



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS, TECNOLOGIA E SAÚDE- CCTS
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

EDSON RODRIGUES CANDIDO

**DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO ESTRUTURAL PARA FLEXÃO SIMPLES
UTILIZANDO LAMINADOS DE CFRP E A TÉCNICA EBR: ESTUDO DE CASO**

ARARUNA/PB

2024

EDSON RODRIGUES CANDIDO

**DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO ESTRUTURAL PARA FLEXÃO SIMPLES
UTILIZANDO LAMINADOS DE CFRP E A TÉCNICA EBR: ESTUDO DE CASO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Estadual da Paraíba como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Área de concentração: Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Medeiros Da Costa

ARARUNA/PB

2024

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

C217d Candido, Edson Rodrigues.
Dimensionamento de reforço estrutural para flexão simples utilizando laminados de cfrp e a técnica ebr [manuscrito] : estudo de caso / Edson Rodrigues Candido. - 2024.
85 p.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências, Tecnologia e Saúde, 2024.

"Orientação : Prof. Dr. Leonardo Medeiros da Costa, Coordenação do Curso de Engenharia Civil - CCTS. "

1. Análise estrutural. 2. Fibra de carbono. 3. Concreto armado. I. Título

21. ed. CDD 624.171

EDSON RODRIGUES CANDIDO

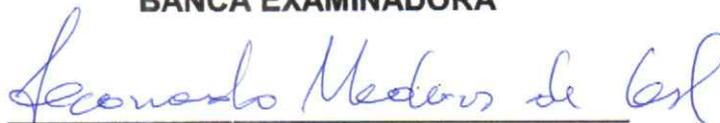
**DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO ESTRUTURAL PARA FLEXÃO SIMPLES
UTILIZANDO LAMINADOS DE CFRP E A TÉCNICA EBR: ESTUDO DE CASO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Departamento de Engenharia
Civil da Universidade Estadual da Paraíba
como requisito parcial para obtenção do
Título de Bacharel em Engenharia Civil.

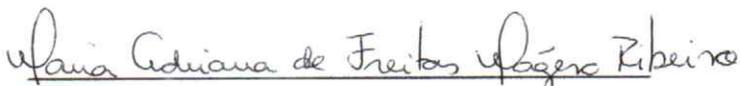
Área de concentração: Estruturas.

Aprovado em: 26/06/2024

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Leonardo Medeiros Da Costa (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dra. Maria Adriana de Freitas Mágero Ribeiro
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dra. Lays Rairanne Azevedo da Costa
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me concedido a vida e até aqui ter me sustentado.

A minha mãe Dona Eunice que é e sempre será o meu maior exemplo nessa vida, pois me educou e ensinou a trilhar caminhos corretos e bons debaixo da autoridade de Cristo o nosso Senhor.

A minha esposa Cristina por me ajudar nessa caminhada diária tendo paciência e compreensão e me apoiando sempre.

Do meu curso de Engenharia Civil na UEPB eu quero agradecer a todos os meus professores que contribuíram para a minha formação e em especial ao meu professor orientador Dr. Leonardo Medeiros por me ajudar no desenvolvimento deste trabalho compartilhando um pouco do seu amplo conhecimento comigo.

Ademais, agradeço a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para a conclusão deste objetivo e finalização deste ciclo em minha vida.

RESUMO

O aumento das exigências estruturais, a deterioração ao longo do tempo e a necessidade de prolongar a vida útil das construções têm motivado a busca por soluções inovadoras e eficientes para o reforço de estruturas de concreto armado. Dentre as diversas técnicas disponíveis, o uso de polímeros reforçados com fibra de carbono (CFRP) tem se destacado devido às suas excelentes propriedades mecânicas, leveza e resistência a corrosão. Este trabalho visa explorar e apresentar, de forma detalhada, o dimensionamento de reforços estruturais à flexão e ao cisalhamento de vigas e lajes utilizando CFRP e sua aplicação utilizando uma técnica conhecida como *Externally Bonded Reinforcement* (EBR). A metodologia utilizada consiste em uma pesquisa bibliográfica a partir de diversos autores sobre o CFRP, onde são apresentados um breve histórico do compósito, suas propriedades, e aplicação, posteriormente é exibido um roteiro de cálculo descrevendo o seu dimensionamento para solicitações de flexão e cisalhamento nas vigas e lajes de concreto armado, desenvolvido seguindo as prescrições da norma americana ACI 440.2R (2017) e com adaptações da norma NBR 6118 (2023). Por fim, este roteiro é aplicado no dimensionamento do reforço de uma estrutura que sofreu alterações de carregamentos, e os seus resultados são exibidos mostrando que, apesar de possuir algumas limitações, o uso de CFRP é eficiente no aumento da capacidade de carga e na melhoria do desempenho estrutural de vigas e lajes, confirmando a viabilidade e benefícios consideráveis dessa técnica em termos de desempenho estrutural.

Palavras-chave: Reforço; CFRP; EBR; Fibra de carbono; Concreto armado.

ABSTRACT

The increase in structural demands, deterioration over time, and the need to extend the service life of constructions have driven the search for innovative and efficient solutions for the reinforcement of reinforced concrete structures. Among the various available techniques, the use of carbon fiber reinforced polymers (CFRP) has stood out due to its excellent mechanical properties, lightness, and corrosion resistance. This work aims to explore and present, in detail, the design of structural reinforcements for flexural and shear strengthening of beams and slabs using CFRP and its application using a technique known as Externally Bonded Reinforcement (EBR). The methodology employed consists of a literature review from various authors on CFRP, presenting a brief history of the composite, its properties, and applications. Subsequently, a calculation framework is presented, describing the design for flexural and shear demands in reinforced concrete beams and slabs, developed according to the American standard ACI 440.2R (2017) and with adaptations from the Brazilian standard NBR 6118 (2023). Finally, this framework is applied to the reinforcement design of a structure that underwent load changes, and the results are presented, showing that despite some limitations, the use of CFRP is efficient in increasing load capacity and improving the structural performance of beams and slabs, confirming the viability and considerable benefits of this technique in terms of structural performance.

Keywords: Reinforcement; CFRP; EBR; Carbon fiber; Reinforced concrete.

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Diagrama tensão deformação de fibras e aços	18
Figura 2.2 – Material compósito visto em detalhe através de microscopia eletrônica	20
Figura 2.3 – Laje reforçada com manta de CFRP	22
Figura 2.4 – Laminado pré-fabricado de CFRP (pultrudado)	23
Figura 2.5 – Laje reforçada com lâminas pré-fabricadas de CFRP	23
Figura 2.6 – Reforço de vigas de concreto à flexão e ao corte.....	25
Figura 2.7 – Reforço de lajes à flexão nas duas direções	25
Figura 2.8 – Esquema de aplicação do compósito <i>in situ</i>	27
Figura 2.9 – Modos de ruptura de viga reforçada com manta de FRP	29
Figura 3.1 – Fluxograma seguido no roteiro de dimensionamento	30
Figura 3.2 – Distribuição de tensões na seção retangular sob flexão.....	33
Figura 3.3 – Distribuição de tensões na seção.....	38
Figura 3.4 – Ancoragem das fibras coladas externamente.....	39
Figura 3.5 – Possíveis envolvimentos da seção reforçada ao cisalhamento	40
Figura 3.6 – Disposição das fibras dimensionadas ao esforço cortante	42
Figura 4.1 – Modelo esquemático do pavimento térreo.....	45
Figura 4.2 – Modelo esquemático do pavimento superior	46
Figura 4.3 – Detalhamento das lajes	47
Figura 4.4 – Seção transversal das vigas.....	48
Figura 4.5 – Laje L_1	49
Figura 4.6 – Pavimento superior - Laje L_1	50
Figura 4.7 – Seção da viga V_1	52

Figura 4.8 – Distribuição dos carregamentos da laje nas vigas	53
Figura 4.9 – Carregamento solicitante de cálculo.....	62
Figura 4.10 – Momento fletor solicitante de cálculo.....	63
Figura 5.1 – Momentos presentes nas lajes.....	72
Figura 5.2 – Reações presentes nas lajes	75

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Propriedades típicas de algumas fibras	19
Tabela 3.1 – Fatores de minoração devido as condições de exposição ambiental... 31	
Tabela 3.2 – Valores de α_E	34
Tabela 3.3 – Coeficiente de redução para o reforço ao cisalhamento	40
Tabela 4.1 – Dados das vigas	48
Tabela 4.2 – Dados do reforço utilizado	48
Tabela 4.3 – Resistência ao cisalhamento da laje L_1	60
Tabela 4.4 – Área de FRP e momento resistente da laje L_1	68
Tabela 5.1 – Momentos solicitantes e resistentes de cálculo das lajes antes da ampliação	73
Tabela 5.2 – Momentos solicitantes de cálculo das lajes após a ampliação.....	73
Tabela 5.3 – Dados do reforço para o momento fletor	74
Tabela 5.4 – Dados da seção após o reforço para o momento fletor	74
Tabela 5.5 – Forças cortantes solicitantes e resistentes de cálculo das lajes antes da ampliação	75
Tabela 5.6 – Forças cortantes solicitantes de cálculo das lajes após a ampliação... 76	
Tabela 5.7 – Momentos solicitantes e resistentes das vigas antes da ampliação	76
Tabela 5.8 – Momentos solicitantes das vigas depois da ampliação.....	77
Tabela 5.9 – Dados do reforço para o momento fletor nas vigas	77
Tabela 5.10 – Dados da seção após o reforço para o momento fletor nas vigas.....	78
Tabela 5.11 – Forças cortantes solicitantes e resistentes das vigas antes da ampliação	79
Tabela 5.12 – Forças cortantes solicitantes das vigas depois da ampliação	79

Tabela 5.13 – Dados do reforço ao cisalhamento das vigas V_2 e V_3	79
--	----

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 2.1 – Descrição dos sistemas FRP curados <i>in situ</i>	20
--	----

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Considerações iniciais	15
1.2	Justificativa	16
1.3	Objetivos	16
2	ESTADO DA ARTE	17
2.1	Histórico	17
2.2	Tipos de fibras utilizadas em compósitos	17
2.3	Compósitos de fibras de carbono	19
2.3.1	Propriedades mecânicas dos compósitos de fibra de carbono	21
2.3.2	Compósitos de fibra de carbono como reforço estrutural	21
2.3.2.1	Compósitos de fibra de carbono curados <i>in situ</i>	21
2.3.2.2	Compósitos de fibra de carbono pré-fabricados	22
2.3.2.3	Resistência	23
2.3.2.4	Peso próprio	24
2.3.2.5	Durabilidade	24
2.3.2.6	Resistência a ação do fogo	24
2.4	Aplicação do reforço com compósitos de fibra de carbono (EBR)	24
2.4.1	Recuperação do substrato de concreto	26
2.4.2	Aplicação do compósito	26
2.4.2.1	Saturação via seca	26
2.4.2.2	Saturação via úmida	27
2.4.2.3	Sistema pré-curado	27
2.4.3	Outras recomendações	28
2.5	Modos de ruptura	28
3	DIMENSIONAMENTO	30
3.1	Verificação da resistência inicial	30
3.2	Propriedades do compósito	31
3.2.1	Fator de redução ambiental	31
3.3	Flexão	32

3.3.1	Deformação inicial do concreto	33
3.3.1.1	Linha neutra – Estádio II de deformação	33
3.3.1.2	Momento de inercia – Estádio II de deformação	34
3.3.1.3	Deformação na fibra mais tracionada do concreto	35
3.3.3	Momento fletor resistente	35
3.3.3	Descolamento do CFRP	36
3.3.4	Nível de deformação no CFRP	36
3.3.5	Nível de tensão no CFRP	37
3.3.6	Determinação da linha neutra da seção reforçada	37
3.3.7	Ductilidade	38
3.3.8	Comprimento de ancoragem	39
3.4	Cisalhamento	40
3.4.1	Verificação das bielas comprimidas	40
3.4.2	Resistência ao cisalhamento	41
4	ESTUDO DE CASO	44
4.1	Descrição da edificação e do reforço	44
4.2	Carregamentos	49
4.2.1	Laje	49
4.2.1.1	Peso próprio	49
4.2.1.2	Revestimento	50
4.2.1.3	Carga de alvenaria	50
4.2.1.4	Carregamento permanente	51
4.2.1.5	Carregamento variável	51
4.2.2	Viga	52
4.2.2.1	Peso próprio	52
4.2.2.2	Revestimento	52
4.2.2.3	Carregamentos da laje	53
4.2.2.4	Carga de alvenaria	54
4.3	Verificação da resistência inicial	54
4.3.1	Laje	54
4.3.1.1	Capacidade resistente da laje não reforçada	55

4.3.1.1.1	Direção x	55
4.3.1.1.2	Direção y	57
4.3.1.1.3	Borda engastada	57
4.3.1.2	Determinação da resistência mínima exigida	58
4.3.1.3	Carregamento solicitante	58
4.3.1.4	Cisalhamento	59
4.3.2	Viga	60
4.3.2.1	Capacidade resistente da viga não reforçada	61
4.3.2.2	Determinação da resistência mínima exigida	61
4.3.2.3	Carregamento solicitante	62
4.3.2.4	Verificação das bielas comprimidas	62
4.4	Dimensionamento do reforço a flexão	63
4.4.1	Deformação inicial no concreto	63
4.4.2	Descolamento do CFRP	64
4.4.3	Profundidade da linha neutra da seção reforçada	65
4.4.3.1	Deformação efetiva no CFRP	65
4.4.3.2	Deformação efetiva no aço	65
4.4.3.3	Tensão no reforço	66
4.4.3.4	Tensão na armadura tracionada	66
4.4.3.5	Linha neutra	66
4.4.4	Momento resistente da seção reforçada	67
4.5	Dimensionamento do reforço ao cisalhamento	68
4.5.1	Determinação da resistência da armadura transversal	68
4.5.2	Determinação da área de CFRP	69
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES	72
5.1	Lajes	72
5.1.1	Flexão	72
5.1.2	Cisalhamento	75
5.2	Vigas	76
5.2.1	Flexão	76
5.2.2	Cisalhamento	79

5.3	Resumo da seção	80
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	81
	REFERÊNCIAS	83

1 INTRODUÇÃO

1.1 Considerações iniciais

Com o avanço da sociedade e a demanda por estruturas mais complexas e eficientes, surgiram desafios significativos para os engenheiros e arquitetos. O desenvolvimento de pontes, viadutos, edifícios de múltiplos andares e outras estruturas de grande porte exigiu a adoção de novos materiais e técnicas construtivas, muitas vezes desafiando os limites do conhecimento da época.

À medida que as estruturas se tornavam mais complexas, surgiram problemas como manifestações patológicas, mudanças funcionais, mau uso das edificações ou mesmo eventos extraordinários e imprevisíveis. Com isso, as estruturas passaram a ter sua capacidade e desempenho diminuídas levando a uma série de problemas para serem sanados (Helene, 1997).

Para enfrentar esses desafios e garantir a segurança e a funcionalidade das construções, tornou-se essencial buscar soluções que possam tanto reparar quanto melhorar o desempenho estrutural. Entre as abordagens possíveis, destaca-se a necessidade de intervenções que possam restaurar ou até mesmo incrementar a capacidade original das estruturas, atendendo às exigências contemporâneas.

Uma das respostas para lidar com estruturas comprometidas é o reforço estrutural, uma técnica que visa restaurar ou aumentar a capacidade de carga das construções afetadas. Nesse contexto, o uso de materiais compósitos como a fibra de carbono surge como uma solução promissora, sendo amplamente empregados no reforço de estruturas devido à sua alta resistência e durabilidade (Massari, 2017). Internacionalmente, essa técnica é amplamente difundida, com normas estabelecendo diretrizes claras para o seu dimensionamento e execução.

No entanto, no contexto nacional, ainda se enfrentam desafios significativos. A falta de uma metodologia e normas específicas para o dimensionamento e aplicação desse tipo de reforço representa uma lacuna crítica no setor. Esse trabalho se propõe a contribuir com o preenchimento de parte dessa lacuna, demonstrando um roteiro de cálculo detalhado para o dimensionamento do reforço de vigas e lajes de concreto armado submetidas a flexão simples utilizando CFRP e a técnica EBR, e aplicando essa metodologia em um estudo de caso concreto. Dessa forma, espera-se fornecer uma base sólida e prática que contribua com a implementação de reforços estruturais utilizando CFRP.

1.2 Justificativa

Muitas vezes, durante a vida útil de uma residência, surge a necessidade de uma expansão, seja para a adição de um novo cômodo ou mesmo a ampliação de um cômodo já existente. Esse cenário altera a distribuição de carregamentos, exigindo uma análise do projeto estrutural para verificar se a estrutura suporta as novas cargas ou se é necessário aplicar um reforço estrutural ou considerar a viabilidade da mudança. Nos casos em que a mudança seja possível, porém haja a necessidade de aplicação de um reforço na estrutura, um novo passo deve ser iniciado, visando a escolha adequada de qual técnica empregar na aplicação do reforço. Uma das técnicas disponíveis é a colagem superficial da fibra de carbono buscando aumentar a resistência dos elementos estruturais. Por esta razão este trabalho buscou avaliar essa técnica, analisando seu dimensionamento, eficácia e viabilidade na aplicação em elementos de vigas e lajes.

1.3 Objetivos

Analisar e dimensionar o reforço de elementos de concreto armado sob flexão simples aplicando laminados de CFRP com a técnica EBR. Para isso foram estabelecidos os seguintes objetivos específicos

- Verificar e dimensionar o reforço necessário para as lajes;
- Verificar e dimensionar o reforço necessário para as vigas.

2 ESTADO DA ARTE

2.1 Histórico

Em meados de 1978 na Alemanha, os compósitos reforçados com fibra de carbono (CFRP) já eram utilizados em experimentos para reforçar peças em concreto armado (Wolf & Miessler, 1989, *apud* Araújo, 2018).

Segundo Souza e Rippler (1998), os compostos de fibra de carbono que já eram amplamente utilizados há muito na indústria automobilística, aeroespacial, naval e aeronáutica, ganharam especial importância e grande desenvolvimento após a ocorrência do sismo de Kobe, em 1995 no Japão.

Souza e Rippler (1998) explicam que os compostos reforçados com fibra de carbono (CFRP) vinham sendo utilizados na melhora de pilares de pontes e viadutos aumentando o seu desempenho e que segundo ensaios realizados percebeu-se um notável aumento da ductilidade destes elementos quando reforçados em sistema confinante.

Ainda segundo o mesmo autor as folhas flexíveis de fibras de carbono podem ser utilizadas para o aumento da capacidade resistente à flexão e ao esforço transversal de vigas e lajes, mas que deve ser tomado muito cuidado no desenvolvimento dos detalhes a serem adotados para o sistema de amarração do compósito.

Segundo Meier (1997) foi na Suíça onde a técnica de reforço estrutural com mantas flexíveis de fibra de carbono foi desenvolvida e pôde ser aplicada para reforçar uma ponte de concreto armado à flexão.

No Brasil, a utilização da técnica do reforço utilizando mantas flexíveis ocorreu primeiramente em obras de pequeno porte como os casos do viaduto de Santa Tereza localizado na cidade de Belo Horizonte no ano de 1998 (Beber, 2003).

2.2 Tipos de fibras utilizadas em compósitos

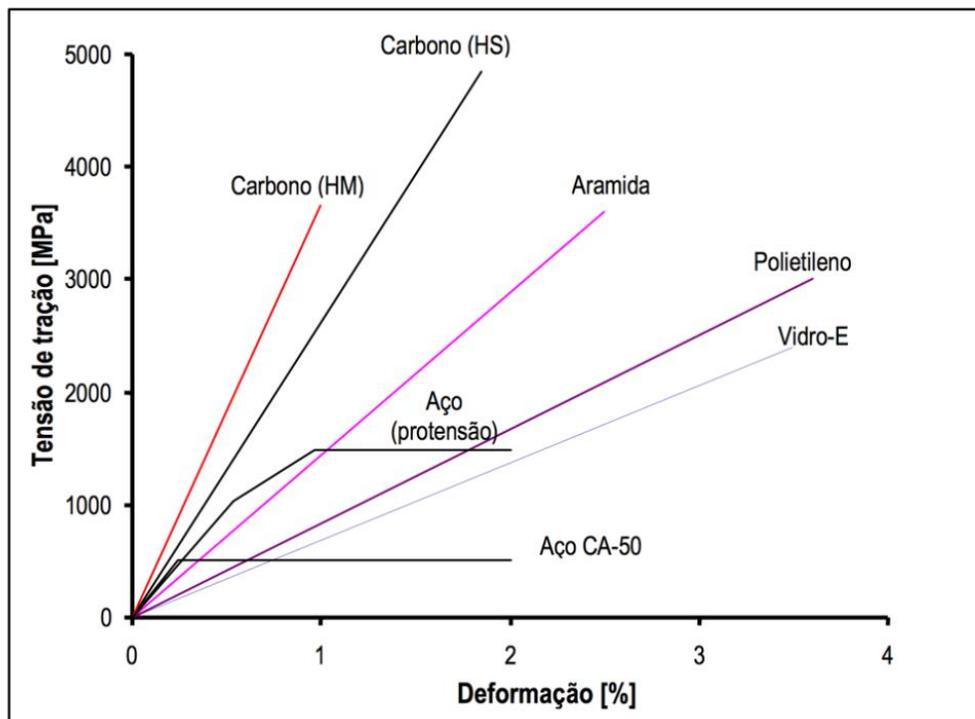
Os principais tipos de fibras empregadas nos compósitos utilizados comercialmente na construção civil para reforço das estruturas de concreto são as confeccionadas com aramida, vidro e carbono (Beber, 2003). Cada uma destas possui suas próprias vantagens e desvantagens, neste trabalho serão abordados apenas os compósitos confeccionados com fibras de carbono.

Os compósitos de fibra de carbono são envolvidos por uma matriz polimérica e apresentam três formas de utilização, sendo estas os fios de fibra de carbono, as chapas pultrudadas e os tecidos de fibra de carbono (Silva Filho, 2007).

Todas as fibras de carbono são fabricadas através de fibras orgânicas em atmosfera inerte. A temperatura de pirólise pode variar entre 1000° e 3000° Celsius sendo que temperaturas maiores geram fibras com maior módulo de elasticidade. São três as matérias primas que alcançam importância na produção de fibras de carbono. O *rayon*, a poliacrilonitril (PAN) e o piche (Schwartz *apud* Beber, 2003).

Este material possui ruptura frágil e brusca devido ao seu comportamento linear elástico até a ruptura, e desta forma é preciso se evitar tal ruína buscando mecanismos que possam evitar essa ruptura (ACI 440.2R, 2017). O gráfico presente na Figura 2.1 demonstra o comportamento dos três tipos de compósitos de fibra. E a Tabela 2.1 contém as suas propriedades.

Figura 2.1 – Diagrama tensão deformação de fibras e aços



Fonte: Beber (2003)

Tabela 2.1 – Propriedades típicas de algumas fibras

Propriedade	Vidro-E	Aramida (A) Kevlar 49 TM	Carbono de elevada resistência (HS)	Carbono de elevado módulo (HM)	Aço CA-50
Resistência à tração (MPa)	2400	3600	3300-5000	1500-4700	500 (escoamento) 550 (ruptura)
Módulo de elasticidade (GPa)	70	130	230-300	345-590	210
Deformação na ruptura (%)	3,5	2,5	1,5-2,2	0,6-1,4	0,2 (escoamento) 6 (ruptura)
Peso específico (kN/m ³)	25,6	14,4	18	19	78,5
Coeficiente de dilatação térmica (10 ⁻⁶ /°C)	5,0	-2 (longitudinal)	-1 (longitudinal)	-1 (longitudinal)	12 (longitudinal)
		+59 (transversal)	+17 (transversal)		

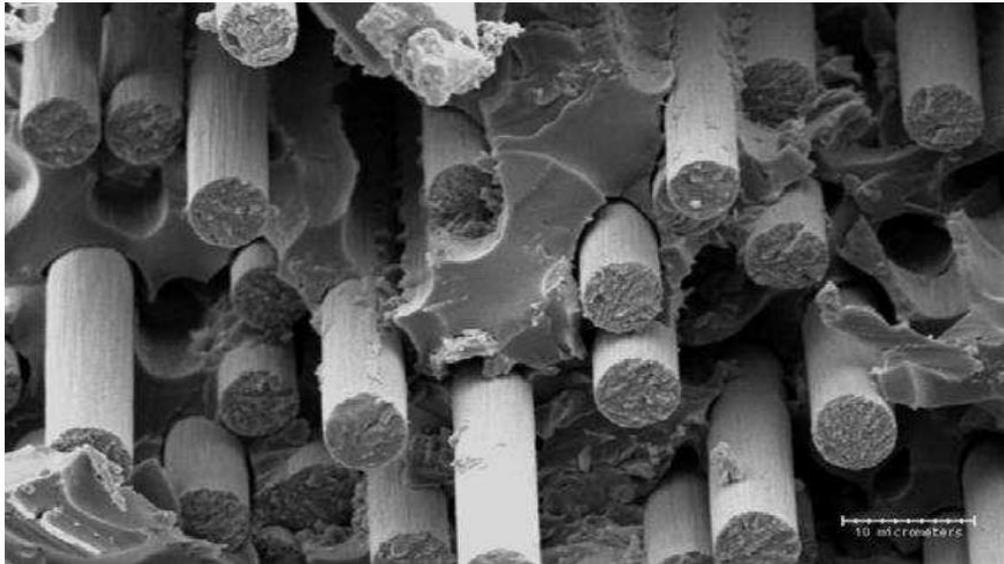
Fonte: Adaptado de Beber (2003)

2.3 Compósitos de fibras de carbono

Compósito é o nome dado a combinação de dois ou mais materiais que juntos possuem propriedades mecânicas que superam as dos materiais que o constitui. Segundo Machado (2002) o compósito é formado principalmente de dois componentes, sendo o primeiro a matriz polimérica que funciona como um envoltório protegendo e unindo as fibras sendo também responsável pela transferência das tensões entre a fibra e o substrato. O segundo componente do compósito são as fibras que agem resistindo as tensões e esforços impostos.

Os polímeros reforçados com fibra de carbono (CFRP) são os compósitos onde a principal matriz polimérica utilizada é constituída de resinas termoplásticas ou termorrígidas, entretanto para o reforço estrutural dá-se preferência as resinas termorrígidas como o poliéster, o éster-vinílico, o uretano metacrilato, o fenol e o epóxi (Silva Filho, 2007). Já as fibras podem ser encontradas em diferentes configurações, como em fios, mantas, tecidos, chapas ente outros. Segundo Araújo (2014) para a utilização desses compostos são utilizados comumente dois sistemas, sendo estes: os curados *in-situ* e os pré-fabricados. A Figura 2.2 mostra uma imagem de microscópio de um material compósito de fibra de carbono.

Figura 2.2 – Material compósito visto em detalhe através de microscopia eletrônica



Fonte: Curty (2009)

Os sistemas curados *in-situ* são os sistemas onde a matriz e as fibras são fornecidas separadamente sendo feito, no momento da aplicação, sua impregnação. Nesse sistema o mais comum são as mantas e tecidos. Os sistemas pré-fabricados fornecem a fibra já impregnada e curada, o principal tipo de composto nesse sistema são os laminados (Araújo, 2014).

Quanto as mantas e tecidos há ainda uma diferenciação na disposição de suas fibras podendo estas serem uni, bi e multidirecionais como é descrito no Quadro 2.1.

Quadro 2.1 – Descrição dos sistemas FRP curados *in situ*

Designação	Descrição	Orientação das fibras	Estado
MANTAS [<i>Sheets</i>]	Disposição de faixas contínuas e paralelas de fibras sobre uma rede de proteção 200 – 300 g/m ²	unidirecionais	secas
			pré-impregnadas [i]
TECIDOS	<i>Woven roving</i> [ii]	bidirecionais	secos
	<i>Mat</i> [ii]	multidirecional	
	<i>Cloth</i> [ii]	Fios contínuos tecidos por processo têxtil convencional [150 – 400 g/m ²]	uni, bi ou multidirecional

[i] aplicação de uma camada suave de resina sem a cura total (*prepreg*);

[ii] designação internacional para o arranjo das fibras no plano.

Fonte: Beber (2003)

2.3.1 Propriedades mecânicas dos compósitos de fibra de carbono

Por serem materiais heterogêneos os compósitos de fibra de carbono têm suas características mecânicas dependentes de vários fatores dentre os quais podem-se citar a temperatura, o tipo de matriz polimérica utilizada ou mesmo a orientação de suas fibras (Botelho, 2015). São destacáveis entre as propriedades mecânicas do CFRP sua baixa densidade que segundo a ACI 440.2R (2017) é da ordem de 1,2 a 2,1 g/cm³ o que confere ao material um baixo peso, sua alta resistência variando entre 1380 a 6200 MPa a depender do tipo de compósito e sua alta rigidez já que seu módulo de elasticidade varia de 230 a 640 GPa superando o do aço.

Quanto a fluência, segundo a ACI 440.2R (2017) as barras de FRP foram testadas em diferentes níveis de carga à temperatura ambiente e os resultados indicaram que há uma relação linear entre a resistência a ruptura por fluência e o logaritmo do tempo em todos os níveis de carga. Já em relação a fadiga, a norma americana especifica que de todos os compósitos de FRP o CFRP é o menos propenso a falha por fadiga, imprimindo uma resistência típica de 60 a 70% da resistência última.

2.3.2 Compósitos de fibra de carbono como reforço estrutural

Reforços estruturais baseados na aplicação de CFRP em peças de concreto armado já tem seu lugar na construção civil e vem cada vez mais ganhando espaço e substituindo reforços clássicos (Martini, 2021). Isso se dá pela quantidade considerável de vantagens que essa técnica traz como seu baixo peso, alta resistência e desempenho, reduzindo significativamente o aumento das seções das peças reforçadas. Arquez (2010) ressalta que o CFRP se sobressai aos demais, apresentando segurança, acessibilidade, elevada resistência em relação ao seu peso específico, facilidade e rapidez de aplicação e grande resistência à tração, corrosão e ambientes agressivos.

Como mencionado antes os sistemas CFRP podem ser comercializados de duas formas, sendo uma os curados *in situ* e a outra os pré-fabricados.

2.3.2.1 Compósitos de fibra de carbono curados *in situ*

Os sistemas curados *in situ* são apresentados em forma de fios, tecidos ou mantas. De acordo com Juvandes (1999) esse tipo de compósito pode ser adquirido seco ou pré-impregnado e é aplicado sobre o adesivo epóxi previamente espalhado

sobre a superfície da peça reforçada. A Figura 2.3 mostra uma peça estrutural reforçada com uma manta de CFRP.

Figura 2.3 – Laje reforçada com manta de CFRP



Fonte: <https://www.sp-reinforcement.com.br/mantas>

2.3.2.2 Compósitos de fibra de carbono pré-fabricados

Os sistemas pré-fabricados consistem na substituição das tradicionais chapas metálicas por sistemas laminados semirrígidos de CFRP do tipo unidirecional (Beber, 2003). Esse sistema laminado foi desenvolvido na Europa e consiste na impregnação de um conjunto de feixes ou camadas contínuas de fibras por uma resina termorrígida consolidada por um processo de pultrusão com controle da largura e espessura do compósito (Juvandes, 1999). A Figura 2.4 mostra um exemplo de laminado pultrudado e a figura 2.5 exhibe uma laje reforçada com este material.

Figura 2.4 – Laminado pré-fabricado de CFRP (pultrudado)



Fonte: <https://www.sp-reinforcement.com.br/laminados>

Figura 2.5 – Laje reforçada com lâminas pré-fabricadas de CFRP



Fonte: <https://www.sp-reinforcement.com.br/laminados>

2.3.2.3 Resistência

As fibras possuem elevada resistência à tração, podendo alcançar valores muito superiores aos do aço. Segundo a ACI 440.2R (2017) a resistência à tração das fibras de carbono pode variar entre 1380 a 6200 MPa, estas também apresentam elevado módulo de elasticidade que, a depender do tipo de compósito, podem superar o aço em até três vezes.

2.3.2.4 Peso próprio

O peso dos compósitos são uma vantagem significativa em relação a aplicação de chapas metálicas, o que propicia menos carga para a peça estrutural além de diminuir o trabalho no transporte e na aplicação do reforço como também no escoramento, isso acaba viabilizando uma boa economia. Segundo a ACI 440.2R (2017) a densidade dos compósitos chega a ser de quatro a seis vezes mais baixa que a do aço.

2.3.2.5 Durabilidade

Em contraste às chapas de aço, Beber (2003) aponta que os materiais compósitos não sofrem deterioração proveniente da ação de agentes agressivos, químicos, físicos ou biológicos. No entanto, o autor cita que se deve ter um cuidado especial quanto a ação da radiação ultravioleta. Todavia é bom salientar que embora as fibras sejam resistentes a alta alcalinidade, salinidade, alta umidade e agentes agressivos os compósitos podem sim sofrer redução de suas propriedades mecânicas, se devendo isto, principalmente, a matriz polimérica (ACI 440.2R, 2017).

2.3.2.6 Resistência a ação do fogo

A resistência dos compósitos a ação do fogo está diretamente relacionada ao tipo de resina utilizada já que as fibras em si são altamente resistentes podendo resistir a temperaturas de até 1000° C (Beber, 2003). Essa suscetibilidade da resina se dá devido a sua temperatura de transição vítrea. Sendo esse valor dependente do tipo de resina e pode variar entre 60 e 82° C (ACI 440.2R, 2017).

2.4 Aplicação do reforço com compósitos de fibra de carbono (EBR)

O reforço colado externamente pode ser utilizado para absorver tanto os esforços de flexão sejam eles positivos ou negativos bem como as tensões tangenciais decorrentes dos esforços de cisalhamento (forças cortantes). O reforço a flexão deve ser realizado utilizando o compósito fixado às zonas de tensão, com a direção das fibras paralelas ao comprimento do elemento (ACI 440.R, 2017). Para resistir aos esforços cortantes as fibras podem ser colocadas segundo direção de 90° (vertical), 0° (horizontal) e ainda segundo qualquer inclinação que seja necessário (Machado, s/d).

É importante destacar que o reforço por flexão deverá sempre ser instalado antes dos reforços para o corte e para o confinamento, ou seja, os dois últimos reforços serão aplicados sobre o reforço por flexão. Essa sequência executiva tem por objetivo de garantir para o reforço à flexão e para o reforço ao corte a condição denominada “colagem crítica”, onde é exigida uma aderência íntima entre o concreto e o sistema composto, e para o reforço por confinamento a condição denominada de “contato íntimo”, onde as necessidades de aderência entre o sistema composto e o concreto não são mandatórias (Machado, s/d, p.15).

Aa Figuras 2.6 e 2.7 trazem exemplos de peças estruturais reforçadas com CFRP utilizando a técnica EBR.

Figura 2.6 – Reforço de vigas de concreto à flexão e ao corte



Fonte: <https://www.unicomengenharia.com.br/imagens/reforco-estrutural-em-fibra-de-carbono/reforco-estrutural-em-fibra-de-carbono.jpg>

Figura 2.7 – Reforço de lajes à flexão nas duas direções



Fonte: MACHADO (s/d)

2.4.1 Recuperação do substrato de concreto

Antes da aplicação do primer é fundamental que a superfície esteja apta a recebe-lo, sendo assim é necessário promover uma limpeza e eventuais correções necessárias no substrato para reforços colados afim de garantir uma superfície íntegra e sã que possa garantir uma boa aderência.

Se a peça apresentar trincas é fundamental que estas sejam corrigidas sendo necessária a aplicação de procedimentos convencionais de injeção para quaisquer trincas superiores a 0,25 mm.

Além disso peças com armadura corroída precisam passar por processos de recuperação antes que se possa prosseguir com a aplicação do reforço.

2.4.2 Aplicação do compósito

Segundo Machado (s/d) para iniciar a aplicação é essencial que a superfície seja preparada para que haja a *condição crítica de colagem* sendo necessário executar uma limpeza utilizando jatos de areia ou lixamento com limalhas metálicas ou mesmo utilizando-se de abrasivos afim de propiciar uma boa superfície para receber o primer. Também é recomendado que essa preparação ocorra imediatamente antes da aplicação do primer. Com a superfície pronta o primer deve ser aplicado em uma demão com o intuito de impregnar o concreto e consolidar as partículas impedindo, assim, que a porosidade do concreto absorva a água da resina. O compósito deve, então, ser aplicado logo após, em um intervalo de tempo que não pode exceder os 25 a 30 minutos. Vale ressaltar que esse intervalo pode diminuir com o aumento da temperatura.

Segundo a ACI 440.2R (2017) há um limite máximo de 5° entre o alinhamento das fibras e o eixo da peça estrutural sendo o eixo longitudinal para o reforço a flexão e transversal para o reforço ao cisalhamento.

2.4.2.1 Saturação via seca

A saturação via seca consiste na aplicação da resina diretamente sobre o concreto e posterior aplicação da lâmina de fibra de carbono. A aplicação pode ser feita com espátula ou rolo metálico. O alinhamento da fibra e a remoção de bolhas de ar devem ocorrer antes da segunda camada de resina, que só pode ser aplicada 30 minutos após aplicação da lâmina. Como mencionado antes, há um intervalo limite de 25 a 30 minutos para a finalização do processo de aplicação da lâmina podendo este

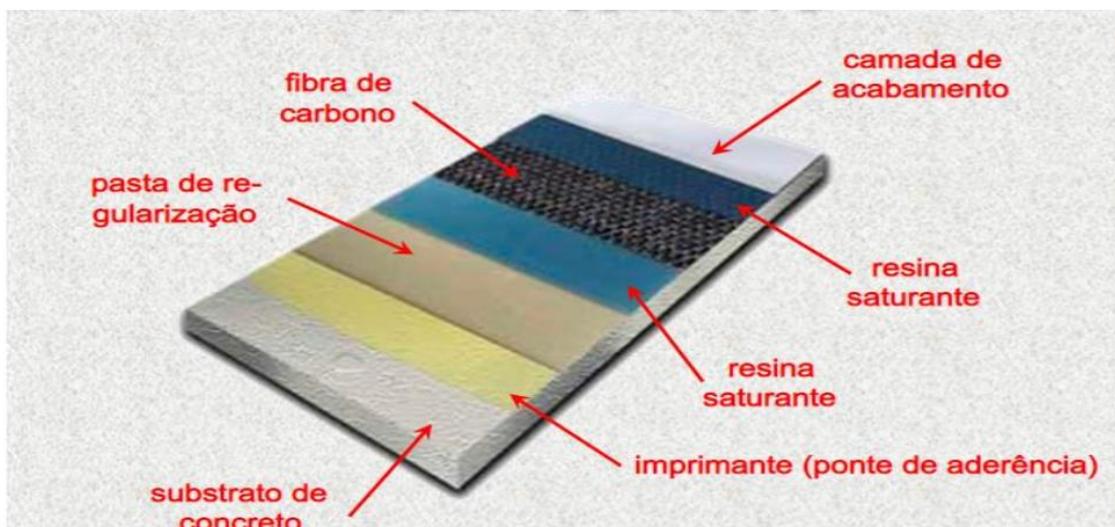
ser reduzido a depender da temperatura ambiente. É necessário um mínimo de duas camadas de resina para cada lâmina de fibra aplicada, sendo estas aplicadas antes e depois da lâmina. Para o caso de haver mais de uma camada deve-se esperar o período de cura e repetir o mesmo procedimento, não sendo possível utilizar a última camada de resina da aplicação anterior como primeira camada da próxima.

2.4.2.2 Saturação via úmida

Nesse procedimento as lâminas são aplicadas já saturadas. Uma vez que a saturação ocorre antes, em bancada própria, este tipo de procedimento é mais simples de ser executado, no entanto há uma limitação no comprimento das lâminas saturadas que não devem exceder os 3,5 a 4,0 metros (Machado, s/d).

A Figura 2.8 mostra o detalhamento do esquema de aplicação do CFRP utilizando a técnica EBR de um compósito curado *in situ*.

Figura 2.8 – Esquema de aplicação do compósito *in situ*



Fonte: MACHADO (2009)

2.4.2.3 Sistema pré-curado

Os sistemas pré-curados são compostos principalmente de laminados unidirecionais, grelhas multidirecionais e cascas ou placas (Machado, s/d). Este tipo de reforço é geralmente aplicado com um adesivo tipo epóxi que é espalhado na superfície do substrato (Machado, s/d). A aplicação é feita de forma semelhante ao sistema de saturação via seca podendo ser utilizado rolos metálicos para regularização. Esse tipo de sistema deve ser aplicado conforme especificação do

fabricante. Um exemplo de sistema pré-curado são os laminados já especificados em 2.3.2.2.

2.4.3 Outras recomendações

Algumas precauções extras devem ser tomadas a fim de garantir boa aderência entre a interface compósito/substrato segundo a ACI 440.2R (2017):

- As quinas das arestas devem ser arredondadas para evitar a concentração de tensões.
- Quando houver emendas entre as lâminas é recomendável um transpasse entre as fibras de no mínimo 10 cm.
- Quando houver mais de uma camada de reforço é importante que haja uma defasagem entre o final da camada anterior e o início da próxima camada de 15 cm sendo a camada mais externa sempre menor que a camada mais interna.

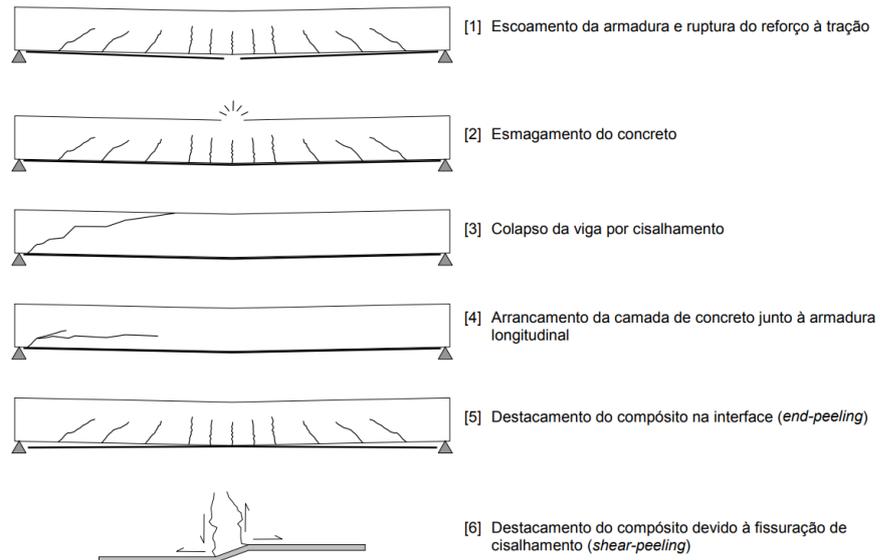
2.5 Modos de ruptura

Moreno Júnior e Ferreira (2012) fizeram um estudo sobre os modos de ruptura em vigas de concreto armado reforçadas à flexão com CFRP e deram bastante atenção aos modos de ruptura bruscos e frágeis como o descolamento do CFRP e a delaminação do cobrimento de concreto junto a armadura longitudinal. Esses modos de ruptura devem ser analisados com cautela, pois provocam falha brusca na estrutura.

Outros modos de ruptura que podem ocorrer são os clássicos como o esmagamento do concreto comprimido e a ruptura da armadura tracionada e ainda, o rompimento da camada de reforço.

A Figura 2.9 exhibe 6 modos de ruptura que segundo Buyukosturk & Hearing (1997) resumem os modos de ruptura de vigas reforçadas com mantas flexíveis.

Figura 2.9 – Modos de ruptura de viga reforçada com manta de FRP



Fonte: Beber (2003)

3 DIMENSIONAMENTO

O modelo de cálculo do reforço à flexão segue as mesmas premissas do dimensionamento das estruturas de concreto (Adorno et al, 2015).

O roteiro do dimensionamento foi obtido com base nas prescrições da norma americana ACI 440.2R (2017) com adaptações extraídas da NBR 6118 (2023), e segue o fluxograma presente na Figura 3.1.

Figura 3.1 – Fluxograma seguido no roteiro de dimensionamento



Fonte: Autor

Tanto o dimensionamento ao momento fletor quanto ao esforço cortante foram feitos para o estado limite último (ELU).

3.1 Verificação da resistência inicial

Embora as fibras de carbono sejam resistentes a altas temperaturas, a matriz polimérica que as envolve é bastante suscetível ao fogo e, portanto, é necessário, antes do reforço, que haja a verificação se a estrutura é capaz de resistir as cargas aplicadas para evitar colapso nesses casos, a ACI 440.2R (2017) fornece a verificação necessária por meio da equação 3.1.

$$(R_{n\theta})_{existente} \geq (S_{DL} + S_{LL})_{novo} \quad (3.1)$$

Onde:

$R_{n\theta}$ – Resistência das peças estruturais sob ação do fogo, não levar em consideração a resistência do reforço.

S_{DL} – Ações permanentes;

S_{LL} – Ações variáveis.

A ACI 440.2R (2017) exige que a peça a ser reforçada tenha antes do reforço um mínimo de resistência para garantir certa capacidade estrutural do elemento caso o mesmo venha a precisar de reparos. Essa resistência deve ser suficiente para suportar 110% das ações permanentes mais 75% das ações variáveis que atuarão após o reforço como demonstra a equação 3.2.

$$(\phi \cdot R_n)_{existente} \geq (1,1 \cdot S_{DL} + 0,75 \cdot S_{LL})_{novo} \quad (3.2)$$

Onde:

ϕ – Fator de minoração de resistência relacionado a ductilidade da seção;

R_n – Resistência do elemento de concreto não reforçado.

3.2 Propriedades do compósito

Para a determinação do reforço são necessárias as seguintes propriedades do compósito, que podem ser adquiridas junto ao fabricante:

f'_{fu} – Resistência à tração do FRP (MPa);

ϵ'_{fu} – Deformação máxima sofrida pelo FRP (mm/mm).

3.2.1 Fator de redução ambiental

A não ser que seja indicado especificamente, os valores das propriedades dos compósitos de fibra de carbono, disponibilizados pelos fabricantes, não levam em conta o comportamento dos compósitos, quando expostos durante sua vida a diversas condições ambientais. Portanto essas propriedades, com exceção do módulo de elasticidade, devem ser minoradas por um fator de redução ambiental C_E , que pode ser encontrado na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Fatores de minoração devido as condições de exposição ambiental

Condição de Exposição	Tipo de Fibra	Valores de C_E
Interior	Carbono	0,95
	Vidro	0,75
	Aramida	0,85
Exterior (pontes, garagens de estacionamento não fechadas, docas, etc.)	Carbono	0,85
	Vidro	0,65
	Aramida	0,75
Ambientes agressivos (Indústrias químicas, ETE's, etc.)	Carbono	0,85
	Vidro	0,50
	Aramida	0,70

Fonte: Adaptada da ACI 440.2R (2017)

Com a aplicação do fator de redução as novas propriedades do compósito podem ser determinadas através das equações 3.3 e 3.4.

$$f_{fu} = C_E \cdot f'_{fu} \quad (3.3)$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon'_{fu} \quad (3.4)$$

Onde:

f_{fu} – Resistência à tração de cálculo do FRP (MPa);

ε_{fu} – Deformação máxima sofrida pelo FRP (mm/mm).

3.3 Flexão

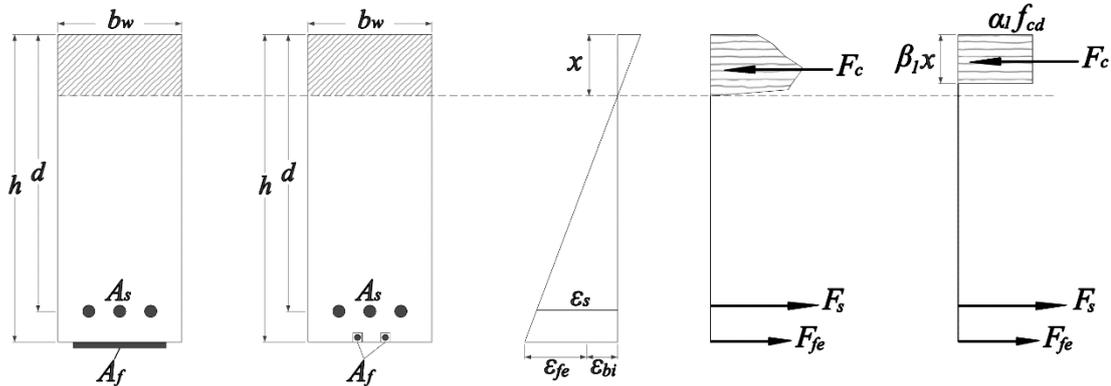
As seguintes hipóteses devem ser consideradas no dimensionamento a flexão segundo a ACI 440.2R (2017).

- Os cálculos de projeto são baseados nas dimensões, disposição da armadura e propriedades do material reforçado;
- Seções planas permanecem planas após o carregamento (Hipótese de Bernoulli);
- Há aderência perfeita entre o compósito e o concreto;
- Deformações de cisalhamento, na camada de adesivo, são desprezadas devido a espessura dessa camada ser muito pequena;
- A resistência a compressão do concreto é desprezível; e
- O compósito de FRP possui comportamento linear elástico até a ruptura.

A norma americana também prevê uma hipótese relacionada a compressão máxima no concreto que deve valer 0,3%, porém ela será desconsiderada sendo substituída pelos valores prescritos pela norma brasileira.

A Figura 3.2 exibe as distribuições de tensões e deformações consideradas no dimensionamento à flexão.

Figura 3.2 – Distribuição de tensões na seção retangular sob flexão



Fonte: Adaptado da ACI 440.2R (2017)

3.3.1 Deformação inicial do concreto

Antes da aplicação do reforço, o elemento a ser reforçado já possui uma certa deformação, proveniente das cargas que estão sendo aplicadas. A menos que o peso próprio, forças de protensão ou qualquer outra carga seja removida essa deformação inicial deve ser considerada. Para o cálculo dessa deformação (ϵ_{bi}) deve ser assumido o comportamento linear elástico do concreto e a análise da seção deve ser feita com base no estágio II de deformação, ou seja, considerando o elemento fissurado.

3.3.1.1 Linha neutra – Estádio II de deformação

Na equação 3.5 um dos valores encontrados estará fora da seção e será desconsiderado, o outro é o valor da linha neutra da seção fissurada.

$$x_{II} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad (3.5)$$

Onde:

$$a = b_w / 2$$

$$b = \alpha_e \cdot A_s$$

$$c = -d \cdot \alpha_e \cdot A_s$$

O coeficiente α_e é a relação entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade secante do concreto dado pela equação 3.6.

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} \quad (3.6)$$

Onde:

E_s – Módulo de elasticidade do aço;

E_{cs} – Módulo de elasticidade secante do concreto.

A NBR 6118 (2023) fornece a equação 3.7 para determinação do módulo de elasticidade secante do concreto.

$$E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci} \quad (3.7)$$

Onde:

$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0$ – Com f_{ck} em MPa;

$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ (MPa) – Módulo de elasticidade do concreto. Com f_{ck} em MPa;

α_E – Depende do tipo de agregado e pode ser encontrado na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Valores de α_E

Tipo de agregado	Basalto e	Granito e	Calcário	Arenito
	Diabásio	Gnaisse		
Valores de α_E	1,2	1,0	0,9	0,7

Fonte: Adaptado da ABNT NBR 6118 (2023)

3.3.1.2 Momento de inercia – Estádio II de deformação

A equação 3.8 pode ser utilizada para calcular o momento de inércia da seção fissurada.

$$I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2 \quad (3.8)$$

Onde:

A'_s – Área de aço comprimido (seções com armadura dupla);

d' - Distância da fibra mais comprimida do concreto ao centro de gravidade da armadura comprimida.

3.3.1.3 Deformação na fibra mais tracionada do concreto

Com a posição da linha neutra e o momento de inércia calculados é possível calcular a tensão na armadura tracionada pela equação 3.9.

$$\sigma_{s0} = \frac{\alpha_e \cdot M_{kg0} \cdot (d - x_{II})}{I_{II}} \quad (3.9)$$

Onde:

M_{kg0} – Momento gerado pelas forças atuantes no momento da aplicação do reforço.

De posse da tensão na armadura tracionada pode-se calcular a deformação pela equação 3.10.

$$\varepsilon_{s0} = \frac{\sigma_{s0}}{E_s} \quad (3.10)$$

Pela hipótese de Bernoulli é possível determinar a deformação na fibra mais tracionada do concreto fazendo uma semelhança de triângulos aplicando a equação 3.11.

$$\varepsilon_{bi} = \frac{\varepsilon_{s0} \cdot (h - x_{II})}{d - x_{II}} \quad (3.11)$$

3.3.2 Momento fletor resistente

Para que a peça reforçada resista aos momentos aplicados o momento fletor resistente minorado deverá ser maior ou igual ao momento fletor solicitante que corresponde a combinação mais desfavorável (ELU) como é demonstrado pela equação 3.12.

$$\phi \cdot M_{rd} \geq M_{sd} \quad (3.12)$$

Onde:

ϕ – Fator de redução que considera a aplicação do reforço externo e sua consequente redução na ductilidade da seção;

M_{rd} – Momento fletor resistente de cálculo;

M_{sd} – Momento fletor solicitante de cálculo.

O valor de ϕ depende da deformação do aço e pode ser determinado pela equação 3.13.

$$\phi = \begin{cases} 0,90 & \text{p/ } \varepsilon_s \geq 5\text{‰} \\ 0,65 + \frac{0,25 \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_{yd})}{0,005 - \varepsilon_{yd}} & \text{p/ } \varepsilon_{yd} < \varepsilon_s < 5\text{‰} \\ 0,65 & \text{p/ } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{yd} \end{cases} \quad (3.13)$$

3.3.3 Descolamento do CFRP

O compósito pode descolar do substrato induzido por trincas intermediárias. Para evitar tal modo de falha a deformação efetiva do FRP (ε_{fd}) deve ser limitada pela equação 3.14.

$$\varepsilon_{fd} = 0,41 \cdot \sqrt{\frac{f_{cd}}{n \cdot E_f \cdot t_f}} \leq 0,9 \cdot \varepsilon_{fu} \quad (3.14)$$

Onde:

n – Número de camadas de CFRP;

E_f – Módulo de elasticidade do CFRP (MPa);

t_f – Espessura de cada camada (mm);

f_{cd} – Resistência a compressão de cálculo do concreto (MPa).

O módulo de elasticidade do CFRP pode ser obtido através da equação 3.15.

$$E_f = \frac{f_{fu}}{\varepsilon_{fu}} \quad (3.15)$$

O valor de f_{cd} pode ser calculado pela equação 3.16.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.16)$$

Onde:

f_{ck} – Resistência característica do concreto aos 28 dias (MPa);

$\gamma_c = 1,4$ – Coeficiente de minoração da resistência do concreto.

3.3.4 Nível de deformação no CFRP

A máxima deformação no CFRP ocorrerá quando houver o rompimento do concreto, ou quando o compósito se romper ou quando o mesmo se descolar do

substrato. Para determinar a deformação efetiva no compósito (ϵ_{fe}) pode ser utilizada a equação 3.17.

$$\epsilon_{fe} = \epsilon_{cu} \cdot \frac{h - x}{x} - \epsilon_{bi} \leq \epsilon_{fd} \quad (3.17)$$

Onde:

ϵ_{cu} – Máxima deformação no concreto comprimido (mm/mm);

Para a deformação máxima no concreto a NBR 6118 (2023) traz a equação 3.18.

$$\epsilon_{cu} = 3,5\text{‰} \quad p/ f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (3.18.a)$$

$$\epsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \cdot \left(\frac{90 - f_{ck}}{100} \right)^4 \quad p/ f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (3.18.b)$$

3.3.5 Nível de tensão no CFRP

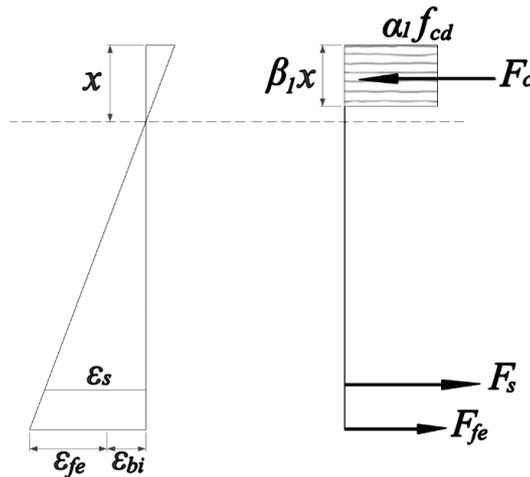
A tensão aplicada no compósito no momento que ele sofre a deformação efetiva pode ser determinada, assumindo o comportamento perfeitamente elástico, através da equação 3.19.

$$f_{fe} = E_f \cdot \epsilon_{fe} \quad (3.19)$$

3.3.6 Determinação da linha neutra da seção reforçada

A linha neutra da seção deve ser determinada por equilíbrio de forças e compatibilidade de deformações como mostra a Figura 3.3. O processo deve considerar o modo de falha dominante.

Figura 3.3 – Distribuição de tensões na seção



Fonte: Adaptado da ACI 440.2R (2017)

A NBR 6118 (2023) fornece as equações 3.20 e 3.21 para os coeficientes do diagrama de forças idealizado retangular.

$$\alpha_1 = \alpha_c \cdot \eta_c \quad (3.20)$$

Onde:

$$\alpha_c = 0,85 \text{ p/ } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa};$$

$$\alpha_c = 0,85 \cdot \left(1,0 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200}\right) \text{ p/ } f_{ck} > 50 \text{ MPa};$$

$$\eta_c = 1,0 \text{ p/ } f_{ck} \leq 40 \text{ MPa};$$

$$\eta_c = (40 / f_{ck})^{1/3} \text{ p/ } f_{ck} > 40 \text{ MPa}.$$

$$\beta_1 = 0,8 \text{ p/ } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (3.21.a)$$

$$\beta_1 = 0,8 - (f_{ck} - 50) / 400 \text{ p/ } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \quad (3.21.b)$$

3.3.7 Ductilidade

Para garantir condições adequadas de ductilidade a norma NBR 6118 (2023) estabelece que a linha neutra esteja entre os domínios 2 e 3 de deformação aos quais possuem limites estabelecidos pelas equações 3.22 e 3.23 respectivamente. Caso o domínio encontrado seja o 3, a norma estabelece um limite que deve ser adotado, dado pela equação 3.24.

$$x_{2.lim} = 0,259 \cdot d \quad (3.22)$$

Onde:

$x_{2.lim}$ – Limite do domínio 2 de deformação.

$$x_{3.lim} = 0,628 \cdot d \quad (3.23)$$

Onde:

$x_{3.lim}$ – Limite do domínio 3 de deformação.

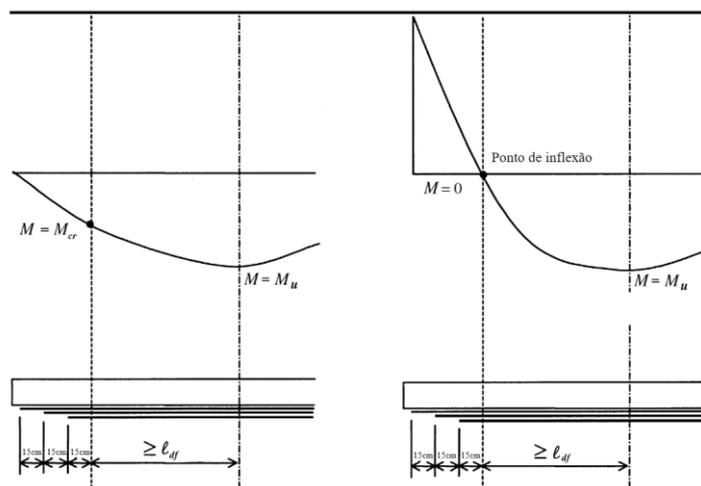
$$\frac{x}{d} \leq 0,45 \text{ p/ } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (3.24.a)$$

$$\frac{x}{d} \leq 0,35 \text{ p/ } 50\text{MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa} \quad (3.24.b)$$

3.3.8 Comprimento de ancoragem

O comprimento de ancoragem mínimo, para fibras coladas, é dado pela equação 3.25. Além disso a disposição da ancoragem deve obedecer a um valor mínimo de defasagem por camada de 15 cm como demonstrado na Figura 3.4.

Figura 3.4 – Ancoragem das fibras coladas externamente



Fonte: Adaptado da ACI 440.2R (2017)

$$l_{df} = \sqrt{\frac{n \cdot E_f \cdot t_f}{\sqrt{f_{ck}}}} \quad (3.25)$$

Obedecida essa limitação, a sobreposição necessária para cada material deve ser fornecida pelo fabricante e comprovada por testes independentes do fabricante.

3.4 Cisalhamento

Beber (2003), aponta que o rompimento por flexão, por ser mais dúctil, é mais desejável. Sendo este o motivo das peças serem dimensionadas a flexão e então verificadas ao cisalhamento. Isso se dá pelo fato de que as transferências de tensões no cisalhamento dependam, principalmente, da resistência do concreto à compressão e a tração (Araújo, 2014).

A ACI 440.2R (2017) aponta os três modos de envolvimento da seção pelo reforço como mostra a Figura 3.5. O primeiro, e mais eficiente, é o completo envolvimento da seção com o compósito, sendo este modo mais utilizado em colunas pela facilidade de aplicação quando a coluna possui todas as suas faces livres. O segundo modo, menos eficiente que o primeiro, é o envolvimento em formato de U, onde o elemento é envolvido em três faces. E por fim o terceiro, e menos eficiente, é a colagem do compósito em duas faces opostas no elemento reforçado.

Figura 3.5 – Possíveis envolvimentos da seção reforçada ao cisalhamento



Fonte: Adaptado da ACI 440.2R (2017)

A norma americana ainda aponta um coeficiente de redução de resistência adicional baseado na forma de envolvimento da seção, este coeficiente pode ser visto na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 – Coeficiente de redução para o reforço ao cisalhamento

$\psi_f = 0,95$	Envoltimento completo da seção
$\psi_f = 0,85$	Envoltimento de três ou dois lados

Fonte: Adaptado da ACI 440.2R (2017)

3.4.1 Verificação das bielas comprimidas

A norma americana ACI 440.2R (2017) especifica ainda que para a aplicação do reforço a peça estrutural deve fornecer resistência suficiente para não romper por

esmagamento do concreto na diagonal comprimida devido ao esforço cortante como é ilustrado pela equação 3.26.

$$V_{Rd2} \geq V_{sd} \quad (3.26)$$

Onde:

V_{Rd2} – Força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas do concreto;

V_{sd} – Força cortante solicitante de cálculo.

3.4.2 Resistência ao cisalhamento

Inicialmente, deve-se verificar se a peça estrutural não reforçada resiste aos esforços de cisalhamento solicitantes através da equação 3.27.

$$V_{Rd3} \geq V_{sd} \quad (3.27)$$

Onde:

V_{Rd3} – Força cortante resistente de cálculo, relativo ao rompimento da armadura tracionada.

Constatada a não capacidade resistente da peça não reforçada, prossegue-se para o dimensionamento da área necessária de FRP.

O cálculo da resistência ao cisalhamento (V_{rd}) seguirá as mesmas premissas adotadas na NBR 6118 (2023) sendo adicionado junto à resistência do aço a resistência do FRP minorada pelo coeficiente ψ_f como mostra a equação 3.28.

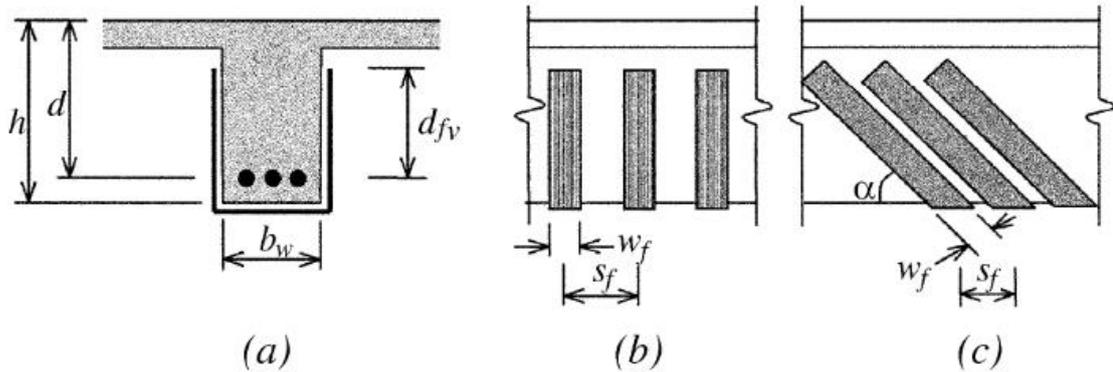
$$V_{rd} = V_{Rd3} + \psi_f \cdot V_f \geq V_{sd} \quad (3.28)$$

Onde:

V_f – Resistência do FRP ao esforço cortante.

A resistência do reforço (V_f) pode ser determinada segundo a equação 3.29. A Figura 3.6 ilustra a disposição das fibras.

Figura 3.6 – Disposição das fibras dimensionadas ao esforço cortante



Fonte: ACI 440.2R (2017)

$$V_f = \frac{A_{fv} \cdot f_{fe} \cdot (\text{sen}(\alpha) + \text{cos}(\alpha)) \cdot d_{fv}}{S_f} \quad (3.29)$$

Onde:

 A_{fv} – Área do reforço dado pela equação 3.30.

$$A_{fv} = 2 \cdot n \cdot t_f \cdot w_f \quad (3.30)$$

A resistência ao cisalhamento referente a armadura tracionada e o reforço deve ser limitada pela equação 3.31, que leva em conta apenas a armadura transversal e a resistência a compressão do concreto da seção.

$$V_{Rd3} + V_f \leq 0,66 \cdot \sqrt{f_{cd}} \cdot b \cdot d \quad (3.31)$$

Onde:

$b \cdot d$ – Área da seção de aço. Para seções retangulares tomar igual a $0,8 \cdot D^2$, onde D é o diâmetro da barra.

A tensão de tração no reforço, segundo a ACI 440.2R (2017), é diretamente proporcional a deformação desenvolvida, o que quer dizer que a equação 3.19 pode ser utilizada para determinação da tensão efetiva desenvolvida no FRP (f_{fe}) a partir da sua deformação efetiva (ϵ_{fe}). A deformação efetiva no FRP deve ser calculada com base no modo de ruptura do sistema. A ACI 440.2R (2017) fornece orientações para a determinação dessa deformação em diferentes configurações de laminados de FRP usados no reforço ao cisalhamento.

A equação 3.32 fornece o cálculo da deformação efetiva do compósito para elementos completamente envolvidos.

$$\varepsilon_{fe} = 4\text{‰} \leq 0,75 \cdot \varepsilon_{fu} \quad (3.32)$$

Para seções envolvidas em três ou dois lados, o cálculo da deformação envolve a utilização de um coeficiente de redução associado a aderência (k_v), como está ilustrado na equação 3.33, cujo valor pode ser encontrado pela equação 3.34.

$$\varepsilon_{fe} = k_v \cdot \varepsilon_{fu} \leq 4\text{‰} \quad (3.33)$$

$$k_v = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot L_e}{11.900 \cdot \varepsilon_{fu}} \leq 0,75 \quad (3.34)$$

Onde:

k_1 e k_2 são fatores que consideram a resistência do concreto e o tipo de envolvimento utilizado. Seus valores são dados pelas equações 3.35 e 3.36 respectivamente;

L_e – Comprimento efetivo de ancoragem (mm), dado pela equação 3.37.

$$k_1 = \left(\frac{f_{cd}}{27} \right)^{2/3} \quad (3.35)$$

Com f_{cd} em MPa.

$$k_2 = \begin{cases} \frac{d_{fv} - L_e}{d_{fv}} \text{ p/ Envolvimento em três lados (U)} \\ \frac{d_{fv} - 2 \cdot L_e}{d_{fv}} \text{ p/ Envolvimento em dois lados} \end{cases} \quad (3.36)$$

$$L_e = \frac{23.300}{(n_f \cdot t_f \cdot E_f)^{0,58}} \quad (3.37)$$

Onde:

$n_f = E_f / E_{cs}$ – Relação entre o módulo de elasticidade do FRP e o módulo de elasticidade do concreto;

t_f dado em mm;

E_f dado em MPa.

4 ESTUDO DE CASO

Nesta seção foram detalhados os dimensionamentos do reforço estrutural da viga V_1 e da laje L_1 para o momento fletor e da viga V_2 para o esforço cortante. Os resultados dos reforços das demais peças estruturais estão descritos com menos detalhes na seção 5 deste trabalho.

O dimensionamento segue as prescrições da norma ACI 440.2R (2017) com adaptações à norma NBR 6118 (2023) conforme detalhado na seção 3 deste trabalho. As cargas consideradas foram retiradas da norma NBR 6120 (2019).

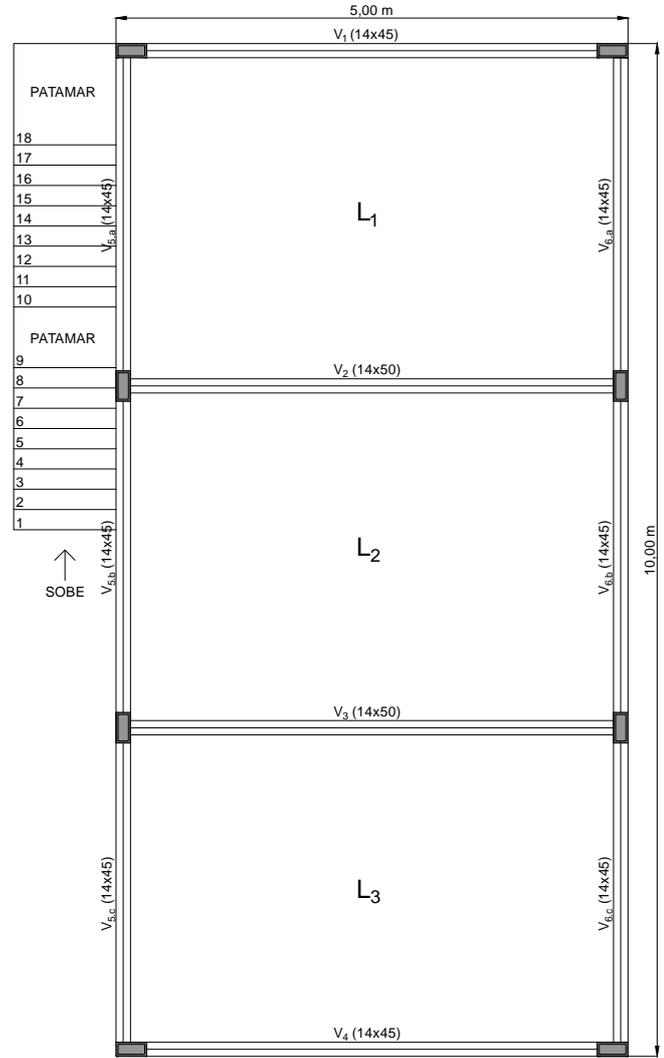
4.1 Descrição da edificação e do reforço

A edificação que será modificada tem apenas o pavimento térreo, tendo sido a laje superior dimensionada para ser apenas uma cobertura sem acesso às pessoas. Durante sua vida útil o proprietário resolveu adicionar mais um pavimento na construção, adicionando dois quartos a esse pavimento.

Essa edificação se encontra em área urbana com classe de agressividade ambiental II – Moderada, segundo a Tabela 6.1 da NBR 6118 (2023). O concreto utilizado tem $f_{ck} = 25$ MPa e aço CA – 50 para armadura principal e CA – 60 para os estribos.

A Figura 4.1 mostra o modelo estrutural do pavimento térreo, sendo constituído por 8 pilares, 6 vigas e 3 lajes que inicialmente foram projetados para um pavimento único.

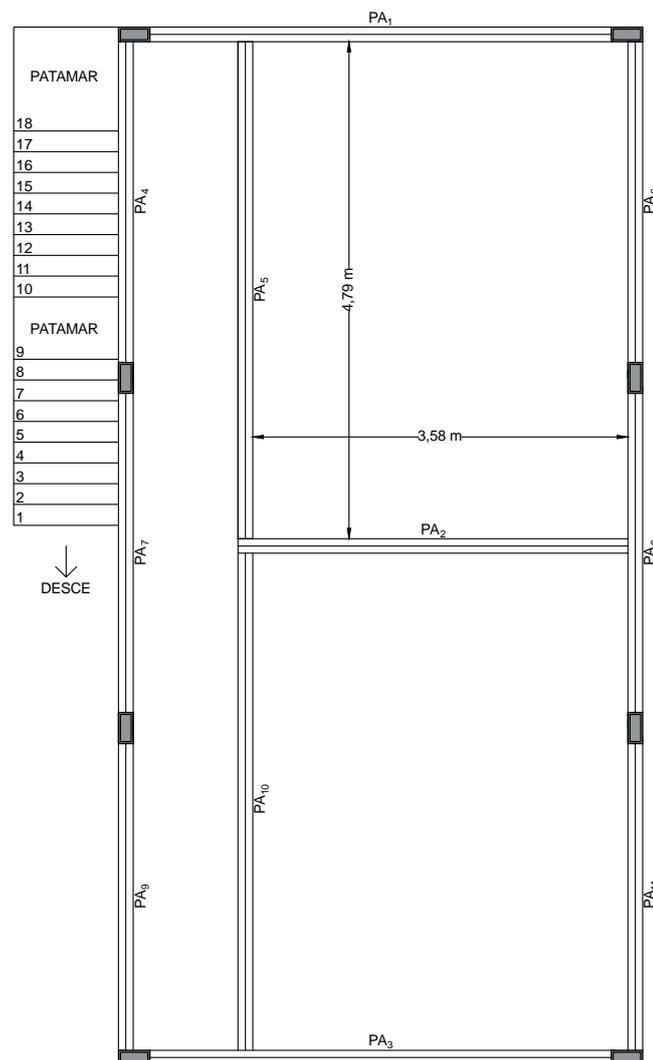
Figura 4.1 – Modelo esquemático do pavimento térreo.



Fonte: Autor (2024)

A Figura 4.2 contém o modelo esquemático do pavimento superior após a ampliação, tendo sido construído sobre a estrutura as alvenarias PA_1 a PA_{11} . Os pilares foram verificados e constatou-se que não precisam de reforço estrutural e logo não foram contemplados nesse trabalho que focou no dimensionamento do reforço das vigas e lajes da estrutura a fim de propiciar resistência para a nova configuração de cargas.

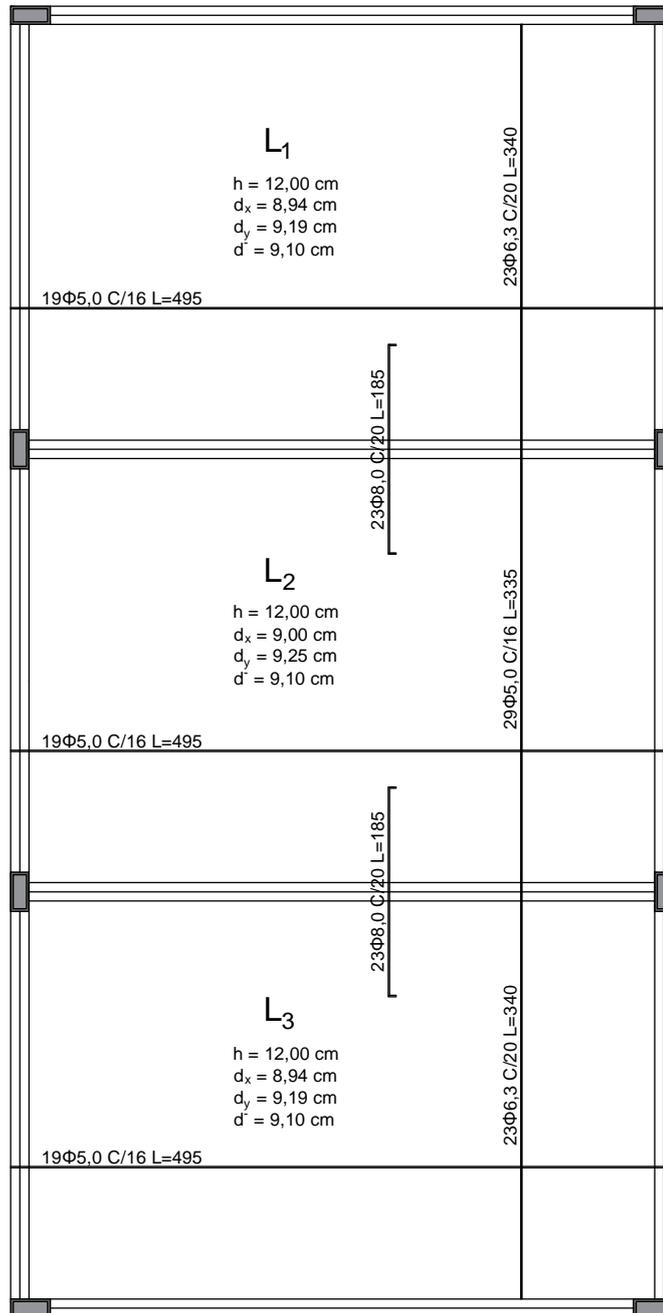
Figura 4.2 – Modelo esquemático do pavimento superior.



Fonte: Autor (2024)

A Figura 4.3 apresenta o detalhamento das armaduras das lajes, retirado do projeto estrutural da edificação.

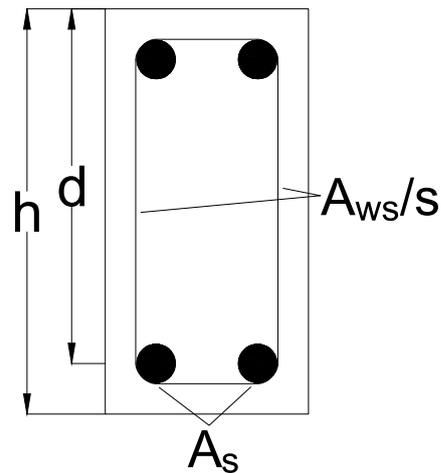
Figura 4.3 – Detalhamento das lajes



Fonte: Autor (2024)

A Figura 4.4 junto com a Tabela 4.1 trazem o detalhamento das vigas.

Figura 4.4 – Seção transversal das vigas



Fonte: Autor (2024)

Tabela 4.1 – Dados das vigas

Vigas	V_1 e V_4	V_2 e V_3	V_5 e V_6
Altura total (h)	45,00 cm	50,00 cm	45,00 cm
Altura útil (d)	40,88 cm	45,70 cm	41,00 cm
Armadura principal tracionada (A_s)	2,45 cm ²	4,02 cm ²	1,57 cm ²
Armadura transversal (A_{ws}/s)	1,64 cm ² /m	1,64 cm ² /m	1,64 cm ² /m

Fonte: Autor (2024)

O reforço utilizado, feito com um sistema de CFRP pré-curado tipo laminado, tem os dados apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Dados do reforço utilizado

Tipo de reforço	Lâmina pultrudada
Resistencia a tração (f'_{fu})	280 kN/cm ²
Deformação de ruptura (ϵ'_{fu})	1,7%
Espessura da camada (t_f)	1,4 mm
Módulo de elasticidade (E_f)	15.500 kN/cm ²

Fonte: <https://bra.sika.com/pt/construcao/reparo-reforco-e-protecao-do-concreto/fibra-de-carbono/lamina-de-fibra-decarbono/sika-carbodur-s.html>

O ambiente do reforço é interno, logo o coeficiente de exposição ambiental a ser adotado é $C_E = 0,95$.

Portanto:

$$f_{fu} = C_E \cdot f'_{fu} = 0,95 \cdot 280 = 266 \text{ kN/cm}^2$$

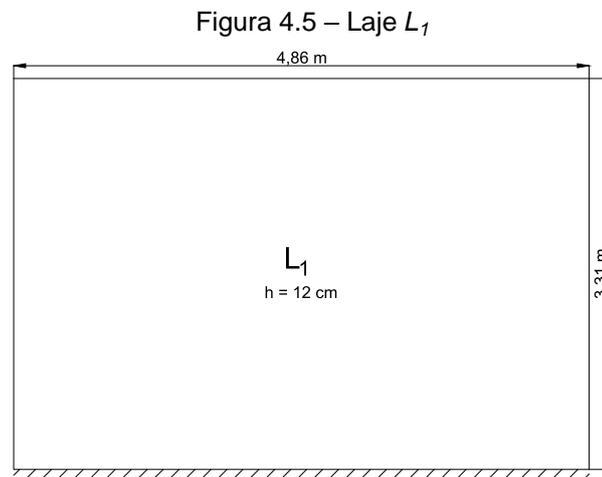
$$\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon'_{fu} = 0,95 \cdot 1,7 = 1,615\%$$

4.2 Carregamentos

Neste item estão exibidos os valores dos carregamentos impostos as lajes e as vigas após a ampliação da edificação.

4.2.1 Laje

A Figura 4.5 traz o esquema da laje L_1 . A laje possui uma continuidade com a laje L_2 .



Fonte: Autor (2024)

4.2.1.1 Peso próprio

A laje L_1 é do tipo laje maciça de concreto armado tendo peso determinado conforme a equação 4.1.

$$P_{p,L} = h_l \cdot \gamma_{conc} \quad (4.1)$$

Onde:

$h_l = 12 \text{ cm}$ – Espessura da laje;

$\gamma_{conc} = 25 \text{ kN/m}^3$ - Peso específico do concreto armado.

$$P_{p,L} = 0,12 \cdot 25 = 3 \text{ kN/m}^2$$

4.2.1.2 Revestimento

Para o cálculo do revestimento da laje tem-se a equação 4.2.

$$P_{rev,L} = h_{teto} \cdot \gamma_{rev} + p_{rev,piso} + p_{porc} + p_{forro} \quad (4.2)$$

Onde:

$h_{teto} = 1,5\text{cm}$ – Espessura de revestimento inferior da laje;

$\gamma_{rev} = 19 \text{ kN/m}^3$ - Peso específico da massa de revestimento (Argamassa de cal, cimento e areia);

$p_{rev,piso} = 1 \text{ kN/m}^2$ – Revestimento de edifícios residenciais e comerciais (5 cm de espessura);

$p_{porc} = 0,23 \text{ kN/m}^2$ – Peso do porcelanato;

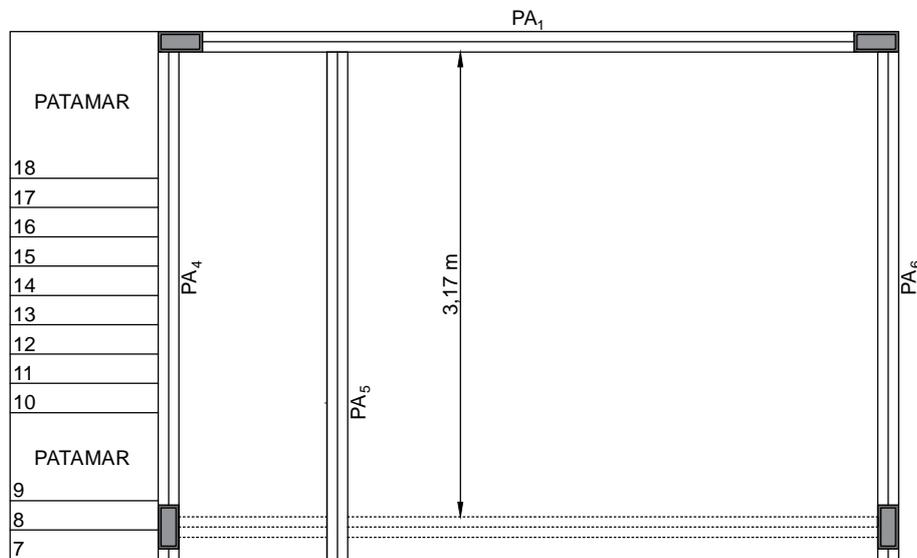
$p_{forro} = 0,15 \text{ kN/m}^2$ – Peso do forro (gesso em placas, inclui estrutura de suporte).

$$P_{rev,L} = 0,015 \cdot 19 + 1 + 0,23 + 0,15 = 1,665 \text{ kN/m}^2$$

4.2.1.3 Carga de alvenaria

Como pode ser visto na Figura 4.6, a laje L_1 sustenta diretamente a alvenaria PA_5 com peso definido pela equação 4.3.

Figura 4.6 – Pavimento superior - Laje L_1



Fonte: Autor (2024)

$$F_{p5} = L_{p5} \cdot H_p \cdot \rho_{alv,l} \quad (4.3)$$

Onde:

$L_{p5} = 3,17$ m – Comprimento de P_5 ;

$H_p = 2,35$ m – Altura das alvenarias;

$\rho_{alv,l} = 1,1$ kN/m² – Peso específico de alvenaria de bloco cerâmico vazado (9 cm de esp. com 1 cm de rev.);

$$F_{p5} = 3,17 \cdot 2,35 \cdot 1,1 = 8,194 \text{ kN}$$

Portanto a carga sobre a laje pode ser obtida pela equação 4.4.

$$p_{p5} = \frac{F_{p5}}{A_L} \quad (4.4)$$

Onde:

$A_L = 4,86 \cdot 3,31 = 16,087$ m² - Área da laje;

$$p_{p5} = \frac{8,194}{16,087} = 0,509 \text{ kN/m}^2$$

4.2.1.4 Carregamento permanente

O carregamento permanente da laje é dado pela soma do peso próprio, revestimentos e carga de alvenaria, como mostra a equação 4.5.

$$G_L = P_{p,L} + P_{rev,L} + p_{p5} \quad (4.5)$$

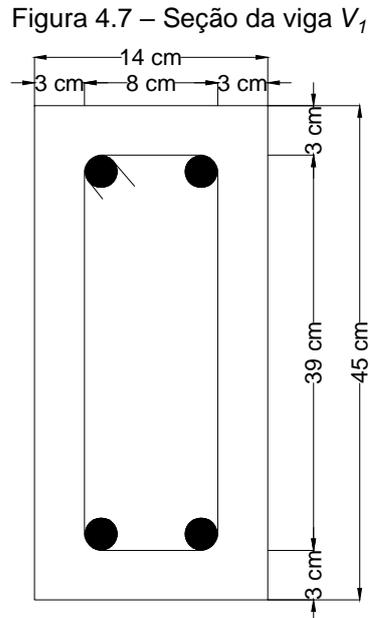
$$G_L = 3 + 1,665 + 0,509 = 5,174 \text{ kN/m}^2$$

4.2.1.5 Carregamento variável

Para o carregamento variável será considerado uma sobrecarga de utilização referente a dormitórios e corredores dentro de unidades autônomas, previsto na NBR 6120 (2019) com valor de $q_L = 1,5$ kN/m².

4.2.2 Viga

A Figura 4.7 mostra a seção da viga V_1 .



Fonte: Autor (2024)

4.2.2.1 Peso próprio

O peso próprio da viga é dado pela equação 4.6.

$$F_{pp} = b_w \cdot h_v \cdot \gamma_{conc} \quad (4.6)$$

Onde:

$b_w = 14$ cm – Espessura da viga;

$h_v = 45$ cm – Altura da viga.

$$F_{pp} = 0,14 \cdot 0,45 \cdot 25 = 1,575 \text{ kN/m}$$

4.2.2.2 Revestimento

A viga possui 1 cm de revestimento nas faces laterais o que gera uma sobrecarga dada pela equação 4.7.

$$F_{rev} = 2 \cdot e_{rev} \cdot (h_v - h_l) \cdot \gamma_{rev} \quad (4.7)$$

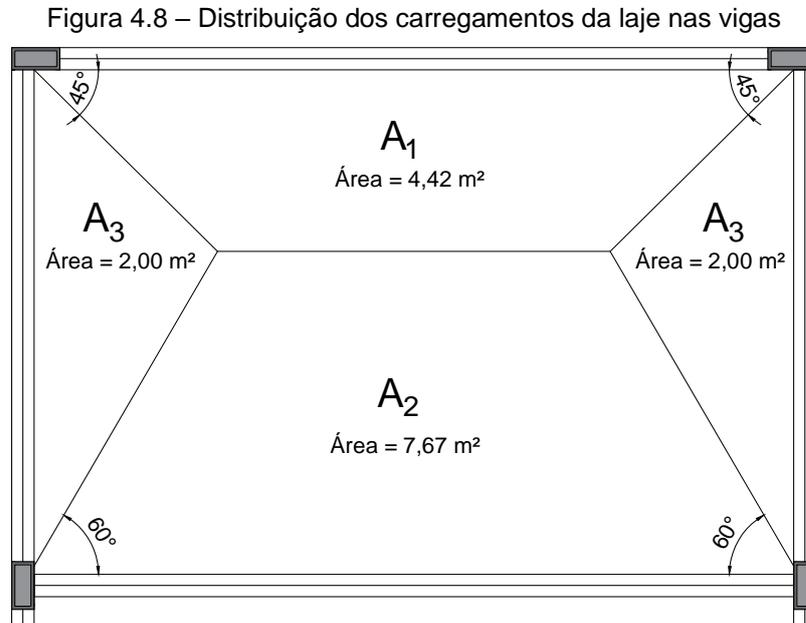
Onde:

$e_{rev} = 1$ cm – Espessura do revestimento.

$$F_{rev} = 2 \cdot 0,01 \cdot (0,45 - 0,12) \cdot 19 = 0,125 \text{ kN/m}$$

4.2.2.3 Carregamentos da laje

A Figura 4.8 traz as áreas consideradas no cálculo do carregamento imposto pela laje L_1 nas vigas.



Fonte: Autor (2024)

A viga V_1 recebe o carregamento referente a área de influência A_1 como mostra a equação 4.8.

$$F_{GL} = \frac{G_L \cdot A_1}{L_v} \quad (4.8)$$

Onde:

F_{GL} – Carregamento permanente proveniente da laje;

$A_1 = 4,42 \text{ m}^2$ – Área de influência da viga;

$L_v = 4,70 \text{ m}$ – Comprimento da viga.

$$F_{GL} = \frac{5,174 \cdot 4,42}{4,70} = 4,866 \text{ kN/m}$$

$$F_{qL} = \frac{q_L \cdot A_1}{L_v} \quad (4.9)$$

Onde:

F_{qL} – Carregamento variável proveniente da laje.

$$F_{qL} = \frac{1,5 \cdot 4,42}{4,70} = 1,411 \text{ kN/m}$$

4.2.2.4 Carga de alvenaria

Como pode ser visto na Figura 4.6 a viga possui uma alvenaria (PA_1), logo as cargas de alvenaria podem ser calculadas pela equação 4.10.

$$F_{q1} = \rho_{alv,v} \cdot H_p \quad (4.10)$$

Onde:

$\rho_{alv,v} = 1,5 \text{ kN/m}^2$ – Peso específico de alvenaria de bloco cerâmico vazado (14 cm de esp. com 1 cm de rev.);

$$F_{q1} = 1,5 \cdot 2,35 = 3,525 \text{ kN/m}$$

4.3 Verificação da resistência inicial

Primeiramente é preciso verificar se a peça estrutural é capaz de resistir aos carregamentos solicitados ou se será necessária a aplicação do reforço estrutural. Além disso a ACI 440.2R (2017) prevê uma resistência mínima da peça estrutural não reforçada para que a mesma seja capaz de resistir aos carregamentos em caso de falha no reforço, essa resistência é dada pela equação 3.2.

4.3.1 Laje

A seguir apresentam-se os dados das lajes:

Área de aço da armadura positiva na direção horizontal ($A_{s,x}$): $1,23 \text{ cm}^2/\text{m}$;

Área de aço da armadura positiva na direção vertical ($A_{s,y}$): $1,56 \text{ cm}^2/\text{m}$;

Área de aço da armadura negativa ($A_{s,e}$): $2,51 \text{ cm}^2/\text{m}$;

Altura total (h): 12 cm;

Altura útil na direção x (d_x): 8,94 cm;

Altura útil na direção y (d_y): 9,19 cm;

Altura útil negativa (d'): 9,10 cm;

Comprimento do vão horizontal (L_x): 486 cm;

Comprimento do vão vertical (L_y): 331 cm;

Tipo de apoio: Engastada em uma extremidade e apoiada nas outras (Fig. 4.5).

Inicialmente será verificado o estado limite de serviço para deformações excessivas, para determinar se a laje pode ser utilizada com o novo carregamento

aplicado. A combinação para o estado limite de serviço para deformações excessivas, segundo a NBR 6118 (2023), é o quase permanente dado pela equação 4.11.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qj,k} \quad (4.11)$$

Onde:

$F_{gi,k}$ – Ações permanentes características;

$F_{qj,k}$ – Ações variáveis características;

ψ_2 – Fator de redução de combinações quase permanentes com valor de 0,3 para edifícios residenciais.

$$F_{d,ser} = 3 + 1,665 + 0,509 + 0,3 \cdot 1,5 = 5,624 \text{ kN/m}^2$$

De posse da carga de serviço e do vão é possível calcular a flecha imediata e diferida no tempo por meio das prescrições da NBR 6118 (2023). Para a laje L_1 o valor encontrado foi de $w_\infty = 3,1$ mm que é inferior ao valor limite estabelecido por norma para a situação $w_{lim} = 13,2$ mm. Neste caso a laje atende aos requisitos de deformação excessiva e, portanto, é uma candidata viável para a aplicação da nova configuração de cargas a qual a estrutura será submetida.

4.3.1.1 Capacidade resistente da laje não reforçada

A laje é do tipo bidirecional, e por isso é armada para combater os momentos nas direções horizontal (x) e vertical (y). Além disso a presença de uma continuidade com L_2 lhe confere um momento fletor negativo na intersecção entre ambas.

4.3.1.1.1 Direção x

Inicialmente será considerado que a seção está trabalhando até o limite do domínio III onde a armadura escoou. A resultante a tração no aço na direção x ($F_{s,x}$) é dada pela equação 4.12.

$$F_s = A_s \cdot f_{yd} \quad (4.12)$$

Onde:

f_{yd} – Tensão de escoamento de cálculo do aço.

A tensão de escoamento do aço é dada pela equação 4.13.

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s \quad (4.13)$$

Onde:

$f_{yk} = 50 \text{ kN/cm}^2$ – Tensão de escoamento característica do aço CA-50;

$\gamma_s = 1,15$ – Coeficiente de minoração da resistência do aço.

$$f_{yd} = \frac{50}{1,15} = 43,478 \text{ kN/cm}^2$$

Portanto a resultante à tração no aço é:

$$F_{s,x} = 1,23 \cdot 43,478 = 53,478 \text{ kN/m}$$

Como a seção não possui armadura comprimida, por equilíbrio de forças essa é a mesma resultante à compressão no concreto (F_c), como mostra a equação 4.14.

$$F_c = F_s \quad (4.14)$$

A equação 4.15 pode ser utilizada para determinar a resultante à compressão no concreto através do equilíbrio de momentos.

$$F_c = \alpha_1 \cdot f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot b_w \cdot x \quad (4.15)$$

Onde:

x – Posição da linha neutra;

$b_w = 1 \text{ m}$ – A armadura da laje é calculada por metro.

Igualando as equações 4.14 e 4.15 é possível determinar a posição da linha neutra, como mostra a equação 4.16.

$$x = \frac{F_s}{\alpha_1 \cdot f_{cd} \cdot \beta_1 \cdot b_w} \quad (4.16)$$

$$x_x = \frac{53,478}{0,85 \cdot 1,786 \cdot 0,8 \cdot 100} = 0,44 \text{ cm}$$

Como a relação $\frac{x}{d} = 0,049$ pertence ao domínio II a hipótese inicial que a seção trabalha até o limite do domínio III está verificada.

O momento máximo de cálculo resistido pela laje não reforçada ($M_{rd,0}$) pode ser obtido pela equação 4.17.

$$M_{rd,0} = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (4.17)$$

$$M_{rd,0x} = 1,23 \cdot 43,478 \cdot (8,94 - 0,4 \cdot 0,44) = 468,68 \text{ kNcm/m ou } 4,687 \text{ kNm/m}$$

4.3.1.1.2 Direção y

Resultante de tração no aço na direção y (eq. 4.12):

$$F_{s,y} = 1,56 \cdot 43,478 = 67,826 \text{ kN/m}$$

Linha neutra (eq. 4.16):

$$x_y = \frac{67,826}{0,85 \cdot 1,786 \cdot 0,8 \cdot 100} = 0,558 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = 0,06 - \text{Domínio II.}$$

Momento resistente de cálculo da seção não reforçada (eq. 4.17):

$$M_{rd,0y} = 1,56 \cdot 43,478 \cdot (9,19 - 0,4 \cdot 0,558) = 608,179 \text{ kNcm/m ou } 6,082 \text{ kNm/m}$$

4.3.1.1.3 Borda engastada

Resultante de tração no aço (eq. 4.12):

$$F_{s,e} = 2,51 \cdot 43,478 = 109,13 \text{ kN/m}$$

Linha neutra (eq. 4.16):

$$x_e = \frac{109,13}{0,85 \cdot 1,786 \cdot 0,8 \cdot 100} = 0,899 \text{ cm}$$

$$\frac{x}{d} = 0,099 - \text{Domínio II.}$$

Momento resistente de cálculo da seção não reforçada (eq. 4.17):

$$M_{rd,0e} = 2,51 \cdot 43,478 \cdot (9,1 - 0,4 \cdot 0,899) = 953,84 \text{ kNcm/m ou } 9,538 \text{ kNm/m}$$

4.3.1.2 Determinação da resistência mínima exigida

A equação 3.2 estabelece a mínima resistência que a seção não reforçada deve ter segundo os critérios da ACI 440.2R (2017).

$$F_{sd,0} = 1,1 \cdot (3 + 1,665 + 0,509) + 0,75 \cdot 1,5 = 6,816 \text{ kN/m}^2$$

O carregamento $F_{sd,0}$ gera os seguintes momentos fletores na laje L_1 :

$$M_{sd,0x} = 1,595 \text{ kNm/m} \text{ – Momento solicitante na direção } x;$$

$$M_{sd,0y} = 4,835 \text{ kNm/m} \text{ – Momento solicitante na direção } y;$$

$$M_{sd,0e} = 7,165 \text{ kNm/m} \text{ – Momento solicitante negativo (compatibilizado com } L_2).$$

Como é possível notar todos os momentos são resistidos pela laje e, sendo assim, o dimensionamento pode continuar.

4.3.1.3 Carregamento solicitante

Como já foi dito antes, o dimensionamento será feito para o estado limite último (ELU) cuja combinação é dada pela equação 4.18.

$$F_{sd} = \sum \gamma_{gi} \cdot F_{gi,k} + \sum \gamma_{qj} \cdot F_{qj,k} \quad (4.18)$$

Onde:

$$\gamma_g = 1,4 \text{ – Coeficiente de majoração das cargas permanentes};$$

$$\gamma_q = 1,4 \text{ – Coeficiente de majoração das cargas variáveis}.$$

$$F_{sd} = 1,4 \cdot (3 + 1,665 + 0,509) + 1,4 \cdot 1,5 = 9,344 \text{ kN/m}^2$$

O carregamento F_{sd} gera os seguintes momentos aplicados a laje:

$$M_{sd,x} = 2,186 \text{ kNm/m} \text{ – Momento solicitante na direção } x;$$

$$M_{sd,y} = 6,629 \text{ kNm/m} \text{ – Momento solicitante na direção } y;$$

$$M_{sd,e} = 9,823 \text{ kNm/m} \text{ – Momento solicitante negativo (compatibilizado com } L_2).$$

Como se pode ver, a laje não resiste aos momentos positivo na direção y e negativo, devendo assim, ser reforçada para essas solicitações.

4.3.1.4 Cisalhamento

As reações geradas pelas solicitações no estado limite último (F_{sd}) se encontram a seguir.

$R_x = 10,68$ kN/m – Reação na borda horizontal não engastada;

$R_{xe} = 17,80$ kN/m – Reação na borda horizontal engastada;

$R_y = 1,80$ kN/m – Reação nas bordas verticais.

Como a laje não possui armadura transversal, a resistência ao esforço cortante depende da resistência do concreto e da armadura longitudinal. A NBR 6118 (2023) dispõe do procedimento para o cálculo da resistência que deve atender a equação 4.19.

$$V_{sd} \leq V_{Rd1} \quad (4.19)$$

Onde:

V_{Rd1} – Força resistente de cálculo ao esforço cortante dada pela equação 4.20.

$$V_{Rd1} = [T_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1) + 0,15 \cdot \sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d \quad (4.20.a)$$

Como não há a presença de carregamento longitudinal nem forças de protensão a equação 4.20.a se resume a equação 4.20.b.

$$V_{Rd1} = [T_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1)] \cdot b_w \cdot d \quad (4.20.b)$$

Onde:

$T_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd}$ – Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento;

$k = \begin{cases} |1| & \text{p/ elementos onde 50\% da armadura inferior não chega até o apoio;} \\ |1,6-d|, & \text{não menor que 1 p/ os demais casos. Com d em metros.} \end{cases}$

ρ_1 – Taxa de armadura longitudinal tracionada;

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c \quad (4.21)$$

$$f_{ctd} = 0,21 \cdot 25^{2/3} / 1,4 = 1,282 \text{ MPa}$$

$$T_{Rd} = 0,25 \cdot 1,282 = 0,321 \text{ MPa}$$

$$k = 1,6 - 0,09 = 1,51$$

A taxa de armadura longitudinal é calculada pela equação 4.22 e não pode exceder os 2%.

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \quad (4.22)$$

Onde:

A_{s1} – Armadura de tração que se estende até não menos que $d + \ell_{b,nec}$ além da seção considerada, com $\ell_{b,nec}$ definido no item 9.4.2.5 da NBR 6118 (2023).

A verificação deve ser realizada para as armaduras na direção x e y bem como para a armadura negativa. Os resultados são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Resistência ao cisalhamento da laje L_1

	Armadura (A_{s1})	Solicitação (V_{sd})	Resistência (V_{Rd1})
X (+)	1,23 cm ²	10,68 kN	54,34 kN
Y (+)	1,56 cm ²	1,80 kN	56,34 kN
(-)	2,51 cm ²	17,80 kN	57,70 kN

Fonte: Autor (2024)

Como se pode ver a laje passa com folga em todas as verificações para o esforço cortante, não sendo necessário o dimensionamento de reforço.

4.3.2 Viga

Para a verificação da capacidade resistente da viga, inicialmente será considerado a peça subarmada, trabalhando até o limite do domínio III de deformação.

A peça estrutural conta com os seguintes dados:

Área de aço tracionado (A_s): 2,454 cm²;

Altura total (h): 45 cm;

Altura útil (d): 40,875 cm;

Largura da seção (b_w): 14 cm;

Comprimento do vão (L_v): 470 cm;

Tipo de apoio: Simplesmente apoiada.

4.3.2.1 Capacidade resistente da viga não reforçada

A resultante a tração no aço (F_s) é dada pela equação 4.12.

$$F_s = 2,454 \cdot 43,478 = 106,7 \text{ kN}$$

A equação 4.16 pode ser utilizada para determinar a posição da linha neutra para a seção sem armadura comprimida.

$$x = \frac{106,7}{0,85 \cdot 1,786 \cdot 0,8 \cdot 14} = 6,275 \text{ cm}$$

Como a relação $\frac{x}{d} = 0,154$ pertence ao domínio II de deformação, logo a hipótese inicial que a seção trabalha até o limite III foi verificada.

O momento resistente de cálculo da viga não reforçada pode ser calculado pela equação 4.17.

$$M_{rd,0} = 2,454 \cdot 43,478 \cdot (40,875 - 0,4 \cdot 6,275) = 4.093,354 \text{ kNcm}$$

A capacidade resistente de cálculo da viga (F_{rd}) é dada pela equação 4.23.

$$F_{rd} = \frac{8 \cdot M_{rd}}{L_v^2} \quad (4.23)$$

$$F_{rd} = \frac{8 \cdot 4.093,354}{470^2} = 0,148 \text{ kN/cm ou } 14,8 \text{ kN/m}$$

4.3.2.2 Determinação da resistência mínima exigida

A equação 3.2 traz o requisito mínimo exigido pela norma ACI 440.2R (2017) para a peça a ser reforçada.

$$14,8 \text{ kN/m} \geq 1,1 \cdot (1,575 + 0,314 + 5,28 + 4,818) + 0,75 \cdot 1,411 = 14,242 \text{ kN/m}$$

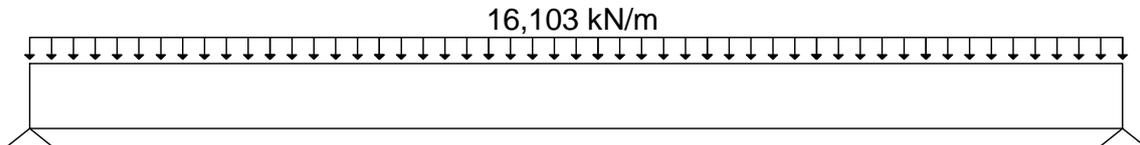
Portanto a peça pode ser reforçada para o momento fletor.

4.3.2.3 Carregamento solicitante

A equação 4.18 traz a fórmula para o carregamento no estado limite último (ELU). A Figura 4.9 mostra o carregamento aplicado a viga V_1

$$F_{sd} = 1,4 \cdot (1,575 + 0,125 + 4,866 + 3,525) + 1,4 \cdot 1,411 = 16,103 \text{ kN/m} > F_{rd}$$

Figura 4.9 – Carregamento solicitante de cálculo



Fonte: Autor (2024)

Como pode ser percebido a viga não resiste a todos os carregamentos solicitantes, logo, será necessário a aplicação do reforço estrutural à flexão.

4.3.2.4 Verificação das bielas comprimidas

A verificação realizada segue o modelo de cálculo I presente na norma NBR 6118 (2023) que admite diagonais de compressão inclinadas de 45° . As considerações permitidas para a redução do esforço cortante para este caso específico serão desconsideradas, por simplicidade, e será adotado o esforço máximo aplicado a viga.

Para uma viga bi apoiada com carregamento distribuído o valor da reação é metade do carregamento multiplicado pelo vão para cada apoio logo o valor do esforço cortante, que pode ser obtido pela equação 4.24, é:

$$V_{sd} = \frac{F_{sd} \cdot L_v}{2} \quad (4.24)$$

$$V_{sd} = \frac{16,103 \cdot 4,7}{2} = 37,842 \text{ kN}$$

A força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto pode ser calculada pela equação 4.25.

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (4.25)$$

Onde:

$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck} / 250)$ com f_{ck} em MPa.

$$\alpha_{v2} = 1 - 25 / 250 = 0,9$$

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot 0,9 \cdot 1,786 \cdot 14 \cdot 40,875 = 248,355 \text{ kN} > V_{sd}$$

Portanto as diagonais comprimidas do concreto resistem ao esforço solicitante.

4.4 Dimensionamento do reforço à flexão

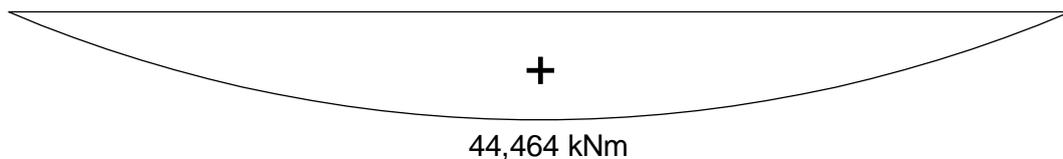
O dimensionamento do reforço a flexão segue os mesmos passos tanto para os momentos positivos nas direções x e y quanto para o momento negativo da laje, bem como para a viga. O procedimento a seguir detalha o passo a passo para o cálculo do momento aplicado na viga, mas os mesmos passos podem ser aplicados para a determinação na laje substituindo apenas o momento aplicado.

Como a viga está simplesmente apoiada o momento máximo solicitante (M_{sd}) ocorrerá no centro do vão como pode ser notado na figura 4.10 e pode ser calculado segundo a equação 4.26.

$$M_{sd} = \frac{F_{sd} \cdot L_v^2}{8} \quad (4.26)$$

$$M_{sd} = \frac{16,103 \cdot 4,7^2}{8} = 44,464 \text{ kNm}$$

Figura 4.10 – Momento fletor solicitante de cálculo



Fonte: Autor (2024)

4.4.1 Deformação inicial no concreto

A deformação inicial do concreto é obtida para a seção fissurada no estágio II de deformação.

Para a determinação da linha neutra pode-se utilizar a equação 3.5.

$$x_{II} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Onde:

$$a = b_w / 2 = 14 / 2 = 7 \text{ cm}$$

$$b = \alpha_e \cdot A_s = 8,696 \cdot 2,454 = 21,34 \text{ cm}^2$$

$$c = -d \cdot \alpha_e \cdot A_s = -40,33 \cdot 32,019 = -8,723 \cdot 10^2 \text{ cm}^3$$

$$x_{II} = 9,742 \text{ cm}$$

O módulo de inércia da seção fissurada pode ser encontrado a partir da equação 3.8.

$$I_{II} = \frac{14 \cdot 9,742^3}{3} + 8,696 \cdot 2.454 \cdot (9,742 - 40,875)^2 = 2,5 \cdot 10^4 \text{ cm}^4$$

Com o valor da linha neutra e do módulo de inercia pode-se encontrar a tensão na armadura de tração, para os carregamentos aplicados no momento do reforço, através da equação 3.9.

O momento aplicado durante a execução do reforço (M_{kg0}), pode ser obtido utilizando a equação 4.26 a partir dos carregamentos permanentes aplicados antes da ampliação.

$$M_{kg0} = \frac{(1,575 + 0,125 + 3,498) \cdot 4,7^2}{8} = 14,353 \text{ kNm ou } 1435,3 \text{ kNcm}$$

O valor de 3,498 kN/m² é referente ao carregamento imposto pela laje antes da ampliação.

Logo, de acordo com a equação 3.9, a tensão na armadura vale:

$$\sigma_{s0} = \frac{8,696 \cdot 1435,3 \cdot (40,875 - 9,742)}{2,5 \cdot 10^4} = 15,543 \text{ kN/cm}^2$$

Com o valor da tensão é possível calcular o valor da deformação na armadura a partir da equação 3.10.

$$\varepsilon_{s0} = \frac{15,543}{2,1 \cdot 10^4} = 7,401 \cdot 10^{-4} \text{ ou } 0,74\text{‰}$$

A deformação inicial na fibra mais tracionada do concreto pode ser obtida através da equação 3.11.

$$\varepsilon_{bi} = \frac{0,74 \cdot (45 - 9,742)}{40,875 - 9,742} = 0,84\text{‰}$$

4.4.2 Descolamento do CFRP

A norma americana estabelece um limite para a deformação no compósito induzido pelo descolamento do substrato. Esse limite pode ser encontrado com a equação 3.14.

$$0,9 \cdot \varepsilon_{fu} = 0,9 \cdot 1,615 = 1,454\%$$

$$\varepsilon_{fd} = 0,41 \cdot \sqrt{\frac{17,857}{1 \cdot 155.000 \cdot 1,2}} = 4,017\text{‰}$$

$$\varepsilon_{fd} < 0,9 \cdot \varepsilon_{fu} \therefore \varepsilon_{fd} = 4,017\text{‰}$$

Com uma camada de Compósito a área do reforço pode ser calculada segundo a equação 4.27.

$$A_f = n \cdot t_f \cdot b_f \quad (4.27)$$

Onde:

b_f – Largura da camada de reforço. Inicialmente será considerado 10 cm.

$$A_f = 1 \cdot 0,14 \cdot 10 = 1,4 \text{ cm}^2$$

4.4.3 Profundidade da linha neutra da seção reforçada

A partir daqui é necessário se recorrer a um processo iterativo para determinação da linha neutra levando-se em consideração o modo de ruptura atribuído a cada posição. O valor de $x = 0,2 \cdot d = 8,175$ cm será considerado inicialmente, e a partir das equações de equilíbrio e compatibilidade de deformações será determinado a posição final de x .

4.4.3.1 Deformação efetiva no CFRP

A máxima deformação do CFRP, ou deformação efetiva do compósito (ε_{fe}), pode ser calculada a partir da equação 3.17.

Como a resistência a compressão característica do concreto (f_{ck}) é de 25 MPa, a deformação máxima (ε_{cu}) segundo a NBR 6118 (2023) vale 3,5‰.

$$\varepsilon_{fe} = \frac{3,5}{1.000} \cdot \frac{45 - 8,175}{8,175} - \frac{0,84}{1.000} = 14,926\text{‰} \leq 4,017\text{‰}$$

Como o valor é maior que ε_{fd} logo o rompimento para este valor de linha neutra ocorrerá por descolamento do reforço.

4.4.3.2 Deformação efetiva no aço

Por compatibilidade de deformações, ainda considerando o critério de Bernoulli, a deformação na armadura tracionada pode ser calculada através da equação 4.28.

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{bi}) \cdot \frac{d - x}{h - x} \quad (4.28)$$

$$\varepsilon_s = \left(\frac{4,017}{1.000} + \frac{0,84}{1.000} \right) \cdot \frac{40,875 - 8,175}{45 - 8,175} = 4,31\text{‰}$$

4.4.3.3 Tensão no reforço

A tensão no reforço pode ser calculada multiplicando-se o valor da deformação pelo seu módulo de elasticidade segundo a equação 3.19.

$$f_{fe} = 15.500 \cdot \frac{4,017}{1.000} = 62,264 \text{ kN/cm}^2$$

4.4.3.4 Tensão na armadura tracionada

A tensão na armadura pode ser calculada pela equação 4.29.

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_e \leq f_{yd} \quad (4.29)$$

$$f_s = 21.000 \cdot \frac{4,31}{1.000} = 90,51 \text{ kN/cm}^2 \leq 43,478 \text{ kN/cm}^2$$

4.4.3.5 Linha neutra

Através do equilíbrio de forças é possível determinar a nova linha neutra da seção reforçada através da equação 4.30.

$$x = \frac{A_s \cdot f_s + A_f \cdot f_{fe}}{\alpha_1 \cdot \beta_1 \cdot f_{cd} \cdot b_w} \quad (4.30)$$

$$x = \frac{2,454 \cdot 43,478 + 1,4 \cdot 62,264}{0,85 \cdot 0,8 \cdot 1,786 \cdot 14} = 11,401 \text{ cm}$$

Como o valor encontrado para a linha neutra não é o mesmo arbitrado, deve-se adotar outro valor e refazer os cálculos até que os valores coincidam. Para este caso foi encontrado o seguinte valor:

$$x = 11,014 \text{ cm}$$

Este valor equivale a $\frac{x}{d} = \frac{11,014}{40,875} = 0,269$, portanto está dentro do domínio 3 de deformação, onde os materiais são aproveitados ao máximo, o que é uma boa

condição de ductilidade. Além do que, o valor está abaixo do limite permitido por norma de 0,45 para o f_{ck} utilizado.

Com o valor da linha neutra determinado foram encontrados os seguintes valores para a deformação no aço e as tensões no aço e no reforço, respectivamente:

$$\varepsilon_s = 4,0\text{‰}$$

$$f_s = 43,478 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{fe} = 57,65 \text{ kN/cm}^2$$

4.4.4 Momento resistente da seção reforçada

O momento resistente de cálculo pode ser determinado pela equação 4.31.

$$M_{rd} = A_s \cdot f_s \cdot \left(d - \frac{\beta_1}{2} \cdot x\right) + \psi_f \cdot A_f \cdot f_{fe} \cdot \left(h - \frac{\beta_1}{2} \cdot x\right) \quad (4.31)$$

Onde:

ψ_f – Coeficiente de redução da resistência à flexão com valor de 0,85 sugerido pela ACI 440.2R (2017).

$$M_{rd} = 2,454 \cdot 43,478 \cdot \left(40,875 - \frac{0,8}{2} \cdot 11,014\right) + 0,85 \cdot 1,4 \cdot 57,65 \cdot \left(45 - \frac{0,8}{2} \cdot 11,014\right) = 6.676,02 \text{ kNcm ou } 66,76 \text{ kNm}$$

A equação 3.12 indica se a resistência de cálculo da seção, minorada pelo coeficiente de redução relacionado a ductilidade (ϕ), é capaz de resistir ao momento solicitante de cálculo. O coeficiente ϕ pode ser determinado pela equação 3.13. O valor da deformação de escoamento do aço (ε_{yd}) vale 2,07‰ para o aço CA-50.

$$\phi = 0,65 + \frac{0,25 \cdot \left(\frac{4,0}{1.000} - \frac{2,07}{1.000}\right)}{0,005 - \frac{2,07}{1.000}} = 0,815$$

$$0,815 \cdot 66,76 = 54,409 > M_{sd} = 44,464 \text{ kNm}$$

Como pode-se notar a seção resiste ao momento solicitante e, por tanto, a área de compósito utilizada é suficiente para reforçar a seção à flexão.

Os valores encontrados para a área de FRP na laje bem como os momentos resistentes estão discriminados na Tabela 4.4:

Tabela 4.4 – Área de FRP e momento resistente da laje L_1

	Direção y	Negativo
Área de FRP (cm^2/m)	0,70	0,70
Momento Solicitante (kNm/m)	6,63	9,82
Momento Resistente (kNm/m)	7,90	10,42

Fonte: Autor (2024)

4.5 Dimensionamento do reforço ao cisalhamento

Para o reforço ao cisalhamento será utilizado o mesmo CFRP utilizado na flexão, do qual os dados estão presentes na Tabela 4.2. A peça estrutural analisada (V_2) passou na verificação das bielas de concreto comprimidas especificado em 4.2.2.4.

Os dados da viga V_2 para o dimensionamento ao cisalhamento são os seguintes.

Área de aço dos estribos (A_{sw}/s): 1,64 cm^2/m ;

Altura total da seção (h): 50 cm;

Altura útil da seção (d): 45,7 cm;

Esforço cortante de cálculo (V_{sd}): 78,84 kN.

4.5.1 Determinação da resistência da armadura transversal

A equação 3.31 fornece a limitação estabelecida pela ACI 440.2R (2017) para a resistência total da armadura transversal mais a resistência do reforço.

$$0,66 \cdot \sqrt{17,857} \cdot 0,8 \cdot 6,3^2 = 88,556 \text{ kN}$$

Como o valor limite é suficiente para resistir a solicitação, o dimensionamento do reforço pode prosseguir.

A força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal (V_{Rd3}) pode ser calculada seguindo as prescrições da NBR 6118 (2023) e é dada pela equação 4.32.

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (4.32)$$

Onde:

V_c – Parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao da treliça;

V_{sw} – Parcela de força cortante resistida pela armadura transversal.

Segundo a NBR 6118 (2023), a parcela absorvida por mecanismos complementares ao da treliça (V_c) assume alguns valores a depender do tipo de carregamento, mas para flexão simples, que é o caso, este valor é igual a V_{c0} que é dado pela equação 4.33.

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (4.33)$$

$$V_{c0} = 0,6 \cdot 0,128 \cdot 14 \cdot 45,7 = 49,137 \text{ kN}$$

A parcela de força cortante resistida pela armadura transversal depende da área de aço da armadura transversal, da altura útil da seção, da resistência ao escoamento do aço e da inclinação da armadura. Sendo dada pela equação 4.34.

$$V_{sw} = \left(\frac{A_{sw}}{s} \right) \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen}(\alpha) + \text{cos}(\alpha)) \quad (4.34)$$

Onde:

$\alpha = 90^\circ$ – Inclinação da armadura transversal;

f_{ywd} – Tensão na armadura transversal passiva, limitada ao valor de f_{yd} no caso de estribos e 70% desse valor no caso de barras dobradas e em ambos os casos limitada a 435 MPa.

$$V_{sw} = \frac{1,64}{100} \cdot 0,9 \cdot 45,7 \cdot 43,5 \cdot 1 = 29,342 \text{ kN}$$

$$V_{Rd3} = 49,137 + 29,342 = 78,479 \text{ kN} < V_{sd}$$

Como pode ser visto a resistência da viga ao esforço cortante é insuficiente e, por tanto, deve ser aplicado um reforço para esta solicitação.

4.5.2 Determinação da área de CFRP

Não é viável a aplicação do reforço envolvendo completamente a seção por causa da laje, em vez disso a aplicação será em formato de U envolvendo três faces

da viga. Para a aplicação nesse formato deve-se calcular o parâmetro k_v dado pela equação 3.34.

O comprimento efetivo de ancoragem é dado pela equação 3.37 e depende da relação entre o módulo de elasticidade do FRP e do concreto (n_f), da espessura da camada (t_f) e do módulo de elasticidade do FRP (E_f).

$$L_e = \frac{23.300}{((155 / 24,15) \cdot 1,4 \cdot 155.000)^{0,58}} = 6,367 \text{ mm}$$

Os parâmetros k_1 e k_2 podem ser calculados, respectivamente, pelas equações 3.35 e 3.36. A altura útil do FRP será tomada com 10 cm de espaçamento para a laje ($d_{fv} = 45,7 - 12 - 10 = 23,7$ cm).

$$k_1 = \left(\frac{17,587}{27} \right)^{2/3} = 0,759$$

$$k_2 = \frac{23,7 - \frac{6,367}{10}}{23,7} = 0,973$$

$$k_v = \frac{0,759 \cdot 0,973 \cdot 6,962}{11.900 \cdot (1,615 / 100)} = 0,027$$

Com o valor de k_v calculado é possível calcular o valor da deformação efetiva através da equação 3.33.

$$\varepsilon_{fe} = 0,027 \cdot \frac{1,615}{100} = 0,43\text{‰}$$

Através da deformação efetiva no FRP é possível calcular a tensão efetiva assumindo comportamento perfeitamente elástico através da equação 3.19.

$$f_{fe} = 15.500 \cdot \frac{0,43}{1000} = 6,67 \text{ kN/cm}^2$$

Neste caso será utilizado uma inclinação de 90° para a disposição das tiras de FRP o que resume a equação 3.29 para a equação 4.35.

$$V_f = \frac{A_{fv} \cdot f_{fe} \cdot d_{fv}}{s_f} \quad (4.35)$$

O esforço resistente de cálculo necessário para vencer as solicitações é:

$$V_{rd,f} = 78,84 - 78,479 = 0,361 \text{ kN} \leq \psi_f \cdot V_f$$

Onde:

$\psi_f = 0,85$ – Envolvimento não completo da seção.

A área de FRP mínima encontrada para vencer a solicitação foi de $0,27 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Os resultados desta e das demais vigas e lajes encontram-se presentes na seção 5 deste trabalho.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção serão apresentados os resultados das verificações e do dimensionamento do reforço para as vigas e lajes da estrutura. Todos os resultados apresentados foram obtidos a partir dos procedimentos detalhados na seção 3 seguindo as prescrições da norma americana ACI 440.2R (2017) com adaptações à norma brasileira NBR 6118 (2023).

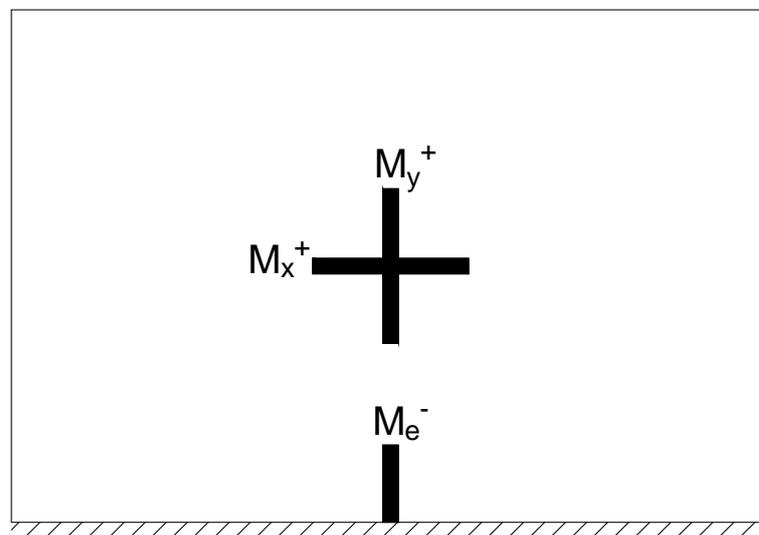
5.1 Lajes

Neste item estão apresentados os resultados das verificações e dimensionamentos dos reforços aplicados as lajes da estrutura.

5.1.1 Flexão

A Figura 5.1 ilustra os momentos aplicados nas lajes.

Figura 5.1 – Momentos presentes nas lajes



Fonte: Autor (2024)

A Tabela 5.1 exibe os valores dos momentos fletores solicitantes e resistentes aplicados as lajes antes da ampliação.

Tabela 5.1 – Momentos solicitantes e resistentes de cálculo das lajes antes da ampliação

Laje	Momento	Solicitante ($M_{sd,0}$)	Resistente ($M_{rd,0}$)
L_1 e L_3	M_x^+	1,38 kNm/m	4,69 kNm/m
	M_y^+	4,19 kNm/m	6,08 kNm/m
L_2	M_x^+	0,66 kNm/m	4,72kNm/m
	M_y^+	2,49 kNm/m	4,85 kNm/m
-	M_e^-	6,21 kNm/m	9,54 kNm/m

Fonte: Autor (2024)

A Tabela 5.2 exibe os valores dos momentos fletores solicitantes aplicados as lajes depois da ampliação.

Tabela 5.2 – Momentos solicitantes de cálculo das lajes após a ampliação

Laje	Momento	Solicitante (M_{sd})
L_1 e L_3	M_x^+	2,19 kNm/m
	M_y^+	6,63 kNm/m
L_2	M_x^+	1,05 kNm/m
	M_y^+	3,93 kNm/m
-	M_e^-	9,82 kNm/m

Fonte: Autor (2024)

Como é possível observar, após a ampliação as lajes L_1 e L_3 não são capazes de resistir aos momentos fletores na direção vertical nem ao momento fletor negativo, por esse motivo, o reforço foi efetuado para esses momentos fletores. Os resultados do dimensionamento estão descritos a seguir.

As Tabelas 5.3 e 5.4 trazem os resultados do dimensionamento do reforço para os momentos fletores positivos e negativos aplicados as lajes.

Tabela 5.3 – Dados do reforço para o momento fletor

Positivo Vertical (L_1 e L_3)	
Área de FRP calculada (A_f)	0,41 cm ² /m
Área de FRP efetiva (A_{fe})	0,70 cm ² /m
Máxima tensão aplicada ao FRP (f_{fe})	57,65 kN/cm ²
Máxima deformação aplicada ao FRP (ϵ_{fe})	3,7‰
Número de camadas (n)	1
Largura da camada (w_f)	5 cm
Negativo	
Área de FRP calculada (A_f)	0,56 cm ² /m
Área de FRP efetiva (A_{fe})	0,70 cm ² /m
Máxima tensão aplicada ao FRP (f_{fe})	57,65 kN/cm ²
Máxima deformação aplicada ao FRP (ϵ_{fe})	3,7‰
Número de camadas (n)	1
Largura da camada (w_f)	5 cm

Fonte: Autor (2024)

Tabela 5.4 – Dados da seção após o reforço para o momento fletor

Positivo Vertical (L_1 e L_3)	
Momento resistente de cálculo ($\phi \cdot M_{rd}$)	7,90 kNm/m
Deformação no aço (ϵ_s)	3,7‰
Tensão no aço (f_s)	43,48 kN/cm ²
Posição da linha neutra ($\frac{x}{d}$)	0,097
Modo de ruptura provável	Descolamento do reforço com escoamento da armadura
Negativo	
Momento resistente de cálculo ($\phi \cdot M_{rd}$)	10,42 kNm/m
Deformação no aço (ϵ_s)	3,6‰
Tensão no aço (f_s)	43,48 kN/cm ²
Posição da linha neutra ($\frac{x}{d}$)	0,135
Modo de ruptura provável	Descolamento do reforço com escoamento da armadura

Fonte: Autor (2024)

Os resultados obtidos com o reforço estrutural das lajes utilizando fibras de carbono mostram-se bastante positivos. Começando pelo momento fletor positivo na

direção y, observamos um aumento significativo na capacidade resistente da laje, passando de 6,08 kNm para 7,90 kNm. Este aumento de 30% na resistência é substancial e mais que suficiente para garantir a resistência necessária de 6,63 kNm.

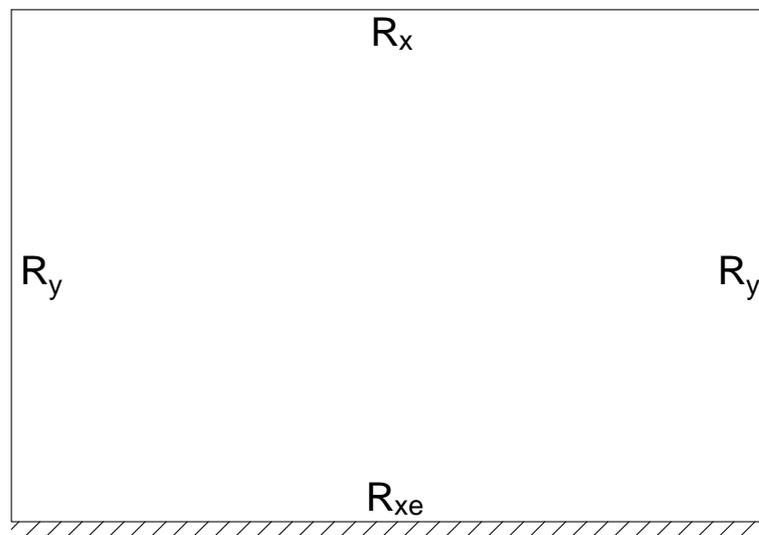
No caso do momento fletor negativo, a resistência inicial era de 9,54 kNm, e após o reforço, alcançou 10,42 kNm. O ganho foi de aproximadamente 9,2% sendo suficiente para garantir a resistência necessária.

Em ambos os casos a linha neutra ficou abaixo do limite do domínio 2 de deformação com uma faixa muito pequena de concreto comprimido que é característico das lajes.

5.1.2 Cisalhamento

A Figura 5.2 ilustra as reações presentes nas lajes.

Figura 5.2 – Reações presentes nas lajes



Fonte: Autor (2024)

A Tabela 5.5 traz as forças cortantes solicitantes e resistentes presentes nas lajes antes da ampliação.

Tabela 5.5 – Forças cortantes solicitantes e resistentes de cálculo das lajes antes da ampliação

Laje	Forças	Solicitante ($V_{sd,0}$)	Resistente ($V_{rd,0}$)
L_1 e L_3	R_x	6,75 kN/m	54,34 kN/m
	R_{xe}	11,25 kN/m	57,70 kN/m
	R_y	1,14 kN/m	56,34 kN/m
L_2	R_{xe}	9,37 kN/m	57,70 kN/m
	R_y	0,59 kN/m	56,02 kN/m

Fonte: Autor (2024)

A Tabela 5.6 traz as forças cortantes solicitantes presentes nas lajes após a ampliação.

Tabela 5.6 – Forças cortantes solicitantes de cálculo das lajes após a ampliação

Laje	Forças	Solicitante ($V_{sd,0}$)
L_1 e L_3	R_x	10,68 kN/m
	R_{xe}	17,80 kN/m
	R_y	1,80 kN/m
L_2	R_{xe}	14,83 kN/m
	R_y	0,94 kN/m

Fonte: Autor (2024)

As lajes passam com folga nas verificações ao esforço cortante, não sendo necessário nenhum reforço para estas solicitações.

5.2 Vigas

Neste item estão apresentados os resultados das verificações e dimensionamentos dos reforços aplicados as vigas da estrutura.

5.2.1 Flexão

A Tabela 5.7 mostra os momentos solicitantes e resistentes presentes nas vigas antes da ampliação.

Tabela 5.7 – Momentos solicitantes e resistentes das vigas antes da ampliação

Vigas	Momento solicitante ($M_{sd,0}$)	Momento resistente ($M_{rd,0}$)
Positivo		
V_1 e V_4	21,54 kNm	40,93 kNm
V_2 e V_3	53,97 kNm	72,70 kNm
V_5 e V_6	a e c	27,85 kNm
	b	27,85 kNm
Negativo		
V_5 e V_6	5,84 kNm	27,85 kNm

Fonte: Autor (2024)

A Tabela 5.8 mostra os momentos solicitantes aplicados as vigas após a ampliação.

Tabela 5.8 – Momentos solicitantes das vigas depois da ampliação

Vigas		Momento (M_{sd})
		Positivo
V_1 e V_4		44,46 kNm
V_2 e V_3		86,90 kNm
V_5 e V_6	a e c	11,75 kNm
	b	2,62 kNm
		Negativo
V_5 e V_6		13,79 kNm

Fonte: Autor (2024)

As vigas V_1 , V_2 , V_3 e V_4 não possuem resistência suficiente para os momentos fletores impostos pela nova configuração de carregamentos, sendo necessário o dimensionamento de reforço. As vigas V_5 e V_6 resistem aos momentos positivos e negativos e, sendo assim, não necessitam de reforço estrutural para o momento fletor.

Os resultados dos reforços dimensionados estão expostos nas Tabelas 5.9 e 5.10.

Tabela 5.9 – Dados do reforço para o momento fletor nas vigas

Vigas V_1 e V_4	
Área de FRP calculada (A_f)	0,72 cm ²
Área de FRP efetiva (A_{fe})	1,40 cm ²
Máxima tensão aplicada ao FRP (f_{fe})	57,65 kN/cm ²
Máxima deformação aplicada ao FRP (ϵ_{fe})	3,7‰
Número de camadas de FRP (n)	1
Largura da camada de FRP (w_f)	10,0 cm
Vigas V_2 e V_3	
Área de FRP calculada (A_f)	1,66 cm ²
Área de FRP efetiva (A_{fe})	2,80 cm ²
Máxima tensão aplicada ao FRP (f_{fe})	57,65 kN/cm ²
Máxima deformação aplicada ao FRP (ϵ_{fe})	3,7 ‰
Número de camadas de FRP (n)	2
Largura da camada de FRP (w_f)	10 cm

Fonte: Autor (2024)

Tabela 5.10 – Dados da seção após o reforço para o momento fletor nas vigas

Vigas V_1 e V_4	
Momento resistente de cálculo ($\phi \cdot M_{rd}$)	54,41 kNm
Deformação no aço (ϵ_s)	4,0‰
Tensão no aço (f_s)	43,48 kN/cm ²
Posição da linha neutra ($\frac{x}{d}$)	0,269
Modo de ruptura provável	Descolamento do reforço com escoamento da armadura
Vigas V_2 e V_3	
Momento resistente de cálculo ($\phi \cdot M_{rd}$)	102,42 kNm
Deformação no aço (ϵ_s)	4,1‰
Tensão no aço (f_s)	43,48 kN/cm ²
Posição da linha neutra ($\frac{x}{d}$)	0,433
Modo de ruptura provável	Descolamento do reforço com escoamento da armadura

Fonte: Autor (2024)

Os resultados do reforço estrutural das vigas V_1 e V_4 mostram uma transformação substancial em termos de resistência. Inicialmente, essas vigas apresentavam uma capacidade resistente de 40,93 kNm, o que se mostrava insuficiente frente ao momento solicitante de 44,46 kNm. Com o reforço, a resistência final alcançou os 54,41 kNm, resultando em um aumento de aproximadamente 33%. Além disso, quanto a ductilidade, percebe-se que a seção reforçada trabalha no domínio 3 de deformações o que quer dizer que há um excelente aproveitamento dos materiais além de uma boa condição de ductilidade o que traz mais segurança para a estrutura.

Nas vigas V_2 e V_3 , o cenário inicial apresenta uma capacidade resistente de 72,70 kNm. Após o reforço, essa capacidade subiu para 102,42 kNm, representando um aumento considerável de resistência, na ordem de 41%. Com o momento solicitante em 86,90 kNm, o reforço garantiu que essas vigas não apenas atingissem, mas também superassem confortavelmente as exigências estruturais. Quanto a questão de ductilidade a seção reforçada também trabalha no domínio 3 de deformações ficando pouco abaixo do limite estabelecido por norma de 45% da altura útil. Essa condição, como dito antes, é uma boa condição para o dimensionamento pois representa um melhor aproveitamento dos materiais.

5.2.2 Cisalhamento

A Tabela 5.11 traz os esforços de cisalhamento solicitantes e resistentes presentes nas vigas antes da ampliação.

Tabela 5.11 – Forças cortantes solicitantes e resistentes das vigas antes da ampliação

Vigas	Solicitante ($V_{sd,0}$)	Resistente ($V_{rd,0}$)	
		Comprimido (V_{Rd2})	Tracionado (V_{Rd3})
V_1 e V_4	18,33 kN	248,31 kN	70,19 kN
V_2 e V_3	45,93 kN	277,60 kN	78,48 kN
V_5 e V_6	a e c	11,39 kN	249,10 kN
	b	8,13 kN	249,10 kN

Fonte: Autor (2024)

A Tabela 5.12 traz os esforços de cisalhamento solicitantes presentes nas vigas após a ampliação.

Tabela 5.12 – Forças cortantes solicitantes das vigas depois da ampliação

Vigas	Solicitante (V_{sd})	
V_1 e V_4	37,84 kN	
V_2 e V_3	78,84 kN	
V_5 e V_6	a e c	25,90 kN
	b	20,26 kN

Fonte: Autor (2024)

Como é possível perceber pelas Tabelas 5.11 e 5.12, as vigas V_2 e V_3 são as únicas que não resistem ao esforço cortante solicitante após a ampliação, necessitando assim de reforço para estas solicitações. Os resultados do reforço calculado estão dispostos na tabela 5.13.

Tabela 5.13 – Dados do reforço ao cisalhamento das vigas V_2 e V_3

Área de FRP calculada (A_f/s_f)	0,27 cm ² /m
Máxima tensão aplicada ao FRP (f_{fe})	6,68 kN/cm ²
Máxima deformação aplicada ao FRP (ϵ_{fe})	0,43‰
Altura útil (d_{fv})	23,70 cm
Força cortante resistente do FRP (V_f)	0,42 kN
Força cortante resistente da seção (V_{rd})	78,90 kN

Fonte: Autor (2024)

Ao abordar o reforço para o esforço cortante nas vigas V_2 e V_3 , observamos que a situação inicial apresentava uma capacidade resistente de 78,48 kN. Foi então dimensionado um mínimo de 0,27 cm²/m de área de reforço para vencer a diferença para o esforço solicitante de 78,84 kN. O que representa um percentual de ganho de 0,53 na capacidade resistente da viga para os esforços cortantes. Essas foram as únicas peças estruturais da construção que necessitaram de intervenção para este tipo de solicitação.

5.3 Resumo da seção

As fibras de carbono se mostraram uma escolha eficaz no reforço da estrutura, não só pelo aumento significativo na capacidade resistente das vigas e lajes da edificação, garantindo suficiência para todas as solicitações impostas após a alteração, mas também pela eficiência do material que garantiu esses acréscimos utilizando relativamente pouquíssimo material compósito. Foi utilizado cerca de 5.000 cm³ de CFRP no reforço estrutural da edificação, o que representa um aumento de aproximadamente 8 kgf na carga permanente da estrutura, ou seja, um aumento insignificante. Isso ressalta o quanto o reforço estrutural, aplicando a técnica EBR utilizando compósitos de fibra de carbono, é eficiente e uma boa solução para se adquirir resistência estrutural com um baixo custo em termos de carregamento e mudanças da estrutura original.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização de laminados de CFRP para o reforço estrutural, apesar de não ser o material mais barato disponível no mercado, oferece uma série de vantagens que podem justificar seu custo em muitos casos. Primeiramente, o processo de aplicação é relativamente simples e não invasivo, exigindo poucas mudanças na estrutura existente. Esta característica minimiza a interrupção das atividades no local e reduz os custos associados a obras de grande porte. Além de que a aplicação do compósito incrementa muito pouco nas dimensões originais da estrutura o que afeta minimamente as funcionalidades e estéticas iniciais.

Porém, vale ressaltar algumas desvantagens que o processo possui, sendo estas principalmente relacionadas à perda de ductilidade da seção, que, além de trazer grande cautela no dimensionamento do reforço, ainda reduz significativamente o ganho de resistência da estrutura reforçada. Outra consideração que deve ser observada são as limitações impostas pela própria estrutura, que deve resistir por conta própria a um certo nível de cargas e também precisa ter um mínimo de compatibilidade com este tipo de reforço. A exemplo, temos as vigas, que podem ter grande limitação no reforço devido as alvenarias e lajes, e também as lajes, que muitas vezes ficam inviabilizadas de serem reforçadas ao momento fletor negativo devido ao piso, por exemplo. Por este motivo, antes de se proceder com o reforço da estrutura, é necessário fazer uma análise cuidadosa, considerando seu custo-benefício e se o mesmo é viável para o caso em questão.

Quanto a utilização desta técnica de reforço, em geral, é perceptível que ainda se dispõe de pouco material disponível em âmbito nacional para auxiliar na sua utilização, especialmente uma normativa que venha nortear os profissionais no seu dimensionamento e aplicação.

Este trabalho buscou explicar um pouco sobre essa abordagem disponível para o reforço das estruturas, transmitindo parte da metodologia utilizada e o que se sabe em referência ao seu dimensionamento e aplicação nos elementos de vigas e lajes. Embora não haja uma normativa nacional, o dimensionamento do reforço segue características muito semelhantes ao dimensionamento estrutural utilizado no concreto armado e, portanto, as normas pertinentes a este podem ser utilizadas como auxílio às normativas internacionais que tratam do assunto. Em especial, neste trabalho, foram consideradas as prescrições da norma americana ACI 440.2R e as

normas da ABNT NBR 6118 e NBR 6120, além de contar com uma razoável bibliografia referente ao assunto.

O foco deste material foram os elementos horizontais, compreendidos como vigas e lajes. O dimensionamento das demais peças estruturais, como os pilares, por exemplo, fica como sugestão para ampliação do estudo realizado neste trabalho.

REFERÊNCIAS

ADORNO, F. V.; DIAS, F. D.; SILVEIRA, J. C. de O. **Recuperação e reforço de vigas de concreto armado**. Monografia. Universidade Federal de Goiás. Goiânia, 2015.

American Concrete Institute. ACI 440.2R-17. **Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures**. Farmington Hills, Estados Unidos, 2017.

ARAÚJO, I. N. **Dimensionamento de reforço de elementos estruturais de concreto armado usando polímeros reforçados com fibras de carbono**. Monografia – Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2014.

ARAÚJO, R. Y. A. **Reforço à flexão de vigas de concreto armado com fibras de carbono utilizando o ACI 440.2r e a NBR 6118 adaptada**. Monografia – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2018.

ARQUEZ, A. P. **Aplicação de laminado de polímeros reforçados com fibras de carbono (CFRP) inserido em substrato de microconcreto com fibras de aço para reforço à flexão de vigas de concreto armado**. Dissertação de Mestrado – Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. ABNT NBR 6118. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimentos**. Rio de Janeiro, 2023.

Associação Brasileira de Normas Técnicas. ABNT NBR 6120. **Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 2019.

BEBER, A. J. **Comportamento estrutural de vigas de concreto armado reforçadas com compósitos de fibra de carbono**. Tese de doutorado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2003.

BOTELHO, E.C. **Estudo das propriedades mecânicas de compósitos de fibra de carbono**. Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, 2015. São Carlos. Associação Brasileira de Engenharia e Ciências dos Materiais, 2015.

BUYUKOSTURK, O.; HEARING, B. **Failure behavior of precracked concrete retrofitted with fiber-reinforced plastic laminates**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON STRUCTURAL FAULTS AND REPAIR, 7. Proceedings. Engineering Technics Press. Edinburgh, 1997.

CURTY, L. A. **Estudo experimental dos consoles curtos de concreto armado reforçados com compósitos de fibras de carbono**. Dissertação de Mestrado – PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2009.

HELENE, A. **Patologias em estruturas de concreto armado**. Congresso Brasileiro de Patologia das Construções, 1997. São Paulo. IBRACON, 1997.

MACHADO, A. P. **Reforço de estruturas de concreto armado com fibras de carbono**. PINI. São Paulo, 2002.

JUVANDES, L. F. P. **Reforço e reabilitação de estruturas de betão usando materiais compósitos de CFRP**. Tese de Doutorado – Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Porto, 1999.

MACHADO, A. de. **Manual de reforço das estruturas de concreto armado com fibras de carbono**. (sem data). Disponível em: <viapol.com.br/media/97576/manual-fibra-de-carbono.pdf>. Acessado em 03 de junho de 2024.

MACHADO, A. d. P. **Sistemas compostos para o reforço de pontes**. 14º ENACOR (Encontro Nacional de Conservação Rodoviária), 2009. Disponível em: <https://slideplayer.com.br/slide/1261591>. Acessado em 04 de junho de 2024.

MARTINI, S. **Reforço estrutural com fibra de carbono em estruturas de concreto armado**. Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais, 2021. São Paulo. Associação Brasileira de Engenharia e Ciências dos Materiais, 2021.

MASSARI, L. **Uso de fibra de carbono no reforço estrutural**. CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA E CIÊNCIA DOS MATERIAIS, 2017. São Paulo. Associação Brasileira de Engenharia e Ciência dos Materiais, 2017.

MEIER, U. **Repair using advanced composites**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPOSITE CONSTRUCTION – CONVENTIONAL AND INNOVATIVE, 1997. Innsbruck. Conference report. Zurich: IABSE ETH_Hönggerberg, 1997. p. 113-124.

SILVA FILHO, J. J. H. **Reforço à torção de vigas de concreto armado com compósitos de fibra de carbono**. Tese de Doutorado – PUC-Rio. Rio de Janeiro, 2007.

SILVA, A. O. B. da; MORENO JUNIOR, A. L.; FERREIRA, G. C. S. **Capacidade resistente e modos de ruptura de vigas de concreto armado reforçadas à flexão com fibras de carbono**. Ver. Esc. Minas, Ouro Preto, v. 65, n. 3, 2012.

SOUZA, V. C. M.; RIPPER, T. **Patologia, Recuperação e Reforço de Estruturas de Concreto**. 1. Ed. Pini. São Paulo, 1998.