



UEPB

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE HUMANIDADES OSMAR DE AQUINO
DEPARTAMENTO DA EDUCAÇÃO
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM PEDAGOGIA**

MARIA ISABELLE SILVA BARBOSA

**POSSIBILIDADES E LIMITAÇÕES DO USO DO JOGO *FACTRIS* NA
APRENDIZAGEM DA MULTIPLICAÇÃO**

**GUARABIRA
2024**

MARIA ISABELLE SILVA BARBOSA

**POSSIBILIDADES E LIMITAÇÕES DO USO DO JOGO *FACTRIS* NA
APRENDIZAGEM DA MULTIPLICAÇÃO**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura Plena de Pedagogia da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Pedagoga.

Área de concentração: Fundamentos da Educação e Formação Docente.

Orientadora: Prof.^a M.^a Joélia Santos de Lima

**GUARABIRA
2024**

B238p Barbosa, Maria Isabelle Silva.
Possibilidades e limitações do uso do jogo factris na
aprendizagem da multiplicação [manuscrito] / Maria Isabelle
Silva Barbosa. - 2024.
35 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em
Pedagogia) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de
Humanidades, 2024.

"Orientação : Profa. Ma. Joélia Santos de Lima,
Coordenação do Curso de Pedagogia - CH. "

1. Factris. 2. Jogos em Educação. 3. Ensino da
Matemática. 4. Configuração Retangular. I. Título

21. ed. CDD 372.1397

MARIA ISABELLE SILVA BARBOSA

POSSIBILIDADES E LIMITAÇÕES DO USO DO JOGO FACTRIS NA APRENDIZAGEM
DA MULTIPLICAÇÃO

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura Plena de Pedagogia da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Pedagoga

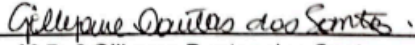
Área de concentração: Fundamentos da Educação e Formação Docente.

Aprovada em: 04/06/24.

BANCA EXAMINADORA


Prof.^a M.^a Joélia Santos de Lima (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)


Prof. Dr. Vital Araújo Barbosa de Oliveira
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)


Prof.^a Dr.^a Gillyane Dantas dos Santos
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus, por me conceder forças e sabedoria, além de me confortar nos momentos difíceis desta jornada.

À professora Joélia Santos de Lima, expresso minha gratidão pela sua paciência e dedicação ao longo desta orientação, a qual me acompanhou e contribuiu para a construção deste trabalho.

Ao meu companheiro Marcos, que não poupou esforços para me apoiar na superação dos meus limites. Seu amor e incentivo foram fundamentais para enfrentar os obstáculos em minha trajetória acadêmica.

À minha mãe e aos meus irmãos, agradeço por sempre me acolherem com amor e apoio incondicional, bem como pelas reuniões familiares que encheram meu coração de felicidade.

Ao meu pai, agradeço pelos seus conselhos, que me incentivaram a manter o foco nos estudos.

Aos professores do Curso de Licenciatura em Pedagogia, expresso meu reconhecimento pela contribuição para a minha formação, por meio de debates e leituras enriquecedoras para a elaboração deste trabalho.

Por fim, aos meus colegas, agradeço pelos momentos de parceria e amizade compartilhados.

RESUMO

Tendo em vista as dificuldades dos alunos em relação à aprendizagem da matemática, especificamente na aprendizagem da multiplicação (que é ensinada, muitas vezes, como adição de parcelas iguais, sem que os estudantes consigam enfrentá-la por meio de situações distintas, com diferentes significados, como a configuração retangular, que é pouco explorada pelos professores), este estudo buscou identificar quais as contribuições do jogo *Factris* (Disponível na plataforma *Mathigon*) no auxílio à aprendizagem da multiplicação como configuração de área com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental do Curimataú Paraibano. Para auxiliar na construção do referencial teórico, utilizamos os estudos de Vergnaud (1983; 1996; 2011; 2014), Santana (2012), Gitirana *et al.* (2020), Fagundes (1986), Piaget (1990) e Luckesi (2000). O método sucedeu-se por meio da observação direta intensiva (Marconi; Lakatos, 2017). Os instrumentos empregados para a coleta dos dados foram: entrevista não estruturada, gravação de tela do computador e gravação de voz com a finalidade auxiliar na interpretação dos dados. Mediante a análise dos resultados obtidos, foi identificado que os estudantes, mesmo tendo noções sobre os cálculos de multiplicação, tiveram dificuldades na escolha de configurações retangulares adequadas à proposta das situações contidas na entrevista, observamos ainda que o uso deste jogo pode proporcionar discussões sobre a multiplicação como configuração de área.

Palavras-chave: *Factris*; Multiplicação; Configuração retangular.

ABSTRACT

Considering the students' difficulties in learning mathematics, specifically in learning multiplication (which is often taught as the addition of equal parts, without students being able to approach it through different situations and meanings, such as the rectangular configuration, which is seldom explored by teachers), this study aimed to identify the contributions of the game Factris (available on the Mathigon platform) in aiding the learning of multiplication as an area configuration with 5th-grade students from Curimataú Paraibano. To aid in the construction of the theoretical framework, we utilized the studies of Vergnaud (1983, 1996, 2011, 2014), Santana (2012), Gitirana et al. (2020), Fagundes (1986), Piaget (1990), and Luckesi (2000). The method involved intensive direct observation (Marconi, Lakatos, 2017). The instruments used for data collection were: unstructured interviews, computer screen recordings, and voice recordings to assist in data interpretation. Through the analysis of the results obtained, it was identified that the students, despite having notions about multiplication calculations, had difficulties in choosing appropriate rectangular configurations for the proposed situations in the interview. Additionally, we observed that the use of this game can foster discussions about multiplication as an area configuration.

Keywords: Factris; Multiplication; Rectangular configuration.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Tela inicial do <i>Mathigon</i>	14
Figura 2 - Função <i>Polypad</i>	15
Figura 3 - Jogo Tetris	16
Figura 4 - Tela inicial do Jogo <i>Factris</i>	17
Figura 5 - Estruturas multiplicativas	22
Figura 6 - Tela do jogo <i>Factris</i> de Lucas	26
Figura 7 - Tela do jogo <i>Factris</i> de Luana	27
Figura 8 - Resposta de Luana à situação 2	28
Figura 9 - Resposta de Lucas à situação 2	29
Figura 10 - Resposta de Luana	29
Figura 11 - Resposta de Lucas	30

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Situação 1	26
Quadro 2 - Situação 2	28

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	12
2.1 As Tecnologias Digitais no Ensino e Aprendizagem de Matemática.....	12
2.2 O que é Mathigon?.....	13
3 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS.....	19
4 O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MULTIPLICAÇÃO.....	20
5 METODOLOGIA.....	24
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	26
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	32
REFERÊNCIAS.....	34

1 INTRODUÇÃO

A matemática é considerada pela maioria dos alunos como um grande desafio, uma variável determinante para o sucesso ou fracasso escolar, e isso ocorre, muitas vezes, pela forma como a disciplina é ensinada. Em muitas escolas, as aulas de matemática seguem o modelo tradicional de ensino, centrado na memorização de regras e algoritmos, trabalhada de forma abstrata e tomada por conceitos isolados da prática cotidiana dos sujeitos.

É a partir desse contexto que surge a necessidade de compreender como os recursos educacionais podem amenizar os desafios enfrentados pelos alunos em assimilar os conceitos matemáticos. Para Piaget (1990), o conhecimento se dá através de um processo de interação, o sujeito, ao interagir com o objeto, modifica-o, desse modo, o conhecimento é construído pela relação existente entre os dois. Ou seja, através da interação entre o sujeito e o objeto, o sujeito vai formulando novos conceitos, tomando como referência seus conhecimentos prévios, e assim vai construindo novos ou reformulando o que já sabia.

Na educação, sobretudo na aprendizagem da matemática, tema deste estudo, a interação entre o sujeito e objeto pode acontecer por meio da utilização de recursos. Um exemplo é a utilização de recursos manipuláveis, como o Material Dourado, que tem como finalidade auxiliar os estudantes na aprendizagem de conceitos matemáticos. Criado pela médica e psiquiatra Maria Montessori (1870-1952), o material didático possibilita ao estudante, quando bem utilizado, a construção do conceito de número, a aprendizagem do sistema de numeração decimal, bem como suas relações, entre outros conceitos.

Além dos recursos educacionais físicos, como o Material Dourado, jogos e tangram, existem os recursos digitais, como o Geogebra, o LOGO, o *Mathigon*, os aplicativos, os jogos digitais e tantos outros recursos que são utilizados por professores e pesquisadores para auxiliar os estudantes na exploração e visualização de conceitos matemáticos.

Neste estudo, utilizamos o jogo *Factris*, disponível na plataforma *Mathigon* (uma plataforma de aprendizagem interativa matemática, sendo, em parte, livro didático interativo, e, em parte, tutor virtual) e discutimos sua utilização no auxílio à aprendizagem da multiplicação, em sua representação como configuração de área, por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental I. Assim, partimos da seguinte

questão de pesquisa: quais as contribuições do jogo *Factris* (disponível na plataforma *Mathigon*) no auxílio à aprendizagem da multiplicação como configuração de área por estudantes do 5º ano?

Desse modo, o objetivo geral deste estudo é identificar as possibilidades e as limitações quanto ao uso do jogo *Factris* no auxílio à aprendizagem da multiplicação com estudantes do 5º ano do ensino fundamental. Como desdobramento, elencamos os seguintes objetivos específicos: analisar as possibilidades do jogo *Factris* no ensino de Multiplicação; identificar os conceitos que podem ser explorados com o uso do *Mathigon*.

Para responder à questão de pesquisa e alcançar os objetivos deste estudo, fundamentamo-nos nos estudos de: Vergnaud (1983; 1996; 2011; 2014), Santana (2012), Gitirana *et al.* (2020), Fagundes (1986), Piaget (1990) e Luckesi (2000).

Estruturamos este estudo da seguinte forma: apresentamos a fundamentação teórica, após esta introdução, dividida em dois tópicos. Abordamos a utilização das Tecnologias Digitais no ensino de matemática, no subtópico 2.1; no subtópico 2.2, apresentamos a plataforma *Mathigon* e o jogo utilizado neste estudo, o *Factris*; no tópico 3, discutimos a Teoria dos campos Conceituais, a partir das ideias de Vergnaud (1983); no Tópico 4, apresentamos algumas discussões sobre o Ensino e aprendizagem da multiplicação; no Tópico 5, apresentamos os materiais e métodos utilizados neste estudo; no Tópico 6, as discussões e resultados obtidos; e, por fim, no tópico 7, as Considerações Finais, seguidas das Referências que foram utilizadas para este estudo.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 As Tecnologias Digitais no Ensino e Aprendizagem de Matemática

As tecnologias têm tido papel fundamental no ensino e aprendizagem de matemática, desde os anos 80 (com a utilização de calculadoras científicas e softwares como o LOGO, criado por Seymour Papert, que permite comandar as ações de uma tartaruga virtual para gerar figuras geométricas planas através de uma linguagem de programação simples), bem como atualmente (com as plataformas de Matemática Dinâmica, como o Geogebra), que possibilitam aos estudantes a visualização e exploração de conceitos matemáticos.

A interatividade dos recursos tecnológicos tem despertado o interesse e auxiliado na construção do conhecimento matemático. Fagundes (1986, p. 314), ao estudar sobre a aprendizagem por meio do LOGO, afirma que “as trocas entre as organizações cognitivas da criança e os objetos simbólicos [do LOGO] apresentam uma natureza funcional”. Ou seja, o estudante, ao utilizar o LOGO, consegue aprender sobre as funções inerentes ao sistema LOGO e articular os comandos inseridos no *software* à construção de figuras geométricas no plano, para isso, é necessário que o estudante analise e relacione as propriedades geométricas de suas construções aos comandos do LOGO.

Após o crescente avanço tecnológico, empresas, governos e pesquisadores passaram a criar diversos tipos de tecnologias educacionais, desse modo, os professores tiveram que ir em direção a um caminho ainda em desenvolvimento, em meio às tentativas e erros quanto à inserção delas nas aulas, abrindo-se várias possibilidades para trabalhar a educação matemática em sala de aula, como diz Borba *et al.* (2020, p. 31): “[...] novos tipos de problemas ou atividades matemáticas pudessem ser explorados e elaborados em diversos níveis de ensino”.

Os softwares educativos podem ser um notável auxiliar para o aluno adquirir conceitos em determinadas áreas do conhecimento, pois o conjunto de situações, procedimentos e representações simbólicas oferecidas por essas ferramentas é muito amplo e com um potencial que atende boa parte dos conteúdos das disciplinas (BONA, 2009, p. 36).

Ou seja, ao combinar os recursos oferecidos pelas tecnologias digitais e a ludicidade, relacionando com os conceitos matemáticos, os professores podem promover um aprendizado mais profundo e significativo.

Ainda nesse sentido, Luckesi (2000) diz que a ludicidade ocorre quando os alunos estão totalmente envolvidos e desfrutando do processo de aprendizagem, eles tendem a reter informações de maneira mais eficaz e a desenvolver habilidades importantes, como a criatividade, a resolução de problemas e a cooperação.

Desse modo, a inserção de tais ferramentas torna-se importante no contexto educacional, sobretudo nas escolas, conforme preconiza a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre o apoio às tecnologias em uma das suas dez competências gerais:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e exercer o protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

Nesse sentido, conforme a BNCC, a utilização dos recursos tecnológicos é uma das competências necessárias que os discentes devem desenvolver ao longo do percurso escolar, isso reflete a necessidade de preparar os alunos para um mundo cada vez mais digital, em que a fluência tecnológica é crucial para diversas áreas da vida, desde o campo profissional até o lazer.

2.2 O que é *Mathigon*?

O *Mathigon* é uma plataforma gratuita de ensino e aprendizagem de matemática. De acordo com Silva *et al.* (2021), o *Mathigon* é uma plataforma de ensino de Matemática no formato de livro didático interativo. Essa plataforma apresenta em sua tela inicial, como é possível observar na Figura 1, um conjunto de jogos, quebra-cabeças, narração de histórias, apresentação de aplicações de conceitos matemáticos, atividades, manipulativos virtuais e livros didáticos interativos, permitindo que os alunos explorem, usem sua criatividade, aprendam a resolver problemas e a desenvolver o pensamento crítico voltado aos conhecimentos matemáticos.

Além dos recursos interativos, atividades e jogos, a plataforma oferece um tutor virtual que realiza o suporte em tempo real. O *Mathigon* está disponível em duas versões: para computador (em uma versão site, com acesso pelo link <https://pt.mathigon.org/>, em que é possível obter uma extensão para facilitar o acesso ao site) e para dispositivos móveis (como celulares e tablets, por meio de aplicativos disponíveis para os sistemas *Android* e *iOS*).

Pela facilidade de acesso e utilização tanto do site quanto dos aplicativos, que possuem uma interface amigável, o *Mathigon* se tornou conhecido por ser utilizado por mais de seis milhões de estudantes e professores em todo o mundo. A plataforma cresceu rapidamente em popularidade e ganhou prestigiados prêmios em educação.

Acessando o site, é possível utilizar os recursos da plataforma criando ou não uma conta, nas modalidades professor, estudantes e pais, para compartilhar atividades, construções geométricas, cursos, entre outros recursos. A plataforma oferece cursos sobre geometria, números e álgebra, probabilidade, com conteúdos que contemplam os diferentes níveis de ensino, dos anos iniciais ao ensino superior.

Em sua tela inicial, o *Mathigon* apresenta algumas de suas funcionalidades, como o jogo *Factris* (adaptação do jogo eletrônico tetris, criado por Alexey Pajitnov, lançado em 1985), linha do tempo (que apresenta a história dos matemáticos mais conhecidos do mundo e suas contribuições) e algumas atividades e informações interativas por meio dos recursos (cartões *Flash*, sequência, simetria e teoria dos grafos). No canto superior direito, são apresentadas ainda outras funções, como voltar à tela inicial, *Polypad*, Cursos, Atividades, Lições e a função pesquisar, como mostra a Figura 1.

Figura 1 - Tela inicial do *Mathigon*



Fonte: *Mathigon* (2024)¹

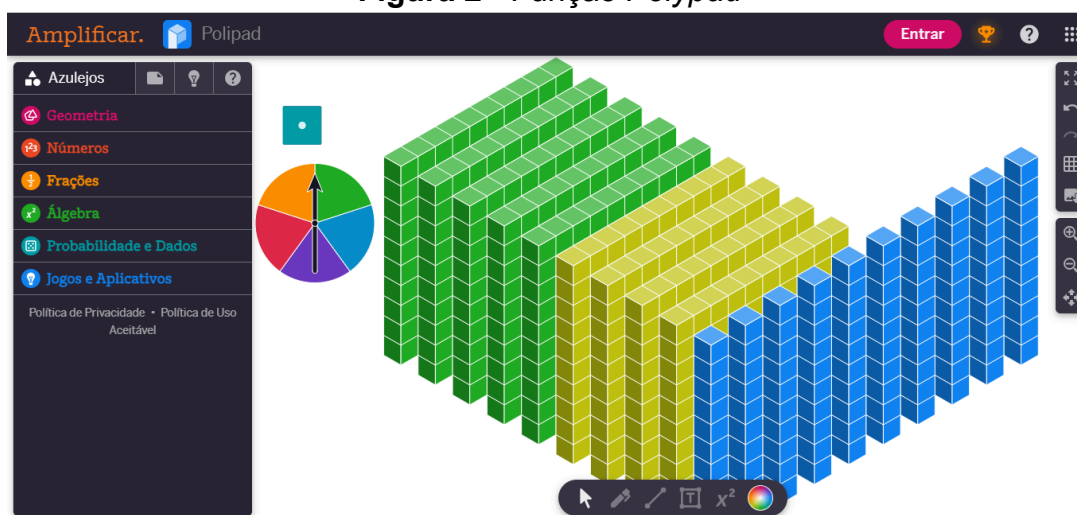
¹ Disponível em: <https://pt.mathigon.org/>. Acesso em: 18 maio 2024. Print da tela capturado em 18 maio 2024.

Na ferramenta de cursos apresentada na Figura 1, o *Mathigon* oferece uma variedade de conteúdos voltados aos estudantes de ensino fundamental e médio, os temas são divididos em três grupos, quais sejam: geometria, números e álgebra, probabilidade e aplicações. Na aba geometria, por exemplo, é possível aprender sobre geometria euclidiana; transformações e simetria; triângulos e trigonometria; poliedros e polígonos; e fractais. Desse modo, o estudante pode ler o material no site e manipular os objetos geométricos (como pontos, retas, vértices) contidos no material. Para avançar, é necessário que o estudante responda algumas questões contidas no texto ou pressione a tecla “continuar”.

Outro recurso presente na plataforma é a função “lições”, como é possível ver na Figura 1. Através dessa funcionalidade, os professores podem atribuir os exercícios e ter acesso às respostas dos alunos.

Diferente das lições, as atividades (disponível na função “atividades”) são propostas pelo *Mathigon* a fim de tornar os conteúdos mais dinâmicos, trazendo experiências lúdicas. Dentre os jogos encontrados, constam: Construtor de tangram, Alice em *FractalLand*, Problemas e Quebra-cabeças e o *Factris*.

Figura 2 - Função Polypad



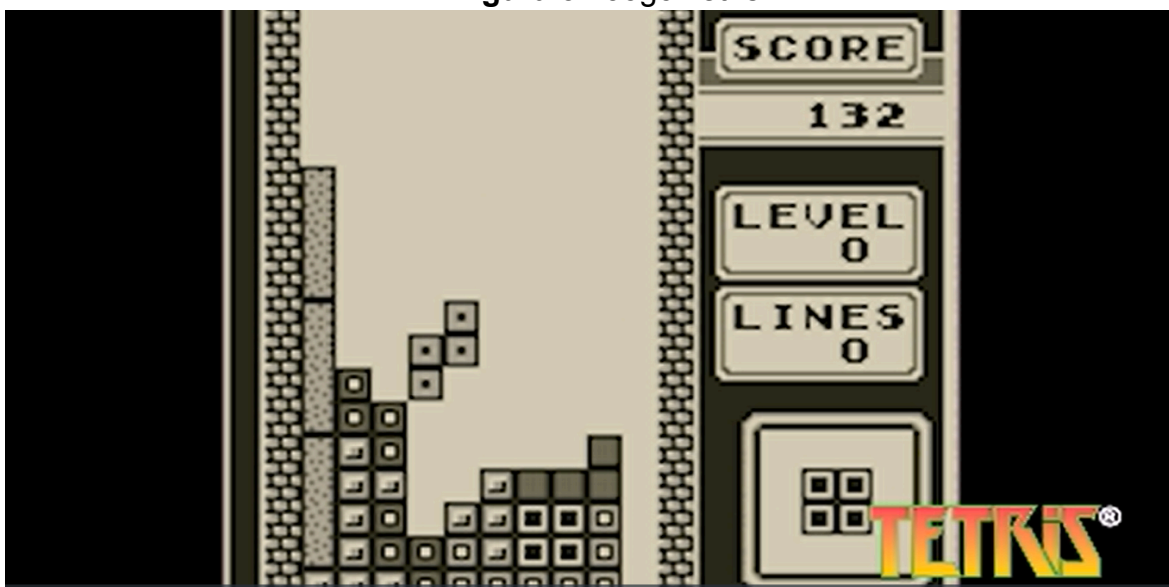
Fonte: *Mathigon* (2024).

A função *Polypad*, como é possível ver na Figura 2, apresenta o *playground* matemático, que possibilita aos usuários explorar conceitos matemáticos por meio dos manipuladores virtuais. A tela inicial da função *Polypad* permite ao usuário utilizar os recursos interativos dos campos: Geometria (contendo polígonos e formas, poliminós, tangram, ladrilhos periódicos e do pentágono, sólidos 3D,

utensílios, padrões e arte), Números (blocos numéricos, barras numéricas, linha numérica, círculos de fatores primários, arranjo de pontos, grades numéricas, ferramentas adicionais), Frações (barras de fração, círculos fração), Álgebra (blocos de álgebra, escala de equilíbrio, máquinas funcionais, eixos coordenados e tabelas, controles deslizantes variáveis) e Probabilidades e dados (moedas, dados e *spinners*, gráficos e estatísticas, cartas de jogar, dados poliédricos, dados não transitivos), Jogos e aplicativos (música, lógica e computação, xadrez, moedas, relógios, dominó). Essas as opções aparecem na lateral esquerda da plataforma.

Neste estudo, utilizamos o jogo *Factris*, disponível na função Atividades do *Mathigon*, como podemos ver na Figura 1. O *Factris* é uma adaptação do jogo eletrônico de quebra-cabeça Tetris, criado por Alexey Pajitnov e lançado em 1985. No Tetris, o jogador deve encaixar figuras geométricas formadas por 4 quadrados (tetraminós), é possível transladá-las horizontalmente e rotacioná-las com a finalidade de encaixar as peças de modo que não existam espaços entre elas. O jogador pontua quando consegue completar todos os espaços de uma linha horizontal, com a combinação dos tetraminós. E perde quando sai do campo do jogo. Como é possível observar na Figura 3.

Figura 3 - Jogo Tetris



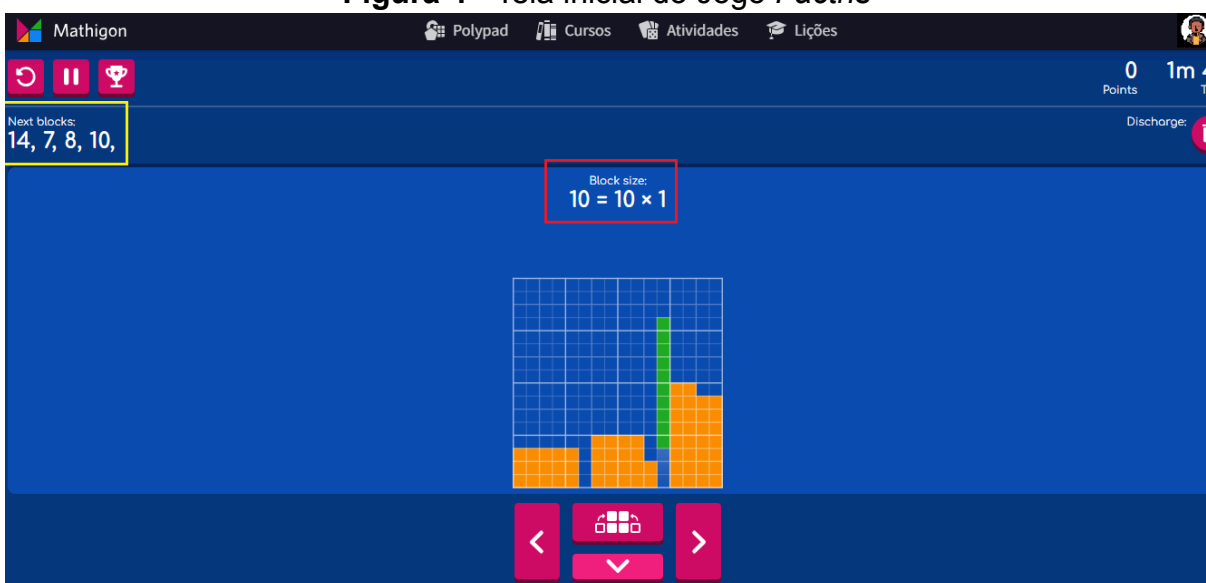
Fonte: *Mathigon* (2024)²

² Disponível em: <https://www.nintendo.com/pt-pt/Jogos/Game-Boy/TETRIS--275924.html>. Acesso em: 25 maio 2024.

No jogo *Factris*, o campo do jogo é apresentado como uma malha quadriculada organizada numa disposição com medidas 16x16, como mostra a Figura 4. Nele, entram aleatoriamente alguns retângulos (contendo o valor de suas áreas e seus respectivos fatores, como $18 = 2 \times 9$), que devem ser encaixados pelo jogador, até que se complete, como no Tetris, uma linha horizontal sem espaços vazios, para isso, é possível retangularizar e transladar os blocos. O jogador perde quando um dos retângulos não é inserido totalmente no campo do jogo, como no Tetris.

Diferente do que acontece no Tetris, no *Factris*, o jogador pode retangularizar os blocos que surgem aleatoriamente no campo do jogo, organizando-os com a disposição retangular que julgar necessária. De acordo com Travassos *et al.* (2014, p. 72), “*Retangularizar*’ um número é procurar dois fatores que, quando multiplicados, resultem nesse número. A figura que ilustra esse procedimento é um retângulo, ou seja, vê se a multiplicação como área”.

Figura 4 - Tela inicial do Jogo *Factris*



Fonte: Mathigon (2024)³.

Na Figura 4, apresentamos a tela inicial do jogo *Factris*. No canto superior esquerdo, são organizadas algumas funções (como reiniciar, pausar ou verificar a lista de maiores pontuadores do jogo), no canto superior direito, é possível verificar a quantidade de pontos, o tempo de jogo, bem como excluir o bloco retangular em

³ Jogo *Factris*. Disponível em: <https://pt.mathigon.org/>. Acesso em: 18 maio 2024. Print da tela capturado em: 18 maio 2024.

uso. Ainda no canto superior esquerdo (no quadro amarelo), são apresentadas as áreas dos próximos blocos, permitindo que o usuário antecipe suas jogadas. No canto central, é apresentada a área (bem como seus fatores) em uso no campo do jogo. No canto inferior, o jogador pode movimentar os blocos para baixo, esquerda ou direita, e reorganizá-los, por exemplo, para o bloco de área 16, é possível utilizar as retangularizações: $16 = 4 \times 4$; $16 = 2 \times 8$; $16 = 8 \times 2$; $16 = 16 \times 1$; $16 = 1 \times 16$.

Desse modo, ao jogar o *Factris*, o usuário deve organizar blocos retangulares com a finalidade de completar linhas horizontais no campo do jogo, ou seja, analisar os fatores (naturais) para obtenção de um determinado retângulo. Nesse sentido, um dos conceitos abordados do jogo é a multiplicação. No tópico 3, discutimos o ensino e aprendizagem da multiplicação, utilizando como referência a Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1983).

3 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

As inúmeras dificuldades dos estudantes na aprendizagem de matemática, especificamente na aprendizagem da divisão e multiplicação (tema discutido nesta pesquisa), têm ocasionado investigações do tema por professores e pesquisadores. Em alguns estudos sobre a aquisição e desenvolvimento dos conceitos relacionados à multiplicação, têm sido utilizadas a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), formulada pelo educador e psicólogo francês Gerárd Vergnaud.

Na educação, sobretudo na Educação Matemática, a teoria dos Campos Conceituais viabiliza um quadro teórico para a aplicações de elementos que têm por finalidade discutir com professores e pesquisadores o desenvolvimento dos conceitos, bem como sua aquisição pelos estudantes, tais como a linguagem, o raciocínio, a percepção e a memória.

Essa teoria define o Campo Conceitual como um conjunto variado de situações, conceitos, conteúdos, relações e operações de pensamento, que podem estar interconectados durante o processo de aquisição (Vergnaud, 1983). Desse modo, um conceito é envolto pelos elementos citados, e, assim, as situações resolvidas pelos estudantes os auxiliam a adquirir e desenvolver determinado conceito.

Segundo Vergnaud (2011), ser confrontado com diversidades de situações que concebem sentido ao conceito, e variando as diferentes etapas de complexidade, é imprescindível para que os discentes compreendam determinado conhecimento, rompendo com ideias anteriormente assumidas e prosseguindo com outras ideias. Destaca-se, dessa forma, a importância do trabalho com os diversos tipos de situações.

Nesse sentido, o docente, ao trabalhar com o campo conceitual da multiplicação, precisa de uma variedade de situações para que os estudantes “tenham mais clareza sobre os elementos conceituais, e as operacionalizações que estão sendo ensinadas” (Santana, 2012, p. 15), o que não ocorre em muitos casos. Além disso, a TCC auxilia os professores na escolha de situações adequadas ao desenvolvimento de conceitos, possibilitando analisar os saberes e dificuldades dos estudantes.

4 O ENSINO E APRENDIZAGEM DE MULTIPLICAÇÃO

No ensino e aprendizagem da multiplicação, objeto de conhecimento discutido neste estudo, encontramos muitos percalços. Em seus estudos, autores como Gitirana *et al.* (2020, p. 29) mostram que, em muitos casos, a multiplicação é ensinada como a adição de parcelas iguais. De acordo com as autoras, a multiplicação 3×4 pode ser escrita pela criança como $4 + 4 + 4$. Ao discutirem as diferenças entre as estruturas aditivas e multiplicativas, as autoras utilizam o problema: eu tinha 3 bombons e ganhei 4 bombons, com quantos eu fiquei? Gitirana *et al.* (2020) afirmam que:

Como se vê, há uma clara continuidade entre a adição e a multiplicação, em termos de estrutura. No entanto, em relação aos significados, há uma descontinuidade entre os problemas de adição e de multiplicação. Em geral, os problemas de estrutura aditiva envolvem a relação entre três grandezas de mesma espécie. (p. 29).

Nesse caso, bombons são grandezas da mesma espécie, o resultado do problema será em bombons. Já para o problema apresentado pelas autoras: “Em cada pacote de figurinha vêm 3 figurinhas. Quantas figurinhas se obtêm com 4 pacotes?” (Gitirana *et al.*, 2020, p. 30), existe uma articulação entre as grandezas figurinhas e pacotes, o que o difere dos problemas relacionados à adição.

Na situação dos bombons, os estudantes trabalham com grandezas de mesma espécie, fazendo 3 (bombons) + 4 (bombons) = 7 bombons, não há necessidade, neste caso, de uma análise cuidadosa sobre a grandeza trabalhada no problema, os dados são expressos em bombons, e o resultado solicita a grandeza bombons.

No problema das figurinhas, os estudantes passam a articular quatro grandezas, sendo duas de mesma espécie, ou seja, em sua resolução, sabe-se que em 1 pacote de figurinhas vêm 3 figurinhas, logo, em 4 pacotes, vêm 12 figurinhas, pois $4 \times 3 = 12$. Logo, é possível resolver essa situação por meio de uma proporção simples, mas existe a necessidade de articular as grandezas figurinhas e pacotes, uma vez que são informados os dados figurinhas e pacotes, a última grandeza da situação é “pacote”, mas a pergunta solicita ao leitor a resposta sobre a quantidade de “figurinhas”, o que, muitas vezes, causa confusão por parte dos estudantes.

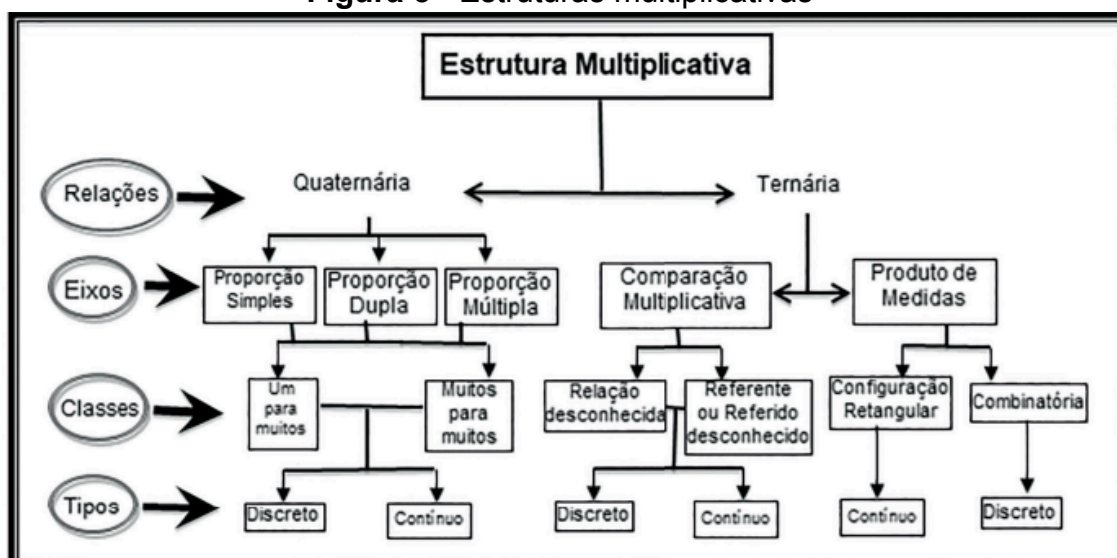
De acordo com Gitirana *et al.* (2020, p. 31), “É preciso compreendermos que estamos diante de uma nova operação que envolve a relação entre quatro grandezas, denominada relação quaternária, duas a duas de mesma espécie”. Desse modo, observamos que os problemas aditivos diferem dos problemas do campo multiplicativo, os estudantes podem utilizar cálculos semelhantes, mas a situação solicita ao estudante (nos problemas multiplicativos) uma reflexão sobre a articulação das grandezas.

Nesse sentido, o primeiro aspecto a se considerar para compreender sobre as estruturas multiplicativas é um grupo variado de situações que podem ser solucionadas com o uso de várias multiplicações ou, até mesmo, resolvê-las através da fração, múltiplo, divisor, entre outros (Vergnaud, 1996).

Os problemas multiplicativos são organizados por meio de relações distintas, quais sejam, as relações quaternária e ternária. Elas apresentam naturezas diferentes, a relação quaternária vai tratar de quatro elementos entre si, tem frequentemente a forma “a está para b assim como c está para d” (Vergnaud, 2014, p. 71), um exemplo é a situação das figurinhas apresentada anteriormente. Ela está dividida nos eixos (Proporção Simples, Proporção Dupla, Proporção Múltipla), as classes são (Um para Muitos, Muitos para Muitos) variando os tipos discreto e contínuo, como apresenta a estrutura desenvolvida por Magina, Merlini e Santos (2014), na Figura 5.

A ternária relaciona “três elementos entre si” (Vergnaud, 2014, p. 57). Um exemplo de relação ternária é a situação: “Pedro está planejando colocar cerâmica em seu quarto, para isso, ele deve saber a área do espaço, ele sabe que: seu quarto mede 3 metros de comprimento por 4 metros de largura, qual a área do quarto?”, nessa situação, estamos articulando três elementos (comprimento, largura e área), podemos resolver a situação fazendo $3 \times 4 = 12$, logo, a área é igual a 12 metros quadrados. A relação está ligada aos eixos (Comparação Multiplicativa e Produtos de Medidas), na classe referente à Comparação Multiplicativa, vemos (Relação Desconhecida, Referente ou Referido Desconhecido), quanto ao Produto de Medida, temos a (Configuração Retangular e Combinatória), tendo os tipos contínuo e discreto, como é possível ver na Figura 5.

Figura 5 - Estruturas multiplicativas



Fonte: Magina, Merlini, Santos (2014).

Na configuração retangular e Combinatória, como mostra na Figura 5, segundo Vergnaud (2014, p. 264), elas podem envolver multiplicação, “encontrar a medida-produto, conhecendo-se as medidas elementares”, como na situação da área do quarto de Pedro, ou uma divisão, quando se procura “as medidas elementares”, conhecendo-se a outra e a medida-produto, por exemplo: sabendo que a área do quarto de Pedro é de 12 metros quadrados e 3 metros de comprimento, qual a largura do quarto? É possível resolver fazendo $12 / 3 = 4$, logo, a largura é de 4 metros.

Ou seja, a configuração retangular tem como princípio a relação de três grandezas, e a forma de encontrar o produto das medidas pode variar, como apresentado anteriormente nos problemas de área do quarto de Pedro. A solução do problema pode envolver a multiplicação ou divisão, de modo que os estudantes relacionem ainda as unidades de medidas, exemplo (metros x metros = metros quadrados).

A compreensão da multiplicação como Produto de Medidas é relevante, sobretudo para a classe configuração retangular, tema foco deste estudo, uma vez que apresenta meios para que os alunos visualizem a multiplicação como área, diferente do que se apresenta “tradicionalmente” nas aulas de matemática, ou seja, a ideia de multiplicação como a soma de parcelas iguais.

Nesse sentido, alguns recursos educacionais, como materiais manipuláveis, problemas e jogos (como o *Factris*) podem ser utilizados a fim de explorar a

multiplicação numa configuração de área. Desse modo, apresentamos a seguir os materiais e métodos utilizados para discutir e analisar as contribuições e limitações do jogo *Factris* no ensino da multiplicação, em sua configuração de área.

5 METODOLOGIA

Neste estudo, para analisar as possibilidades e as limitações do uso do jogo *Factris*, na aprendizagem da multiplicação em sua configuração de área, foram escolhidos dois estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental que já tiveram contato com a multiplicação, são Lucas e Luana (nomes fictícios dados aos participantes), que estudam na mesma cidade e instituição de ensino, localizada na região do Curimataú Paraibano. Utilizamos como método de pesquisa a Observação Direta Intensiva, que, de acordo com Marconi e Lakatos (2017, p. 207), “é realizada através de duas técnicas: observação e entrevista”. Segundo os autores:

A observação é uma técnica de coleta de dados para conseguir informações que utiliza os sentidos na obtenção de determinados aspectos da realidade. Não consiste apenas em ver e ouvir, mas também em examinar fatos ou fenômenos que se deseja estudar (Marconi; Lakatos, 2017, p. 207).

Além disso, para nos auxiliar na coleta de dados, utilizamos a técnica de observação sistemática (ou estruturada, planejada, controlada). Segundo os autores, a observação sistemática:

Realiza-se em condições controladas, para responder a propósitos preestabelecidos. Todavia, as normas não devem ser padronizadas nem rígidas demais, pois tanto as situações quanto os objetos e objetivos da investigação podem ser muito diferentes. Deve ser planejada com cuidado e sistematizada. (Marconi; Lakatos, 2017, p. 209).

Para nos auxiliar no momento da observação, utilizaremos entrevistas com os participantes, como forma de obter informações sobre as potencialidades e limitações do jogo *Factris*. Nesse sentido, segundo Marconi e Lakatos (2017, p. 212), “A entrevista é um encontro entre duas pessoas, a fim de que uma delas, mediante conversação, obtenha informações a respeito de determinado assunto”.

Os autores apresentam algumas abordagens de entrevista, como a estruturada e a não estruturada. Neste estudo, para a coleta de dados, utilizamos a entrevista não estruturada, uma vez que analisaremos um jogo digital, em que podem ocorrer imprevistos decorrentes do momento de jogo, assim, o pesquisador poderá, se achar necessário, mediar a entrevista na direção em que considere conveniente. Ainda de acordo com Marconi e Lakatos (2017):

O entrevistador tem liberdade para desenvolver cada situação em qualquer direção que considere adequada. É uma forma de poder explorar mais amplamente uma questão. Em geral, as perguntas são abertas e podem ser respondidas dentro de uma conversação informal. (p. 213).

Os participantes foram entrevistados individualmente, Lucas foi entrevistado no dia 20/05/2024 e Luana no dia seguinte, com objetivo de não haver interferências no momento das jogadas. Para coleta de dados, foi utilizado o recurso de gravação de tela do computador, enquanto os participantes jogavam o jogo *Factris* disponível na plataforma *Mathigon*. Além disso, foram utilizados um gravador de voz e uma entrevista com algumas situações e aspectos do jogo, com a finalidade de auxiliar o momento de análise dos dados.

Neste estudo, seguimos as seguintes etapas: inicialmente, a plataforma *Mathigon* foi apresentada aos estudantes. Em seguida, apresentamos o jogo *Factris*, algumas funções e as regras do jogo; logo após, os estudantes puderam experimentar o jogo *Factris*, a fim de entender as regras do jogo, funções e estratégias. Por fim, os estudantes responderam algumas situações sobre as situações matemáticas que ocorreram no jogo e participaram de uma entrevista sobre suas impressões.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Por meio dos recursos audiovisuais utilizados na pesquisa, analisamos as estratégias usadas pelos participantes Lucas e Luana no momento do jogo. Para nos auxiliar, utilizamos uma entrevista contendo perguntas sobre a impressão dos estudantes em relação ao jogo e algumas situações-problemas semelhantes às situações ocorridas no jogo. No Quadro 1, apresentamos uma das situações.

Quadro 1 - Situação 1

Se um retângulo de área 20 fosse o próximo na sequência do jogo, como você o organizaria sem que ultrapassasse a malha?

Fonte: elaboração da autora (2024).

O estudante Lucas respondeu “dobrando”, em algumas outras falas, ele relata que é só fazer um “quadrado”, ele não estabelece uma relação clara de como podem ser organizados os fatores de um retângulo de área 20, entretanto ele consegue organizar a área de um retângulo de 22 m² no momento do jogo, como mostra a Figura 6.

Figura 6 - Tela do jogo *Factris* de Lucas



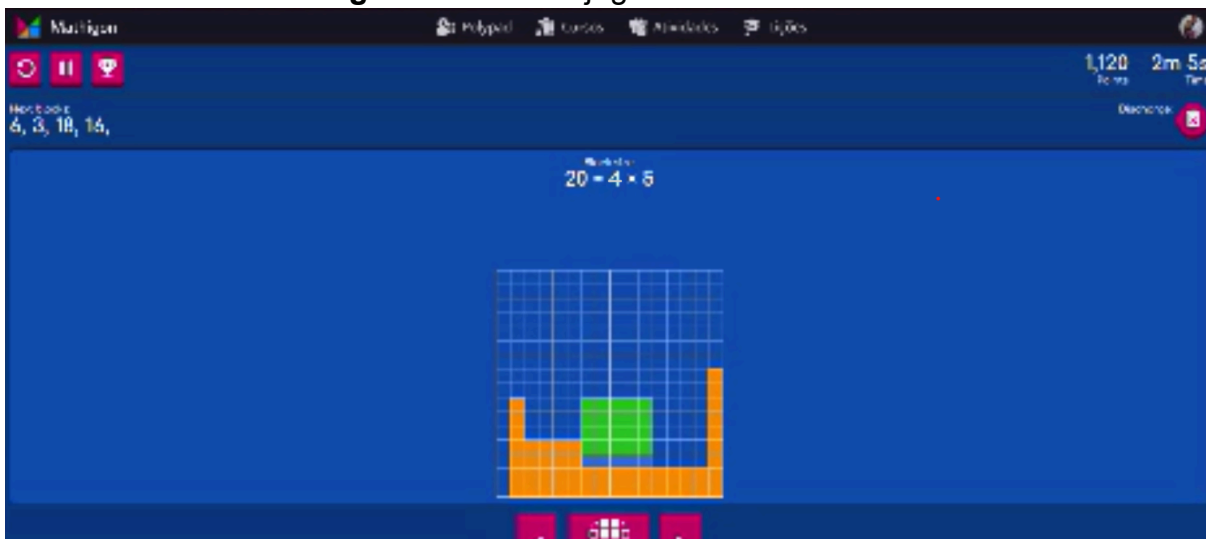
Fonte: Mathigon (2024)⁴.

Por sua vez, Luana, no decorrer do jogo, não conseguiu organizar o retângulo de área 20 nas primeiras rodadas do jogo, pois utilizou os fatores 20 x 1, onde 20 é

⁴ Jogo *Factris*. Disponível em: <https://pt.mathigon.org/>. Acesso em: 20 maio 2024. Print da tela capturado em: 20 maio 2024.

a quantidade de linhas e 1 a quantidade de colunas. Nas últimas rodadas, ela conseguiu organizar a o retângulo de área 20 sem que ultrapassasse a malha, na configuração de 4x5 (4 linhas, 5 colunas), como mostra a Figura 7.

Figura 7 - Tela do jogo *Factris* de Luana



Fonte: Mathigon (2024)⁵.

Diante disso, é possível perceber que os estudantes não conseguiram assimilar inicialmente o conceito de retangularização apresentado no jogo, mas após algumas jogadas, através de tentativas e erros, foi possível perceber que eles passaram a observar e utilizar os diferentes tipos de configuração retangular para uma determinada área. Uma vez que, para um retângulo de área 8, por exemplo, o jogo propõe inicialmente a configuração 8 x 1, o jogador, ao utilizar a função “*resize*” (redimensionar), pode transformar essa retangularização em: 1 x 8, 2 x 4 ou 4 x 2, sendo impossibilitado de voltar às configurações anteriores, (ou seja 8 x 1, 1 x 8, 2 x 4, 4 x 2), o retângulo não volta à mesma configuração novamente, fazendo com que os estudantes tenham que decidir qual formato é o mais adequado para marcar pontos.

Na situação apresentada no Quadro 2, solicitamos aos estudantes que respondessem à questão:

⁵ Jogo *Factris*. Disponível em: <https://pt.mathigon.org/>. Acesso em: 21 maio 2024. Print da tela capturado em: 21 maio 2024.

Quadro 2 - Situação 2

Qual estratégia você utilizaria para organizar um retângulo de área 16, caso tivesse apenas um espaço de 4 cubinhos de largura?

Fonte: elaboração da autora (2024).

Tanto Lucas como Luana tiveram mais facilidade em resolver esse problema, usando o recurso redimensionar do jogo para preencher o espaço até que completasse 16 cubinhos, com dimensões 4 x 4.

Entretanto, suas estratégias foram diferentes, como apresentam as Figuras 8 e 9, respectivamente. Luana percebeu que a malha tinha dimensões 16 x 16, então completou a coluna lateral da malha, preenchendo o espaço com a área 16 x 1, como mostra a Figura 8, diferente de Lucas, que optou por colocar uma figura menor para pontuar com duas fileiras, ganhando mais pontos, como mostra a Figura 9.

Figura 8 - Resposta de Luana à situação 2



Fonte: Mathigon (2024)⁶.

⁶ Jogo *Factris*. Disponível em: <https://pt.mathigon.org/>. Acesso em: 20 maio 2024. Print da tela capturado em: 20 maio 2024.

Figura 9 - Resposta de Lucas à situação 2

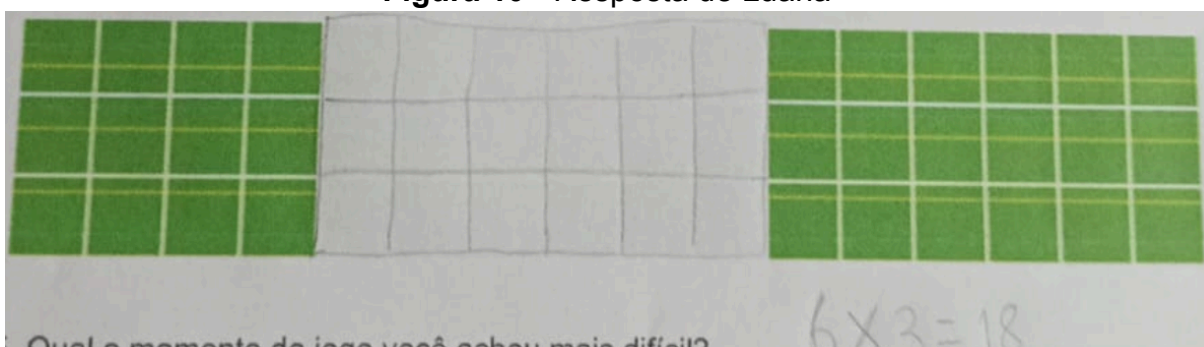


Fonte: Mathigon (2024)⁷.

Essas duas formas demonstram que ambos compreenderam quais tipos de configurações retangulares podem ser utilizados, de modo que não ultrapasse o campo do jogo.

Quando perguntados sobre “Qual o momento do jogo você achou mais difícil?”, os estudantes relataram que ao configurarem os retângulos de área 20 e 16. Em seguida, solicitamos que os estudantes utilizassem uma malha quadriculada, com os retângulos 3 x 4 e 3 x 6 já preenchidos, e lhes perguntamos: “Para pontuar no jogo, que área poderia encaixar exatamente no espaço (em branco) abaixo?”. As respectivas respostas são apresentadas nas Figuras 10 e 11.

Figura 10 - Resposta de Luana

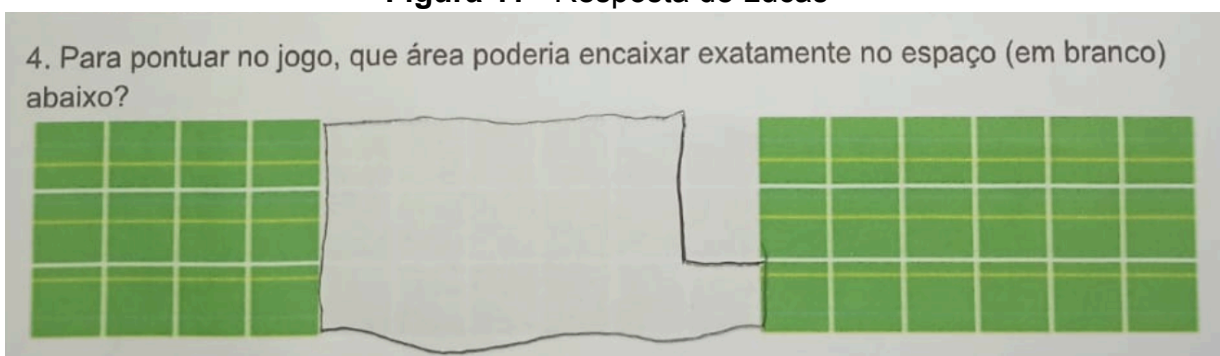


Fonte: elaboração da autora (2024).

⁷ Jogo *Factris*. Disponível em: <https://pt.mathigon.org/>. Acesso em: 21 maio 2024. Print da tela capturado em: 21 maio 2024.

Luana desenhou o retângulo no espaço em branco, verificou que sua área era 18, mas escreve 6×3 , modo diferente ao que é realizado no *Factris*, em que o primeiro fator é o número de linhas e o segundo, o número de colunas, como mostra a Figura 10.

Figura 11 - Resposta de Lucas



Fonte: elaboração da autora (2024).

Na solução acima, apresentada na Figura 11, vemos que Lucas não completou todos os blocos, deixando o espaço equivalente a dois cubinhos de lado, o que mostra que ele não compreendeu a proposta da pergunta. É possível verificar semelhanças entre a resposta apresentada na Figura 11 com a resposta apresentada por ele na situação 2, constante na Figura 8.

No entanto, mesmo que ele não tenha observado a relação entre os fatores de um número e sua área, foi possível verificar que ambos os estudantes observaram e utilizaram as diferentes configurações retangulares que uma área pode ter, e que os formatos dos retângulos mudam de acordo com cada multiplicação.

No final, foi perguntado aos participantes o que eles acharam do jogo. Luana escreveu que foi “legal e interessante”, pois sua professora já havia explicado como ela poderia representar a multiplicação através dos desenhos dos cubinhos, enquanto Lucas achou “diferente” e relatou que não tinha visto e nem estudado multiplicação como configuração retangular.

Além disso, foi possível observar que tanto Lucas quanto Luana, estudantes do 5º ano, sabiam realizar cálculos de multiplicação, mas, ainda assim, tiveram dificuldades na escolha de configurações retangulares adequadas.

Observamos que, com a utilização do jogo *Factris*, é possível analisar e discutir as propriedades numéricas, por meio da função redimensionar, para

construir retangularizações diversas. De acordo com Travassos *et al.* (2014), sobre a análise e construção de retangularizações, é possível observar que:

- Números com mais de uma forma retangular são números compostos;
- Números com apenas uma forma retangular são números primos, ou seja, forma retangular com largura 1 e comprimento igual ao número é número primo;
- Números cujo retângulo tem largura 2 são números pares;
- Números cujo retângulo tem comprimento e largura de mesma medida são números quadrados perfeitos. (Travassos *et al.*, 2014, p. 76).

Desse modo, observamos que o uso do jogo *Factris* pode proporcionar discussões sobre a multiplicação como configuração de área. É possível criar situações vivenciadas no jogo e discuti-las com os estudantes. Porém, a plataforma em que o jogo está inserido, neste caso, o *Mathigon*, apresenta algumas limitações, como a tradução do site e o uso ser exclusivamente online. Já o jogo *Factris* apresenta a configuração retangular, mas não utiliza unidades de medidas de largura, comprimento e área, possibilitando a articulação entre Números, Geometria e Grandezas e medidas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para nos possibilitar responder à questão de pesquisa “Quais contribuições do jogo *Factris* (disponível na plataforma *Mathigon*) no auxílio à aprendizagem da multiplicação como configuração de área por estudantes do 5º ano?”, observamos que é possível visualizar, de modo interativo, configurações de área geometricamente (por meio das imagens apresentadas no jogo) articuladas às operações relacionadas à configuração de área.

Neste estudo, apresentamos como objetivo geral identificar as possibilidades e as limitações quanto ao uso do jogo *Factris* no auxílio à aprendizagem da multiplicação com estudantes do 5º ano do ensino fundamental. Desse modo, concluímos que através do jogo é possível criar situações-problemas, semelhantes às situações vivenciadas pelos estudantes no decorrer do jogo, para que estas possam ser discutidas a fim de apresentar aos estudantes a existência da multiplicação em sua configuração retangular, pois, muitas vezes, os estudantes sabem multiplicar, mas nunca viram ou discutiram a multiplicação em sua configuração retangular.

Portanto, verificamos que o uso do *Mathigon* (sobretudo ao utilizar o jogo *Factris*) pode auxiliar o professor no ensino da matemática, quanto ao seu aspecto lúdico, promovendo discussões que podem ser conduzidas por meio dos diferentes recursos disponíveis no site, como neste estudo, em que utilizamos o recurso *Polypad*, para reconstruir o campo de jogo do *Factris* com os estudantes.

Para responder ao objetivo específico “analisar as possibilidades do jogo *Factris* no ensino de Multiplicação”, observamos também que é possível, por meio do *Mathigon*, utilizar jogos como o *Factris*, e que, através dele, é possível discutir e analisar as diferentes configurações retangulares em que uma área pode ser organizada. Além disso, o professor pode utilizar o jogo para promover discussões sobre as propriedades de divisibilidade.

Em resposta ao nosso objetivo geral, sobre as limitações do *Mathigon*, observamos que uma das limitações que a plataforma apresenta é a necessidade de estar conectada a uma rede de internet para funcionar, o que pode dificultar em caso de imprevistos, quando o docente não tenha como se conectar com a rede da escola, ou não tenha rede de dados móveis disponível.

Outro aspecto é o fato de a tradução da plataforma, que não está totalmente concluída, o que pode dificultar a interpretação do que se propõe, das funções e informações do *Mathigon*, sendo, assim, necessário traduzir por meio de aplicativos, sites ou softwares de tradução.

Quanto à limitação do *Factris*, o jogo não relaciona as configurações retangulares às unidades de medidas em nenhuma fase (ou momento), desse modo, não é possível que o usuário visualize a área 20 cm^2 obtida por meio da configuração $4 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$, por exemplo.

Por fim, para responder ao objetivo específico “identificar os conceitos que podem ser explorados com o uso do *Mathigon*”, observamos que é possível discutir sobre a multiplicação em sua configuração retangular, por meio do jogo *Factris*, além de reproduzir o campo do jogo por meio da função *Polypad* para analisar as retangularizações formadas pelos fatores ao serem multiplicados.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Helber R. F. L. de. Das tecnologias às tecnologias digitais e seu uso na educação matemática. **Nuances: estudos sobre Educação**, Presidente Prudente-SP, v. 26, n. 2, p. 224-240, maio/ago, 2015. Disponível em: <https://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/2831/3074>. Acesso em: 07 jun. 2024.
- ALVES, Djeime Machado; SANTOS, C. Raylson dos; SANTOS, C. Rogério dos. Gamificação no ensino de matemática: uma proposta para o uso de jogos digitais nas aulas como motivadores da aprendizagem. **Revista Docência e Cibercultura**, Rio de Janeiro, v. 6, n. 3, ago. 2022. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/re-doc/article/view/65527>. Acesso em: 26 maio 2024.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal. Acesso em: 26 maio 2024.
- BORBA, Marcelo de Carvalho; GADANIDIS, George; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020. p. 21-47.
- BONA, B. O. Análise de softwares educativos para o ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **Experiências em Ensino de Ciências**, Cuiabá, v. 4, n. 1, p. 35-55, mar. 2009. Disponível em: <https://fisica.ufmt.br/eenciojs/index.php/eenci/article/view/300/276>. Acesso em: 10 maio 2024.
- FONSECA, Adriano. A utilização de materiais concretos para o ensino e aprendizagem da Matemática: aspectos teórico-metodológicos e práticos. In: SOUZA, Janderson Vieira de; FONSECA, Adriano (Orgs.). **Laboratório de ensino de matemática: experimentos e discussões na formação de professores de matemática**. Palmas-TO: EDUFT, 2016. p. 37-51.
- FAGUNDES, L. **Aprendizagem e erro: um estudo sobre a interação de adolescentes marginalizados com a linguagem LOGO**. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1986.
- GITIRANA, V.; MAGINA, S.; CAMPOS, T.; SPINILLO, A. **Repensando multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 1. ed. São Paulo: PROEM, 2020.
- LAKATOS, E. M. L. MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica**. 8. ed. São Paulo. Editora: Atlas, 2017.
- LUCKESI, C. C. Educação, ludicidade e prevenção das neuroses futuras: uma proposta pedagógica a partir da Biossíntese. In: LUCKESI, Cipriano Carlos (Org.).

Educação e Ludicidade, Coletânea Ludopedagogia Ensaios 01. Salvador: FAGED/UFBA, 2000.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Ludicidade e atividades lúdicas:** uma abordagem a partir da experiência interna. São Paulo: Cortez, 2022. Disponível em: [http://portal.unemat.br/media/files/ludicidade_e_atividades_ludicas\(1\).pdf](http://portal.unemat.br/media/files/ludicidade_e_atividades_ludicas(1).pdf). Acesso em: 10 maio 2024.

MAGINA, S. M. P.; SANTOS, Aparecido; MERLINI, Vera Lúcia. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Revista Ciências Educação**, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

MASOLA, Wilson de Jesus; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. **Revista Educação Matemática Debate**, Montes Claros-MG, v. 3, n. 7, jan./abr. 2019. Disponível em: <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/78/83>. Acesso em: 26 maio 2024.

MATHIGON. **The Mathematical Playground.** Disponível em: <https://pt.mathigon.org>. Acesso em: 26 maio 2024.

PIAGET, J. **Epistemologia genética.** São Paulo: Martins Fontes, 1990.

RODRIGUES, Renato de Oliveira Noronha. **Material dourado no ensino das quatro operações básicas.** Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, 2012.

SILVEIRA, Joveliana Amado da. Material dourado de Montessori: trabalhando com os algoritmos da adição, subtração, multiplicação e divisão. **Ensino em Re-vista**, v. 6, n. 1, p. 47-63, jun. 1997 / jul. 1998. Disponível em: <file:///C:/Users/paulo/Downloads/admin,+Material+dourado+de+montessori.pdf>. Acesso em: 10 maio 2024.

SILVA, J.E.M.C.; NETO OLIVEIRA, J.S.; GOMES, T.M.S.; SANTOS, F.A.; MACEDO, L.M.S; Um estudo de caso da plataforma de ensino Mathigon. 7. Congresso Nacional da Educação. **Anais.** 02 a 04 de Dezembro de 2021. Maceió- AL. Disponível em: https://editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2021/TRABALHO_EV150_MD1_S A119_ID7711_24092021201550.pdf. Acesso em: 11 de Junho de 2024.

SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. **Adição e subtração:** o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? Ilhéus: Editus, 2012.

SANTANA, Eurivalda R. S.; LAUTERT, Síntria Labres; CASTRO FILHO, José Aires. **Ensinando multiplicação e divisão no 4º e 5º ano.** Série Alfabetização Matemática, Estatística e Científica, Coletânea Cadernos E-Mult. Itabuna-BA: Editora Via Litterarum, 2017. Disponível: <https://www.ufpe.br/documents/956358/956387/Ensinando+multiplicação+e+divisão+-+4º+e+5º+anos>. Acesso em: 30 maio 2024.

SANTOS. Aparecido; MAGINA, Sandra; MERLINI, Vera. O campo conceitual das estruturas multiplicativas: análise comparativa entre o diagnóstico dos professores e o desempenho dos estudantes. 7 Congresso Iberoamericano de Educação Matemática. **Anais**. Montevideo, Uruguai, 16 a 20 de setembro de 2013.

SOUZA, Emília Isabel Rabelo de; MAGINA, Sandra Maria Pinto. Estrutura multiplicativa: o tipo e situação-problema que o professor dos anos finais do Ensino Fundamental elabora. In: SCHEWTSCHIK, Annaly (Org.). **Matemática: ciência e aplicações 2**. Ponta Grossa-PR: Atena Editora, 2019. p. 86-96.

TRAVASSOS, M.; ARAIUM, R.; MORAIS, R.; SOUZA, T. Números e operações. In: ONUCHIC, L.; ALLEVATO, N.; NOGUTI, F. JUSTULIN, A. **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

VERGNAUD, G. A Multiplicative Structures. LESH, R.; LANDAU, M. (Ed.) **Acquisitions of mathematics concepts and procedures**. New York: Academic Press, 1983. p. 127-174.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. **Didáctica das matemáticas**. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

VERGNAUD, G. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, n. esp. 1/2011, p. 15- 27, 2011. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/er/a/x4HTcHwzHHhkH6bDw7k9Qgs/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 10 maio 2024.

VERGNAUD, G. **A Criança, a Matemática e a Realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Lúcia Faria Moro. Edição revisada. Curitiba: Editora da UFPR, 2014.