UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS – CCEA
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM FÍSICA

GISELE VIEIRA FERNANDES LIMA

UM ESTUDO SOBRE A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

PATOS-PB
2023

GISELE VIEIRA FERNANDES LIMA

UM ESTUDO SOBRE A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Graduação da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Graduado em Licenciatura Plena em Física.

Área de concentração: Cosmologia e Gravitação.

Orientadora: Dra. Gabriela Coutinho Luna.

PATOS – PB
2023

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

L732e Lima, Gisele Vieira Fernandes.

Um estudo sobre a teoria da relatividade restrita [manuscrito] / Gisele Vieira Fernandes Lima. - 2023.

25 p. : il. colorido.

Digitado. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas, 2025. "Orientação : Profa. Dra. Gabriela Coutinho Luna, Coordenação do Curso de Ciências Exatas - CCEA. "

1. Mecânica Newtoniana. 2. Relatividade. 3. Efeito Doppler. I. Título

21. ed. CDD 530.11

Elaborada por Kaliane E. M. de Oliveira - CRB - 15/986 BSC7/UEPB

GISELE VIEIRA FERNANDES LIMA

UM ESTUDO SOBRE A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Graduação da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Graduado em Licenciatura Plena em Física.

Área de concentração: Cosmologia e Gravitação.

Aprovada em: 30/03/2023.

BANCA EXAMINADORA

Gabriela Coutinho Luna

Profª. Dra. Gabriela Coutinho Luna
(Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba - UEPB

Rejane Maria da S Farias

Profª. Ms. Rejane Maria da Silva Farias.
Universidade Estadual da Paraiba - UEPB

Juliana Aparecida Gonçalves

Profª. Dra. Juliana Aparecida Gonçalves
Centro Ferderal de Educação Tecnológica de Minas Gerais-Cefet-MG

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 6
2. UMA BREVE HISTÓRIA DOS FATOS QUE ANTECEDERAM A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA 7
2.1 MECÂNICA NEWTONIANA E EQUAÇÕES DE TRANSFORMAÇÃO DE GALILEU 7
2.2 EQUAÇÕES DE MAXWELL- ELETROMAGNETISMO 10
3. TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA 13
3.1 EQUAÇÕES DE TRANSFORMAÇÃO DE LORENTZ 13
4. EFEITO DOPPLER RELATIVÍSTICO 18
4.1 O EFEITO DOPPLER PARA O SOM 19
4.2 O EFEITO DOPPLER PARA A LUZ (RELATIVÍSTICO) 20
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS 23
6. REFERÊNCIAS 24

UMA BREVE HISTÓRIA DOS FATOS QUE ANTECEDERAM A TEORIA DA RELATIVIDA RESTRITA

Gisele Vieira Fernandes Lima*

Gabriela Coutinho Luna**

RESUMO

No presente trabalho iremos discutir de uma forma teórica os estudos que antecederam a teoria da relatividade restrita, bem como a própria teoria. Traremos principalmente os fatos da mecânica newtoniana com a utilização das equações de transformações de Galileu, e mostraremos que foi comprovado experimentalmente suas falhas ao serem aplicadas nas equações de Maxwell- o eletromagnetismo. Concluindo que a mecânica newtoniana funciona apenas para baixas velocidades, mas que para velocidades próximas a da luz elas falham. Ao ver estas falhas e discrepâncias, a teoria foi reformulada por Einstein, através dos dois postulados propostos por ele em seu artigo publicado em 1905, utilizando as equações de transformação de Lorentz. Formando assim, a teoria da relatividade restrita que trouxe junto a ela algumas consequências que mudaram completamente a visão da física. Como aplicação da teoria, traremos o efeito Doppler relativístico, efeito este que já conhecemos para o som, mas que com a utilização dos efeitos da relatividade, poderemos estudar este efeito para a luz através do seu espectro de luz visível. Este trabalho é uma revisão bibliográfica.

Palavras-chave: mecânica newtoniana, relatividade, efeito Doppler.

---

* Graduanda em Licenciatura em Física, pela Universidade Estadual Da Paraíba – UEPB. E-mail: Giselevf018@gmail.com

** Doutora em Cosmologia e Gravitação pela Universidade Estadual da Paraíba - UFPB. Email: gabrielacoutinho@servidor.uepb.edu.br

ABSTRACT

In the present work we will theoretically discuss the studies that preceded the theory of special relativity. We will mainly bring the facts of Newtonian mechanics with the use of Galileo's equations of transformations, and we will show that their failures were experimentally proven when applied to Maxwell's equations - electromagnetism. Concluding that Newtonian mechanics works only for low speeds, but that for speeds close to that of light they fail. Upon seeing these failures and discrepancies, the theory was reformulated by Einstein, through the two postulates proposed by him in his article published in 1905, using the Lorentz transformation equations, thus forming the theory of special relativity that brought with it some consequences. that completely changed the view of physics. As an application of the theory, we will bring the relativistic Doppler effect, an effect that we already know for sound, but with the use of relativity effects, we will be able to study this effect for light through its visible light spectrum.

Keywords: Newtonian mechanics, relativity, Doppler effect.

1. INTRODUÇÃO

Durante um longo período da história, pensou-se que não havia mais nada a ser descoberto na física, pois as três leis de Newton podiam explicá-la por completo. E foi com base nessas três leis, que surgiu a relatividade newtoniana, que tinha à princípio a ideia de explicar o movimento relativo entre referenciais inerciais através das equações de transformação de Galileu, como também dizia que, não existe nenhum referencial inercial que seja preferido sobre o outro. Goto (2023, p.15) diz “no contexto filosófico e científico atual, é consenso que o ser humano não ocupa nenhuma posição privilegiada no universo, assim como nada indica que haja alguma orientação espacial privilegiada.”

Tentou-se aplicar as transformações de Galileu no eletromagnetismo, se elas fossem invariantes com as equações de Maxwell, implicaria dizer que as transformações de Galileu eram invariantes para toda a física e não somente para a mecânica. Mas o resultado não foi o esperado, pois as transformações de Galileu não foram aplicáveis por não concordar com a invariância da velocidade da luz. Para tentar explicar ainda o eletromagnetismo através da mecânica, postulou-se um único meio em que a velocidade da luz era invariante, esse meio foi nomeado éter. Tempos depois foi descartada a ideia da existência deste meio através de inúmeros experimentos, mas o mais conhecido foi o experimento do interferômetro de Michelson-Morley. De forma experimental, foi provada a inconsistência destas equações de transformação, havendo a necessidade de substituição por outras equações.

Foi em 1905, no seu trabalho “sobre a eletrodinâmica dos corpos em movimento”, que o físico Albert Einstein propôs os dois postulados que foram a base da nova teoria que corrigiria a teoria da relatividade newtoniana, trazendo uma nova visão que muda completamente a ideia que a mecânica tem da física. Estes postulados diziam que (1) as leis da física são as mesmas para todos os referenciais inerciais; (2) a velocidade da luz tem o mesmo valor independente do movimento da fonte ou do referencial inercial. A partir destes postulados Einstein criou a teoria da relatividade restrita, teoria esta que traz as equações de transformação de Lorentz, concordando com os dois postulados que a teoria

propunha e que é invariante para toda a física. Junto com isso, a teoria traz três consequências: a simultaneidade relativa, dilatação do tempo e contração do comprimento. Que a partir de aplicações matemáticas foi comprovada a sua veracidade, trazendo consigo aplicações em novos estudos que nos permitiram entender a origem do universo, através do efeito Doppler relativístico, por exemplo. É importante ressaltar que apesar das equações de transformação de galileu não serem aplicáveis na teoria da relatividade restrita, bem como pra ondas eletromagnéticas, elas ainda funcionam para o mundo macroscópico, onde os limites de velocidade são bem menores do que a velocidade da luz, ou seja, podemos utilizá-la normalmente para eventos do nosso cotidiano.

O objetivo deste trabalho é trazer uma revisão bibliográfica com uma abordagem teórica sobre a teoria da relatividade restrita, bem como do efeito Doppler relativístico, fenômeno que é explicado por tal teoria.

1. UMA BREVE HISTÓRIA DOS FATOS QUE ANTECEDERAM A TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

Para chegarmos à Teoria da Relatividade Restrita que conhecemos hoje, houve uma reformulação nas equações da mecânica newtoniana, que foram feitas após Einstein perceber que haviam algumas discrepâncias quando se aplicavam as equações de transformação de Galileu às equações de Maxwell, do eletromagnetismo. Ao longo deste capítulo, serão apresentados os processos que antecederam a teoria, bem como os pontos em que houveram as falhas da mecânica newtoniana. Oliveira (2013, p. 28) em seu texto, enfatiza que “Independente da importância e das contribuições que tiveram os antecessores de Newton, foi ele quem revolucionou a mecânica clássica.”

1.1 MECÂNICA NEWTONIANA E EQUAÇÕES DE TRANSFORMAÇÃO DE GALILEU

Por meio da mecânica newtoniana podemos estudar a evolução de uma partícula de um tempo inicial até um tempo final, e com isso obtemos sua

posição, velocidade e aceleração. Com o auxílio das transformações de Galileu, explicamos o movimento relativo entre referenciais inerciais.

Analisando a figura 1, a qual tem dois referenciais inerciais, um em repouso (S), outro em movimento com velocidade relativa constante $\vec{v}$ (S'), é possível encontrar as transformações de Galileu, as quais são dadas pelas equações que seguem:

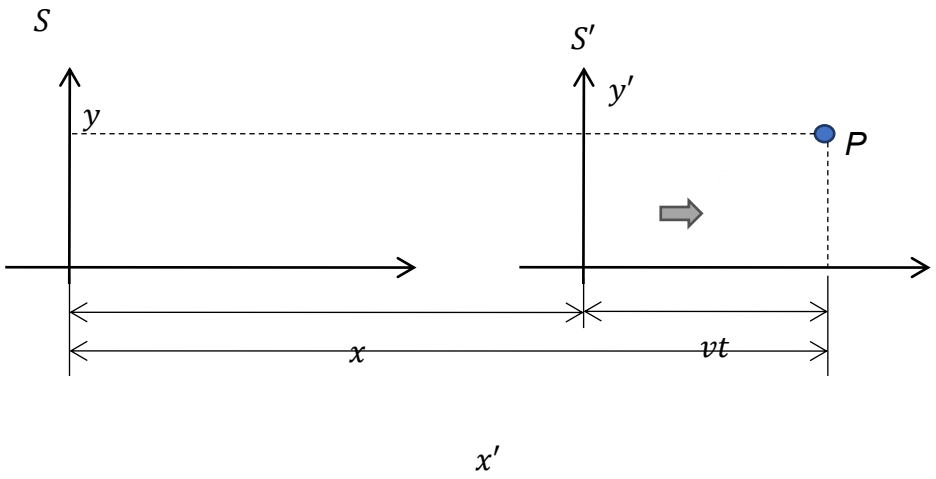


figura 1: referencial inercial

$$x = x' - vt$$

$$y = y' \qquad (1)$$

$$z = z'$$

$$t = t'$$

De acordo com a mecânica newtoniana, as leis da física são invariantes independente do referencial inercial. O qual pode ser definido como sendo um sistema de referência em que é válida a lei da inércia (primeira lei de Newton) e esse tal sistema não é acelerado, ou seja, deve manter sua velocidade constante sem que haja nenhuma força atuante sobre ele.

Para esta teoria não existe um referencial inercial privilegiado, isto é, nenhum sistema de referência tem sua velocidade tomada como principal em um evento físico, nem mesmo a velocidade da luz, pois ela não era considerada invariante. O conceito de simultaneidade é considerado absoluto, ou seja, um

evento físico ocorrido em um referencial, quando analisado por um observador em outro referencial seria simultâneo para ambos, independente de qual referencial ele tenha ocorrido, ou qual sentido ou direção estes referenciais estejam caminhando um em relação ao outro, isto ocorre devido ao tempo ser imutável e absoluto, como também pela ideia de que não há uma velocidade limite e invariante, de acordo com esta teoria.

Para compreender esta ideia suponhamos que esteja ocorrendo um evento em um determinado ponto no espaço: um feixe luminoso está caminhando em um sistema S, o qual está em repouso. Um observador que está situado no sistema S', que se move com uma certa velocidade relativa e constante com respeito a S, o verá no mesmo instante que um observador no outro referencial. Pois, nenhum sistema terá preferência sob outro em um evento físico. Levando em consideração as equações de transformação galileanas, o tempo em que ocorre um evento físico entre os sistemas S e S' é o mesmo, por isto, não há uma equação de transformação para tal.

Através das transformações de Galileu, Newton calculou a velocidade e a aceleração de uma partícula em termos de suas derivadas da posição em relação ao tempo, levando às equações abaixo:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} - v \tag{1}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} \tag{2}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} \tag{3}$$

As equações acima são as Equações de Transformação de Galileu usadas na mecânica, e Newton acreditava que fossem invariantes não só para a mecânica, mas para toda a física, assim sendo, todas as afirmações acima seriam verdade, como o tempo ser absoluto e não haver nenhum sistema que fosse preferido sob outro.

Nas sessões seguintes iremos apresentar as aplicações destas equações de transformação, mostrando então se elas falham, e onde ocorrem estas falhas, e se é necessário haver reformulação das mesmas.

2.2 EQUAÇÕES DE MAXWELL- ELETROMAGNETISMO

Se as leis da física, além do ponto de vista da mecânica, como também as leis do eletromagnetismo fossem invariantes com as transformações de Galileu, implicaria a dizer que as leis da mecânica newtoniana valeriam para toda a física e não somente para a mecânica. Sendo assim, não haveria nenhum sistema que fosse preferido sobre outro.

Consideremos o meio de propagação da luz denominado “éter”. Em fins do século XIX para início do século XX, era considerado impossível que uma onda qualquer pudesse se propagar sem que necessitasse de um meio para tal, pois até então todos os tipos de ondas conhecidas dependiam de um meio de propagação, como as ondas do som, por exemplo, que se propagam no ar. Então, para que as ondas eletromagnéticas pudessem se propagar, foi postulado um meio que recebeu o nome de éter, substância essa que preenchia todo o universo.

Sabemos que a velocidade da luz de acordo com a mecânica não é invariante. Então para que as equações de Maxwell fossem aplicadas às transformações de Galileu, pensemos na seguinte situação: Consideremos o sistema éter como sendo S, no qual a velocidade da luz mede exatamente c. Agora, imaginemos um sistema S' com uma velocidade v em relação ao sistema do éter. Suponha que um pulso luminoso está caminhando com velocidade c neste éter. Um observador mediria uma velocidade diferente para esse pulso luminoso variando de $c + v$ (se o pulso luminoso caminhasse no sentido do vento do éter) à $c - v$ (se o pulso luminoso caminhasse no sentido oposto ao vento do éter). Se esta situação fosse correta, teríamos então que a velocidade da luz não é invariante com as transformações galileanas, logo existiria um sistema absoluto no qual o éter estaria em repouso e através dele era possível medir a velocidade de outro sistema, discordando da ideia da mecânica newtoniana.

Sabemos até aqui que a luz é uma onda eletromagnética que caminha em uma velocidade muito alta, o que nos faz pensar em outra questão: além das Transformações de Galileu falharem em relação as leis do eletromagnetismo, elas falham também para objetos em alta velocidade, funcionando assim,

apenas para velocidades muito menores que a velocidade da luz, aplicando-se apenas à mecânica.

Após esta situação nos deparamos com a necessidade de escolha entre três possibilidades:

Possibilidade 1- na eletrodinâmica existe uma substância nomeada éter, que está em repouso. Logo, teria um sistema preferencial, por consequência a eletrodinâmica não seria um princípio de relatividade, apenas a mecânica seria. Então, com a existência do éter as equações de Maxwell seriam invariantes com as Transformações de Galileu, sem haver necessidade de reformulação. E com isso seríamos capazes de localizar experimentalmente o éter;

Possibilidade 2- existe um princípio da relatividade tanto para a eletrodinâmica quanto para a mecânica, mas as equações de Maxwell não são invariantes com as transformações galileanas, portanto devem ser reformuladas e as leis da mecânica estão corretas;

Possibilidade 3- existe um princípio da relatividade tanto para a mecânica quanto para a eletrodinâmica. Porém, as leis da mecânica estão incorretas, pois apesar de serem invariantes com as transformações galileanas elas não funcionam para altas velocidades. Caso essa alternativa fosse a correta, seria possível comprovar experimentalmente os desvios da mecânica e reformular suas leis.

Anteriormente vimos que a mecânica newtoniana funciona apenas para pequenas velocidades, sendo assim ela não é invariante para toda a física, tornando assim a possibilidade 3 a alternativa correta, por consequência a possibilidade 1 e 2 será eliminada. Com isso as leis da mecânica serão reformuladas com o princípio da relatividade restrita de Einstein.

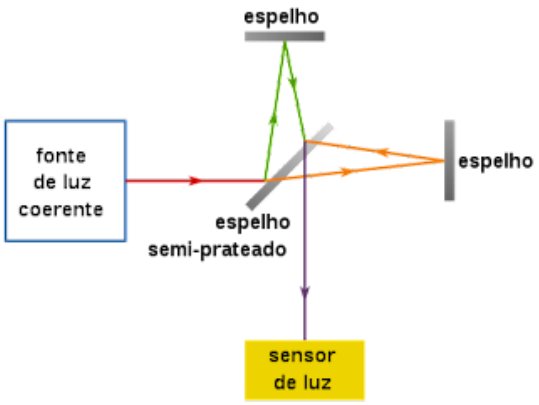
2.3 TENTATIVAS DE PROVAR A EXISTÊNCIA DO ÉTER: O EXPERIMENTO DE MICHELSON-MORLEY

Por muito tempo tentou-se provar a existência do éter. Muitos cientistas se dedicaram experimentalmente para isto, a exemplo do interferômetro de Michelson-Morley, experimento realizado em 1887. O objetivo do experimento era descobrir qual a velocidade da Terra em relação ao éter, se conseguissem calcular esta velocidade relativa, era comprovado finalmente a existência desse

meio. Logo ele seria um referencial absoluto para a velocidade da luz, discordando então da mecânica newtoniana. E a partir dele conseguimos medir a velocidade da luz em diversas direções em relação ao éter, vendo assim que ela seria menor em uma direção e maior em outra. Caso a luz estivesse no sentido do vento do éter ela teria uma velocidade maior, caso estivesse no sentido contrário, ela teria uma velocidade menor.

O objetivo deste experimento era medir a velocidade dos raios luminosos, que seriam refletidos através de uma fonte luminosa em um espelho semitransparente. Parte dessa luz seria refletida para outros dois espelhos e parte dela o atravessaria. Essa luz tomaria dois caminhos diferentes, um na vertical e um na horizontal, sendo assim um no sentido do vento do éter e outro no sentido contrário. No final, os dois raios se encontrariam e seriam projetados a um detector, no qual formariam um padrão de interferência, devido a diferença de caminho percorrido pela luz, e através disto observarmos o comportamento dessas ondas.

Figura 2- Esboço do experimento de Michelson-Morley



Fonte: ReserachGate

Mas a surpresa foi que não importava o sentido em que os raios luminosos estavam, ou a posição do equipamento, ele sempre apresentava o mesmo padrão de interferência entre os raios. Isso quer dizer que mesmo no sentido do vento do éter ou na direção contrária do mesmo, a luz não mudou sua velocidade, não existindo assim influência qualquer do éter na velocidade das ondas eletromagnéticas. Deste modo, os resultados experimentais não

coincidiam com os esperados teoricamente. Portanto, desistiram de provar a existência deste meio, eliminando assim a primeira possibilidade.

Apesar do experimento ter sido considerado falho como todos os que o antecederam, ele serviu para as pessoas começarem refletir sobre a existência do éter e sobre a propagação de ondas eletromagnéticas, se elas diferentemente das outras não dependiam de um meio de propagação e poderiam propagar-se no vácuo.

Não se sabe ao certo se Einstein teve contato com o experimento de Michelson-Morley, mas em sua teoria da Relatividade Restrita ele propõe em um de seus postulados que a luz se propaga no vácuo com velocidade constante c, independente da fonte ou do referencial inercial ela esteja.

2. TEORIA DA RELATIVIDADE RESTRITA

No capítulo anterior, vimos que a mecânica newtoniana não é invariante para toda a física, visto que, quando aplicadas à altas velocidades elas falham, não sendo compatíveis assim com as leis do eletromagnetismo. Podemos perceber estas discordâncias com a realização do experimento de Michelson-Morley, que tinha como objetivo provar a existência de um único meio (o éter) em que a velocidade da luz medisse exatamente c, mas que assim como tantos outros experimentos ele falhou. Com isso, foi necessária uma reformulação, substituindo as equações de transformação de Galileu por as equações de transformação de Lorentz, que seguiam os dois postulados que Einstein propunha em sua teoria. Esta substituição trouxe algumas consequências que serão apresentadas e exemplificadas ao longo deste capítulo.

3.1 EQUAÇÕES DE TRANSFORMAÇÃO DE LORENTZ

Em 1905, em seu trabalho “Sobre a Eletrodinâmica dos Corpos em Movimento”, o físico Albert Einstein propôs dois postulados: Postulado 1- As leis da física são as mesmas para todos os referenciais inerciais; e o Postulado 2- A velocidade da luz no vácuo c, tem o mesmo valor independente da fonte ou do referencial inercial. As Transformações Galileanas não eram compatíveis com estes postulados, havendo assim a necessidade de encontrar outras equações de transformação.

Quando avaliadas em relação ao postulado 1, devemos lembrar que as transformações galileanas podiam funcionar para baixas velocidades, mas quando aplicadas a velocidades próximas à da luz elas falham. Assim, quando aplicadas a uma onda eletromagnética, a qual se propaga com a velocidade da luz, estas transformações falham, mostrando, com isso, uma incompatibilidade. Por este motivo elas automaticamente estão descartadas na Relatividade Restrita.

No postulado 2, encontra-se um grande impasse que descarta por completo a utilização das T.G. (Transformações Galileanas), pois, de acordo com estas, não existia uma velocidade limite, e suas equações funcionam sem considerar esta existência, ou seja, não tínhamos a velocidade da luz como velocidade limite nem como invariante no vácuo. Além de o tempo ser caráter absoluto e imutável, não possuindo uma equação de transformação, o que fica implícito pelo uso de t'=t nas equações de Galileu. Podemos entender isto da seguinte maneira: Assumir que um evento que ocorre em dois referenciais inerciais S e S' são simultâneos significa que um observador que está em S' vê este evento acontecer no exato momento em que o observador que está em S também o ver. Sendo assim, a simultaneidade teria caráter absoluto, independente do referencial inercial em que o evento físico ocorreu. E foi pensando nesta segunda discordância que Einstein começou a se questionar sobre o tempo absoluto e tal consequência (simultaneidade absoluta).

Foi então, que ao analisar tais discrepâncias entre as leis do eletromagnetismo e as transformações de Galileu, que o físico neerlandês Hendrik Lorentz reformulou estas transformações a partir dos dois postulados que a Teoria da Relatividade Restrita de Einstein propunha. As novas equações de transformação utilizavam o espaço homogêneo e isotrópico, para que o intervalo de tempo ou medida de um evento não dependa de quando ou em que posição ele ocorre no nosso sistema de referência. Garantindo assim que não haja um sistema de referência que seria preferencial sob o outro, concordando com o postulado 1, que diz que as leis da física devem ser a mesmas para qualquer referencial inercial. As transformações seguem também o postulado 2, considerando e utilizando a velocidade da luz como velocidade limite, se encaixando então, inteiramente com a Teoria da Relatividade Restrita. Estas

equações foram nomeadas **Equações de Transformação de Lorentz.** As mesmas estão representadas a seguir:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{4}$$

$$y' = y \tag{5}$$

$$z' = z \tag{6}$$

$$t' = \frac{t - \left(\frac{v}{c^2}\right)x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{7}$$

onde, $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \gamma$ (fator de Lorentz).

Estas trouxeram juntamente com a Teoria da Relatividade Restrita três consequências: simultaneidade relativa, contração do comprimento e dilatação do tempo.

CONSEQUÊNCIA 1 - simultaneidade relativa: Imagine-se uma estação de trem. Esta estação será o nosso referencial inercial S, no qual você está. No momento em que você está observando a linha do trem, vai passando um vagão caminhando para a direita com velocidade relativa constante v, e será ele o referencial S'. Em suas extremidades A' e B' estão ocorrendo duas explosões. Vamos considerar o ponto médio do sistema S' como M', e a distância do ponto médio para A' e B' é a mesma. Considere o mesmo para o sistema S. Em M', foi colocado um sensor capaz de detectar quando os raios luminosos chegam até ele. Quando os raios luminosos de A' chegam até ele primeiro, ele acende uma luz verde, quando os raios luminosos de B', ou quando os raios das duas extremidades chegam simultaneamente, ele acende uma luz vermelha. No momento em que as explosões ocorrem, o observador que está em S (você), vê elas ocorrerem simultaneamente, mas o observador em S' (o sensor), acende a luz verde, indicando que os raios luminosos de A' o atingiram primeiro. Isso acontece devido ao vagão que está indo em uma direção que B' está se afastando de M', enquanto A' caminha em sua direção. Concluindo a partir desse exemplo que eventos que ocorrem em referenciais inerciais podem ser

simultâneos para o observador em um referencial, mas podem não ser para o outro, sendo assim a simultaneidade é relativa e não absoluta.

Caso os relógios em repouso com relação ao observador estejam sincronizados, os relógios no sistema em movimento estão dessincronizados. Na verdade, estes diferem um do outro nas suas leituras por uma fase que depende de suas posições, isto é, eles encontram-se dessincronizados.

Então, os relógios estando sincronizados no referencial S, vemos que para um referencial instante t, medido em S, quanto maior for x', tanto menor será t' (mais atrasadas parecem estar as leituras).

Logo, das transformações de Lorentz vemos que $x'_2 > x'_1 \Rightarrow t'_2 < t'_1$

CONSEQUÊNCIA 2- Dilatação do tempo: Considere dois irmãos gêmeos x e y, que possuem 20 anos de idade. o irmão x é chamado para uma viagem espacial que durará 20 anos, sendo 10 anos de ida e 10 anos de volta, ele viajará em um foguete com velocidade de 86,6% da velocidade da luz. Nessa velocidade, o tempo passa duas vezes mais devagar do que na Terra, isto pode ser verificado na equação de transformações de Lorentz para o tempo, (ou seja, quando para o irmão y passarem 10 anos, para o irmão x passa apenas 5) enquanto o irmão y permanece na Terra. Sabendo que na relatividade existe a dilatação do tempo, é esperado que para o irmão x, que está viajando em alta velocidade, o tempo passe mais devagar do que para o irmão y. Logo, para os 20 anos de x na nave, para y se passarão 40 anos na Terra, possuindo então 60 anos de idade, enquanto y 40 anos. Levando em conta o postulado 2 da Relatividade, que diz que a leis da física devem ser as mesmas para qualquer referencial inercial, avaliaremos então o ponto de vista de y: ele que está em repouso dentro da nave, vê a Terra mover-se com 86,6% com velocidade da luz, logo ele acreditará que o tempo está passando duas vezes mais devagar para o seu irmão. Logo nessa viagem, ele espera retornar para a Terra com 40 anos, enquanto seu irmão terá apenas 30 anos. Nos deparamos então com o paradoxo dos gêmeos. Se as leis da física devem se aplicar para qualquer **referencial inercial**, por que está havendo então esse paradoxo?

Como já definido em sessões anteriores, para um referencial ser inercial, deve valer nele a lei da inércia, o que implica que ele não pode ser acelerado,

mas deve manter sua velocidade constante. Pensando no referencial do irmão x, (o foguete), sua trajetória desacelera e acelera, pois, ao chegar no seu destino final ele para, e ao retornar para a Terra, ele deve acelerar novamente para que ele comece a se deslocar. Por este motivo ele não se caracteriza um referencial inercial. Enquanto o irmão y, que está na Terra, continua em velocidade constante, encaixando-se nas características de um referencial inercial. Com essa avaliação feita, podemos desvendar o paradoxo, sabendo então que o ponto de vista do irmão x é o correto, e que há sim relatividade nesse exemplo.

A segunda consequência pode ser resumida da seguinte maneira: um relógio avança com a máxima velocidade quando está em repouso em relação ao observador. Quando se move com uma velocidade v relativa ao observador a sua velocidade é diminuída pelo fator $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$.

Podemos explicar essa dilatação do tempo partindo da equação (7).

$$t' = \frac{t - \left(\frac{v^2}{c^2}\right)x}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Considere um relógio em repouso na posição x', do referencial S'. Lembre-se que este referencial se move com velocidade constante com respeito a um outro referencial S, o qual permanece em repouso. Um observador em S' mede o tempo de um evento que ocorre no outro referencial, e relacionando as variações de tempo para os dois sistemas de referência obtém:

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t'_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Logo, podemos perceber que $t_2 - t_1 > t'_2 - t'_1$. Comprovando assim, matematicamente a dilatação temporal através das transformações de Lorentz.

CONSEQUÊNCIA 3- contração do comprimento: Quando medido no mesmo referencial em que está situado o objeto, chamamos de comprimento próprio. O comprimento próprio é o comprimento máximo do objeto. Mas quando medimos em relação a outro referencial com movimento relativo em relação ao

do objeto, observamos a contração do comprimento. Esta consequência só acontece com o comprimento que está no sentido do movimento, porém, nas dimensões perpendiculares ao movimento não há alteração alguma, ou seja, o número da medida obtida é o mesmo para ambos os referenciais.

Podemos calcular essa contração do comprimento através da equação (4). Reescrevendo-a para dois pontos consecutivos x_1 e x_2, temos:

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

e

$$x'_2 = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Usando estas equações, podemos calcular o comprimento em S', o qual é dado por

$$x'_2 - x'_1 = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Devemos lembrar que para que $x_2 - x_1$ represente o comprimento no sistema S, as posições das extremidades devem ser medidas no mesmo instante de tempo ($t_2 = t_1$). Assim, a equação acima torna-se

$$x_2 - x_1 = x'_2 - x'_1 \left(\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right)$$

Como $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ é menor que 1, temos que $x_2 - x_1$ será um comprimento menor que $x'_2 - x'_1$.

3. EFEITO DOPPLER RELATIVÍSTICO

Para realizarmos este estudo, é importante e necessário fazer uma breve revisão do efeito Doppler para o som, e após compreendido, trazer este efeito como uma aplicação da teoria da Relatividade Restrita, chegando assim ao efeito Doppler relativístico.

Podemos definir o efeito Doppler como sendo a mudança de frequência percebida pelo observador quando há movimento relativo entre a fonte e o observador. Quando o movimento relativo é de aproximação, há um aumento da frequência recebida, caso o movimento seja de afastamento, acontece uma diminuição. É importante ressaltar também que este efeito acontece em qualquer tipo de onda, não somente com as sonoras e luminosas (as quais serão estudadas nesse capítulo).

4.1 O EFEITO DOPPLER PARA O SOM

Para entender como o efeito Doppler funciona para ondas sonoras imagine a seguinte situação: uma ambulância está andando em uma avenida com sua sirene ligada e passa por um observador que está parado em uma calçada, que percebe um efeito na frequência dessas ondas sonoras que o automóvel emite. Quando a ambulância está se aproximando dele, ele percebe que o som emitido é mais agudo, mas quando ela o ultrapassa e seu movimento é de afastamento, ele percebe um som mais grave. Isso acontece porque quando o movimento da fonte é de aproximação, a frequência de onda percebida é maior que a emitida por possuir um comprimento de onda menor, pois devido ao movimento de aproximação, as ondas percorrem um caminho menor para chegar até o observador, dando essa percepção de um som mais agudo. Já quando o movimento é de afastamento, o caminho percorrido pela onda é maior, logo, a frequência que o observador recebe esse som é menor, possuindo assim um comprimento de onda maior, logo, a percepção é que o som é mais grave que o normal.

Para calcular a frequência captada pelo ouvinte, usa-se a seguinte equação:

$$f_0 = f_F\left(\frac{V_s \pm V_0}{V_s \pm V_F}\right) \tag{8}$$

Logo, temos que: f_0 é a frequência captada pelo ouvinte; f_F é a frequência com que a fonte emite a onda; V_S é a velocidade da onda emitida; V_0 é a velocidade que o observador se move; V_s é a velocidade do som e V_F é a velocidade que a fonte caminha.

Quando o movimento é de aproximação, teremos o sinal positivo no numerador e negativo no denominador; quando o movimento é de afastamento teremos o sinal negativo no numerado e positivo no denominador.

4.2 O EFEITO DOPPLER PARA A LUZ (RELATIVÍSTICO)

Para darmos início ao estudo do efeito Doppler relativístico, devemos considerar duas diferenças cruciais entre o efeito Doppler para o som e para a luz:

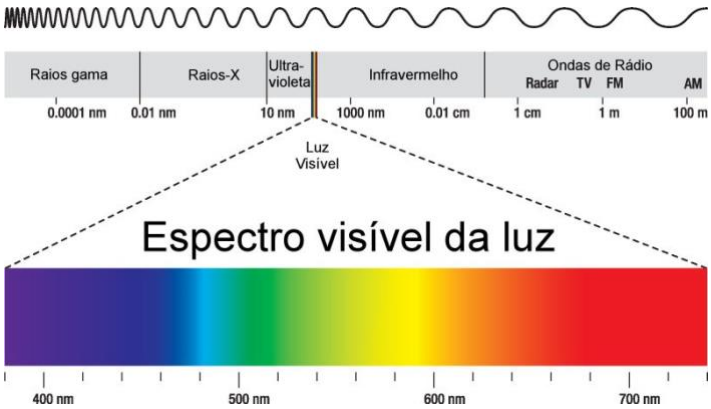
I- O efeito Doppler para a luz é relativístico, porque ela se move com velocidade constante c. A velocidade do som é 340 m/s, sendo assim, os efeitos relativísticos são desprezíveis para tal.

II- A luz não necessita de meio algum para propagar-se, ou seja, pode propagar no vácuo, além de sua velocidade ser invariante independente do referencial inercial, enquanto o som necessita de um meio de propagação, e sua velocidade de propagação é medida em relação ao referencial em que este meio de propagação está estacionário.

Cada estrela, galáxia ou qualquer onda eletromagnética tem um espectro de emissão característico. Então, em observações, Edwin Hubble percebeu que todas as galáxias que ele observava através do seu telescópio encontravam-se fora do seu espectro de emissão, com suas luzes mais avermelhadas que o normal, indicando que elas estavam se afastando, o que o fez perceber que o universo estava em expansão, pois sua frequência de onda estava mais baixa que o normal. E com a utilização do efeito Doppler ele conseguiu medir a velocidade com a qual elas estavam se afastando. Mas como a tonalidade da luz que uma estrela emite pode indicar que ela está se afastando?

Vimos que para o som, quanto maior sua frequência de onda, mais agudo o percebemos, e quanto menor sua frequência, mais grave podemos ouvi-lo. Mas quando se trata da luz, essas percepções são feitas a partir do seu espectro de emissão de luz visível, como a velocidade da luz é invariante independente da fonte, do referencial ou do observador, o que varia é a sua frequência emitida, variando do vermelho (baixas frequências) ao azul (altas frequências). Podemos observar este fenômeno na figura abaixo:

Figura 3- Espectro visível da luz



Fonte: toda matéria.

Para entender como a Teoria da Relatividade Restrita pode ser usada como aplicação para o efeito Doppler relativístico, vamos agora observar como as equações de transformação de Lorentz são consistentes com as equações do efeito doppler.

Para isso, vamos considerar a equação que representa uma onda monocromática:

$$f(x', y', z') = Acos(k' \cdot \vec{r}' - w't')$$

onde, $k' = \frac{2\pi}{\lambda}$; $\vec{r} = xcos\theta'\hat{\imath} + ysen\theta'\hat{\jmath}$ e $w' = 2\pi f'$ (mas como usamos f para representar a função de onda, podemos substituí-lo por ν). Logo, substituindo estes valores, teremos a equação para uma onda monocromática no sistema S':

$$f(x', y', t') = \cos\left\{2\pi\left[\frac{x'cos\theta' + y'sen\theta'}{\lambda'}\right] - \nu't'\right\} \quad (9)$$

Para o referencial S, usamos a mesma forma

$$f(x,y,t) = \cos\left\{2\pi\left[\frac{xcos\theta + ysen\theta}{\lambda'}\right] - vt\right\} \quad (10)$$

Agora, em (9), vamos substituir as transformações de Lorentz:

$$f(x,y,t) = \cos\left\{2\pi\left[\frac{1}{\lambda}\left(\frac{x-vt}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)cos\theta + \frac{ysen\theta}{\lambda'} - v'\left(\frac{t-\frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)\right]\right\}$$

Vale lembrar que: $\lambda v = c$; $\beta = v/c$ e $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$.

Separando os termos que tem posição e tempo:

$$f(x,y,t) = \cos\left\{2\pi\left[\frac{\Upsilon}{\lambda'}\left(cos\theta' + \frac{v}{c^2}\lambda' v'\right)x - \Upsilon\left(\frac{vcos\theta'}{\lambda'} + v\right)t + \frac{\Upsilon}{\lambda'}sen\theta'\right]\right\}$$

Realizando alguns manuseios matemáticos, obtemos:

$$f(x,y,t) = \cos\left\{2\pi\left[\frac{\Upsilon}{\lambda'}(cos\theta + \beta)x - \gamma v'(\beta cos\theta' + 1)t + \frac{y}{\lambda'}sen\theta'\right]\right\} \quad (11)$$

Comparando (11) com (10), podemos encontrar as seguintes equações:

$$\frac{\Upsilon}{\lambda}(cos\theta' + \beta) = \frac{cos\theta}{\lambda}$$

$$\frac{sen\theta'}{\lambda'} = \frac{sen\theta}{\lambda}$$

e

$$v = v'\frac{(\beta cos\theta + 1)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Que é a equação para a frequência, a qual mostra o efeito Doppler relativístico. Podemos analisá-la para diferentes valores de θ, tanto para $v \ll c$, quanto para velocidades da ordem da velocidade da luz. Para o primeiro caso, lembrem que

devemos expandir a equação acima em série de Taylor para pequenos valores de β, como segue

$$\nu = \nu' \left[1 + \beta \cos\theta + \left(-\frac{1}{2} + \cos^2\theta\right)\beta^2 + \cdots\right]$$

ou seja, quando a velocidade da luz é muito maior que a velocidade relativa, neste caso desprezamos o termo $_{\beta}{}^{2}$ por ser muito pequeno e só utilizamos $1 + \beta\, cos\theta$, como demonstrado acima. E quando analisamos esta situação para velocidades da ordem da velocidade da luz, não desprezamos nem um termo e a análise vem direto da equação, sem haver expansão em série de Taylor.

As situações possíveis estão expressas na tabela abaixo:

Ângulo	Situação física	$V \ll c$	V da ordem de c
$\theta = 0$	S vendo a fonte se aproximar	$\nu \approx \nu'(1 + V/c)$	$\nu = \nu'\sqrt{\frac{1+V/c}{1-V/c}}$
$\theta = \pi$	S vendo a fonte se afastar	$\nu \approx \nu'(1 - V/c)$	$\nu = \nu'\sqrt{\frac{1-V/c}{1+V/c}}$
$\theta = \pi/2$	Efeito Doppler transversal	$\nu \approx \nu'$	$\nu = \nu'\sqrt{1 - V^2/c^2}$

Note que, quando $\theta = 0$, temos um efeito semelhante a uma fonte sonora se aproximando do observador, porém, neste caso, se trata de uma fonte luminosa se aproximando, causando um aumento na frequência. Já quando $\theta = \pi$, temos o efeito de uma fonte sonora se afastando, o que causa uma diminuição na frequência. E por último, temos o efeito Doppler transversal, $\theta = \pi\backslash 2$, que é quando as velocidades são aproximadamente semelhantes, e não há variação da frequência.

Com isso, podemos observar um efeito novo a partir do efeito Doppler relativístico como aplicação da relatividade restrita, pois na mecânica clássica não existe o efeito Doppler transversal.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com este estudo, mostramos que as transformações de Galileu não eram consistentes com toda a física, pois ao serem aplicadas às equações do eletromagnetismo foram falhas, e com isso houve a necessidade de substituição

pelas transformações de Lorentz através da teoria da relatividade restrita, teoria esta que se mostrou aplicável para toda a física e consistente com as leis do eletromagnetismo, além de seguir os dois postulados propostos por Einstein. E como evidência desta teoria temos o efeito Doppler relativístico, o qual trata de uma variação de frequência que pode ser calculada através das equações de transformação de Lorentz.

REFERÊNCIAS

NUSSENZVEIG, H. Moysés. Curso de física básica vol. 4: Ótica Relatividade Física Quântica. 1ª edição. São Paulo: Editora Blucher, 1998.

MULLER, Guilherme. **Uma dedução alternativa às Transformações de Lorentz e o relativismo do tempo na Relatividade Restrita.** Repositório Digital, 2015. Disponível em: Uma dedução alternativa às transformações de Lorentz e o relativismo do tempo na relatividade restrita (ufrgs.br) Acesso em: 25 Nov. 2022.

RESNICK, Robert. Introdução à Relatividade Especial. São Paulo: Editora Polígono, 1968.

SILVA, Melina. **Einstein e a Teoria da Relatividade Especial: Uma abordagem histórica e introdutória.** Porto Alegre: UFRGS, Instituto de Física, 2013. Disponível em: Microsoft Word - Texto apoio Melina Silva v24 corrigido (ufrgs.br) Acesso em: 18 Set. 2022.

PORTO, C.M. **Uma visão do espaço na mecânica newtoniana e na Teoria da Relatividade de Einstein.** Revista Brasileira do Ensino de Física, 2008. Disponível em: SciELO - Brasil - Uma visão do espaço na mecânica newtoniana e na teoria da relatividade de Einstein Uma visão do espaço na mecânica newtoniana e na teoria da relatividade de Einstein Acesso em: 02. Jun. 2022.

AGRADECIMENTOS

Eu agradeço primeiramente a Deus, pois sem Ele nada disso seria possível, e foi acreditando em seus planos que eu segui firme até aqui.

Sou muito grata a minha orientadora Gabriela Coutinho Luna, pela sua paciência com que tirava as minhas dúvidas, por dizer que sempre daria tempo e daria certo, isso foi essencial para que eu mantivesse a calma, sem dúvidas ela é um espelho para mim por ser uma professora muito dedicada e inteligente.

Agradeço também a minha mãe, que foi minha base, meu alicerce, que me apoiou fazendo tudo o que podia para me ajudar e me manter no curso, o que não foi uma tarefa fácil, mas com todo seu apoio tudo se tornou possível, mesmo que abrindo mão de coisas para eu conseguir me formar e poder ser a primeira pessoa na família dela a sair com um diploma de graduada, essa conquista é nossa. Minha filha foi chave principal para que eu tivesse forças durante esse período, então nada mais justo que a agradecê-la por isso. Tenho gratidão também pelo apoio da minha irmã, Gabrielle, sendo muito companheira e demonstrando orgulho de mim, esse diploma é seu também. Gratidão ao meu amigo Júnior, que se fez presente em todos os momentos possíveis, me dando maior apoio e acreditando sempre em mim mostrando empolgação com todos os meus passos e vibrando junto a mim com minhas conquistas.

Não posso deixar de falar sobre minha amiga/ irmã Débora, que em todos os momentos me deu apoio, acreditou em mim e se orgulhou de todo degrau que eu subi nessa caminhada, que me via entrar em crises por medo de não conseguir finalizar este trabalho e me dizia que sabia que eu iria conseguir, porque eu sou inteligente e capaz, eu só posso agradecer pela sua existência em minha vida, muito obrigada, você foi essencial.

Ressalto ainda, a importância de cada colega de turma que se fez presente em minha vida durante esses cinco anos, deixando sempre tudo mais leve, com companheirismo, se ajudando nos momentos difíceis, sorrindo em momentos bons e comemorando a vitória uns dos outros. Eu só tenho gratidão, por tudo, saio da universidade com o coração transbordando de alegria e com uma mente mais madura, enfim obrigada UEPB.