



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CAMPUS – VI – POETA PINTO DO MONTEIRO  
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA  
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

**JOSÉ CARLOS FERREIRA DA SILVA**

**O ESTUDO DE GEOMETRIA A PARTIR DA TEORIA VAN HIELE: UM ENFOQUE  
PARA O DESENVOLVIMENTO DA AUTONOMIA**

**MONTEIRO – PB  
2025**

**JOSÉ CARLOS FERREIRA DA SILVA**

**O ESTUDO DE GEOMETRIA A PARTIR DA TEORIA VAN HIELE: UM ENFOQUE  
PARA O DESENVOLVIMENTO DA AUTONOMIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Licenciatura Plena em Matemática da  
Universidade Estadual da Paraíba, como requisito  
parcial à obtenção do título de Licenciado em  
Matemática.

**Área de concentração:** Educação Matemática.

**Orientador:** Profª. Me. Flavia Aparecida Bezerra da Silva

**MONTEIRO – PB  
2025**

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto em versão impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que, na reprodução, figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586e Silva, José Carlos Ferreira da.

O estudo de geometria a partir da Teoria Van Hiele  
[manuscrito] : um enfoque para o desenvolvimento da  
autonomia / José Carlos Ferreira da Silva. - 2025.

33 f. : il.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em  
Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de  
Ciências Humanas e Exatas, 2025.

"Orientação : Prof. Ma. Flavia Aparecida Bezerra da Silva,  
Coordenação do Curso de Matemática - CCHE".

1. Autonomia. 2. Geometria. 3. Teoria Van Hiele. 4. Ensino  
de matemática. I. Título

21. ed. CDD 372.7

JOSÉ CARLOS FERREIRA DA SILVA

O ESTUDO DE GEOMETRIA A PARTIR DA TEORIA VAN HIELE: UM ENFOQUE  
PARA O DESENVOLVIMENTO DA AUTONOMIA

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Coordenação do Curso  
de Matemática da Universidade  
Estadual da Paraíba, como requisito  
parcial à obtenção do título de  
Licenciado em Matemática

Aprovada em: 11/06/2025.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado eletronicamente por:

- **Flavia Aparecida Bezerra da Silva** (\*\*\*.744.004-\*\*), em **18/06/2025 16:52:06** com chave **b680216e4c7d11f0800e1a7cc27eb1f9**.
- **Marilia Lidiane Chaves da Costa Alcantara** (\*\*\*.790.674-\*\*), em **18/06/2025 16:58:59** com chave **ac7c4afc4c7e11f09b2106adb0a3afce**.
- **Tiago Marques Madureira** (\*\*\*.471.329-\*\*), em **18/06/2025 21:43:39** com chave **712d2caa4ca611f0af6b1a1c3150b54b**.

Documento emitido pelo SUAP. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse [https://suap.uepb.edu.br/comum/autenticar\\_documento/](https://suap.uepb.edu.br/comum/autenticar_documento/) e informe os dados a seguir.

**Tipo de Documento:** Folha de Aprovação do Projeto Final

**Data da Emissão:** 18/06/2025

**Código de Autenticação:** 82c360



A mim mesmo, pelo empenho, resiliência e por  
nunca ter desistido.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me concedido força, sabedoria e perseverança em cada etapa desta jornada. Sua presença foi essencial nos momentos de dúvida e dificuldade.

À minha orientadora, Profa. Me. Flavia Aparecida Bezerra da Silva, pela paciência, dedicação e apoio durante todo o processo de construção deste trabalho. Sua orientação foi fundamental para que este estudo se concretizasse.

À banca examinadora, composta pelos professores Sra. Dra. Marília Lidianne Chaves da Costa Alcantara e Sr. Me. Tiago Marques Madureira, pelas contribuições durante o curso e, especialmente, para a finalização deste estudo.

À minha família, em especial à minha mãe e aos meus irmãos, por todo o amor, apoio e incentivo constantes. Um agradecimento especial à Danielly e à Daysa, que sempre acreditaram em mim e me motivaram a continuar, mesmo diante dos desafios.

À minha turma, pelo acolhimento e parceria ao longo do curso. A convivência e os aprendizados compartilhados tornaram essa caminhada mais leve e significativa.

À Universidade Estadual da Paraíba, pela formação e por proporcionar um ambiente de aprendizado, crescimento pessoal e troca de saberes. Estendo meus agradecimentos aos professores e demais profissionais da instituição, que contribuíram diretamente para minha formação acadêmica.

Ao Higor, amigo e irmão, por sua presença constante e apoio nos momentos mais delicados. Sua amizade foi e sempre será um porto seguro durante toda a minha trajetória.

Ao Renan, querido amigo, por estar sempre presente me incentivando e escutando. Sua amizade foi essencial para que eu mantivesse o equilíbrio e a motivação necessária.

Ao Guilherme Prata, minha gratidão por ter sido o pontapé inicial da minha trajetória acadêmica. Seu incentivo me ajudou a enxergar possibilidades e acreditar no meu potencial desde o início.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para que eu chegasse até aqui, o meu muito obrigado.

O conhecimento que se aprende por si mesmo é  
o que permanece.

(Pablo de Paula Bravin)

## RESUMO

Este estudo tem como propósito investigar de que maneira o ensino de Geometria, baseado na teoria dos níveis de pensamento de Van Hiele, pode favorecer o desenvolvimento da autonomia dos alunos na Educação Básica. A pesquisa, de caráter qualitativo e bibliográfico, apoia-se na análise de produções acadêmicas com o objetivo de compreender a relação entre o pensamento geométrico e a formação de sujeitos autônomos. A fundamentação teórica destaca a relevância da geometria na construção de uma leitura crítica da realidade, sendo apontada por diversos autores como ferramenta essencial para a compreensão do mundo e para o exercício consciente da cidadania. A teoria de Van Hiele é apresentada como um modelo eficiente para o ensino da Geometria, estruturando o desenvolvimento do pensamento geométrico em cinco níveis progressivos. Os resultados evidenciam que grande parte dos estudantes conclui o ensino básico com deficiências na aprendizagem geométrica, o que limita suas capacidades de análise e de atuação sobre o espaço em que vivem. A aplicação da teoria, mediante práticas pedagógicas que respeitem o estágio cognitivo dos educandos, contribui para a construção gradual e significativa do conhecimento geométrico e de sua autonomia. A análise de materiais didáticos revela que a utilização de recursos concretos e situações contextualizadas aproxima o conteúdo da realidade dos alunos, promovendo a participação ativa no processo de aprendizagem. Conclui-se, então, que o ensino da Geometria, quando conduzido com base em uma proposta teórica adequada, possibilita ao estudante desenvolver habilidades fundamentais para interpretar, representar e transformar o mundo ao seu redor, consolidando-se como elemento central na formação de cidadãos críticos, criativos e autônomos.

**Palavras-chave:** Autonomia, Geometria, Teoria Van Hiele.

## **ABSTRACT**

This study aims to investigate how the teaching of Geometry, based on Van Hiele's theory of levels of geometric thought, can foster the development of student autonomy in Basic Education. The research, which is qualitative and bibliographic in nature, relies on the analysis of academic works with the objective of understanding the relationship between geometric thinking and the formation of autonomous individuals. The theoretical framework highlights the importance of geometry in building a critical understanding of reality, being identified by various authors as an essential tool for understanding the world and for the conscious exercise of citizenship. Van Hiele's theory is presented as an effective model for the teaching of Geometry, structuring the development of geometric thinking into five progressive levels. The results show that a significant portion of students complete basic education with deficiencies in geometric learning, which limits their ability to analyze and interact with the space in which they live. The application of the theory, through pedagogical practices that respect students' cognitive stages, contributes to the gradual and meaningful construction of geometric knowledge and their autonomy. The analysis of teaching materials reveals that the use of concrete resources and contextualized situations brings the content closer to students' realities, promoting active participation in the learning process. It is concluded, therefore, that the teaching of Geometry, when conducted based on an appropriate theoretical approach, enables students to develop essential skills to interpret, represent, and transform the world around them, establishing itself as a central element in the formation of critical, creative, and autonomous citizens.

**Keywords:** Autonomy, Geometry, Van Hiele Theory.

## SUMÁRIO

|          |                                         |           |
|----------|-----------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO .....</b>                 | <b>9</b>  |
| <b>2</b> | <b>ASPECTOS METODOLÓGICOS .....</b>     | <b>11</b> |
| <b>3</b> | <b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>      | <b>13</b> |
| 3.1      | <i>Geometria .....</i>                  | 13        |
| 3.2      | <i>Autonomia .....</i>                  | 17        |
| 3.3      | <i>Teoria Van Hiele .....</i>           | 20        |
| 3.3.1    | <i>Níveis da Teoria Van Hiele .....</i> | 21        |
| <b>4</b> | <b>VAN HIELE NA PRÁTICA .....</b>       | <b>26</b> |
| <b>5</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>       | <b>32</b> |
| <b>6</b> | <b>REFERÊNCIAS .....</b>                | <b>33</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Estudar geometria é essencial para a formação de indivíduos que sejam verdadeiramente capazes de atuar em uma sociedade onde a matemática ocupa um papel cada vez mais relevante e, na qual, particularmente, a geometria se faz presente nas mais diferentes esferas. Sem esse conhecimento, o desenvolvimento do pensamento espacial pode ser prejudicado, afetando diretamente a capacidade do indivíduo de enxergar o mundo, bem como a habilidade de resolver problemas cotidianos.

No entanto, é de comum conhecimento que muitos estudantes cheguem a concluir a Educação Básica com muitas dificuldades em matemática e, especificamente, uma aprendizagem insatisfatória em geometria, o que tem se tornado uma preocupação recorrente aos pesquisadores e educadores matemáticos.

Considerando a importância que tem a Geometria para a formação do indivíduo, uma vez que, sem esse conhecimento “a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida” (Lorenzato, 1995, p. 03), podemos perceber que sua falta acarreta em prejuízos significativos ao indivíduo no que se refere à forma como lê, comunica e visualiza o mundo em que vive, prejudicando que atue nessa mesma esfera com autonomia, tal como as diretrizes educacionais objetivam para a formação do cidadão.

Nessa perspectiva, diversos são os autores e teorias discutidas que podem favorecer o estudo de geometria na sala de aula da escola básica, entre tais, temos a teoria dos Van Hiele, a partir da qual podemos perceber os diferentes níveis do pensamento cognitivo geométrico. Esse modelo teórico, reconhecido internacionalmente, oferece fortes ferramentas para uma compreensão mais profunda da geometria e conseqüentemente o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Nesse sentido, partindo dessa preocupação e percebendo a potencialidade dessa teoria, o presente estudo objetiva investigar de que maneira o ensino de Geometria, baseando-se na teoria dos Van Hiele, é capaz de favorecer o desenvolvimento dos estudantes, tendo em vista sua importância para uma melhor percepção de mundo e, conseqüentemente, da autonomia do indivíduo enquanto integrante da Educação Básica.

Para tal, metodologicamente, percorremos o caminho pelo viés da pesquisa qualitativa, especificamente buscando alcançar nosso objetivo pelo tipo de investigação bibliográfica. Dessa forma, foi necessário antes realizar uma busca na biblioteca digital Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, limitando a pesquisa nos temas que tangem este estudo. Considerando os resultados obtidos, debruçamo-nos em revisar a literatura acerca do tema que envolve geometria e autonomia, conforme está apresentado no terceiro capítulo, especialmente considerando a importância da teoria

Van Hiele para um desenvolvimento de um pensamento geométrico eficaz. Diante disso, discutimos no quarto capítulo acerca de como colocar em prática um estudo de geometria embasado nessa teoria rumo à autonomia.

## 2 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A metodologia adotada nesta pesquisa é de natureza qualitativa e do tipo bibliográfica. “No senso comum, o qualitativo é entendido como o oposto ao quantitativo. Um falando de qualidade e tendo a ver com o subjetivo, com o sentimento, com opiniões acerca das coisas do mundo. O outro, quantificando aspectos objetivos sobre essas mesmas coisas.” (Bicudo, 2006, p. 101). A pesquisa qualitativa busca compreender determinados fenômenos por meio da interpretação de dados não numéricos — diferentemente das pesquisas quantitativas, que se baseiam em dados estatísticos.

O qualitativo engloba a idéia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências, como, por exemplo, da vermelhidão do vermelho, etc. (Bicudo, 2006, p. 106).

Já a pesquisa bibliográfica consiste na análise de materiais previamente publicados, como livros, artigos científicos, teses, dissertações, entre outros. Tal abordagem fornece a base teórica necessária para o desenvolvimento da investigação. Ou seja, “é aquela que se faz preferencialmente sobre documentação escrita. O campo pode ser caracterizado pelas bibliotecas, pelos museus, pelos arquivos e pelos centros de memória.” (Fiorentini; Lorenzato, 2012. p. 102).

Essa escolha metodológica possibilita uma reflexão aprofundada sobre o tema que envolve a teoria dos níveis de pensamento de Van Hiele, a autonomia do indivíduo e o ensino de geometria, com base em autores que já exploraram questões semelhantes.

Procuramos revisar a literatura por meio de uma análise do acervo disponível na biblioteca da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), com o objetivo de mapear produções acadêmicas relacionadas aos temas centrais do estudo.

Apesar da teoria, que envolve os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, ser bastante antiga e revisitada por muitos pesquisadores e autores de diversos países, só tivemos a oportunidade de conhecê-la já caminhando para o final do curso de Licenciatura Plena em Matemática no Campus VI da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), sem deixar de perceber sua significativa importância para o professor que pensa sobre o ensino-aprendizagem de geometria. Já tendo a geometria como uma área de estudo de grande interesse, ao ser apresentado à teoria, houve um interesse e decisão em aprofundar o estudo no tema.

Buscamos pelo tema a partir das seguintes palavras: Van Hiele, geometria e autonomia, separadas e juntamente, no acervo da biblioteca digital da UEPB, e os registros evidenciam uma forte ausência de estudos que englobam o assunto. Em relação à palavra Van Hiele, foram

encontrados 11 registros na biblioteca, das quais apenas 3 estão vinculados ao Centro de Ciências Humanas e Exatas (CCHE). Sobre a palavra autonomia, localizamos 375 registros no acervo geral, mas apenas 2 deles pertencem ao CCHE. Já a palavra geometria apresentou o número de 437 registros na biblioteca e 82 encontrados no CCHE. Esses dados evidenciam a escassez de trabalhos que abordem, de forma integrada, os temas que norteiam este estudo.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1 Geometria

Desde os estudos de Lorenzato (1995), pudemos perceber que a Geometria tem sido ausente em salas de aula no ensino básico, e apesar dos anos passados, essa realidade ainda é atual. Para tal fenômeno, o autor identifica alguns fatores como causas: a falta de conhecimento dos professores sobre o assunto e a dependência excessiva dos livros didáticos, que muitas vezes é agravada pela carga horária intensa dos educadores. Essa falta de preparo dos docentes os leva a se sentirem inseguros ao ensinar Geometria, resultando em uma abordagem que não oferece o valor que a área merece.

Embora a Geometria tenha uma definição clássica conhecida, ela precisa ser atualizada na forma como é entendida e ensinada, já que o modo como percebemos e interagimos com o espaço hoje é muito diferente do passado e D'Ambrósio (1999), prefaciando Fainguelernt (1999), deixa isso evidente da seguinte maneira:

Efetivamente, a Geometria é a ciência do espaço, trabalha com formas e medições. Mas é ingênuo não se reconhecer que nos tempos atuais a percepção de espaço é distinta e que se distinguem novas formas, assim como se avalia e se quantifica de outro modo e se trabalham as quantidades com uma outra dinâmica (Fainguelernt, 1999, p. ix).

Fainguelernt (1999, p.14), acordando-se com Lorenzato (1995), aponta que “no Brasil, a Geometria está praticamente ausente de sala de aula” e, dentre as causas, quatro estão relacionadas com as práticas pedagógicas.

A primeira delas, explica que o ensino de Geometria não se renovou e perdeu seu vigor, ou seja, o ensino que deveria ser construído a partir da organização do raciocínio e da construção de argumentações lógicas, tornou-se um ensino em que “os alunos são induzidos a uma atuação passiva, limitando-se, no máximo, a serem simples copiadores” (Fainguelernt, 1999, p.14).

A segunda causa é explicada pela formação inadequada que o corpo docente teve, necessária para a realização da prática pedagógica. “Como não detêm esse conhecimento, a Geometria é excluída de seu plano de trabalho” (Fainguelernt, 1999, p.14), fomentando que, sem o domínio da Geometria, os professores não conseguem refletir sobre a importância dela na formação dos alunos.

A terceira causa se alinha à ideia de que tanto a formação falha quanto a excessiva jornada de trabalho submete o professor a dar importância ao livro didático, tornando-o o determinante de conteúdos a serem ministrados. “Os livros-texto escolhidos, em sua maioria, apresentam uma Geometria em que as figuras e seus elementos são definidos, os teoremas e suas demonstrações são

apresentados para serem copiados, não deixando margem à exploração, à construção dos conceitos e ao encaminhamento do aluno às suas próprias deduções” (Fainguelernt, 1999, p.14).

Para a autora, a última causa é explicada pela ausência da Geometria no currículo, “Esta é mais uma razão para o abandono de seu ensino, já que ninguém pode ensinar o que não conhece” (Fainguelernt, 1999, p.14).

Esse cenário contribui para que se estabeleça “um círculo vicioso: a geração que não estudou Geometria não sabe como ensiná-la” Lorenzato (1995, p. 4). Para romper esse ciclo, é crucial investir na formação de professores e resgatar a importância da Geometria no currículo escolar, permitindo que os alunos desenvolvam competências essenciais para seu futuro acadêmico, profissional e pessoal.

Quando os alunos não recebem uma formação adequada em Geometria, eles não desenvolvem as habilidades espaciais necessárias, o que acarreta prejuízos em sua educação, e particularmente em sua formação do pensamento espacial. Além de prejudicar o desempenho dos alunos em matemática e outras ciências, limitando também suas oportunidades futuras em carreiras que exigem raciocínio lógico e habilidades espaciais, como engenharia, arquitetura, etc., essa ausência de ensino em Geometria acarreta em uma percepção de mundo limitada, o que tem como consequência a falta de autonomia por parte dos sujeitos para interpretar, descrever, representar etc., sozinhos o mundo no qual vivem.

Fainguelernt (1999) explica que a Geometria é considerada uma ferramenta para compreender, descrever e interagir com o espaço em que vivemos e que, talvez, seja a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e real, mas, ainda assim, “o ensino de Geometria não é uma tarefa fácil”. (Fainguelernt, 1999, p.22). Isso evidencia a ideia de que “o ensino de Geometria deveria começar desde cedo e continuar, de forma apropriada, através de todo o currículo de Matemática” (Fainguelernt, 1999, p.21).

D’Ambrósio (1999), prefaciando a obra de Fainguelernt (1999), alega que “a Geometria vem sendo deixada de lado, é pouco estudada e muitas vezes relegada a segundo plano nas escolas” (D’Ambrósio, 1999, p. vii). Desse modo, podemos perceber a importância desse conhecimento para a formação do indivíduo, em acordo com o que as diretrizes educacionais objetivam para o cidadão.

A Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018) estrutura a Matemática do Ensino Fundamental com as habilidades organizadas segundo unidades de conhecimento da própria área: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística. Para o Ensino Médio, a proposta é de consolidar, ampliar e aprofundar as aprendizagens essenciais já desenvolvidas no Ensino Fundamental, propondo “colocar em jogo, de modo mais

inter-relacionado, os conhecimentos já explorados na etapa anterior, a fim de possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva de sua aplicação à realidade.” (Brasil, 2018, p. 527).

A BNCC (Brasil, 2018) destaca a importância do conhecimento geométrico para a compreensão do espaço e a interação com o mundo, relacionando-o ao pensamento espacial e à capacidade de interpretar representações gráficas. Além disso, o documento enfatiza o desenvolvimento do pensamento geométrico por meio do estudo de formas, deslocamentos e transformações geométricas, considerando sua funcionalidade na construção do raciocínio matemático.

A BNCC (Brasil, 2018) organiza as habilidades matemáticas em diferentes unidades e ressalta a necessidade de que os alunos desenvolvam competências que permitam interpretar criticamente o mundo ao seu redor. Embora o termo "leitura de mundo" não seja mencionado diretamente, o documento sugere que a Matemática contribui para essa compreensão ao estimular o pensamento lógico, a análise de dados e a interação com o espaço físico e social.

Além disso, a BNCC (Brasil, 2018) propõe que a educação matemática vá além da mera transmissão de conteúdos, incentivando o desenvolvimento da autonomia intelectual e da capacidade de tomar decisões fundamentadas. Dessa forma, o ensino da Geometria assume um papel central na formação de cidadãos críticos e participativos, que possam compreender e intervir na realidade de maneira consciente.

O conhecimento geométrico se torna fundamental para que os estudantes compreendam e representem o espaço ao seu redor, favorecendo a leitura, interpretação e interação com o mundo. O pensamento espacial envolve a capacidade de visualizar formas, posições, movimentos e relações entre objetos no espaço, o que é indispensável para resolver problemas do cotidiano e compreender fenômenos naturais e construções humanas. Essa habilidade está relacionada à resolução de problemas práticos e à capacidade de interpretar e produzir representações gráficas, como plantas, mapas e esquemas. O que leva à consideração de que a geometria, de fato, desempenha um papel central na formação de cidadãos críticos e autônomos.

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, [...] estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. [...] As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência (Brasil, 2018).

Assim, ao promover o ensino da geometria desde os anos iniciais, a BNCC (Brasil, 2018) enfatiza não só o domínio técnico dos conceitos geométricos, mas também sua aplicabilidade em situações práticas, colaborando para que os educandos compreendam e intervenham no ambiente onde vivem.

O documento destaca que a educação deve possibilitar aos estudantes o desenvolvimento de competências que os ajudem a interpretar e interagir criticamente com o mundo, bem como ressalta a importância de construir conhecimentos que permitam aos alunos compreender diferentes contextos sociais, culturais e digitais. Por exemplo, “Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.” (Brasil, 2018, p. 9).

Areladas às competências gerais dispostas na BNCC (Brasil, 2018), devem estar as habilidades a serem desenvolvidas na área da matemática. Nesse sentido, a BNCC (Brasil, 2018) reconhece que disciplinas como a Matemática contribuem significativamente para a leitura de mundo, ao promover habilidades como o pensamento lógico, a interpretação de dados, a análise crítica de informações e a interação com o espaço físico e social. O que nos leva a concluir que habilidades desenvolvidas contribuem para o desenvolvimento de competências que culminam na formação de um sujeito pensante e atuante de modo autônomo.

Para formar esses estudantes como sujeitos autônomos, críticos, criativos e responsáveis, cabe às instituições de ensino proporcionar experiências e processos que lhes garantam as aprendizagens necessárias para a leitura da realidade, o enfrentamento dos novos desafios da contemporaneidade (sociais, econômicos e ambientais) e a tomada de decisões éticas e fundamentadas. O mundo deve lhes ser apresentado como campo aberto para investigação e intervenção quanto a seus aspectos políticos, sociais e culturais, de modo que se sintam estimulados a resolver questões legadas pelas gerações anteriores – e que se refletem nos contextos atuais.

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (Brasil, 2018, p. 9).

A curiosidade sempre foi um ótimo aspecto em relação à aprendizagem, não é à toa que muitos despertam determinados interesses a partir da curiosidade. Com o conhecimento de outras áreas, fica notório a possibilidade de usá-las em conjunto, uma ajudando a outra e de maneira síncrona. Desse modo, em uma aprendizagem na qual o sujeito constrói conhecimentos ativamente, sua autonomia também se beneficia.

Historicamente, a Geometria ensinada nas escolas é, sobretudo, de base Euclidiana, em outras palavras, pressupõe axiomas clássicos e trabalha com conceitos de ponto, reta, plano e ângulos. No entanto, outras geometrias, como a hiperbólica e a elíptica, rompem com essas premissas e propõem novos modos de organização espacial. Nesse contexto, o contato com situações-problema que envolvem essas geometrias pode representar um avanço significativo no desenvolvimento do pensamento geométrico.

Um indivíduo que consegue interpretar e interagir com ambientes que fogem à lógica tradicional da Geometria Euclidiana, como estruturas paradoxais ou ilusões espaciais, torna explícito um domínio de níveis superiores de raciocínio geométrico. Isso indica, inclusive, que ele possui condições de compreender com maior profundidade a geometria tradicional.

É nesse ponto que recursos didáticos inovadores, como jogos digitais que trabalham com arquitetura impossível ou ilusões espaciais, ganham destaque. O jogo denominado por *Monument Valley* coloca o usuário em contato com estruturas que desafiam a lógica euclidiana, promovendo, por sua vez, uma vivência concreta e visual do pensamento espacial. Ao fazê-lo, ele é levado a construir novas formas de pensar o espaço, favorecendo não apenas a aprendizagem geométrica, mas também o desenvolvimento da autonomia intelectual e da criatividade. Dessa forma, o jogo deixa de ser um aplicativo de entretenimento para ser uma ponte entre a imaginação e o raciocínio geométrico formal.

As fases do jogo são como quebra-cabeças interativos em que o usuário guia uma personagem, geralmente a princesa Ida, por construções impossíveis que desafiam a lógica espacial. Cada fase mostra uma espécie de estrutura geométrica distinta, cheia de escadas, torres, plataformas móveis e caminhos que só se conectam quando vistos de um determinado ângulo. O interessante é que o jogador precisa girar partes do cenário, deslizar elementos e observar de diferentes perspectivas até que o caminho “impossível” se torne acessível. É como se a gente estivesse manipulando a visão do espaço para criar ligações que, na realidade, não existem.

Vale ressaltarmos que os anos favoreceram em alguma medida uma presença geométrica mais constante. Sua presença nos livros didáticos e nos cursos de formação de professores são uma prova disso, bem como o favorecimento advindo do computador e de suas tecnologias ao considerar o ensino-aprendizagem desse ramo da Matemática (Isotani; Brandão, 2013). Inclusive, alguns livros didáticos trazem atividades em Geometria se utilizando de tecnologias diversas, dentre elas, está o *GeoGebra* que mesmo sendo recurso tecnológico, não deixa de aparecer nos livros didáticos servindo como material metodológico de apoio.

### 3.2 Autonomia

O conceito de autonomia é um dos pilares do pensamento de Marconi Pequeno (2007), principalmente no que se refere ao sujeito e a sua capacidade de se autodeterminar em um contexto social. A palavra autonomia, de origem grega, é formada pelo pronome reflexivo *autos* que, em tradução livre, significa si próprio ou si mesmo e pelo substantivo *nomos*, significando lei, norma ou regra, ou seja, autonomia, em outras palavras, nada mais é do que a capacidade de um sujeito de se autogovernar, de elaborar suas leis e construir os princípios que fundamentam as suas ações enquanto cidadão atuante em uma sociedade.

Pequeno (2007) explica que a ideia de sujeito, inicialmente concebida pelo filósofo René Descartes a partir da filosofia moderna, se trata de um ser racional e que, posteriormente, venha a estar munido dos aspectos psicológicos, morais e políticos. “O sujeito cartesiano emerge para a filosofia como um composto de alma e corpo (dualismo psicofísico), cuja atividade fundamental, o pensamento, edifica as bases de todo conhecimento possível.” (Pequeno, 2007). Assim, o sujeito cognoscente se impõe como única via de acesso à verdade para que mais tarde venha a compreender a constituição do seu corpo e também do mundo onde vive. Com isso, a consciência e a razão, instrumentos capazes de conferir ao sujeito a capacidade de conhecer a realidade do mundo e a si mesmo, se tornam fundamentais no processo desse sujeito enquanto ser humano. “A idéia de sujeito adquire, com efeito, uma dimensão moral representada pela faculdade que lhe permite agir com liberdade, respeitar os direitos alheios e cumprir os deveres inerentes à vida em sociedade.” (Pequeno, 2007). Ou seja, a subjetividade, que permite o homem conhecer o mundo e a si mesmo, torna o indivíduo capaz de viver em companhia, a definir o trajeto de sua própria história e, finalmente, baseando-se em suas próprias reflexões, decidir ou escolher valores e seus princípios morais.

Pequeno (2007) explica que autonomia é a capacidade do sujeito de se autodeterminar moralmente, equilibrando razão e emoção, uma vez que as emoções desempenham um papel crucial na moralidade, enquanto a razão atua de forma direta na intelectualidade do sujeito, influenciando assim, julgamentos éticos e a tomada de decisões. Assim, a moralidade se conecta com a noção de direitos humanos, ou seja, a inclusão das emoções é tida como fator fundamental na tomada de decisões morais. “Os direitos humanos, como vimos, estão alicerçados na ideia de dignidade.” (Pequeno, 2007, p. 194).

“A autonomia do sujeito moral tornar-se-ia cega se se deixasse guiar apenas pelas emoções, porém, ela, certamente, seria vazia se conspurcasse totalmente do seu interior a influência decisiva de tais sensações.” (Pequeno, 2007). Em outras palavras, o autor sugere que a autonomia moral de uma pessoa deve encontrar um equilíbrio entre razão e emoção. Se uma pessoa agir apenas com base em suas emoções, sua capacidade de tomar decisões morais pode se tornar "cega", ou seja,

impulsiva e desconsiderada, levando a escolhas que não são tão bem fundamentadas. Por outro lado, se essa pessoa ignorar completamente suas emoções e sensações, sua autonomia moral pode se tornar "vazia", ou seja, desprovida de significado e conexão humana.

Na Educação, a autonomia também pode ser percebida enquanto princípio fundamental que se refere à capacidade do estudante de aprender de forma independente e crítica, bem como à liberdade do professor e da escola para definir métodos pedagógicos. Assim, os professores, enquanto educadores, precisam de autonomia pedagógica para escolher seus métodos, materiais e estratégias que atendam melhor às necessidades dos educandos. A escola enquanto instituição de ensino, deve ter autonomia administrativa para definir currículos, projetos e ações educativas que respeitem a realidade local dos estudantes que, por sua vez, merecem um ambiente de aprendizagem que possibilite seu desenvolvimento enquanto ser autônomo.

A BNCC, enquanto documento normativo da educação, estabelece diretrizes, mas permite flexibilidade para que escolas e professores adaptem o ensino às suas realidades. Isso significa que cada escola tem liberdade para organizar práticas pedagógicas que façam sentido em seu contexto, contribuindo para o desenvolvimento ativo dos estudantes, desde que esse processo os integre às competências e habilidades previstas, respeitando suas trajetórias e realidades locais.

A BNCC (Brasil, 2018), ainda, aponta que a área de Matemática e suas Tecnologias, no Ensino Médio em específico, deve assumir o compromisso de valorizar e desenvolver as habilidades adquiridas pelos estudantes no Ensino Fundamental, estimulando neles o desenvolvimento de sua autonomia.

[...] a área de Matemática e suas Tecnologias tem a responsabilidade de aproveitar todo o potencial já constituído por esses estudantes no Ensino Fundamental, para promover ações que ampliem o letramento matemático iniciado na etapa anterior. Isso significa que novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos. (Brasil, 2018. p. 528-529).

Para garantir uma formação ampla e inclusiva, alguns aspectos são abordados na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei nº 9.394/1996. Um de seus princípios é promover o desenvolvimento integral dos educandos dimensionados em pessoal, social e humano. De acordo com a LDB (Brasil, 1996), a educação é um meio de preparar cidadãos para o exercício da cidadania, o que preconiza a convivência social e a preparação para o mercado de trabalho, conectando o aprendizado à realidade social do estudante e, assim, promovendo valores como cooperação, solidariedade e respeito à diversidade. Vale salientar, também, a contribuição e incentivo da formação do indivíduo para a construção de uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva.

O desenvolvimento humano, visionado pela LDB, valoriza os aspectos físicos, intelectuais, emocionais e culturais presentes durante todo o desenvolvimento do indivíduo enquanto educando. Sendo assim, a educação deve ser uma ferramenta para ampliar o potencial humano, promovendo autonomia e pensamento crítico e, para isso, o documento reforça o papel da escola na formação de indivíduos para que se tornem conscientes de seus direitos e deveres na sociedade. Com isso, chegamos ao desenvolvimento pessoal do indivíduo, que vem a garantir o respeito às individualidades, considerando as diferenças de ritmos de aprendizagem e as necessidades educacionais específicas, promovendo assim, a liberdade de expressão e criatividade que incentivam o educando a explorar suas habilidades e interesses pessoais.

Dessa forma, é essencial refletir: como o indivíduo poderá agir de maneira autônoma, se tiver uma percepção de mundo limitada e restrita às suas experiências imediatas? A autonomia, enquanto objetivo formativo, depende diretamente do acesso a aprendizagens essenciais que ampliem a visão de mundo do estudante, permitindo-lhe interpretar, questionar e transformar a realidade em que está inserido. A ausência dessas aprendizagens compromete não apenas o desenvolvimento pessoal, mas também a capacidade de participação ativa e consciente no exercício da cidadania, elemento fundamental para a consolidação de uma sociedade democrática, plural e inclusiva.

### **3.3 Teoria Van Hiele**

A eficácia de um modelo teórico de ensino se evidencia pelos resultados positivos no contexto educativo em sala de aula. Esse modelo teórico é resultado dos trabalhos de doutorado conduzidos por Dina Van Hiele-Geldof (1984) e Pierre Van Hiele (1984) na Universidade de Utrecht. É importante ressaltar que essa teoria não apenas orienta a formação dos educadores, mas também serve como ferramenta para avaliar as habilidades dos alunos.

Segundo Lorenzato (1995), a teoria dos Van Hiele é fundamental para a compreensão do ensino da Geometria. O casal investigou o aprendizado de alunos de 12 e 13 anos, destacando a importância da manipulação de figuras para aprimorar a compreensão. Eles afirmaram que a aprendizagem efetiva não pode ocorrer se o conteúdo estiver acima do nível de pensamento do aluno.

O "Modelo de Van Hiele" apresenta cinco níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico, começando pela avaliação das figuras apenas pela aparência e avançando até a elaboração de demonstrações e comparações de sistemas axiomáticos. Lorenzato (1995) destaca que, no Brasil, grande parte do ensino de Geometria ainda se limita ao nível inicial, onde muitos

alunos não reconhecem que um quadrado é um tipo de retângulo apenas por conta de suas aparências.

A teoria de Van Hiele, de acordo com Crowley (1994), é uma estrutura que oferece uma análise cuidadosa dos diferentes estágios de desenvolvimento do pensamento geométrico em estudantes. Para compreender plenamente como esse pensamento evolui ao longo das abordagens em sala de aula, é necessário realizar uma análise minuciosa desde o início até o fim do processo de aprendizagem. Isso envolve observar como os alunos progredem na compreensão dos conceitos geométricos, levando em consideração a ordem e a profundidade dos conteúdos ensinados. Essa abordagem detalhada permite uma análise refinada da aplicação prática da teoria de Van Hiele no contexto educacional.

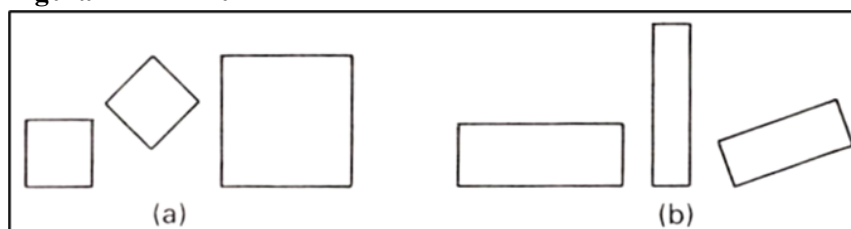
### 3.3.1 Níveis da Teoria Van Hiele

São 5 os níveis de Van Hiele, podendo ser nomeados de 0 à 4, que é a maneira mais utilizada.

1. Nível 0: Visualização ou reconhecimento;
2. Nível 1: Análise;
3. Nível 2: Ordenação ou classificação;
4. Nível 3: Dedução formal;
5. Nível 4: Rigor.

No estágio inicial, representado pelo nível 0, os alunos são capazes de reconhecer figuras simples com base em sua forma visual, como identificar um quadrado ou retângulo pela semelhança de seus contornos e até mesmo desenhá-los de forma rudimentar no papel ou na lousa. No entanto, neste estágio, eles ainda não conseguem perceber as propriedades específicas de cada figura, como a existência de lados paralelos ou ângulos internos congruentes, por exemplo. Em outras palavras, eles conseguem reconhecer as figuras geometricamente, mas não compreendem suas características distintivas, conforme Figura 1:

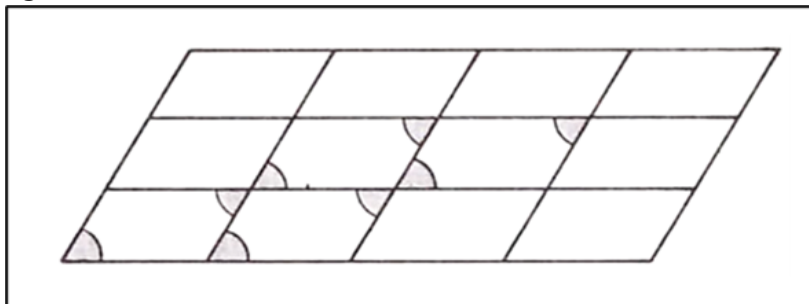
**Figura 1 – Nível 0**



Fonte: Crowley, 1994.

No nível 1, inicia-se uma análise mais aprofundada dos conceitos geométricos. Os alunos começam a distinguir e analisar as propriedades das figuras com base em suas características visuais e estruturais. Porém, neste estágio, eles ainda não conseguem explicar as relações existentes entre as propriedades das figuras nem compreender as definições geométricas formais associadas a elas, conforme Figura 2:

**Figura 2 – Nível 1**



Fonte: Crowley, 1994.

Ao avançar para o nível 2, após uma familiarização mais intensa com as figuras e suas propriedades, os alunos começam a estabelecer uma ordem lógica das propriedades de cada figura e a compreender as correlações entre elas. Neste ponto, eles são capazes de formular argumentos informais sobre as figuras geométricas, embora ainda não compreendam completamente os axiomas e definições formais que regem a geometria. No entanto, para progredir do nível 1 para o nível 2, é necessário realizar uma reorganização significativa das relações entre as figuras e estabelecer os conceitos fundamentais que são essenciais neste estágio. Essa preparação é crucial para capacitá-los a avançar para o nível 3 da teoria e Van Hiele (1973) apud Crowley (1994) deixa isso expresso da seguinte forma:

A rede de relações no Nível 3 só pode ser estabelecida de maneira significativa quando a rede de relações no Nível 2 for estabelecida adequadamente. Quando a segunda rede de relações está presente de forma adequada tal que sua estrutura se torna aparente e alguém pode falar sobre ela com outras pessoas, é então que os elementos constituintes do Nível 3 estarão prontos.

No nível 3, os alunos alcançam uma compreensão mais profunda das propriedades geométricas, percebendo as interrelações entre essas propriedades e comparando figuras como o quadrado e o retângulo (onde todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é um quadrado). Eles também começam a dominar termos fundamentais como axiomas, teoremas, postulados e definições. Além de memorizar conceitos, desenvolvem a capacidade de construir argumentos lógicos e apresentar demonstrações de diferentes maneiras, o que evidencia um entendimento mais abrangente e aplicado dos conceitos geométricos.

No último nível, os alunos atingem um patamar de compreensão que lhes permite compreender demonstrações formais e fazer comparações entre sistemas axiomáticos distintos. Isso ocorre porque estão preparados para estudar axiomas menos tradicionais e aplicar raciocínios mais complexos. No entanto, é importante ressaltar que os pesquisadores muitas vezes não se concentram tanto nesse último nível, dado que ele é menos explorado. Esse menor interesse se deve ao foco principal de P. M. Van Hiele em seus estudos nos níveis mais básicos da teoria, especialmente no contexto do ensino secundário.

Algumas propriedades caracterizam a Teoria Van Hiele e são de grande relevância para os educadores que, por sua vez, orientam sobre as possíveis tomadas de decisões no que tange o desenvolvimento do pensamento geométrico. Essas propriedades são listadas em: sequencial; avanço; intrínseco e extrínseco; linguística e combinação inadequada, e Crowley (1994) explica cada uma delas.

Segundo a autora supracitada, a primeira propriedade, sequencial, nada mais é do que o cumprimento dos níveis de aprendizagem de acordo com a sua sequência: para iniciar um novo nível, o aluno deve primeiro passar pelos níveis anteriores e, para que tenha um bom desenvolvimento, deve assimilar as estratégias dos níveis anteriores. Para o avanço, segunda propriedade, Crowley (1994) deixa evidente que a progressão de um nível para outro não depende da idade do aluno, mas está diretamente ligada ao conteúdo e os métodos de instrução que lhe foram atribuídos. Salienta, também, que não é possível ao aluno pular um nível e que alguns métodos favorecem enquanto outros tardam a compreensão do conteúdo.

Um conteúdo inicialmente percebido em um nível se torna objeto de estudo no nível seguinte. É o que se percebe na terceira propriedade denominada intrínseco e extrínseco. Crowley (1994), então, explica que “no nível 0 apenas a forma de uma figura é percebida. A figura é, obviamente, determinada por suas propriedades, mas só no nível 1 a figura é analisada e seus componentes e propriedades são descobertos”. P. Van Hiele explica a propriedade linguística da seguinte maneira: “Cada nível tem seus próprios símbolos linguísticos e seus próprios sistemas de relações que ligam esses símbolos” (P. Van Hiele, 1994 apud Crowley, 1984a, p. 246). Isso pode ser percebido com a situação do quadrado que, para um estudante no nível 0, visualiza a figura geométrica e o reconhece como um quadrado, mas, para um estudante do nível 1, por exemplo, fica evidente que pode se tratar não apenas de um quadrado, mas de um retângulo ou até mesmo um paralelogramo. Ou seja, no nível 1, o estudante já reconhece algumas relações da figura geométrica que no nível 0 ele não teria ciência.

A última propriedade, denominada combinação inadequada, explica que se um aluno estiver em um determinado nível e o conteúdo em um outro nível, o aprendizado não acontece. Quando o

conteúdo está muito acima do nível atual do aluno, ele pode se sentir perdido ou desmotivado e isso acontece porque ele não possui as ferramentas cognitivas, o vocabulário ou o conhecimento necessário para absorver e processar aquilo que está sendo apresentado. O mesmo se aplica em caso contrário quando “o professor, material didático, conteúdo, vocabulário, e assim por diante, estiverem num nível mais alto que o aluno, este não será capaz de acompanhar os processos de pensamento que estarão sendo empregados.” Crowley (1994).

Um dos aspectos interessantes dessa teoria é a ideia de que o progresso entre os níveis não acontece automaticamente, sendo necessário um ensino adequado e planejado que respeite as etapas do desenvolvimento cognitivo do aluno. Para isso, os Van Hiele também descreveram cinco fases de aprendizagem que ajudam o estudante a progredir de um nível ao outro e Crowley (1994) explica isso da seguinte forma:

1. Interrogação/Informação – O estudante toma contato com o conteúdo.
2. Orientação dirigida – Atividades que fazem o estudante explorar conceitos com orientação do professor.
3. Explicação – O estudante começa a expressar com suas próprias palavras o que aprendeu.
4. Orientação livre – O aluno resolve tarefas mais complexas com diversas soluções.
5. Integração – Consolida os conhecimentos, organizando-os em uma estrutura mais ampla.

Na fase interrogação/informação, o professor introduz o tema de forma acessível. Por exemplo, pode apresentar figuras geométricas por meio de objetos do cotidiano. O objetivo é despertar o interesse e ativar conhecimentos prévios e que, segundo Crowley (1994), “o propósito dessas atividades é duplo: (1) o professor fica sabendo quais os conhecimentos prévios dos alunos sobre o tópico, e (2) os alunos ficam sabendo em que direção os estudos avançarão.”

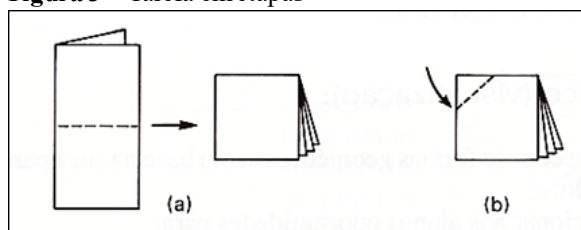
Na fase de orientação dirigida, o professor propõe atividades exploratórias com perguntas direcionadas. Um exemplo é pedir que os alunos classifiquem figuras de acordo com número de lados ou ângulos, ou como sugere Crowley (1994),

O professor poderia pedir aos alunos que usassem um geoplano para construir um losango de diagonais iguais, para construir outro maior e para construir outro menor. Outra atividade seria construir um losango com quatro ângulos retos, depois com três ângulos retos, dois ângulos retos, um ângulo reto...

Na fase da explicação é o momento em que os alunos verbalizam o que descobriram. O professor pode pedir, por exemplo, que os estudantes expliquem porque classificaram determinada figura como triângulo, quadrilátero ou outro polígono. “É durante esta fase que começa a tornar-se evidente o sistema de relações de níveis” Crowley (1994).

Na fase da orientação livre, segundo Hoffer (1983) apud Crowley (1994), "Eles ganham experiência ao descobrir sua própria maneira de resolver as tarefas. Orientando-se a si mesmos no campo da pesquisa, muitas relações entre os objetos de estudo tornam-se explícitas para os alunos". Dessa forma, é interessante que os alunos sejam desafiados a resolver algumas atividades mais complexas e, como sugere Crowley (1994), "tarefas com muitos passos, tarefas que podem ser concluídas de diversas maneiras e tarefas de final aberto", como sugere a Figura 3:

**Figura 3** – Tarefa em etapas



Fonte: Crowley, 1994.

Por fim, na fase da integração, o aluno é levado a organizar e relacionar os conceitos aprendidos. De acordo com Crowley (1994), “no final da quinta fase, os alunos alcançaram um novo nível de pensamento. O novo domínio de raciocínio substitui o antigo, e os alunos estão prontos para repetir as fases de aprendizado no nível seguinte”. Uma proposta é que construam um mapa mental das figuras estudadas, relacionando nomes, propriedades e classificações.

#### 4 VAN HIELE NA PRÁTICA

O ensino de Geometria na Educação Básica requer uma abordagem analítica, em que o estudante primeiro compreende a geometria a partir da realidade que o cerca, dessa totalidade, começa a estudar cada uma das partes, até chegar nas noções mais intuitivas, como aprender os axiomas fundamentais sobre ponto, reta e plano.

Isso é fundamental para o desenvolvimento do pensamento geométrico que reflete na formação do indivíduo pronto para atuar na sociedade, afinal sem tais ideias, seu pensamento geométrico pode ficar comprometido.

Diante disso, cabe questionar se hoje os profissionais da educação estão devidamente capacitados em termos de conhecimento geométrico e metodologias de ensino para facilitar esse processo de aprendizado. Ainda, de acordo com Lorenzato (1995), citando sua pesquisa anterior em Lorenzato (1993), dos que foram entrevistados para contribuir com sua pesquisa, aproximadamente 8% dos professores reconheceram deficiências na metodologia de ensino em Geometria.

A teoria de Van Hiele contribui para a autonomia do estudante ao proporcionar uma trajetória estruturada da compreensão geométrica, permitindo que ele se torne cada vez mais independente na construção de seu conhecimento e, conseqüentemente, pensamento geométrico. Segundo a BNCC (Brasil, 2018. p. 527), em relação ao pensamento geométrico, “eles desenvolvem habilidades para interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras”. O pensamento geométrico, nesse contexto, revela-se como um campo fértil para o desenvolvimento de competências cognitivas complexas, envolvendo a percepção espacial, a abstração, a modelagem, a generalização e a comunicação matemática, sendo, portanto, fundamental para a compreensão e atuação do indivíduo no mundo contemporâneo.

Por meio dessa abordagem, os alunos começam a se perceberem como sujeitos ativos no processo de aprendizagem, desenvolvendo suas próprias estratégias de resolução de problemas e sendo capazes de justificar suas soluções de forma lógica e fundamentada.

Por exemplo, quando um estudante observa um cubo, ele pode inicialmente notar que é uma figura tridimensional com uma forma bem definida. A partir dessa observação inicial, o estudante pode começar a explorar suas características e propriedades utilizando seu conhecimento prévio e sua capacidade de raciocínio lógico.

Cabe, então, questionar de que forma o desenvolvimento do pensamento geométrico pode contribuir para a formação de perspectivas de mundo mais conscientes e críticas por parte dos

estudantes. A Geometria, ao possibilitar a análise e a compreensão do espaço em que vivemos, vai além da abstração matemática e se apresenta como uma ferramenta essencial para interpretar e atuar sobre a realidade. Nesse sentido, como o sujeito pode compreender e interpretar o espaço à sua volta se possui uma visão de mundo limitada? Será que, ao desenvolver a capacidade de visualizar, representar, analisar e abstrair formas e relações espaciais, ele também amplia sua percepção crítica do mundo em que vive? Aqui, ressaltamos a importância de formar indivíduos capazes de resolver problemas reais e de se posicionarem de maneira autônoma diante das situações cotidianas. Trata-se, portanto, não apenas de uma aplicação prática da Geometria, mas do desenvolvimento da autonomia para pensar geometricamente, tomar decisões com base no raciocínio espacial e criar suas próprias estratégias.

Assim sendo, um estudante que passa pelo ensino geométrico em sua tradição, ou seja, quando lhe é apresentado o conteúdo e que, posteriormente, segue com um modelo de resolução básico, como as inúmeras fórmulas a serem “decoradas”, esse estudante não aprende, de fato, a Geometria e tampouco a compreende. Isso acontece porque ele foi instruído para tal, ele se tornou o agente passivo quando recebeu um possível método visando a praticidade. Logo, as habilidades e competências referentes a esse objeto de estudo, tornam-se limitadas, comprometendo o desenvolvimento da autonomia do indivíduo.

A partir do livro didático do 6º Ano do Ensino Fundamental, “Teláris Essencial Matemática” de Luiz Roberto Dante e Fernando Viana, publicado pela editora Ática e que pode ser utilizado até o ano de 2027, apresenta no terceiro capítulo um estudo sobre os sólidos geométricos, dedicando 16 páginas a esse tema. Além disso, a obra conta com outro capítulo focado no ensino de ângulos e polígonos, abordando tópicos complementares para a compreensão de Geometria. No capítulo, são destacadas algumas habilidades essenciais que provêm da BNCC (Brasil, 2018), como a capacidade de quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, de acordo com o polígono da base, e resolver problemas que envolvem grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área e volume, sem o uso de fórmulas, inserindo-as em contextos reais e interdisciplinares.

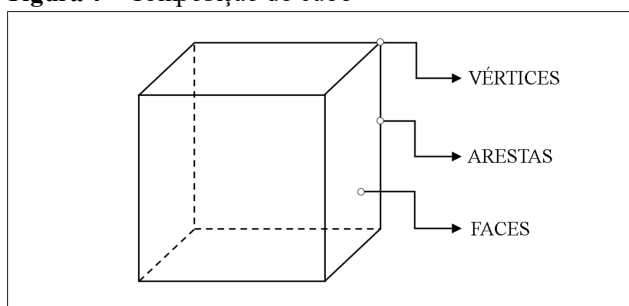
A partir disso, é possível elaborar uma proposta didática que tenha a finalidade de alinhar Geometria e Teoria Van Hiele buscando o desenvolvimento autônomo do estudante enquanto agente ativo, tal como a que elaboramos e passamos a discutir a seguir.

As possíveis primeiras impressões ao se ter um objeto geométrico são a contagem de faces, vértices e arestas. A exemplo disso, ao olhar para um cubo, o estudante pode perceber que ele possui 6 faces e que são quadradas. Tem-se então, uma informação importante, porque o estudante percebe que, em um cubo, todas as faces são congruentes entre si, ou seja, todas são quadradas e

possuem lados e também os ângulos com as mesmas medidas. Essa habilidade de observar a figura e extrair informações a partir do que vê é, além de uma forma de autonomia, o desenvolvimento prático do primeiro estágio do pensamento geométrico, o nível 0 da Teoria Van Hiele, ou seja, a visualização ou reconhecimento em que se reconhece o cubo pela sua aparência no espaço, não apenas por uma imagem desenhada no plano. Assim, ele é o agente ativo do aprendizado, não apenas memorizando informações repassadas, mas investigando por si mesmo como se compõe o objeto em estudo.

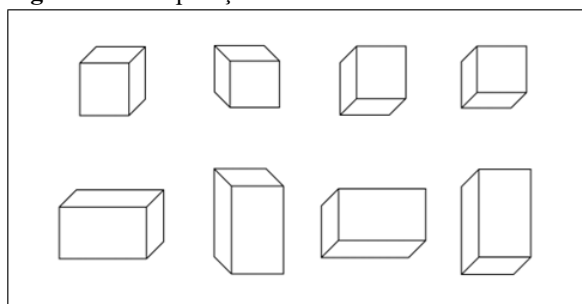
Além disso, ele pode contar os vértices do cubo e perceber que a quantidade de vértices de um cubo é sempre 8, independente do seu tamanho. Esse mesmo estudante também pode observar que o cubo possui 12 arestas e que estas arestas são todas do mesmo comprimento, pois o cubo é um poliedro regular, ou seja, todas as suas arestas têm o mesmo tamanho. Aqui, podemos ver com clareza a análise e identificação das propriedades do cubo que, por sua vez, são compreendidas no nível 1 dos estágios do pensamento geométrico da Teoria Van Hiele, conforme Figura 4.

**Figura 4** – Composição do cubo



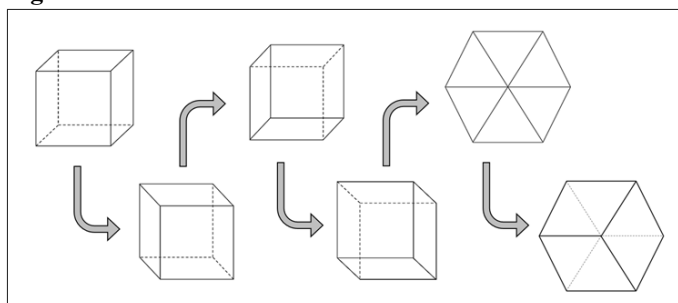
**Fonte:** Elaborada pelo autor, 2025.

Após identificar o número de faces, vértices e arestas, o estudante pode perceber relações importantes entre esses elementos. Por exemplo, ele pode deduzir que o cubo é um tipo especial de paralelepípedo, no qual todas as faces são retangulares. Isso o ajuda a entender que um cubo é um caso específico de um sólido mais geral, o paralelepípedo reto retângulo. A autonomia, nesse sentido, se manifesta quando o estudante faz conexões entre as propriedades do cubo e outras figuras geométricas que já conhece, possibilitando o desenvolvimento de outras conexões e percepções. Ele pode fazer associações entre o cubo e o paralelepípedo, ou mesmo comparar o cubo com outras formas tridimensionais, como o octaedro ou o tetraedro, sem ter que ser guiado a cada passo. Com isso, o estudante começa a perceber relações entre as propriedades desses sólidos geométricos e começa a fazer a classificação dos sólidos, sendo esse, o estágio do pensamento geométrico compreendido no nível 2 da Teoria Van Hiele, ordenação e classificação, conforme Figura 5.

**Figura 5** – Comparação dos sólidos

Fonte: Elaborada pelo autor, 2025.

Com o tempo, o estudante pode perceber que um cubo tem algumas simetrias interessantes. Ele pode girar o cubo e perceber que ele se mantém inalterado em várias posições, pois, o cubo tem simetrias de rotação e reflexão, o que faz com que ele seja uma figura simétrica no espaço tridimensional. O fato de o estudante se engajar ativamente nesse tipo de exploração e investigação por conta própria é uma expressão clara de autonomia. Ele não precisa de um professor ou de um guia para notar essas simetrias porque ele as descobre, formula as hipóteses e as verifica por si mesmo, conforme Figura 6.

**Figura 6** – Características do cubo

Fonte: Elaborada pelo autor, 2025.

O desenvolvimento dessas habilidades a partir do 6º Ano do Ensino Fundamental é essencial, pois, segundo a obra de Dante e Viana (2022), os estudantes já trazem, dos Anos Iniciais, noções geométricas adquiridas através de experiências cotidianas. Essa proposta pedagógica defende a importância de resgatar esses conhecimentos prévios, utilizando materiais manipuláveis do dia a dia, o que facilita a construção de novos aprendizados.

A geometria, muitas vezes considerada abstrata, torna-se mais acessível e concreta quando o estudante pode visualizar e tocar objetos tridimensionais. Por exemplo, ao usar blocos, figuras geométricas recortadas, formas de papel ou até mesmo objetos do ambiente escolar, como móveis e quadros, o aluno pode explorar e identificar formas geométricas de maneira mais prática e intuitiva. Esse tipo de abordagem favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e espacial, além de estimular a curiosidade e a capacidade de fazer conexões entre diversas áreas do conhecimento.

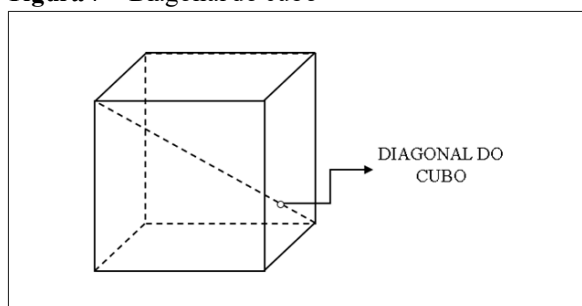
Essa abordagem, ainda, conecta-se à visão dos autores (Dante e Viana, 2022. p. 84) da obra na seguinte forma:

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, assim como no 6º Ano, é recomendado trabalhar com os estudantes a Geometria experimental, em que eles podem manipular diferentes materiais com formato de figuras geométricas. Além disso, sugere-se iniciar o estudo com os sólidos geométricos por serem, de certa maneira, mais familiares a eles.

Quando o estudante manipula objetos tridimensionais como caixas, bolas, pirâmides e cubos, eles podem explorar conceitos como volume, faces, arestas e vértices de maneira concreta, estabelecendo uma conexão entre a teoria e a prática. Tais objetos estão presentes no cotidiano, em construções, brinquedos e até em elementos naturais, o que torna o aprendizado mais relevante e acessível. Além disso, o estudo dos sólidos geométricos oferece uma base sólida para o desenvolvimento de noções espaciais, permitindo que os alunos percebam as relações entre as diferentes figuras e como elas se aplicam ao mundo real.

Outro ponto interessante é a exploração das diagonais. O estudante pode observar que, além das arestas, o cubo também possui diagonais como as diagonais das faces, segmento de reta que une dois vértices opostos de uma face quadrada, e as diagonais espaciais, segmento de reta que une dois vértices opostos do cubo, atravessando o sólido de um ponto a outro (ou seja, ligam vértices que não estão na mesma face). A partir de suas observações iniciais, o estudante pode começar a formular perguntas e buscar respostas de forma independente. Ele pode questionar porque todas as faces do cubo são quadradas e concluir que isso é uma característica definidora do cubo. Ele também pode perceber, sozinho, que todas as arestas têm o mesmo comprimento, ou seja, que o cubo é uma figura regular. Para esse caso, é possível perceber a introdução do nível 3 dos Van Hiele, a presença da independência do estudante para formular e buscar soluções deixa isso evidente, além de desenvolver a sua compreensão das propriedades geométricas, conforme Figura 7.

**Figura 7** – Diagonal do cubo



**Fonte:** Elaborada pelo autor, 2025.

Como mencionado anteriormente, o estudo de Geometria no Ensino Médio é uma extensão do conhecimento geométrico construído durante o Ensino Fundamental. Portanto, o nível 4, descrito como rigor, deve acontecer até o fim do Ensino Fundamental, uma vez que, segundo Dante e Viana (2022, p. xii), “a unidade temática Geometria visa ao desenvolvimento do pensamento geométrico, fundamental para a análise de propriedades e para a elaboração de conjecturas”.

A autonomia de pensamento se manifesta quando o estudante faz conexões entre as propriedades do cubo e outras figuras geométricas que já conhece. Ele pode fazer associações entre o cubo e o paralelepípedo, ou mesmo comparar o cubo com outras formas tridimensionais, como o octaedro ou o tetraedro, sem ter que ser guiado a cada passo. Por exemplo, quando um estudante compreende o conceito de proporcionalidade e de escalas, passa a perceber com mais clareza como representações do espaço — como mapas, plantas e gráficos — influenciam sua leitura do mundo. Ao analisar a representação de um bairro ou de sua cidade, ele não apenas decifra símbolos, mas também começa a refletir sobre organização urbana, distâncias, acessibilidade e desigualdades espaciais. Ou seja, seu olhar se amplia e ele deixa de ser um receptor passivo de informações para se tornar um sujeito que interpreta e questiona o espaço em que vive.

Uma atividade interessante é entregar os cinco sólidos de Platão ao aluno e solicitar que ele coloque em ordem os valores referentes ao número de vértices, arestas e faces, analisando de modo a encontrar a relação entre os três elementos que compõem os sólidos, podem chegar autonomamente à fórmula de Euler.

Além disso, ao desenvolver o pensamento geométrico, o estudante passa a construir seus próprios caminhos para resolver problemas espaciais, seja ao identificar padrões, fazer estimativas, criar representações ou formular conjecturas. Deixa de depender exclusivamente de instruções prontas e passa a pensar com autonomia: analisa uma situação, escolhe estratégias, testa soluções e justifica seus raciocínios com base nas suas relações espaciais.

Sem esse tipo de formação, o estudante corre o risco de se limitar à memorização de fórmulas, sem compreender a lógica das relações espaciais, nem sequer desenvolver as noções geométricas primeiras que darão base para as noções mais complexas. Sem um pensamento geométrico apurado, fica impedido de ler e interpretar criticamente o mundo ao seu redor, restringindo sua autonomia tanto para compreender quanto para intervir, pois até mesmo uma intervenção tomada a partir de uma leitura incompleta pode não ser eficaz. Portanto, o desenvolvimento do pensamento geométrico constitui também um caminho para a construção de uma autonomia sólida, baseada na reflexão, no raciocínio e na capacidade de tomar decisões fundamentadas em um contexto.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao se deparar com uma turma de alunos, um professor deve estar preparado para lidar com uma variedade de níveis de aprendizagem. Isso significa que alguns alunos podem ter um entendimento sólido dos conceitos geométricos básicos, enquanto outros podem enfrentar dificuldades em identificar e aplicar esses conceitos na prática. Cabe ao professor identificar os níveis nos quais os alunos estão e poder promover um ambiente favorável ao desenvolvimento da aprendizagem.

Quando se aplica a teoria dos Van Hiele no ensino da geometria, é crucial reconhecer e abordar essas diferenças individuais. Alguns alunos podem estar no estágio inicial de reconhecimento visual de figuras geométricas simples, enquanto outros já podem estar analisando e fazendo conexões entre as propriedades dessas figuras. Portanto, o professor deve adotar estratégias diferenciadas para atender às necessidades específicas de cada aluno. Isso pode envolver atividades práticas para os alunos do nível 0, análise mais aprofundada de propriedades para os do nível 1 e assim por diante, até chegar aos alunos que estão prontos para compreender demonstrações formais no nível 3 da teoria de Van Hiele.

O foco está em identificar o ponto de partida de cada aluno, seja ele mais básico ou mais avançado, e desenvolver um plano de ensino que os leve progressivamente para níveis mais complexos de compreensão geométrica. Isso requer uma abordagem personalizada que considere as habilidades e o conhecimento prévio de cada estudante, garantindo uma aprendizagem mais eficaz e significativa ao longo do processo educacional.

Com base em nosso estudo, cabe considerarmos que não se desenvolve o pensamento geométrico, especialmente espacial, se o aluno tem idade apenas de memorizar fórmulas, formas e definições geométricas de modo receptivo, o ideal é que gradualmente desenvolva os níveis correspondentes de modo ativo pois sem esse desenvolvimento, sua percepção e leitura de mundo ficará também comprometida.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.

BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola; FIORENTINI, Dario; GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

CROWLEY, Mary L. O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico. In: LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Alberto P. (Org.). **Aprendendo e ensinando geometria**. São Paulo: Atual, 1994. p. 1-20.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Teláris Essencial: Matemática**. São Paulo: Ática, 2022.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. **Educação Matemática: representação e construção em geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FIORENTINI, Dario. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**/Dario Fiorentini, Sergio Lorenzato. – 3. Ed. Ver. – Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

ISOTANI, Seiji; BRANDÃO, Leônidas de Oliveira. **O Papel do Professor e do Aluno Frente ao Uso de um Software de Geometria Interativa: iGeom**. Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 45, p. 165-192, abr. 2013.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria**. São Paulo: Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 1995.

PEQUENO, Marconi. Sujeito, autonomia e moral. In: SILVEIRA, Rosa Maria Godoy. **Educação em direitos humanos: fundamentos teórico-metodológicos**. João Pessoa: Editora Universitária, 2007.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA. **Coordenadoria de Bibliotecas**. Sistema de Automação de Biblioteca, Arquivos Museus e Memórias. c2021. Disponível em: <<https://acervo.biblioteca.uepb.edu.br/pesquisa>>. Acesso em: 16 de abr. de 2025.