UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VI – POETA PINTO DE MONTEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS (CCHE)
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MARIA CLARA QUEIROZ NOGUEIRA

ENSINO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

MONTEIRO - PB
2024

MARIA CLARA QUEIROZ NOGUEIRA

ENSINO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura Plena em Matemática do Centro de Ciências Humanas e Exatas, da Universidade Estadual da Paraíba, campus Monteiro, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca

N778e Nogueira, Maria Clara Queiroz.

Ensino de equações do primeiro grau através da metodologia de resolução de problemas [manuscrito] / Maria Clara Queiroz Nogueira. - 2024.

57 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas, 2024.

"Orientação : Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca, Coordenação do Curso de Matemática - CCHE".

1. Ensino de Matemática. 2. Resolução de problemas. 3. Equações do primeiro grau. 4. Ensino fundamental. I. Título

21. ed. CDD 657.61

Elaborada por Talita Ramos Bezerra - CRB - 15/970 BSC6

MARIA CLARA QUEIROZ NOGUEIRA

ENSINO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Monografia apresentado à Coordenação do Curso de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática

Aprovada em: 22/11/2024.

Documento assinado eletronicamente por:

- **Roger Ruben Huaman Huanca** (***.567.928-**), em **27/11/2024 18:39:33** com chave **1794c97aad0811efbd181a7cc27eb1f9**.
- **Tiêgo dos Santos Freitas** (***.654.884-**), em **28/11/2024 10:33:47** com chave **652a814aad8d11ef92f22618257239a1**.
- **Flavia Aparecida Bezerra da Silva** (***.744.004-**), em **28/11/2024 10:07:56** com chave **c925d770ad8911efb5161a7cc27eb1f9**.

Ao meu pai (in memoriam), que tanto queria participar desse momento, mas infelizmente foi morar com Deus, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus e a Nossa Senhora, pois sem eles eu não teria conseguido vencer tantas batalhas, só eles sabem o quão árdua foi essa minha caminhada.

A minha mãe Lúcia Queiroz e a minha irmã Bianca Queiroz, por terem me ajudado em tantos momentos difíceis, me dando força e coragem para não desistir.

Ao meu pai Arnaldo Nogueira (*in memoriam)* por ter acreditado tanto em mim ao longo da sua vida, embora fisicamente ausente, sentia sua presença ao meu lado, dando-me força.

Ao meu esposo Gabriel Fernando por todo seu companheirismo durante essa caminhada.

A minha filha Eva Maria, pois sua existência me fornece forças para lutar todos os dias.

Aos meus amigos de turma Lucas Rafael, Wilton Carlos, Laiza Paloma, Marcos de Araújo, Mônica Araújo, Erik Marcelo, Isabella Rocha e Nathan Carvalho, que foram cruciais para a finalização dessa etapa acadêmica.

Ao meu orientador Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca, por ter se prontificado a me ajudar na elaboração deste trabalho com toda sua paciência e conhecimento. Sua ajuda foi essencial para a finalização dessa caminhada. Muito obrigada!

Ao professor Dr. Tiêgo dos Santos Freitas por todo conhecimento compartilhado durante a disciplina de Resolução de Problemas. Suas aulas foram essenciais para a elaboração desse trabalho. Muito obrigada também por ter aceitado o convite em fazer parte da banca.

A professora Ma. Flávia Aparecida Bezerra da Silva por ter aceitado fazer parte da banca, reservando um pouco do seu tempo para contribuir com meu trabalho. Meus sinceros agradecimentos. .

Finalizo agradecendo também a todos os professores que contribuíram com minha trajetória estudantil, desde os professores do ensino fundamental até os professores da Universidade. Seus ensinamentos foram fundamentais para minha formação, tanto profissional como também para a vida.

“Diga-me e eu esqueço, ensine-me e eu lembro, envolva-me e eu aprendo” – Benjamin Franklin

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma proposta de ensino-aprendizagem de equações do primeiro grau baseada na metodologia de Resolução de Problemas, a fim de facilitar o processo de compreensão e internalização dos conceitos algébricos pelos alunos do Ensino Fundamental, tornando a aprendizagem mais significativa e melhorando a prática pedagógica dos professores. Trabalhar equações do primeiro grau através da metodologia de Resolução de Problemas é uma das formas de amenizar as dificuldades de compreensão, pois os alunos são capazes de mobilizar seus conhecimentos prévios em busca de novos conhecimentos. O referencial teórico utilizado no trabalho inclui autores como Krulik e Reys (1997), Onuchic e Allevato (2004, 2011), Dante (2009), Onuchic (1999), entre outros, que discutem a importância de explorar a Resolução de Problemas no ensino de Matemática e os desafios que os alunos enfrentam ao estudar equações do primeiro grau. Também foi realizada em revistas científicas como Zetetiké, Bolema e Boletim GEPEM, uma busca de artigos sobre o processo de ensino e aprendizagem de equações do primeiro grau. A metodologia adotada é de natureza bibliográfica, baseada na análise de literatura relevante sobre Resolução de Problemas e ensino de equações. A proposta de ensino segue os passos recomendados por Onuchic e Allevato (2011), que envolvem desde a preparação e leitura dos problemas até a resolução em grupo, registro de resoluções do problema e discussão coletiva para formalização dos conteúdos. A proposta é ampliada com um décimo passo, sugerida por Allevato e Onuchic (2021), que envolve a proposição de novos problemas, proporcionando uma prática contínua de aprendizado. Esperamos que por meio dessa proposta, seja possível a superação de dificuldades comuns no ensino de equações do primeiro grau e a promoção de uma aprendizagem mais ativa e com compreensão, proporcionando aos alunos a oportunidade de se envolverem de maneira desafiadora e reflexiva com o conteúdo, ao mesmo tempo em que atribuem sentido prático ao conteúdo estudado.

Palavras-Chave: Ensino de Matemática; Resolução de Problemas; Equações do primeiro grau; Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This paper aims to present a teaching-learning proposal for first-degree equations based on the Problem-Solving methodology, in order to facilitate the process of understanding and internalization of algebraic concepts by elementary school students, making learning more meaningful and improving teachers' pedagogical practice. Working with first-degree equations through the Problem-Solving methodology is one way to alleviate difficulties in understanding, as students are able to mobilize their prior knowledge in search of new knowledge. The theoretical framework used in the paper includes authors such as Krulik and Reys (1997), Onuchic and Allevato (2004, 2011), Dante (2009), Onuchic (1999), among others, who discuss the importance of exploring Problem-Solving in the teaching of Mathematics and the challenges that students face when studying first-degree equations. A search for articles on the teaching and learning process of first-degree equations was also carried out in scientific journals such as Zetetiké, Bolema and Boletim GEPEM. The methodology adopted is bibliographic in nature, based on the analysis of relevant literature on Problem Solving and teaching equations. The teaching proposal follows the steps recommended by Onuchic and Allevato (2011), which involves everything from preparing and reading the problems to solving them in groups, recording problem resolutions and collective discussion to formalize the content. The proposal is expanded with a tenth step, suggested by Allevato and Onuchic (2021), which involves proposing new problems, providing a continuous learning practice. We hope that through this proposal, it will be possible to overcome common difficulties in teaching first-degree equations and promote more active and understanding learning, providing students with the opportunity to engage in a challenging and reflective way with the content, while at the same time giving practical meaning to the trained content.

Keywords: Mathematics Education; Problem Solving; First-Degree Equations; Elementary Education.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino de equações do primeiro grau no Ensino Fundamental apresenta aos alunos o universo da Álgebra, um campo que exige um novo nível de abstração e a compreensão de uma linguagem simbólica desconhecida até então, já que, antes, estavam acostumados a lidar apenas com operações numéricas. A transição da Aritmética para a Álgebra, quando não apresentada de forma contextualizada e significativa, pode tornar-se complexa, provocando insegurança, frustração e dificuldades na compreensão de conceitos fundamentais, como a ideia de incógnita e de raiz de uma equação, noções essenciais para o aprendizado e aplicação das equações do primeiro grau.

Diante desse desafio, é essencial que o professor apresente o conteúdo de forma contextualizada, adotando metodologias de ensino que permitam aos alunos enxergar aplicações práticas da teoria e que tornem o aprendizado mais dinâmico e agradável. Vivemos um momento em que os alunos não podem mais ser apenas receptores passivos de informações; eles devem atuar como agentes ativos, participando de forma efetiva na construção do seu próprio conhecimento.

Uma das maneiras práticas de introduzir o conteúdo de equações do primeiro grau é através da metodologia de Resolução de Problemas, pois segundo Allevato e Onuchic (2021) a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas.

Os alunos, através da Resolução de Problemas, conseguem mobilizar seus conhecimentos prévios em busca de soluções para os problemas propostos. Quando o aluno mobiliza seus conhecimentos prévios, ele gera significado ao que está sendo trabalhado. Em detrimento disso, essa metodologia de ensino ajuda a transformar um conteúdo muito abstrato em um conteúdo concreto para os alunos, pois eles conseguem ver a utilidade do que está sendo estudado.

O interesse pela Resolução de Problemas surgiu durante o componente curricular *Aprendizagem baseada na metodologia de Resolução de Problemas*, ministrada pelo professor Dr. Tiêgo dos Santos Freitas. No decorrer dessa disciplina foi possível conhecer mais sobre essa temática, desde o surgimento dessa metodologia até a forma como devemos colocá-la em prática. Foram meses de muito aprendizado e troca de conhecimentos, onde além de discutirmos sobre essa metodologia, também realizamos simulações de aulas utilizando-a para ministrar conteúdos, o que despertou um amplo apreço por essa metodologia. Com isso, além de estudarmos toda a teoria sobre essa metodologia, também foi possível coloca-la em prática.

Já o interesse pelo tema de equações do primeiro grau surgiu ao perceber que existem poucos estudos que tratam sobre o ensino e aprendizagem desse conteúdo. Além disso, alguns livros didáticos ainda insistem em apresentar esse assunto de maneira muito abstrata, onde primeiro é colocada à definição para só depois apresentar situações do cotidiano em que as equações do primeiro grau podem ser utilizadas para resolver problemas.

Em detrimento disso, tomando como base a preocupação em tornar o ensino de equações do primeiro grau mais significativo para o aluno e levando em consideração a simpatia pela metodologia de Resolução de Problemas, desenvolvemos uma proposta metodológica para auxiliar os professores no ensino desse conteúdo e esperamos que os mesmos possam colocá-la em prática.

O objetivo geral do nosso trabalho consiste em apresentar uma proposta de ensino-aprendizagem de equações do primeiro grau baseada na metodologia de Resolução de Problemas. Já os objetivos específicos são:

- Discorrer sobre a metodologia de Resolução de Problemas e sua relevância para o ensino da matemática;
- Apontar, a partir da leitura de artigos científicos, os principais desafios no ensino e aprendizagem do conteúdo de equações do primeiro grau.

A metodologia desta pesquisa é de natureza bibliográfica, fundamentada na análise da literatura relevante sobre Resolução de Problemas e o ensino de equações. Para isso, foi realizado um levantamento de textos, incluindo livros, dissertações e artigos de autores como Krulik e Reys (1997), Onuchic e Allevato (2004, 2011), Dante (2009), Onuchic (1999), Huanca (2006), Silveira e Andrade (2020), entre outros, que discutem a importância de aplicar a Resolução de Problemas no ensino de Matemática. Também foram realizados levantamentos de trabalhos em revista como a Zetetiké, Bolema e Boletim GEPEM sobre o ensino e aprendizagem de equações do primeiro grau.

A pesquisa bibliográfica realizada foi crucial para compreendermos a melhor maneira de trabalhar com a Resolução de Problemas e também para que pudéssemos compreender sobre os principais desafios enfrentados pelos alunos ao estudarem o conteúdo de equações do primeiro grau. Foi com base nessas leituras que desenvolvemos nossa proposta.

Nosso trabalho foi dividido em cinco capítulos, onde cada capítulo traz um tópico importante para o leitor.

No Capítulo 1 introduzimos nosso trabalho para que o leitor pudesse se situar sobre nossa temática, compreendendo nossos objetivos e a metodologia adotada.

No Capítulo 2 destacamos o que é um problema, qual a diferença de problema e exercício, quais as características de um bom problema, discutimos um pouco sobre a história da Resolução de Problemas, enfatizamos sobre o Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, discutimos sobre a importância da proposição e exploração de problemas, e concluímos com a análise sobre o que dizem os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre essa metodologia.

No capítulo 3 é destacado o conceito de equações do primeiro grau, discutido sobre as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos nesse conteúdo, e por fim apontamos como a metodologia de Resolução de Problemas pode ajudar a amenizar essas dificuldades.

No capítulo 4 apresentamos nossa proposta de ensino-aprendizagem de equações do primeiro grau através da Resolução de Problemas a fim de auxiliar os professores no ensino desse conteúdo.

No capítulo 5 realizamos nossas considerações finais sobre a temática e detalhamos nossas expectativas com essa proposta.

2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Este capítulo será dedicado à exploração da metodologia de Resolução de Problemas, com suporte em importantes autores, como Onuchic e Allevato (2004, 2011, 2021), Dante (2009), Krulik e Reys (1997), Onuchic (1999), Allevato (2014), Huanca (2006), Silveira e Andrade (2020). Na seção inicial 2.1 nos dedicaremos a compreender o que é um problema segundo autores, qual a diferença entre problema e exercício, e quais as características de um bom problema, na seção 2.2 estudaremos um pouco da história da Resolução de Problemas, a seção 2.3 será dedicada ao ensino-aprendizagem-avalição de Matemática através da Resolução de Problemas, onde conheceremos o roteiro proposto por Onuchic e Allevato (2011) para se trabalhar com essa metodologia, na seção 2.4 conheceremos mais sobre a importância da Proposição e Exploração de problemas no ensino da matemática, e por fim, na seção 2.5 analisaremos o que diz os PCN e a BNCC sobre a metodologia Resolução de Problemas.

2.1 O que é um problema?

Trabalhar com a metodologia Resolução de Problemas é sem dúvidas, um dos caminhos mais prazerosos e desafiadores de ensinar e aprender matemática, pois coloca o aluno em um campo de descobertas e situações até então desconhecidas. Van de Walle (2009) defende que a Resolução de Problemas deve ser adotada como a principal estratégia de ensino. No entanto, para aplicar essa metodologia de forma eficaz, é fundamental, primeiro, entender o que constitui um problema. Apenas com uma compreensão clara desse conceito é possível avançar para as etapas seguintes, que promovem um aprendizado nos alunos.

Embora existam muitas definições, de diferentes autores, para a palavra Problema, cabe aqui mencionar algumas delas:

- “[...] podemos dizer que é um obstáculo a ser superado, algo a ser resolvido e que exige o pensar consciente do indivíduo para solucioná-lo” (Dante, 2009, p. 11).
- “Problema é uma situação que um indivíduo ou grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução” (Lester, 1982 *apud* Dante, 2009, p. 12)
- “[...] é tudo aquilo que não sabemos fazer, mas que estamos interessados em fazer” (Onu-chic;Allevato, 2011, p. 81)

- “Ter um problema significa buscar conscientemente alguma ação apropriada para alcançar um fim claramente concebido, mas não imediatamente atingível” (Polya, 1994 *apud* Krulik;Reys, 1997, p. 117)

Todas essas concepções possuem aspectos semelhantes, podendo chegar a um consenso que problema é uma situação que não sabemos resolver no momento, mas que estamos interessados em solucionar, se fazendo necessário pensar de forma consciente na solução. Dessa forma, resolver um problema seria encontrar um caminho que contorne um obstáculo para alcançar um fim desejado, mas que não é alcançável imediatamente (Polya, 1994 *apud* Krulik;Reys, 1997).

No contexto de ensino da matemática, podemos entender um problema matemático como sendo uma determinada situação que não é de total conhecimento do aluno e que não deixa explícitos quais caminhos ou métodos ele deve utilizar na resolução para se chegar à solução correta (Meneghelli *et al*., 2018).

Um problema matemático só será realmente um problema para um aluno quando ele não sabe de imediato quais os passos que o leve na resposta correta, mas que ele tem interesse em buscar a solução, se ele não tem interesse, deixa de ser um problema para ele.

Vale mencionar que, o que pode ser um problema para um aluno pode não ser para o outro. Por exemplo, considerando a seguinte situação: “Marcela comprou um bolo de 12 fatias e deseja dividir igualmente entre ela e seus dois irmãos, como ela pode dividir essas fatias?” Para um aluno de 6º ano do Ensino Fundamental essa questão nitidamente seria um problema, pois ele ainda não detém conhecimentos suficientes que o permita chegar de imediato na solução. Já para um aluno de 8º ano do Ensino Fundamental essa questão já não seria mais um problema para ele, pois ele sabe de forma rápida quais métodos deve utilizar para chegar à resposta correta, essa questão se tornaria então um exercício.

2.1.1 Qual a diferença de problema e exercício?

Muitos professores acreditam que ao colocar diversas tarefas para os alunos responderem estão trabalhando com Resolução de Problemas, quando na verdade, costumam se equivocar ao acreditarem que exercício e problema correspondem às mesmas coisas.

Dante (2009, p. 17) afirma que “O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada”

É importante que o professor de matemática saiba diferenciar exercício de problema, porque cada um visa desenvolver habilidades especificas. Dante (2009, p. 48) discorre que “Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar determinado algoritmo ou procedimento. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas”. Já com relação a problema, ele argumenta: “É a descrição de uma situação em que se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta sua solução” (Dante, 2009, p. 48).

Um exemplo que diferencia exercício de problema pode ser ilustrado no seguinte quadro:

Quadro 1- Exemplos de exercício e problema

1) (Exercício) Resolva 2 + 2 + 3
2) (Problema) Uma escola serve merenda a 144 alunos diariamente. Sabendo que 1 litro de suco dá para 4 copos e que, durante a merenda, cada aluno recebe 1 copo de suco, quantos litros de suco são necessários por dia? (Dante, 2009, p. 36)

Fonte: Exemplo 1 desenvolvido pela autora e Exemplo 2 retirado de Dante (2009, p. 36).

Observe que o exercício 1 exige apenas que o aluno saiba como resolver uma adição, já o problema 2 necessita que o aluno pense um pouco mais e procure descobrir caminhos que o leve na solução.

Peduzzi (1997 *apud* Meneghelli *et al.*, 2018) afirma que, o que constitua um problema para um aluno em um determinado grau de escolaridade, pode ser tornar um exercício na medida que ele adquire novos conhecimentos e habilidades.

Nessa mesma linha de pensamento, Pozo e Angón (1998 *apud* Meneghelli *et al.*, 2018, p. 216) dizem que:

> Para um mesmo estudante, uma tarefa, em momentos distintos, pode ser considerada tanto um problema quanto um exercício, e vão além, apontam, também, que uma mesma tarefa pode ser considerada um problema para um estudante e um simples exercício para outro, visto que esta abordagem depende não apenas dos conhecimentos prévios de cada indivíduo, como, também, da forma com que o mesmo se comporta diante da resolução.

Em suma, o exercício se refere a uma mera aplicação de passos já conhecidos pelos alunos, já o problema requer o pensamento crítico e a criatividade, promovendo uma compreensão mais profunda dos princípios matemáticos.

2.1.2 Características de um bom problema

Para que um professor trabalhe com problemas matemáticos em suas aulas no intuito de torná-las mais desafiadoras e prazerosas para os alunos, ele tem que fazer uma escolha bastante criteriosa, pois problemas muito simples podem não estimular o pensamento crítico, enquanto que problemas muito complexos podem desencorajar os alunos. A seletividade na escolha de problemas contribui para uma experiência de aprendizagem mais eficaz e motivada.

Luiz Roberto Dante, em seu livro "Formulação e resolução de problemas de matemática: teoria e prática" publicado em 2009, expõe algumas características de um bom problema, as quais consistem em:

- *Ser desafiador para o aluno:* Os alunos precisam de problemas que os desafiem, que despertem sua curiosidade para buscar a solução, que os motivem e que vá além de pensar apenas em fórmulas básicas.
- *Ser real para o aluno:* Os dados dos problemas precisam ser reais para o aluno, que façam parte do seu cotidiano. Além disso, tanto os dados como as informações precisam fazer sentido.
- *Ser do interesse do aluno:* Um problema matemático ser do interesse do aluno significa que é envolvente, que possui um contexto interessante, indo ao encontro dogosto do aluno (esporte, comida, televisão, música) o que acaba por motiva-lo.
- *Ser o elemento desconhecido de um problema realmente desconhecido:* É interessante que aquilo que o aluno procura responder no problema seja um elemento desconhecido para ele, assim como o problema.
- *Não consistir na aplicação evidente e direta de uma ou mais operações aritméticas:* É muito importante que o problema leve o aluno a pensar em diferentes processos e métodos que possam leva-lo à solução, assim como diferentes hipóteses e estratégias. O pensar e o fazer criativo devem ser peças fundamentais que devem andar interligados no processo de resolução do problema.
- *Ter um nível adequado de dificuldade:* O problema deve desafiar o aluno, mas que seja possível de solucioná-lo, que seja adequado para seu nível de faixa

> etária. Um problema onde o aluno não consegue solucionar acaba por desmotivá-lo, por frustrá-lo, fazendo-o se sentir incapaz e trazendo danos irreversíveis na aprendizagem.

Agora que já temos uma visão clara sobre o que é um problema, a diferença entre problema e exercício e as características de um bom problema, nos concentraremos em entender um pouco da origem da Resolução de Problemas e como ela tem sido foco de discussões até os dias atuais.

2.2 Breve história da Resolução de Problemas no decorrer dos anos

Allevato e Onuchic (2021) discutem que no século XX ocorreram relevantes mudanças de perspectiva na Educação Matemática, onde nas diferentes fases pelas quais passou, foram desenvolvidas diferentes visões de como ensinar, aprender e avaliar; de como identificar que Matemática deveria ser trabalhada e como se deveria trabalhá-la.

No início do século XX, o ensino de Matemática era predominantemente voltado para um processo de reprodução, no qual a memorização era extremamente valorizada. Fatos básicos, como a tabuada, eram considerados essenciais para o aprendizado. O professor transmitia a informação, o aluno a recebia, escrevia, memorizava e repetia. Esse processo de repetição também ocorre em casa, com a prática dos exercícios realizados em sala de aula. O conhecimento do aluno era medido com a aplicação de testes em que, se ele repetisse bem o que o professor havia feito, concluía-se que ele sabia. Entretanto, a maioria se esquecia do que havia memorizado em pouco tempo (Onuchic, 1999).

Anos depois, ainda de acordo com Onuchic (1999), os alunos deviam aprender matemática de outra maneira: Com compressão. Nessa reforma a tabuada era condenada, o foco das aulas agora deveria ser levar o aluno a entender o que fazia. Entretanto, o professor não havia sido preparado para seguir e trabalhar as ideias novas que queriam implementar nessa época, passando a seguir a lógica do: O professor falava, o aluno escutava e repetia. O aluno não participava da construção do seu próprio conhecimento, pois apenas o professor falava. Nesse sentido, o ensino se resumia a um treinamento de técnicas operatórias que seriam utilizadas para aprender algum conteúdo novo.

Nas décadas de 60 e 70, o ensino de Matemática no Brasil e no mundo foi influenciado por um movimento de renovação conhecido como Matemática Moderna. Essa renovação deixou de lado as reformas anteriores. O Movimento da Matemática Moderna

(MMM) era “focado em uma matemática estruturada, apoiada em estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem, e enfatizava a teoria dos conjuntos” (Onuchic, 1999, p. 202). Se tinha muita preocupação com abstrações matemáticas, com uma linguagem universal concisa e precisa. Nessa reforma os alunos não conseguiam ver a utilidade do que era ensinado em seu cotidiano, não conseguiam dar significado ao que era apresentado pelo professor. O ensino dessa época preocupava-se com a formalização, distanciando o aluno das questões práticas.

As reformas mencionadas acima não tiveram o sucesso esperado. O que desencadeou os seguintes questionamentos: “Estariam essas reformas voltadas para a formação de um cidadão útil à sociedade em que vivia? Buscavam elas ensinar Matemática de como a preparar os alunos para um mundo de trabalhado que exige conhecimento Matemático?” (Onuchic; Allevato, 2004, p. 215)

Diante da preocupação com um ensino de matemática que pudesse ser útil para a sociedade, surgiu no início da década de 70 as investigações sistemáticas sobre Resolução de Problemas e suas implicações curriculares.

Onuchic (1999, p. 203) considerando a importância dada a Resolução de Problemas nas últimas décadas, argumenta que:

> A caracterização de Educação Matemática, em termos de Resolução de Problemas, reflete uma tendência de reação a caracterização passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou por exercício mental. Hoje, a tendência é caracterizar esse trabalho considerando os estudantes como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade.

Segundo Onuchic (1999), no fim dos anos 70, a Resolução de Problemas começou a ganhar cada vez mais força em todo o mundo. Começou então o movimento que tinha como foco a resolução de problemas no ensino.

A proposta de se trabalhar com Resolução de Problemas no ensino de matemático foi apoiada pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), que elaborou um documento com uma série de recomendações para o progresso da matemática escolar nos anos 80. A primeira dessas recomendações dizia que o foco da matemática escolar para os anos 80 deveria ser resolver problemas.

As ações recomendadas por esse documento, segundo Onuchic (1999, p. 205) enfatizavam que:

> - O currículo matemático deveria ser organizado ao redor da resolução de problemas;

> - A definição e a linguagem de resolução de problemas em matemática deveriam ser desenvolvidas e expandidas de modo a incluir uma ampla gama de estratégias, processos e modos de apresentação que encerrassem o pleno potencial de aplicações matemáticas;
> - Os professores de matemática deveriam criar ambientes de sala de aula onde a resolução de problemas pudesse prosperar;
> - Materiais curriculares adequados ao ensino de resolução de problemas deveriam ser desenvolvidos para todos os níveis de escolaridade;
> - Os programas de matemática dos anos 80 deveriam envolver os estudantes com resolução de problemas, apresentando aplicações em todos os níveis;
> - Pesquisadores e agências de fomento à pesquisa deveriam priorizar, nos anos 80, investigações em resolução de problemas.

Na década de 80, muitos materiais foram produzidos para ajudar os professores a trabalhar com a resolução de problemas em sala de aula, como lista de estratégias, sugestões de atividades e orientação para avaliar o desempenho em resolução de problemas. Porém, como existiam diferentes concepções que pessoas e grupos tinham sobre o significado da resolução de problemas, o trabalho dessa época não surtiu tanto efeito.

2.2.1 Concepções de ensino da matemática baseadas em Resolução de Problemas

Como mencionado acima, existiram formas diferentes de realizar um trabalho em sala de aula de matemática fundamentado na Resolução de Problemas. Schroeder e Lester (1984 *apud* Onuchic, 1999) apresentaram três diferentes abordagens, são elas: Ensinar sobre resolução de problemas, Ensinar a resolver problemas e Ensinar matemática através da resolução de problemas.

- Ensinar sobre resolução de problemas: Nessa concepção são destacados os trabalhos de George Polya e suas heurísticas. Em 1944, Polya publicou um livro intitulado “A arte de resolver Problemas”, segundo Allevato (2014) essa obra tornou-se uma referência no ensino sobre Resolução de Problemas. Ensinar sobre resolução de problemas consiste em considerá-la como um novo conteúdo, dando ênfase nas estratégias criadas por Polya (1994 *apud* Krulik; Reys, 1997) de como resolver um problema, são elas:

    Compreender o problema: O que a questão está dizendo? O que se procura resolver? Quais os dados? Quais as variáveis e incógnitas?

    Criar um plano: Como o próprio nome sugere, consiste em pensar em um plano, uma ação para resolver o problema, em buscar estratégias para sua resolução.

> *Executar o plano:* Colocar em prática o plano pensando na etapa anterior, verificando cada passo a ser dado.
>
> *Fazer o retrospecto ou verificação:* Nessa fase temos que analisar a solução obtida e todo o caminho trilhado para verificar se a solução condiz com o que o problema está pedindo, levando a uma possível correção caso não tenha encontrado a solução correta.

Segundo Meneghelli *et al.* (2018) esse tipo de ensino não é muito corriqueiro em sala de aula da educação básica, pois se refere mais a técnica a ser ensinada.

- Ensinar a resolver problemas: Nessa concepção o foco do professor é ensinar o conteúdo para só depois o aluno resolver problemas com base no que foi ensinado. Em síntese, seria uma aplicação do conteúdo que o professor ensinou. Allevato e Onuchic (2021) alegam que um perigo dessa concepção é que ela configura a resolução de problemas como uma atividade em que os alunos só podem realizar após terem se debruçado da teoria, dotando a essa teoria um significado prático. A matemática seria então ensinada separada das suas aplicações.

  É importante mencionar que essa forma de ensino é a que mais presenciamos nos dias de hoje, até mesmo nos livros didáticos. É apresentada primeiro a teoria, os conceitos e definições para só depois resolver problemas.

- Ensinar através da resolução de problemas: Nessa concepção, Allevato e Onuchic (2021) consideram que a expressão “através” significa “ao longo”, “no decurso”, ou seja, se ensina matemática no decurso em que se resolve o problema. Enfatizam ainda que a Matemática e a Resolução de problemas devem ser construídas de forma mútua e continuamente.

  Nesse sentido, a Resolução de problemas deve ser o ponto de partida para as atividades matemáticas em sala de aula, antecedendo as teorias. Essa concepção se difere da anterior, pois o problema vem antes da teoria nesse caso. O professor apresenta o problema, atua como mediador e espera que os alunos resolvam com base em seus conhecimentos prévios, após o aluno ter resolvido o problema é que o professor introduz a teoria com base nesse problema. Nessa concepção, a Resolução de Problemas não é tratada como um complemento para o ensino, mas sim como peça fundamental para proporcionar ao aluno participar ativamente da construção do seu próprio conhecimento.

Onuchic (1999, p. 207) afirma que:

> Ao ensinar matemática através da resolução de problemas, os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender matemática, mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso. O ensino-aprendizagem de um tópico matemático se começa com uma situação-problema que expressa aspecto-chave desse tópico e são desenvolvidas técnicas matemáticas como respostas razoáveis para problemas razoáveis.

Essa concepção de ensino, segundo Schroeder e Lester (1989 *apud* Onuchic, 1999) não é muito adotada por muitos professores, autores de livros e promotores de currículo, mas que merece ser considerada, desenvolvida e avaliada.

2.3 Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas

Quando falamos em "Avaliação" é comum presenciarmos frequentemente estudantes com sentimento de medo devido à pressão para obter bons resultados e o receio do fracasso, isso porque as avaliações que temos atualmente costumam ser provas objetivas que focam em uma nota final, prova essa que muitas vezes não mede de fato o conhecimento que o aluno detém, mas que é crucial para fazê-lo avançar para as fases futuras.

Para fazer essas provas objetivas de matemática, os alunos costumam decorar fórmulas e aplicar nas avaliações, sem muitas vezes entender cada procedimento que é feito na hora de resolver as questões. Passada a avaliação, os alunos esquecem essas fórmulas e não aprendem de fato o que se deveria ter aprendido. Esse tipo de avaliação não só desperta no aluno o medo, como também não mede de fato o conhecimento que cada estudante possui sobre um determinado conteúdo matemático.

Diante dessa problemática, a avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas é crucial não só para diminuir o receio dos alunos diante das provas de matemática, mas para que o professor saiba de fato os conhecimentos que o aluno detém e que possa acompanhar seu crescimento.

Allevato e Onuchic (2021) discorrem que a palavra composta ensino-aprendizagem-avaliação expressa uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer de forma simultânea, onde o professor avalia na medida em que o aluno resolve o problema, servindo como guia e mediador.

A avaliação é incorporada mais ao desenvolvimento dos processos de resolução realizado pelo aluno e menos julgamento dos resultados obtidos com esse processo. É necessário adotar princípios de avaliação contínua e formativa. (Allevato;Onuchic, 2021)

Para entender de forma mais aprofundada a relevância da avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem, Huanca (2006) apresenta o seguinte quadro:

Quadro 2- Ensino, Aprendizagem, Avaliação e Ensino-Aprendizagem-Avaliação

	Ensino	**Aprendizagem**	**Avaliação**
Três processos distintos	Responsabilidade é do professor que visa à aprendizagem do aluno.	Os alunos devem aprender com compreensão. Responsabilidade é dos alunos. Como? Sabendo relacionar as ideias que têm com as novas ideias que se quer construir	A avaliação apoia a aprendizagem e informa aos professores quanto ao crescimento dos alunos e, também, informa aos professores quanto ao seu próprio trabalho.
Um processo duplo	**Ensino-Aprendizagem** É um ser maior. É maior que o ensino. É maior que a aprendizagem. Acontece simultaneamente durante a construção do conhecimento, através da resolução de problemas, tendo os alunos como co-construtores desse conhecimento.		
Um processo triplo	**Ensino-Aprendizagem-Avaliação** É um ser ainda maior. É maior que o ensino, que a aprendizagem, que a avaliação, tendo a avaliação integrada ao processo de ensino-aprendizagem. O professor avalia o crescimento dos alunos. Os alunos fazem também sua avaliação destinada a guiar e aumentar sua aprendizagem.		

Fonte: Huanca (2006, p. 44)

Por meio do quadro proposto por Huanca (2006), é possível observar que esse processo triplo, no qual ensino-aprendizagem-avaliação ocorrem simultaneamente, é essencial para aprimorar o ensino atual. Isso ocorre porque tanto o aluno quanto o professor atuam de maneira colaborativa, permitindo ao professor avaliar os conhecimentos dos alunos com o objetivo de potencializar ainda mais a aprendizagem.

O ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de Problemas começou a ser estudada e introduzida no Brasil pelas ações e pesquisas desenvolvidas pela professora e pesquisadora Lourdes de la Rosa Onuchic, ela coordena atualmente o Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP).

Lourdes de la Rosa Onuchic defende veementemente o ensino da matemática através da Resolução de Problemas, pois segundo ela esse tipo de ensino "busca usar tudo o que havia de bom nas reformas anteriores: repetição, compreensão, o uso da linguagem matemática da teoria dos conjuntos, resolver problemas e, às vezes, até a forma de ensino tradicional" (Onuchic, 1999, p. 211).

Allevato e Onuchic (2021) chamam atenção que nesse tipo de ensino o trabalho começa sempre onde estão os alunos, ao contrário das reformas anteriores onde o foco era o professor. Com isso, os alunos deixam de ser encarados como indivíduos que nada tem a contribuir com o processo de ensino-aprendizagem e passam a serem protagonistas desse processo, sendo o professor o mediador e guia desse mundo de descobertas.

É importante ressaltar que a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática, através da Resolução de Problemas, desempenha um papel fundamental na desconstrução da visão equivocada de que a Matemática é um conhecimento restrito a poucos. A ideia de que quem compreende e domina os conteúdos matemáticos é considerado "mais inteligente" decorre de um ensino elitista, centrado unicamente em fórmulas descontextualizadas da realidade do aluno. Nesse modelo, o estudante se limita a ouvir o que o professor transmite, o que gera desmotivação e a sensação de incapacidade para dominar os conteúdos matemáticos, visto que sua participação no processo de aprendizagem é passiva (Huanca, 2006).

Nesse sentido, o ensino-aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas busca romper com esse pensamento errôneo dos alunos para com a matemática, pois coloca o aluno em um papel ativo, desafiando-o a pensar e engajando-o na busca por soluções, além de fazer ele perceber a utilidade da matemática em seu cotidiano. Acreditamos que essa metodologia possa fazer o aluno gostar de estudar o conteúdo que virá após a apresentação do problema.

Onuchic e Allevato (2011, p. 82) reunindo as ideias já registradas em Onuchic e Allevato (2004) e Van de Walle (2001) afirmam que há boas razões para se trabalhar com Resolução de Problemas, são elas:

> • Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas e sobre o dar sentido.
> • Resolução de problemas desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos.
> • Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a Matemática faz sentido; a confiança e a autoestima dos estudantes aumentam.
> • Resolução de problemas fornece dados de avaliação contínua, que podem ser usados para a tomada de decisões instrucionais e para ajudar os alunos a obter sucesso com a matemática.
> • Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios.
> • A formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passa a fazer mais sentido para os alunos.

A Resolução de Problemas configura-se então como uma das metodologias que são eficazes em promover o crescimento pessoal e profissional, preparando os alunos para os desafios do mundo real.

2.3.1 Roteiro para se trabalhar com o ensino de matemática através da Resolução de Problemas

Agora que entendemos o que é um problema e reconhecemos a importância de trabalhar com a Resolução de Problemas no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática, surge a questão: Quais passos devemos seguir para garantir que essa metodologia seja realmente eficaz? Van de Walle (2009) destaca que ensinar Matemática por meio da Resolução de Problemas não implica simplesmente apresentar o problema aos alunos, sentar-se e esperar que uma mágica ou uma solução aconteça por si mesma. É fundamental que o professor crie e mantenha um ambiente matemático motivador e estimulante durante todo o processo.

Com base nisso, Onuchic e Allevato (2011) propuseram 9 passos/etapas de como colocar em prática essa metodologia, são elas: (1) Preparação do Problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo.

(1) *Preparação do problema:* Nessa etapa o professor irá selecionar ou criar um problema para propor aos seus alunos com base no conteúdo que ele irá abordar em seguida, ou ele pode aceitar um problema proposto pelos próprios alunos. Esse

problema inicial é chamado de Problema Gerador, isso porque ele gera a construção de um novo conteúdo.

(2) *Leitura individual:* Como o próprio nome sugere, cada aluno irá ler o problema de forma individual buscando refletir e entender a linguagem matemática utilizada, bem como compreender o que o problema está pedindo.

(3) *Leitura em conjunto:* Nessa etapa os alunos se reúnem em grupo, leem o problema e buscam compreender juntos o que a questão está solicitando. Onuchic (1999, p. 216) afirma que essa etapa é muito importante, pois "aprender é muitas vezes um processo compartilhado e que o progresso em direção a um objetivo vem através de esforços combinados de muita gente".

(4) *Resolução do problema:* Os alunos em grupo tentam resolver o problema buscando meios como a linguagem algébrica, figuras, tabelas, gráficos e utilizam técnicas operatórias já conhecidas.

(5) *Observar e incentivar:* Essa etapa diz respeito ao papel do professor durante a resolução das questões realizadas pelos alunos, onde ele terá que incentivá-los a utilizar seus conhecimentos prévios, técnicas operatórias e troca de ideias. O professor deverá ajudar seus alunos sem, no entanto, fornece a solução para o problema.

(6) *Registro das resoluções na lousa:* Os grupos são solicitados para irem até a lousa e mostrarem suas resoluções, sejam elas certas ou erradas.

(7) *Plenária:* Nessa etapa, os alunos buscam defender suas ideias.

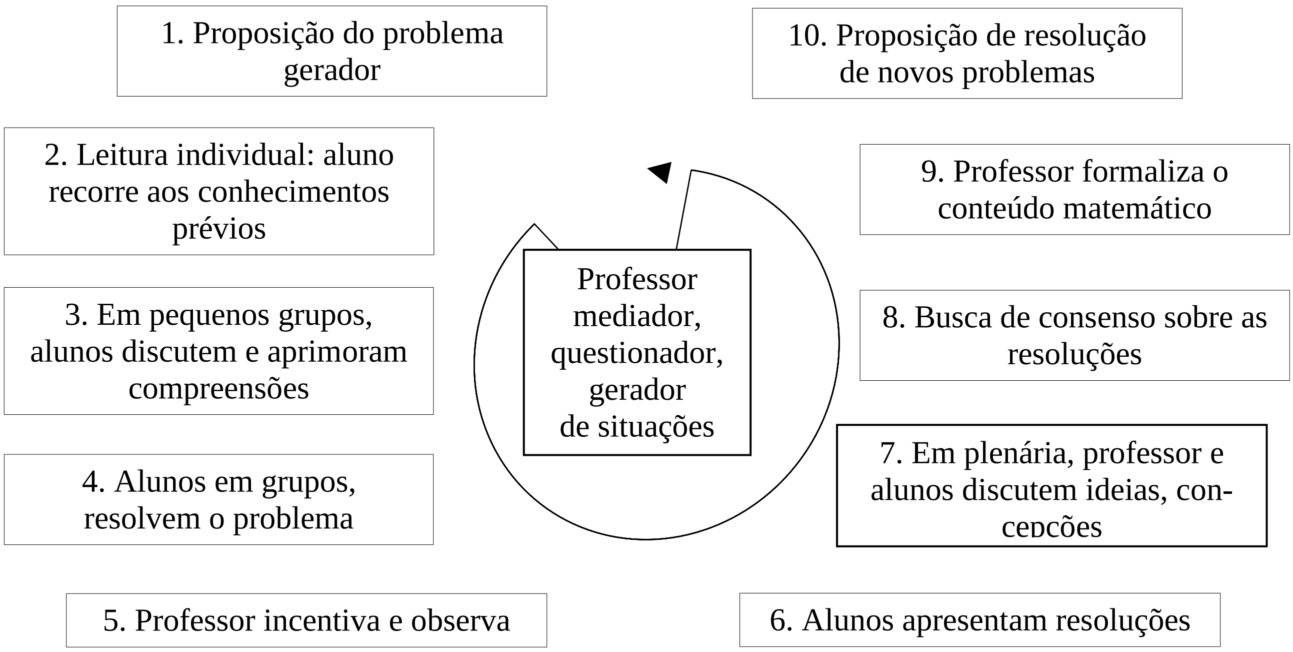
(8) *Busca do consenso:* Juntos, alunos e professores tentam chegar a um consenso sobre a solução.

(9) *Formalização do conteúdo:* O professor nesse momento deverá fazer uma apresentação formal do conteúdo, com as devidas definições, propriedades e demonstrações (Onuchic; Allevato, 2011, p. 83-85).

Em 2021, Allevato e Onuchic acrescentaram uma nova etapa, chamada de *Proposição e resolução de novos problemas.* Nessa etapa os alunos também podem elaborar problemas a partir das etapas vivenciadas anteriormente, assim como também o professor pode propor novos problemas.

Sendo assim, consolidou-se em 10 etapas a forma como podemos trabalhar com essa metodologia. Elas podem ser resumidas na seguinte figura proposta por Allevato e Onuchic (2021, p. 51):

Figura 1- Resumo das 10 etapas da metodologia de ensino de matemática através da Resolução de Problemas



Fonte: Allevato e Onuchic (2021, p. 51)

É importante deixar claro que o papel do professor durante as etapas sugeridas é indispensável para motivar os alunos, tendo em vista que a resolução de problemas é um caminho desconhecido para o educando, onde se ele não tiver um guia, acabará se perdendo e entrando em desespero, não almejando mais resolver o problema.

Sendo assim, o professor deverá levar os alunos a pensarem, a exercitarem sua mente, Onuchic (1999, p. 216) nos diz que “O papel do professor muda de comunicador de conhecimento para o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem”.

2.4 Proposição e Exploração de Problemas no ensino da matemática

Juntamente com a Resolução de Problemas, outra vertente que merece atenção e que também precisa ser trabalhada no ensino de matemática diz respeito à Proposição e Exploração de Problemas. Mencionamos essa vertente na etapa (10) dos passos sugeridos por Allevato e Onuchic (2021) de como trabalhar com o ensino de matemática através da

Resolução de Problemas, mas devido sua importância, detalharemos mais sobre como colocá-la em prática.

Trabalhar com proposição e exploração de um problema no ensino vai além de apenas obter a solução de um problema, ele engloba que o professor explore ainda mais a questão e permite que os alunos também façam questionamentos, que problematizem e proponham novos problemas.

Andrade (2017 *apud* Silveira e Andrade, 2022) afirma que a Proposição de problema não ocorre necessariamente apenas no final da resolução e exploração dos problemas, mas também antes e durante todo o processo. Ela ocorre antes quando o aluno também é capaz de propor algum problema com base em suas experiências. Ela ocorre durante a exploração e resolução do problema quando, a partir de um problema dado, são formulados novos problemas. E ocorre também no final quando a solução de um problema impulsiona um processo de reflexão que gera novos problemas.

A Proposição de Problemas quando feitas pelos alunos exige que o professor busque compreender as indagações deles para que, apoiados nela, os mesmos possam fazer a exploração do problema.

> No trabalho de exploração de problemas, há um prazer e uma alegria de ir cada vez mais longe, um ir cada vez mais profundo, um ir cada vez mais curioso, há um ir que chega e nunca chega, um ir que pode sempre ir, um ir que sempre se limita ao contexto do aluno, do professor, da Matemática, da escola... e por isso pode ir outra vez e mais outra vez (Andrade, 1998, p. 24 *apud* Silveira e Andrade, 2020, p. 7)

Como o próprio nome sugere "Explorar" um problema na perspectiva da Resolução de Problemas significa investigar e analisar diferentes hipóteses do problema, tanto por parte do professor como também do aluno. Sendo assim, o educando entra em um campo de descobertas podendo fazer levantamento de perguntas no intuito de entender os conceitos matemáticos que vão aparecendo durante a resolução do problema.

Quando o professor trabalha com a exploração, ele permite que seus alunos reflitam sobre o significado das diversas ideias matemáticas que estão implícitas no problema, podendo gerar inquietações por parte dos mesmos e assim gerando novos problemas. O professor deve então conduzir um ambiente de reflexão com base nas questões propostas, levando seus alunos a compreender suas próprias perguntas e consequentemente o problema (Silveira; Andrade, 2020).

Silveira e Andrade (2020, p. 9) afirmam que "O termo *Proposição exploração* implica numa tomada de consciência de perceber a proposição também como parte impactante, integrante e resultante de um caminhar realizado ao longo de um processo de exploração de problemas". Desse modo, como já mencionado, ao explorar a questão o aluno pode fazer a proposição de novos problemas, desencadeando sua autonomia.

Sendo assim, queremos deixar claro que a Proposição e exploração de um problema, embora não seja muito trabalhado em sala de aula, devem ser colocados em prática ao se trabalhar com a metodologia de Resolução de Problemas, pois permite que o aluno participe ainda mais da construção do seu conhecimento fazendo questionamentos e explorando ainda mais o problema.

2.5 Resolução de Problemas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

Agora que já sabemos bem o que é a metodologia de Resolução de problemas e de sua importância no processo de ensino-aprendizagem da matemática, é indispensável que saibamos o que os documentos PCN e BNCC falam sobre essa metodologia para que possamos nos nortear sobre a melhor maneira de colocá-la em prática frente às demandas educacionais que temos atualmente.

Antes de tudo, é importante saber que os Parâmetros Curriculares Nacionais correspondem a um documento não obrigatório criado nas décadas de 1990 e 2000, com objetivo de orientar a prática pedagógica nas escolas. Ele trabalha com diferentes disciplinas, sendo uma delas a de matemática.

Nesse documento são estabelecidos os conteúdos que devem ser trabalhados e os diferentes métodos de ensino. Os PCN costumam ser amplamente utilizados na elaboração do Projeto Político Pedagógico das escolas públicas e privadas. É um documento direcionado para o Ensino Fundamental e Ensino Médio com "a intenção de provocar debates a respeito da função da escola e reflexões sobre o que, quando, como e para que ensinar e aprender, que envolvam não apenas as escolas, mas também pais, governo e sociedade" (Brasil, 1998, p. 9).

Já a Base Nacional Comum Curricular é um documento obrigatório que começou a ser elaborado em 2015 e que foi homologado pelo Ministério da Educação em 2017, também serve como norte para os professores de diferentes disciplinas em suas aulas. É estabelecido nesse documento competências e habilidades que o professor deve desenvolver nos seus alunos durante todo o Ensino Básico, propiciando que eles sejam cidadãos ativos na sociedade atual, com autonomia e de posse de um vasto conhecimento de como atuar no mundo.

> A BNCC indica que as decisões pedagógicas devem estar orientadas para o desenvolvimento de competências. Por meio da indicação clara do que os alunos devem "saber" (considerando a constituição de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) e, sobretudo, do que devem "saber fazer" (considerando a mobilização desses conhecimentos, habilidades, atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho), a explicitação das competências oferece referências para o fortalecimento de ações que assegurem as aprendizagens essenciais definidas na BNCC (Brasil, 2017, p. 13).

A BNCC abrange a Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, é uma referência para a elaboração de currículos das escolas públicas e privadas, visando uma educação igualitária tanto para a escola pública como a privada. Nesse documento é estabelecida a necessidade de trabalhar com diferentes metodologias, sendo uma delas a Resolução de Problemas.

2.5.1 O que diz os PCN sobre Resolução de Problemas

Os Parâmetros Curriculares Nacionais afirmam que é imprescindível superar a aprendizagem da matemática centrada em procedimentos mecânicos, indicando a Resolução de Problemas como ponto de partida para as atividades matemáticas em sala de aula. (Brasil, 1998)

Esse documento afirma que os conhecimentos matemáticos ganham significados quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução, desenvolvendo sua autoconfiança. Essa concepção vai ao encontro ao que já foi discutido anteriormente, o aluno quando se depara com um problema se sente desafiado, e ao procurar meios de solucioná-lo, acaba mobilizando seus conhecimentos prévios e avança rumo a novos conhecimentos.

Um ponto muito importante destacado pelos PCN e que também é defendido pelos autores que mencionamos nas seções acima, se refere ao fato que o ensino da matemática deve ser desenvolvido através da Resolução de Problemas, sendo o Problema o início de tudo e não como aplicação do conteúdo ensinado pelo professor em sala de aula. Nessa perspectiva, Brasil (1998, p. 40) afirma que:

> A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Desse modo, o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações.

O ensino que visa trabalhar com resolução de problemas somente após a explicação do conteúdo não garante ao aluno a oportunidade de se envolver no desconhecido, no prazer em descobrir algo novo, não o desafia a buscar novas estratégias de resolução, e o mais importante: Não garante que ele dê significado ao que está sendo ensinado.

Os PCN deixam claro que o problema não deve ser tratado como um exercício onde o aluno aplica, de forma quase mecânica, o que foi ensinado há pouco tempo (Brasil, 1998). Só se trata de fato de um problema quando o educando é levado a interpretar e estruturar a situação que lhe é apresentada, buscando desenvolver algum tipo de estratégias. Sendo assim, “pode-se afirmar que aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular” (Brasil, 1998, p. 41).

Convém ainda dizer que, a Resolução de Problemas deve ser tratada como uma orientação para a aprendizagem, pois é ela que vai desenvolver um contexto propicio para explicar conceitos e definições, o problema dará sentido ao que será explicado ao professor logo em seguida.

Esse documento afirma que trabalhar com Resolução de Problemas possibilita aos alunos realizar questionamentos e transformar um problema dado em novos problemas, promovendo uma ação reflexiva (Brasil, 1998). Essa concepção reforça a importância da exploração e proposição de problemas no ensino da Matemática, como já discutido anteriormente, onde o aluno é incentivado a participar ativamente do processo de ensino e a questionar o que está sendo explorado.

2.5.2 O que diz a BNCC sobre Resolução de Problemas

A BNCC, diferentemente dos PCN, enfatiza a importância das competências e habilidades, destacando a Resolução de Problemas como o foco principal para o ensino e a aprendizagem. No entanto, os PCNs abordam de forma mais aprofundada e explícita a relevância dessa metodologia no processo de ensino.

Entretanto, mesmo que de forma breve, esse documento deixa claro que a Resolução de Problemas deve ser aderida pelo professor em sala de aula. Para tanto, encontramos esse seguinte trecho na BNCC que aborda a necessidade de se trabalhar com essa metodologia no ensino da matemática:

> Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao

> mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental (Brasil, 2017, p. 266)

Sendo assim, observarmos que da mesma forma que os PCN, a BNCC também encara a resolução de problemas como uma estratégia para a aprendizagem e não como uma aplicação dos conteúdos matemáticos. Tal fato demonstra que, o ensino da matemática através da Resolução de Problemas deve ser trabalhado na atualidade, tendo em vista que a BNCC é um documento atual.

A BNCC também discute que através da Resolução de Problemas os alunos têm a oportunidade de desenvolverem o letramento matemático, pois são capazes de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente. Além disso, a noção intuitiva de função também é outro ponto discutido que pode ser explorado através dessa metodologia. (Brasil, 2017)

Sobre proposição e exploração de problemas, A BNCC também deixa claro que é primordial que os alunos investiguem outros problemas, que reflitam e que façam questionamentos sobre o que ocorreria se algum dado fosse alterado ou se alguma condição fosse acrescentada ou retirada. Sendo assim, a proposição e exploração de problemas no ensino da matemática, amplia e aprofunda o significado dado a Resolução de Problemas (Brasil, 2017).

3 EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Neste capítulo, abordaremos as equações do primeiro grau, começando com sua definição e finalizando com uma discussão sobre como a metodologia de Resolução de Problemas pode auxiliar na superação das dificuldades dos alunos em relação a esse conteúdo. Assim, a seção 3.1 trata do conceito de equações do primeiro grau, com ênfase na definição de raiz de uma equação e nas equações equivalentes, na seção 3.2 nos voltaremos a compreender quais são as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos nesse conteúdo segundo a leitura de artigos publicados em revistas científicas, e por fim, na seção 3.3 discutiremos como a metodologia Resolução de Problemas pode contribuir para amenizar as dificuldades dos alunos nesse conteúdo.

3.1 Equações do primeiro grau: o que são?

A origem das equações remonta à Antiguidade, período em que civilizações como a babilônica e a egípcia as empregavam para resolver questões práticas do dia a dia, como medir terras ou calcular a quantidade de alimentos.

Mas, segundo Oliveira (2022) a matemática nesse período era muito difícil, pois não existia nenhum sinal, nenhuma variável, apenas poucos sábios eram capazes de resolver os problemas utilizando muitos artifícios.

Foi somente no momento que passaram a ser escritas com letras e símbolos matemáticos que as equações ganharam a devida importância. O primeiro a fazer isso foi o francês François Viête, no final do século XVI. Por esse motivo foi considerado o pai da Álgebra.

Segundo Oliveira (2022), Viéte também foi o primeiro a estudar as propriedades das equações através de expressões gerais como $ax + b = 0$, o que nos permitiu utilizar as equações atualmente para determinar o lucro de uma firma, para calcular a taxa de uma aplicação financeira, para fazer a previsão do tempo etc.

As equações de primeiro grau desempenham um papel fundamental na matemática e são utilizadas em diversas áreas do conhecimento. Ela pode ser caracterizada pela presença de letras que representam valores desconhecidos (as quais chamamos de incógnitas), por um sinal de igualdade, uma expressão a esquerda da igualdade denominada primeiro membro, e outra expressão a direita da igualdade denominada de segundo membro. A principal característica da equação de primeiro grau é que a incógnita x apresenta expoente 1 (Sperafico; Dorneles; Golbert, 2015).

Vejamos alguns exemplos de equações de primeiro grau:

- $2y = 6$ onde y é a incógnita
- $x = 2$ onde x é a incógnita
- $2z + 6x = 10$ onde z e x são as incógnitas
- $3y – 2b + c = 8 + c$ onde y, b, c são as incógnitas.

Essas equações na maioria das vezes são utilizadas para representar algum problema do cotidiano que precisamos solucionar. Elas são importantes em diversas áreas das Ciências, como na Física, na Biologia, na Química, nas Engenharias, e até mesmo nas situações mais simples do cotidiano.

Veja dois exemplos em que as equações do primeiro grau são utilizadas no cotidiano:

Exemplo 1: Bianca e Lúcia tem juntas 100 anos. A idade de Lúcia é 3 vezes mais que a idade de Bianca. Qual a idade de cada uma?

Esse exemplo pode ser facilmente resumido na seguinte equação $x + 3x = 100$ onde x representa a idade de Bianca.

Exemplo 2: Dois quintos do meu salário são reservados para o aluguel e a metade é gasta com alimentação, restando ainda R$ 45,00 para outros gastos. Qual é o meu salário?

Esse exemplo pode ser facilmente resumido em $\frac{2}{5}$ y + $\frac{y}{2}$ + $45 = y$onde y representa o valor do salário.

3. 1. 1 Raiz de uma equação

Uma incógnita de uma equação pode ter diferentes valores, mas apenas um valor torna a sentença verdadeira. Esse valor que torna a sentença verdadeira chamamos de raiz de uma equação. Em resumo, Gay (2022, p. 174) diz que: “Raiz de uma equação é um número que, ao substituir à incógnita, torna a sentença verdadeira.”

No exemplo 1 citado anteriormente, notamos que a equação $x + 3x = 100$ apresenta $x = 25$, ou seja, 25 é a raiz dessa equação.

Gay (2022, p. 174) nos diz que “Podemos verificar se um número é raiz ou não de uma equação substituindo a incógnita por ele. Se a sentença for verdadeira, o número considerado é raiz da equação, se a sentença for falsa, o número não é raiz da equação.”

- 4 é raiz da equação $x + 6 = 10$, pois $4 + 6 = 1010 = 10$
- 2 é raiz da equação $3x + 2 = 8$, pois $3.2 + 2 = 86 + 2 = 88 = 8$

3.1.2 Princípio aditivo e multiplicativo das equações

Princípio aditivo da equação: Podemos adicionar ou subtrair um mesmo número dos dois membros de uma equação. Ao realizar esse procedimento obtemos uma nova equação denominada equivalente a anterior.

Exemplo 1: Tomando a equação $x + 2 = y + 10$ podemos adicionar o número 3 em ambos os membros. Desse modo, teremos a equação resultante $x + 5 = y + 13$.

Exemplo 2: Tomando a equação $2z = 10$ podemos adicionar o número 4 em ambos os membros. Desse modo, teremos a equação resultante $2z + 4 = 10 + 4$.

Exemplo 3: Tomando a equação $x + 2 = y + 10$ podemos subtrair o número 1 em ambos os membros. Desse modo, teremos a equação resultante $x + 1 = y + 9$.

Exemplo 4: Tomando a equação $2z = 10$ podemos subtrair o número 3 em ambos os membros. Desse modo, teremos a equação resultante $2z - 3 = 10 - 3$.

Princípio multiplicativo da equação: Podemos multiplicar ou dividir os dois membros de uma equação por um mesmo número que seja diferente de zero. Ao realizar esse procedimento obtemos uma nova equação denominada equivalente a anterior.

Exemplo 1: Tomando a equação $2z = 10$ podemos multiplicar ambos os membros pelo número 2. Desse modo, teremos a equação resultante $4z = 20$.

Exemplo 2: Tomando a equação $2z = 10$ podemos dividir ambos os membros pelo número 2. Desse modo, teremos a equação resultante $z = 5$.

Exemplo 3: Tomando a equação $3x = 2$ podemos multiplicar ambos os membros pelo número 3. Desse modo, teremos a equação resultante $9x = 6$.

Exemplo 4: Tomando a equação $10x = 5z$ podemos dividir ambos os membros pelo número 5. Desse modo, teremos a equação resultante $2x =$z.

3. 1. 3 Equações equivalentes

Duas ou mais equações são ditas equivalentes quando apresentam a mesma raiz ou solução. Ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir (exceto para a multiplicação e divisão por zero) ambos os membros de uma equação pelo mesmo valor, obtém-se uma equação denominada de equação equivalente a anterior.

Exemplo: As equações $4z + 1 = z + 7{,}3z = 6ez = 2$ são equivalentes, pois as três apresentam como solução $z = 2$.

Exemplo: As equações $x - 8 = 6ex = 14$ são equivalentes, pois ambas apresentam $x = 14$como solução.

Para obtermos a solução de uma equação, basta transformá-la em uma equação equivalente utilizando os princípios aditivo ou multiplicativo, de modo que fique a mais simples possível.

Por exemplo, para acharmos a solução da equação $4z = 8$, basta dividir ambos os membros por 4, resultando em $z = 2$. As equações $4z = 8$ e $z = 2$ são equivalentes.

3.1.4 Outros exemplos envolvendo equações do primeiro grau

Vejamos alguns exemplos em que podemos trabalhar com equações do primeiro grau

1) O triplo de um número, aumentado de 10, é igual 16. Qual é esse número?

   Solução: Vamos chamar o número desconhecido de x. Com isso:

   $$3x + 10 = 163x + 10 - 10 = 16 – 103x = 6x = 2$$

   O número desconhecido é 2.

2) No mercado, Bianca comprou 10 biscoitos por R$ 30,00 e duas fatias de torta. Pagou R$ 40,00 pela compra. Quanto custou cada fatia de torta?

   Note que esse problema também pode ser resolvido apenas com o uso da aritmética, mas também podemos resolvê-lo utilizando uma equação, veja:

   Solução: Vamos chamar o valor das fatias de torta de f. Com isso:

   $$30 + 2f = 4030 – 30 + 2f = 40 - 302f = 10\frac{2f}{2} = \frac{10}{2}f = 5$$

   Cada fatia de torta custou R$ 5,00.

3) O preço de um colar custa três vezes o preço de uma calça. Os dois juntos custam R$ 220,00. Qual o preço de cada item?

   Solução: Vamos chamar de t o preço da calça, assim o preço do colar custa 3t. Com isso:

   $t + 3t = 2204t = 220\frac{4t}{4} = \frac{220}{4}t = 55$. Desse modo, a calça custa R$ 55,00 e o colar R$ 165,00.

4) Numa partida de futebol, Ana fez o triplo de pontos que Carla. Ambas fizeram 320 pontos. Quantos pontos Carla fez?

   Solução: Vamos chamar de y o número de pontos que Carla fez, assim Ana fez 3y de pontos. Com isso:

$3y + y = 3204y = 320\frac{4y}{4} = \frac{320}{4}y = 80$. Desse modo, Carla fez 80 pontos e Ana fez 240 pontos.

5) Ache a solução da equação $4x + 2 = x + 5$

Solução: Vamos utilizar o princípio aditivo.

$$4x + 2 = x + 5$$
$$4x - x + 2 = x + 5 - x$$
$$3x + 2 = 5$$
$$3x + 2 - 2 = 5 - 2$$
$$3x = 3$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{3}{3}$$
$$x = 1$$

A solução da equação é$x = 1$

3.2 As principais dificuldades dos alunos no estudo das equações do primeiro grau: O que dizem os artigos científicos?

Como mencionado anteriormente, as equações de primeiro grau são bases fundamentais da matemática e de outras áreas do conhecimento, pois faz situações complexas se transformarem em cálculos simples que permitem solucionar os mais diversos problemas do cotidiano.

Entretanto, apesar de tamanha importância para a matemática e para o cotidiano do aluno, percebe-se uma enorme falta de trabalhos que pontuam a importância do ensino das equações e que discutam as dificuldades em seu ensino e aprendizagem. Sperafico, Dorneles e Golbert (2015, p. 334) afirmam que, no que refere às equações do 1º grau, “os estudos envolvendo esse importante componente da álgebra ainda são escassos”.

Essa escassez nos deixou ainda mais instigados e motivados em buscar discutir e refletir sobre as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos ao lidarem com equações do primeiro grau.

Lucena (2020) afirma que o estudo das equações marca o início de uma nova etapa do raciocínio matemático, pois o aluno começa a se deparar com uma linguagem de códigos e um grau de abstração nunca visto por ele antes. Essa nova etapa com a presença da álgebra, por ser uma experiência inovadora para o aluno, traz consigo muitas problemáticas que acabam por tornar o processo de ensino e aprendizagem bastante desafiadores para o aluno e também para o professor.

Dito isto, utilizando os trabalhos de Ribeiro e Santo Oliveira (2015), Ribeiro e Machado (2009), Gil (2008), Sperafico, Dorneles e Golbert (2013), Portela *et al*. (2016) e De Castro (2003), que foram publicados em revistas como Bolema, Zetetiké e Boletim GEPEM, pontuamos as principais dificuldades dos alunos ao lidarem com equações do primeiro grau, que foram mencionadas pelos autores.

Selecionamos nessas revistas apenas os artigos que discutem sobre os desafios no processo de ensino-aprendizagem desse conteúdo, e devido ao pouco número de publicações, não estabelecemos ano de publicação para a seleção.

Para facilitar nossa discussão, fizemos um quadro contendo algumas dificuldades enfrentadas pelos alunos ao trabalharem com o conteúdo de equações do primeiro grau.

Quadro 3- As principais dificuldades dos alunos durante o estudo de equação do primeiro grau, segundo autores.

Dificuldades (D)	**Segundo os autores**	**Dificuldade dos alunos**
D (um)	Ribeiro e Santo Oliveira (2015), Ribeiro e Machado (2009), Portela *et al*. (2016)	Dificuldade em reconhecer a estrutura interna de uma equação
D (dois)	Gil (2008)	Dificuldade na matemática básica
D (três)	Sperafico, Dorneles e Golbert (2013), Portela et al (2016)	Dificuldade do aluno na transição da linguagem materna para a linguagem algébrica
D (quatro)	Sperafico, Dorneles e Golbert (2013)	Dificuldade na compreensão de conceitos como raiz de uma equação
D (cinco)	Sperafico, Dorneles e Golbert (2013)	Dificuldade em compreender o sinal de igualdade como uma equivalência entre os membros de uma equação
D (seis)	Sperafico, Dorneles e Golbert (2013)	Dificuldade dos alunos no entendimento que na álgebra as letras não representam unidades de medidas como na aritmética
D (sete)	Ribeiro e Santo Oliveira (2015), De Castro (2003)	Dificuldade em desenvolver diferentes estratégias de resolução de problemas

Fonte: Elaborada pela autora

A primeira dificuldade apontada pelos autores diz respeito ao fato de os alunos não saberem reconhecer a estrutura interna de uma equação, ou seja, não sabem dizer suas características. Ribeiro e Santo Oliveira (2015) apontam que os alunos não sabem como se configura a estrutura de uma equação, tem apenas a ideia de que a mesma representa uma conta a ser resolvida.

Nesse mesmo sentido, Ribeiro e Machado (2009) complementam dizendo que os alunos, além de não saberem a estrutura de uma equação, a caracterizam, na maioria das vezes, como um processo de resolução, isto é, relacionam equação com o processo de sua resolução, não sabendo nem ao menos responder a pergunta sobre o que é uma equação.

Já a segunda dificuldade mencionada é com relação à matemática básica. Para Oliveira (2002) citado por Gil (2008, p. 36), “algumas barreiras se configuram na Álgebra pelo fato de o aluno trazer para o contexto algébrico dificuldades herdadas do aprendizado no contexto aritmético ou por estender para o estudo algébrico, procedimentos aritméticos que não procedem”.

Na maioria das vezes os alunos não conseguem obter a solução de uma equação porque erram nos procedimentos da resolução, muitas vezes por terem dificuldades em contas simples como multiplicação, divisão, frações etc. Os alunos sem essa base sólida acabam tendo complicações na compreensão de conceitos mais abstratos.

A terceira dificuldade refere-se ao desafio da transição da linguagem materna para a linguagem algébrica. Sperafico, Dorneles e Golbert (2013) afirma que os alunos têm muita dificuldade em compreender a linguagem escrita e transformá-la em linguagem algébrica, isso porque não sabem interpretar afirmações algébricas. Portela *et al*. (2016) nessa mesma perspectiva, diz que os alunos apresentam dificuldades em interpretar o problema, compreender seu objetivo e transformar suas informações em símbolos matemáticos.

Ainda de acordo com Portela *et al*. (2016) uma das soluções para essa dificuldade três seria que os alunos, desde cedo, tivessem contato com a linguagem algébrica e que fosse aprofundado no estudo com as equações do primeiro grau, valorizando sempre as oportunidades de os alunos escreverem expressões e equações, atribuindo assim significado a elas.

Já com relação à dificuldade quatro dos alunos na compreensão do que significa raiz de uma equação, os autores Sperafico, Dorneles e Golbert (2013) relatam que, após os alunos resolverem uma equação e achar uma solução, eles não possuem a certeza sobre o resultado e não demonstram saber como determinar sua confiabilidade, isso porque os mesmos não entenderam que raiz de uma equação é um número que, ao substituir a incógnita, torna a sentença verdadeira. Esse caso é muito comum e acaba por gerar no aluno uma grande insegurança, pois ele não sabe se a resposta encontrada é de fato a raiz da equação.

Sperafico, Dorneles e Golbert (2013, p. 81) discutem outro problema importante: “Erros na resolução de equações também derivam da incompreensão do sinal de igualdade como uma equivalência entre membros.” Os alunos apresentam muita dificuldade (dificuldade cinco do quadro) em compreender que uma igualdade representa uma equivalência, isso porque desde o início da vida estudantil do aluno, ele entende que o sinal de igualdade é utilizado como um comando para “dar a resposta”. Por exemplo, na operação “6 + 7= ____” o aluno vê o sinal de igualdade como uma instrução para completar a operação, no lugar de uma equivalência entre os membros. Por consequência, compreender que os dois membros de uma equação apresentam o mesmo valor torna-se um desafio para os alunos.

Diante dessa quinta dificuldade, se faz necessário que o professor explore mais o conceito de equivalência e explore o sinal de igualdade como uma relação entre os dois lados, onde ambos devem possuir valores iguais. Uma boa alternativa para isso é trabalhar utilizando o exemplo da balança, mas não se limitando apenas a esse exemplo, tendo em vista que a metáfora da balança pode simplificar demais a complexidade de uma equação e acabar gerando dificuldades com equações mais complexas.

A dificuldade sexta nos diz que os alunos apresentam dificuldades no entendimento que na Álgebra as letras não representam unidades de medidas como na Aritmética, isso porque, segundo Booth (1995) citado por Sperafico, Dorneles e Golbert (2013) o uso de letras na aritmética costumam trazer outros significados do que na álgebra, a letra m por exemplo, na aritmética costuma ser a unidade de medida metro, enquanto que na álgebra representa um número desconhecido.

Nesse sentido, quando os alunos passam a verem letras na Álgebra eles tendem a pensar que elas ainda representam algum tipo de unidade. Por exemplo, na seguinte equação $5m = 2 + 3$ o aluno pode acabar achando que o m representa alguma unidade de medida e não um valor desconhecido, o que está errado. Outro erro comum é pensar que a letra x se refere à operação de multiplicação como na aritmética.

Já com relação à dificuldade dos alunos em desenvolver diferentes estratégias de resolução de um problema, Ribeiro e Santo Oliveira (2015, p. 313) afirmam que “na busca de soluções para situações problema que envolve conceitos elementares de Álgebra, utilizam-se de técnicas e procedimentos mecânico”, ou seja, os alunos buscam achar a solução da equação sem ao menos entender os procedimentos que estão realizando, pois apenas decoraram uma estratégia de resolução. Além disso, os alunos não entendem o significado que aquela equação representa, querem apenas achar a solução da equação para concluir a atividade. Um exemplo claro é quando o aluno isola o x no primeiro membro da igualdade sem entender o porquê dessa operação.

O foco excessivo em algoritmos é motivado muitas vezes por resultados rápidos, onde é valorizado mais a resposta correta do que o processo de pensamento do aluno. Além disso, muitos alunos preferem se apegar a um procedimento que lhes foram ensinados, pois acreditam que é o mais seguro a ser seguido, tendo seu conhecimento limitado. Uma boa alternativa para essa problemática é trabalhar com problemas contextualizados, que permitem aos alunos pensarem em diversos métodos de resolução do problema.

Essas sete dificuldades mencionadas acima, na maioria das vezes, podem ser consequências de um ensino tradicional mecânico e pouco interativo, onde a sequência utilizada pelos professores em suas aulas é primeira à definição, depois os exemplos e em seguida as aplicações (De Castro, 2003).

De Castro (2003) aponta que essa sequência padrão torna o aluno um mero repetidor dos procedimentos que o professor utiliza no desenvolvimento do tema, não possibilitando ao mesmo desenvolver sua autonomia e atribuir significado as equações.

Nesse mesmo pensamento, Portella *et al*. (2016, p. 3) argumentam que “A ênfase excessiva no estudo da classificação das equações e das regras para sua resolução, dissociadas de desafios que mobilizem o estudante e o façam atribuir significado a tudo isso, geram incompreensão e desinteresse.”

O ensino tradicional adotado pelos professores ao lecionar esse conteúdo traz para o aluno inúmeras consequências negativas, pois existe pouca exploração conceitual, pouca contextualização e muito foco em exercícios repetitivos. O aluno aprende apenas o famoso “isolar o x”, não sabe o motivo desse processo, não sabe a importância das equações do primeiro grau para seu cotidiano, e o pior: Não sabe definir e dizer as características de uma equação.

Esse modelo de ensino gera um desinteresse muito grande por parte dos alunos, pois eles não se sentem motivados a resolver problemas dos quais eles não compreendem, que não sabem o que significa. Essa problemática, segundo De Castro (2016) se estende até o final do ciclo da Escola Básica, onde os alunos não entendem a relação das atividades algébricas com os da vida prática.

Sendo assim, diante de tantos problemas mencionados anteriormente, cabe ao professor procurar alternativas para integrar métodos que possibilitem aos alunos compreender o que é uma equação do primeiro grau, suas características, sua utilidade, e mais ainda: que saibam trabalhar com equações para resolver problemas do cotidiano. Uma boa alternativa para isso é trabalhar com equações do primeiro grau através da metodologia de Resolução de Problemas.

3.3 O ensino de equações do primeiro grau através da metodologia de Resolução de Problemas: Quais as contribuições?

Como vimos anteriormente, são muitas as questões que impendem os alunos de aprenderem o conteúdo de equações do primeiro grau de maneira significativa, podendo até mesmo criar um obstáculo epistemológico que começa no Ensino Fundamental e que pode se estender até o final do Ensino Básico.

Em virtude disso, torna-se importante discutir a necessidade de novas práticas de ensino que levem os alunos a pensar criticamente, a serem autônomos, e a desenvolver seu raciocínio lógico. Essas características são muito importantes na sociedade tecnológica que vivemos hoje, onde o aluno precisa ser um indivíduo ativo no seu meio social, capaz de expor sua opinião de maneira coerente.

A Base Nacional Comum Curricular (2017) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) se preocupando com a formação de indivíduos ativos no meio social, orientam que os alunos devem ser levados a resolver e elaborar problemas utilizando equações do primeiro grau. Ou seja, o ensino deve priorizar situações reais para o aluno que podem ser modeladas utilizando equações, a fim de desenvolver competências que vão além de manipulações algébricas.

Além disso, a BNCC afirma que deve ser desenvolvido no aluno o pensamento algébrico, onde as letras e símbolos devem ser utilizados (Brasil, 2017). Esse documento apresenta a seguinte habilidade que deve ser desenvolvida ao trabalhar com equações do primeiro grau: "(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade."

Uma das formas de atingir essa habilidade e as competências apontadas na BNCC é: Trabalhar o conteúdo de equações do primeiro grau através da Resolução de Problemas. Isso porque essa metodologia é muito eficaz quando se fala em formar indivíduos pensantes e ativos na sociedade.

Os alunos através da Resolução de Problemas, conseguem mobilizar seus conhecimentos prévios em busca de soluções para os problemas propostos. Quando o aluno mobiliza seus conhecimentos prévios, ele gera significado ao que está sendo trabalhado.

Essa metodologia de ensino ajuda a transformar um conteúdo muito abstrato em um conteúdo concreto para os alunos, pois eles conseguem ver a utilidade do que está sendo estudado. Onuchic (1999) afirma então que o aprendizado desse modo parte de um movimento concreto (um problema do mundo real que serve como exemplo do conceito ou da técnica operatória) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas e técnicas para operar com esses símbolos).

Alguns dos problemas apontados pelos autores no tópico anterior com relação às equações do primeiro grau se referem ao fato de os alunos trabalharem com equações de maneira muito mecânica, sem entender os passos seguidos. Esse problema pode acarretar falta de compreensão de conceitos importantes como o que seria uma incógnita, uma raiz e o que significa a igualdade em uma equação. A resolução de problemas poderia ajudar a solucionar esses vieses, pois ao iniciar o conteúdo com um problema, o professor permite aos seus alunos utilizarem diferentes estratégias que acabam por motivá-los e os fazem prestar mais atenção ao que será ensinado em seguida. Onuchic e Allevato (2011, p. 82) vão ao encontro a esse pensamento ao afirmar que trabalhar com essa metodologia "desenvolve poder matemático nos alunos, ou seja, capacidade de pensar matematicamente, utilizar diferentes e convenientes estratégias em diferentes problemas, permitindo aumentar a compreensão dos conteúdos e conceitos matemáticos".

O professor, ao invés de começar sua aula colocando uma equação do tipo "2x+ 3= 5" e iniciar com as definições, ele pode iniciar com um problema contextualizado, que faça sentido para seu aluno, para só depois expor as definições. Seguindo essa perspectiva, a formalização dos conceitos e teorias matemáticas, feita pelo professor, passará a fazer mais sentido para os alunos (Onuchic;Allevato, 2011).

De Castro (2003) afirma que problemas dão sentido a uma equação. É claro que se pode fazer um estudo das equações sem relacionar com os problemas do cotidiano, mas isso só pode ser feito depois que o aluno já atribuiu sentido ao conceito. Não podemos começar o ensino de equações de forma generalizada com a presença de fórmulas, mas sim de maneira contextualizada para que faça mais sentido para os alunos.

Outro ponto discutido foi à dificuldade dos alunos com relação à matemática básica. Esse problema também pode ser amenizado com essa metodologia, pois segundo Allevato e Onuchic (2021) na metodologia de Resolução de Problemas o professor tem a capacidade de perceber constantemente as condições e conhecimentos que os alunos possuem, ajudando-os durante o processo a superar essas dificuldades. Segundo Onuchic (1999), o papel do professor é o de observador, organizador, consultor, mediador, interventor, controlador e incentivador da aprendizagem.

Mais um ponto importante que a Resolução de Problemas poderá gerar como consequência positiva para o ensino do conteúdo de equações do primeiro grau é desenvolver a capacidade do aluno de refletir sobre suas estratégias, de rever seus erros e acertos, compreendendo o porquê de determinados procedimentos serem adotados. Tal fato possibilita ampliar a capacidade de comunicação e de argumentação dos alunos (Brasil, 1998).

Trabalhar com essa metodologia também possibilita aos professores fugir do ensino tradicional, dando vez aos alunos para participarem do processo de construção do seu próprio conhecimento. O professor passa então de detentor do conhecimento para o de mediador do conhecimento. Onuchic e Allevato (2011, p. 82) dizem que "Professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional. Sentem-se gratificados com a constatação de que os alunos desenvolvem a compreensão por seus próprios raciocínios".

Em suma, ensinar equações do primeiro grau através da Resolução de Problemas torna-se uma metodologia poderosa para promover um ensino significativo para os alunos, onde eles serão capacitados para utilizarem equações para solucionar os diversos problemas do cotidiano. Trabalhar com essa metodologia irá possibilitar aos alunos entrarem em um campo de descobertas, com problemas desafiadores que facilitarão o desenvolvimento de habilidades e do raciocínio lógico. O aluno terá o problema como ponto de partida para que ele tenha um caminho mais fácil de compreensão dos conceitos envolvendo equações do primeiro grau.

4 PROPOSTA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE EQUAÇÕES DO PRIMEIRO GRAU ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nesse capítulo apresentaremos uma proposta de ensino-aprendizagem-avaliação de equações do primeiro grau através da resolução de problemas visando amenizar as dificuldades dos alunos com relação a esse conteúdo e de proporcionar um ensino mais interativo, onde os alunos assumem um papel ativo na construção de seu próprio conhecimento. Nesse sentido, a seção 4.1 introduz a proposta, a 4.2 descreve os objetos, a 4.3 menciona o público a quem se destina a proposta, a 4.4 menciona os recursos que serão necessários para colocar a proposta em prática, a 4.5 detalha a organização e estrutura da proposta, e a 4.6 menciona como se dará o processo de avaliação.

4.1 Uma breve introdução à proposta

Como vimos nos capítulos anteriores, as equações do primeiro grau são essenciais em diversas áreas das Ciências, e principalmente para o cotidiano do aluno, pois lhe dá uma base de conhecimento capaz de solucionar problemas do seu âmbito social e de tomar decisões de maneira consciente.

Diante dessa importância, cabe aos professores proporcionarem aos seus alunos o melhor ensino possível desse conteúdo, para que eles saibam sua aplicabilidade e desenvolvam uma aprendizagem com compreensão. A metodologia Resolução de Problemas é uma estratégia quando queremos proporcionar um ensino interativo e que coloque os alunos no centro da construção do seu próprio conhecimento, tornando-se indivíduos ativos na sociedade que estão inseridos. É com base nessa importância que escolhemos essa metodologia para ensinar o conteúdo de equações do primeiro grau.

Agora que já sabemos o que é um problema (com base na leitura do capítulo 2) e que a melhor maneira de trabalhar com ele é utilizando-o como ponto de partida para o conteúdo, vamos conhecer uma proposta de ensino de equações do primeiro grau que tem o problema como ponto de partida.

4.2 Objetivos da Proposta

- Introduzir o conteúdo de equações do primeiro grau através de duas situações problema;
- Possibilitar aos alunos a compreensão do conceito de equações do primeiro grau e sua importância para solucionar problemas do cotidiano;
- Viabilizar o trabalho em equipe;
- Desenvolver o pensamento algébrico dos alunos;
- Trabalhar a habilidade da BNCC: “(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade”.

4.3 Público Alvo: Alunos do 7º ano do Ensino Fundamental

4.4 Recursos Materiais: Lousa branca, caneta de lousa, apagador de lousa, lápis, papel impresso com os problemas e borracha.

4.5 Organização e estrutura da Proposta

Nossa proposta seguirá as etapas de Resolução de Problemas de Onuchic e Allevato (2011) que são: (1) Preparação do Problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo. Acrescentamos ainda o passo (10) Proposição e resolução de novos problemas. Esse último passo foi acrescentado por Onuchic e Allevato (2021).

Organizaremos nossa proposta em cinco momentos, onde cada momento contemplará as etapas de Onuchic e Allevato (2011). A duração do tempo de cada momento será detalhado de maneira individual, pois alguns momentos exigirão mais tempo que os demais. A proposta terá dois problemas como ponto de partida.

4.5.1 Momento 1

Este momento pode durar cerca de duas aulas, abrangendo as seguintes etapas: (1) Preparação do Problema, (2) leitura individual e (3) leitura em conjunto, conforme Onuchic e Allevato (2011).

Como dito anteriormente, a proposta terá dois problemas como ponta de partida, mas antes de o professor entregar para seus alunos os problemas iniciais impressos, é importante que ele discuta o que é uma igualdade, o que seria dizer que uma coisa é igual à outra, e ainda trazer o exemplo da balança para que os alunos compreendam melhor o que é de fato uma igualdade.

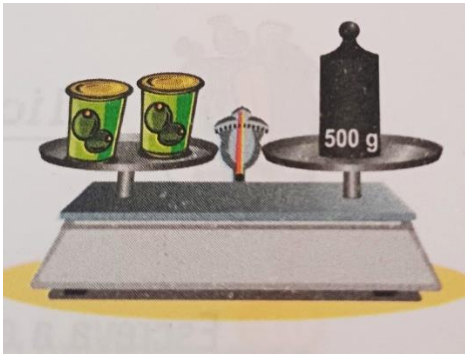
Essa etapa de discussão é muito importante para amenizar as dificuldades e para mudar a visão dos alunos que uma igualdade é utilizada como um comando para "dar a resposta", ou seja, em uma operação do tipo "2+3= ?" os alunos não compreendem o sinal de igual como representação de uma equivalência, mas como um comando. Essa visão precisa ser mudada para que os alunos consigam ter um bom desempenho no conteúdo de equações do primeiro grau.

O professor deverá trazer o exemplo da balança, pois a ideia de equilíbrio de uma balança é um bom exemplo visual de igualdade. Tiramos um exemplo do livro Positivo de Cibelly Finkler *et al*. (2007) onde o professor poderá trabalhar o conceito de igualdade:

A seguir, estão representadas balanças em equilíbrio. Observe-as atentamente e depois responda às questões:

Questão 1:

Figura 1- balança em equilíbrio

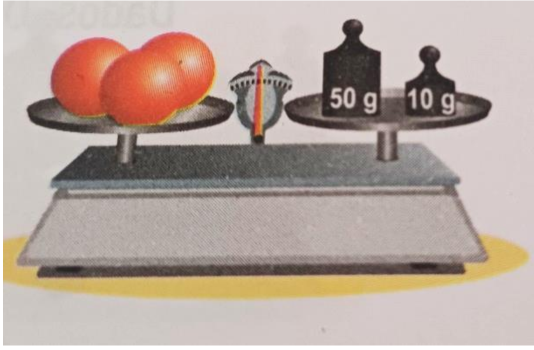


Fonte: Cibelly Finkler et al. (2007)

a) As latas de azeitona têm a mesma massa. Representado pela letra **a** a massa de cada lata de azeitona, como você pode expressar por uma igualdade o equilíbrio da balança?
   Solução: $2a = 500$
b) Qual é a massa de cada lata de azeitona?
   Solução: 250g
c) Se fosse acrescentado mais duas latas de azeitona no lado esquerdo da balança, o que deverá ser acrescentado do outro lado para que a balança se mantenha em equilíbrio?
   Solução: Deverá ser acrescentado mais um peso de 500g

Questão 2:

Figura 2 – Balança em equilíbrio



Fonte: Cibelly Finkler et al. (2007)

a) As esferas têm a mesma massa. Representado pela letra **e** a massa de cada esfera, como você pode expressar por uma igualdade o equilíbrio da balança?

Solução: $3e = 60g$

b) Qual é a massa de cada esfera?

Solução: 20g

c) Se fosse acrescentado mais dois pesos de 10g no lado direito da balança, o que deverá ser acrescentado do lado esquerdo para que a balança se mantenha em equilíbrio?

Solução: Mais uma esfera de 20g

Esses exemplos envolvendo a balança são muito importantes para que o aluno compreenda o princípio da igualdade, e para que compreenda que tudo que fizermos em um lado devemos fazer no outro para que se mantenham iguais. Esse mesmo conceito de igualdade vai ser aplicado nas equações, pois tudo que modificamos em um membro da equação deverá ser modificado no outro lado também.

Após esse momento de discussão onde os alunos compreenderam o que é de fato uma igualdade, o professor deverá agora iniciar o conteúdo de equações do primeiro grau com dois problemas. Para isso, ele deve separar os alunos em equipes e em seguida propor esses dois problemas impressos para todas as equipes:

Problema 1: Elane Medeiros e Larissa Farias são influenciadoras famosas na cidade de Sumé. O número de publicações de fotos de Elane é 5 vezes maior que o número de publicações de fotos de Larissa. Juntas elas totalizam 1920 publicações. Quantas publicações de fotos tem cada uma delas?

Problema 2: Pensei em um número, dividi por 2, multipliquei por 3, somei 5 e subtrai 1, o resultado foi 19. Em que número pensei?

Esses dois problemas contemplam assuntos que podem ser do interesse dos alunos para que se sintam motivados a solucioná-los. É importante que o professor selecione problemas que sejam do contexto e do interesse de seus alunos, caso contrário não será um problema para eles, pois uma questão só se torna um problema quando se tem vontade de buscar a solução.

Após a proposição dos Problemas, os alunos deverão ler inicialmente cada um deles de maneira individual, buscando refletir, entender a linguagem utilizada, e buscando entender o que o problema pede. Depois a leitura deverá ser em conjunto, onde cada equipe realizará a leitura apenas entre os membros, buscando compreender juntos o que as questões estão dizendo. Onuchic (1999, p. 216) afirma que essa etapa é muito importante, pois "aprender é muitas vezes um processo compartilhado e que o progresso em direção a um objetivo vem através de esforços combinados de muita gente".

Depois da leitura em conjunto, partiremos para o momento dois.

4.5.2 Momento 2

Esse momento terá duração de duas aulas e contemplará as etapas de (4) resolução do problema e (5) observar e incentivar, das autoras Onuchic e Allevato (2011).

Será o momento em que as equipes irão resolver os problemas com base em seus conhecimentos prévios, onde juntos irão discutir estratégias de resolução. Os estudantes podem utilizar tabelas, gráficos, figuras, tudo que possa ajudá-los a resolver os problemas. É uma ocasião muito importante, pois ao resolver cada problema os alunos aprendem a pensar criticamente, desenvolvem sua autoconfiança, sua criatividade, melhora o raciocínio lógico e ainda aprendem a trabalhar em equipe.

Os alunos irão mobilizar todos os conhecimentos que já possuem, seja o conhecimento do cotidiano como também da aritmética básica. Será um momento de perseverança e bastante desafiador, pois eles estarão em um campo de descobertas onde não possuem uma solução imediata para o problema.

Para resolver os problemas iniciais os alunos devem saber trabalhar com a adição, subtração, multiplicação e divisão, devem saber o significado do sinal da igualdade, devem saber trabalhar com expressões algébricas e devem ter uma boa capacidade de interpretação.

É nesse momento que o professor será capaz de avaliar seus alunos sobre os conhecimentos que possuem com relação à Álgebra, se possuem algum domínio da linguagem algébrica, se sabem trabalhar com expressões algébricas, e se possuem dificuldades na matemática básica.

O professor assume um papel muito importante nessa etapa, pois é ele o responsável por motivar os alunos a não desistirem de resolver os problemas, incentivando-os e dando pequenas dicas de como solucioná-lo, mas sem fornecer as respostas. O professor deverá ser bastante observador para que possa ajudar seus alunos, ser um porto seguro para eles em um campo desconhecido, ser de fato o guia para a aprendizagem e para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos seus alunos.

No caso de os alunos enfrentarem muita dificuldade na resolução do problema, o professor deverá fazer diferentes sugestões, como pedir para eles lerem as questões novamente destacando informações importantes, incentivando-os a parafrasear o problema e ajudando-os a entender o que está se pedindo. O professor pode ainda sugerir que os alunos identifiquem aquilo que é desconhecido, relacionando o desconhecido com outros dados do problema.

Perguntas como: "O que o problema está pedindo?", "Quais os dados que temos no problema?", "Quais operações que conhecemos estão envolvidas?", "De que forma as operações que conhecemos podem nos ajudar a encontrar a solução?", "Qual a primeira etapa que podemos seguir para resolver?", "O que acontece se chamarmos o desconhecido por uma letra?", todas essas perguntas irão ajudar a orientar os alunos durante o processo de resolução dos problemas.

Algumas estratégias que os alunos podem utilizar para resolver esses problemas são:

Problema 1: Elane Medeiros e Larissa Farias são influenciadoras famosas na cidade de Sumé. O número de publicações de fotos de Elane é 5 vezes maior que o número de publicações de fotos de Larissa. Juntas elas totalizam 1920 publicações. Quantas publicações de fotos tem cada uma delas?

Resolução: Nesse problema os alunos podem mobilizar duas estratégias

1º estratégia → A primeira estratégia é por tentativa e erro, o aluno pode tentar vários números até chegar a números que solucionem o problema.

2º estratégia → Na segunda estratégia, o aluno que teve um bom desenvolvimento no conteúdo de expressões algébricas, pode raciocinar utilizando a álgebra, com isso, ele pode adotar a seguinte estratégia:

Número de publicações de Larissa: x

Número de publicações de Elane: 5x

Total de publicações das duas juntas: 1920

Sendo assim,

$$x + 5x = 1920$$

$$6x = 1920$$

$$x = 320$$

Com isso, Larissa tem 320 publicações e Elane tem 1600 publicações.

Problema 2: Pensei em um número, dividi por 2, multipliquei por 3, somei 5 e subtrai 1, o resultado foi 19. Em que número pensei?

Solução: Nesse problema os alunos podem mobilizar duas diferentes estratégias

1º estratégia → A primeira estratégia é por tentativa e erro, o aluno pode tentar vários números até chegar a um número que solucione o problema.

2º estratégia → O aluno que teve um bom desenvolvimento no conteúdo de expressões algébricas, pode raciocinar utilizando a álgebra, com isso, ele pode adotar a seguinte estratégia:

Não conhecemos que número é esse, então chamaremos pela letra n.

Divida por 2: $\frac{n}{2}$

Multiplique por 3: $3\frac{n}{2}$

Some 5: $3\frac{n}{2} + 5$

Subtraia 1:$3\frac{n}{2} + 5 - 1$

O resultado foi 19, então: $3\frac{n}{2} + 4 = 19$

Nessa parte os alunos podem não saber como descobrir o valor de n, tendo em vista que o conteúdo ainda não foi introduzido. Então, o professor pode auxiliá-los fazendo as seguintes perguntas: “E se subtrairmos 4 nos dois lados da igualdade?” em seguida “E se multiplicarmos os dois lados por 2?”, e por fim “E se dividirmos os dois lados por 3?”. O professor pode ir fazendo essas perguntas até que os alunos consigam chegar em n = 10.

Após cada equipe conseguir resolver os dois problemas, partiremos para o Momento três da nossa proposta.

4.5.3 Momento 3

Esse momento terá duração de uma aula e contemplará as etapas (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária e (8) busca do consenso, de Onuchic e Allevato (2011).

Inicialmente, o professor deverá pedir para um integrante de cada grupo ir até a lousa e apresentar as resoluções dos problemas, sejam elas certas ou erradas. O professor poderá fazer as seguintes perguntas para estimular o raciocínio de seus alunos: “Por que vocês resolveram o problema dessa maneira?", "Quais conhecimentos foram mobilizados para achar essa solução?" e "Por que você acha que essa solução está correta?". Segundo Dante (2009) é importante que o professor incentive os seus alunos a falarem *o que* eles fizeram para resolver o problema, *como* fizeram e *por que* fizeram dessa maneira.

Após os alunos mostrarem suas estratégias e defenderem suas ideias, será necessário que todos juntos cheguem a um consenso sobre a solução. É necessário que o professor ajude seus alunos a perceber qual estratégia está mais adequada e como pode ser modificada para que se chegue à solução desejada.

Nesse momento o professor também pode trabalhar com a exploração do problema, não se limitando apenas a solução final das questões. No problema 1, o professor pode ir além e fazer perguntas como: "E se Elane tivesse publicado 3 vezes mais que Larissa? Como isso afetaria a solução?", "E se Larissa fizesse 100 publicações por mês, quantos meses ela precisaria para ter a mesma quantidade de publicações de Elane?". O professor pode ainda explorar o problema fazendo uma expansão interdisciplinar, ele pode questionar seus alunos como o número de publicações de influenciadores podem estar relacionados ao sucesso financeiro ou a visibilidade de campanhas de marketing, pode ainda leva-los a refletir sobre qual a importância das redes sociais para os influenciadores e qual o impacto de suas publicações na sociedade, levando em consideração a quantidade versus qualidade.

Já no problema 2, o professor pode explorar o problema pedindo para seus alunos procurarem o número desconhecido fazendo operações inversas. Por exemplo, ele sabe que o número resultante das operações foi 19, então o aluno deve somar 1, subtrair 5, dividir por 3 e multiplicar por 2. O aluno vai conseguir chegar exatamente no número pensado. Essa exploração é muito importante para que os alunos possam aprender uma nova estratégia de resolução de problemas envolvendo um número que a priori não se sabe mas se quer descobrir.

4.5.4 Momento 4

Esse momento terá duração de uma aula, e diz respeito à etapa de (9) formalização do conteúdo, de Onuchic e Allevato (2011).

Será o momento em que o professor formalizará o conteúdo com base nos problemas iniciais, ou seja, ele deverá recapitular o problema que motivou a introdução do conteúdo, permitindo que seus alunos conectem a situação prática à formalização do conteúdo. Aqui o professor definirá o conceito de equação de primeiro grau, suas características, sua estrutura, sua importância para o cotidiano, definirá raiz de uma equação, discutirá sobre os princípios aditivo e multiplicativo, e discutirá sobre o que são equações equivalentes.

Espera-se que os alunos estejam muito atentos ao que será explicado pelo professor, interagindo e tirando dúvidas.

É importante que o professor formalize o conteúdo com base no cotidiano do aluno, que siga dando exemplos compreensíveis para ele. Não adianta introduzir equações do primeiro grau com um problema e logo em seguida partir para definições e exemplos fora de um contexto compreensível para seus alunos, pois a metodologia adotada não surte as consequências positivas desejadas.

Depois de formalizar o conteúdo, o professor deverá retomar os problemas iniciais e resolvê-los utilizando os procedimentos aprendidos.

4.5.5 Momento 5

Esse momento contempla a etapa (10) Proposição e resolução de novos problemas e terá duração de duas aulas.

Nesse momento tanto o professor poderá propor novos problemas, como também os alunos. Aqui segue cinco exemplos de problemas que o professor poderá propor:

Problema 1: Acrescentando-se 10 anos ao triplo da idade de Júlia obtém-se a idade do seu pai. Sabendo que a soma das idades é igual a 50 anos, qual é a idade de Júlia e de seu pai?

Problema 2: Um ônibus saiu da estação com x pessoas. Se na primeira parada desceram 2 pessoas e subiram 4; na segunda desceram 6 pessoas e subiu uma quantidade de pessoas que dobrou o número de pessoas no ônibus; na terceira desceu 1 pessoa e não subiu ninguém; por fim, na última parada, desceram todas as 53 pessoas do ônibus. Quantas pessoas havia no ônibus no começo da viagem? (Assis;Miranda, 2017)

Problema 3: Em uma sala de aula, uma pessoa contou um segredo para 2 pessoas; essas duas contaram, cada uma, para 3 pessoas, que contaram cada uma, para 4 pessoas, que contaram, cada uma, para x pessoas. Se todos contaram o segredo uma única vez e a quantidade de alunos na sala é 81, qual o valor de x? (Assis;Miranda, 2017)

Problema 4: Em uma lanchonete, um pastel e um suco custam R$ 7,90. Se o suco é R$ 1,70 mais caro que o pastel, quanto custa o suco? (Assis;Miranda, 2017)

Problema 5: Um terreno retangular tem 144m de medida de perímetro. A medida do comprimento do terreno tem o triplo da medida da largura. Qual é a medida da área do terreno? (Silveira, 2022)

Após os alunos responderem os problemas de forma individual, o professor deve agora corrigi-los juntamente com seus alunos, escutando as estratégias de resolução e utilizando a lousa para solucionar cada problema.

Agora que os alunos já estão de posse de várias estratégias de resolução e de posse de um bom raciocínio lógico, eles deverão agora propor seus próprios problemas. As mesmas equipes do *Momento 1* deverão elaborar dois problemas. Para o primeiro problema, o professor poderá fornecer a equação $2x + 3 = 50$ e pedir para que cada equipe elabore um problema com base nessa equação. Já para o segundo problema, o professor deverá pedir para que cada equipe elabore uma questão cujo resultado seja R$ 20,00.

Os problemas elaborados deverão ser sorteados para que cada equipe responda as duas questões que sejam de outro grupo. Depois de cada equipe responder os dois problemas, deverão ir até a lousa e mostrar suas estratégias de resolução.

Esse momento de discussão final é muito importante para o professor, pois ele será capaz de avaliar o desempenho dos seus alunos nesse conteúdo, se de fato compreenderam o que foi explicado, se desenvolveram diferentes estratégias de resolução, e se compreenderam a importância das equações do primeiro grau para seu cotidiano.

4.6 Avaliação

O professor deve avaliar seus alunos de maneira contínua, considerando tanto a participação quanto o desempenho nas resoluções dos problemas. Para o professor, o foco não deve ser a resposta final, mas todo o processo de resolução, a clareza e a lógica empregadas, os conhecimentos acionados e os entendimentos demonstrados. Alguns aspectos que o professor pode considerar ao avaliar seus alunos incluem: a compreensão dos problemas, a autonomia, a organização das ideias, a lógica e as estratégias usadas para resolver as questões, além da capacidade de trabalhar em grupo colaborativamente.

A avaliação deve ocorrer de forma simultânea com o ensino-aprendizagem, pois avaliar enquanto os alunos resolvem os problemas permite ao professor identificar dificuldades em tempo real e perceber como os alunos estão construindo seu raciocínio. Além disso, esse processo simultâneo permite ao professor ajustar suas estratégias de ensino.

Desse modo, o ensino-aprendizagem-avaliação de equações do primeiro grau por meio da metodologia de Resolução de Problemas é muito importante para que o professor possa avaliar seus alunos para além da solução final de um problema matemático, ajudando-os e servindo como mediador nesse processo de aprendizagem.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho teve como objetivo apresentar uma proposta para o ensino de equações do primeiro grau através da metodologia de Resolução de Problemas, a fim de auxiliar os professores do Ensino Fundamental a trabalharem com esse conteúdo em suas aulas de maneira ativa e visando uma aprendizagem com compreensão.

Procuramos trabalhar em nossa proposta os passos sugeridos por Allevato e Onuchic (2011) que envolve desde a preparação e leitura dos problemas até resolução em grupos, registro de resoluções do problema e discussão coletiva para a formalização do conteúdo. Escolhemos problemas que consideramos desafiadores, reais, interessantes, que tenham um nível de dificuldade adequado para que os alunos consigam solucionar, que explore o raciocínio lógico e que possibilite o uso de diferentes estratégias de resolução.

Nosso foco principal não é o aluno chegar à resposta correta, mas que ele utilize diferentes estratégias que sejam coerentes, que ele se envolva em todas as atividades participando ativamente, que tire dúvidas e que de fato aprenda o que será ensinado. Esperamos que com essa proposta os alunos entendam a importância que as equações do primeiro grau desempenham em seu cotidiano, e que eles possam utilizá-la para solucionar problemas reais.

Em cada *Momento* da proposta, buscamos orientar os professores a como prosseguir, a como mediar e motivar os alunos a resolverem os problemas. Queremos que os professores que ainda não sabem trabalhar com essa metodologia se sintam amparados com nossa proposta, que a tenham como um norte para propiciar aulas diferenciadas, onde o aluno não seja um mero receptor de informações, mas sim que participe do processo de construção do seu próprio aprendizado.

Em nosso trabalho, destacamos temas importantes como a resolução, exploração e proposição de problemas, pois acreditamos que encontrar a solução de um problema não deve ser o ponto final, mas sim o início de um novo ciclo, levando à descoberta de novos problemas. Dessa forma, promovemos uma prática contínua de aprendizado, em que cada problema serve como gerador de novos conhecimentos. A avaliação também foi um tema fundamental a ser enfatizado, pois desempenha um papel crucial no acompanhamento e no desenvolvimento desse processo de aprendizagem contínua.

Sendo assim, com base em todas as discussões realizadas até aqui, concluímos que a metodologia de Resolução de Problemas pode trazer grandes contribuições no ensino de equações do primeiro grau, pois possibilita aos alunos atribuírem significado prático a teoria, ajudando-os na compreensão de conceitos que serão introduzidos pelo professor. Além disso, essa metodologia possibilita aos alunos o desenvolvimento do pensamento crítico, da criatividade, da autonomia e do trabalho em equipe, sendo a mola propulsora para um ensino de matemática de qualidade.

Concluímos este trabalho com a expectativa de que ele gere resultados positivos para o ensino das equações do primeiro grau, contribuindo de fato para apoiar os professores nessa jornada desafiadora e gratificante que é o ato de ensinar. Devido ao tempo limitado, não foi possível implementar esta proposta, mas quem sabe no futuro eu possa colocá-la em prática em um mestrado em Educação Matemática.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem-Avaliação: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. R. et al. (Org.). **Resolução de Problemas:** Teoria e prática. 2ª ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2021.

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da Resolução de Problemas: Possibilidades em dois diferentes contextos. **VIDYA EDUCAÇÃO**, Santa Maria, v. 34, n. 1, p. 209-232, 2014.

ASSIS, C.; MIRANDA, T. Exercícios sobre equações. **Portal da Matemática OBMEP**. Rio de Janeiro, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC/SEB, 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de Problemas:** teoria e prática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009.

DE CASTRO, M. R. Educação Algébrica e a Resolução de Problemas: a proposta de interatividade do Salto para o Futuro. **Boletim GEPEM**, n. 42, 2003.

FINKLER, A. C. **Ensino fundamental:** livro do aluno 7º ano. Curitiba: Positivo, 2007.

GAY, M. R. G. **Araribá conecta matemática:** 7º ano do ensino fundamental. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2022.

GIL, K. H. **Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de Álgebra.** Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 118. 2008.

HUANCA, R. R. H. A **Resolução de Problemas no processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática na e além da sala de aula.** 2006. 247p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** São Paulo: Atual, 1997.

LUCENA, A. V. *et al*. **Uma proposta metodológica para o ensino de equação de primeiro grau por meio da resolução de problemas de idade**. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, p. 37. 2020.

MENEGHELLI, J. *et al*. Metodologia de resolução de problemas: concepções e estratégias de ensino. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 11, n. 3, 2018.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema- Boletim de educação matemática**, p. 73-98, 2011.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.) **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, p. 212-231.

ONUCHIC, L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. (Org.). **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.

OLIVEIRA, C. N. C de**. Geração alpha matemática:** 7º ano do ensino fundamental. 4. ed. São Paulo: Edições SM, 2022.

PORTELA, G. M. Q. et al. Problemas para ensinar equações ou equações para resolver problemas. **Encontro nacional de educação matemática**, v. 1, p. 1-8, 2016.

RIBEIRO, A. J.; MACHADO, S. D. A. Equação e seus multisignificados: potencialidades para a construção do conhecimento matemático. **Zetetiké**, v. 17, n. 1, p. 85-104, 2009.

RIBEIRO, A. J.; SANTO OLIVEIRA, F. A. P. V. Conhecimentos mobilizados por professores ao planejarem aulas sobre equações. **Zetetiké**, v. 23, n. 2, p. 311-327, 2015.

SPERAFICO, Y. L. S.; DORNELES, B. V.; GOLBERT, C. S. Análise de erros na resolução de problemas com equações algébricas do 1º grau: um estudo com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. **Boletim GEPEM.** Rio de Janeiro. No. 62 (jan./jul. 2013), p. 77-90, 2013.

SPERAFICO, Y. L. S.; DORNELES, B. V.; GOLBERT, C. S. Competência cognitiva e resolução de problemas com equações algébricas do 1° grau. **Bolema: Boletim de educação matemática**, v. 29, p. 333-348, 2015.

SILVEIRA, A. A.; ANDRADE, S. Ensino-Aprendizagem de Análise Combinatória via Exploração, Resolução e Proposição de Problemas no Ensino Médio. **Revista de Educação Matemática,** v. 1, pág. 1-21, 2020.

SILVEIRA, A. A.; ANDRADE, S. Proposição de Problemas de Análise Combinatória como ponto de partida: episódios de sala de aula. **Revista de Educação Matemática,** v. 19, n. 01, 2022.

SILVEIRA, E. **Desafios da matemática com Ênio Silveira:** 7º ano do ensino fundamental. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2022.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2009 584 p.