, apoio e pelo incentivo de seguir em frente e nunca desistir.

A minha esposa Magna Mansuene por toda paciência e compreensão nos momentos em que tive que me ausentar e por todo apoio e amor.

A minha filha Helena, que mesmo exausto me proporcionava forças para continuar.

Ao melhor e mais paciente orientador que existe, Dr. Arlandson Matheus Silva Oliveira, pelo empenho e pela persistência que teve em me orientar e por todas as contribuições que me proporcionou na minha vida acadêmica.

RESUMO

O presente estudo realizado em uma empresa do setor de confecção de vestuário, buscou criar um modelo matemático visando otimizar o mix de produção para redução de custos e uma utilização mais eficiente dos recursos disponíveis e auxiliando os gestores em tomadas de decisões. A primeira fase focou na obtenção e utilização de dados para modelar a função objetivo e as restrições. A determinação do mix de produção otimizado foi realizada por meio de programação linear utilizando o método simplex, executado no software Lingo. O objetivo principal foi aperfeiçoar a eficiência operacional da organização por meio da modelagem juntamente com a pesquisa operacional.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Mix de Produção, Pesquisa Operacional.

ABSTRACTS

The present study conducted in a clothing manufacturing company aimed to create a mathematical model to optimize the production mix for cost reduction and more efficient utilization of available resources, while assisting managers in decision-making. The first phase focused on obtaining and utilizing data to model the objective function and constraints. The determination of the optimized production mix was carried out through linear programming using the simplex method, executed in the LINGO software. The main objective was to enhance the operational efficiency of the organization through modeling in conjunction with operations research.

Keywords: Mathematical Modeling, Production Mix, Operational Research.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Quando estudamos a história da Matemática, por mais superficial que seja, sempre nos deparamos com um problema do dia a dia sendo objetivo responder usando Matemática. Diante disso, surge a Modelagem Matemática (MM), com necessidade de representar a situação ou o problema, de forma mais próxima da realidade para poder ser resolvida. A modelagem matemática envolve a habilidade de converter desafios da realidade em questões matemáticas e, subsequentemente, solucioná-los, interpretando as respostas dentro do contexto do mundo real(Bassanezi, 2002,).

A Pesquisa Operacional (PO) é usada para orientar a tomada de decisões e a resolução de problemas desde que surgiu. A Pesquisa Operacional, tal como a compreendemos atualmente, teve origem durante a Segunda Guerra Mundial. Surgiu como produto de investigações conduzidas por equipes interdisciplinares de cientistas, que foram contratados para abordar questões militares estratégicas e táticas(Silva et al. 1998). Essa nova ciência criada durante a guerra foi posteriormente adotada por grande organizações mundiais, resultando num crescimento expressivo proporcionado pela PO.

Tomadas de decisões fazem parte da rotina de qualquer gestor de uma organização, e nesse cenário competitivo, é de grande importância tomar decisões efetivas. É uma abordagem científica para a tomada de decisões. De maneira geral, envolve a descrição de um sistema organizado por meio de um modelo e, por meio da experimentação com esse modelo, busca-se descobrir a maneira mais eficiente de operar o sistema.(Silva et al. 1998).

Em meio a um ambiente econômico definido muitas vezes pela falta de recursos, torna-se essencial alocar recursos da melhor forma possível. Empresas onde o lucro está associado a produtividade, decidir quais produtos produzir e em que quantidades tem relação direta com a lucratividade. O objetivo fundamental da tomada de decisão empresarial é maximizar a utilidade do tomador de decisões, sendo essa maximização geralmente refletida na busca pela maximização do lucro ou na minimização do custo na prática(Goldbarg e Luna 2005).

No Brasil, as empresas são classificadas de acordo com o porte. O Artigo 3º desta Lei Complementar estabelece os critérios para a classificação de microempresas e empresas de pequeno porte. Conforme os termos dessa legislação, são consideradas microempresas ou empresas de pequeno porte a sociedade empresária, a sociedade simples, a empresa individual de responsabilidade limitada e o empresário mencionado no artigo 966 da Lei nº 10.406, de 10 de janeiro de 2002 (Código Civil). Essas entidades devem estar devidamente registradas no Registro de Empresas Mercantis ou no Registro Civil de Pessoas Jurídicas, conforme apropriado. A classificação como microempresa é atribuída àquelas que, em cada ano-calendário, possuem receita bruta igual ou inferior a R$ 360.000,00 (trezentos e sessenta mil reais). Já a classificação como empresa de pequeno porte aplica-se àquelas que, no mesmo período, apresentam receita bruta superior a R$ 360.000,00 (trezentos e sessenta mil reais) e igual ou inferior a R$ 4.800.000,00 (quatro milhões e oitocentos mil reais)(BRASIL, 2006).

Atualmente, poucos estudos de pesquisa operacional são realizados em MPEs. Pesquisas que aplicam esse conhecimento em empresas de pequeno porte podem ajudar muito na sobrevivência e no seu crescimento. Mesmo assim, a PO é uma incógnita para muitas dessas empresas.

A empresa do ramo de confecção de roupas básicas para o dia a dia. Localizada na cidade de São Bento, no interior do sertão da Paraíba, e atua na fabricação de roupas casuais com estilo, conforto, qualidade e de custo acessível. O presente trabalho tem como finalidade criar um modelo matemático que juntamente a utilização dos conhecimentos e técnicas do PO, possibilite otimizar o mix de produção para utilizar todos os recursos disponíveis, desse modo reduzindo custos de produção e elevando consequentemente o lucro ao máximo.

1.2 Problematização

Um dos grandes desafios das empresas para manter e conquistar mercado neste momento de competitividade global é oferecer produtos com qualidade e com baixo custo, tornando-os atrativos para os consumidores.

Pretendendo manter os produtos competitivos no seu mercado de atuação, operações para reduzir o custo de produção e consequentemente melhorar a margem de custo do produto.

Diante disso, temos que reduzir os custos de produção para maximizar o lucro. De início uma ação imediata seria alterar o mix de produção priorizando os produtos mais lucrativos, mas existe uma resistência do mercado em absorver excesso desses produtos, pois a clientela exige variedade de produtos. Desse modo existindo a necessidade de produção de item com participação menor na margem de lucro da empresa, além disso, tendo um custo de produção mais elevado, o que impede que esse mix seja definido tão facilmente.

Por esse motivo, este trabalho visa construir uma MM da realidade de uma microempresas e com as técnicas PO , para obter uma mix de produção ideal.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Utilizar a pesquisa operacional em uma microempresa, mediante uma modelagem matemática que obtenha a maximização da quantidade de produtos fabricados, alocando todos os recursos disponíveis e dessa forma maximizando também o lucro, e possibilite tomadas de decisões através dos resultados.

1.3.2 Objetivos Específicos

Os seguintes objetivos específicos foram escolhidos com a intenção de atingir o objetivo geral deste trabalho:

- Coletar as informações relevantes da empresa estudada;
- Identificar problemas nos setores que a pesquisa possa ser realizada;
- Coletar os dados necessários e organizá-los de forma que possibilite a construção de um modelo matemático utilizando a programação linear;
- Resolver o modelo matemático utilizando ferramentas computacionais;
- Analisar os resultados obtidos;
- Mostrar as medidas operacionais mais convenientes apontados pelo estudo.

1.4 A empresa

A empresa estudada está localizada na cidade de São Bento, no sertão paraibano, nasceu como marca em 2014. Mas, apenas em 2021, iniciou sua produção própria contando apenas com três funcionários. A empresa cresceu notavelmente ao longo do tempo e emprega atualmente oito colaboradores. Seu foco principal é a fabricação de roupas masculinas e femininas para uso diário, com a qualidade em cada produto fabricado, estabelecendo-se como uma marca comprometida com a excelência e a satisfação do cliente.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Pesquisa operacional

Pode-se considerar que o termo Pesquisa Operacional (PO) tem origem militar, no qual durante a segunda Guerra Mundial os Ingleses faziam uso dos conceitos iniciais para investigar como a tecnologia do radar poderia ser aplicada para detectar aeronaves inimigas. No entanto, ainda antes do fim da Segunda Guerra Mundial, a PO já estava sendo utilizada para solucionar uma variedade de problemas administrativos e táticos.

A PO, em 1952, começou a se propagar no meio acadêmico com o surgimento de associações de pesquisa, como a ORSA (*Operations Research Society of America*) e TIMS (*The Institute of management Sciences*) nos EUA e a ORS (*Operations Research Society*) na Inglaterra, com isso foi realizada a primeira conferência internacional de PO realizado em 1953 em Oxford, na Inglaterra. Durante as décadas de 1950 e 1960, a PO já era utilizada por políticos e administradores para auxiliar em tomadas de decisões referentes a problemas de gestão nos setores públicos e privados. Diversas empresas da época como mineração, metalúrgica, construção civil, têxtil, farmacêutica, bancária e transportes já utilizavam estratégias e técnicas de PO com o intuito de solucionar problemas e traçar planos para suas atividades (ARENALES et al.2007)

Já no Brasil, a PO teve sua primeira aplicação no meio econômico. Em 1957 foi criado o primeiro curso de engenharia de produção pela Escola Politécnica da Universidade de são Paulo (EPUSP), tendo vários professores atuando também no setor privado, iniciou uma relação entre Universidade e empresa, desencadeando as primeiras aplicações da PO em problemas reais das empresas. O primeiro grupo de PO criado por uma empresa nacional, se deu na Petrobrás, tendo sido criado em 1965 (MARINS, 2011).

Segundo TAHA(2008), a PO é uma ciência, mas também uma Arte. É uma ciência devido às técnicas Matemáticas que compreendem a modelagem e simulação e é uma Arte porque com o êxito das fases resultantes na solução do Modelo Matemático, depende na maioria das vezes da criatividade e da experiência da equipe.

Ao formular um problema de PO, é necessário extrair os procedimentos que controlam o comportamento de um processo ou sistema observado. Essas leis podem ser descritas por meio de relações matemáticas, resultando em modelos matemáticos. Esses modelos visam simular o comportamento do elemento real, mas frequentemente demandam simplificações devido à complexidade dos sistemas físicos. Entretanto, é fundamental manter a consistência com o contexto original.

O procedimento para resolução de um problema de PO abrange pelo menos cinco fases, de acordo com ARENALES et al.(2007); MARINS (2011); TAHA (2008), são eles:

i. Identificação do problema: essa etapa é conhecida como definição do problema. É essencial identificar as limitações e formular o problema de maneira correta. É necessário determinar quais aspectos estão dentro do nosso controle, chamados de variáveis de decisão, e quais limitações essas variáveis estão sujeitas, chamadas de restrições;

ii. Definição do modelo matemático: O modelo é uma representação simplificada da realidade. Na fase de modelagem, transformamos as informações em equações matemáticas ou lógicas, que mostram as relações importantes entre as variáveis e os dados relevantes do problema. Essas equações descrevem como as variáveis estão interligadas e nos fornecem uma base para analisar e resolver o problema quantitativamente;

iii. Obtenção da solução do modelo: para obter a solução do modelo construído, é necessário aplicar métodos matemáticos específicos. Existem vários métodos comuns em Pesquisa Operacional que podem ser utilizados, como Programação Linear, Programação em Redes, Teoria dos Grafos e Teoria das Filas. Cada um desses métodos oferece abordagens distintas para encontrar uma solução adequada. A escolha do método depende das características do problema em questão e da natureza das variáveis e restrições envolvidas;

iv. Teste do modelo e da solução obtida: nesta fase, é realizada uma verificação para determinar se o modelo proposto representa adequadamente o problema em questão e se ele consegue prever o comportamento do sistema de maneira precisa e válida. É essencial avaliar se o modelo captura de forma precisa as relações entre as variáveis e as restrições. Essa verificação é importante para garantir a confiabilidade e a validade do modelo no contexto do problema específico.

v. Implementação da solução: após obter os resultados do modelo, é necessário realizar a transformação desses resultados em decisões práticas. Isso envolve analisar e interpretar os dados resultantes do modelo e utilizar essas informações para tomar decisões ou recomendar ações específicas. Dependendo do contexto, essas decisões podem envolver alocação de recursos, planejamento de produção, otimização de processos, entre outras possibilidades. É importante considerar as restrições e os objetivos definidos anteriormente na formulação do problema para garantir que as decisões sejam viáveis e alinhadas com os objetivos desejados.

Para construção de um modelo é necessário alguns ciclos entre as fases apresentadas a fim do mesmo esteja devidamente ajustado com a realidade.

2.2 Programação linear

A programação linear (PL) é uma técnica matemática poderosa muito utilizada para resolver diversos problemas de otimização em áreas como economia, engenharia, logística e planejamento de produção. Essa PL busca encontrar a melhor solução dentro de um conjunto de restrições e uma função objetivo. Utilizando modelos matemáticos eficientes, a programação linear permite aplicar algoritmos e métodos para obter soluções ótimas ou aceitáveis.

Com ela, é possível maximizar ou minimizar um objetivo, considerando limitações de recursos, restrições técnicas e objetivos de negócios. A programação linear é uma ferramenta útil para tomadas de decisões eficientes e fundamentadas.

Entre os muitos problemas em que a Programação Linear é frequentemente utilizada como ferramenta auxiliar na tomada de decisão, o problema do mix de produção é um deles. O objetivo principal nos problemas de mix de produção é maximizar a margem de contribuição e, por consequência, o lucro da empresa. Isso envolve a otimização da utilização de recursos como máquinas, mão de obra, capital e espaço de armazenamento. Através da Programação Linear, é possível determinar um mix ideal de produtos a serem produzidos, levando em consideração as restrições de recursos e as demandas do mercado, para maximizar os lucros da empresa (ARENALES et al.2007).

A forma padrão do problema de PL é definida como:

$$\text{Minimizar } f(x_1, x_2 \ldots, x_n) = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \tag{2.1}$$

sujeito a

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \tag{2.2}$$

e

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \ldots, x_n \geq 0. \tag{2.3}$$

onde temos a função f em (1) denominada função objetivo, temos também o sistema de equações lineares em (2) definindo as restrições do problema, além disso contamos com as condições de não negatividade das variáveis em (3).

Reescrevendo a forma padrão (1) – (3) em notação matricial teremos:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } f(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}^{\mathbf{T}}\mathbf{x} \\ \mathbf{A}\mathbf{x} &= \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}, \end{aligned} \tag{2.4}$$

no qual:

- $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$ é uma matriz de ordem $m{\times}n$ é formada pelos coeficientes das variáveis do problema que estão presentes nas equações das restrições;

- $c^T = (c_1 \quad c_2 \quad \cdots \quad c_n)$ é um vetor de ordem n que é formado pelos coeficientes das variáveis da função objetivo;

- $x^T = (x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n)$ é um vetor de ordem n que representa a variável ou incógnita do problema;

- $b^T = (b_1 \quad b_2 \quad \cdots \quad b_m)$ é um vetor de ordem m que é formado pelos termos indepententes ou pelos recursos do problema;

- $0^T = (0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0)$ é um vetor onde todos os elementos são 0.

Desse modo, qualquer problema de otimização que utilize o PL, pode ser escrito com a forma padrão dada em (4), mas para isso tem que atender as seguintes características:

- a função do objetivo deve ser minimizada;

- as restrições são definidas por um sistema de equações lineares;

- as condições de não-negatividade de todas as variáveis de decisão complementam as restrições do problema.

Uma solução$(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ é considerada factível quando atende a todas as restrições e também as condições de não negatividade. O conjunto de todas as soluções factíveis é denominado região factível. Uma solução factível que fornece o menor valor para a função objetivo é denominada solução factível ótima, representada por $(x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*)$. Portanto, uma solução factível é considerada ótima se satisfizer os seguintes critérios:

$$f(x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*) \leq f(x_1, x_2, \cdots, x_n) \tag{2.5}$$

para qualquer solução factível$(x_1, x_2, \cdots, x_n)$(ARENALES et al.2007).

Toda via, em situações reais, é comum que os problemas não se apresentem na forma padrão e exijam ser reescritos ou adaptados para essa forma. Os casos mais frequentes são problemas de maximização da função objetivo, restrições de desigualdade e sem a restrição de não negatividade.

Nos casos de maximização a função objetivo deverá corresponder a:

$$f(x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*) \geq f(x_1, x_2, \cdots, x_n) \tag{2.6}$$

para obter a solução ótima para qualquer solução factível $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$.

Para ajustar a equação (6) às condições especificadas em (5), é necessário multiplicar a equação (6) por -1, obtendo:

$$-f(x_1^*, x_2^*, \cdots, x_n^*) \leq -f(x_1, x_2, \cdots, x_n) \tag{2.7}$$

portanto, para encontrar a solução factível que maximize f e o mesmo que encontrar a solução factível que minimize $-f$.

Nos casos em que as restrições do problema envolvem condições de desigualdade, é necessário recorrer a métodos matemáticos para ajustar as restrições à condição de igualdade. Quando a desigualdade é do tipo $\leq$, é necessário adicionar uma variável $F_i > 0$ ao lado esquerdo da equação, conforme apresentado na equação (8):

$$a_{i1}x_1 + \ldots + a_{in}x_n \leq b_i \Rightarrow a_{i1}x_1 + \ldots + a_{in}x_n + F_i = b_i \tag{2.8}$$

De maneira similar, quando a condição de desigualdade é do tipo $\geq$, é necessário subtrair do lado esquerdo da equação uma variável $E_i > 0$, como apresentado na equação (9):

$$a_{i1}x_1 + \ldots + a_{in}x_n \geq b_i \Rightarrow a_{i1}x_1 + \ldots + a_{in}x_n - E_i = b_i \tag{2.9}$$

Outro aspecto que requer a reformulação da restrição é a presença de variáveis livres, ou seja, variáveis não restritas pela condição de não negatividade. Nesses casos, uma variável livre pode ser expressa como a diferença de dois outros números não negativos, conforme mostrado na equação (10)(ARENALES et al.2007):

$$x_i = x_i^+ - x_i^-, \text{com } x_i^+ \geq 0, x_i^- \geq 0 \tag{2.10}$$

De forma alternativa à representação matricial e a tradicional da forma padrão de otimização linear, também pode ser utilizada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \\ \sum_{j=1}^{n} \boldsymbol{a}_j x_j = \boldsymbol{b} \\ x_j \geq 0, j = 1, \ldots, n, \end{aligned}$$

em que:

$\boldsymbol{a}_j = \begin{pmatrix} a_{1j} \\ a_{2j} \\ \vdots \\ a_{mj} \end{pmatrix}$: j-ésima coluna da matriz A, que são os coeficientes que multiplicam x_j.

2.3 Método simplex

O método simplex procura encontrar uma solução ótima movendo-se de uma solução básica viável para outra, seguindo as arestas do conjunto viável, sempre em direção a uma redução de custo. Eventualmente, é alcançada uma solução básica viável na qual nenhuma das arestas disponíveis conduz a uma redução de custo. Essa solução básica viável é considerada solução ótima e o algoritmo é encerrado.

2.4 Teoria do método simplex

Nesta seção, serão expostas algumas descrições e propriedades essenciais para resolver problema de otimização linear, através dos principais métodos de solução: o método simplex. Convenientemente, a teoria é elaborada considerando o problema na sua forma padrão:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } f(\mathbf{x}) &= \mathbf{c}^{\mathbf{T}}\mathbf{x} \\ \mathbf{A}\mathbf{x} &= \mathbf{b} \\ \mathbf{x} &\geq \mathbf{0}, \end{aligned}$$

Definição 1 (partição básica): Observe a reorganização das colunas a partir da matriz $\mathbf{A}$ do sistema:

$$\mathbf{A} = [\mathbf{B}\ \mathbf{N}]$$

no qual:

- $\mathbf{B}_{m\times m}$, denominada *matriz básica, é composta por m colunas da matriz $\mathbf{A}$ sendo também uma matriz invertível dada por $\mathbf{B} = [\ \mathbf{a}_{B_1}\ \mathbf{a}_{B_2}\ \cdots\ \mathbf{a}_{B_m}\ ]$, isto é, B_1, B_2, $\cdots$, B_m são os índices das colunas da matriz $\mathbf{A}$ que pertencem a $\mathbf{B}$, chamados de índices básicos.*

- $\mathbf{N}_{m\times n-m}$, *chamada de matriz não-básica, e compostas pelas $n-m$ colunas restantes de $\mathbf{A}$, dada por $\mathbf{N} = [\ \mathbf{a}_{N_1}\ \mathbf{a}_{N_2}\ \cdots\ \mathbf{a}_{N_{n-m}}\ ]$, isto é, N_1, N_2, $\cdots$, B_{n-m} são os índices das colunas da matriz $\mathbf{A}$ que pertencem a $\mathbf{N}$.*

Essa partição entre $\mathbf{B}$ e $\mathbf{N}$ das colunas de $\mathbf{A}$ é chamado de partição básica e acrescenta uma partição no vetor $\mathbf{x}$:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathrm{B}} \\ \mathbf{x}_{\mathrm{N}} \end{bmatrix}$$

no qual:

- $\mathbf{x}_{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} x_{B_1} \\ x_{B_2} \\ \vdots \\ x_{B_m} \end{bmatrix}$, chamado vetor das variáveis básicas;

- $\mathbf{x}_{\mathrm{N}} = \begin{bmatrix} x_{N_1} \\ \vdots \\ x_{N_{n-m}} \end{bmatrix}$, chamado vetor das variáveis não-básicas,

Com isso, o sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ pode ser reescrito de forma semelhante:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \Leftrightarrow [\mathbf{B}\ \mathbf{N}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathrm{B}} \\ \mathbf{x}_{\mathrm{N}} \end{bmatrix}$$

ou

$$\mathbf{B}\mathbf{x}_{\mathbf{B}} + \mathbf{N}\mathbf{x}_{\mathbf{N}} = \mathbf{b}.$$

Consequentemente,

$$\mathbf{x}_{\mathbf{B}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{x}_{\mathbf{N}} \qquad \text{(solução geral do sistema).}$$

Com a solução geral do sistema, podemos encontrar qualquer solução do sistema ao simplesmente atribuir valores arbitrários às $n - m$ variáveis não básicas em $\mathbf{x}_N$, de forma que as m variáveis básicas em $\mathbf{x}_B$ fiquem completamente definidas e a solução resultante atenda a $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$. A ordem original das variáveis é modificada de acordo com a partição básica.

Definição 2 (solução básica): Tome uma partição básica $\mathbf{A} = [\mathbf{B}\ \mathbf{N}]$ e fixe zero como as $n - m$ variáveis de $\mathbf{x}_{\mathbf{N}}$, vamos obter:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{B}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \\ \hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{N}} = \mathbf{0} \end{cases}$$

A solução $\hat{\mathbf{x}}$ adquirida dessa maneira é chamada de solução básica. Se $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{B}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \geq \mathbf{0}$, ou seja, quando todas as variáveis básicas são não-negativas, denominamos $\hat{\mathbf{x}}$ como uma solução básica factível. Além do mais, se $\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{B}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} > \mathbf{0}$, dizemos que é solução básica factível como não-degenerada.

Propriedade 1: Seja $\mathbf{S}$ uma região factível, tal que $\mathbf{S} = \{\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n \text{ tal que } \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}$. um ponto $\mathbf{x} \in \mathbf{S}$ é um vértice de $\mathbf{S}$ se, e somente se, $\mathbf{x}$ for uma solução básica.

Propriedade 2: Se existe uma solução ótima, existe uma solução básica factível que é ótima. Consequentemente, basta procurar o ótimo entre todas as soluções básicas factíveis. Para isso: Determine todas soluções k básica factivel: $\mathbf{x_1}, \mathbf{x_2}, \cdots, \mathbf{x_K}$. Determine também $\mathbf{x_j}$ tal que $f(\mathbf{x_j}) =$ mínimo $\{f(\mathbf{x_k}), k = 1, 2, \cdots, K\}$ [1].

Considere uma solução básica factível

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{B}} \\ \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{N}} \end{bmatrix} \text{ em que } \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{B}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \geq 0 \\ \hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{N}} = \mathbf{0}, \end{cases}$$

[1] As demonstração Matemáticas das propriedades 1 e 2 podem ser encontradas em Bregalda *et al*(1988).

e a solução geral do sistema usando a mesma partição básica, isto é:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x_B} \\ \mathbf{x_N} \end{bmatrix} \text{ tal que } \mathbf{x_B} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{x_N} \tag{2.11}$$

A função objetivo $f(x)$ pode ser representada levando em consideração a partição básica:

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}}\mathbf{c}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\mathrm{B}} \\ \mathbf{x}_{\mathrm{N}} \end{bmatrix} = \mathbf{c}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_{\mathrm{B}} + \mathbf{c}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{T}}\mathbf{x_N} \tag{2.12}$$

- $\mathbf{c}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}}$: São os coeficientes das variáveis básicas na função objetivo.
- $\mathbf{c}_{\mathrm{N}}^{\mathrm{T}}$: São os coeficientes das variáveis não-básicas na função objetivo.

Substituindo (2.11) em (2.12):

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{c}_{\mathbf{B}}^{\mathrm{T}}(\underbrace{\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{x_N}}_{\mathbf{x}_{\mathrm{B}}}) + \mathbf{c}_{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}}\mathbf{x_N} = \mathbf{c}_{\mathbf{B}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} - \mathbf{c}_{\mathbf{B}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{x_N} + \mathbf{c}_{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}}\mathbf{x_N}. \tag{2.13}$$

O termo inicial de (2.13) corresponde ao valor da função objetivo em $\hat{\mathbf{x}}$:

$$f(\hat{\mathbf{x}}) = \mathbf{c}_{\mathbf{B}}^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{B}} + \mathbf{c}_{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}}\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{N}} = \mathbf{c}_{\mathbf{B}}^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}\right) + \mathbf{c}_{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}}(\mathbf{0}) = \mathbf{c}_{\mathbf{B}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b}.$$

Definição 3 (vetor multiplicador simplex): Seja λ_{mx1}, dado por

$$\lambda^{\mathbf{T}} = \mathbf{c}_{\mathbf{B}}^{\mathbf{T}}\mathbf{B}^{-1} \tag{2.14}$$

Utilizando o vetor multiplicador simplex na expressão de $f(x)$ em (2.13), teremo

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &= f(\hat{\mathbf{x}}) - \mathbf{c}_{\mathbf{B}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{x_N} + \mathbf{c}_{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}}\mathbf{x_N} = f(\hat{\mathbf{x}}) - \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\mathbf{N}\mathbf{x_N} + \mathrm{c}_{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}_{\mathrm{N}} \\ &= f(\hat{\mathbf{x}}) + \left(\mathbf{c}_{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\mathbf{N}\right)\mathbf{x_N} \end{aligned}$$

Considerando que:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_{\mathbf{N}}^{\mathrm{T}} - \lambda^{\mathrm{T}}\mathbf{N} &= \left(c_{N_1}, c_{N_2}, \cdots, c_{N_{n-m}}\right) - \lambda^T\left(\mathbf{a}_{N_1}, \mathbf{a}_{N_2}, \cdots, \mathbf{a}_{N_{n-m}}\right) \\ &= \left(c_{N_1} - \lambda^T\mathbf{a}_{N_1}, c_{N_2} - \lambda^T\mathbf{a}_{N_2}, \cdots, c_{N_{n-m}} - \lambda^T\mathbf{a}_{N_{n-m}}\right) \end{aligned}$$

e

$$\mathbf{x_N} = \left(x_{N_1}, x_{N_2}, \cdots, x_{N_{n-m}}\right)$$

obtemos:

$$f(\mathbf{x}) = f(\hat{\mathbf{x}}) + \left(c_{N_I} - \lambda^T\mathbf{a}_{N_I}\right)x_{N_1} + \left(c_{N_2} - \lambda^T\mathbf{a}_{N_2}\right)x_{N_2} + \ldots + \left(c_{N_{n-m}} - \lambda^T\mathbf{a}_{N_{n-m}}\right)x_{N_{n-m}} \tag{2.15}$$

Definição 4 (custo relativo): Chamamos de custo relativo os coeficientes $\hat{c}_{N_j} = \left(c_{N_j} - \lambda^T \mathbf{a}_{N_\mathrm{j}}\right)$ das variáveis não-básicas da função objetivo representada em (2.15).

Propriedade 3: (condição de otimalidade) considere uma partição básica $\mathbf{A} = [\mathbf{BN}]$ em que a solução básica esteja associada a $\hat{\mathbf{x}}_\mathbf{B} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \geq 0$,e seja $\lambda^\mathbf{T} = \mathbf{c}_\mathbf{B}^\mathbf{T}\mathbf{B}^{-1}$ o vetor multiplicador simplex. Se $\hat{c}_{N_j} = \left(c_{N_j} - \lambda^T \mathbf{a}_{N_\mathrm{j}}\right) \geq 0$, $j = 1, \cdots, n-m$ ou seja , todos os custos relativos são não-negativos, então a solução é ótima.

Caso as condições de otimalidade da solução básica não seja satisfeitas, tal que

$$\hat{c}_{N_k} = \left(c_{N_k} - \lambda^T \mathbf{a}_{N_\mathrm{k}}\right)$$

se faz uso da estratégia simplex.

Definição 5 (estratégia simplex): Chamamos de estratégia simplex a alteração de uma solução básica factível que consiste em mudar as variáveis não-básicas por:

$$\begin{cases} x_{N_k} = \varepsilon \geq 0, & \text{(variável com custo relativo negativo)} \\ x_{N_j} = 0, & j = 1, 2, \ldots, n-m, i \neq k \end{cases}$$

Definição 6 (direção simplex: Chama-se de direção simples o $y = B^{-1}a_{N_k}$ o qual fornece os coeficientes de como as variáveis básicas são alteradas pela estratégia simplex. Considerando a não negatividade das variaveis básicas se tem:

$$x_{B_i} = \hat{x}_{B_i} - y_i\varepsilon \geq 0, \quad i = 1, \ldots, m.$$

Assim, se $y_i \leq 0$, então $x_{B_i} \geq 0$, para todo $\varepsilon \geq 0$ se $y_i > 0$, como $x_{B_i} = \hat{x}_{B_i} - y_i\varepsilon \geq 0$, então, $\varepsilon \leq \frac{\hat{x}_{B_i}}{y_i}$.

Logo, o maior valor de ε é dado por

$$\hat{\varepsilon} = \frac{\hat{x}_{B_\ell}}{y_\ell} = \text{ mínimo } \left\{\frac{\hat{x}_{B_i}}{y_i}, y_i > 0\right\}.$$

2.5 Desenvolvimento do método simplex passo a passo

De acordo com (ARENALES et al,2007) a execução convencional do método Simplex é feito conforme os passos a seguir:

Para utilizar o método simplex , temos que ter o problema de otimização linear na forma padrão.

Entrada : Definir inicialmente as partições básica e não-básicas, B e N respectivamente, de modo que $A = [B, N]$:

$$(B_1, B_2, \ldots, B_m) \text{ e } (N_1, N_2, \ldots, N_{n-m}).$$

Os vetores das variáveis básicas e não-básicas são, respetivamente:

$$\mathbf{x}_{\mathrm{B}}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} x_{B_1} & x_{B_2} & \cdots & x_{B_m} \end{pmatrix} \text{ e } \mathbf{x}_N^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} x_{N_1} & x_{N_2} & \cdots & x_{N_{n-m}} \end{pmatrix}.$$

Inicio da interação 1.

Passo 1 : Tendo definido as partições básica e não-básica, calcule a solução básica factível.

$$\hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{B}} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} - \mathbf{B}^{-1}\mathbf{N}\mathbf{x}_{\mathrm{N}}, \quad \hat{\mathbf{x}}_{\mathrm{N}} = \mathbf{0}$$

Passo 2 : Calcular o vetor multiplicativo

$$\lambda^{\mathbf{T}} = \mathbf{c}_{\mathbf{B}}^{\mathbf{T}}\mathbf{B}^{-1}$$

.

Passo 3 : Calcular os custos relativos

$$\hat{c}_{N_j} = c_{N_j} - \lambda^{\mathrm{T}}\mathbf{a}_{N_j} \quad j = 1, 2, \ldots, n - m$$

.

Passo 3.1 : Com o custo calculado, vamos determinar a variável $\hat{c}_{N_k}$ tal que

$$\hat{c}_{N_k} = \text{ mínimo } \left\{\hat{c}_{N_j}, j = 1, \ldots, n - m\right\}$$

se $\hat{c}_{N_k} \geq 0$, então pare, pois a solução encontrada nessa interação é ótima. Do contrário $\hat{c}_{N_k}$ entra na base.

Passo 4 :Calcular a direção simplex

$$y = B^{-1}a_{N_k}$$

Passo 5 : Se obtivermos $y \geq 0$,então pare, não tem solução ótima finita $f(X) \to -\infty$. Do contrário, determine a variável a sair da base pelo teste da razão mínima:

$$\hat{\varepsilon} = \frac{\hat{x}_{B_\ell}}{y_\ell} = \text{ mínimo } \left\{\frac{\hat{x}_{B_i}}{y_i} \text{ tal que } y_i > 0, i = 1, \ldots, m\right\} \text{ (a variável } x_{B_\ell} \text{ sai da base)}$$

Passo 6 : Atualização da nova partição básica, trocando o ℓ-ésima coluna de $\mathbf{B}$ pela k-ésima coluna de $\mathbf{N}$:

nova matriz básica: $\mathbf{B} = [\mathbf{a}_{B_1} \cdots \mathbf{a}_{B_{\ell-1}} \ \mathbf{a}_{N_k} \ \mathbf{a}_{B_{\ell+1}} \cdots \mathbf{a}_{B_m}]$

nova matriz não-básica: $\mathbf{N} = [\mathbf{a}_{N_1} \cdots \mathbf{a}_{N_{k-1}} \ \mathbf{a}_{B_\ell} \ \mathbf{a}_{N_{k+1}} \cdots \mathbf{a}_{N_m}]$

Sendo realizados todos passos anteriores, inicia uma nova interação utilizando as novas matrizes $\mathbf{B}$ e $\mathbf{N}$ obtidas, iniciando novamente pelo passo *1* até encontrar a solução ótima.

2.6 Aplicação do Solver

Quando se trata de simples problemas de otimização em programação linear envolvendo poucas variáveis e restrições, é conveniente, mas também tedioso, a aplicação manual do método simplex. Entretanto, quando se trabalha com abundância de dados e restrições se torna um grande desafio ou até mesmo impossível a resolução do problema manualmente. No entanto, os computadores modernos conseguem lidar com essa carga computacional de forma rápida e precisa, permitindo a resolução de problemas cada vez mais complexos.

Atualmente, há uma ampla disponibilidade de software de computador que utiliza a ferramenta Solver na qual faz uso do método simplex para resolver os problemas como relata Hillier e Lieberman, a "ferramenta chamada Solver que usa o método simplex para encontrar uma solução ótima" (HILLIER, LIEBERMAN, 2006, p. 66).

Um desses softwares e o LINGO com sua interface intuitiva e recursos avançados, resolução de modelos de otimização Linear, Não Linear (convexo e não convexo/Global), quadrático entre outros e fornece dados para análise de sensibilidade utilizando a ferramenta Solver, oferecendo a capacidade de explorar diversos cenários e tomar decisões. Sua habilidade de lidar com problemas lineares, interativos e discretos o torna uma escolha popular entre profissionais que buscam maximizar resultados e otimizar recursos eficientemente.

Quando usamos o LINGO[2] para resolver o modelo e temos um retorno do relatório contendo os valores ótimos das variáveis, além disso, também é fornecido um relatório de sensibilidade reportando os valores de custo reduzido (reduced cost), folga / excesso (Slack or Surplus) e preço-sombra (dual price).

O custo reduzido está ligado diretamente com os coeficientes da função objetivo e ela possui duas interpretações básicas que segundo Lachtermacher(2007) a primeira diz que é "A quantidade que o coeficiente da função-objetivo de uma variável original deve melhorar antes desta variável se tornar básica."(Lachtermacher, 2007, P. 106), a segunda pode ser interpretada como "A penalização que deverá ser paga para tornar uma variável básica."

A folga/excesso no relatório de sensibilidade do LINGO estar relacionado com as restrições, conforme o LINDO SYSTEMS INC. O valor apresentado folga quando a restrição correspondente utilizar menor igual (≤), mas quando restrição utilizar maior igual que(≥) esse valor apresentado no relatório de sensibilidade é considerado como excesso. Se a restrição for satisfeita usando o sinal de igual (=), folga/excesso vai retornar o valor zero. Caso o Solver apresentar alguma restrição com folga/excesso resultado negativo indica que a restrição não foi respeitada e portando o resultado é inválido.

De acordo com Lachtermacher(2007), o preço-sombra corresponde "A quantidade pela qual a função-objetivo é alterada dado um incremento de uma unidade na constante da restrição, assumindo que todos os outros coeficientes e constantes permaneçam inalte-

[2]Para mais informações sobre o lingo acesse: `https://www.lindo.com/index.php/products/lingo-and-optimization-modeling`

rado"(Lachtermacher, 2007, P. 106).

O preço-sombra reportado pelo LINGO pode adotar valores positivos, negativos ou zero. "Se o preço-sombra for positivo, um incremento de uma unidade na constante da restrição resulta num aumento do valor da função-objetivo. Se o preço-sombra for negativo, um incremento de uma unidade na constante da restrição resulta na diminuição do valor da função-objetivo."(Lachtermacher, 2007, P. 106).

3 METODOLOGIA

A metodologia científica desempenha um papel fundamental no desenvolvimento da ciência e na busca por conhecimento confiável e válido. Ela consiste em um conjunto de procedimentos e técnicas utilizados para planejar, realizar, analisar e interpretar pesquisas de forma sistemática e rigorosa.

Nesta seção, são apresentados os detalhes sobre a condução do estudo, os procedimentos metodológicos adotados e outras características da pesquisa. Isso inclui informações sobre a abordagem utilizada, a coleta e análise de dados, as etapas de pesquisa, os instrumentos ou técnicas empregados. A pesquisa pode ser caracterizada como um processo lógico e sistemático cujo propósito é oferecer soluções para as questões que são apresentadas(Gil,2002).

3.1 Classificação da pesquisa

A seguir, são exibidas as classificações deste estudo de acordo com cada aspecto da pesquisa.

Em relação à finalidade, o presente estudo pode ser classificado como aplicado, uma vez que seu objetivo é utilizar o conhecimento no âmbito empresarial para resolver um problema específico. De acordo com Gil (2002), as pesquisas aplicadas não se limitam apenas a buscar conhecimento, mas também têm como objetivo realizar algo de forma prática e mais eficaz.

Com relação aos objetivos, o trabalho é classificado como exploratório, visto que busca investigar a aplicação da pesquisa operacional para aprimorar o processo decisório de uma microempresa e definir uma relação entre as tomadas de decisões e os resultados obtidos. Essas pesquisas buscam proporcionar uma compreensão mais aprofundada do problema, tornando-o mais explícito ou formando hipóteses. O principal objetivo dessas pesquisas é aprimorar ideias ou descobrir intuições. Seu planejamento é altamente flexível para permitir a consideração de uma variedade de aspectos relacionados ao fenômeno estudado.(Gil, 2002).

Em relação à abordagem, a pesquisa pode ser classificada como quantitativa. De acordo com Richardson (2012), a pesquisa quantitativa busca encontrar soluções ótimas e utiliza ferramentas matemáticas para evitar distorções na análise e interpretação do problema em questão. Nesse sentido, a pesquisa quantitativa é adequada para o estudo em questão, que envolve a aplicação de técnicas matemáticas na resolução do problema.

O procedimento técnico adotado neste trabalho é o estudo de caso. Conforme Gil (2002), o estudo de caso envolve uma análise aprofundada e exaustiva de objetos específicos, com o objetivo de ampliar o entendimento sobre um determinado tema. No estudo de caso, é realizada uma avaliação detalhada de um caso particular, com a intenção de possibilitar sua replicação posteriormente. Essa abordagem permite uma investigação minuciosa e a obtenção de insights relevantes sobre o problema em questão.

3.2 Universo e amostra

O universo ou população é definido como o conjunto de seres animados ou inanimados que compartilham pelo menos uma característica em comum. A delimitação do universo envolve especificar quais pessoas, objetos, fenômenos, etc., serão estudados, enumerando suas características comuns. Essa delimitação é essencial para estabelecer o alvo da pesquisa e identificar os elementos que serão abordados na investigação (Marconi e Lakatos, 2003). Desse modo, o universo deste estudo é composto por todas as micro e pequenas empresas em que seja viável a aplicação da Modelagem Matemática.

Existem diferentes critérios adotados para delimitar o segmento das micro e pequenas empresas, e não há consenso universal sobre essa definição. Na prática, observa-se uma variedade de critérios utilizados, tanto pela legislação específica, como por instituições financeiras oficiais e órgãos representativos do setor(IBGE, 2003).

O Serviço Brasileiro de Apoio às Micro e Pequenas Empresas (SEBRAE) adota o critério para classificar o porte dos estabelecimentos baseado no número de pessoas ocupadas e varia conforme o setor de atividade econômica em questão. Essa abordagem considera o número de funcionários como um indicador relevante para determinar o porte das empresas (SEBRAE, 2013).

Figura 1 – Classificação dos estabelecimentos por porte.

Porte	Setores	
	Indústria[1]	Comércio e Serviços[2]
Microempresa	até 19 pessoas ocupadas	até 9 pessoas ocupadas
Pequena empresa	de 20 a 99 pessoas ocupadas	de 10 a 49 pessoas ocupadas
Média empresa	de 100 a 499 pessoas ocupadas	de 50 a 99 pessoas ocupadas
Grande empresa	500 pessoas ocupadas ou mais	100 pessoas ocupadas ou mais

Nota: (1) As mesmas delimitações de porte foram utilizadas para o setor da construção
(2) O setor serviços não inclui administração pública e serviço doméstico

Fonte: SEBRAE(2013)

De acordo com a Lei Complementar nº 123/2006, conhecida como Lei Geral das Microempresas e Empresas de Pequeno Porte, estabelece critérios de definição para as MPEs com base na receita bruta anual. De acordo com essa lei, microempresas são aquelas que possuem faturamento anual de até R$ 360 mil, enquanto empresas de pequeno porte têm um faturamento anual entre R$360 mil e R$4,8 milhões.

De acordo com Marcani e Lakatos(2003), O conceito de amostra refere-se a uma porção ou segmento criteriosamente escolhido do universo, que é a população. Em outras palavras, trata-se de um subconjunto representativo do universo.. Por se tratar de um estudo de caso, a amostra está reduzida para um único caso, no qual foi selecionado por já fazer parte do quadro de funcionários e pela facilidade de obtenção de informações necessários para o desenvolvimento da pesquisa.

A amostra dessa pesquisa é uma empresa do ramo de confecções de roupas, localizado na cidade São Bento, Paraíba. Sendo composta por oito funcionários e faturando até R$ 360 mil a empresa é classificada como micro empresa.

3.3 Técnica e instrumento de pesquisa

Segundo Marcani e Lakatos(2003), antes de realizar a coleta de dados, é necessário estabelecer as técnicas de registro dos dados que serão utilizadas, bem como as técnicas que serão empregadas na análise posterior desses dados.

A técnica de pesquisa utilizada para a coleta de dados foi a observação. Marconi e Lakatos (2003) declara que "A observação é uma técnica de coleta de dados para conseguir informações e utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade."

O processo de observação foi do tipo sistemático, que para Marconi e Lakatos (2003) "Realiza-se em condições controladas, para responder a propósitos preestabelecidos". Por essa característica, tomou-se esse tipo de observação, com intuito de garantir que os tempos coletados corresponda com a realidade da atividade.

Além da observação também foi utilizado como instrumento de pesquisa a entrevista, onde Marcani e Lakatos(2003) defini a entrevista como sendo "... um encontro entre duas pessoas, a fim de que uma delas obtenha informações a respeito de determinado assunto, mediante uma conversação de natureza profissional.".

A entrevista foi do tipo despadronizada focalizada, no qual o entrevistador tem a liberdade de direcionar a conversa para onde for adequada para o resultado da pesquisa. "Há um roteiro de tópicos relativos ao problema que se vai estudar e o entrevistador tem liberdade de fazer as perguntas que quiser: sonda razões e motivos, dá esclarecimentos, não obdecendo, a rigor, a uma estrutura formal."(Marconi e Lakatos, 2003)

3.4 Coleta de dados

Para Marconi e Lakatos (2003), a coleta de dados é onde se inicia a aplicação das técnicas e dos instrumentos de selecionados para o trabalho.

As observações eram iniciadas assim que um novo produto entrava em produção, inicialmente fazendo um mapeamento dos processos necessários para produzir um produto de vestuário do iniciol ao fim e em seguida acompanhando cada processo, fazendo a cronometragem dos respetivos processos. Os dados foram registrados por meio de anotações paralelas às observações.

A entrevista foi realizado com a gestão da empresa, uma vez que apenas eles detêm as informações necessárias sobre a mesma. Tais informações são relacionadas ao valor dos produtos, nível de procura pelo mercado e meta de produção.

3.5 Análise e processamento de dados

Tendo em consideração Marconi e Lakatos (2003),"A importância dos dados está não em si, mas em proporcionarem respostas às investigações". A seguir, é descrito como os dados obtidos foram processados e analisados.

Depois da coleta, os dados são organizados para elaboração da modelagem. Nesse ponto foram identificados as variáveis de decisão para formulação da equação da função objetivo e as inequações de restrições do sistema, afim de criar um modelo matemático na forma padrão de um problema de programação linear, que retrata de maneira eficiente a realidade da produção da empresa.

Após o modelo pronto, foi inserido a equação e as inequações no software LINGO obedecendo às ordens dos dados e separando em sessões imposto pelo software. Apartir da solução ótima encontrada nas diversas relações e nas informações fornecidas pelo programa, foi feito a análise dos resultados obtidos.

As fases da pesquisa estão apresentadas de forma resumida no diagrama a seguir.

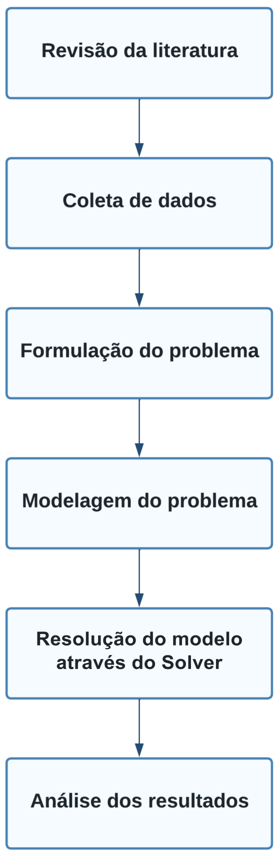

Figura 2 – Etapas da pesquisa.

3.6 Método de trabalho

No presente trabalho, as etapas iniciais compreendem a definição do tema e dos objetivos. O primeiro passo foi a definição do tema do estudo, que ocorreu por meio da observação e da identificação da necessidade de melhoria relatada pelos proprietários do local onde o trabalho seria aplicado. Nessa etapa, foram estabelecidas as metodologias que seriam abordadas no trabalho, a fim de propor uma solução entre as possíveis alternativas de aplicação. Essas etapas iniciais foram essenciais para orientar o desenvolvimento do estudo e delinear os objetivos a serem alcançados.

Após a definição do tema, os objetivos do trabalho foram estabelecidos, visando alinhar o que se pretende alcançar ao final do estudo. Nessa etapa, foram delineados tanto o objetivo geral quanto os objetivos específicos. Esses objetivos forneceram orientação para os passos necessários no desenvolvimento do estudo, uma vez que representaram os resultados esperados ao término do trabalho.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

4.1 Análise Descritiva

Análise descritivaalizada em uma pequena empresa do setor de confecção de vestuário, tendo início nas suas atividades em 2021. Os diretores deram início a esse novo empreendimento após sete anos fabricando seus produtos por meio de confecções terceirizadas, com isso acarretando um maior custo de produção, consequentemente um valor final mais elevado para o consumidor.

A empresa funciona de segunda à sexta-feira, no horário comercial das 07h00 às 11h00 e de 13h00 às 17h00, e nos sábados das 07h00 às 11h00. Os produtos produzidos, bem como o custo e a margem de lucro, encontra-se listada na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Produtos fabricado pela empresa

PRODUTO	PREÇO	LUCRO
Blusa	R$ 32,68	R$ 16,26
Blusa regata	R$ 26,50	R$ 12,71
Vestido curto tradicional	R$ 34,73	R$ 15,61
Cropped	R$ 25,10	R$ 12,38
Vestido midi	R$ 46,40	R$ 14,80
Vestido midi regata	R$ 43,15	R$ 14,20
Camiseta adulto	R$ 36,23	R$ 16,93
Camiseta infantil	R$ 26,40	R$ 12,57
Short feminino	R$ 39,90	R$ 17,84

Fonte: Elaborado pelo autor. Dados fornecido pela empresa(2023)

O tempo de fabricação de cada produto é definido pela soma do tempo individual de cada operação necessária para fabricar o produto, e essas operações são direcionadas para cada uma das quatro costureiras levando em consideração a máquina utilizada e da polivalência de cada uma das costureiras que pode ser observado no APÊNDICE A que estar sendo apresentada de modo resumida na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Tempo de fabricação dos produtos em segundos

	TEMPO DA COSTUREIRA 1	TEMPO DA COSTUREIRA 2	TEMPO DA COSTUREIRA 3	TEMPO DA COSTUREIRA 4	TEMPO TOTAL DE COSTURA
Blusa	47	70	60	84	261
Blusa regata	80	75	24	30	209
Vestido curto tradicional	68	58	98	72	296
Cropped	49	50	66	68	233
Vestido midi	49	107	76	112	295
Vestido midi regata	54	69	100	96	319
Camiseta adulto	88	126	78	64	356
Camiseta infantil	86	117	65	59	327
Short feminino	177	132	184	126	619

Fonte: Elaborado pelo autor. Dados fornecido pela empresa(2023)

Dentre os produtos oferecidos pela empresa o que mais se destaca entre os clientes e a blusa é o vestido tradicional, tendo uma procura bem expressiva. Existem também clientes procurando pelos outros produtos do catálogo da empresa. A Tabela 4.3 apresenta o percentual de procura dos produtos pelos dos clientes.

Tabela 4.3 – Percentual de demanda dos produtos

PRODUTOS	**PERCENTUAL**
BLUSA	21%
BLUSA REGATA	6%
VESTIDO TRADICIONA	20%
CROPPED	8%
VESTIDO MÍDI	12%
VESTIDO MÍDI REGATA	10%
CAMISETA ADULTO	13%
CAMISETA INFANTIL	4%
SHORT FEMININO	5%

Fonte: Elaborado pelo autor. Dados fornecido pela empresa(2023)

Tendo em vista essa demanda e uma equipe formada por 4 costureiras, com uma carga horária de 44 horas semanais temos uma meta de 1000 produtos por semana.

4.2 Análise Exploratória

4.2.1 Análise Exploratória

Para elaborar a modelagem matemática do problema, inicialmente determinamos quais são as variáveis de decisão e qual a função objetivo. As variáveis usadas na modelagem são os produtos fabricados pela empresa. Desta forma, as variáveis x_i estão representadas no Quadro 4.2.1:

Quadro 4.2.1 – Variáveis de decisão

VARIÁVEL	**DEFINIÇÃO**
x_1	Quantidade de blusas
x_2	Quantidade de blusas regatas
x_3	Quantidade de vestidos tradicional
x_4	Quantidade de croppeds
x_5	Quantidade de vestidos midi
x_6	Quantidade de vestidos midi regata
x_7	Quantidade de camisetas adulta
x_8	Quantidade de camisetas infantil
x_9	Quantidade de shorts femininos

Fonte: Elaborado pelo autor.(2023)

O objetivo do problema é encontrar um mix de produtos que consistem em maximizar o lucro da empresa. Desse modo, a função objetivo será formada pela somatória dos produtos entre as variáveis de decisão e pelo respectivo lucro de cada produto. Com isso, a função objetivo foi estabelecida para o modelo, em que L corresponde ao lucro total e l_i o lucro específico de cada produto.

$$MAX\ L = \sum_{i=1}^{9} x_i l_i$$

A modelagem do problema requer que seja definida e integrada na mesma as restrições do sistema. Inicialmente a primeira restrição observada considera a carga horária das costureiras sendo de 44 horas semanais. Considerando a pausa para o cafezinho, banheiro, hidratação, realização de retrabalhos e tempo de setup, podemos considerar 34 h 39 min de tempo útil de cada costureira semanalmente para realização das suas funções. Convertendo esse tempo, teremos 124740 segundos. Cada produto exige uma sequência de operações no qual o programador de PCP (Programação e controle de produção), direciona cada uma das operações para uma costureira considerando disponibilidade, polivalência e balanceamento dos tempos representado na tabela 4.2.

Portanto, a restrição R1, R2, R3, R4 (carga horária de trabalho) determina que a somatória dos produtos das variáveis de decisão pelo tempo t_{ji} de execução da costureira j não pode ultrapassar a carga horário T de cada costureira.

$$R1 : \sum_{i=1}^{9} x_i t_{1i} \leq T$$

$$R2 : \sum_{i=1}^{9} x_i t_{2i} \leq T$$

$$R3 : \sum_{i=1}^{9} x_i t_{3i} \leq T$$

$$R4 : \sum_{i=1}^{9} x_i t_{4i} \leq T$$

Considerando a meta de produção da empresa, sendo de pelo menos 1000 produtos por semana, dessa forma, a restrição R5 estabelece que a somatório das variáveis de decisão tem quer ser pelo menos 1000, assim

$$R5 : \sum_{i=1}^{9} x_i \geq 1000$$

Diante da variedade de produtos, as restrições R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13, R14, são referentes a quantidade mínima produzida, considerando o nível percentual de procura dos produtos, em relação a meta semanal, identificado pelo setor de vendas do atacado, sendo representado na Tabela 4.3. É essencial que o gestor de uma empresa saiba e considere a procura pelos produtos que são disponibilizados, visando estabelecer um planejamento de produção da empresa, evitando prejuízo e garantindo a satisfação dos clientes que buscam seus produtos.

$$R6 : x_1 \geq 0,21 * 1000$$

$$R7 : x_2 \geq 0,06 * 1000$$

$$R8 : x_3 \geq 0,20 * 1000$$

$$R9 : x_4 \geq 0,08 * 1000$$

$$R10 : x_5 \geq 0,12 * 1000$$

$$R11 : x_6 \geq 0,10 * 1000$$

$$R12 : x_7 \geq 0,13 * 1000$$

$$R13 : x_8 \geq 0,04 * 1000$$

$$R14 : x_9 \geq 0,05 * 1000$$

Após a definição das variáveis de decisão, da função objetivo e das restrições do sistema, o modelo foi inserido no software LINGO, conforme a figura 3.

4.2.2 Simulação inicial

O modelo foi resolvido usando a versão demo do software LINGO, no qual encontrou a solução ótima na apresentada na figura 2.

Se a solução ótima fosse aplicada, na semana de trabalho, produziria 492,35 blusas; 163,80 blusas regatas; 458,44 vestidos tradicionais; 80 croppeds; 120 vestidos midi; 100 vestidos midi regata; 130 camisetas adulta; 40 camisetas infantil; 50 shorts feminino; e o lucro da produção semanal seria de R$ 25.026,07.

No entanto, na realidade não é possível apenas produzir 0,35 de uma blusa ou 0,44 de um vestido tradicional, diante disso foi preciso adicionar novas linhas de comando forçando as variáveis a terem valores inteiros.

4.2.3 Simulação com valores inteiros

Foi realizado uma segunda simulação, com a adição de novas linhas de comando, que limita o LINGO a obter apenas resultados inteiros para as variáveis.

Nesta segunda simulação, a solução ótima é muito similar com a primeira como pode ser observando na figura 5. Com as variáveis x_1 e x_3 reduzindo para 491 e 457 unidades respectivamente, enquanto x_2 e x_4 elevou a quantidade para 164 e 83 unidades respectivamente. Com esse novo resultado, ocorreu uma redução nos lucros de R$ 25.026,07 para R$ 25.021,11.

O sistema Solver integrado no LINGO, além de fornecer a solução ótima para o modelo matemático, ele ainda produz um relatório com dados importantes para realizar análise do problema. Esses dados estão contidos nas Figuras 2 e 5.

Para possibilitar melhor observação e análise dos dados foi organizado no Quadro 4.2.2 a folga juntamento com o preço sombra das restrições e no Quadro 4.2.3 o custo reduzido das variáveis.

Quadro 4.2.2 – Folga e preço sombra das restrições

RESTRIÇÕES	EXCESSO / FOLGA 01	EXCESSO / FOLGA 2	PREÇO SOMBRA 01	PREÇO SOMBRA 02
R1	18390,84	18390	0	0
R2	0	14	0,1359096	0
R3	0	20	0,4175686E-01	0
R4	0	8	0,5048706E-01	0
R5	634,60	635	0	0
R6	282,35	281	0	0
R7	103,80	104	0	0
R8	258,44	257	0	0
R9	0	3	-0,6045552	0
R10	0	0	-8,570404	0
R11	0	0	-4,200209	0
R12	0	0	-6,682822	0
R13	0	0	-9,024361	0
R14	0	0	-14,14470	0

Fonte: Elaborado pelo autor.(2023)

Quadro 4.2.3 – Custo reduzido das variaveis

VARIAVEL	CUSTO REDUZIDO
x_1	-16,26
x_2	-12,71
x_3	-15,61
x_4	-12,38
x_5	-14,80
x_6	-14,20
x_7	-16,93
x_8	-12,57
x_9	-17,84

Fonte: Elaborado pelo autor.(2023)

Como podemos observar as restrições R10, R11, R12, R13 e R14 não tem excesso, isso nos diz que o LINGO estar considerando realizar a produção mínima dos produtos referente as restrições. Logo a solução ótima está considerando a priorização a produção de blusa, blusa regata, vestido tradicional e cropped.

Quando o excesso não existe, o acréscimo ou redução de uma unidade de recurso reflete uma alteração no valor da função objetivo. Quando as variáveis podem expressar valores contínuos, essa alteração na função objetivo e constante é chamada de preço sombra.

Mas quando as variáveis são restringidas a valores inteiros essa alteração de valor não é constante, assim sendo, não ha valor de preço sombra. Todavia, a regra permanece, caso haja aumento de recursos sem excesso, em certa medida, resultará em uma redução no valor final do objetivo, enquanto a diminuição levará a um acréscimo do resultado.

As restrições R2, R3 e R4 (carga horária de trabalho) no relatório de solução 01 não apresentou folgas, entretanto no relatório de solução 02 teve uma folga de 14, 20 e 8 segundos respectivamente. Isso se dá pelo fato de que, quando as variáveis assumem valores fracionados, o tempo disponível para a realização das operações foi totalmente utilizado. No entanto, quando restringimos as variáveis apenas a valores inteiros, a soma dos tempos de todas as operações da solução ótima resultou nessas folgas para cada costureira, não sendo tempo suficiente para a fabricação de um novo produto de vestuário.

Note que R1 (carga horária de trabalho), referente a costureira 01, tem uma folga de, 18390 segundos, sendo aproximadamente 5 h e 06 min. Isso quer dizer que a solução ótima a costureira 01 tem 5 horas e 6 minutos sobrando, com essa informação o programador de PCP pode realocar conforme a necessidade do momento.

Na restrição R5, que faz referência a meta de produção semanal da empresa, observa-se no relatório de solução 02 que ela tem um excesso de 635 produtos, desse modo a empresa tem capacidade de produzir 1635 unidades por semana.

As demais restrições; R6, R7, R8 e R9 são referentes as quantidades mínimas das variáveis x_1, x_2, x_3 e x_4 de decisão respectivamente. O excesso dessas restrições co responde a 281, 104, 257 e 3 nessa devida ordem, podemos observar que a solução ótima obtida, da prioridade a essas variáveis do que as outra, isso se dá pela combinação de menor tempo de produção necessária para a fabricação do produto em conjunto com a lucratividade do mesmo. Isso é consequência da função objetiva, que buscar maximizar o lucro.

O valor do custo reduzido apresentado no relatório de solução 02, indica quanto será a redução no valor da função objetivo caso uma unidade de uma variável seja produzida a mais. Contudo, é importante ressaltar, devido restrição das variáveis assumirem apenas valores inteiros, os custos reduzidos do problema não são constantes. Apenas podem ser encontrados quando forçamos o Solver a recalcular o valor da função objetivo, adicionando uma restrição de alguma variável.

Para demostrar, adicionemos uma nova restrição, forçando x_1 a adicionar em uma unidade o seu valor saindo de 491 para 492 unidades de blusa, dessa forma o resultado da função objetivo passou a ser R$25018,53 tendo uma redução de R$2,58. De maneira análoga, se força a redução de uma unidade de x_1 a função objetivo ira obter um valor de R$25020,79 tendo uma redução de R$0,32. Isso ocorre porque o Solver já determinou que esses valores, descrito na Figura 5, são os melhores valores para maximizar a função objetivo em meio a essas restrições, então qualquer alteração faz com que a função objetivo tenha seu valor reduzido.

4.2.4 Simulação alternativa

Foi realizado ainda uma simulação alternativa, não usando as restrições R6, R7, R8, R9, R10, R11, R12, R13 e R14 que corresponde ao percentual de procura pelos clientes, consequentemente equivale a necessidade mínima de cada produto. Desse modo a função objetivo não fica limita de quantidade mínima.

Essa solução ótima, encontrada a partir dessa nova simulação alternativa apresentada na Figura 6, determina que os produtos crooped(x_4), vestido midi(x_5), vestido midi regata(x_6), camiseta adulta(x_7), camiseta infantil(x_8) e short feminino(x_9), obtenham valor igual a zero, desse modo não sendo fabricado e se tornando variáveis não básicas.

Já os produtos blusa (x_1), blusa regata (x_2) e vestido tradicional (x_2) devem ser produzidos e vão assumir o valor de 691, 446 e 740 respetivamente. Portanto, x_1, x_2 e x_3 são as variáveis básicas. Observe que R5 tem um excesso(slack or surplus) de 877, um acréscimo de 242 unidades a mais que na simulação da modelagem oficial, com isso obtendo um valor de R$28.450,72 na função objetivo, proporcionando um lucro de R$3.429,61 a mais do que na simulação anterior.

4.2.5 Recomendações

Com base nas análises dos relatórios das simulações acima e com o objetivo de maximizar os lucros, é aconselhável que a empresa adote-se o mix de produção sugerido pela simulação alternativa, desse modo elevando o lucro em R$3.429,61; em contrapartida, tendo uma redução considerável no portfólio, de nove para três produtos sendo eles, blusa, blusa regata e vestido tradicional.

Considerando a procura desses produtos pelos consumidores, ser bem abaixo do que a simulação alternativa aponta como ótimo, provada uma desestimulação na escolha desse mix. Entretanto, para contornar essa situação, pode-se explorar estratégias de marketing que incentivem a procura pelos produtos excedentes.

Continuar produzindo crooped, vestido midi, vestido midi regata, camiseta adulta, camiseta infantil e short feminino, faz sentido na perspectiva de manter o cliente fiel que consome esses produtos. Para continuar produzindo seu portfólio completo e recomendado que aprofunde a análise da demanda de mercado e manter um acompanhamento regular, considerando ajuste na estratégia para aumentar ou reduzir a produção de alguns produtos, visando alocar recursos eficientemente diante das flutuações do mercado.

Desse modo, usar essas informações para testar alternativas para entender como isso afeta as decisões de produção. Podendo revelar oportunidades inimagináveis antes e ajudar com mais eficiência as mudanças futuras.

Manter um acompanhamento regular da produção juntamente com a carga horária das costureiras, para caso haja alguma folga considerável, pode ser explorado para otimizar a distribuição de operações e melhorar a eficiência operacional. Além disso, manter uma comunicação aberta com a equipe, coletando feedback das aplicações praticas de otimização, ainda os membros da equipe pode fornecer informações valiosas para futuras melhorias nos processos, possibilitando a redução do tempo necessário para a produção dos produtos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A empresa esta inserida em um mercado no qual o preço de seus produtos é considerado uma variável relevante na decisão de compra do consumidor final. Isso quer dizer que quanto mais barato for o produto oferecido, maior será sua demanda de vendas e aceitação.

Diante disso, o presente trabalho criou um modelo matemático, capaz de representar o funcionamento do setor de costura da empresa, a partir desse modelo, juntamente com a aplicação de conhecimentos e ferramentas de pesquisa operacional, otimizar o mix de produção e maximizar consequentemente os lucros. Além disso, orientar em tomadas de decisões. Por esta razão, pode-se afirmar que o objetivo foi atingido, de modo que a modelagem permitiu de certo modo a utilização de todos os recursos disponíveis, assim otimizando o mix de produção e maximizando o lucro.

Todos os resultados obtidos nesse trabalho, foram mediante dados obtidos ou coletados na empresa por meio de entrevista e observação do cotidiano do funcionamento do setor. Porém, por se tratar de um modelo matemático, possa ser que tenha alguma divergência da realidade, como foi dito por (HILLIER; LIEBERMAN, 2006,p.15) "Simplesmente há muitos fatores imponderáveis e incertezas associadas aos problemas práticos. Porém, se o modelo for bem formulado e testado, as soluções resultantes tendem a ser uma boa aproximação para um caminho a ser adotado para o caso real". Assim sendo, é importante considerar uma certa flexibilidade dos dados, já que as circunstâncias da realidade mudam constantemente e não é possível obter valores exatos. Por isso, é importante sempre manter o modelo atualizado com as alterações importantes e realizar diversas simulações. Durante este trabalho foram realizados 9 simulações, se destacando apenas três principais aos quais os restados estão contidos no trabalho.

Hillier e Liebermam argumentam ainda que o "pesquisa operacional teve um impacto impressionante na melhoria da eficiência de inúmeras organizações pelo mundo."(HILLIER; LIEBERMAN, 2006,p.3). Aparti disso, tudo o que apresentado aqui, venha a auxiliar com estudo futuros nessa área, direcionados para a MPEs, Para que esses conhecimentos e ferramentas ajudem as empresas a serem mais competitivas e a crescerem.

REFERÊNCIAS

[1] ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional** . Rio de Janeiro: Elsevier, 2007.

[2] BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2002.

[3] BRASIL. **Lei Complementar nº 123, de 14 de dezembro de 2006** . Institui o Estatuto Nacional da Microempresa e da Empresa de Pequeno Porte; altera dispositivos das Leis no 8.212 e 8.213, ambas de 24 de julho de 1991, da Consolidação das Leis do Trabalho - CLT, aprovada pelo Decreto-Lei no 5.452, de 1o de maio de 1943, da Lei no 10.189, de 14 de fevereiro de 2001, da Lei Complementar no 63, de 11 de janeiro de 1990; e revoga as Leis no 9.317, de 5 de dezembro de 1996, e 9.841, de 5 de outubro de 1999. Brasília, DF: Presidência da República, 2006. Disponível em: ¡http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/lcp/lcp123.htm¿. Acesso em: 11 set. 2023.

[4] BREGALDA, Paulo Fábio; DE OLIVEIRA, Antonio Alberto F.; BORNSTEIN, Claudio Thomas.**Introdução à programação linear** . 3. ed. Rio de janeiro: editora Campus, 1988.

[5] FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE).**As Micro e pequenas empresas comerciais e de serviços no Brasil**: 2001. Rio de Janeiro: IBGE, 2003. Disponível em: ¡https://biblioteca.ibge.gov.br/visualizacao/livros/liv1898.pdf¿ . Acesso em: 14 ago. 2023.

[6] GIL, A.C. **Como elaborar projetos de pesquisa** . 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

[7] GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos**. 2 ed. Rio de Janeiro: Campos, 2005.

[8] HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J.**Introdução à pesquisa operacional**. 8. ed. São Paulo: McGraw Hill Brasil, 2006.

[9] LACHTERMACHER, G. **Pesquisa Operacional na tomada de decisões**. 4.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

[10] LINGO e modelagem de otimização. Disponível em: ¡https://www.lindo.com/index.php/products/lingo-and-optimization-modeling.¿ Acesso em: 14 ago. 2023

[11] MARCONI, Marina A.; LAKATOS, Eva M.**Fundamentos de Metodologia Científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

[12] MARINS, F. A. S. **Introdução a pesquisa operacional** . São Paulo: Cultura Acadêmica: Universidade Estadual Paulista, 2011.

[13] SERVIÇO BRASILEIRO DE APOIO ÀS MICRO E PEQUENAS EMPRESAS (SEBRAE). **Anuário do trabalho na micro e pequena empresa** : 2013. 6. ed. Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Socioeconômicos [responsável pela elaboração da pesquisa, dos textos, tabelas, gráficos e mapas]. Brasília: DIEESE, 2013. Disponível em:¡`https://sebrae.com.br/Sebrae/Portal%20Sebrae/Anexos/Anuario%20do%20Trabalho%20Na%20Micro%20e%20Pequena%20Empresa_2013.pdf.`¿ Acesso em: 14 ago. 2023.

[14] SILVA, Ermes Medeiros da et al. **Pesquisa operacional**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1998.

[15] TAHA, H. A. **Pesquisa operacional**. 8.ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

APÊNDICE A – OPERAÇÕES E DIVISÃO DE PROCESSOS

Blusa

	Sequencia operacional	Tempo / Produto (s)		Costureiras	Operações	Tempo por costureira (s)
1	Emendar o 1º ombro	11		Costureira 01	Emendar o 1º ombro	47
2	Aplicar gola	22			Aplicar gola	
3	Emendar o 2º ombro	14			Emendar o 2º ombro	
4	Aplicar as mangas	65		Costureira 02	Fechar as laterais e aplicar etiqueta de lavagem	70
5	Fechar as laterais e aplicar etiqueta de lavagem	70		Costureira 03	Embanhar as mangas	60
6	Embanhar as mangas	36			Embanhar a barra	
7	Embanhar a barra	24		Costureira 04	Aplicar as mangas	84
8	Aplicar etiqueta da marca	19			Aplicar etiqueta da marca	
					Tempo total de produção:	261

Blusa regata

	Sequencia operacional	Tempo / Produto (s)		Costureiras	Operações	Tempo por costureira (s)
1	Emendar o 1º ombro	11		Costureira 01	Aplicar gola	80
2	Aplicar gola	52			Emendar o 2º ombro	
3	Emendar o 2º ombro	13			Aplica vies nas cavas	
4	Aplica vies nas cavas	15		Costureira 02	Fechar as laterais e aplicar etiqueta de lavagem	75
5	Fechar as laterais e aplicar etiqueta de lavagem	75		Costureira 03	Embanhar a barra	24
6	Embanhar a barra	24				
7	Aplicar etiqueta da marca	19		Costureira 04	Emendar o 1º ombro	30
8					Aplicar etiqueta da marca	
					Tempo total de produção:	209

Vestido tradicional

	Sequencia operacional	Tempo / Produto (s)		Costureiras	Operações	Tempo por costureira (s)
1	Emendar o 1º ombro	15		Costureira 03	Emendar o 1º ombro	68
2	Aplicar gola	36			Aplicar gola	
3	Emendar o 2º ombro	17			Emendar o 2º ombro	
4	Aplicar as mangas	53		Costureira 06	Fechar as laterais e aplicar etiqueta de lavagem	58
5	Fechar as laterais e aplicar etiqueta de lavagem	58		Costureira 07	Embanhar as mangas	98
6	Embanhar as mangas	50			Embanhar a barra	
7	Embanhar a barra	48		Costureira 06	Aplicar as mangas	72
8	Aplicar etiqueta da marca	19			Aplicar etiqueta da marca	
					Tempo total de produção:	296

cropped

	Sequencia operacional	Tempo / Produto (s)		Costureiras	Operações	Tempo por costureira (s)
1	Emendar o 1º ombro	13		Costureira 01	Emendar o 1º ombro	49
2	Aplicar gola	20			Aplicar gola	
3	Emendar o 2º ombro	16			Emendar o 2º ombro	
4	Aplicar as mangas	49		Costureira 02	Fechar as laterais e aplicar etiqueta de lavagem	50
5	Fechar as laterais e aplicar etiqueta de lavagem	50		Costureira 03	Embanhar as mangas	66
6	Embanhar as mangas	40			Embanhar a barra	
7	Embanhar a barra	26		Costureira 04	Aplicar as mangas	68
8	Aplicar etiqueta da marca	19			Aplicar etiqueta da marca	
					Tempo total de produção:	233

Vestido midi

	Sequencia operacional	Tempo / Produto (s)		Costureiras	Operações	Tempo por costureira (s)
1	Emendar o 1º ombro	12		Costureira 01	Emendar o 1º ombro	49
2	Aplicar de vies na gola	20			Aplicar gola	
3	Emendar o 2º ombro	17			Emendar o 2º ombro	
4	Aplicar as mangas	37		Costureira 02	Fechar as laterais e aplicar etiqueta de lavagem	107
5	Fechar as laterais e aplicar etiqueta de lavagem	88			Aplicar etiqueta da marca	
6	Embanhar as mangas	42		Costureira 03	Embanhar a barra	76
7	Embanhar a barra	34			Aplicar as mangas	
8	Acabamento das vendas	75		Costureira 04	Aplicar etiqueta da marca	112
9	Aplicar etiqueta da marca	19			Aplicar as mangas	
					Tempo total de produção:	295

Vestido midi regata

	Sequencia operacional	Tempo / Produto (s)	Costureiras	Operações	Tempo por costureira (s)
1	Emendar o 1º ombro	13	Costureira 01	Emendar o 1º ombro	54
2	Aplicar de vies na gola	24		Aplicar gola	
3	Emendar o 2º ombro	17		Emendar o 2º ombro	
4	Fechar as laterais e aplicar etiqueta de lavagem	69	Costureira 02	Fechar as laterais e aplicar etiqueta de lavagem	69
5	Embanhar a barra	42	Costureira 03	Embanhar as mangas	100
6	Embanhar a cava	58		Embanhar a barra	
7	Acabamento das vendas	77	Costureira 04	Aplicar as mangas	96
8	Aplicar etiqueta da marca	19		Aplicar etiqueta da marca	
				Tempo total de produção:	319

Camiseta adulto

	Sequencia operacional	Tempo / Produto (s)	Costureiras	Operações	Tempo por costureira (s)
1	Emendar os ombros	40	Costureira 01	Emendar os ombros	88
2	Aplicar a gola	48		Aplicar a gola	
3	Aplicar o refoço de gola	45	Costureira 02	Aplicar as mangas	126
4	Aplicar as mangas	74		Fechar as laterais	
5	Fechar as laterais aplicar etiqueta de lavagem	52	Costureira 03	Embanhar as mangas	78
6	Embanhar as mangas	46		Embanhar a barra	
7	Embanhar a barra	32	Costureira 04	Aplicar o refoço de gola	64
8	Aplicar etiqueta da marca	19		Aplicar etiqueta da marca	
				Tempo total de produção:	356

Camiseta infantil

	Sequencia operacional	Tempo / Produto (s)	Costureiras	Operações	Tempo por costureira (s)
1	Emendar os ombros	38	Costureira 01	Emendar os ombros	86
2	Aplicar a gola	48		Aplicar a gola	
3	Aplicar o refoço de gola	40	Costureira 02	Aplicar as mangas	117
4	Aplicar as mangas	65		Fechar as laterais	
5	Fechar as laterais aplicar etiqueta de lavagem	52	Costureira 03	Embanhar as mangas	65
6	Embanhar as mangas	30		Embanhar a barra	
7	Embanhar a barra	35	Costureira 04	Aplicar o refoço de gola	59
8	Aplicar etiqueta da marca	19		Aplicar etiqueta da marca	
				Tempo total de produção:	327

Short feminino

	Sequencia operacional	Tempo / Produto (s)	Costureiras	Operações	Tempo por costureira (s)
1	Emendar os bolsos	43		Emendar as 2 frentes	
2	Emendar as 2 frentes	30	Costureira 01	Emendar as 2 costas e aplicar a etiqueta	177
3	Emendar as 2 costas e aplicar a etiqueta	33		Aplicar o cois no shorte	
4	Juntar os bolsos com a parte frontal	40		Juntar os bolsos com a parte frontal	
5	Rebater os bolsos	82	Costureira 02	rebater o cois	132
6	Emendar a costa com a frente	36		Emendar a costa com a frente	
7	montar o cois com o elastico	122		Embanhar as pernas do short	
8	rebater o cois	56	Costureira 03	Emendar os bolsos	184
9	Aplicar o cois no shorte	114		montar o cois com o elastico	
10	Aplicar o cadarço no short	25		Rebater os bolsos	
11	Embanhar as pernas do short	54	Costureira 04	Aplicar o cadarço no short	
12	Aplicar etiqueta da marca	19		Aplicar etiqueta da marca	126
				Tempo total de produção:	619

APÊNDICE B – MODELAGEM E RELATÓRIO DE SIMULAÇÃO

Figura 1 – Modelagem em linguagem do lingo.

```
!x1 = Blusa;
!x2 = Blusa regata;
!x3 = Vestido tradicional;
!x4 = Cropped;
!x5 = Vestido midi;
!x6 = Vestido midi regata;
!x7 = Camiseta adulta;
!x8 = Camiseta infantil;
!x9 = Short faminino;

! Função objetiva (Maximizar os lucros);
[objetiva]MAX = 16.26 * x1 + 12.71 * x2 + 15.61 * x3 + 12.38 * x4 + 14.80 * x5 + 14.20 *
x6 + 16.93 * x7 + 12.57 * x8 + 17.84 * x9;

! Restrições por horas de serviço;

[R1]  47 * x1 + 80 * x2 + 68 * x3 + 49 * x4 + 49 * x5 + 54 * x6 + 88 * x7 + 86 * x8 + 177
* x9 <= 124740;
[R2]  70 * x1 + 75 * x2 + 58 * x3 + 50 * x4 + 107 * x5 + 69 * x6 + 126 * x7 + 117 * x8 +
132 * x9 <= 124740;
[R3]  60 * x1 + 24 * x2 + 98 * x3 + 66 * x4 + 76 * x5 + 100 * x6 + 78 * x7 + 65 * x8 + 184
* x9 <= 124740;
[R4]  84 * x1 + 30 * x2 + 72 * x3 + 68 * x4 + 112 * x5 + 96 * x6 + 64 * x7 + 59 * x8 + 126
* x9 <= 124740;

! Restrição por meta de produção;

[R5] x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x9 >= 1000;

! Restrição por quantidade mínima;

[R6] x1 >= 0.21 * 1000;
[R7] x2 >= 0.06 * 1000;
[R8] x3 >= 0.20 * 1000;
[R9] x4 >= 0.08 * 1000;
[R10] x5 >= 0.12 * 1000;
[R11] x6 >= 0.10 * 1000;
[R12] x7 >= 0.13 * 1000;
[R13] x8 >= 0.04 * 1000;
[R14] x9 >= 0.05 * 1000;
```

Fonte: Elaborado pelo auto através do LINGO (2023)

Figura 2 – Solução do modelo matemático.

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              25026.07
Infeasibilities:                              0.000000
Total solver iterations:                             3
Elapsed runtime seconds:                          0.68

Model Class:                                        LP

Total variables:                     9
Nonlinear variables:                 0
Integer variables:                   0

Total constraints:                  15
Nonlinear constraints:               0

Total nonzeros:                     63
Nonlinear nonzeros:                  0


                                Variable           Value        Reduced Cost
                                      X1        492.3592            0.000000
                                      X2        163.8043            0.000000
                                      X3        458.4403            0.000000
                                      X4        80.00000            0.000000
                                      X5        120.0000            0.000000
                                      X6        100.0000            0.000000
                                      X7        130.0000            0.000000
                                      X8        40.00000            0.000000
                                      X9        50.00000            0.000000

                                     Row    Slack or Surplus      Dual Price
                                OBJETIVA        25026.07            1.000000
                                      R1        18390.84            0.000000
                                      R2        0.000000            0.1359096
                                      R3        0.000000            0.4175686E-01
                                      R4        0.000000            0.5048706E-01
                                      R5        634.6037            0.000000
                                      R6        282.3592            0.000000
                                      R7        103.8043            0.000000
                                      R8        258.4403            0.000000
                                      R9        0.000000          -0.6045552
                                     R10        0.000000           -8.570404
                                     R11        0.000000           -4.200209
                                     R12        0.000000           -6.682822
                                     R13        0.000000           -9.024361
                                     R14        0.000000           -14.14470
```

Fonte: Elaborado pelo auto através do LINGO (2023)

Figura 3 – Nova modelagem em linguagem do lingo.

```
!x1 = Blusa;
!x2 = Blusa regata;
!x3 = Vestido tradicional;
!x4 = Cropped;
!x5 = Vestido midi;
!x6 = Vestido midi regata;
!x7 = Camiseta adulta;
!x8 = Camiseta infantil;
!x9 = Short faminino;

! Função objetiva (Maximizar os lucros);
[objetiva]MAX = 16.26 * x1 + 12.71 * x2 + 15.61 * x3 + 12.38 * x4 + 14.80 * x5 + 14.20 *
x6 + 16.93 * x7 + 12.57 * x8 + 17.84 * x9;

! Restrições por horas de serviço;

[R1]  47 * x1 + 80 * x2 + 68 * x3 + 49 * x4 + 49 * x5 + 54 * x6 + 88 * x7 + 86 * x8 + 177
* x9 <= 124740;
[R2]  70 * x1 + 75 * x2 + 58 * x3 + 50 * x4 + 107 * x5 + 69 * x6 + 126 * x7 + 117 * x8 +
132 * x9 <= 124740;
[R3]  60 * x1 + 24 * x2 + 98 * x3 + 66 * x4 + 76 * x5 + 100 * x6 + 78 * x7 + 65 * x8 + 184
* x9 <= 124740;
[R4]  84 * x1 + 30 * x2 + 72 * x3 + 68 * x4 + 112 * x5 + 96 * x6 + 64 * x7 + 59 * x8 + 126
* x9 <= 124740;

! Restrição por meta de produção;

[R5] x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x9 >= 1000;

! Restrição por quantidade mínima;

[R6] x1 >= 0.21 * 1000;
[R7] x2 >= 0.06 * 1000;
[R8] x3 >= 0.20 * 1000;
[R9] x4 >= 0.08 * 1000;
[R10] x5 >= 0.12 * 1000;
[R11] x6 >= 0.10 * 1000;
[R12] x7 >= 0.13 * 1000;
[R13] x8 >= 0.04 * 1000;
[R14] x9 >= 0.05 * 1000;


@GIN(x1);
@GIN(x2);
@GIN(x3);
@GIN(x4);
@GIN(x5);
@GIN(x6);
@GIN(x7);
@GIN(x8);
@GIN(x9);
```

Fonte: Elaborado pelo auto através do LINGO (2023)

Figura 4 – Nova solução ótima .

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              25021.11
Objective bound:                              25021.11
Infeasibilities:                              0.000000
Extended solver steps:                              32
Total solver iterations:                           112
Elapsed runtime seconds:                          0.66

Model Class:                                      PILP

Total variables:                     9
Nonlinear variables:                 0
Integer variables:                   9

Total constraints:                  15
Nonlinear constraints:               0

Total nonzeros:                     63
Nonlinear nonzeros:                  0


                              Variable           Value        Reduced Cost
                                    X1        491.0000           -16.26000
                                    X2        164.0000           -12.71000
                                    X3        457.0000           -15.61000
                                    X4        83.00000           -12.38000
                                    X5        120.0000           -14.80000
                                    X6        100.0000           -14.20000
                                    X7        130.0000           -16.93000
                                    X8        40.00000           -12.57000
                                    X9        50.00000           -17.84000

                                   Row    Slack or Surplus      Dual Price
                              OBJETIVA        25021.11            1.000000
                                    R1        18390.00            0.000000
                                    R2        14.00000            0.000000
                                    R3        20.00000            0.000000
                                    R4        8.000000            0.000000
                                    R5        635.0000            0.000000
                                    R6        281.0000            0.000000
                                    R7        104.0000            0.000000
                                    R8        257.0000            0.000000
                                    R9        3.000000            0.000000
                                   R10        0.000000            0.000000
                                   R11        0.000000            0.000000
                                   R12        0.000000            0.000000
                                   R13        0.000000            0.000000
                                   R14        0.000000            0.000000
```

Fonte: Elaborado pelo auto através do LINGO (2023)

Figura 5 – Nova solução ótima .

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              25021.11
Objective bound:                              25021.11
Infeasibilities:                              0.000000
Extended solver steps:                              32
Total solver iterations:                           112
Elapsed runtime seconds:                          0.66

Model Class:                                      PILP

Total variables:                  9
Nonlinear variables:              0
Integer variables:                9

Total constraints:               15
Nonlinear constraints:            0

Total nonzeros:                  63
Nonlinear nonzeros:               0


                              Variable           Value        Reduced Cost
                                    X1        491.0000           -16.26000
                                    X2        164.0000           -12.71000
                                    X3        457.0000           -15.61000
                                    X4        83.00000           -12.38000
                                    X5        120.0000           -14.80000
                                    X6        100.0000           -14.20000
                                    X7        130.0000           -16.93000
                                    X8        40.00000           -12.57000
                                    X9        50.00000           -17.84000

                                   Row    Slack or Surplus      Dual Price
                              OBJETIVA        25021.11            1.000000
                                    R1        18390.00            0.000000
                                    R2        14.00000            0.000000
                                    R3        20.00000            0.000000
                                    R4        8.000000            0.000000
                                    R5        635.0000            0.000000
                                    R6        281.0000            0.000000
                                    R7        104.0000            0.000000
                                    R8        257.0000            0.000000
                                    R9        3.000000            0.000000
                                   R10        0.000000            0.000000
                                   R11        0.000000            0.000000
                                   R12        0.000000            0.000000
                                   R13        0.000000            0.000000
                                   R14        0.000000            0.000000
```

Fonte: Elaborado pelo auto através do LINGO (2023)

Figura 6 – Relatorio de solução da simulação alternativa

```
Global optimal solution found.
Objective value:                              28455.72
Objective bound:                              28455.72
Infeasibilities:                              0.000000
Extended solver steps:                              17
Total solver iterations:                           102
Elapsed runtime seconds:                          0.29

Model Class:                                      PILP

Total variables:                     9
Nonlinear variables:                 0
Integer variables:                   9

Total constraints:                   6
Nonlinear constraints:               0

Total nonzeros:                     54
Nonlinear nonzeros:                  0


                              Variable           Value        Reduced Cost
                                    X1        691.0000           -16.26000
                                    X2        446.0000           -12.71000
                                    X3        740.0000           -15.61000
                                    X4        0.000000           -12.38000
                                    X5        0.000000           -14.80000
                                    X6        0.000000           -14.20000
                                    X7        0.000000           -16.93000
                                    X8        0.000000           -12.57000
                                    X9        0.000000           -17.84000

                                   Row    Slack or Surplus      Dual Price
                              OBJETIVA        28455.72            1.000000
                                    R1        6263.000            0.000000
                                    R2        0.000000            0.000000
                                    R3        56.00000            0.000000
                                    R4        36.00000            0.000000
                                    R5        877.0000            0.000000
```

Fonte: Elaborado pelo auto através do LINGO (2023)