

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

FABIANA SOARES DE OLIVEIRA

O ESTUDO DAS SEQUÊNCIAS ATRAVÉS DE PADRÕES NUMÉRICOS

CAMPINA GRANDE – PB Novembro de /2011

FABIANA SOARES DE OLIVEIRA

O ESTUDO DAS SEQUÊNCIAS ATRAVÉS DE PADRÕES NUMÉRICOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências legais para a obtenção do título de graduado em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Fernando Luiz Tavares da Silva

CAMPINA GRANDE – PB Novembro de /2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

O41e Oliveira, Fabiana Soares.

O estudo das sequências através de padrões numéricos [manuscrito] / Fabiana Soares Oliveira. — 2011.

31 f.: il.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Centro de Ciências e Tecnologias, 2011.

"Orientação: Prof. Me. Fernando Luiz Tavares da Silva, Departamento de Matemática e Estatística".

1. Matemática - Estudo. 2. Estudos das Sequências. 3. Padrões Numéricos. I. Título.

21. ed. CDD 510.7

FABIANA SOARES DE OLIVEIRA

O ESTUDO DAS SEQUÊNCIAS ATRAVÉS DE PADRÕES NUMÉRICOS

Aprovado em: 29 1 11 /2011.

Nota: 8,5

BANCA EXAMINADORA

Prof. Ms. Fernando Luiz Tavares da Silva
Orientador

Prof. José Lamartini da Costa Barbosa

Prof. Núbia do Nascimento Leal

Aos meus pais João e Cícera que me deram a vida e que dedicaram amor e carinho a minha criação e agora de modo especial a minha formatura. Diante de tamanho esforço e gratidão, não é o único sentimento que sinto, a riqueza tenho também dos adquiri nesta conhecimentos que oportunidade que vocês proporcionaram. Além disso, carrego em meu coração uma imensa felicidade de vocês existirem.

AGRADECIMENTOS

Em especial a DEUS porque sem ele nada disso seria possível.

A todos os meus familiares, em especial minhas irmãs Fabíola, Socorro, Branco e minha grande amiga Raquilma onde me encorajaram e me incentivaram em todo o período desse curso.

Aos meus colegas de curso, em especial Lucimara, Joel, Alexandre, Adélia, Isaedja, Toni Cesar, Anderson, Antônio Batista e Francivaldo, amigos de todas as horas, a quem tenho todo apreço e consideração.

A minha ajudante Amélia, que foi sempre dedicada e paciente.

Ao meu orientador Fernando Luiz, verdadeiro desbravador da arte de ensinar, pelo qual tenho o orgulho de ter aprendido e posto em prática a ética pessoal, o respeito pelos educandos e a paixão pelo saber e pelo ensinar. A você o meu cordial muito Obrigado!

HOMENAGEM ESPECIAL

"A Nathália Gabriely Oliveira Santos onde com ela dividi alegrias, diminui tristezas e multipliquei o amor incondicional que ela conseguiu construir em mim." Eternas saudades...

Deus é o Geômetra Onipotente para quem o mundo é imenso problema matemático (Leibniz)

RESUMO

No primeiro momento mostrarei a parte histórica tendo em vista o que ela, a história pode oferecer como contribuição ao processo de ensino e aprendizagem da matemática. Mostrarei ambém tipos de padrões interessantes que ajudará no aprendizado das progressões. No segundo momento está disposto a fundamentação teórica, onde mostrarei alguns conceitos de sequências aritméticas, sequências geométricas, sequências de números figurados que dei como exemplos (números triangulares, números quadrados e números pentagonais). E falarei também neste segundo momento do gráfico das progressões aritméticas e geométricas com funções, observando a construção gráfica num conjunto discreto de pontos. Todos esses conceitos serão vistos segundo Maria Cecília Costa e Silva Carvalho (1997, p. 9...). No terceiro momento mostrarei curiosidades sobre sequências numéricas onde citei: o cálculo rápido de Gauss, somando como os egípcios, os quadrados mágicos, as sequências mágicas. E neste terceiro momento mostrarei as aplicações onde sua aplicabilidade se encontra em situações diversas como nos juros simples e compostos no retângulo áureo e nautilus, na mágica com os números de Figonacci, na arquitetura e em outras mais ... No último momento mostrarei minhas considerações finais e minhas referências bibliográficas.

PALAVRAS-CHAVE: Sequências. Padrões númericos. Curiosidades. Matemática. História. Fórmulas.

SUMÁRIO

| 1.0 – INTRODUÇÃO | 10 |
|---|------|
| 2.0 – UM POUCO DA HISTÓRIA | 11 |
| 3.0 – TIPOS DE PADRÕES | 13 |
| 4.0 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 14 |
| 4.1 – SEQUÊNCIAS ARITMÉTICAS, GEOMÉTRICA E NÚMEROS FIGURADO | OS14 |
| 5.0 – O GRÁFICO DAS PROGRESSÕES | 19 |
| 6.0 – CURIOSIDADES SOBRE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS | 21 |
| 6.1 – O CÁLCULO RÁPIDO DE GAUSS | 21 |
| 6.2 – SOMANDO COMO OS EGÍPCIOS | 22 |
| 6.3 – QUADRADOS MÁGICOS E SEQUÊNCIAS MÁGICAS | 23 |
| 7.0 – APLICAÇÕES | 25 |
| 7.1 – JUROS E AS PROGRESSÕES | 25 |
| 7.2 – RETÂNGULO ÁUREO E NAUTILUS | 26 |
| 7.3 – A MÁGICA COM OS NÚMEROS DE FIBONACCI | 27 |
| 7.4-ARQUITETURA | 28 |
| 8.0 - CONSIDERAÇÕES FINAIS | 30 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 31 |

1.0 – INTRODUÇÃO

Em nossas escolas o ensino das progressões é "passado" aos alunos com grande número de fórmulas e cálculos intermináveis. É necessário, portanto, uma mudança na prática pedagógica, porém, é preciso que a matemática se mostre para eles interessante e curiosa. Os alunos precisam interagir com o conteúdo dado e não ficar restrito apenas na resolução de exercícios mecânicos e sem significado. Mas o principal objetivo desse trabalho é proporcionar aos educandos o estudo de sequências através de padrões numéricos, curiosidades e parte histórica. Consequentimente mostrarei a origem das sequências através da parte histórica, divulgando tipos de padrões, mostrarei suas aplicações e mostrarei as curiosidades. E tendo em vista as dificuldades apresentadas pelos alunos na disciplina de matemática e percebendo que as sequências aritméticas e geométricas são de fundamental importância nos exames de classificação das inúmeras universidades privadas e públicas do Brasil, porém, os padrões numéricos é uma forma bastante interessante e criativa para se trabalhar o respectivo conteúdo uma vez que a matemática é uma ciência formada de padrões. O trabalho foi desenvolvido através de pesquisa bibliográfica, trabalhos acadêmicos, pesquisas em sites da internet.

2.0 – UM POUCO DA HISTÓRIA

As sequências estão estreitamente associadas aos processos de contagem e ao desenvolvimento dos sistemas de numeração. Por essa razão encontramos diversos registros de problemas envolvendo diversos tipos de sequências nos principais documentos das civilizações antigas.

O primeiro registro se deu à 5.000 anos atrás no Egito da necessidade de estabelecer padrões como o da enchente do Rio Nilo, ou seja, para plantar na época certa e assim garantir seus alimentos, os egípcios precisavam saber quando haveria inundação. Havia portanto a necessidade de se conhecer o padrão desse acontecimento.

Observaram que o Rio Nilo subia logo depois que a estrela



Rio Nilo

Sírus se levantava a leste e notando que isso acontecia a cada 365 dias, os egípcios criaram um calendário solar composto de doze meses, de 30 dias cada mês e mais cinco dias de festas dedicados aos deuses. Eles dividiram esses doze meses em três estações de quatro meses cada uma: período de semear, período de crescimento e período da colheita.

Os babilônicos (aproximadamente 2.000 a.C) possuíam tábuas de cálculo onde era comum encontrar seqüências de quadrados e cubos de números inteiros. Já na civilização grega encontramos diversos exemplos seqüências numéricas notáveis, como é o caso daquelas estudadas pela escola pitagórica (século sexto a.C) que envolviam os números figurados e o crivo de Eratóstenes, onde por esse processo se obtém a seqüência dos números primos.

Há registros também de seqüências numéricas entre os chineses, hindus e árabes. No século treze na Europa, o italiano Leonardo de Pisa (1175 – 1240), conhecido como Fibonacci publicou a obra Liber Abacci, porém nesse livro propôs um problema que consiste em determinar de que forma varia o número de casais de coelhos que se originam de um casal inicial, supondo que este gere um casal a cada mês. Cada casal gerado dá origem a um novo

casal, após dois meses de seu nascimento, e, assim, sucessivamente.



Na mesopotâmia há 6.000 anos as seqüências encontradas eram por arqueólogos em tabletes ou tijolos feitos de argila e cozidos ao sol ou em fornos. A escrita era feita com uma espécie de estilete, enquanto os tabletes ainda estavam úmidos. Os traços tinham aspecto de cunha por isso, essa escrita é chamada de cuneiforme.

As sequências 1, 3, 9, 27, 81... e 1, 4, 16, 64... aparecem em tabletes babilônicos por volta de 1.800 a.C. Existem progressões muito antigas deixadas em papiros. Porém até hoje em dia, diversos matemáticos desenvolvem estudos sobre sequências numéricas, aplicando-as aos mais diversos campos de atividades.

3.0 – TIPOS DE PADRÕES

Segundo Sterwart (1996, p. 11), vivemos em um universo de padrões. Esses padrões podem ser numéricos, geométricos, de movimento e do espaço. Nas ruas das cidades pode observar que a numeração das casas apresenta um padrão: números pares de um lado e ímpares do outro. Na decoração de piso nas casa, geralmente o uso de cerâmicas compõem um padrão geométrico na composição destas peças. O nosso caminhar tem um padrão já que "os pés tocam o solo de forma regular: esquerda, direita, esquerda, direita". Quando o médico nos receita um medicamento para ser tomado, sabemos que as estações do ano se repete obedecendo a um padrão. Todos nós sabemos que o Brasil é Penta campeão Mundial de Futebol e os anos em ordem cronológicas em que ele foi campeão Mundial são: 1958, 1962, 1970, 1994. Essas datas formam um conjunto com os elementos dispostos numa determinada ordem. Realmente vivemos em um universo de padrões, os quais podem ser transformados em seqüências numéricas.

4.0 – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.1 – SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

Segundo Maria Cecília Costa e Silva Carvalho (1997, p. 9) uma seqüência ou progressão é um conjunto de números colocados numa certa ordem, com primeiro termo (ou elemento) segundo termo, terceiro termo e assim por diante. Afirma também que uma seqüência pode parar num determinado termo ou continuar indefinidamente, sendo caracterizadas seqüências finitas ou infinitas. Veja os exemplos: A lista de chamada de uma classe é exemplo de seqüência (Finita); A seqüência 1, 3, 5, 7, 9, 11, ... é um exemplo de seqüência infinita.

4.2 – SEQUÊNCIAS ARITMÉTICAS

A sequência diz que uma sequência é aritmética quando cada um de seus termos, exceto o primeiro, é igual ao precedente (anterior) somado a um número constante, pela qual ela define de razão. Exemplo: Quando precisamos tomar um medicamento de três em três horas, começando às 7 horas devemos repetir a dose às 10, 13, 16, 19, e 22 horas.

Observe que:

 $10 = 7 + \underline{3} \\ 13 = 10 + \underline{3}$

16 = 13 + 3

19 = 16 + 3

22 = 19 + 3



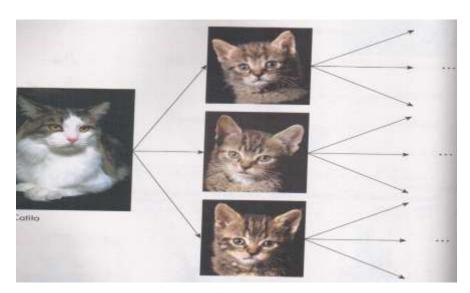
Veja que para saber a que horas devemos tomar o remédio, somamos 3 à hora anterior em que ele foi ingerido onde esse 3 é chamado de razão.

Uma seqüência aritmética pode ser crescente ou decrescente dependendo da sua razão ser positiva ou negativa. No caso do exemplo acima a seqüência é crescente uma vez que a razão **3** é positiva.

SEQUÊNCIAS GEOMÉTRICAS:

Para a autora uma seqüência é geométrica quando cada um de seus termos, exceto o primeiro é igual ao precedente (anterior), multiplicado por uma constante chamada razão. Exemplo: Uma gata, chamada Catita, deu á luz três gatinhas. Cada uma, depois de um ano, gerou três gatas, e assim sucessivamente. Então: 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729.

 $3 = 1 \cdot 3$ $9 = 3 \cdot 3$ $27 = 9 \cdot 3$ $81 = 27 \cdot 3$ $243 = 81 \cdot 3$ $729 = 243 \cdot 3$



Veja que esse número <u>3</u> é a razão da progressão geométrica.

Uma sequência geométrica pode ser crescente ou decrescente a depender de sua razão ser maior ou menor que 1. O caso do exemplo acima a sequência é crescente uma vez que a razão 3 é maior que 1.

4.3 - SEQUÊNCIAS DE NÚMEROS FIGURADOS

NÚMEROS FIGURADOS

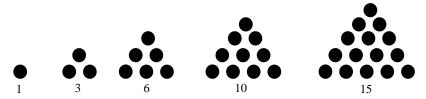
Os números figurados são números que podem ser representados por uma construção geométrica de pontos equidistantes. Se o arranjo formar um polígno regular, estes números chamam-se números poligonais. Dentro destes vamos destacar os números: triangulares, quadrados, hexagonais.

Os **números figurados** também podem ter outras formas ou dimensões, como

por exemplo, os números "pentatopes" ou um espaço tridimensional, os números tetraédricos.

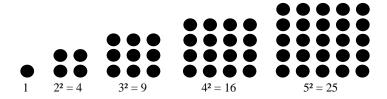
NÚMEROS TRIANGULARES

Sequências **de triângulos:** é quando a sequência é formada por números triangulares, ou seja, por números que podem ser representados por pontos arranjados e um triângulo equilátero.



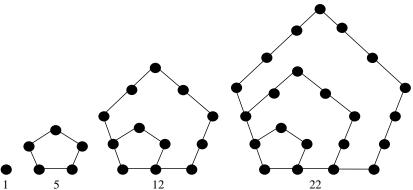
NÚMEROS QUADRADOS

Números quadrados: são aqueles que podem ser representados por pontos arranjados em um quadrado.



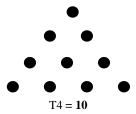
NÚMEROS PENTAGONAIS

Números pentagonais: são aqueles que podem ser representados por pontos arranjados em um pentágono regular.



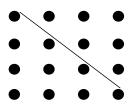
Enunciaremos e provaremos alguns teoremas relativos a *números figurados*, como era feito pelos pitagóricos:

Teorema I: O número triangular T_n é igual à soma dos n primeiros inteiros positivos.



Teorema II: Todo número quadrado é a soma de dois números triangulares sucessivos.

Observamos que um número quadrado na sua forma geométrica, pode ser dividido como na figura abaixo.



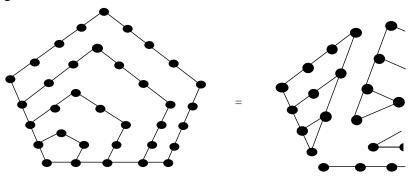
Vamos fazer a prova do teorema algebricamente. Seja o enésimo número triangular T_n , dado pela soma da progressão aritmética,

$$Tn = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \underline{n \cdot (n+1)}$$

seja o enésimo número quadrado Sn igual à n^2 . Temos

$$S_n = n^2 = \underline{n \cdot (n+1)} + \underline{n \cdot (n-1)} = T_n + T_{n-1}$$

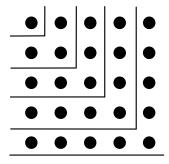
Teorema III: O enésimo número pentagonal é igual a n mais três vezes o (n-1) – ésimo número triangular.



Seja o enésimo número pentagonal, P_n , dado pela soma de uma progressão aritmética.

$$P_n = 1 + 4 + 7 + ... + (3 \cdot n - 2) + n \cdot (3 \cdot n - 1)/2 = n + (3 \cdot n) \cdot (n - 1)/2 = n + 3 \cdot T_{n-1}$$

Teorema IV: A soma dos n primeiros inteiros ímpares, começando com 1, é o quadrado de n.



Calculando a soma da progressão aritmética, temos:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2 \cdot n - 1) = \underline{n \cdot (2 \cdot n)} = n^2$$

que demonstra o teorema.

5.0 – O GRÁFICO DAS PROGRESSÕES

5.1 Gráfico da Progressão Aritmética.

Dado o gráfico de uma sequência aritmética finita, podemos escrever seus termos, determinar a razão e saber se ela é crescente ou decrescente.

Analisemos os gráficos de algumas seqüências aritméticas.

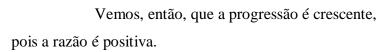
Observando que o gráfico dado ao lado possui seis

pontos, concluímos que a seqüência tem seis termos.

Montando a tabela, encontramos:

| Termo (t) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------------|---|---|---|---|----|----|
| Valor do termo (v) | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |

Os termos são 2, 4, 6, 8, 10 e 12. Portanto a razão é 2, uma vez que $2 + \underline{2} = 4$, $4 + \underline{2} = 6$, e assim sucessivamente.

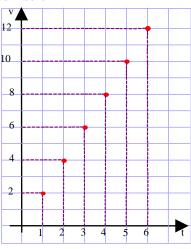


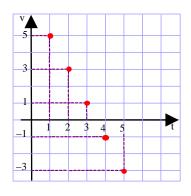
O gráfico ao lado representa uma seqüência com cinco termos, pois ele possui cinco pontos.

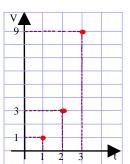
Os termos são 5, 3, 1, -1, e-3. Portanto a razão e-2, uma vez que e-2 = 3, e-2 = 1, e-2 = 1, e-2 = 1, e-2 = 1.

Sabemos que a progressão é decrescente, porque a razão é negativa.

O gráfico de uma seqüência aritmética finita é sempre constituída por um número finito de pontos.







5.2 Gráfico da Progressão Aritmética Geométrica.

Como no caso das seqüências aritméticas, podemos fazer o gráfico das progressões geométricas finitas.

Dada a seqüência geométrica 1, 3, 9, montamos a tabela:

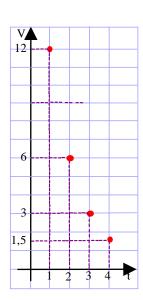
| Termo (t) | 1 | 2 | 3 |
|--------------------|---|---|---|
| Valor do termo (v) | 1 | 3 | 9 |

O gráfico será constituído por três pontos: (1,1), (2,3) e (3,9).

Quando o gráfico da seqüência é fornecido, podemos escrever seus termos e determinar a razão.

Observamos que a seqüência é 12; 6; 3; 1, 5. Nesse caso como o segundo termo é 6 e o primeiro é 12, a razão será:

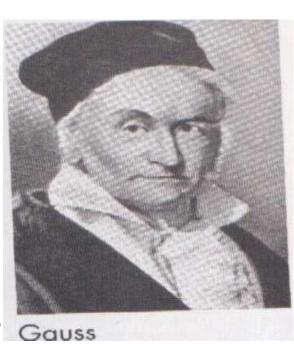
$$r = 6 = 1$$



6.0 – CURIOSIDADES SOBRE SEQUÊNCIAS NUMÉRICAS

6.1 – O CÁLCULO RÁPIDO DE GAUSS

Carl Friedrich Gauss (1777-1855) frequentou uma escola pelo qual o professor era tido como muito bravo e exigente. Conta-se que, para manter a classe ocupada e em silêncio, certa vez ele mandou que os alunos somassem todos os números de um a cem. 1 + 2 + 3 + 4 + ... + 98 + 99 + 100. No entanto, após três minutos um menino de 10 anos aproximou-se da mesa do mestre e apresentou-lhe o valor correto da soma (5050), sem apresentar nenhum cálculo por escrito. Porém devido a seus trabalhos, esse menino foi considerado



o maior matemático de sua época e talvez de todos os tempos. Vamos analisar o problema que Gauss resolveu:

Os números de 1 a 100 formam uma progressão com o primeiro termo igual a 1 e razão 1. O que se deseja então, é a soma dos termos dessa progressão.

Ele percebeu que:

 \square Somando o primeiro e o último número, obtinha: 1 + 100 = 101;

 \square Somando o segundo e o penúltimo número, obtinha: 2 + 99 = 101;

E assim por diante.

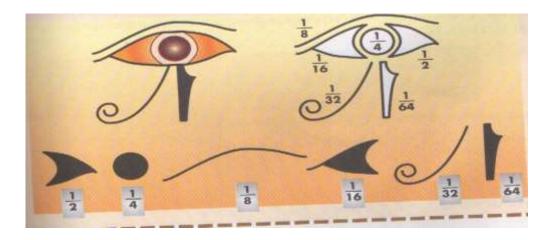
Logo o problema pede a soma de 50 parcelas iguais a 101, a última das quais é: 50 + 51 = 101. Calculando-a, obtemos: $50 \cdot 101 = 5050$.

6.2 – SOMANDO COMO OS EGÍPCIOS

Os egípcios estavam aptos a somar termos de progressões geométricas com seis elementos, usando multiplicação por um fator comum. Vamos verificar como eles faziam? Observe as frações que estão no papiro de rhind (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1). 2 4 8 16 32 64

Somando as frações teremos:
$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}$$
.

Os termos dessa sequência são conhecidos como frações dos olhos do deus Hóros, porque elas eram escritas com sinais diferentes, que eram parecidos com as partes do olho desse deus.



Os egípcios multiplicariam todos os elementos por 64 (o último denominador) e encontrariam: $64 \cdot S = 64 \cdot \underline{1} + 64 \cdot \underline{1}$

Então:
$$64 \cdot S = 32 + 16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 63$$
.

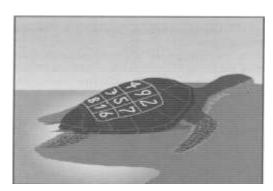
Daí:
$$S = 63 \over 64$$
.

6.3 – QUADRADOS MÁGICOS

As sequências estão relacionadas com um quadrado numérico o primeiro registro, de origem antiga e descoberta, de um **quadrado mágico** apareceu na China.

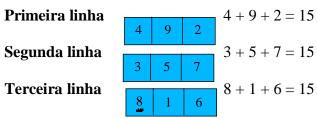
Conta a lenda que o quadrado





foi trazido aos homens por uma tartaruga, através do Rio Lo, há mais de 4.000 anos.

Vejamos porque ele é chamado de quadrado mágico.



Primeira coluna Segunda coluna

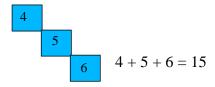
$$4 + 3 + 8 = 15$$

$$9 + 5 + 1 = 15$$

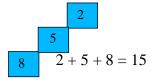
$$2 + 7 + 6 = 15$$

Terceira coluna

Primeira diagonal



Segunda diagonal



Por apresentar tal propriedade, esse quadrado numérico é chamado quadrado mágico.

SEQUÊNCIAS MÁGICAS

Um quadrado numérico é mágico se ele possuir **n**² números inteiros positivos e diferentes entre si, tais que a soma dos **n** números que figuram nas linhas, colunas e diagonais é sempre a mesma. Essa soma comum é chamada constante mágica. E toda sucessão de **n** números distintos compreendidos entre **1** e **n**² cuja soma é a constante mágica chama-se seqüência mágica. Vamos encontrar a constante mágica e seqüências mágicas do quadrado mágico da lenda da tartaruga.

A constante mágica é 15 e as seqüências mágicas são (4, 9, 2), (3, 5, 7), (8, 1, 6), (4, 3, 8), (9, 5, 1), (2, 7, 6), (4, 5, 1), (2, 5, 8).

25

7.0 – APLICAÇÕES

As progressões representam uma importante ferramenta, pois sua aplicabilidade

se encontra em situações relacionadas à matemática financeira. Os juros simples podem ser

relacionados às progressões aritméticas e os juros compostos estão diretamente ligados às

progressões geométricas.

Os estudos relacionados às progressões são fundamentados nas seqüências

lógicas finitas ou infinitas e podem ser encontrados nas funções exponenciais e na Geometria.

Em música os números de Fibonacci são utilizados para a afinação, tal como nas

artes visuais, determinar proporções entre elementos formais. Um exemplo é a música para

cordas, percussão e celesta de Béla Bartók.

Le Corbusier usou a sequência de Fibonacci na construção do seu modulor, um

sistema de proporções baseadas no corpo humano e aplicadas ao projeto de arquitetura.

7.1 – JUROS SIMPLES E PROGRESSÃO ARITMÉTICA.

Em janeiro de certo ano Márcia estava ganhando R\$ 270,00 por mês. Seu patrão

prometeu aumentar seu salário em R\$ 8,00 todos os meses. Quanto Márcia estará ganhando

em dezembro dos anos seguintes.

Solução: Se o salário de Márcia aumenta R\$ 8,00 todos os meses, então a seqüência dos

salários é uma progressão aritmética de razão igual a 8.

Vamos montar uma tabela para melhor entender a situação.

Janeiro - a1 = 270,00

Fevereiro -a2 = 278,00

.

.....

Dezembro - a12 =

Janeiro -a13 =

Dezembro -a24 = ?

Logo, o que queremos é o valor do 24º termo dessa P.A. Usando a fórmula do termo geral, teremos:

$$a24 = a1 + 23r$$

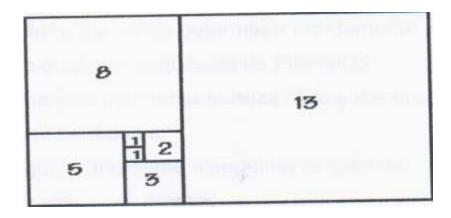
 $a24 = 270 + 23.8$
 $a24 = 270 + 184$
 $a24 = 454$

Portanto, com esses pequenos aumentos mensais Márcia estará ganhando em dezembro dos anos seguintes R\$ 454,00.

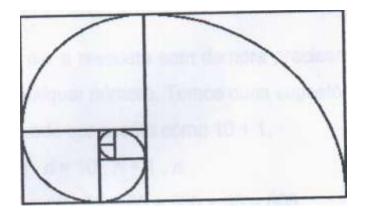
7.2 – RETÂNGULO ÁUREO E NAUTILUS

Anexando dois quadrados com lado L=1, teremos um retângulo 2x1, sendo o lado maior igual à soma dos lados dos quadrados anteriores. Anexando agora outro quadrado com lado L=2 (o lado maior do retângulo 2x1) e teremos um retângulo 3x2.

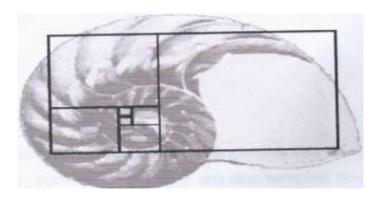
Continuando a anexar quadrados com lados iguais ao maior dos comprimentos dos retângulos obtidos no passo anterior, a seqüência dos lados dos próximos quadrados é: 3, 5, 8, 13, ... que é a seqüência de Fibonacci.



Usando um compasso, trace um quarto de círculo no quadrado de lado L=13, de acordo com o desenho ao lado, trace quartos círculos nos quadrados de lado L=8, L=5, L=3, L=2, L=1 e L=1.



Com as concordâncias dessas curvas, obtemos uma espiral como a do *Nautilus marinho*. Você acha que o "Nautilus" estudou Matemática para construir a sua casa?



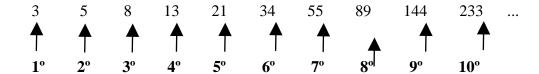
7.3 – A MÁGICA COM OS NÚMEROS DE FIBONACCI

Apresentamos, aqui um "truque mágico" utilizando números de uma seqüência de Fibonacci.

O "mágico" (você) afirma que pode determinar rapidamente a soma de quaisquer dez termos consecutivos de qualquer sequência de Fibonacci.

Como o mágico afirma isso com tanta certeza? Ele sabe que essa soma é igual a 11 vezes o sétimo número na seqüência.

Vamos supor que alguém apresente a seguinte sequência:



A soma dos dez primeiros números é igual a 11.55 = 605, porque 55 é o sétimo número nessa seqüência.

Além desse fato, para dar a resposta sem demora precisamos de uma maneira rápida de calcular 11 vezes qualquer número. Temos duas sugestões.

Primeira sugestão: 11 pode ser escrito como 10 + 1,

Assim,
$$11 \cdot n = (10 + 1) \cdot n = 10 \cdot n + 1 \cdot n$$
.

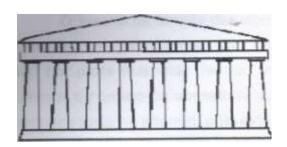
No nosso caso,
$$11.55 = 10.55 + 55 = 550 + 55 = 605$$
.

Segunda sugestão: Escreva o número e abaixo dele, deslocando um algarismo para a esquerda, escreva novamente o número e some. No nosso caso.

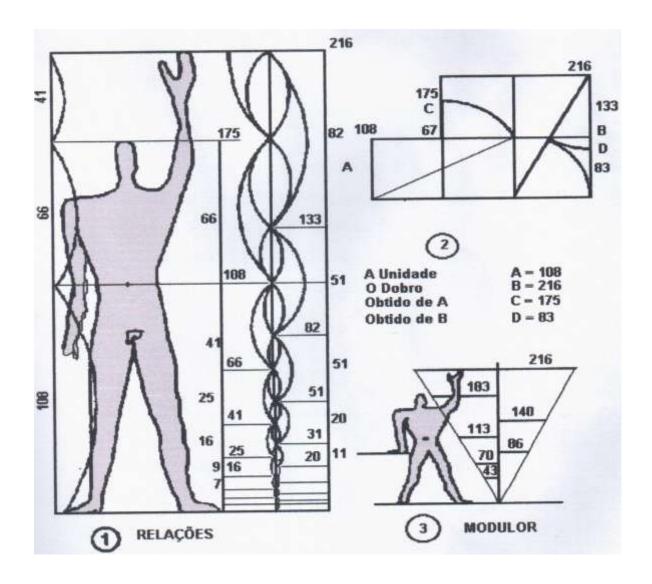
7.4 – ARQUITETURA

Há vários exemplos sobre o modo como retângulo áurea se ajusta à construção do Parthernon. O Parthernon, agora em ruínas, é um dos templos que foi construído em Athenas por volta dos anos 430-440 a.C. e nele podemos observar a proporção Áurea.

A planta do Parternon mostra que o templo foi construído tendo por base um retângulo com o comprimento igual a raiz quadrada de 5 e largura igual a 1.







Nesse século, o arquiteto francês Le Corbusier utilizou-se também de relações harmônicas para projetar estruturas. O padrão utilizado por eles nas relações humanas foi o Modulor, que aparece na gravura abaixo.

8.0 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Podemos concluir que na natureza encontramos uma grande variedades de padrões e que esses padrões podem ser transformados em sequências aritméticas e geométricas. E que há muito século o homem contempla e estuda a beleza desses padrões, vêse que os povos egípcios e os babilônicos se utilizava desses conceitos para conseguir aquilo que necessitava. Em um caso particular dos egípcios, eles procuravam estabelecer padrões para saberem quando haveria inundação e assim garantir seus alimentos. De fato é muito importante a inserção dos contextos históricos em sala de aula pois o discente passa a ver a matemática como uma criação humana, enquanto o docente cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento.

Em relação aos conceitos houve a oportunidade de se ver esses conceitos com padrões interessantes onde os alunos serão capazes de observar esses padrões e fazer generalizações com números e irão observar que a matemática não é uma ciência só de cálculos. Em relação as curiosidades citando o exemplo dos quadrados mágicos que deu origem na China e foi trazido por uma tartaruga através do Rio Lo, há mais de 4.000 anos os alunos perceberam a importância dessas curiosidades uma vez que também faz parte da história. E no que diz respeito as aplicações, podemos perceber a riqueza das aplicações dessas progressões uma vez que a sua aplicabilidade se encontra em situações diversas, como na matemática financeira, nas funções exponenciais, na geometria, na arquitetura. Portanto, é necessário o interesse da parte docente para deixar a matemática mais criativa, curiosa, interessante, ou seja, utilizando informações desta natureza irá facilitar a motivação do aluno e sua aprendizagem que será agora significativa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CARVALHO, Maria Cecília Costa e Silva. Padrões Numéricos e Seqüências. São Paulo: Moderna, 1997.

www.sbempb.com.br

objetivomaringa.com.br

Sterwart(1996,p11)