



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VI - POETA PINTO DO MONTEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

JOSÉ DIEGO SANTOS FERREIRA

UMA PROPOSTA DE OFICINA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES
QUADRÁTICAS ENVOLVENDO A CONSTRUÇÃO DE CATAPULTAS E O
USO DO SOFTWARE *TRACKER*

MONTEIRO
2025

JOSÉ DIEGO SANTOS FERREIRA

**UMA PROPOSTA DE OFICINA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES
QUADRÁTICAS ENVOLVENDO A CONSTRUÇÃO DE CATAPULTAS E O
USO DO SOFTWARE *TRACKER***

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Humanas e Exatas da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências legais para a obtenção do título de Graduado no Curso de Licenciatura Plena em Matemática.

Área de concentração: Matemática aplicada.

Orientador: Prof. Dr. Brauner Gonçalves Coutinho

**MONTEIRO
2025**

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto em versão impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que, na reprodução, figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

F383p Ferreira, Jose Diego Santos.

Uma proposta de oficina para o ensino de funções quadráticas envolvendo a construção de catapultas e o uso do software *Tracker* [manuscrito] / Jose Diego Santos Ferreira. - 2025.

66 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas, 2025.

"Orientação : Prof. Dr. Brauner Gonçalves Coutinho, Coordenação do Curso de Matemática - CCHE".

1. Funções quadráticas. 2. Movimento de projéteis. 3. Cultura maker. 4. Software Tracker. 5. Ensino de matemática. I. Título

21. ed. CDD 372.7

JOSE DIEGO SANTOS FERREIRA

UMA PROPOSTA DE OFICINA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS
ENVOLVENDO A CONSTRUÇÃO DE CATAPULTAS E O USO DO SOFTWARE
TRACKER

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Coordenação do Curso
de Matemática da Universidade
Estadual da Paraíba, como requisito
parcial à obtenção do título de
Licenciado em Matemática

Aprovada em: 05/06/2025.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado eletronicamente por:

- **Luciano dos Santos Ferreira** (***.565.264-**), em **18/06/2025 18:43:25** com chave **434341b24c8d11f09ce006adb0a3afce**.
- **Brauner Gonçalves Coutinho** (***.057.844-**), em **22/06/2025 21:10:31** com chave **7a09e58e4fc611f0b3d72618257239a1**.
- **José Luiz Cavalcante** (***.770.834-**), em **18/06/2025 16:22:40** com chave **99d44f1c4c7911f0ae2f1a1c3150b54b**.

Documento emitido pelo SUAP. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.uepb.edu.br/comum/autenticar_documento/ e informe os dados a seguir.

Tipo de Documento: Folha de Aprovação do Projeto Final

Data da Emissão: 22/06/2025

Código de Autenticação: c2d2be



Dedico este trabalho a todos aqueles que, de alguma forma, acreditam na força da educação e na importância do conhecimento. Que este estudo seja uma pequena contribuição para um mundo melhor.

AGRADECIMENTOS

Agradeço às pessoas que, direta ou indiretamente, me apoiaram durante o desenvolvimento deste trabalho, tanto emocional quanto presencialmente, sendo fundamentais como os coeficientes de uma função. Dedico um agradecimento especial à minha família: meu pai Adeildo Ricardo, minha mãe Gilvanete Maria, minha avó Marina Maria e meu irmão Tiago Santos, por sempre estarem ao meu lado e me impulsionarem nos momentos mais difíceis.

Sou igualmente grato aos amigos Emerson Luan, Amanda Kelly, Nataly Paiva, Bruno Henrique, Alexandre Oliveira, Douglas Henrique e Roger Mendes, cujos conselhos e motivação me ajudaram a valorizar a vida. Não posso deixar de mencionar os colegas de curso Bruno Romão, José Wyllyam, Ricardo Henrique e Vinícius Siqueira, com quem compartilhei jornadas intensas de estudo e aprendizado.

Agradeço ainda aos professores das escolas Erem Edson Simões e Erem Oliveira Lima, bem como aos docentes da UEPB, especialmente ao meu orientador, Brauner Coutinho, pelos valiosos ensinamentos. Suas orientações foram cruciais para minha formação.

Finalizo com uma citação de Shin Noah: “A amplitude da tristeza de alguém deve ser igual à amplitude da felicidade da mesma pessoa”, refletindo sobre os desafios e conquistas que moldaram minha trajetória.

“Não vos amoldeis às estruturas deste mundo, mas transformai-vos pela renovação da mente, a fim de distinguir qual é a vontade de Deus: o que é bom, o que Lhe é agradável, o que é perfeito.”
(Bíblia Sagrada, Romanos 12, 2)

RESUMO

Conforme as competências da BNCC, as tecnologias desempenham um papel crucial no desenvolvimento dos estudantes como cidadãos críticos e independentes. De acordo com Papert, a utilização de recursos tecnológicos proporciona aos estudantes a oportunidade de se envolverem ativamente no processo de aprendizagem, desenvolvendo o raciocínio lógico e investigativo enquanto lidam com problemas reais. O uso do software Tracker no estudo de funções, associadas ao lançamento de projéteis, pode tornar o aprendizado mais significativo, estimulando a investigação científica, em uma aprendizagem visual e interdisciplinar, abrangendo a matemática, a física e a tecnologia. O objetivo deste trabalho é propor o uso do Tracker por meio de uma oficina ou itinerário formativo, com foco em uma abordagem de ensino ativo, na qual o professor atua como mediador das análises realizadas pelos alunos. Para isso, exploramos uma das aplicações mais clássicas dos movimentos parabólicos: as catapultas (ou trabucos), armas cuja história é bem documentada. Esta é uma pesquisa aplicada que busca promover o estudo de um conteúdo matemático de maneira prática e adota uma abordagem qualitativa baseada nas interações e opiniões dos participantes. Além disso, possui um caráter exploratório ao investigar uma proposta inovadora junto a um grupo de voluntários. Inicialmente foram construídos pequenos modelos artesanais de catapultas/trabucos utilizando materiais simples como palitos, elásticos e cordão. Lançamentos realizados foram registrados em vídeo com a participação dos alunos e, em seguida, analisados com o software Tracker, gerando os gráficos da trajetória parabólica e permitindo a observação em tempo real da função quadrática associada aos lançamentos. A atividade foi desenvolvida com alunos do ensino médio da escola EREM Edson Simões, do município de São José do Egito, PE. Os alunos participaram ativamente, demonstrando interesse em cada etapa trabalhada. Concluimos que o uso de ferramentas tecnológicas como o Tracker, aliado à construção colaborativa de dispositivos com materiais simples em uma abordagem alinhada à cultura Maker, pode favorecer não apenas a compreensão de conteúdos abstratos, mas também o desenvolvimento de competências essenciais à formação dos estudantes.

Palavras-chave: Catapultas. Funções quadráticas. Movimento de Projéteis. Cultura Maker. Software Tracker.

ABSTRACT

According to the competencies outlined by the BNCC (National Common Curricular Base), technologies play a crucial role in developing students as critical and independent citizens. According to Papert, the use of technological resources provides students with the opportunity to engage actively in the learning process, developing logical and investigative reasoning while dealing with real-world problems. The use of the Tracker software in the study of functions related to projectile motion can make learning more meaningful, stimulating scientific inquiry through a visual and interdisciplinary approach that encompasses mathematics, physics, and technology. The aim of this work is to propose the use of Tracker through a workshop or formative itinerary focused on an active teaching approach, in which the teacher acts as a mediator of the analyses carried out by the students. To achieve this, we explore one of the most classic applications of parabolic motion: catapults (or trebuchets), weapons whose history is well documented. This is an applied research project that seeks to promote the study of mathematical content in a practical way and adopts a qualitative approach based on the interactions and opinions of the participants. Additionally, it has an exploratory character by investigating an innovative proposal with a group of volunteers. Initially, small handcrafted models of catapults/trebuchets were built using simple materials such as sticks, rubber bands, and string. The launches carried out were recorded on video with the participation of the students and then analyzed using the Tracker software, generating graphs of the parabolic trajectory and allowing real-time observation of the quadratic function associated with the launches. The activity was developed with high school students from EREM Edson Simões, located in the municipality of São José do Egito, PE. The students participated actively, showing interest in each stage of the work. We conclude that the use of technological tools such as Tracker, combined with the collaborative construction of devices using simple materials in an approach aligned with the Maker culture, can favor not only the understanding of abstract content but also the development of essential competencies for students' education.

Key-words: Catapults. Quadratic Functions. Projectile Motion. Maker Culture. Tracker Software.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Modelo ilustrativo de uma Catapulta.	14
Figura 2 – Modelo ilustrativo do Trebuchet.	15
Figura 3 – Esquema do trabuco (trebuchet).	16
Figura 4 – Elementos do gráfico de uma função quadrática.	17
Figura 5 – Influência do coeficiente a na concavidade.	17
Figura 6 – Influência do Δ e do coeficiente a no gráfico da função quadrática. . . .	18
Figura 7 – Influência do coeficiente a na “abertura” da parábola.	19
Figura 8 – Influência do coeficiente b no gráfico.	20
Figura 9 – O coeficiente c no gráfico.	21
Figura 10 – Movimento parabólico de uma partícula.	21
Figura 11 – Centelhas descrevem movimento parabólico.	21
Figura 12 – Deslocamento de uma partícula.	22
Figura 13 – Movimento parabólico de uma partícula.	24
Figura 14 – Alcance horizontal e altura máxima.	25
Figura 15 – Trajetórias obtidas por diferentes ângulos de lançamento.	26
Figura 16 – Alguns dos materiais utilizados para a construção dos lançadores. . . .	32
Figura 17 – Alunos construindo lançadores artesanais.	33
Figura 18 – Importando o vídeo.	35
Figura 19 – Abrindo a janela para análise de dados.	36
Figura 20 – Tipos de ajuste de curva.	36
Figura 21 – Apresentação de vídeo durante a primeira intervenção.	37
Figura 22 – Catapulta artesanal construída pelos alunos.	41
Figura 23 – Modelo de catapulta mais robusto.	41
Figura 24 – Vídeo com os alunos realizando lançamentos.	42
Figura 25 – Uso do bastão de calibração e posicionamento do sistema de coordenadas. .	43
Figura 26 – Pontos de Massa em um intervalo de quadros.	44
Figura 27 – Gráfico gerado a partir da marcação dos pontos.	44
Figura 28 – Gráfico com as coordenadas do voo.	45
Figura 29 – Janela de ajuste.	45
Figura 30 – Janela de ajuste parabólico.	46
Figura 31 – Função associada ao lançamento plotada no <i>GeoGebra</i>	47
Figura 32 – Resposta recebida por aplicativo de mensagem instantânea.	47
Figura 33 – Avaliação de cada atividade da oficina.	48

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1	Armas de cerco: contextualização histórica	14
2.2	Funções quadráticas	17
2.3	Movimento em duas dimensões	19
2.3.1	<i>Os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração</i>	19
2.3.2	<i>Movimento Bidimensional com aceleração constante</i>	22
2.3.3	<i>Movimento de Projéteis</i>	23
2.3.3.1	<i>Alcance horizontal e altura máxima de um projétil</i>	25
2.4	As tecnologias e a cultura <i>maker</i> na educação	26
2.4.1	<i>O software Tracker e a aprendizagem ativa</i>	28
2.4.2	<i>A cultura maker como aliada pedagógica</i>	29
3	METODOLOGIA	30
3.1	Desenvolvimento dos dispositivos de lançamento	31
3.1.1	<i>Materiais usados</i>	31
3.1.2	<i>Etapas da construção</i>	32
3.2	O software Tracker	33
3.2.1	<i>Modo de utilização</i>	34
3.3	Descrição das intervenções	35
3.3.1	<i>Intervenção 1</i>	37
3.3.2	<i>Intervenção 2</i>	38
3.3.3	<i>Intervenção 3</i>	38
3.3.4	<i>Intervenção 4</i>	39
3.3.5	<i>Intervenção 5</i>	39
3.3.6	<i>Intervenção 6</i>	40
4	RESULTADOS	41
4.1	Os lançadores construídos	41
4.2	O vídeo do experimento	42
4.3	A análise pelo <i>Tracker</i> e <i>GeoGebra</i>	42
4.4	A opinião dos participantes	46
4.4.1	<i>Avaliação das atividades</i>	47
4.4.2	<i>Análise das respostas das questões abertas</i>	48
4.5	Ideias e discussões surgidas entre os alunos	51
4.6	Dificuldades e desafios enfrentados	52
5	CONCLUSÃO	53

REFERÊNCIAS	55
APÊNDICE A – SEQUÊNCIA DIDÁTICA	57
APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO	61

1 INTRODUÇÃO

O ensino da matemática nas escolas secundárias enfrenta desafios significativos, especialmente no que se refere a tornar conceitos abstratos compreensíveis e relevantes para os alunos. Entre esses conceitos, as funções quadráticas e sua representação gráfica desempenham um papel importante. No entanto, a melhor compreensão dessas funções é frequentemente dificultada pela falta de contexto prático e de interdisciplinaridade.

O estudo dos lançamentos de projéteis oferece uma oportunidade única de integrar conhecimentos matemáticos, físicos e históricos. O movimento parabólico produzido pelo lançamento de um projétil é um exemplo clássico de aplicação de funções quadráticas, permitindo que os alunos visualizem e compreendam melhor os conceitos teóricos envolvidos.

Este trabalho tem como objetivo apresentar uma oficina educacional que utiliza tecnologias educacionais, especificamente o software *Tracker*, para promover o aprendizado sobre os princípios do lançamento de projéteis e as trajetórias parabólicas seguidas por eles. O público-alvo da oficina é composto por alunos do segundo ano do ensino médio, com o intuito de proporcionar-lhes conhecimento teórico e experiência prática, além de promover conexões interdisciplinares.

A motivação para este estudo surgiu da admiração histórica pelas armas medievais de cerco (catapultas e trabucos), pela forma como elas revolucionaram as guerras e por toda a engenharia necessária para sua criação e construção. Por meio deste estudo, busca-se correlacionar importantes assuntos físicos e matemáticos com uma aplicação do mundo real. O trabalho pretende incluir a realização de atividades práticas, como a construção de catapultas artesanais para a realização de experimentos, permitindo que os alunos explorem e descubram por conta própria os princípios básicos do movimento dos projéteis e como as funções quadráticas são úteis no seu estudo.

Para uma melhor compreensão, apresentamos a seguir a estrutura do restante deste trabalho, destacando os principais pontos tratados em cada capítulo. No Capítulo 2 são abordados assuntos teóricos que serviram como base para o desenvolvimento da pesquisa: os princípios históricos, matemáticos, conceitos físicos e a fundamentação relacionada ao ensino e à aprendizagem que foi útil para a elaboração das atividades que são descritas no Capítulo 3. O Capítulo 3 apresenta a classificação metodológica da pesquisa. O capítulo ainda descreve o público-alvo, como foram construídos os lançadores e ilustra, de modo sucinto, a forma de uso do software *Tracker*. Além disso, descreve as intervenções realizadas com os participantes. O Capítulo 4 apresenta os lançadores que foram construídos para os experimentos, alguns problemas que ocorreram durante a utilização dos mesmos. Além disso, o capítulo traz detalhes da gravação em vídeo de uma dinâmica com os alunos e como

o *Tracker* e o *GeoGebra* foram utilizados para sua análise. As respostas do questionário de avaliação aplicado aos alunos são comentadas. O capítulo termina apresentando algumas ideias e discussões que surgiram entre os alunos, além das dificuldades e desafios enfrentados. Finalmente, o Capítulo 5 traz uma síntese sobre os resultados da pesquisa e reflexões sobre o tema, respondendo à problemática levantada e apontando direções para estudos futuros.

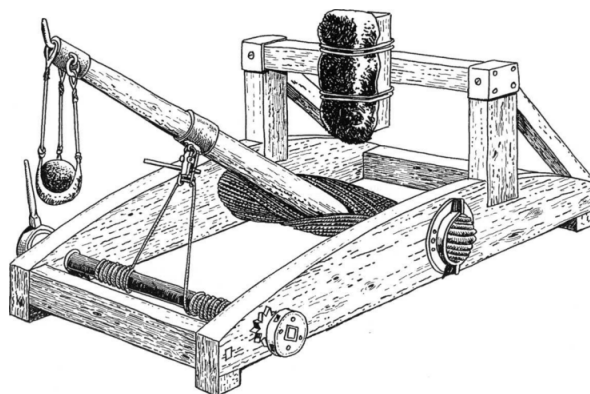
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Armas de cerco: contextualização histórica

A história das armas de cerco revela um longo processo de desenvolvimento de invenções que acompanharam a evolução da química, das táticas e dos dispositivos mecânicos. Das catapultas e trabucos da Idade Média aos modernos morteiros de alta precisão, a evolução dessas tecnologias demonstra a busca constante por soluções cada vez mais eficazes para ataques ao longo do tempo.

Segundo Onça (2020) e Lepage (2015), as primeiras catapultas da antiguidade foram criadas pelos gregos e romanos como poderosas armas de cerco. Elas tinham a capacidade de lançar projéteis de pedra e esferas incendiárias em direção às paredes do inimigo e suas tropas. A evolução das catapultas levou à criação do trabuco, uma arma mais avançada e eficaz, que empregava um contrapeso, permitindo o uso de projéteis maiores, mais pesados e com maior precisão. Essa tecnologia teve um impacto significativo no campo de batalha da Europa medieval, permitindo que os exércitos devastassem estruturas antes consideradas impenetráveis. A Figura 1 e a Figura 2 mostram, respectivamente, representações clássicas de uma catapulta e um trabuco (ou trebuchet).

Figura 1 – Modelo ilustrativo de uma Catapulta.

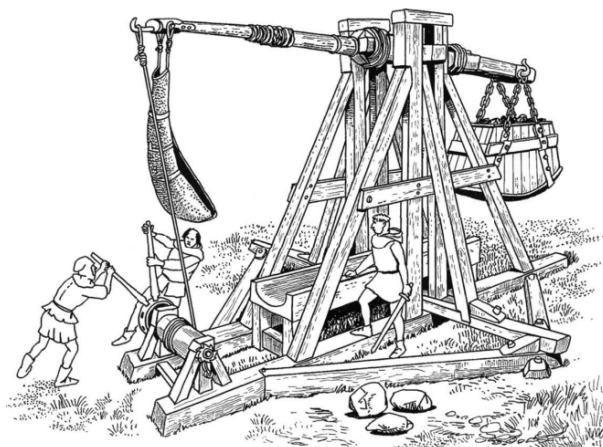


Fonte: Lepage (2015).

A catapulta, conforme mostra a Figura 1, tinha uma estrutura de madeira sólida, com um braço giratório que era amarrado e tensionado por um material maleável de alta resistência, como corda torcida ou crina de cavalo. O braço era acionado por um guincho, e o projétil era colocado em uma funda ou colher. Um sistema permitia que o braço móvel fosse destravado rapidamente. Devido à tensão da corda, era impulsionado com grande força. O movimento ascendente do braço era repentinamente interrompido contra uma viga transversal sólida que tinha uma almofada acolchoada; isso fazia com que o projétil

fosse lançado pelos ares em uma trajetória parabólica. Ao ajustar o ângulo da máquina ou das vigas transversais, a trajetória do projétil podia ser alterada. Além disso, havia uma variante que utilizava um arco grande, semelhante a uma balista.

Figura 2 – Modelo ilustrativo do Trebuchet.



Fonte: Lepage (2015).

Já no lançamento do trabuco, conforme ilustrado na Figura 2, o contrapeso, constituído por uma massa sólida e densa que frequentemente pesava várias toneladas, era responsável por gerar a energia propulsora utilizada no mecanismo. Esse papel poderia ser desempenhado por uma caixa de madeira ou um recipiente cheio de terra ou pedras. O contrapeso era crucial para a operação do sistema, sendo conectado ao braço curto de uma grande viga pivotante, que em torno de um eixo central era sustentada por uma estrutura sólida. Quando o braço era liberado, a força da gravidade atuando no contrapeso gerava o torque (conceito físico relacionado ao movimento de rotação de um corpo sob a ação de uma força) necessário para fazer com que o sistema girasse em alta velocidade. Após o lançamento, o braço era reposicionado com o auxílio de um gancho e um novo projétil era posicionado em uma funda fixada na extremidade do braço longo oposta ao contrapeso. O ângulo inicial de lançamento e a força resultante eram estimados pela relação de massa entre o peso do contrapeso, o comprimento dos braços da viga e a resistência do guincho.

Contudo, o surgimento da pólvora no século XIV revolucionou o combate, dando início à era dos canhões, que rapidamente substituíram as catapultas e os trabucos como as principais armas de cerco. Com o avanço da pólvora e das técnicas de fabricação de armamentos, os canhões dominaram os conflitos militares por vários séculos. O “morteiro-Stokes”, que foi projetado pelo engenheiro britânico Wilfred Stokes em 1915, permitia um disparo rápido e preciso em ângulos altos, o que era ideal para combate em trincheiras e terrenos acidentados. Esse morteiro teve influência no design de modelos modernos e representou o início da artilharia de morteiro.

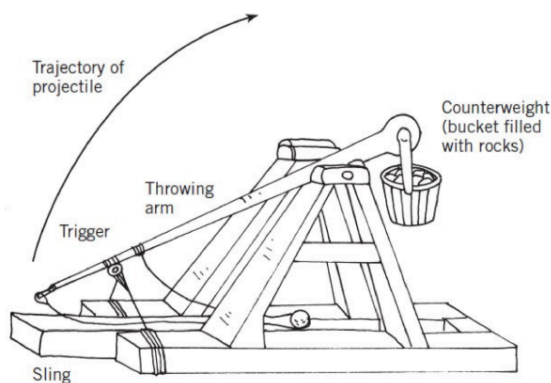
Durante a Segunda Guerra Mundial, os morteiros foram desenvolvidos em uma

ampla variedade de tamanhos e potências, sendo utilizados tanto em operações ágeis e rápidas quanto em ataques de longo alcance. Unidades especializadas em seu uso estavam presentes em diferentes cenários de combate, adaptando-se a diversos tipos de terreno e estratégias de guerra, o que aumentou a eficácia e a letalidade desses armamentos. Após o conflito, os avanços tecnológicos continuaram, tornando os morteiros modernos ainda mais leves, transportáveis e precisos.

Em última análise, a evolução das armas usadas em cercos reflete a evolução da tecnologia de combate ao longo do tempo. Das bestas medievais aos morteiros sofisticados de hoje, cada fase desse caminho demonstra a evolução das estratégias militares em busca de soluções eficazes que possam atender às exigências presentes nos campos de batalha em cada época.

A Figura 3 apresenta um esquema de trebuchet desenvolvido no início do século IV a.C. na Grécia (Gurstelle, 2018), detalhando elementos essenciais:

Figura 3 – Esquema do trabuco (trebuchet).



Fonte: Gurstelle (2018).

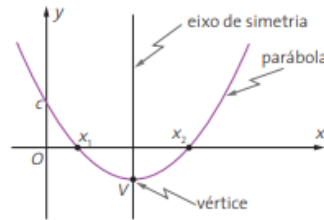
- Funda (Sling) : uma correia na extremidade do braço que segura o projétil antes do lançamento;
- Braço de arremesso (Throwing arm): uma longa alavanca que gira em torno de um eixo para lançar o projétil;
- Gatilho (Trigger): um mecanismo que libera o braço de arremesso, iniciando o movimento;
- Contrapeso (Counterweight): um balde cheio de pedras que fornece a energia para mover o braço e arremessar o projétil;
- Trajetória do projétil (Trajectory of projectile): o caminho no ar que o projétil segue ao ser lançado.

2.2 Funções quadráticas

Segundo Dante (2013), a função quadrática é uma função de expressão polinomial de segundo grau na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a , b e c são os coeficientes reais $a \neq 0$. O gráfico desta função é uma parábola cuja concavidade pode ser voltada para cima ou para baixo, dependendo do sinal do coeficiente a . No caso do movimento de projéteis, a concavidade será sempre voltada para baixo.

A Figura 4 mostra o gráfico de uma função quadrática e seus elementos principais. O eixo de simetria é uma linha vertical que passa pelo vértice e divide a parábola em duas partes simétricas.

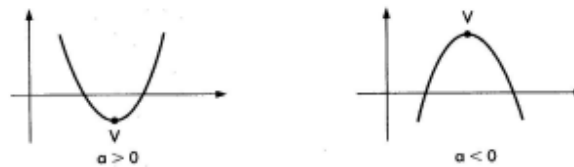
Figura 4 – Elementos do gráfico de uma função quadrática.



Fonte: Dante (2013).

A concavidade da parábola depende do coeficiente a : se $a > 0$, a parábola é voltada para cima; se $a < 0$, é voltada para baixo, conforme ilustrado na Figura 5.

Figura 5 – Influência do coeficiente a na concavidade.



Fonte: Morettin, Hazzan e Bussab (2016).

Morettin, Hazzan e Bussab (2016) definem o ponto V como o vértice da parábola. Se $a > 0$, a abscissa do vértice é um ponto de mínimo; se $a < 0$, a abscissa do vértice é um ponto de máximo.

As coordenadas x_v e y_v do vértice da parábola podem ser calculadas por:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \quad (2.1)$$

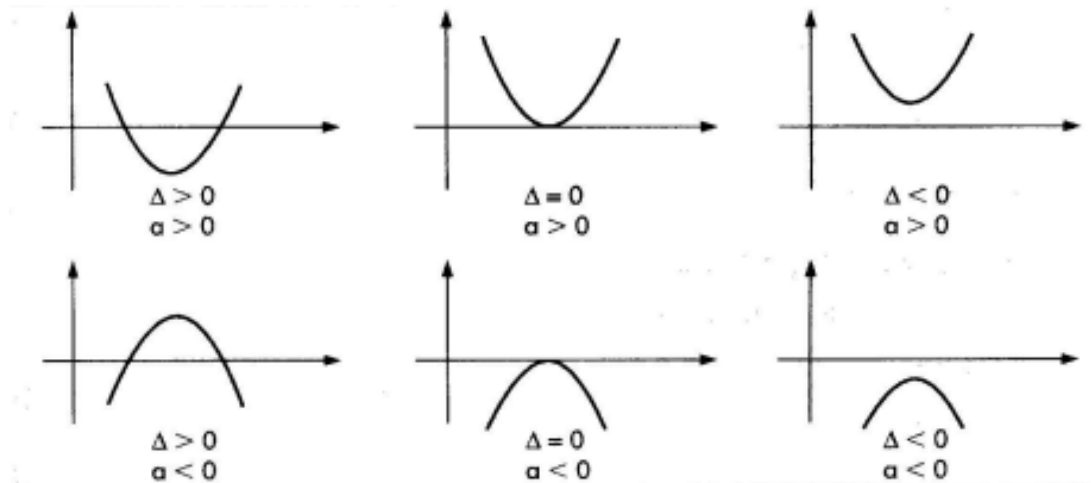
e

$$y_v = f(x_v) = \frac{-\Delta}{4a} \quad (2.2)$$

Os pontos de intersecção da parábola com o eixo x são chamados de raízes, representados na Figura 4 por x_1 e x_2 . Se a equação tiver duas raízes reais o $\Delta > 0$, a

parábola intercepta o eixo x em dois pontos distintos; se a possui apenas uma raiz quando o $\Delta = 0$, a parábola intercepta apenas um único ponto no eixo x ; por fim, se o $\Delta < 0$, a parábola não intercepta o eixo x (Morettin; Hazzan; Bussab, 2016). Alguns exemplos de gráficos para valores distintos de Δ são mostrados na Figura 6.

Figura 6 – Influência do Δ e do coeficiente a no gráfico da função quadrática.



Fonte: Morettin, Hazzan e Bussab (2016).

As raízes da função quadrática são os valores de x para os quais $f(x) = 0$. Elas podem ser encontradas por meio da fórmula quadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} \quad (2.3)$$

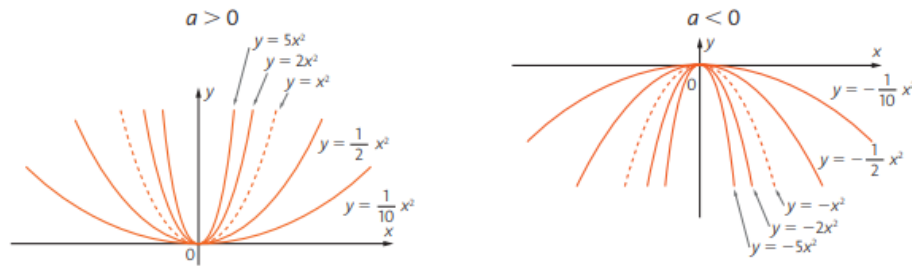
Cada um dos coeficientes a , b e c da função quadrática exerce influência específica no formato e na posição da curva no plano cartesiano.

Além da orientação da concavidade, o coeficiente a é responsável pela abertura da parábola:

- Quanto maior o valor absoluto de a , mais estreita será a parábola.
- Quanto menor o valor absoluto de a , mais aberta ela será.

O coeficiente b influencia a posição da parábola em relação ao eixo x , pois afeta diretamente a coordenada x do vértice, conforme a Equação 2.1. Em conjunto com o coeficiente a , ele determina o deslocamento horizontal da parábola.

Além disso, b interfere na forma como a curva cruza o eixo y : quando $b > 0$, a interseção ocorre no ramo crescente da parábola (Figura 8a); quando $b < 0$, essa interseção se dá no ramo decrescente (Figura 8b); e, quando $b = 0$, o ponto de cruzamento coincide com o vértice (Figura 8c).

Figura 7 – Influência do coeficiente a na “abertura” da parábola.

Fonte: Dante (2013).

O coeficiente c representa o valor da função quando $x = 0$, isto é:

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$$

Portanto, c determina o ponto onde a parábola intercepta o eixo y , no ponto $(0, c)$, ou seja, $f(0) = c$, tal como a Figura 9.

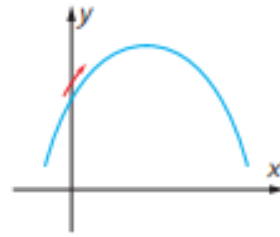
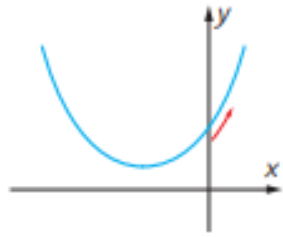
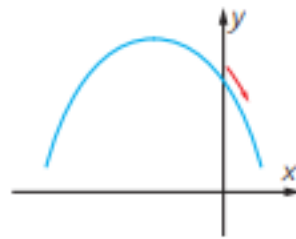
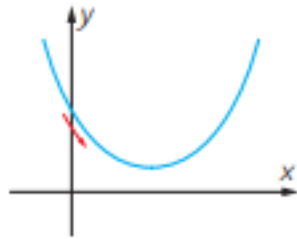
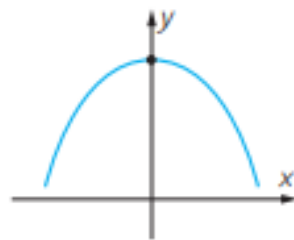
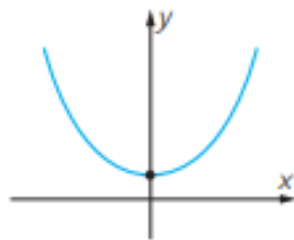
O movimento de projéteis é uma das aplicações mais importantes das funções quadráticas, pois a trajetória de um projétil, como uma bola de futebol ou uma bala de canhão quando se desloca pelo ar, é aproximadamente uma parábola, que é o gráfico de uma função quadrática. A seguir vamos tratar desse movimento.

2.3 Movimento em duas dimensões

O lançamento de um projétil pode ser estudado como um movimento de uma partícula em um plano bidimensional, cuja trajetória pode ser descrita por um sistema de coordenadas cartesianas. O movimento começa quando um corpo é lançado com uma velocidade inicial e, a partir desse instante, passa a ser influenciado pela força da gravidade e, dependendo do modelo, por forças como a resistência do ar ou do vento. Esse tipo de movimento bidimensional pode ser observado em várias atividades humanas, como no arremesso da bola em esportes como vôlei e basquete, ou em um chute em uma partida de futebol. A Figura 11 mostra um homem usando um maçarico para cortar o aço, onde as partículas lançadas no ar também descrevem um movimento parabólico.

2.3.1 Os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração

Segundo Halliday, Resnick e Walker (2010), o deslocamento é um vetor definido como o resultado da diferença entre sua posição final e a sua posição inicial. A Figura 12 ilustra o movimento de uma partícula no plano xy e o vetor deslocamento $\Delta \mathbf{r}$ durante o movimento da partícula.

Figura 8 – Influência do coeficiente b no gráfico.(a) $b > 0$ (b) $b < 0$ (c) $b = 0$

Fonte: Dante (2013).

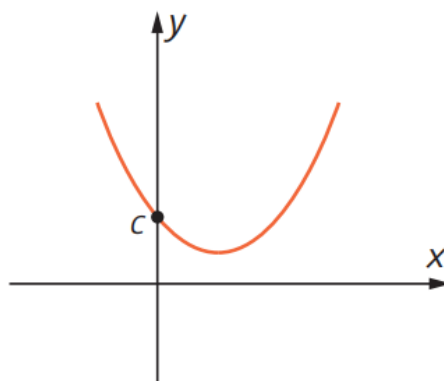
Considerando que a partícula se desloca nessa trajetória no intervalo de tempo Δt , onde $\Delta t = t_f - t_i$, o seu deslocamento pode ser dado por:

$$\Delta \mathbf{r} \equiv \mathbf{r}_f - \mathbf{r}_i. \quad (2.4)$$

Levando em consideração a distância percorrida e o tempo decorrido, Halliday, Resnick e Walker (2010) definem a velocidade média de uma partícula durante um intervalo de tempo Δt como:

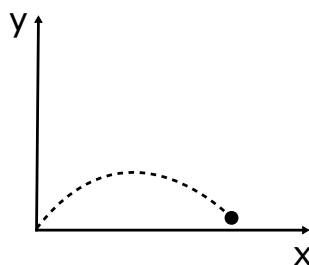
$$\bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}. \quad (2.5)$$

À medida que Δt se torna cada vez menor, a direção do vetor deslocamento tende a se aproximar da reta que tangencia a trajetória no ponto A da figura. A velocidade

Figura 9 – O coeficiente c no gráfico.

Fonte: Dante (2013).

Figura 10 – Movimento parabólico de uma partícula.



Fonte: autoria própria.

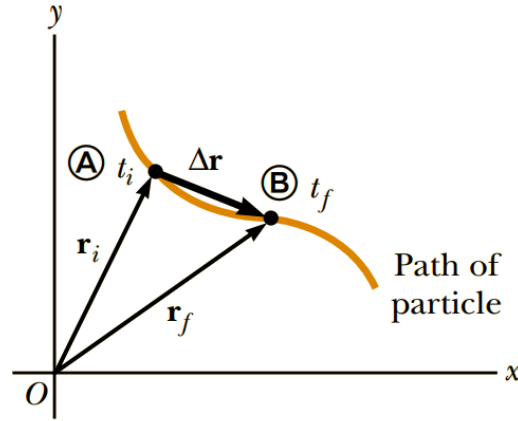
Figura 11 – Centelhas descrevem movimento parabólico.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2010).

instantânea $\mathbf{v}$ pode ser definida como o limite da velocidade média quando o Δt se aproxima de 0 na Equação 2.5.

Figura 12 – Deslocamento de uma partícula.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2010).

$$\mathbf{v} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \quad (2.6)$$

Em outras palavras, Halliday, Resnick e Walker (2010) descrevem a velocidade instantânea como a derivada do vetor posição em relação ao tempo. A amplitude do vetor velocidade instantânea $v = |\mathbf{v}|$ é uma grandeza escalar.

Os autores também definem a aceleração média desta partícula como sendo a razão entre a variação da velocidade instantânea $\Delta \mathbf{v}$ e o tempo Δt decorrido durante o movimento, ou seja:

$$\bar{\mathbf{a}} \equiv \frac{\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}. \quad (2.7)$$

De modo análogo, a aceleração instantânea pode ser definida como o limite da razão $\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$ quando Δt tende a 0, ou seja, como a derivada do vetor velocidade em relação ao tempo:

$$\mathbf{a} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (2.8)$$

2.3.2 Movimento Bidimensional com aceleração constante

Conforme escreve Halliday, Resnick e Walker (2010), se consideramos um movimento bidimensional em que a aceleração permanece constante em magnitude e direção, o vetor deslocamento para uma partícula se movendo no plano cartesiano é dado por:

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}. \quad (2.9)$$

onde x , y e $\mathbf{r}$ se modificam com o tempo conforme a partícula se move, enquanto $\mathbf{i}$ e $\mathbf{j}$ permanecem constantes. Sendo o vetor posição conhecido, obtêm-se a velocidade da partícula por meio da Equação 2.6 e da Equação 2.9:

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j}. \quad (2.10)$$

Como o vetor aceleração ($\mathbf{a}$) é considerado constante, suas componentes a_x e a_y também são constantes. Consequentemente, aplicam-se as equações da cinemática às componentes x e y do vetor de velocidade, resultando em:

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t. \quad (2.11)$$

Logo, o vetor posição como uma função do tempo é dado por:

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2. \quad (2.12)$$

Conforme Halliday, Resnick e Walker (2010) as equações 2.11 e 2.12 são expressões vetoriais e podem ser escritas na forma de suas componentes:

$$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t \quad \begin{cases} v_{xf} = v_{xi} + a_x t. \\ v_{yf} = v_{yi} + a_y t. \end{cases} \quad (2.13)$$

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2} \mathbf{a} t^2 \quad \begin{cases} x_f = x_i + v_{xi} t + \frac{1}{2} a_x t^2. \\ y_f = y_i + v_{yi} t + \frac{1}{2} a_y t^2. \end{cases} \quad (2.14)$$

Estas equações demonstram que o movimento bidimensional, quando a aceleração é constante, é equivalente a dois movimentos independentes, um na direção x e um na direção y , com acelerações constantes a_x e a_y . Para nosso trabalho, é fundamental considerar essas suposições.

2.3.3 Movimento de Projéteis

Quando um jogador chuta uma bola de futebol, ela descreve uma trajetória curvilínea. Para Halliday, Resnick e Walker (2010), analisar este tipo de movimento fica mais simples quando são feitas duas considerações: (1) durante a queda livre, a aceleração gravitacional é constante durante toda a amplitude do movimento, (2) o efeito de resistência do ar é desprezível. Com base nessas hipóteses, o caminho do projétil (trajetória) será sempre uma parábola, ou seja, uma curva simétrica que pode ser definida por meio de uma equação quadrática.

Para evidenciar que toda trajetória de um projétil é parabólica, vamos assumir um referencial vertical com o y positivo apontando para cima. Como a resistência do ar é desprezada, sabemos que $a_y = -g$ (aceleração vertical é oposta à força da gravidade), e $a_x = 0$. Supondo que em $t = 0$ o projétil parte da origem ($x_i = y_i = 0$) com uma velocidade v_i , como mostrado na Figura 13. O vetor $\mathbf{v}_i$ forma um ângulo θ_i em relação ao eixo horizontal, isto é, θ_i é o ângulo com o qual o projétil é lançado.

As componentes iniciais x e y da velocidade são:

$$v_{xi} = v_i \cos \theta_i. \quad \text{e} \quad v_{yi} = v_i \sin \theta_i. \quad (2.15)$$

Substituindo a componente x na Equação 2.14 com $x_i = 0$ e $a_x = 0$, encontramos:

$$x_f = v_{xi}t = (v_i \cos \theta_i)t. \quad (2.16)$$

Analogamente, na componente y com $y_i = 0$ e $a_y = -g$, temos:

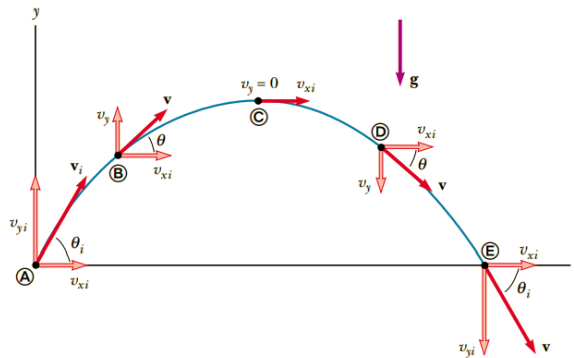
$$y_f = (v_i \sin \theta_i)t - \frac{1}{2}gt^2. \quad (2.17)$$

Reorganizando a Equação 2.16 para obter que $t = x_f/(v_i \cos \theta_i)$ e, substituindo este valor na Equação 2.17, encontramos:

$$y = (\tan \theta_i)x - \left(\frac{g}{2v_i^2 \cos^2 \theta_i} \right) x^2. \quad (2.18)$$

Essa equação é válida para o intervalo de $0 < \theta_i < \frac{\pi}{2}$ (Halliday; Resnick; Walker, 2010). Podemos comparar a Equação 2.18 com a equação $y = ax - bx^2$ de uma parábola que passa pela origem. Assim, Halliday, Resnick e Walker (2010) demonstram que a trajetória de um projétil é, de fato, uma parábola.

Figura 13 – Movimento parabólico de uma partícula.



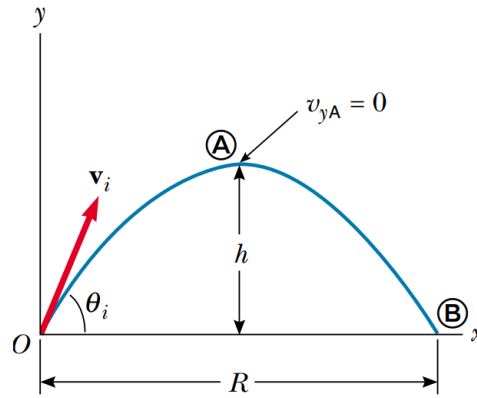
Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2010).

Halliday, Resnick e Walker (2010) destacam que o movimento de um projétil é a superposição de dois movimentos: (1) movimento de velocidade constante na direção horizontal e (2) movimento de queda livre na direção vertical. Além disso, com exceção do tempo de voo, as componentes horizontal e vertical do movimento de um projétil são completamente independentes uma da outra.

2.3.3.1 Alcance horizontal e altura máxima de um projétil

Tomando como referência a Figura 14, Halliday, Resnick e Walker (2010) destacam que, no estudo do lançamento de projéteis, dois pontos são particularmente relevantes: o ponto de pico A , com coordenadas cartesianas $(R/2, h)$, e o ponto B , com coordenadas $(R, 0)$. Aqui, R é a distância conhecida como alcance horizontal do projétil e h é a altura máxima alcançada durante o voo.

Figura 14 – Alcance horizontal e altura máxima.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2010).

É possível determinar a altura máxima e o alcance horizontal em termos de v_i , θ_i e g . Podemos determinar a altura máxima h observando que, no ponto de máximo, $v_{yA} = 0$. Assim, podemos usar a Equação 2.13 para determinar o tempo t_A que o projétil leva para atingir o pico, dado por:

$$t_A = \frac{v_i \sin \theta_i}{g} \quad (2.19)$$

Substituindo essa expressão para t_A na componente y da Equação 2.14 e substituindo y por h , obtemos uma expressão para h em termos da magnitude e direção do vetor de velocidade inicial:

$$h = \frac{v_i^2 \sin^2 \theta_i}{2g}. \quad (2.20)$$

Para calcular o alcance R , devemos considerar que, para atingir este ponto, o projétil leva duas vezes o tempo para atingir o pico, ou seja, $t_B = 2t_A$. Utilizando a

Equação 2.14 para o movimento no eixo horizontal e seguindo os procedimentos mostrados por Halliday, Resnick e Walker (2010), obtém-se que o alcance máximo pode ser calculado como:

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}. \quad (2.21)$$

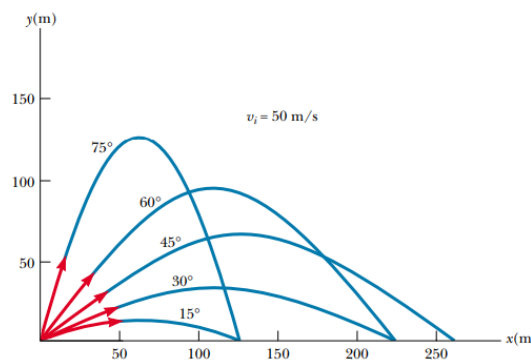
É importante destacar que as equações 2.20 e 2.21 servem para calcular h e R somente se v_i e θ_i forem conhecidos e se o projétil atingir o solo na mesma altura de lançamento, como ocorre na Figura 14.

Halliday, Resnick e Walker (2010) mostram como calcular o valor máximo de R da Equação 2.21:

$$R_{\max} = \frac{v_i^2}{g}. \quad (2.22)$$

Este valor ocorre quando $\sin 2\theta_i = 1$, o que ocorre quando $2\theta_i = 90^\circ$. Portanto, R é máximo quando $\theta_i = 45^\circ$. A Figura 15 mostra diversas trajetórias de um projétil com uma mesma velocidade inicial, mas sendo lançado em ângulos diferentes. A figura confirma que o alcance realmente é máximo quando $\theta_i = 45^\circ$.

Figura 15 – Trajetórias obtidas por diferentes ângulos de lançamento.



Fonte: Halliday, Resnick e Walker (2010).

2.4 As tecnologias e a cultura *maker* na educação

As mudanças no sistema educacional, com a introdução dos novos itinerários formativos Educação (2017), trouxeram às escolas e, especialmente aos educadores, desafios significativos em seus procedimentos pedagógicos. Essas transformações exigiram a elaboração de novos planejamentos e a adaptação dos métodos de ensino, com o objetivo de atender às competências gerais da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Busca-se, assim, promover o desenvolvimento da autonomia e da capacidade reflexiva dos estudantes

em relação às suas escolhas de vida, em consonância com os princípios dos itinerários formativos.

Ensinar é um desafio constante, tanto para novos licenciados quanto para professores experientes. A cada ano, as escolas recebem centenas de estudantes com trajetórias e vivências distintas, cabendo aos docentes a tarefa de elaborar planos de aula que tornem os conteúdos relevantes, conectados à realidade dos alunos e contextualizados em seu cotidiano. Nesse contexto, torna-se necessário refletir sobre o papel do professor investigativo, especialmente quando se busca abordar conteúdos matemáticos, como as funções quadráticas e seus gráficos, de maneira contextualizada, articulando-os com elementos da história e da física. Essa abordagem se justifica à luz das competências gerais 4 e 5 da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que destacam (Ministério da Educação do Brasil, 2018):

- A importância de utilizar diferentes linguagens — verbal (oral e escrita), visomotora (como a Libras), corporal, visual, sonora e digital — para expressar e compartilhar informações, experiências, pensamentos e sentimentos, visando à construção de significados que favoreçam a compreensão mútua;
- A necessidade de compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação em diversas práticas sociais, de forma crítica, significativa, reflexiva e ética.

Nesse contexto, o uso de tecnologias digitais destaca-se como um aliado no processo de ensino-aprendizagem. As Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) têm se revelado ferramentas essenciais para apoiar a aprendizagem, especialmente em disciplinas como Física e Matemática. Quando devidamente integradas ao currículo, elas estimulam a interatividade e a iniciativa dos alunos, tornando-os participantes ativos no processo de aprendizagem, que é amplamente respaldado por abordagens construtivistas.

Papert (1980) defende que a aprendizagem é mais eficaz quando os alunos participam ativamente da criação de algo significativo para eles, conceito conhecido como construcionismo. Essa visão considera os jovens como construtores ativos de seu próprio conhecimento. Papert, seguindo a linha de Piaget, afirmou que a aprendizagem é um processo ativo, no qual o aluno deve desempenhar um papel central. Contudo, Papert levou as ideias de Piaget mais adiante ao explicar como as novas tecnologias poderiam ser ferramentas poderosas de aprendizagem, permitindo que os estudantes construam, explorem e pensem de formas que seriam impensáveis sem elas. Conforme ainda destaca Papert (1980), o uso de tecnologias permite que os estudantes assumam o protagonismo do processo, desenvolvendo pensamento lógico e investigativo diante de problemas reais. Assim, a tecnologia atua como mediadora de um ensino mais dinâmico, baseado na experimentação e na descoberta.

Nesse cenário de integração entre prática e tecnologia, destaca-se a reflexão de Confúcio (2012), em *Os Analectos*, sobre a diferença entre “aprender” e “estudar”:

Há, entretanto, outras diferenças entre “aprender” e “estudar”. Tendemos a “aprender” algumas coisas mas “estudar” outras. Por exemplo, uma criança aprende a andar, mas um entomólogo estuda o comportamento das formigas. Aprendemos algo prático; estudamos algo teórico. Quando se trata de aprender, o foco está naquele que aprende; ao estudar, o foco está no objeto de estudo. Ao aprender algo novo, um homem se aprimora. Ou ele adquire uma nova técnica ou se torna mais proficiente em uma técnica antiga. Ao estudar, um homem adquire novos conhecimentos, mas esses novos conhecimentos não necessariamente fazem alguma diferença para ele do ponto de vista prático.

Com base nessa reflexão, compreende-se que toda prática de estudo deve estar acompanhada de um aprendizado significativo. Ambas as dimensões — teoria e prática — estão interligadas, sendo fundamental que o professor-investigador esteja capacitado para integrar essas perspectivas em sua prática pedagógica.

2.4.1 O software *Tracker* e a aprendizagem ativa

O software *Tracker*, voltado para a análise de vídeos, permite investigar com profundidade o comportamento de diversos fenômenos físicos e a modelagem matemática associada a eles. Sua praticidade na organização dos dados, aliada a recursos interativos e visuais, favorece uma compreensão mais ampla dos conceitos matemáticos envolvidos nesses fenômenos. Trata-se de uma ferramenta especialmente útil no estudo de conteúdos como as funções quadráticas, um dos temas centrais do currículo de Matemática. Essas funções podem ser facilmente observadas em situações do cotidiano, como nas trajetórias parabólicas descritas pelo movimento de objetos lançados ao ar — fenômenos que podem ser facilmente registrados em vídeo e analisados com o *Tracker*.

A partir dessas gravações, é possível coletar dados que permitem aos estudantes modelar o movimento, realizar ajustes de curvas e estabelecer conexões concretas entre teoria e prática. Esse processo favorece uma aprendizagem ativa, baseada na investigação e no uso de tecnologias digitais. Além de aproximar a teoria da realidade, promove maior autonomia no processo de aprendizagem e engajamento dos estudantes, contribuindo para uma melhor compreensão de conceitos abstratos frequentemente difíceis de assimilar, como os que envolvem as funções quadráticas. Por meio do *Tracker*, os alunos podem analisar o problema físico associado ao movimento, o que facilita o aprendizado.

A proposta de uma tecnologia digital como o software *Tracker* no ensino de funções quadráticas, por meio de uma abordagem interdisciplinar, se alinha à perspectiva de investigação defendida por Ponte (2002), que estabelece critérios de qualidade para pesquisas baseadas na prática. Segundo o autor, esses critérios envolvem: (i) o vínculo

com a prática, entendido como a conexão da pesquisa com problemas ou situações reais vivenciadas pelos participantes; (ii) a autenticidade, refletida nos pontos de vista dos envolvidos e na integração com o contexto social, econômico, político e cultural; (iii) a presença de novidade, expressa na formulação de questões, na escolha de métodos ou na interpretação dos resultados; (iv) a qualidade metodológica, relacionada à clareza na apresentação dos objetivos e procedimentos de coleta de dados, bem como à validade das conclusões com base nas evidências obtidas; e (v) a qualidade dialógica, evidenciada pela discussão aberta dos resultados entre os participantes e outros membros da equipe, independentemente de sua proximidade com o processo investigativo.

2.4.2 A cultura *maker* como aliada pedagógica

Incorporar metodologias ativas e inovadoras à realidade das escolas brasileiras é um desafio, sobretudo diante das limitações orçamentárias. Muitas instituições não dispõem de recursos suficientes para adquirir kits pedagógicos prontos ou equipamentos sofisticados. Nesse cenário, a cultura *maker* surge como uma alternativa viável e transformadora, transformando a sala de aula em um espaço colaborativo, onde o conhecimento é construído de forma contextualizada à realidade dos estudantes.

De acordo com Tardin, Santos e Fortunato (2021), a cultura *maker* incentiva que os indivíduos criem, construam ou reinventem seus próprios objetos a partir de materiais acessíveis. Inspirada no movimento *DIY* (*Do It Yourself*) — faça você mesmo — essa abordagem valoriza a autonomia, a criatividade e a reutilização de recursos.

O presente trabalho adota uma metodologia alinhada a essa perspectiva, propondo, por exemplo, a construção artesanal de catapultas. Essa prática possibilita que os estudantes possam desenvolver algo concreto e, ao final, apliquem conhecimentos da física e matemática de forma prática, divertida e colaborativa. Ao criar seus próprios aparelhos, os alunos não apenas participam ativamente de todo o processo desde a criação, mas também desenvolvem competências de planejamento, experimentação, resolução de problemas e trabalho em equipe. Além disso, os materiais produzidos podem ser reaproveitados em outras turmas ou adaptados futuramente, contribuindo para uma abordagem sustentável ao ensino.

3 METODOLOGIA

Este trabalho pode ser classificado como uma pesquisa de natureza aplicada, pois visa produzir conhecimentos voltados para a solução de problemas específicos no contexto educacional, com o uso de recursos tecnológicos e atividades práticas em sala de aula (Gil, 2008). Quanto aos objetivos, pode ser tratado como uma pesquisa exploratória, pois busca proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito e construir hipóteses ou caminhos metodológicos possíveis (Gil, 2008; Gerhardt; Silveira, 2009). Quanto à abordagem do problema, o estudo é de natureza qualitativa, uma vez que se preocupa mais com aspectos subjetivos, interações e impressões relacionadas aos sujeitos envolvidos na atividade — especialmente quanto à compreensão do movimento de projéteis e de funções quadráticas (Minayo, 2001). A pesquisa é em parte quantitativa, uma vez que os dados extraídos com o auxílio do software Tracker são analisados numericamente, com uso de gráficos e tabelas. Com relação aos procedimentos técnicos, a pesquisa pode ser vista como experimental, pois envolve a manipulação intencional de variáveis (como a construção de catapultas, ângulo e altura de lançamento) para observar os efeitos nos resultados, o que possibilita a verificação de hipóteses levantadas sobre o comportamento do projétil (Marconi; Lakatos, 1992).

A metodologia foi baseada na realização de uma oficina pedagógica, proposta como um espaço de experimentação e investigação, com a construção artesanal de lançadores (catapultas) utilizando materiais simples e acessíveis. A oficina teve como público-alvo estudantes da escola EREM Edson Simões, localizada no município de São José do Egito, PE. Participaram inicialmente dez alunos voluntários, selecionados entre diferentes turmas do segundo ano do ensino médio. Entretanto, devido ao período de provas e à proximidade do ENEM, houve quatro desistências, totalizando seis estudantes que participaram de todas as atividades até o final. O projeto ocorreu entre os meses de outubro e novembro de 2024.

A proposta da oficina foi baseada na perspectiva da *modelagem matemática*, que pode ser vista como um processo de tradução entre situações do mundo real e representações matemáticas, promovendo a construção ativa do conhecimento e o desenvolvimento do pensamento crítico (Biembengut; Hein, 2000). Além disso, o uso do software Tracker integra recursos tecnológicos como instrumentos didáticos, alinhando-se à ideia de que as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) podem favorecer a aprendizagem matemática quando utilizadas para fins didáticos (Borba; Penteado, 2016).

Esta metodologia busca articular conceitos matemáticos e físicos com a construção criativa, alinhada à cultura *maker*, experimentos e uso de tecnologias digitais, em consonância com as diretrizes da formação de professores para a educação básica. O

trabalho é fundamentado em autores que defendem um ensino significativo como Ponte (2002) e Papert (1980), além da teoria construtivista de Piaget, descrita por Montoya (2009). Segundo esses autores, a ideia é priorizar uma educação na qual os alunos devem ser protagonistas na construção e investigação do conhecimento, de preferência de modo interdisciplinar.

3.1 Desenvolvimento dos dispositivos de lançamento

Construir uma miniatura de uma catapulta medieval requer planejamento, conhecimento de mecânica básica, boas habilidades manuais e uso de materiais adequados ao ambiente escolar, de preferência de baixo custo e facilmente encontrados no comércio local. A construção foi realizada integralmente em sala de aula, com a ajuda de vídeos tutoriais disponibilizados pelo professor mediador e com a participação dos alunos.

3.1.1 *Materiais usados*

Decidimos utilizar palitos de picolé ou churrasco como material base. Para fixar os materiais e peças, as opções seriam fita adesiva, elásticos, cola quente ou supercola. No caso do *trebuchet*, ainda seria necessário utilizar um material de grande densidade para atuar como contrapeso. Alguns dos materiais utilizados são mostrados na Figura 16. A relação completa está descrita a seguir:

1. Prendedores de roupa;
2. Prendedores de papel;
3. Colheres (metal);
4. Fita adesiva;
5. Elásticos;
6. Pistola de cola quente (carregada);
7. Palitos de churrasco;
8. Pesos de calibração (100 a 200 gramas);
9. Bolinhas de vidro.

Figura 16 – Alguns dos materiais utilizados para a construção dos lançadores.



Fonte: autoria própria.

3.1.2 Etapas da construção

A construção da catapulta inicia-se pela montagem da base, que serve como fundação da estrutura. Utilizam-se duas tábuas dispostas horizontalmente e duas verticalmente, formando um retângulo sólido e estável, capaz de absorver os impactos e sustentar os movimentos gerados durante o lançamento. Na parte superior da base, fixam-se duas colunas verticais que funcionam como suportes para o braço de lançamento — elemento central do mecanismo. Esse braço é composto por uma peça longa de madeira, com um cesto ou suporte em uma das extremidades, destinado a acomodar o projétil, enquanto a outra extremidade é reservada para a fixação de cordas ou de um contrapeso, a depender do modelo construído.

Concluída a montagem, inicia-se a fase de testes. Nessa etapa, realizam-se ajustes finos com o objetivo de maximizar o alcance e a precisão dos lançamentos. Variáveis como a massa do contrapeso e a tensão das cordas podem ser calibradas de forma criteriosa, permitindo a otimização do desempenho do dispositivo e promovendo um ambiente propício à experimentação e ao raciocínio científico.

A Figura 17 mostra a participação dos alunos durante a construção do lançador. Este processo foi realizado com apoio de vídeos tutoriais disponíveis no canal do *Youtube* Manual do Mundo, criado por Thenório (2006). Atualmente, com mais de 19 milhões de inscritos, o Manual do Mundo é um dos maiores canais de divulgação científica e educacional em língua portuguesa. Com uma linguagem acessível e abordagem prática, o canal compartilha experiências, experimentos científicos, construções e curiosidades que despertam o interesse de crianças, jovens e adultos pela ciência e tecnologia. Seus vídeos didáticos são amplamente utilizados por professores como ferramenta complementar ao ensino formal, contribuindo para tornar o aprendizado mais envolvente e significativo.

Figura 17 – Alunos construindo lançadores artesanais.



Fonte: autoria própria.

3.2 O software Tracker

O *Tracker* é um software que permite a análise e rastreamento de movimentos a partir de vídeos pré-gravados, sendo muito útil no ensino de diversos conteúdos de física e matemática. Criado pelo físico e educador Douglas Brown, foi desenvolvido em Java, é gratuito, de código aberto e multiplataforma. Desde a década de 2000, tem sido frequentemente empregado em contextos educativos para analisar o movimento de maneira interativa e visual, possibilitando a realização de medições, a elaboração de gráficos e de representações físicas. Sua função no presente trabalho é analisar os vídeos dos lançamentos de projéteis feitos com os lançadores artesanais e gravados com aparelhos celulares. Por meio da análise do vídeo, o software rastreia o movimento do projétil em cada quadro, permitindo a determinação de sua posição, velocidade e aceleração em diferentes momentos de sua trajetória.

O software permite a construção de gráficos no plano cartesiano a partir dos dados coletados, como, por exemplo, da posição (eixo y) em relação ao tempo (eixo x). Por meio da visualização do gráfico, fica evidenciado o comportamento parabólico do movimento. Por meio da utilização do software, os alunos podem visualizar como os coeficientes da equação quadrática alteram a forma da curva, ou seja, quais valores devem ser atribuídos aos coeficientes a , b e c da função quadrática para que ela modele mais adequadamente a trajetória observada, comparando os dados experimentais com as funções matemáticas.

O Tracker também permite que os alunos visualizem com facilidade conceitos teóricos como tempo de voo, altura máxima e alcance horizontal de um projétil, proporcionando uma compreensão mais profunda dos princípios físicos e matemáticos envolvidos. Além de analisar movimentos reais, o software permite que os alunos façam uma comparação entre diferentes cenários e condições iniciais, simulando mudanças nos parâmetros e observando

seus efeitos no movimento parabólico resultante, enriquecendo a compreensão dos conceitos de funções quadráticas e suas aplicações em física.

3.2.1 *Modo de utilização*

As instruções básicas para o uso do Tracker podem ser encontradas em diversos locais na internet, seja na forma escrita (como documentação oficial ou em tutoriais), seja na forma de videoaulas, que são bem mais fáceis de acompanhar pelo usuário iniciante. De maneira resumida, a utilização do software envolve os seguintes passos:

Passo 1: Instalar o Tracker

Baixe gratuitamente a versão do programa para o seu sistema operacional em: <https://opensourcephysics.github.io/tracker-website/> e instale o software. Opcionalmente pode-se usar a versão online¹ que dispensa instalação, entretanto esta pode apresentar *bugs*.

Passo 2: Importar o vídeo

Abra o Tracker e vá em **Arquivo > Importar > Vídeo...** Escolha o vídeo desejado (formatos como .mp4, .mov, .flv, .avi, etc).

Passo 3: Fazer a calibração

Vá em **Trajetórias > Novo > Ferramentas de Calibração > Bastão de calibração**. Marque dois pontos quaisquer do vídeo cuja distância real você conhece (por exemplo, 1 metro) e defina esse valor no programa.

Passo 4: Definir o sistema de coordenadas

Vá em **Trajetórias > Novo > Ferramentas de Calibração > Origem de compensação** e posicione os eixos x e y de acordo com a situação (por exemplo, origem no ponto de lançamento).

Passo 5: Marcar o objeto em movimento

Vá em **Trajetórias > Novo > Ponto de Massa**. Pressionando a tecla **Shift** clique sobre o objeto que deve ser rastreado para registrar sua posição. O avanço dos quadros é automático. Também existe um processo totalmente automático de marcação, mas, às vezes, não apresenta boa precisão.

Passo 6: Observar os gráficos

A partir dos pontos marcados, o Tracker gera automaticamente diversos gráficos como: x vs t e y vs t (posição), v_x vs t e v_y vs t (componentes da velocidade), a vs t (aceleração), entre outros. As grandezas exibidas por esses gráficos tanto

¹ Disponível em: <https://opensourcephysics.github.io/tracker-online/>.

no eixo x como y podem ser alteradas livremente pelo usuário, permitindo observar padrões e analisar funções matemáticas diversas no plano cartesiano.

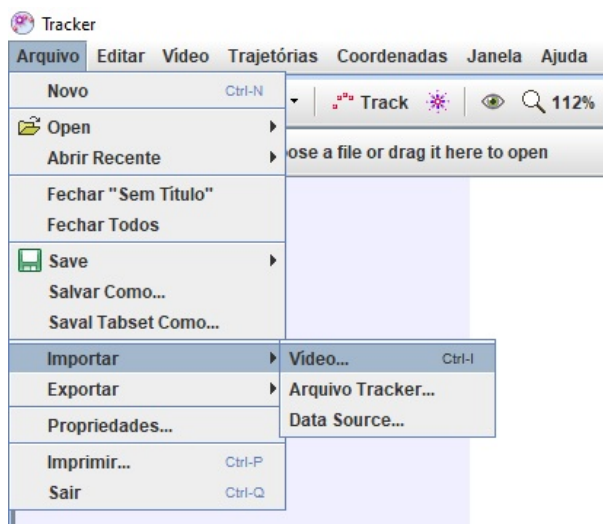
Passo 7: Ajustar Curvas e Interpretar o Modelo Matemático

Clique com o botão direito no gráfico desejado e escolha **Analisar...**, como mostra a na Figura 19. Na janela que abre, clique em **Analisar > Ajustes de curva**. Escolha o modelo matemático desejado (linear, quadrático, etc.) para ajustar os dados, como ilustra a Figura 20. Esse processo, chamado de modelagem matemática, consiste em encontrar uma equação que represente os dados experimentais. A equação obtida pode ser usada para prever ou explicar o movimento analisado.

Passo 8: Exportar os dados

Também é possível exportar os dados clicando em **Arquivo > Exportar > Arquivo de dados...** para salvar os dados da análise em um arquivo e utilizá-los em planilhas eletrônicas como o Excel, LibreOffice Calc ou Google Planilhas.

Figura 18 – Importando o vídeo.

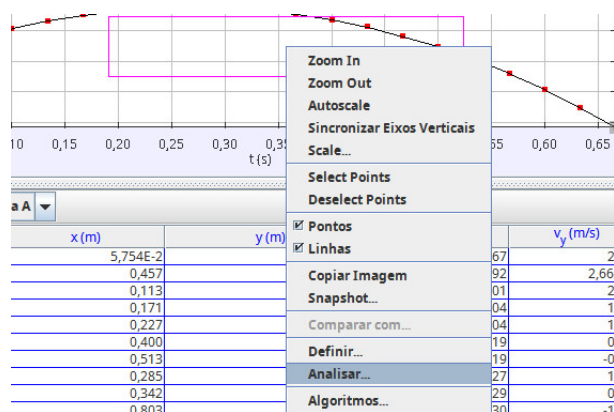


Fonte: Captura de tela realizada pelos autores.

3.3 Descrição das intervenções

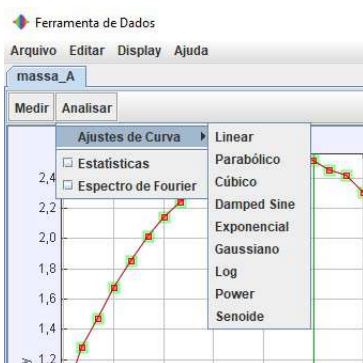
A seguir, são apresentados detalhes sobre as intervenções desenvolvidas com o grupo durante o projeto. Para garantir uma abordagem organizada, sistemática e progressiva do conteúdo, facilitando a aprendizagem no decorrer das intervenções, foi elaborada a sequência didática apresentada no Apêndice A. Essa sequência didática foi fundamental para a condução das intervenções realizadas durante o projeto. Ela serviu como um

Figura 19 – Abrindo a janela para análise de dados.



Fonte: Captura de tela realizada pelos autores.

Figura 20 – Tipos de ajuste de curva.



Fonte: Captura de tela realizada pelos autores.

guia metodológico e prático, estruturando o percurso de aprendizagem de forma clara, progressiva e interdisciplinar.

Desde o início (a fase de planejamento), a proposta de integrar conteúdos de Matemática, Física e História, aliada ao uso de tecnologias como o Tracker e o GeoGebra, nos permitiu planejar aulas mais envolventes, contextualizadas e significativas para os estudantes. Cada intervenção proposta, desde a contextualização histórica até as atividades práticas e o uso de softwares, visou despertar o interesse da turma e ampliar a compreensão dos conceitos envolvidos na função do segundo grau.

A sequência nos deu segurança para articular teoria e prática, permitindo que os alunos participassem ativamente do processo, investigando, construindo e analisando os próprios dados a partir das experiências por eles vivenciadas. Além disso, foi essencial para garantir que os objetivos da Ministério da Educação do Brasil (2018) fossem contemplados, especialmente no que diz respeito à resolução de problemas, modelagem matemática e uso de tecnologias digitais.

3.3.1 Intervenção 1

A primeira intervenção ocorreu na sala de informática da escola, com duração de duas horas-aula. Nesse momento, fizemos a apresentação do planejamento geral da proposta. Ao longo da aula, promoveu-se um debate com os alunos sobre seus conhecimentos prévios relacionados à história das guerras de cerco. Durante o diálogo, percebeu-se que, embora os alunos não tivessem conhecimentos aprofundados, como a capacidade de citar autores, datas ou explicar as motivações históricas dos conflitos, demonstravam habilidade para refletir e imaginar cenários com base em uma compreensão intuitiva dos acontecimentos, especialmente sobre a ganância e os interesses por trás das guerras.

Após cerca de uma hora de discussão, apresentamos os trabucos ou *trebuchets*, armas de cerco capazes de lançar projéteis a longas distâncias, consideradas uma das primeiras peças de engenharia de guerra, conforme Lepage (2015) e Onça (2020). A apresentação incluiu imagens ilustrativas e vídeos, o que despertou o interesse e o senso crítico dos alunos.

Para melhor introduzir o tema, foi exibido, por meio de um projetor multimídia, o vídeo produzido por Souza (2024), disponível no YouTube no “Canal Medieval”, conforme ilustrado na Figura 21. Durante a exibição, os alunos mantiveram-se atentos e demonstraram grande interesse pelas informações históricas apresentadas. Após o vídeo, iniciou-se uma conversa entre os alunos, que comentaram os fatos apresentados e os relacionaram com a discussão realizada anteriormente. A atividade favoreceu um ambiente participativo, com os estudantes imersos no conteúdo e contribuindo com observações e questionamentos muito pertinentes.

Figura 21 – Apresentação de vídeo durante a primeira intervenção.



Fonte: autor.

3.3.2 Intervenção 2

A segunda intervenção também ocorreu na sala de informática, em um espaço adaptado para uma atividade prática, com duração de duas horas-aula. Na primeira hora, foi realizada uma dinâmica envolvendo arremessos com uma bola, com o objetivo de trabalhar conceitos relacionados aos lançamentos. Alguns desses lançamentos foram gravados em vídeo por meio de um smartphone, e um desses vídeos foi usado no exemplo ilustrado na Figura 24. Cada aluno teve a oportunidade de lançar a bola, sendo orientado a considerar o ângulo, a força e a distância a ser atingida, na tentativa de padronizar os movimentos.

Enquanto aguardavam sua vez, os demais alunos foram questionados sobre a direção e o sentido do movimento da bola, analisando suas respostas com base nos conhecimentos prévios sobre vetores. Após os arremessos, os alunos foram convidados a refletir sobre as trajetórias observadas, identificando quais vetores estariam relacionados ao movimento da bola.

Na segunda hora, foi realizada uma apresentação abordando os fundamentos vetoriais relacionados ao lançamento de projéteis, com foco no funcionamento das catapultas e trabucos. Discutiu-se o movimento do braço da máquina e o percurso do projétil, relacionando os conceitos físicos envolvidos.

3.3.3 Intervenção 3

O terceiro encontro teve duração de uma hora-aula e também foi realizado na sala de informática. Os alunos foram convidados a descrever verbalmente o que sabiam sobre as funções quadráticas. A maioria demonstrou possuir conhecimentos teóricos, como resolver as equações e encontrar valores adequados para os zeros da função. No entanto, ficou evidente que a aplicação prática desses conhecimentos no cotidiano ainda era limitada.

Por isso, a intervenção seguinte foi planejada para proporcionar exemplos concretos do uso de funções quadráticas em contextos reais. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular — (BNCC), Ministério da Educação do Brasil (2018), espera-se que os alunos desenvolvam habilidades como “construir modelos usando funções polinomiais de 1º ou 2º grau para resolver problemas em diversos contextos” e “resolver e criar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau”.

Para revisar esses conhecimentos e estimular a autonomia, foi elaborado um planejamento que envolvia a análise dos coeficientes da função, permitindo aos alunos investigarem por conta própria os efeitos das variações desses coeficientes no comportamento do gráfico da função.

3.3.4 Intervenção 4

O quarto encontro teve duração de duas horas-aula e contou com o uso de tecnologias como as simulações do PhET, o software GeoGebra e vídeos da plataforma YouTube.

Ao longo da aula, os estudantes foram incentivados a explorar de forma individual o simulador de disparos de canhão disponível na plataforma PhET. A ideia era que cada aluno experimentasse variados ângulos e velocidades de lançamento, analisando como essas variáveis afetavam o alcance e a trajetória do projétil. Com a orientação do docente, que intermediava a atividade através de perguntas específicas e esclarecimentos, os estudantes tiveram a oportunidade de vivenciar na prática os princípios do movimento parabólico abordados anteriormente. A mediação possibilitou a resolução de dúvidas em tempo real, enquanto os alunos elaboravam hipóteses, experimentavam alternativas e confrontavam os resultados alcançados com as previsões teóricas. Em seguida, utilizando o *GeoGebra*, os alunos escreveram as funções quadráticas baseadas nos arremessos realizados durante a segunda intervenção. O objetivo era manipular os coeficientes a , b e c , analisando como cada um influencia a forma da parábola. Essa atividade permitiu que os estudantes compreendessem, de maneira prática, o papel de cada coeficiente, mesmo sem o uso formal de postulados ou teoremas.

3.3.5 Intervenção 5

A quinta intervenção teve duração de duas horas-aula e foi quando se deu a construção de catapultas ou trabucos pelos próprios alunos. Divididos em dois grupos de três integrantes, os alunos receberam os materiais necessários para construir suas “armas de guerra”. A maioria optou por construir uma mangonel (também conhecida como catapulta de colher), que utiliza a força elástica para lançar projéteis. Apenas um aluno escolheu montar um trabuco, que utiliza um contrapeso para o lançamento. Para essa etapa, os alunos contaram com tutoriais disponíveis no YouTube, como os vídeos do canal *Manual do Mundo*, e manipularam diretamente os materiais fornecidos. Na fase de construção dos lançadores, inspirada na cultura *maker*, os estudantes foram divididos em equipes e desempenharam um papel ativo na superação dos desafios apresentados. Com recursos básicos e liberdade criativa, cada equipe elaborou formas distintas para criar e experimentar seus lançadores. Ao longo da atividade, notou-se uma intensa cooperação entre os colegas, que compartilhavam pensamentos, dividiam tarefas e resolviam problemas em conjunto, sem a necessidade constante da intervenção do docente. Essa independência destacou o protagonismo dos estudantes, um traço fundamental da cultura *maker*, possibilitando que eles aprendessem uns com os outros através da experimentação, da partilha de conhecimentos e do trabalho em equipe. As etapas iniciais da construção revelaram-se as mais desafiadoras: manter o equilíbrio e a simetria na montagem da base — colando e posicionando corretamente os palitos — exigiu atenção e paciência. Esse desafio

proporcionou uma reflexão importante: assim como na matemática, na engenharia e na arquitetura, a estrutura básica é fundamental. Uma base firme sustenta todo o restante da construção, assim como ocorre em edifícios, pontes e, de forma análoga, nos conteúdos ensinados desde o ensino fundamental, que são os alicerces do conhecimento científico.

3.3.6 Intervenção 6

A última intervenção, com duração de três horas-aula e realizada de forma on-line, teve como foco principal a aplicação prática dos princípios matemáticos previamente revisados, como o conceito de funções quadráticas, vetores e lançamento de projéteis. A ferramenta *Tracker* foi utilizada para geração e análise de dados, possibilitando uma representação detalhada das trajetórias parabólicas, a partir dos vídeos gravados durante o segundo encontro.

A forma de utilização do software foi explicada por meio de videoconferência via *Google Meet*². Durante a demonstração, foram explorados conceitos como o cálculo do vértice da parábola e a composição vetorial das velocidades e acelerações, com o apoio da ferramenta *Whiteboard*, utilizada para realizar os cálculos e escrever fórmulas em tempo real.

Durante a intervenção, os alunos interagiram entre si, tiraram dúvidas e participaram de discussões produtivas. No final da aula, foi feita uma conversa sobre como a matemática, a física e a história se relacionam e como a tecnologia ajuda a analisar problemas do dia a dia e a entender melhor os fenômenos que acontecem ao nosso redor.

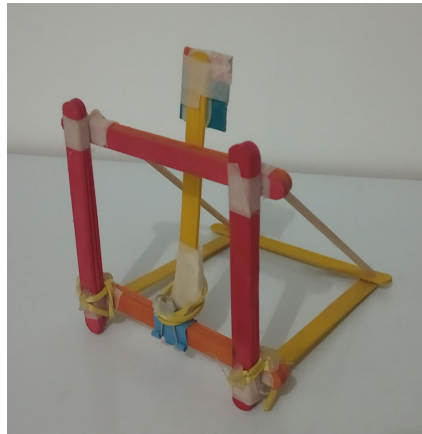
² O *Google Meet* é um serviço de videoconferência e chamadas online desenvolvido pelo *Google*, podendo ser usado tanto por meio de computadores quanto por dispositivos móveis.

4 RESULTADOS

4.1 Os lançadores construídos

A Figura 22 mostra um dos lançadores artesanais construídos pelos estudantes. Infelizmente, esses lançadores não apresentaram um bom funcionamento nos testes de lançamento realizados. Alguns deles demonstraram ser frágeis, não resistindo a sucessivos lançamentos: uns desmontavam, em outros os elásticos rompiam ou soltavam, danificando o braço de lançamento e a própria base. Como pode ser notado pela imagem, tentamos reforçar a estrutura usando fita adesiva.

Figura 22 – Catapulta artesanal construída pelos alunos.



Fonte: autoria própria.

Para evitar esses contratemplos durante a oficina, havíamos construído previamente um protótipo de catapulta usando materiais mais resistentes, conforme ilustrado na Figura 23. Realizamos testes com esse modelo e os resultados foram satisfatórios, tendo ele resistido bem aos lançamentos.

Figura 23 – Modelo de catapulta mais robusto.



Fonte: autoria própria.

4.2 O vídeo do experimento

Os objetos usados como projéteis nos lançadores construídos foram uma esfera metálica e uma bolinha de gude. No momento da gravação, a câmera do celular não conseguiu captar com precisão satisfatória a movimentação dos projéteis. Isso pode ter ocorrido devido ao seu tamanho reduzido, ou pela velocidade muito alta de lançamento, ou pela limitação na taxa de FPS¹ do dispositivo utilizado.

Devido a esses problemas, decidimos utilizar na análise um dos vídeos gravados com os alunos em uma dinâmica realizada na escola, durante a Intervenção 2, em que os alunos eram posicionados de frente um para o outro e realizavam lançamentos entre eles, como ilustrado na Figura 24. Foram realizados lançamentos com a participação de quase todos os alunos, para que todos tivessem a oportunidade de participar e não se sentissem excluídos. A dinâmica foi realizada durante a tarde, em uma área de lazer da escola, com bastante espaço livre e boa iluminação. Os vídeos foram gravados usando a câmera de um smartphone Motorola modelo E7, que era o dispositivo com a melhor câmera disponível. Alguns alunos, por questão de timidez, nos solicitaram que não utilizássemos seus vídeos no trabalho.

Figura 24 – Vídeo com os alunos realizando lançamentos.



Fonte: Captura de tela realizada pelos autores.

4.3 A análise pelo *Tracker* e *GeoGebra*

Após o vídeo ser carregado no software, é possível assistir ao seu conteúdo, avançar ou retroceder quadro a quadro na janela de reprodução, além de delimitar uma parte

¹ Um vídeo é composto por uma sequência de imagens estáticas, essas imagens são chamadas de quadros. A quantidade de quadros por segundo, ou taxa de frames por segundo (FPS), é muito importante quando usamos o software Tracker para analisar vídeos. Ela indica quantas imagens são capturadas a cada segundo do vídeo. Quanto maior a taxa de FPS, mais detalhes o software pode perceber sobre o movimento dos objetos. Isso ajuda a analisar movimentos rápidos de forma mais precisa. Se a taxa de FPS for baixa, o Tracker pode não conseguir acompanhar o movimento corretamente, o que pode afetar a precisão dos resultados. Por isso, é importante escolher uma taxa de FPS que seja adequada para o tipo de movimento que estamos estudando, garantindo que a análise seja bem-feita e confiável.

específica do vídeo para a análise. Na Figura 24, é mostrada a janela de reprodução com um dos vídeos gravados durante a dinâmica de lançamentos manuais realizada com os alunos. Na parte inferior da interface, é possível visualizar alguns botões e uma barra de controle. O primeiro botão exibe, em vermelho, um número que permite ajustar se a análise será feita por quadros, por tempo ou por saltos de quadros. Para uma investigação mais precisa, decidimos manter o modo de análise por quadros.

Conforme observado na Figura 25, o sistema de coordenadas foi posicionado de modo que a sua origem coincidissem com a posição da bola no momento em que deixa a mão do primeiro aluno. Para fazer a calibração, utilizou-se uma das janelas como referência, uma vez que estava claramente visível como plano de fundo do vídeo. A janela foi medida presencialmente com o uso de uma trena. A medida de 1,5 metros serviu como referência para o tamanho do bastão de calibração. Este bastão é crucial para converter as medidas do vídeo (em pixels) para medidas reais (metros), possibilitando que os cálculos matemáticos sejam realizados com base na escala do mundo real.

Figura 25 – Uso do bastão de calibração e posicionamento do sistema de coordenadas.

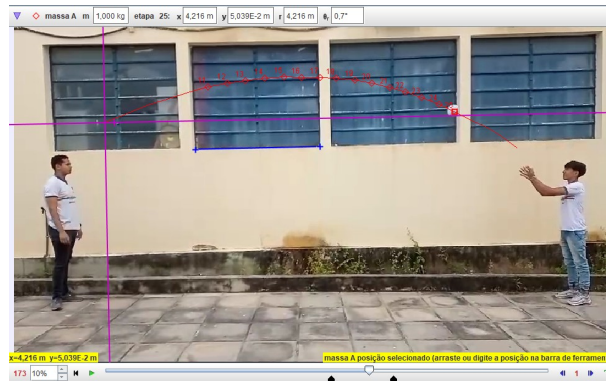


Fonte: Captura de tela realizada pelos autores.

O resultado da próxima etapa, a marcação dos pontos, um para cada quadro do vídeo que exibe o projétil em movimento, é mostrado na Figura 26. Cada um destes pontos representa a posição da bola em um instante de tempo após o lançamento.

A Figura 27 mostra dois gráficos no plano cartesiano que são gerados automaticamente pelo Tracker durante a marcação dos pontos e mostram a variação da posição do objeto no vídeo. Cada ponto marcado aparece representado como um ponto nos gráficos. Por padrão, os gráficos gerados são $y(m)$ vs $t(s)$ e $x(m)$ vs $t(s)$, mas essas grandezas podem ser alteradas livremente pelo usuário clicando sobre o título de cada um dos eixos. Na figura, o gráfico superior ilustra a mudança na coordenada vertical da posição ao longo do tempo, apresentando uma trajetória parabólica. Este comportamento é típico de um movimento acelerado uniformemente, como acontece em lançamentos oblíquos submetidos à aceleração da gravidade. Por outro lado, o gráfico inferior ilustra como a coordenada horizontal da posição da bola varia ao longo do tempo, apresentando um comportamento linear. Isso sugere que o movimento ocorre com velocidade constante na direção horizontal.

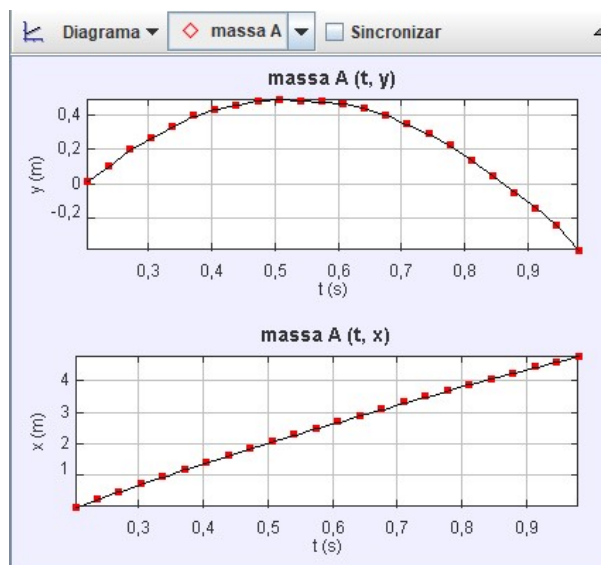
Figura 26 – Pontos de Massa em um intervalo de quadros.



Fonte: Captura de tela realizada pelos autores.

Os pontos vermelhos simbolizam as informações experimentais, enquanto a linha preta contínua representa o ajuste matemático feito sobre esses dados. Os gráficos indicam que a massa A realiza um movimento parabólico, unindo movimento uniforme na horizontal e movimento parabólico acelerado na vertical.

Figura 27 – Gráfico gerado a partir da marcação dos pontos.

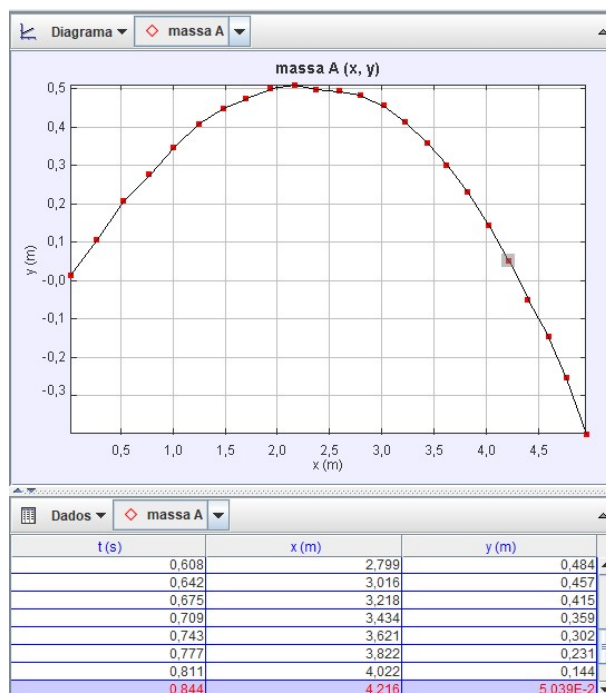


Fonte: Captura de tela realizada pelos autores.

A Figura 28 mostra o gráfico de $y(m)$ vs $x(s)$ que foi configurado de acordo com a escolha do autor. A mesma figura também mostra como o *Tracker* traz uma representação dos pontos na forma de planilha.

Após a marcação dos pontos que representam a trajetória do objeto em movimento no vídeo, inicia-se a etapa de análise de dados no software *Tracker*. Essa fase é essencial para interpretar o movimento com base em representações gráficas e modelos matemáticos. Para aprofundar a análise, o *Tracker* permite a realização de ajuste de curvas, que consiste em aplicar um modelo matemático que melhor descreva os dados experimentais.

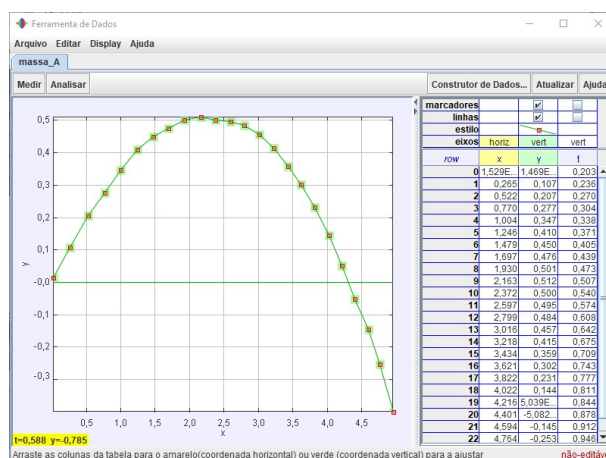
Figura 28 – Gráfico com as coordenadas do voo.



Fonte: Captura de tela realizada pelos autores.

Ao abrir a janela de ajuste, mostrada na Figura 29, o usuário pode escolher entre diferentes tipos de funções de ajuste clicando no botão **Analisar** e optando por uma das opções já vistas na Figura 20. O software ajusta a curva escolhida aos dados marcados e fornece os valores dos coeficientes a , b e c no caso do ajuste parabólico. Essa análise ajuda o aluno a entender como o objeto se moveu no vídeo, quais leis da física estão envolvidas e possibilita fazer previsões com base na curva que foi traçada.

Figura 29 – Janela de ajuste.

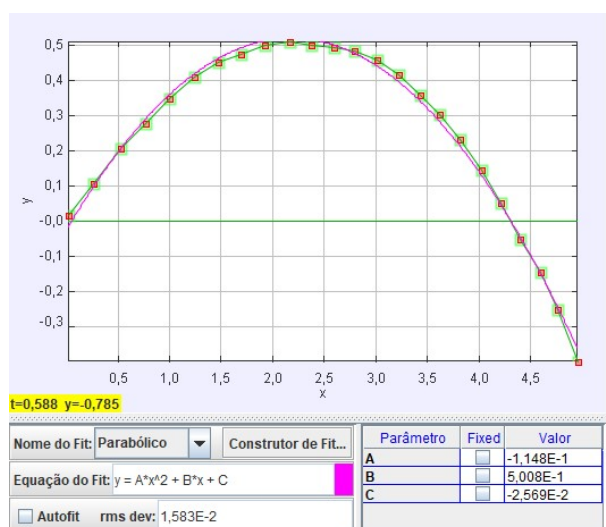


Fonte: Captura de tela realizada pelos autores.

Ao selecionar a opção de ajuste parabólico, é exibida uma janela como é mostrado na Figura 30. Essa janela traz na parte inferior a fórmula da função quadrática, além dos

valores dos coeficientes calculados com base nos pontos marcados a partir da trajetória da bola observada no vídeo. Observa-se na mesma figura que, por padrão, os valores dos coeficientes são exibidos em notação científica e são representados em letras maiúsculas (A, B e C). Para facilitar o entendimento de alunos do ensino médio, pode-se exibir os esses valores como números reais decimais clicando com o botão direito do mouse sobre os coeficientes e desabilitando a opção da notação científica. Com essas informações, é possível realizar cálculos importantes, como determinar valores máximos e mínimos, coordenadas do vértice, entre outros parâmetros importantes para o estudo do movimento de projéteis.

Figura 30 – Janela de ajuste parabólico.



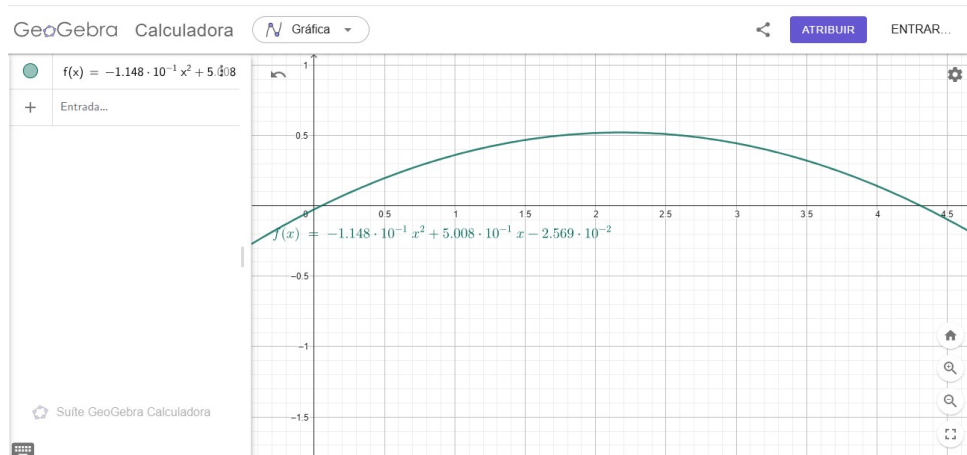
Fonte: Captura de tela realizada pelos autores.

Para complementar o estudo da função quadrática associada ao movimento analisado, utilizamos o *GeoGebra* para plotar o gráfico da função com base nos coeficientes fornecidos pelo *Tracker*. Assim, pudemos examinar de maneira mais precisa os coeficientes da função, ajustá-los e observar como essas alterações influenciaram o comportamento do gráfico.

4.4 A opinião dos participantes

Após o fim da oficina, com o objetivo de conhecer a opinião dos alunos participantes, elaboramos um questionário avaliativo, conforme consta do Apêndice B. Os alunos foram incentivados a avaliar todo o projeto e as várias atividades realizadas durante as intervenções pedagógicas. Algumas perguntas foram elaboradas usando uma escala de 1 a 5 (péssima até muito boa). Outras foram questões abertas, onde os alunos podiam responder livremente, expondo suas opiniões pessoais.

Com o intuito de organizar e tornar mais clara a apresentação dos dados obtidos pelo questionário, adotamos um sistema de codificação que utiliza a letra P de “participante”

Figura 31 – Função associada ao lançamento plotada no *GeoGebra*.

Fonte: Captura de tela realizada pelos autores.

acompanhada de um índice numérico. O índice representa que as respostas em diferentes perguntas pertence ao mesmo estudante. Embora seis alunos tenham concluído todas as etapas da oficina, conforme já mencionado anteriormente, apenas quatro deles acabaram por responder efetivamente o questionário. Alguns dos participantes haviam passado por um processo de mudança para outros estados, o que dificultou o contato. Além disso, um dos participantes informou que não tinha familiaridade com o uso do Google Formulários, e acabou enviando suas respostas pelo aplicativo de mensagem instantânea (*WhatsApp*), como ilustrado na Figura 32.

Figura 32 – Resposta recebida por aplicativo de mensagem instantânea.

1. Em uma escala de 1 a 5, avalie as seguintes atividades da intervenção: *

	1. Péssima	2. Ruim	3. Razoável	4. Boa	5. Muito boa
Exibição do vídeo introdutório e discussão sobre o contexto histórico	☐	☐	☐	☐	☒
Dinâmica de lançamentos com bola e discussão sobre vetores	☐	☐	☐	☐	☒
Revisão dos conceitos de função quadrática	☐	☐	☐	☒	☐
Construção das catapultas/trabucos	☐	☐	☐	☐	☒
Lançamentos com as catapultas e análise com o software Tracker	☐	☐	☐	☐	☒
Uso do GeoGebra para estudar os coeficientes da função	☐	☐	☐	☒	☐

Fonte: Captura de tela realizada pelos autores.

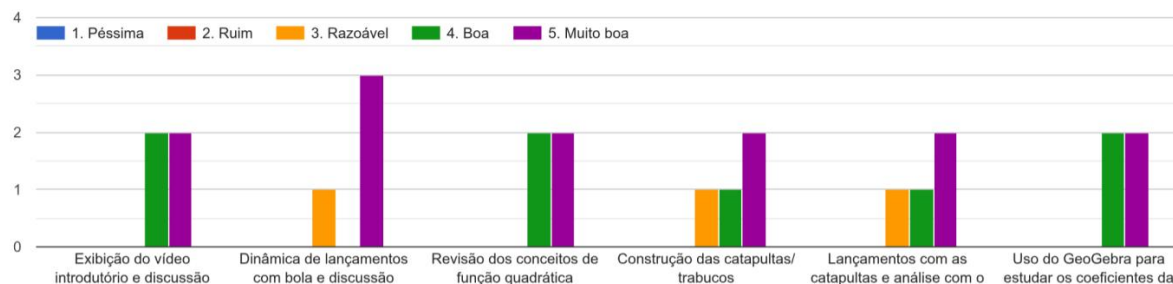
4.4.1 Avaliação das atividades

A análise das respostas obtidas a partir da aplicação do questionário apresentado no Apêndice B indica que os alunos, em geral, tiveram percepções positivas de todas as atividades apresentadas na oficina. Na Questão 1 foi pedido para que eles avaliassem cada

atividade com conceitos variando de 1 a 5 (péssima até muito boa). Gráficos de colunas com as respostas são mostrados na Figura 33.

Figura 33 – Avaliação de cada atividade da oficina.

QUESTÃO 1. Em uma escala de 1 a 5, avalie as seguintes atividades da intervenção:



Fonte: Autoria própria.

As atividades “**Exibição do vídeo introdutório e discussão sobre o contexto histórico**”, “**Revisão dos conceitos de função quadrática**” e “**Uso do *GeoGebra* para estudar os coeficientes da função**” tiveram avaliações semelhantes e distribuídas entre 4 (boa) e 5 (muito boa), sem nenhuma crítica negativa, indicando que foram as mais bem avaliadas. Já a atividade “**Dinâmica de lançamentos com bola e discussão sobre vetores**” se destacou com a maioria das avaliações no nível 5 (muito boa), sendo uma das atividades preferidas da turma, embora um dos alunos a tenha avaliado como razoável. Para as atividades “**Construção das catapultas/trabuco**” e “**Lançamentos com as catapultas e análise com o software *Tracker***”, as respostas também foram semelhantes, com a maioria das avaliações positivas, mas houve uma avaliação de “razoável” em cada. No geral, todas as atividades foram bem recebidas pelos alunos, especialmente aquelas que envolveram experimentos práticos e a integração de recursos tecnológicos como o *Tracker* e o *GeoGebra*.

4.4.2 Análise das respostas das questões abertas

Com relação à Questão 2, “**Qual atividade você mais gostou? Por quê?**”, as respostas apontam uma preferência pela etapa artesanal, em que houve a construção dos lançadores:

P1: A construção das catapultas, porque foi uma aula muito divertida colocando os alunos para por a mão na massa

P2: De construir a catapulta/trabuco

P3: Construção das catapultas, foi muito legal

P4: das catapultas/ trabucos me interessei muito sobre elas não sabia nada sobre elas mais me interessei bastante

P1 destacou a diversão da etapa de construção, enquanto P2 e P3 não detalharam o motivo de sua preferência. Já P4 mostra como a atividade serviu como uma introdução a um tema até então desconhecido, despertando seu interesse. Alinhada à cultura *maker*, a criação das catapultas promoveu a participação ativa dos alunos, em uma abordagem colaborativa, despertando o interesse por uma aprendizagem mais engajante. No geral, os alunos apreciaram a experiência de “colocar a mão na massa”, o que destaca a relevância de metodologias que combinam prática e teoria, possibilitando que os alunos se tornem ativos no seu aprendizado.

Quanto à Questão 3, **“Houve alguma atividade que você teve mais dificuldade? Qual? Explique.”**, destinada a identificar possíveis obstáculos que os alunos pudessem encontrar nas tarefas sugeridas, notou-se uma maior variedade nas respostas:

P1: Não, todas deram certo

P2: No lançamento porque o material era frágil

P3: Uso do GeoGebra para estudar os coeficiente da função. Mais depois que aprende fica tudo mais fácil.

P4: função quadrática sou muito bom em matemática mais essa eu não soube muito vc ensina muito bem mais eu que não tive muito interesse em aprender eu acho

Apenas um dos participantes, P1, declarou não ter encontrado obstáculos, enquanto os demais apontaram dificuldades diversas. P2 cita a fragilidade apresentada pelos materiais durante os experimentos. Já P3 e P4 destacaram a dificuldade no manejo de ferramentas digitais, como o *GeoGebra*. Um aluno mencionou a ausência de interesse pessoal como um obstáculo para o aprendizado relacionado às funções quadráticas, destacando a relevância da motivação pessoal no processo de ensino.

Sobre a Questão 4, **“Como você avalia a experiência de construir a catapulta/trabuco? O que aprendeu com isso?”**, as respostas confirmam as respostas relativas à Questão 2, indicando que a construção do trabuco/catapulta foi apreciada pelos alunos:

P1: Foi algo muito bom de se aprende pois, aprendemos outras coisas além de “como se faz uma catapulta” aprendemos sobre força elástica, sobre a mecânica do primeiro trabuco, aprendemos sobre ângulos e sobre função quadrática

P2: Foi uma experiência muito legal! Aprendi na prática como funcionam as forças e alavancas, e também que ajustar os detalhes faz muita diferença. Além disso, trabalhar em grupo foi engraçado meus colegas me ajudaram bastante

P3: Foi muito bom, sério o melhor projeto q fiz. Aprendi várias coisas, como calcular a trajetória de um objeto, analisar gráficos, e um pouco de história também, foi muito bom.

P4: nao cheguei a conseguir construir uma mais devia legal a experiência de fazer uma catapulta/trabuco com amigos

Observa-se que P1 destacou conceitos físicos e matemáticos abordados. P2, assim como P1, destacou conceitos da engenharia por trás da construção, além do trabalho com seus colegas como importante para sua aprendizagem. Já P3 elogia bastante a atividade, inclusive comparando-a a outros projetos dos quais participou. Além do entusiasmo, ele cita um aprendizado multidisciplinar. P4 sugere que não participou da atividade naquele dia. Os demais estudantes, no geral, não só enfatizaram o conteúdo técnico, mas também o trabalho em grupo, a diversão e a participação ativa durante a atividade, reconhecendo o potencial educativo e coletivo da iniciativa.

Nas respostas da Questão 5, **“O uso do software *Tracker* ajudou a entender melhor como as funções quadráticas aparecem no movimento dos projéteis? Explique.”**, os alunos afirmam que a utilização do software *Tracker* desempenhou um papel positivo na compreensão das funções quadráticas:

P1: Sim, por causa da exibição dos gráficos

P2: ajuda, é meio complicado compreender no começo, mas com auxílio do professor é possível associar as informações da função

P3: Com orientação é deu para entender, era bem intuitivo

P4: [...] fácil com o professor explicando mesmo que as vezes tenha perdido atenção com tdah

P1 destacou a representação gráfica que o programa permite usar. O *Tracker* possibilita ver as coordenadas da bola durante toda a trajetória do seu voo, trazendo o fenômeno físico do mundo externo para a tela do computador. Já P2 citou que as dificuldades iniciais que ele teve em associar o uso do programa com o estudo das funções quadráticas foram minimizadas com ajuda do instrutor, o que demonstra a importância do suporte pedagógico. Tal como P2, P3 e P4 também destacaram a importância da mediação pedagógica. P4 complementou que mesmo sendo portador de TDAH, não teve dificuldades de entender as explicações do professor.

A última Questão, **“Que sugestões você daria para melhorar essa proposta de oficina?”**, além de alguns elogios, traz dicas úteis que poderão servir para aprimoramentos futuros:

P1: Ter aulas mais prolongadas pois, quanto mais tempo de aula dedicado a um assunto, melhor será para o aprendizado dos alunos

P2: Usar materiais mais resistentes, melhor organização e um pouco mais de tempo.

P3: Eu gostei de mais desse projeto, pra mim foi espetacular foi animado, divertido, interessante aprendi várias coisas.

P4: melhoraria quase ND kkk foi perfeito até onde eu fui graças a Deus kk

A resposta do P1 destaca a importância do tempo das intervenções, sugerindo que fossem mais prolongadas. Já P2 também sugere maior duração das atividades e ressaltou

a necessidade de utilizar materiais mais resistentes na construção dos protótipos. Essa observação deve-se ao fato de os lançadores terem apresentado problemas nos testes de lançamento. Em contraste com as respostas anteriores, P3 expressa um sentimento de grande entusiasmo com a oficina como um todo, destacando que aprendeu diversos assuntos ao longo das intervenções. Esse depoimento reforça que, mesmo diante de aspectos que possam ser aprimorados, a proposta foi bem recebida e conseguiu atingir seu principal objetivo: promover uma experiência de aprendizagem envolvente, significativa e prazerosa.

4.5 Ideias e discussões surgidas entre os alunos

Durante as atividades, algumas discussões interessantes surgiram entre os alunos participantes, evidenciando o interesse deles pelos conceitos abordados. Isso demonstra que, com o apoio e planejamento adequados, é viável transformar desafios iniciais em oportunidades pedagógicas. Um dos alunos, por exemplo, perguntou: “Então, essa foi a primeira arma de destruição em massa? Deve ter evitado que muitos soldados lutassem.” Outro colega contrapôs a ideia citando os aríetes de batalha, o que gerou uma discussão sobre as vantagens e desvantagens dos diferentes tipos de armamentos utilizados nas guerras antigas.

Surgiram também interpretações bem criativas. Um dos alunos comparou os coeficientes da função a ingredientes de uma receita, dizendo que eles eram “fundamentais para cozinhar uma função”, e que os números representavam “as medidas específicas”. Segundo ele, uma pequena mudança nas quantidades poderia transformar um bolo comum em um *brownie* ou até em um *petit gâteau*. Esse aluno revelou que costuma cozinhar em seu tempo livre, o que justifica a analogia.

Outro estudante associou as funções quadráticas a uma fábrica, na qual a função seria um tipo de máquina e ele, o operador. Para ele, os “valores de x ” funcionam como insumos inseridos na máquina, que então gera um produto — o resultado da função.

Um dos estudantes fez algumas associações fora do contexto da sala de aula sobre seu sonho de se tornar um policial militar. Ele mencionou que assistiu vídeos de morteiros e lançadores de projéteis que executam movimentos parabólicos, semelhantes às catapultas e aos temas abordados em sala de aula. Intrigado com essa “coincidência”, ele realizou uma pesquisa detalhada e relatou que encontrou vídeos na internet que detalhavam os estudos realizados pelos militares para a utilização dessas armas.

Essas interpretações evidenciam como cada aluno possui formas singulares de compreender e explicar os conteúdos, aproximando os conceitos matemáticos de suas vivências e interesses.

4.6 Dificuldades e desafios enfrentados

Com base nas observações realizadas durante a atividade, verificou-se que a implementação de tecnologias educacionais, como as ferramentas *PhET*, *GeoGebra* e *Tracker*, apresentam desafios organizacionais e pedagógicos significativos. Algumas dificuldades foram enfrentadas durante o projeto, em certa medida, comprometeram a implementação conforme planejado originalmente.

Integrar as agendas dos alunos com as aulas do projeto revelou-se um grande desafio. Quando suas agendas conflitavam, muitos acabavam não participando de todas as atividades, afetando a continuidade e o engajamento. Além disso, em muitos casos, o acesso à sala de informática era limitado, pois ela estava frequentemente ocupada por outras aulas ou projetos, o que representava um obstáculo ao acesso às ferramentas tecnológicas disponíveis.

Problemas técnicos foram outro obstáculo. Os computadores disponíveis eram bastante lentos e a conexão com a internet era instável, tornando difícil trabalhar com o software. Essas falhas retardaram significativamente o andamento, reduzindo a eficácia do uso das tecnologias.

Além disso, como foi a primeira vez que adotamos essa abordagem inovadora no ambiente escolar com os alunos, em alguns momentos tivemos que adaptar o planejamento original, tornando algumas abordagens mais interativas e baseadas em investigação do que havia sido inicialmente planejado, o que tornou o processo mais demorado. A falta de acesso à tecnologia fora da escola também foi um desafio, pois muitos dos alunos não tinham computadores ou conexão de internet em casa, o que dificultou seu envolvimento fora do horário escolar.

Na etapa de montagem dos lançadores, os materiais foram difíceis de manusear e montar para alguns alunos. Orientações adicionais e ajustes finos para tornar os modelos funcionais consumiram mais tempo do que o planejado. Apesar dessas dificuldades, foi possível completar a construção, configurando-se uma atividade que agradou os alunos, promovendo a colaboração entre eles.

Ao usar o *Tracker*, enfrentamos algumas dificuldades, mas a ferramenta provou seu potencial para aprimorar o ensino de física e matemática. O desafio é, portanto, encontrar uma maneira de superar esses obstáculos para que todos os alunos possam ter acesso a essa ferramenta e se beneficiar dela. O sucesso de iniciativas como essa exige investimentos em infraestrutura, suporte técnico e ajustes no planejamento pedagógico, além, possivelmente, da escolha de outro local para sua realização. Apesar dos desafios técnicos e estruturais no uso do software, os resultados observados em sala de aula mostram o envolvimento dos estudantes, estimulando o pensamento crítico e a curiosidade científica. A forma como interagiram com o conteúdo incentivou a postura investigativa dos alunos.

5 CONCLUSÃO

O desenvolvimento deste trabalho buscou uma abordagem para o ensino da matemática que envolvesse atividades lúdicas, associadas à cultura *maker*, e o uso de tecnologias. Buscou-se uma maneira de estudar funções quadráticas por meio de uma metodologia voltada para a investigação ativa dos alunos de forma multidisciplinar, envolvendo matemática, física, história e tecnologia. O estudo envolveu a proposta de uma oficina que visava a construção colaborativa de lançadores de projéteis, que pudessem ser usados para a produção de vídeos, que pudessem ser analisados por meio da ferramenta *Tracker*, um software que permite a análise e rastreamento de movimentos de objetos, quadro a quadro, a partir de vídeos. Além do *Tracker*, o *GeoGebra* também foi utilizado para o estudo dos coeficientes das funções quadráticas.

A inclusão do software *Tracker* na sequência de trabalho, juntamente com a produção artesanal das catapultas, promoveu uma conexão entre teoria e prática. Os estudantes tiveram a oportunidade de observar conceitos abstratos de funções quadráticas em um cenário concreto, o que contribuiu para facilitar sua compreensão. Esta metodologia ofereceu uma nova abordagem para o aprendizado, evidenciando que o estudo de matemática pode se feito de modo a engajar mais que nas aulas tradicionais.

Ao longo deste trabalho, buscamos contextualizar as funções parabólicas por meio da história de uma das principais armas de guerra da Antiguidade: as catapultas (ou trabucos). Esse tema é de grande relevância para a formação dos alunos, pois permite que compreendam a matemática como uma ciência que sempre contribuiu para o desenvolvimento das civilizações e está relacionada a diversas áreas do conhecimento humano. Essa abordagem contribui para uma aprendizagem mais significativa. Diante disso, torna-se essencial reconhecer a estreita relação entre física e matemática — disciplinas complementares, em que a matemática fornece ferramentas para a descrição e análise, enquanto a física se dedica ao estudo dos fenômenos naturais por meio da observação, experimentação e formulação de teorias.

Durante a realização da oficina, a elaboração dos materiais e a construção dos lançadores provocaram o envolvimento direto dos participantes. As respostas dos alunos indicaram que aprender matemática por meio de uma metodologia ativa é uma experiência mais motivadora. Além de favorecer o aprendizado dos conteúdos, a proposta contribuiu para desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade e a cooperação entre os estudantes.

No entanto, alguns desafios foram enfrentados, especialmente relacionados à introdução do *Tracker*. Como essa foi a primeira vez que eu e meus alunos utilizamos essa ferramenta em particular, houve, inevitavelmente, uma curva de aprendizado. Embora o

software seja relativamente amigável após um período de familiarização, a complexidade inicial exigiu suporte adequado, especialmente para alunos sem experiência prévia com essa tecnologia.

Nessa perspectiva, é importante salientar a necessidade de aprofundamento no tema. Sugere-se a realização de novos estudos com o *Tracker*, explorando diferentes contextos da Física e da Matemática. A ferramenta pode ser utilizada, por exemplo, para investigar movimentos circulares, colisões, oscilações ou até mesmo o estudo de trajetórias em esportes, ampliando as possibilidades de aplicações.

Como propostas para trabalhos futuros, sugerimos a ampliação da proposta com o uso de diferentes modelos de lançamento, como arremessos oblíquos em diferentes ângulos, variação de massas e consideração de ambientes com resistência do ar ou influência do vento, se o objetivo for estudar esses fenômenos. Também seria interessante utilizar impressão 3D para o aprimoramento das catapultas, o que exigiria equipamentos adequados. Além disso, pode-se investigar o impacto dessas práticas no engajamento e na aprendizagem dos alunos por meio de estudos qualitativos e quantitativos mais aprofundados. Outra sugestão seria desenvolver modelos de lançadores mais robustos, utilizando materiais mais resistentes, para serem construídos durante as oficinas.

A integração das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs), aliada à cultura *maker* em uma abordagem construcionista, está voltada para uma educação mais significativa e conectada ao mundo real. O uso de ferramentas como o *Tracker*, somado à prática de construção de dispositivos pedagógicos com materiais simples, promove não apenas o domínio de conteúdos abstratos, mas também o desenvolvimento de competências essenciais para a formação dos estudantes. Além disso, é essencial instruir os estudantes sobre o uso de tecnologias no ambiente educacional para promover a inclusão digital e preparar os alunos para os desafios do mundo atual e futuro.

Embora este trabalho tenha abordado o estudo de catapultas e trabucos, dispositivos historicamente utilizados em contextos de guerra, é importante ressaltar que nosso objetivo não é incentivar o belicismo ou a cultura da violência. Pelo contrário, acreditamos em valores de paz, cooperação e empatia entre os povos. Utilizamos esses artefatos apenas como recursos pedagógicos para o ensino de conceitos matemáticos e físicos.

REFERÊNCIAS

- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2000. Citado na página 30.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2016. Citado na página 30.
- CONFÚCIO. **Os Analectos**. [S.l.]: Editora Unesp, 2012. <https://www.amazon.com.br/Os-analectos-Giorgio-Sinedino/dp/8539302276>. Citado na página 28.
- DANTE, L. R. **Matemática: contexto & aplicações**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2013. Obra em 3 volumes. Citado nas páginas 17, 19, 20 e 21.
- EDUCAÇÃO, M. da. **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, 2017. Acesso em: 16 set. 2024. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>>. Citado na página 26.
- GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. Citado na página 30.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008. Citado na página 30.
- GURSTELLE, W. **The Art of the Catapult: Build Greek Ballistae, Roman Onagers, English Trebuchets, And More Ancient Artillery**. Chicago Review Press, 2018. ISBN 9780912777351. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=_Vk4DwAAQBAJ>. Citado na página 16.
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentals of Physics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2010. ISBN 9780470469118. Citado nas páginas 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25 e 26.
- LEPAGE, J. **Medieval Armies and Weapons in Western Europe: An Illustrated History**. McFarland, Incorporated, Publishers, 2015. ISBN 9780786462513. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=bM57BwAAQBAJ>>. Citado nas páginas 14, 15 e 37.
- MARCONI, M. d. A.; LAKATOS, E. M. **Metodologia do trabalho científico**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1992. Citado na página 30.
- MINAYO, M. C. d. S. **O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. 8. ed. São Paulo: Hucitec, 2001. Citado na página 30.
- Ministério da Educação do Brasil. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. 2018. <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br>>. Acesso em: 16 set. 2024. Citado nas páginas 27, 36 e 38.
- MONTOYA, A. **Teoria da aprendizagem na obra de Jean Piaget**. [S.l.]: Editora Unesp, 2009. (Cadernos Fórum Nacional). ISBN 9788571399457. Citado na página 31.

MORETTIN, P. A.; HAZZAN, S.; BUSSAB, W. de O. **Cálculo: funções de uma e várias variáveis**. 3. ed. São Paulo: Saraiva, 2016. ISBN 9788547201104. Citado nas páginas 17 e 18.

ONÇA, F. **A mãe de todas as guerras**. 2020. Acessado em: 14 set. 2024. Disponível em: <<https://super.abril.com.br/historia/a-mae-de-todas-as-guerras/>>. Citado nas páginas 14 e 37.

PAPERT, S. **Mindstorms: Children, Computers, and Powerful Ideas**. New York: Basic Books, 1980. Citado nas páginas 27 e 31.

PONTE, J. P. **Investigação sobre a prática educativa**. Porto: Porto Editora, 2002. Citado nas páginas 28 e 31.

SOUZA, E. de. **Catapultas: Trebuchet ou Trabuco - Série Armas de Cerco Medievais**. 2024. Acesso em: 4 outubro. 2024. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=ZBQntekpfpI&t=1s>>. Citado na página 37.

TARDIN, M. L. P.; SANTOS, R. F. L. dos; FORTUNATO, I. **EDUFORMAKER: Cultura Maker voltada à Educação e à Formação de Professores**. Itapetininga: Edições Hipótese, 2021. 158 p. ISBN 978-65-87891-03-3. Citado na página 29.

THENÓRIO, I. **Canal do YouTube - Manual do Mundo**. 2006. Acessado em 10 de setembro de 2024. Disponível em: <https://www.youtube.com/channel/UCKHhA5hN2UohhFDfNXB_cvQ>. Citado na página 32.

APÊNDICE A – SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Sequência didática

Instituição	EREM Edson Simões
Nome	José Diego Santos Ferreira
Disciplina	Oficina Matemática
Tema	Funções do segundo grau
Nível	Segundo ano
Duração	720 minutos – 12 aulas

Conteúdo:

- Conceito:
 - Transdisciplinaridade - um conceito que se refere ao diálogo e à cooperação entre diferentes áreas do conhecimento;
 - Matemática – Funções do segundo grau, gráfico da parábola e vértices da função, noções de ângulo, vetores.
 - Física – Velocidade, tempo de voo, altura e alcance.
 - História – Contextualização de armas desenvolvidas na antiguidade (catapultas/trabuco).
 - Tecnologias:
 - Tracker como ferramenta de análise de dados.
 - GeoGebra como ferramenta de observação gráfica.
 - Meet para encontros remotos.
- Procedimentos:
 - Aula expositiva – Contém recursos áudio visuais, abordagens orais e discussões.
 - Estudo de caso – Diferentes situações parabólicas, presentes em esportes, balística e conteúdo.
 - Pesquisa de campo – Construção prática de catapultas/trabucos, análise de seus lançamentos de projéteis.

Objetivos:

- Gerais: Promover o desenvolvimento do pensamento matemático e a capacidade de resolver problemas relacionados à função do segundo grau utilizando conceitos e ferramentas que integrem o raciocínio lógico, a interpretação de dados e a modelagem matemática aplicada a situações do cotidiano.
- Específicos:
- (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
 - (EM13MAT502) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização,

reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 2º grau do tipo $y = ax^2$.

- (EM13MAT503) Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.

Aulas:

- Intervenção 1 (duas horas aula): Contextualização histórica.
 - Contextualizar uma linha temporal da origem das catapultas/trabucos.
 - A cidade grega de Siracusa, localizada na ilha da Sicília (hoje conhecida como Itália), por volta de 399 a.C.
 - A catapulta estava entre elas e fez sua estréia no bem sucedido cerco à cidade cartaginesa de Motya, que caiu em 398 a.C.
 - Em sua obra Moralia, o filósofo grego Plutarco descreve o terror do rei espartano Arquidamos 3º (360 a.C.–338 a.C.) quando viu a catapulta demonstrada pela primeira vez. “Ó, Héracles! A bravura em batalha foi destruída!”
 - Por volta de 330 a.C., ou seja, apenas 70 anos após a invenção da catapulta, o arsenal de Atenas já incluía uma variedade de requintados modelos impulsionados por sistemas de torção que ampliaram o alcance do projétil.
 - Oriente, mais precisamente dentro da tradição chinesa. Utilizando o mesmo princípio da alavanca, os chineses, desde 400 a.C. (a mesma época do desenvolvimento da catapulta na Grécia), faziam uso de uma espécie de gangorra gigante com uma funda na ponta para atirar pedras.
 - No ano de 1169, o estudioso islâmico al-Tarsusi descreveu em um manual militar uma máquina que usava o mecanismo do contrapeso, chamada entre os árabes de *manjaniq*.
- Intervenção 2 (duas horas aula): Matemática na prática.
 - Atividade lúdica de arremessos.
 - Cada aluno deverá realizar lançamentos de uma bola.
 - Filmar cada lançamento para uso futuro.
 - Questionar os alunos sobre os aspectos físicos do lançamento.
- Intervenção 3 (uma hora aula): Discussão oral sobre conhecimentos prévios.
 - Atividade oral de reconhecimento.
 - Questionar os alunos sobre seus conhecimentos de funções.
 - Comentar com eles as competências e habilidades da BNCC.
- Intervenção 4 (duas horas aulas): Observar, analisar e visualizar softwares com foco em lançamentos parabólicos.
 - Conhecer a ferramenta de canhão do Phet.
 - Deixar os alunos realizando os lançamentos.
 - Discutir as observações que eles realizaram.
 - Assistir vídeos de lançamentos em diversas áreas.
 - Conhecer a ferramenta GeoGebra.

■ Estudar algumas das funções catalogadas em Intervenções anteriores. ■ Discutir as observações que eles realizaram. ● Intervenção 5 (duas horas aula): Atividade lúdica. ○ Conhecer os tipos de catapultas/trabucos. ■ Formar grupos, promovendo a interação e compartilhamento de informações. ■ Construir seu próprio protótipo de catapulta/trabuco. ■ Realizar simulação de guerra, atirar uns contras os outros com seus protótipos. ● Intervenção 6 (três horas aula): Uso do Tracker. ○ Conhecer o funcionamento do Tracker. ■ Obter as funções com base em arremessos. ○ Observar os dados das funções. ■ Analisar os gráficos. ○ Discutir fórmulas e equações. ■ Discutir propriedades físicas dos lançamentos. ○ Discutir questões e observações em lançamentos.
Atividade avaliativa:
Não realizada.

Referências

DANTE, L. R. Matemática: Contexto e Aplicações - Volume 2. 2. ed. São Paulo: Ática, 2012.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. Fundamentos de Física, volume 1: Mecânica. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. ISBN 978-85-216-1903-1.

Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Ministério da Educação, 2024. Acesso em: 16 set. 2024

ONÇA, F. A mãe de todas as guerras. 2020. Acessado em: 14 set. 2024. Disponível em: <<https://super.abril.com.br/historia/a-mae-de-todas-as-guerras/>>.

SOUZA, E. de. Catapultas: Trebuchet ou Trabuco - Série Armas de Cerco Medievais. 2024.

TRACKER video analysis and modeling tool. <<https://physlets.org/tracker/>>. Accessed: 2024-08-21.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO

Questionário de avaliação da intervenção didática: ensino de funções quadráticas com catapultas e o software Tracker

Prezada(o) aluna(o),

Este questionário tem como objetivo conhecer sua opinião sobre as atividades desenvolvidas durante a intervenções realizadas. As informações serão utilizadas exclusivamente para fins acadêmicos e de pesquisa. Sua participação é voluntária e as respostas serão mantidas em sigilo.

* Indica uma pergunta obrigatória

1. E-mail *

2. QUESTÃO 1. Em uma escala de 1 a 5, avalie as seguintes atividades da intervenção: *

Marcar apenas uma oval por linha.

	1. Péssima	2. Ruim	3. Razoável	4. Boa	5. Muito boa
Exibição do vídeo introdutório e discussão sobre o contexto histórico	☐	☐	☐	☐	☐
Dinâmica de lançamentos com bola e discussão sobre vetores	☐	☐	☐	☐	☐
Revisão dos conceitos de função quadrática	☐	☐	☐	☐	☐
Construção das catapultas/trabucos	☐	☐	☐	☐	☐
Lançamentos com as catapultas e análise com o software Tracker	☐	☐	☐	☐	☐
Uso do GeoGebra para estudar os coeficientes da função	☐	☐	☐	☐	☐

3. QUESTÃO 2. Qual atividade você mais gostou? Por quê? *

4. QUESTÃO 3. Houve alguma atividade que você teve mais dificuldade? Qual? *
Explique.

5. QUESTÃO 4. Como você avalia a experiência de construir a catapulta/trabuco? *
O que aprendeu com isso?

6. QUESTÃO 5. O uso do software Tracker ajudou a entender melhor como as *
funções quadráticas aparecem no movimento dos projéteis? Explique.

7. QUESTÃO 6. Que sugestões você daria para melhorar essa proposta de oficina? *

Este conteúdo não foi criado nem aprovado pelo Google.

Google Formulários