



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM FUNDAMENTOS DA EDUCAÇÃO:
PRÁTICAS PEDAGÓGICAS INTERDISCIPLINARES

JÁCIO MEDEIROS DE AZEVEDO

**Uso do Software GeoGebra como Estratégia
Didática na Compreensão de Conceitos de
Trigonometria**

CUITÉ – PB

2014

JÁCIO MEDEIROS DE AZEVEDO

Uso do Software GeoGebra como Estratégia Didática na Compreensão de Conceitos de Trigonometria

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Fundamentos da Educação: Práticas Docentes Interdisciplinares da Universidade Estadual da Paraíba, em convênio com a Secretaria de Estado da Educação do Estado da Paraíba, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de especialista.

Orientadora: Prof^a. Dra. Ana Raquel Pereira de Ataíde

CUITÉ – PB

2014

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano da dissertação.

A994u Azevedo, Jácio Medeiros de
Uso do software geogebra como estratégia didática na
compreensão de conceitos de trigonometria [manuscrito] / Jácio
Medeiros de Azevedo. - 2014.
62 p. : il. color.

Digitado.
Monografia (Especialização em Fundamentos da Educação:
Práticas Pedagógicas Interdisciplinares) - Universidade Estadual
da Paraíba, Pró-Reitoria de Ensino Médio, Técnico e Educação à
Distância, 2014.
"Orientação: Profª Ana Raquel Pereira de Ataíde,
Departamento de Física".

1. Geogebra. 2. Trigonometria. 3. Função Trigonométrica.
I. Título.

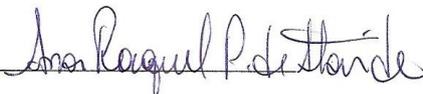
21. ed. CDD 372.7

JÁCIO MEDEIROS DE AZEVEDO

**Uso do Software GeoGebra como Estratégia Didática na
Compreensão de Conceitos de Trigonometria.**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Fundamentos da Educação: Práticas Docentes Interdisciplinares da Universidade Estadual da Paraíba, em convênio com a Secretaria de Estado da Educação do Estado da Paraíba, em cumprimento à exigência para obtenção do grau de especialista.

Aprovada em 19/07/2014.



Prof^ª Dr^a Ana Raquel Pereira de Ataíde / UEPB

Orientadora



Prof. Dr. Alessandro Frederico da Silveira / UEPB

Examinador



Prof^a Dr^a Morgana Lígia de Farias Freire / UEPB

Examinadora

AGRADECIMENTOS

À Professora Dra Ana Raquel P. de Ataíde, coordenadora do curso de Especialização, pólo de Cuité, por seu empenho.

Aos colegas do curso de Especialização. Em especial a amiga Sânzia Viviane F. de Ferreira, pelo apoio e a força para permanecer no curso.

Ao professor José Jarbas Fonseca de Almeida pela ajuda na instalação do programa do software GeoGebra nos computadores do laboratório de informática da Escola.

À diretora da E.E. José Joaquim de 1º e 2º Graus, Maria Nadja da Costa, pela sua autorização da turma para a realização desta pesquisa.

Aos alunos do 2º ano A do Ensino Médio da E.E. José Joaquim de 1º e 2º Graus, pela participação tão significativa nesta pesquisa.

Só sei que nada sei.

Sócrates.

RESUMO

O uso de ferramentas tecnológicas auxiliando no ensino não é algo novo, no entanto sua efetivação no ambiente de sala de aula está distante de ser incorporado como algo natural a esse ambiente. Nesse sentido esse trabalho apresenta um estudo que tem como objetivo verificar até que ponto o uso do software GeoGebra pode facilitar o ensino e a aprendizagem das funções seno e cosseno, para tanto tentamos identificar as dificuldades que os estudantes apresentam na compreensão das funções trigonométricas; Construir uma seqüência didática usando as ferramentas do software GeoGebra com o intuito de facilitar a aprendizagem das funções seno e cosseno e por fim verificar o interesse demonstrado pelo aluno à medida que a aprendizagem estiver sendo construída. Este é um estudo de caráter descritivo, realizado com 35 estudantes da segunda série do Ensino Médio da Escola Estadual José Joaquim de Ensino Fundamental e Médio, localizada na cidade de Coronel Ezequiel/RN. Nossos resultados nos fazem entender que a utilização de recursos tecnológicos em sala de aula pode facilitar a aprendizagem de conceitos e especialmente contribuir que os estudantes apresentem um maior interesse nas aulas o que se constitui em um fator de grande importância para no processo de ensino e aprendizagem.

PALAVRAS CHAVE: GeoGebra, Trigonometria, Aprendizagem de Conceitos.

ABSTRACT

The use of tools aiding technologies in education is not new, however its effectiveness in the classroom environment is far from being incorporated as something natural to this environment. In this sense this paper presents a study that aims to determine to what extent the use of GeoGebra software can facilitate the teaching and learning of sine and cosine functions, so we try to identify the difficulties students have in understanding the trigonometric functions; Building a teaching sequence using the tools of GeoGebra software in order to facilitate the learning of sine and cosine functions and finally check the interest shown by the student as learning is being built. This is a descriptive study, conducted with 35 students of the second year of Escola Estadual José Joaquim de Ensino Fundamental e Médio, located in Coronel Ezequiel / RN. Our results lead us to consider that the use of technological resources in the classroom can facilitate learning of concepts and especially help students to present a greater interest in the classes which constitutes a major factor for the learning and teaching process.

KEYWORDS: GeoGebra, Trigonometry, learning of concepts.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1. TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	12
2. ASPECTOS CONCEITUAIS DA TRIGONOMETRIA E DO SEU ENSINO	16
3. METODOLOGIA	22
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	26
4.1. Estudo do ciclo trigonométrico sem o auxílio do software GeoGebra	26
4.2. Estudo do ciclo trigonométrico com o auxílio do software GeoGebra.	26
4.3. Um estudo sobre a utilização do software GeoGebra na construção dos gráficos das funções seno e cosseno para o ensino de trigonometria.	27
4.4. Avaliação da utilização do software GeoGebra	31
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	33
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	34
APÊNDICES	36
ANEXOS	51

Introdução

A sociedade atual passa por grandes e rápidas alterações, e nesse contexto a escola precisa se adequar a essa realidade. Vários avanços são observados e dentre estes os mais claros são os relativos ao uso das tecnologias. Nesse sentido, e em função dos avanços tecnológicos, o uso do computador na educação é ferramenta indispensável dentro de uma nova perspectiva do processo educativo.

A matemática é uma ciência que tem muito a ganhar com o uso do computador. Segundo Valente (2002) a utilização do computador, por parte do aluno, para construir um conhecimento, propicia condições para que este descreva a resolução de problemas, usando linguagem de programação, e esse processo o leve a refletir sobre os resultados, bem como refinar suas idéias através da busca de novos conteúdos e novas estratégias.

Existem vários recursos a serem utilizados no computador, dentre esses destacamos o software GeoGebra, por ser um programa livre e gratuito, podendo ser classificado como um Software de Geometria Dinâmica – SGD. O GeoGebra é um programa utilizado como recurso metodológico no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, que pode ser aplicado a todos os níveis de ensino, através da álgebra, geometria, gráficos, tabelas, estatística, construções que se utilizam pontos, segmentos, retas, ângulos, vetores, cônicas, seções e funções.

O professor, nesse processo, assume um papel de suma importância, como elaborador de seqüências didáticas que utilize adequadamente os recursos, bem como de mediador entre a as tecnologias e o processo de construção do conhecimento, contribuindo no direcionamento das atividades de forma contextualizada para o estudante.

Dessa forma, entendemos que o computador atrelado a utilização de softwares educacionais apresenta-se como importante instrumento pedagógico no auxílio para a construção do conhecimento, especialmente no tema escolhido para o desenvolvimento da pesquisa que é a trigonometria, e mais especificamente, o estudo das funções seno e cosseno, por seu caráter abstrato, o que as coloca como foco de grandes reclamações tanto por parte dos professores como por parte dos estudantes.

Diante desse panorama construímos nossa questão de pesquisa: o ensino de trigonometria, e mais especificamente das funções seno e cosseno, é facilitado pela utilização do software GeoGebra como recurso didático?

Na tentativa de resposta a essa questão o nosso trabalho tem como objetivo principal verificar até que ponto o uso do software GeoGebra pode facilitar o ensino e a aprendizagem das funções seno e cosseno, para tanto tentamos identificar as dificuldades que os estudantes apresentam na compreensão das funções trigonométricas; Construir um roteiro didático usando as ferramentas do software GeoGebra com o intuito de facilitar a aprendizagem das funções seno e cosseno e por fim verificar o interesse demonstrado pelo aluno à medida que a aprendizagem estiver sendo construída.

O presente trabalho está organizado em capítulos. No primeiro capítulo, apresentamos uma discussão sobre as tecnologias na educação matemática e apresentaremos o *software* GeoGebra. Abordaremos no segundo capítulo, alguns aspectos gerais sobre a Trigonometria e o seu ensino, em seguida, descreveremos o percurso metodológico escolhido para o trabalho, o que integrará o terceiro capítulo. No quarto capítulo, apresentaremos a proposta utilizada na intervenção didática, bem como alguns resultados observados, traremos também uma breve avaliação acerca do recurso utilizado, ou seja, do software Geogebra, por fim, apresentaremos as considerações finais do trabalho.

1. Tecnologias na Educação Matemática

A tecnologia é um produto científico criado pelo homem que durante bastante tempo vem proporcionado grande qualidade nas atividades humanas, entre elas está as relacionadas ao campo educacional.

Hoje se faz necessário inserir o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs) para acompanhar a velocidade do movimento dos conhecimentos que o mundo atual exige, nesse sentido as TICs desempenha importante papel no ambiente escolar e têm sido uma grande aliada como um recurso didático importante no processo de ensino e aprendizagem em todas as ares e mais especificamente no ensino de conteúdos matemáticos.

O uso das TICs integradas à prática dos professores e ao movimento de construção do conhecimento dos estudantes é mencionada por vários autores (Oliveira, 2009; Borba e Pentead, 2003; Borba, Malheiros e Zulatto, 2008; Frota e Borges, 2004, entre outros), estes cogitam a elaboração de novas formas de pensar e fazer matemática, com as tecnologias digitais como extensões pessoais e/ou como elementos integrados de estratégias pedagógicas inovadoras.

No entanto, existe uma grande barreira na utilização das TICs, ainda no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Nas escolas brasileiras, em sua grande maioria os professores de matemática estão acostumados a fazerem uso apenas do livro didático e do caderno de matemática como recursos. Com a chegada de novos recursos tecnológicos no mercado, a educação também deve ser beneficiada, e hoje já é comum boa parte destes aparelhos estarem presentes na sala de aula. Porém os professores alegam não terem habilidades para o trabalho com as TIC's.

Por outro lado, o professor de Matemática, como tantos outros, está preso a sistemas educacionais que ainda dá ênfase os procedimentos tradicionais, com métodos de avaliação fechados e currículos padronizados organizados em torno do ensinar e aprender. Então o uso do computador no ensino de Matemática faz confronto com propostas pedagógicas engessadas determinadas por políticas de reformas educacionais. Nesse sentido, Masetto (2000) fala:

... um outro fato que pode nos ajudar a entender a razão da não-valorização do uso da tecnologia em educação: nos próprios cursos de formação dos professores (cursos de licenciatura e pedagogia), percebe-se por parte dos alunos a valorização do domínio nas áreas específicas em detrimento das disciplinas pedagógicas. Alunos e, por vezes, professores dos cursos de história, geografia, matemática, física, ciências, biologia e outros afirmam, sem constrangimento, que o importante

para formar professor é o domínio dos conteúdos dos respectivos cursos (MASETTO,2000, p. 134).

Na dúvida, para o professor de Matemática, o mais confortável é seguir um livro didático estruturado e bem seqüenciado. Para superar essa fragilidade, o professor precisa aceitar sua importância no processo de ensino e aprendizagem, como mediador no processo de apropriação dos conhecimentos (LOPES, 2010). Essa segurança na sua prática aumenta na medida em que o professor associa a formação com a ação que desempenha e por outro lado essa ação serve de reflexão na sua própria formação.

Um professor de Matemática bem formado e informado tem como planejar e executar um bom ensino, e para que isso venha a acontecer é preciso que saiba refletir sobre o que lhe é apresentado pra daí retirar, informações que sejam relevantes e contribuam para a preparação de uma aula que favoreça a interação entre alunos e o assunto ministrado.

Dessa forma, cabe então ao professor buscar conhecer, estes recursos para que possa ajudar a desenvolver ações pedagógicas que conduzam o aluno a suas próprias conclusões. Segundo Oliveira (2009), as TICs por si só não são suficientes como elementos que proporcionam ambiência à construção do conhecimento, sem a clareza do professor quanto a função das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem, bem como da importância das estratégias pedagógicas essas tecnologias assumirão um papel de mero instrumento técnico no ambiente educacional. Nem mesmo os softwares, elementos fundamentais para o funcionamento de qualquer tecnologia digital, são os elementos mais relevantes. Isto porque os programas, em si, não são elementos didáticos.

Nesse sentido Oliveira (2009) afirma:

O termo software didático é meramente relativo, no máximo, a uma intenção, mas sua efetividade didática depende de estratégia, planejamento, crítica, debate e significação. Não há software didático, por si, assim como não há tecnologias que educam (OLIVEIRA, 2009, P.6).

A ideia que o uso dos computadores é uma ferramenta que auxilia na aprendizagem do educando, permeia o imaginário de estudantes e professores e ela fica cada vez mais consolidada tendo em vista o que afirma Valente (1993), hoje nós vivemos num mundo dominado pela informação e por processos que ocorrem de maneira rápida e imperceptível. Os conteúdos formais e processos tradicionais que a escola ensina rapidamente se tornam desinteressantes e inúteis. Nesse contexto, a utilização do computador no ensino favorece mudanças e pode

propiciar condições para que os estudantes exercitem capacidades que os levem a procurar e selecionar informações, resolver problemas e se tornar cada vez mais autônomos e responsáveis pela sua aprendizagem.

Junto com o advento da inserção das tecnologias nas escolas brasileiras surgiu também uma grande desconfiança por parte dos professores, já que com o crescimento da utilização desses aparelhos eletrônicos, cada vez mais atraentes, e com informação disponível a toda hora, o emprego do educador estava sendo ameaçado. E no ensino de matemática esse era mais forte, pois se pensava que todo o raciocínio matemático passaria a ser desenvolvido pelo computador, e dessa forma o aluno não necessitaria de raciocinar, desempenharia apenas a tarefa de apertar teclas e obedecer a orientações do computador.

Esse tipo de discurso, no entanto, não pode ser levado a sério quando estamos falando de um processo complexo como o de ensino e aprendizagem em Matemática.

Sendo assim, os computadores não irão substituir os seres humanos, ajudam na reorganização do pensamento, com outras formas de proceder à formulação e à resolução de problemas.

E nesse sentido, a tecnologia constrói um elo através de um fio condutor entre o estudante e a produção do conhecimento, de maneira quase que individual.

Ainda sobre a relação entre a tecnologia e a sala de aula, se faz necessário destacar o que diz os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, que norteiam a educação básica brasileira:

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redimensionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento (BRASIL, 1998, p.41).

A tecnologia tem proporcionado grandes mudanças no cotidiano do ser humano, nos últimos anos, e não poderia ser diferente nos ambientes escolares. A utilização de tecnologias no ensino, e mais especificamente no ensino de Matemática vem a cada dia ganhando mais força nas escolas, e o processo de ensino e aprendizagem tem recebido grandes e favoráveis influências dessa modernidade. Sabe-se que o perfil dos alunos das escolas de hoje é diferente da época do tempo que as licenciaturas foram criadas. A utilização das TICs na Educação Matemática remete ao professor de Matemática, uma necessidade na sua atualização nesse

novo perfil, já que o mesmo terá que se adaptar ao aluno novo cheio de acesso e uso destas novas tecnologias.

Por fim, no que tange a formação e o perfil do professor para atender as exigências do mundo moderno e mais especificamente no que diz respeito as tecnologias, Miskulin et al (2006) afirmam:

...existe a necessidade de se criar um novo perfil de professor que tenha conhecimentos básicos de sua utilização, além de uma formação contínua sobre conceitos pedagógicos relacionados ao uso da tecnologia computacional. O professor deve estar preparado e integrado para entender a abordagem de ensino adotado em sua comunidade escolar e estar adaptado ao perfil do novo aluno, que possui uma postura ativa na utilização das TICs. (MISKULIN ET AL, 2006, p. 111).

2. Aspectos Conceituais da Trigonometria e do seu Ensino

A trigonometria é apresentada, geralmente, pela primeira vez ao aluno relacionada com a geometria, o primeiro contato está relacionado com os problemas que aparecem ligados aos conteúdos integrantes do estudo dos triângulos retângulos. Desde o ensino fundamental o aluno se depara com situações onde é solicitado a calcular a medida de um comprimento desconhecido num dos lados do triângulo retângulo quando é dado um dos seus ângulos internos.

Para chegar até o estudo das funções trigonométricas é necessário primeiro estender as definições das relações trigonométricas do triângulo retângulo para o ciclo trigonométrico, inserir o conceito de arco e ângulo orientado, comparar isto com o sistema de coordenadas cartesianas e relacionar a correspondência entre cada ponto da reta real com os respectivos senos e cossenos. Para essa mudança de comportamento frente aos conceitos de seno e cosseno é necessário que o estudante desconstrua a idéia de que seno e cosseno são apenas relações úteis para solucionar problemas de relações métricas em triângulos retângulos.

Costa (1997) lembra que, ao definir funções seno e cosseno sai do quadro geométrico e parte-se para o quadro funcional, ou seja, a forma em que a trigonometria havia sido estabelecida para os alunos precisa ser mudada para que se possa desenvolver este novo estudo.

De acordo com Costa (1997), os obstáculos de ordem didática, no caso do ensino de funções trigonométricas podem estar relacionados com o conceito que o aluno possui sobre função, pois, muitas vezes, fora estudado apenas de maneira quantitativa, sem fazer análises qualitativas ou estabelecendo relações com geometria analítica. As funções trigonométricas precisam que o aluno tenha uma base dos conteúdos de função em relação a simbologia, a definição dos domínios e imagem das formas que uma função apresenta. Aqui é preciso que o estudante desenvolva uma visão dinâmica de ângulo, como também, lembrar dos ângulos negativos e de incluir os maiores que 360° .

Outro problema está nas unidades de medidas, Costa (1997) acredita que os diferentes sistemas de medidas, decimal para arcos, raio e comprimento e o sexagesimal para ângulo central pode se tornar um obstáculo também, uma vez que, historicamente o sistema sexagesimal fora adotado primeiro para medir todos esses elementos. O aluno ao iniciar o

estudo do círculo trigonométrico se depara com diversas informações novas sobre ângulos: o radiano, o irracional π , a conversão do comprimento da circunferência para determinar 360° em 2π radianos e as transformações de graus para radianos e vice-versa. Em fim, tudo isso muitas vezes levam os professores e os alunos a enfrentarem barreiras nas soluções de problemas de trigonometria.

Um ponto encontrado, e que merece atenção, é a origem e a orientação dos arcos sobre o círculo trigonométrico. Pois se compará-lo ao funcionamento de um relógio, pode levar o aluno a pensar que a origem do ciclo fica no ponto (0,1), e não no ponto (1,0) como deve ser. Para a conceituação de ângulo, é necessário que o estudante visualize o ângulo sempre em uma circunferência, sendo central, orientado e ter a possibilidade de incluir voltas. Sendo assim o conceito de ângulo que o aluno possui e a forma de usá-lo na solução de problemas com triângulos retângulos tornar-se uma barreira no aprendizado dos ângulos trigonométricos.

A palavra trigonometria tem origem grega: TRI(três), GONO(ângulo) e METRIEN(medida). Etimologicamente, significa medida de triângulos. Trata-se, assim, do estudo das relações entre os lados e os ângulos de um triângulo.

Apesar dos egípcios e dos babilônios terem utilizado as relações existentes entre lados e ângulos dos triângulos, para resolver problemas, foi atração pelo movimento dos astros que impulsionou a evolução da trigonometria. Daí que, historicamente a trigonometria aparece muito cedo associada à Astronomia.

No séc. III a. C., Arquimedes de Saracusa desenvolveu cálculo do comprimento de grande número de corda através do raio da circunferência obtido pelas respectivas cordas. Na metade do século dois a. C., um marco na história da trigonometria surgiu com Hiparco de Nicéia (180 – 125 a. C.), quando acreditava que a melhor base de contagem era a base 60. Não se sabe exatamente quando se tornou comum dividir a circunferência em 360 partes, mas isso parece dever-se a Hiparco, assim como a atribuição do nome arco de 1 grau a cada parte em que a circunferência ficou dividida. Ele dividiu cada arco de 1° em 60 partes obtendo o arco de 1 minuto. Assim, Hiparco recebeu o título de “Pai da Trigonometria”. Depois muitos matemáticos aplicaram esse conhecimento na trigonometria plana.

A separação entre números e grandezas, que caracterizava na forma de pensar na antiguidade levava a teorias separadas para números e grandezas, uma vez que:

... as relações de grandezas não pudesse ser necessariamente expressas por relações de números, devendo-se, portanto, tratá-los diferentemente. Tanto é verdade que, nos 'Elemento' existem livros reservados às proporções entre números e outras às entre grandezas, com os teoremas demonstrados para cada caso.(COSTA,1997, p.70)

Para que se possam estabelecer relações entre duas variáveis é necessária a unificação entre grandezas e números trazendo assim como resultado o conceito de função.

A partir desse momento histórico trilhou-se um longo caminho até chegar o estudo das funções trigonométricas, para o qual se faz necessário estender as definições das relações trigonométricas do triângulo retângulo para o ciclo trigonométrico, o conceito de arco e ângulo orientado, relacionar isto com o sistema cartesiano e estabelecer correspondência entre cada ponto da reta real com os seus respectivos seno e cosseno.

Os conceitos de seno, cosseno e tangente através de números, bem como as notações atualmente utilizadas, foram introduzidos por Euler (séc. XVIII). Sendo, dessa forma então desassociados dos triângulos, o seno e o cosseno, passou a existir para qualquer número real, ou seja, usado para medir o ângulo em radianos.

A trigonometria, conteúdo importante nos dias atuais, não se limita a estudar apenas os triângulos, encontramos suas aplicações na mecânica, eletricidade, acústica, música, astronomia, engenharia, Medicina, enfim, em muitos outros campos da atividade humana. No entanto, ainda existe dificuldade dos alunos e muitas vezes de professores em manipular e relacionar informações contidas no ciclo trigonométrico ou que envolvam conceitos próprios da trigonometria.

O ciclo trigonométrico é introduzido a partir do plano cartesiano. A construção começa marcando um ponto na origem do sistema cartesiano onde será considerada uma circunferência de centro na origem $O(0,0)$ e um raio unitário. Determinando então como positivo o sentido anti-horário de percurso dos arcos que serão medidos a partir do ponto $A(1,0)$ de intersecção da circunferência e os semi-eixo positivos das abscissas.

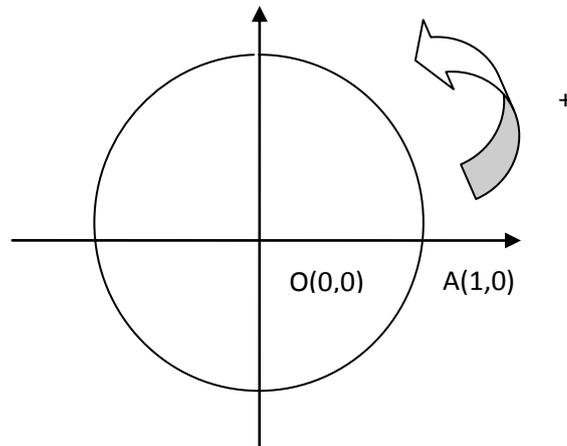
O círculo trigonométrico é determinado pela circunferência de centro O e raio unitário, na qual escolhemos um ponto de origem dos arcos e o sentido do seu percurso.

No círculo trigonométrico a medida absoluta α , em radianos, de um arco e o comprimento l (um) desse arco são iguais, pois a medida calculada para o ângulo α é obtida

através da forma $\alpha = \frac{l}{r}$ e $r = 1$.

No plano cartesiano, considera-se a circunferência de centro na origem $O(0,0)$ e raio unitário. Figura 1.

Figura 1 – Circunferência de centro $(0,0)$ e raio 1.



Fonte: Elaborada pelo autor.

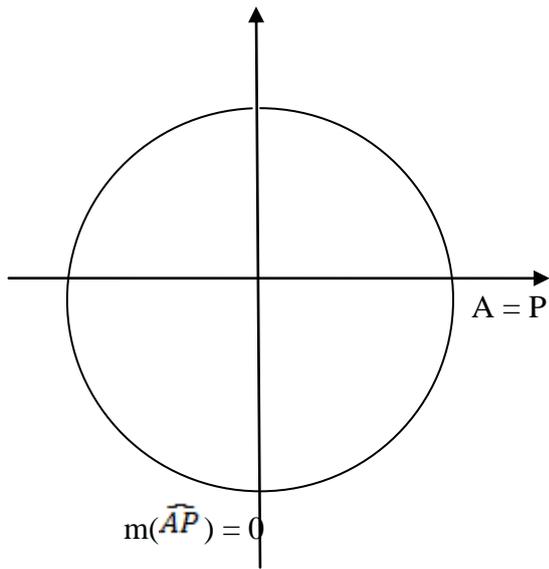
Considerando como positivo o sentido anti-horário de percurso dos arcos que serão medidos a partir do ponto $A(1,0)$ de intersecção da circunferência e os semi-eixo positivo das abscissas.

O círculo trigonométrico corresponde à circunferência de centro O e raio unitário, na qual foi determinado um ponto de origem dos arcos e o sentido do seu percurso.

No círculo trigonométrico, pode-se associar a cada número real α o seu único ponto P correspondente de modo que:

- se $\alpha = 0$, o ponto P coincide com o ponto A . (Figura 2)
- se $\alpha > 0$, irá percorrer a circunferência no sentido anti-horário. (Figura 3)
- se $\alpha < 0$, irá percorrer a circunferência no sentido horário. (Figura 4)
- o comprimento da medida do arco \widehat{AP} é o módulo de α .

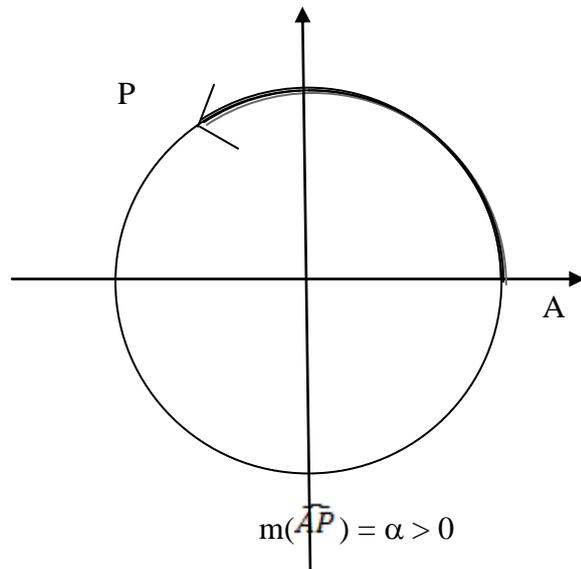
Figura 2 - Arco nulo



$$m(\widehat{AP}) = 0$$

Fonte: Elaborada pelo autor.

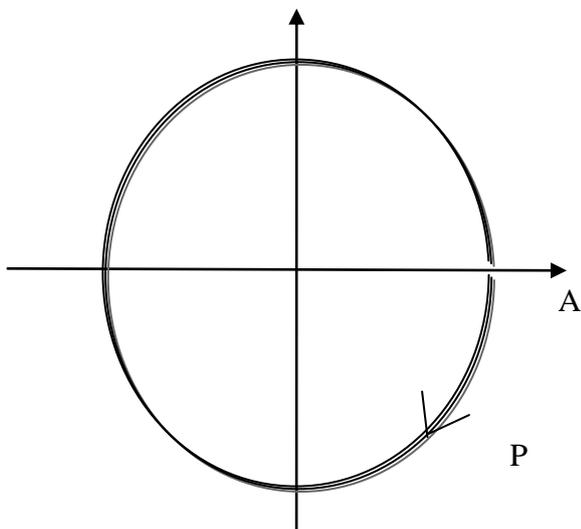
Figura 3 – Arco positivo



$$m(\widehat{AP}) = \alpha > 0$$

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 4 – Arco negativo



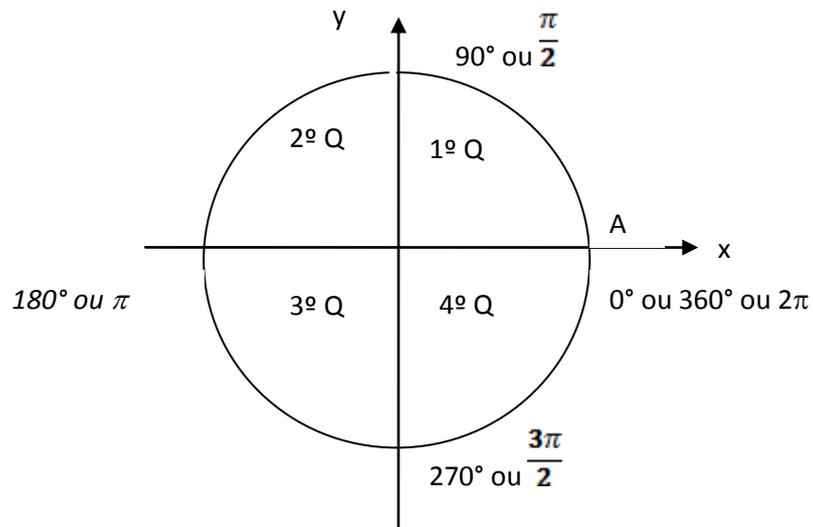
$$m(\widehat{AP}) = -\alpha \text{ se } \alpha < 0$$

Fonte: Elaborada pelo autor.

A partir destes círculos trigonométricos formados pelos pontos A e P, percebe-se que o ponto P é a imagem do círculo trigonométrico.

O sistema cartesiano ortogonal divide o círculo trigonométrico em quatro regiões iguais, que são chamadas de quadrantes, esses são localizados do sentido anti-horário no círculo, como podemos observar na Figura 5.

Figura 5 – Círculo trigonométrico dividido em quatro quadrantes



Fonte: Elaborada pelo autor.

3. Metodologia

Neste capítulo mostraremos o percurso metodológico adotado no estudo do ciclo trigonométrico usando o software GeoGebra, que foi realizado em quatro etapas, a primeira consistiu na apresentação aos estudantes do software, a segunda, realizada com o objetivo de construir os valores dos senos e dos cossenos (sendo usado para os ângulo variando de 5 em 5 graus) nos quatro quadrantes, essa etapa desenvolveu-se em dois momentos em sala de aula convencional e no laboratório de informática, a terceira de construção, comparação e consolidação do estudo nos gráficos das funções seno e cosseno com auxílio do software GeoGebra e por fim a quarta etapa que consistiu da avaliação por parte dos estudantes do recurso utilizado.

Este é um estudo de caráter descritivo, realizado com 35 estudantes da segunda série do Ensino Médio da ESCOLA ESTADUAL JOSÉ JOAQUIM DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO, localizada na cidade de Coronel Ezequiel, município do Rio Grande do Norte, no ano de 2014, o qual teve como objetivo verificar até que ponto o uso do software GeoGebra pode facilitar o ensino e a aprendizagem das funções seno e cosseno, para tanto tentamos identificar as dificuldades que os estudantes apresentam na compreensão das funções trigonométricas.

A partir de agora, passaremos a mostrar e analisar o modo como foram desenvolvidas as etapas do estudo.

Primeira Etapa: Apresentação e Utilização do software GeoGebra.

Esta etapa consistiu da apresentação do software GeoGebra, bem como a sua utilização, para tanto utilizamos o recurso do datashow e fizemos a apresentação e instruções de uso no ambiente de sala de aula convencional. Utilizamos como base o resumo que se encontra no Anexo A. Esse momento foi considerado muito importante, pois os estudantes não conheciam o software e dessa forma tiveram a oportunidade de entenderem seu funcionamento antes do desenvolvimento das atividades integrantes das etapas seguintes. Essa etapa foi desenvolvida em duas aulas compreendendo um tempo de 90 minutos.

Segunda Etapa: Estudo do ciclo trigonométrico com e sem o auxílio do software GeoGebra.

Essa etapa desenvolveu-se em dois momentos em sala de aula convencional e no laboratório de informática durante 12 aulas (3 semanas).

Iniciou-se o trabalho buscando dos estudantes idéias prévias sobre os conceitos envolvidos no Ciclo Trigonométrico a serem estudados e como eles descreveriam alguns processos que poderiam ocorrer com o conteúdo estudado.

Partindo das idéias dos estudantes problematizou-se a situação e pediu-se que os estudantes construíssem o Ciclo Trigonométrico, com o objetivo de verificarmos a compreensão dos conceitos relevantes a explicação. Nas aulas na sala convencional foram trabalhados os conceitos do Ciclo Trigonométrico, seno, cosseno e das Funções Seno e Cosseno, como também a desenvolvida uma atividade, a qual se encontra no Apêndice B (atividade 1). Essa atividade foi comum aos dois momentos desenvolvidos nessa etapa e serviu de comparação entre o momento de intervenção com e sem o uso do recurso tecnológico.

O segundo momento levou-se os estudantes ao laboratório de informática, a mesma atividade proposta no momento inicial foi apresentada e os estudantes tentaram resolvê-la utilizando o software GeoGebra e seguindo o roteiro didático (Apêndice C), por nós elaborado. Por uma questão de operacionalidade essa atividade foi realizada em grupos de três estudantes, uma vez que não dispúnhamos de computadores suficientes para que eles utilizassem individualmente. Durante toda atividade foi feita a observação das equipes quanto à construção conceitual, bem como quanto a facilitação da realização da tarefa. Ao término aplicamos um questionário, questionário I do Apêndice A, com o intuito de verificarmos a aceitação, por parte dos estudantes, do uso do software, bem como as facilidades que este pode proporcionar no entendimento dos conceitos relativos ao estudo do ciclo trigonométrico.

Terceira Etapa: Um Estudo sobre a Utilização do software GeoGebra na construção dos gráficos das funções seno e cosseno para o Ensino de Trigonometria.

Este estudo foi desenvolvido com o objetivo de comparação das estratégias e atitudes durante a construção dos gráficos das funções seno e cosseno, para tanto elaboramos uma

proposta de intervenção didática, tendo como estratégia pedagógica o uso do Ciclo Trigonométrico na formação da senóide e da cossenóide das referidas funções. Utilizou-se para a realização da construção as ferramentas do software GeoGebra.

Inicialmente aplicamos dois questionários (II e III) (Apêndice A), aos 35 estudantes, estes tiveram como objetivo identificar as idéias dos estudantes acerca de suas dificuldades de aprendizagem em trigonometria, e mais especificamente, os relativos às funções seno e cosseno.

Na sequência desenvolveu-se a atividade de intervenção, que ocorreu em oito horas, dividida em quatro encontros e foram realizados pelos alunos com o acompanhamento do orientador (no caso o professor), onde foram observados os procedimentos, atitudes e dificuldades apresentadas pelos estudantes, na construção das senóides e das cossenóides. Identificadas as dificuldades, foram oferecidos aos mesmos estudantes, gráficos da mesma natureza dos anteriormente propostos e como auxílio à construção foi proposto à utilização das ferramentas utilizando o software GeoGebra, os estudantes então resolveram as situações com o auxílio deste recurso.

No primeiro encontro foi apresentada pelo professor uma situação-problema mostrando como usar o software GeoGebra na construção do gráfico de uma função seno e uma segunda situação-problema que foi proposta para os grupos de alunos, pois dessa forma poder-se-ia identificar as atitudes dos estudantes durante a resolução no que se refere a construção conceitual e com isso nos dar elementos para tecermos comentários acerca da utilização do recurso. Propomos aos estudantes a resolução das atividades II e III (Apêndice B), as quais tem como objetivo servir de balizadoras na comparação das atitudes e comportamentos dos estudantes mediante a resolução com e sem a utilização do software.

No segundo encontro foi pedido aos alunos que eles tentassem construir o ciclo, seguindo o roteiro didático (Apêndice C), por nós elaborado. Durante a construção buscou-se quais idéias eles tinham dos conceitos envolvidos, esse momento foi o mais relevante para identificarmos indícios da contribuição do recurso para a construção e compreensão de conceitos em uma situação aplicada de aprendizagem.

Quarta Etapa: Avaliação da Utilização do software GeoGebra.

Essa etapa consistiu da aplicação de um questionário avaliativo da utilização do software GeoGebra, questionário IV (Apêndice A), para saber a opinião dos estudantes quanto à aceitação e se a estratégia facilitou ou não no entendimento dos processos, na compreensão dos conceitos e na resolução do problema.

4. Resultados e Discussão

4.1. Estudo do ciclo trigonométrico sem o auxílio do software GeoGebra.

Como descrito na metodologia solicitamos que os estudantes construíssem o Ciclo Trigonométrico, a partir do desenvolvimento da atividade I (Apêndice B), durante essa atividade observamos as atitudes dos estudantes e tentamos identificar, de modo geral se estes apresentavam muitas e sérias dificuldades na execução da tarefa e compreensão conceitual. Com a observação identificamos 50% dos estudantes apresentaram muitas dificuldades na realização das tarefas, 30% tiveram dificuldades mais leves e cerca de 20% apresentaram poucas, ou nenhuma dificuldade. Outro ponto a ser destacado é que os estudantes reclamaram muito durante a realização da tarefa.

4.2. Estudo do ciclo trigonométrico com o auxílio do software GeoGebra.

Nesse segundo momento a atividade I foi repetida, sendo que para a sua execução os estudantes tiveram como auxílio a utilização do software GeoGebra, percebemos, de modo geral, um maior envolvimento por parte dos estudantes, observamos que as dificuldades foram minimizadas, mesmo aqueles que tiveram muitas dificuldades, no momento anterior, conseguiram se saírem melhor nessa atividade auxiliada pelo software.

Com o intuito de verificarmos a aceitação, por parte dos estudantes, do uso do software, bem como as facilidades que este pode proporcionar no entendimento dos conceitos relativos ao estudo do ciclo trigonométrico, aplicamos um questionário (questionário I, Apêndice A). As respostas dadas pelos estudantes aos questionamentos estão sendo mostradas na Tabela 1.

Tabela 1: Respostas dos estudantes ao questionário I.

Questionamento	Quantidade de respostas sim	Quantidade de respostas não
O computador , usando o software GeoGebra, facilitou a construção do ciclo trigonométrico?	34	0
O software GeoGebra é um facilitador da leitura do seno e do cosseno, no ciclo trigonométrico?	32	1
O software GeoGebra contribuiu para a sua aprendizagem na descoberta do seno e do cosseno através do ciclo trigonométrico?	34	0
A trigonometria é melhor de entender usando as ferramentas do computador?	34	0
O software GeoGebra é fácil de ser manuseado?	30	4
Você sabe encontrar o seno e o cosseno usando o software GeoGebra?	32	2
É fácil construir um ângulo usando a ferramenta do software GeoGebra?	31	1

Fonte: elaborada pelo autor.

Com a análise das respostas dos estudantes, apresentadas na Tabela 1, podemos entender que o software teve uma boa aceitação, bem como os estudantes, na sua grande maioria, entendem que a utilização desse recurso facilitou a compreensão dos conceitos abordados na atividade. Vale destacar que não pretendemos, nesse momento, discorrer acerca de todas as dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos.

Por fim, algumas dificuldades operacionais relevantes foram evidenciadas, o que já era previsto. A primeira delas foi a demora de realizar a iniciação do software GeoGebra, devido as condições técnicas dos computadores disponíveis, a segunda está relacionada com a habilidade dos estudantes para manusear o programa.

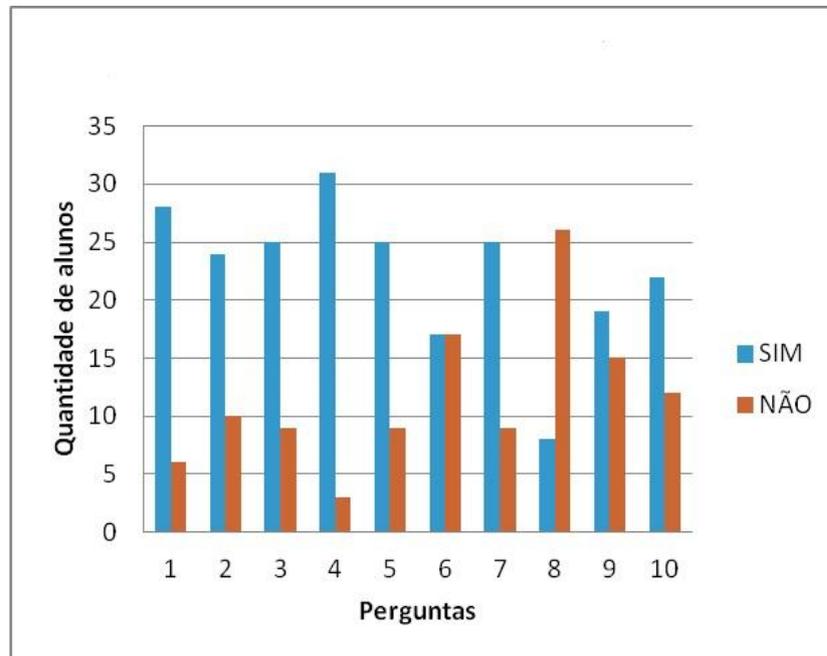
4.3. Um estudo sobre a utilização do software GeoGebra na construção dos gráficos das funções seno e cosseno para o ensino de trigonometria.

Respostas aos questionários

Com o intuito de confirmar se os alunos apresentavam dificuldades na aprendizagem dos conceitos das funções seno e cosseno, bem como de identificar em que pontos concentravam-se essas dificuldades, foi necessário criar instrumentos como atividades e questionários.

Na Figura 6, são apresentadas em forma de gráfico as respostas dadas pelos estudantes ao questionário II (Apêndice 1) referente ao estudo da função $f(x) = \sin(x)$.

Figura 6 – Respostas dos estudantes ao questionário II, referente a conceitos relativos a função $f(x) = \sin(x)$.

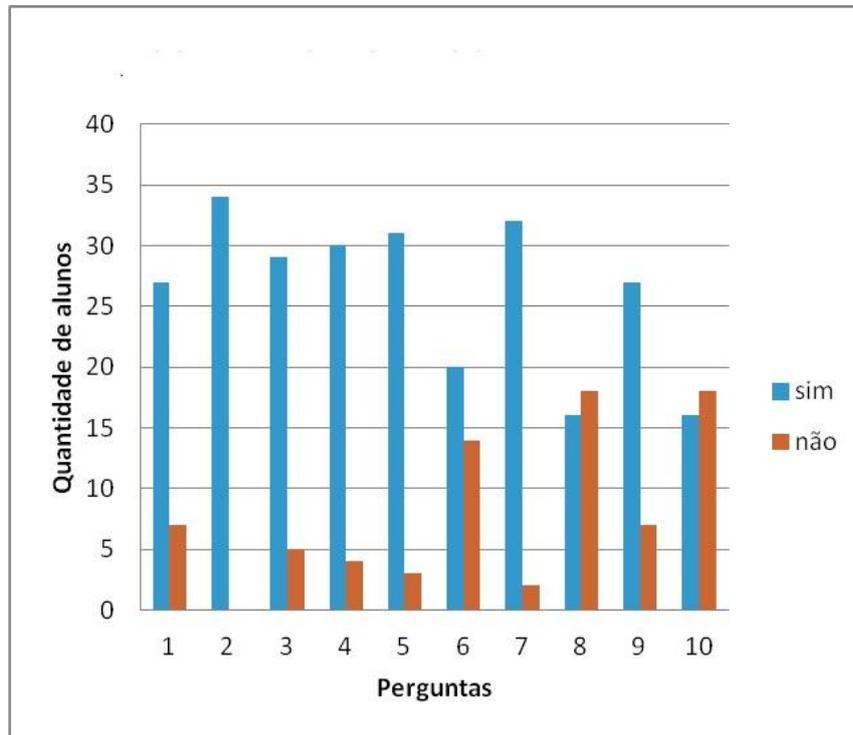


Fonte: elaborada pelo autor.

Podemos observar, a partir das respostas, a existência de deficiências, o que indica uma falta de conhecimento por parte de alguns alunos em relação ao conceito de função seno.

Na Figura 7 são apresentados as respostas dos estudantes ao questionário III (Apêndice A) referente a conceitos integrantes do estudo da função $f(x) = \cos(x)$.

Figura 7 – Respostas dos estudantes ao questionário II, referente a conceitos relativos a função $f(x) = \text{sen}(x)$.



Fonte: elaborada pelo autor.

Da mesma forma que ocorreu para os conceitos relativos a função seno, percebemos também uma falta de conhecimento por parte de alguns alunos em relação ao conceito da função cosseno.

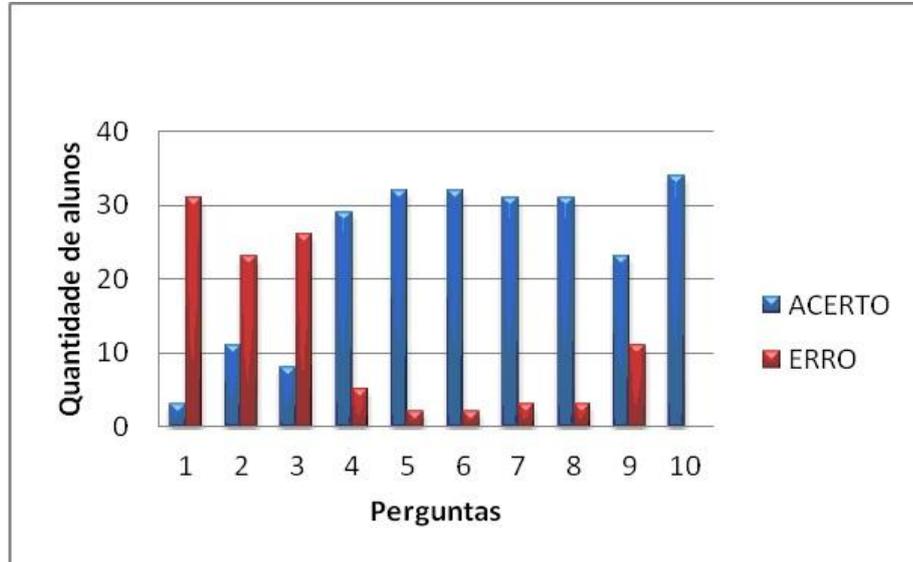
Estes questionários foram aplicados com o intuito de comparar o resultado observável (erros e acertos) obtidos nas atividades II e III (Apêndice B).

Nas Figuras 8 e 9 são mostrados os gráficos que retratam o quantitativo de erros e acertos apresentados pelos estudantes na execução das atividades II e III.

Comparando estes resultados com os referentes as respostas dos estudantes aos questionários II e III, percebemos que mesmo não dando conta totalmente do conceito, explícito pelas respostas aos questionários, os estudantes conseguem resolver satisfatoriamente as atividades e isso fica claro com a redução de erros quando comparamos os resultados expostos nas Figuras (6 e 8) e (7 e 9), pares que tratam de um mesmo conceito. Esse fato nos leva a entender que mesmo não dominando totalmente o conceito o estudante usa a curiosidade e a possibilidade de tentativa oferecida pela utilização do software a seu favor. Esse é um ponto importante no processo de ensino e aprendizagem, pois o professor pode utilizar o recurso em suas aulas como uma estratégia de auto aprendizagem para os

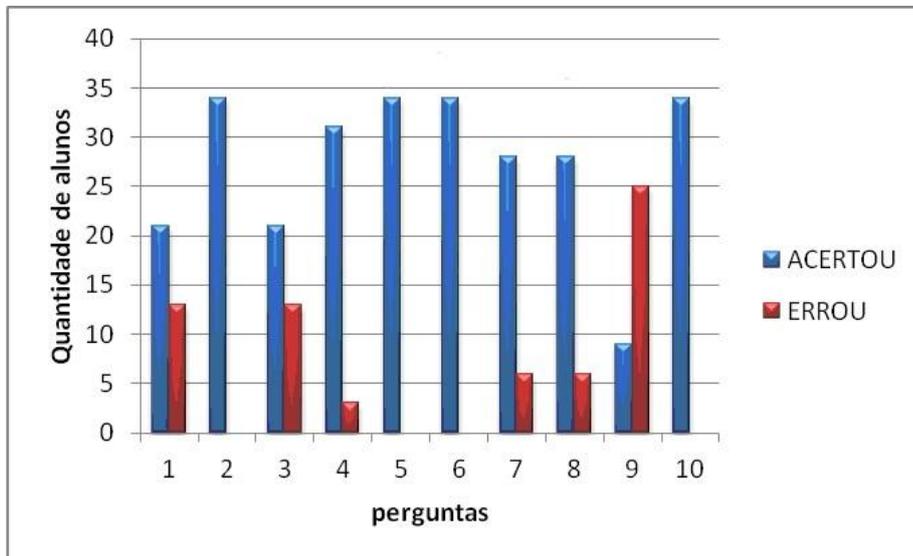
estudantes, despertando neles a responsabilidade pelo processo.

Figura 8 – Respostas dos estudantes a atividade II, referente a conceitos relativos a função $f(x) = \text{sen}(x)$.



Fonte: elaborada pelo autor.

Figura 9– Respostas dos estudantes a atividade III, referente a conceitos relativos a função $f(x) = \text{cos}(x)$.



Fonte: elaborada pelo autor.

Percebemos que com o uso do software GeoGebra os alunos, apresentaram, em média, resultados positivos superiores, quantitativamente, aos apresentados como respostas aos questionários.

4.4. Avaliação da utilização do software GeoGebra.

Após as atividades serem desenvolvidas pelos alunos com recurso do software GeoGebra, no laboratório de informática da Escola, foi necessário a aplicação de um questionário (questionário IV do Apêndice A) para tentar saber se esta ferramenta contribuiu para facilitar o ensino e a aprendizagem dos conteúdos de trigonometria ministrados. As respostas para este recurso foram individuais, pois o objetivo era saber dos alunos suas opiniões em relação ao uso deste instrumento na facilitação da aprendizagem. As respostas dadas para os quatro questionamentos diretos estão representadas na Tabela 2, na qual podemos observar a satisfação por parte dos estudantes envolvidos no estudo.

A partir da apresentação dessas respostas podemos entender a importância do uso do software GeoGebra por parte deste grupo de alunos que participaram das atividades investigativas na resolução de problemas com a trigonometria. Podemos observar que os alunos que chegam hoje nas escolas públicas são diferentes dos que tínhamos no passado, os quais não tinham acesso às tecnologias, e, portanto, as aulas se limitavam as aulas expositivas usando o quadro negro e giz.

Tabela2: Respostas dos estudantes ao questionário IV.

Questionamento	Quantidade de respostas sim	Quantidade de respostas não
Ao resolver um problema de trigonometria (com lápis e papel) você se preocupa em interpretar a situação exposta e os resultados obtidos?	0	35
Acha que isso é importante?	35	0
Acha que as atividades com auxílio computacional facilitaram a aprendizagem dos conceitos de trigonometria estudados?	35	0
Qual a sua opinião (gostou ou não) sobre a utilização de softwares ensino de Matemática?	35	0

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nos dias atuais é grande o número de alunos que têm acesso as novas ferramentas

digitais. Sendo assim, a escola tem que fazer uso dessas tecnologias nas salas de aulas já que o aluno mostra claramente que são recursos importantes no desenvolvimento dos conteúdos, fazendo com que a aprendizagem se torne eficiente para o conhecimento que a sociedade espera nesse nível de ensino.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

À análise dos questionários e das atividades trabalhados pela turma durante o desenvolvimento das ações propostas neste trabalho permitiram observar a melhoria da compreensão de conceitos trigonométricos importantes, tais como seno, cosseno, ciclo trigonométrico, função seno, função cosseno e gráficos das funções seno e cosseno.

No laboratório de informática, onde os alunos utilizaram ferramentas educacionais informatizadas, o estudo de trigonometria por meio do software GeoGebra contribuiu, de forma prazerosa, para que o aluno gerenciasse a própria aprendizagem, bem como, para preencher boa parte das lacunas existentes, referentes aos conhecimentos matemáticos. A utilização do software foi importante para a aprendizagem, facilitando as atividades práticas, como por exemplo, a construção da circunferência e completando a compreensão da construção da tabela trigonométrica formada com os valores de seno e cosseno entre os ângulos de todos os quadrantes.

A partir da utilização do software, ficou mais fácil a construção dos gráficos das funções seno e cosseno, utilizando os pontos que foram construídos com os ângulos variando de 5 em 5 graus e marcados no ciclo trigonométrico.

Diante do resultado positivo da vivência, podemos concluir que ocorreu uma construção do conhecimento para os integrantes da turma, não apenas porque os alunos conseguiram um bom resultado para as atividades propostas, mas, porque conseguiram construir um conhecimento diferenciado, usando um software como elemento facilitador da própria aprendizagem.

Referências Bibliográficas

- BRASIL, MEC, SEMTEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC, 1998.
- BORBA, M. C; MALHEIROS, A.P.S; ZULLATO, R.B.A. **Educação a distância**. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
- BORBA, M. C; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. 2.ed. Belo Horizonte; Autêntica, 2003.
- COSTA, N. M. L. **Funções Seno e Cosseno: Uma Sequência de Ensino a partir dos Contextos do “Mundo Experimental” e do Computador**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) 250p. PUC-SP. 1997.
- FROTA, M. C. R. e BORGES, O. N. **Perfis de Entendimentos sobre o Uso de Tecnologias na Educação Matemática**. In: 27º Encontro da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, Caxambu, MG, 2004.
- LOPES, M. M. **Construção e aplicação de uma sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software Geogebra**. Dissertação (Mestrado em ensino da matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, UFRN, 2010.
- MASETTO, M. T. **Mediação pedagógica e o uso da tecnologia**. In: MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. Campinas, SP: Papirus, 2000. p. 133-173.
- MISKULIM, R. G. S.; PEREZ, G.; SILVA, M. R. C.; MONTREZOR, C. L.; SANTOS, C. R.; TOON, E.; LIBONI FILHO, P. A.; SANTANA, P. H. O. Identificação e análise das dimensões que permeiam a utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática no contexto da formação de professores. In: **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 19, nº 26, 2006, p. 103-123.
- OLIVEIRA, G. P. **Estratégias didáticas em educação matemática: as tecnologias de informação e comunicação como mediadoras**. Anais do IV Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – IV Sipem. Brasília: SBEM, 2009a. 1 CD-ROM.

VALENTE, J. A. **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. Campinas, São Paulo, Gráfica da UNICAMP, 1993.

VALENTE, J.A. **O computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: NIED , 2002.

Apêndices

Apêndice A: Questionários utilizados nas intervenções.

Questionário I

1) O computador , usando o software GeoGebra, facilitou a construção do ciclo trigonométrico?

a) Sim b) não

2)O software GeoGebra é um facilitador da leitura do seno e do cosseno, no ciclo trigonométrico?

a) Sim b) não

3º) O software GeoGebra contribuiu para a sua aprendizagem na descoberta do seno e do cosseno através do ciclo trigonométrico?

a) Sim b) não

4º) A trigonometria é melhor de entender usando as ferramentas do computador?

a) Sim b) não

5º) O software GeoGebra é fácil de ser manuseado?

a) Sim b) não

6º) Você sabe encontrar o seno e o cosseno usando o software GeoGebra?

a) Sim b) não

7º) É fácil construir um ângulo usando a ferramenta do software GeoGebra?

a) Sim b) não

Questionário II

1)Você sabe identificar uma função seno?

a) sim b) não

2)A função $f(x) = \text{sen}(x)$ é uma função seno?

- a) Sim b) não

3º) A função $f(x) = \cos(x)$ é uma função periódica?

- a) Sim b) não

4º) O domínio da função $f(x) = \cos(x)$ pertence ao conjunto dos números reais?

- a) Sim b) não

5º) A imagem da função $f(x) = \cos(x)$ tem valor máximo e valor mínimo?

- a) Sim b) não

6º) O período da função $y = \cos(x)$ é igual 2π ?

- a) Sim b) não

7º) O conjunto imagem da função $f(x) = \cos(x)$ é o intervalo $[-1,1]$?

- a) Sim b) não

8º) A função $f(x) = \cos(x)$ é crescente no 2º quadrante e no 3º quadrante?

- a) Sim b) não

9º) A função $y = \cos(x)$ é decrescente no 1º quadrante e no 4º quadrante?

- a) Sim b) não

10º) O gráfico da função $y = \cos(x)$ é uma cossenóide?

- a) Sim b) não

Questionário IV

Questionário de avaliação do recurso Utilizado no estudo.

1. Ao resolver um problema de trigonometria (com lápis e papel) você se preocupa em interpretar a situação exposta e os resultados obtidos?
2. Acha que isso é importante?
3. Acha que as atividades com auxílio computacional facilitaram a aprendizagem dos conceitos de trigonometria estudados?
4. Qual a sua opinião (gostou ou não) sobre a utilização de softwares ensino de Matemática?

APÊNDICE B - Atividades desenvolvidas no laboratório de informática da Escola.

No primeiro momento as atividades foram aplicadas através de quatro tabelas, que os alunos tinham de preencher com os valores referentes aos senos e cossenos quando dava a primeira volta no Ciclo Trigonométrico. Os ângulos pedidos foram entre 0 e 360 graus onde variaram de 5 em 5 graus. Para o preenchimento das tabelas foi usado o software GeoGebra.

ATIVIDADES:

ATIVIDADE I

TABELA I - Para o primeiro quadrante:

Ângulo(α)	Seno(α)	Cosseno(α)
0°		
5°		
10°		
15°		
20°		
25°		
30°		
35°		
40°		
45°		
50°		
55°		
60°		
65°		
70°		
75°		
80°		
85°		
90°		

TABELA II – Para o segundo quadrante:

Ângulo(α)	Seno(α)	Cosseno(α)
95°		
100°		
105°		
110°		
115°		
120°		
125°		
130°		
135°		
140°		
145°		
150°		
155°		
160°		
165°		
170°		
175°		
180°		

TABELA I - Para o terceiro quadrante:

Ângulo(α)	Seno(α)	Cosseno(α)
185°		
190°		
195°		
200°		
205°		
210°		
215°		
220°		
225°		
230°		
235°		
240°		
245°		
250°		
255°		
260°		
265°		
270°		

TABELA II – Para o quarto quadrante:

Ângulo(α)	Seno(α)	Cosseno(α)
275°		
280°		
285°		
290°		
295°		
300°		
305°		
310°		
315°		
320°		
325°		
330°		
335°		
340°		
345°		
350°		
355°		
360°		

No segundo momento as atividades ocorreram aplicando exercícios em relação a funções seno e a função cosseno, onde seriam resolvidos através do software GeoGebra.

A seguir estão expostas as atividades II e III, onde a atividade II refere-se a função seno e a atividade III refere-se a função cosseno.

ATIVIDADE II

1º) Construa, usando o software GeoGebra, o gráfico da função $f(x) = \text{sen}(x)$, no conjunto dos números reais.

2º) Determine o domínio da função $f(x) = \text{sen}(x)$ definida no conjunto dos números reais.

- 3º) Dê o conjunto imagem da função $f(x) = \text{sen}(x)$ definida no conjunto dos números reais.
- 4º) Determine o período da função $f(x) = \text{sen}(x)$ definido no conjunto dos números reais.
- 5º) Qual é o valor máximo da imagem da função $f(x) = \text{sen}(x)$?
- 6º) Qual é o valor mínimo da imagem da função $f(x) = \text{sen}(x)$?
- 7º) Qual(is) quadrante(s) a função $f(x) = \text{sen}(x)$ é crescente?
- 8º) Qual(is) quadrante(s) a função $f(x) = \text{sen}(x)$ é decrescente?
- 9º) O que é uma senóide?
- 10º) A função $f(x) = \text{sen}(x)$ assume valores positivos e negativos.

ATIVIDADE III

- 1º) Construa, usando o software GeoGebra, o gráfico da função $f(x) = \text{cos}(x)$, no conjunto dos números reais.
- 2º) Determine o domínio da função $f(x) = \text{cos}(x)$ definida no conjunto dos números reais.
- 3º) Dê o conjunto imagem da função $f(x) = \text{cos}(x)$ definida no conjunto dos números reais.
- 4º) Determine o período da função $f(x) = \text{cos}(x)$ definido no conjunto dos números reais.
- 5º) Qual é o valor máximo da imagem da função $f(x) = \text{cos}(x)$?
- 6º) Qual é o valor mínimo da imagem da função $f(x) = \text{cos}(x)$?
- 7º) Qual(is) quadrante(s) a função $f(x) = \text{cos}(x)$ é crescente?
- 8º) Qual(is) quadrante(s) a função $f(x) = \text{cos}(x)$ é decrescente?
- 9º) O que é uma cossenóide?
- 10º) A função $f(x) = \text{cos}(x)$ assume valores positivos e negativos.

APÊNDICE C – Roteiro didático utilizado na realização do Estudo da Trigonometria

Introdução

O GeoGebra é um software gratuito e de acesso livre, portanto pode ser copiado e distribuído sem fins lucrativos. Esse software foi desenvolvido para ser uma ferramenta educacional que pode ajudar, de forma dinâmica, no ensino da Matemática através de funcionalidades que envolvem o uso de geometria, álgebra, cálculo, tabelas, estatística, dentre outras. Sua criação se deve a Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, que iniciou o projeto no ano de 2001.

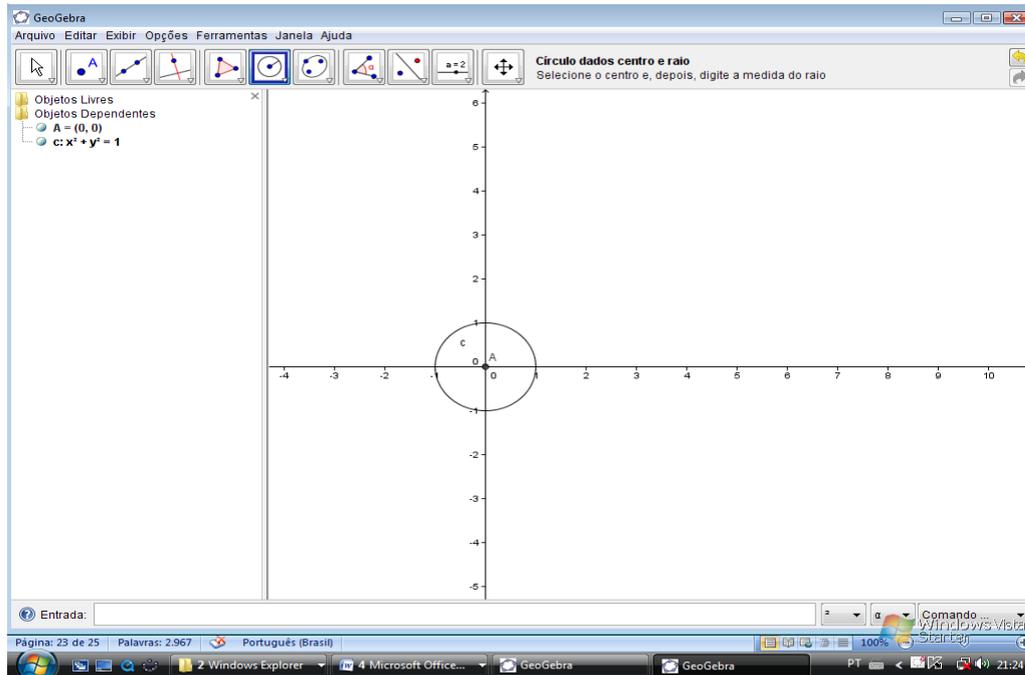
Utilização do software GeoGebra no desenvolvimento das atividades

Atividade 1: Construção do Ciclo Trigonométrico

A primeira tarefa consiste da construção do ciclo trigonométrico com uso do programa. Os passos usados foram os seguintes:

Clica-se na barra de ferramentas; ferramenta de ponto, novo ponto; clica esse ponto na origem sistema na janela de visualização, aparece o ponto A; clica ferramenta de curvas; clica círculo dado centro e raio, abre uma caixa e digita o número 1; clica no ponto A; clica enter ou ok e aparece o Ciclo Trigonométrico. O gráfico está representado na Figura 1.

Figura 1 – construção do Ciclo Trigonométrico



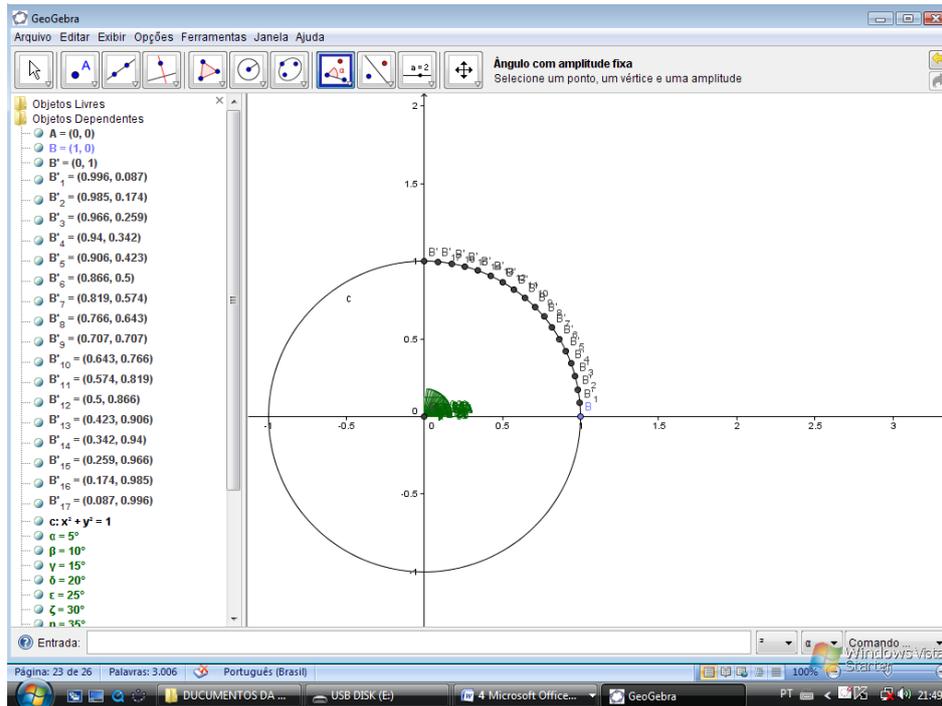
Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

A segunda tarefa é o preenchimento da tabela I, da atividade 1, que devemos proceder seguinte forma:

Clica-se na barra de ferramentas ferramenta de ponto, novo ponto; clica na origem no sistema na janela de visualização e aparece o ponto A; clica na ferramenta de curva; clica circulo dado centro e raio; clica no ponto A, abri uma caixa e digita 1, aparece o ciclo trigonométrico, clica ferramenta de ponto, novo ponto, clica no número 1 do eixo das abscissas e aparece o ponto B, clica ferramenta de medidas, ângulo com amplitude fixa, clica no ponto B, clica no ponto A e abri uma caixa e digita 5° e depois usa enter ou ok, aparece o valor do seno e do cosseno no ponto B^1 . Para o ângulo de 10° ; clica ferramenta de exibição; clica duas vezes ampliar; clica em B; clica em A, abre uma caixa e digita 10° e depois usa enter ou ok, aparece o ponto B^1 ; repeti-se o processo usado para o ângulo de 10° nos outros ângulos, onde aparecem os pontos $B^2, B^3, B^4, B^5, B^6, B^7, B^8, B^9, B^{10}, B^{11}, B^{12}, B^{13}, B^{14}, B^{15}, B^{16}, B^{17}$ e B.

Então o gráfico que aparece na tela do computador depois do processo de construção está representado na Figura 2.

Figura 2 – Representação dos pontos que mostra a construção dos ângulos da tabela I/atividade 1 no ciclo.

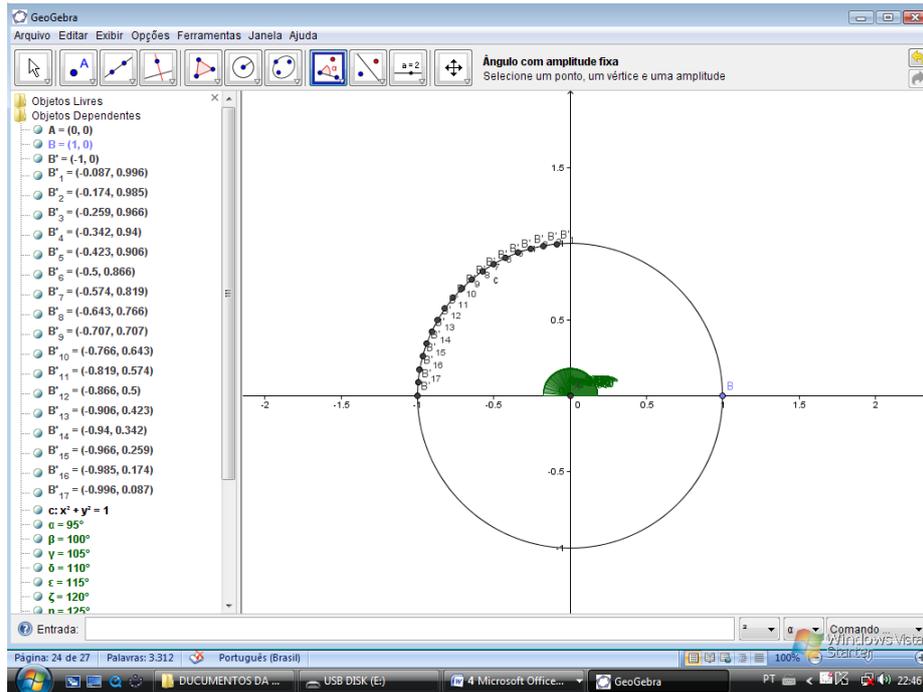


Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

A terceira tarefa consiste no preenchimento da tabela II/atividade 1, para isso os procedimentos são os seguintes:

Clica-se na barra de ferramentas; ferramenta de ponto, novo ponto; clica na origem no sistema na janela de visualização e aparece o ponto A; clica na ferramenta de curva; clica círculo dado centro e raio; clica no ponto A, abriu uma caixa e digita 1, aparece o ciclo trigonométrico; clica ferramenta de ponto, novo ponto; clica no número 1 do eixo das abscissas e aparece o ponto B, clica ferramenta de medidas, ângulo com amplitude fixa, clica no ponto B; clica no ponto A e abriu uma caixa e digita 95° e depois usa enter ou ok, aparece o valor do seno e do cosseno no ponto B¹. Para o ângulo de 100°; clica ferramenta de exibição; clica duas vezes ampliar; clica em B; clica em A, abre uma caixa e digita 100° e depois usa enter ou ok, aparece o ponto B¹; repeti-se o processo usado para o ângulo de 100° nos outros ângulos, onde aparecem os pontos B², B³, B⁴, B⁵, B⁶, B⁷, B⁸, B⁹, B¹⁰, B¹¹, B¹², B¹³, B¹⁴, B¹⁵, B¹⁶, B¹⁷ e B. Então o gráfico que aparece na tela do computador está representado na Figura 3.

Figura 3 – Representação dos pontos que mostra a construção dos ângulos da tabela II/atividade 1 no ciclo.

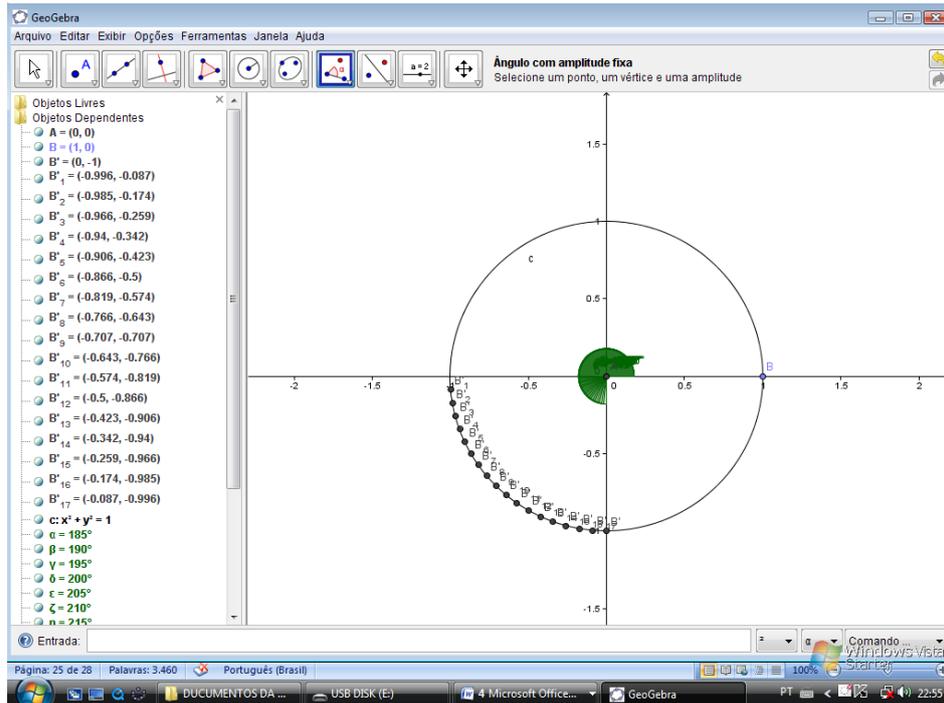


Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

A quarta tarefa é o preenchimento da tabela III/atividade 1 cujo o procedimento se dá da seguinte forma:

Clica-se na barra de ferramentas, ferramenta de ponto, novo ponto, clica na origem no sistema na janela de visualização e aparece o ponto A, clica na ferramenta de curva, clica circulo dado centro e raio, clica no ponto A, abri uma caixa e digita 1, aparece o ciclo trigonométrico, clica ferramenta de ponto, novo ponto, clica no número 1 do eixo das abscissas e aparece o ponto B, clica ferramenta de medidas, ângulo com amplitude fixa, clica no ponto B, clica no ponto A e abri uma caixa e digita 185° e depois usa enter ou ok, aparece o valor do seno e do cosseno no ponto B^1 . Para o ângulo de 190° ; clica ferramenta de exibição; clica duas vezes ampliar; clica em B; clica em A, abre uma caixa e digita 190° e depois usa enter ou ok, aparece o ponto B^1 ; repeti-se o processo usado para o ângulo de 190° nos outros ângulos, onde aparecem os pontos $B^2, B^3, B^4, B^5, B^6, B^7, B^8, B^9, B^{10}, B^{11}, B^{12}, B^{13}, B^{14}, B^{15}, B^{16}, B^{17}$ e B. Então o gráfico que aparece na tela do computador está representado na Figura 4.

Figura 4 – Representação dos pontos que mostra a construção dos ângulos da tabela III/atividade 1 no ciclo.

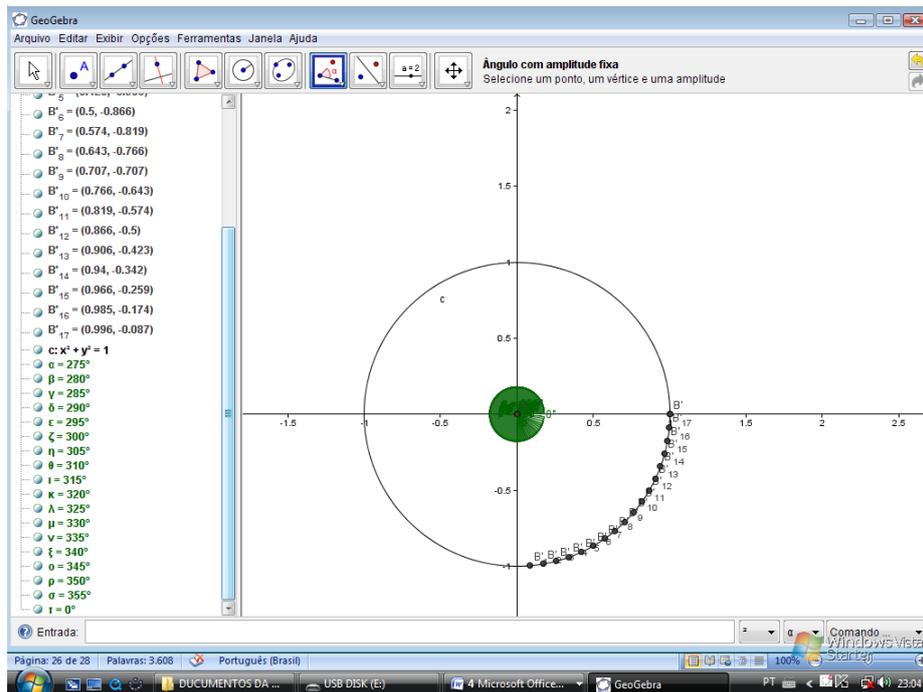


Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

A quinta tarefa consiste do preenchimento a tabela IV/ atividade 1, para tanto devemos proceder da seguinte forma:

Clica-se na barra de ferramentas, ferramenta de ponto, novo ponto, clica na origem no sistema na janela de visualização e aparece o ponto A, clica na ferramenta de curva, clica circulo dado centro e raio, clica no ponto A, abri uma caixa e digita 1, aparece o ciclo trigonométrico, clica ferramenta de ponto, novo ponto, clica no número 1 do eixo das abscissas e aparece o ponto B, clica ferramenta de medidas, ângulo com amplitude fixa, clica no ponto B, clica no ponto A e abri uma caixa e digita 275° e depois usa enter ou ok, aparece o valor do seno e do cosseno no ponto B¹. Para o ângulo de 280°; clica ferramenta de exibição; clica duas vezes ampliar; clica em B; clica em A, abre uma caixa e digita 280° e depois usa enter ou ok, aparece o ponto B¹; repeti-se o processo usado para o ângulo de 10° nos outros ângulos, onde aparecem os pontos B², B³, B⁴, B⁵, B⁶, B⁷, B⁸, B⁹, B¹⁰, B¹¹, B¹², B¹³, B¹⁴, B¹⁵, B¹⁶, B¹⁷ e B. Então o gráfico que aparece na tela do computador está representado na Figura 5.

Figura 5 – Representação dos pontos que mostra a construção dos ângulos da tabela IV/atividade 1 no ciclo.



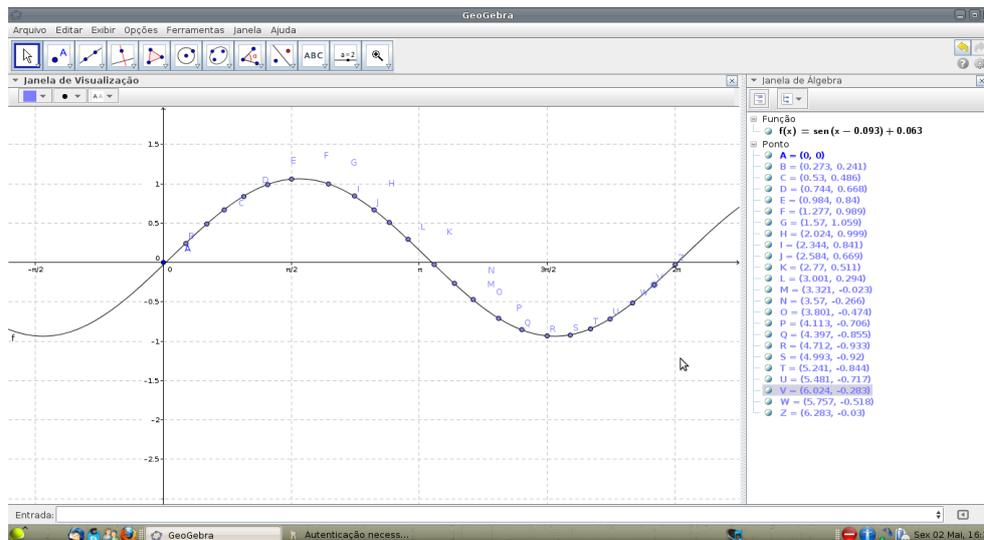
Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Atividade 2: Construção do Gráfico da Função $f(x) = \text{sen}(x)$

A segunda atividade consiste da construção do gráfico da função $f(x) = \text{sen}(x)$, tendo como auxílio o software GeoGebra. A seguir os passos que foram usados para a construção do mesmo.

Abri o software GeoGebra; na parte inferior da tela, lado esquerdo tem o nome entrada que é para digitar a fórmula; digita $f(x) = \text{sen}(x)$; tecla enter e aparece na janela de visualização o gráfico; depois com o mouse em cima da senoide, clica com o botão direito e abre uma caixa; clica propriedades, abre uma caixa de preferências; clica preferências – janela de visualização que está na parte superior, abre outra caixa, procura eixo x e clica, depois marca distância, clica $\frac{\pi}{2}$, aparece no eixo horizontal do gráfico os valores com π , clica na barra de ferramentas, ferramenta de ponto, clica na origem e aparece o ponto A; clica ferramenta de exibição, ampliar e dá dois cliques no gráfico; clica ferramentas de ponto, clica na senoide e aparece os outros pontos que estão representados sobre o gráfico da função $f(x) = \text{sen}(x)$, onde está representado na Figura 6.

Figura 6 – Gráfico da função $f(x) = \text{sen}(x)$.



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Este gráfico fez com que os grupos de alunos compreendessem com é feita a ligação dos pontos que representam os pares ordenados nas tabelas de senos que foram construídas para o seno e cosseno nos quatro quadrantes. Sendo assim, Costa (1997) aponta a fundamental importância deste registro para observar a ligação existente entre os números reais (domínio da função) e os pontos do ciclo trigonométrico.

Neste gráfico o aluno percebe uma converção do registro geométrico (ciclo trigonométrico) para um registro gráfico, o qual neste caso foi auxiliado pelos recursos do software GeoGebra.

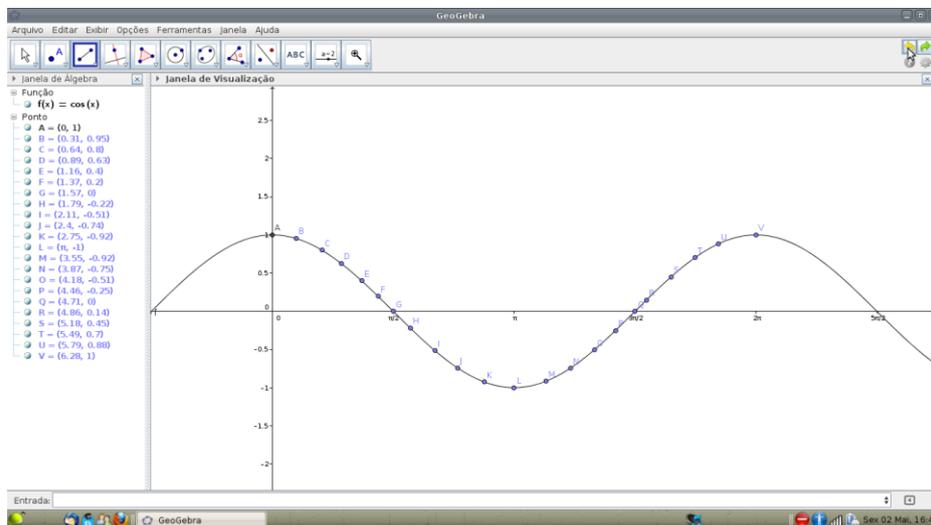
Atividade 3: Construção do Gráfico da Função $f(x) = \cos(x)$

A terceira atividade é a proposta de construção do gráfico da função $f(x) = \cos(x)$, sendo que esta ação foi realizada com o software GeoGebra. A seguir os passos que foram usados para a construção do mesmo.

Abri o software GeoGebra; na parte inferior da tela, lado esquerdo tem o nome entrada que é para digitar a fórmula; digita $f(x) = \cos(x)$; tecla enter e aparece na janela de visualização o gráfico; depois com o mouse em cima da cossenóide, clica com o botão

direito e abre uma caixa; clica propriedades, abre uma caixa de preferências; clica preferências – janela de visualização que está na parte superior, abre outra caixa, procura eixo x e clica, depois marca distância, clica $\frac{\pi}{2}$, aparece no eixo horizontal do gráfico os valores com π , clica na barra de ferramentas, ferramenta de ponto, clica na origem e aparece o ponto A; clica ferramenta de exibição, ampliar e dá dois cliques no gráfico; clica ferramentas de ponto, clica na cossenóide e aparece os outros pontos que estão representados sobre o gráfico da função $f(x) = \cos(x)$, onde está representado na Figura 7.

Figura 7 – Gráfico da função $f(x) = \cos(x)$.



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Este gráfico foi construído com a utilização das tabelas de senos e cossenos preenchidas durante a atividade de construção do ciclo trigonométrico, onde houve uma atividade de conversão.

Anexos

Anexo A : Apresentação do Software GeoGebra

O Software Geogebra

O GeoGebra é um software livre e gratuito na internet, criado por Markus Hohenwarter, o qual o apresentou em 2002, como tema da sua dissertação de mestrado na Universidade de Salzburg, Austrália. O GeoGebra reúne as facilidades dos softwares de geometria dinâmica (DGS) e o poder e os recursos dos softwares computacionais algébricos (CAS), ou seja, associa as principais características de outros pacotes que mostram geometria, cálculo e álgebra isoladamente.

Há dois tipos de softwares educacionais matemáticos concentrados em dois campos diferentes – um para geometria e o outra para álgebra. Por um lado temos os DGS que permite o usuário criar e dinamicamente modificar construções Euclidianas.. Por outro lado temos o CAS especializando-se na álgebra, geometria analítica e cálculo. O GeoGebra é um programa digital livre de geometria dinâmica para ser utilizado sem nenhum problema na sala de aula. Permitindo que os alunos construam figuras, façam investigações sobre propriedades e conceitos matemáticos, manipulem objetos e os seus elementos dinamicamente na tela do computador, enfim veja esta ferramenta digital como um ambiente dinâmico e interativo.

Uma das vantagens do geogebra em relação a outros programas de geometria dinâmica é que não se precisa dominar todas as ferramentas do programa para usá-lo. Também tem uma quantidade maior de recursos.

Apresentando as Ferramentas do *Software* GeoGebra:

Instalação do Software

A instalação gratuita do software GeoGebra se faz a partir do acesso ao site: http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/installers e seguir aos comandos indicados na página,

após selecionar o sistema operacional em uso no computador que receberá o software. A Figura 1 abaixo mostra a tela da interface para instalação do programa.

Figura 1: Tela da Interface para a instalação do programa.



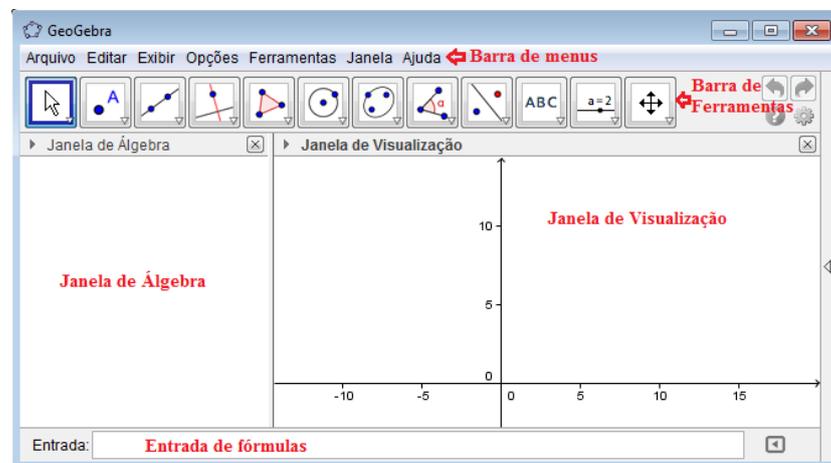
Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Interface do Programa

Após a instalação do software, faz-se necessária o entendimento das funções integrantes da janela inicial do GeoGebra, que é composta por uma barra de menus, barra de ferramentas, janela de visualização, janela de álgebra, campo para entrada de fórmulas, conforme se visualiza na Figura 2.

Figura 2:

Interface do
GeoGebra



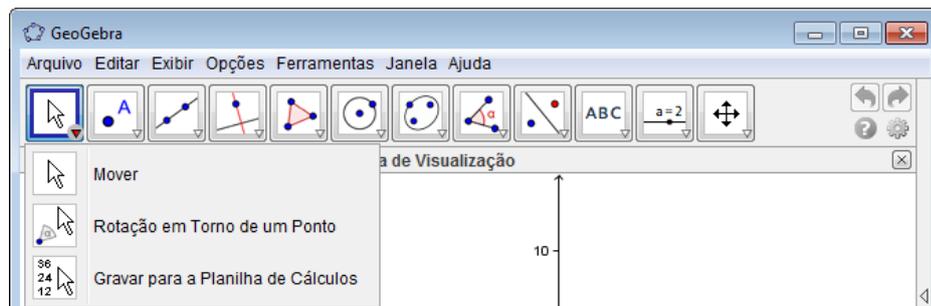
Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Caixa de Ferramentas do GeoGebra

Na caixa de ferramentas estão localizados os principais ícones para a utilização das funcionalidades do software GeoGebra. Para acessá-los, basta clicar em cada um dos ícones e selecionar a opção desejada. Apresentaremos, um a um, os ícones e suas funções.

Ferramentas de seleção: Este ícone apresenta três opções de ferramentas: “Mover”, “Rotação em Torno de um Ponto” e “Gravar para Planilha de Cálculos”, conforme podemos observar na Figura 3, abaixo:

Figura 3: Ferramentas de seleção



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Mover: Permite arrastar ou selecionar um ou mais objetos.

Rotação em torno de um ponto: Permite selecionar primeiro o centro de rotação e, depois, arrastar o objeto.

Gravar para planilha de cálculos: Permite selecionar primeiro o objeto que será rastreado e, depois, alterar a construção.

Ferramentas de Ponto: A ferramenta ponto apresenta seis possibilidades de funcionalidade: “Novo Ponto”, “Ponto em Objeto”, “Vincular/Desvincular Ponto”, “Inserção de Dois Objetos”, “Ponto Médio ou Centro” e “Número Complexo”, as quais que podem ser visualizadas através da Figura 4:

Novo ponto: Permite inserir pontos através do clique na janela de visualização ou sobre um objeto.

Ponto em Objeto: Permite inserir pontos através do clique no interior de um objeto ou em sua fronteira.

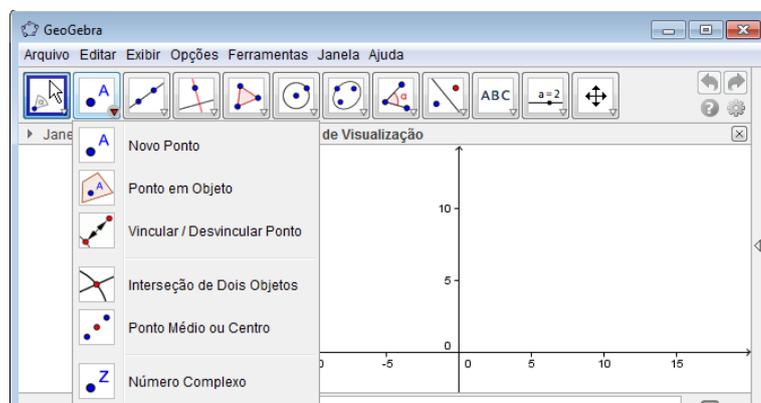
Vincular / Desvincular ponto: Para vincular os itens, clique em um ponto e em um objeto.

Interseção de dois objetos: Selecione dois objetos ou clique diretamente na interseção.

Ponto médio ou centro: Selecione dois pontos, um segmento, um círculo ou uma cônica.

Número Complexo: Clique na janela de visualização para criar um número complexo.

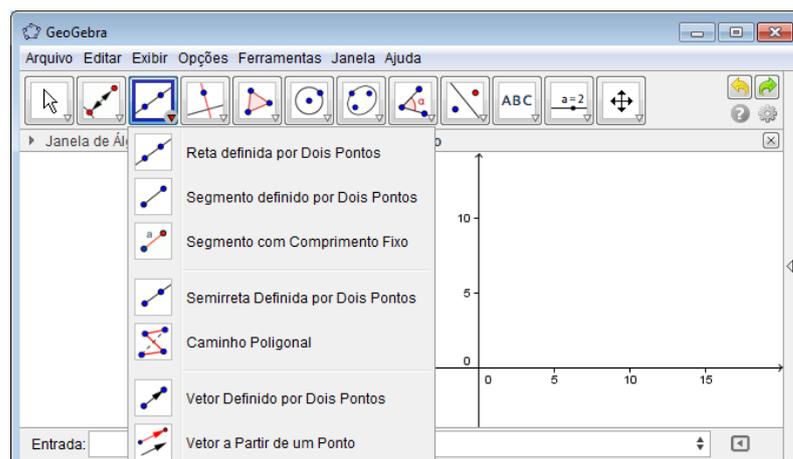
Figura 4:
Ferramentas de Ponto



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Ferramentas de Reta: A barra ferramenta de reta apresenta ao usuário sete alternativas: “Reta definida por Dois Pontos”, “Segmento definido por Dois Pontos”, “Segmento com Comprimento Fixo”, “Semirreta Definida por Dois Pontos”, “Caminho Poligonal”, “Vetor Definido por Dois Pontos” e “Vetor a Partir de um Ponto”, como podemos observar na Figura 5:

Figura 5: Ferramentas de reta



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Reta definida por dois pontos: Selecione dois pontos.

Segmento definido por dois pontos: Selecione dois pontos.

Segmento com comprimento fixo: Selecione primeiro um ponto e, depois, digite o comprimento do segmento.

Semirreta definida por dois pontos: Selecione primeiro a origem e, depois, um outro ponto.

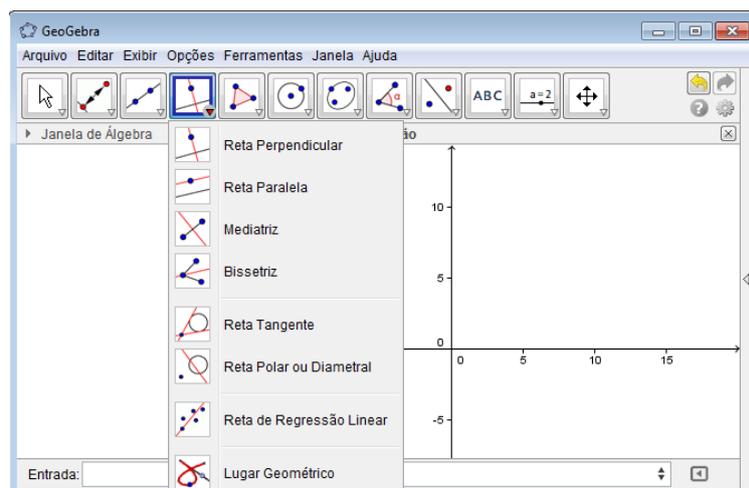
Caminho poligonal: Selecione todos os vértices e, então, clique novamente no vértice inicial.

Vetor definido por dois pontos: Selecione primeiro a origem e, depois, a outra extremidade.

Vetor a partir de um ponto: Selecione primeiro o ponto de origem e, depois, um vetor.

Ferramentas de Retas Específicas: A ferramenta de retas específicas apresenta oito ramificações: “Reta Perpendicular”, “Reta Paralela”, “Mediatriz”, “Bissetriz”, “Reta Tangente”, “Reta Polar ou Diametral”, “Reta de Regressão Linear” e “Lugar Geométrico”, representadas na Figura 6:

Figura 6: Ferramentas de retas específicas



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Reta perpendicular: Selecione primeiro o ponto, depois, uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor).

Reta paralela: Selecione primeiro o ponto, depois, uma reta (ou segmento, ou semirreta, ou vetor).

Mediatriz: Selecione dois pontos ou um segmento.

Bissetriz: Selecione três pontos ou duas retas.

Reta tangente: Selecione primeiro um ponto e, depois, um círculo, uma cônica ou uma função.

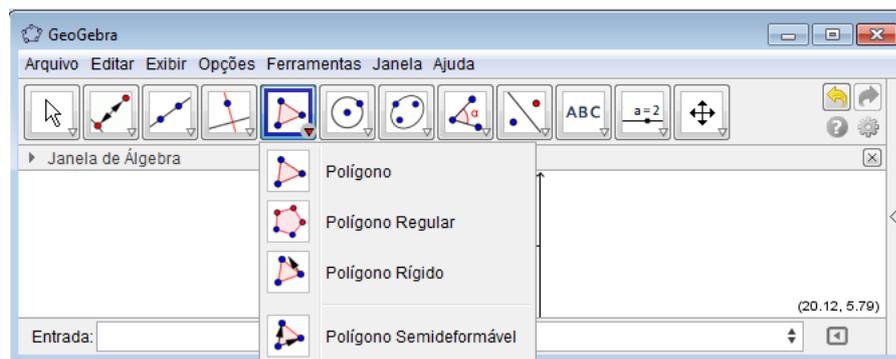
Reta polar ou diametral: Selecione primeiro um ponto ou uma reta e, depois, um círculo ou uma cônica.

Reta ou regressão linear: Selecione pontos usando o retângulo de seleção ou selecione uma lista de pontos.

Lugar geométrico: Selecione o ponto do lugar geométrico e, depois, o ponto sobre o objeto ou o controle deslizante.

Ferramentas de Polígonos: A opção ferramenta de polígonos permite o uso de quatro ícones: “Polígonos”, “Polígono Regular”, “Polígono rígido” e “Polígono semideformável”, como é mostrado na Figura 7:

Figura 7: Ferramenta de polígonos



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Polígono: Selecione todos os vértices e, então, clique novamente no vértice inicial.

Polígono regular: Selecione primeiro dois pontos e, depois, digite o número de vértices.

Polígono rígido: Selecione todos os vértices e, então clique no primeiro vértice novamente (ou apenas clique sobre um polígono para fazer uma cópia rígida).

Polígono semideformável: Selecione todos os vértices e, então, clique novamente no vértice inicial.

Ferramentas de Curvas: A ferramenta de curvas permite a seleção de sete funcionalidades: “Círculo dados Centro e Um de seus Pontos”, “Círculo dados Centro e Raio”, “Compasso”, “Círculo definido por Três Pontos”, “Semicírculo Definido por Três Pontos”, “Arco Circular dados Centro e Dois Pontos”, “Arco Circular definido por Três Pontos”, “Setor Circular dados Centro e Dois Pontos” e “Setor Circular Definido por Três Pontos”, conforme pode-se observar na Figura 8:

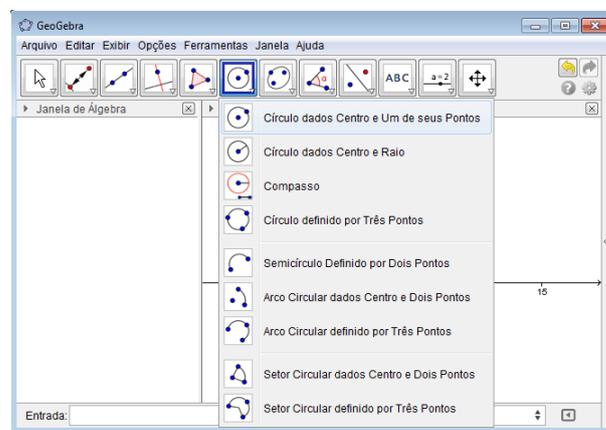


Figura 8: Ferramentas de curvas

Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Círculo dados o centro e um de seus pontos: Selecione o centro e, depois, um ponto do círculo.

Círculo dados o centro e o raio: Selecione o centro e, depois, digite a medida do raio.

Compasso: Selecione um segmento ou dois pontos para definir o raio e, depois, o centro.

Círculo definido por três pontos: Selecione três pontos do círculo.

Semicírculo definido por dois pontos: Selecione dois pontos.

Arco circular dados o centro e dois pontos: Selecione o centro e, depois, dois pontos.

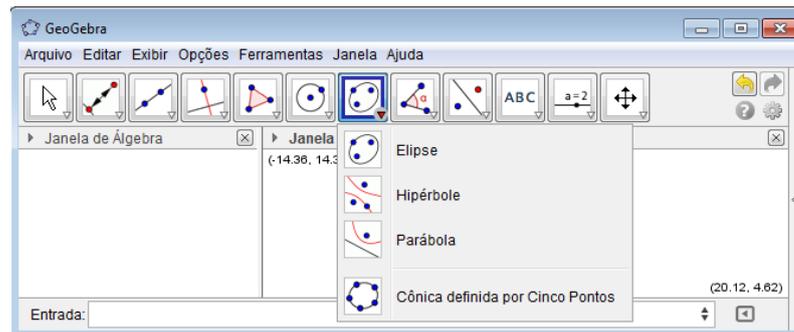
Arco circular definido por três pontos: Selecione três pontos.

Setor circular dados o centro e dois pontos: Selecione o centro e, depois, dois pontos.

Setor circular definido por três pontos: Selecione três pontos.

Ferramentas de Cônicas: A funcionalidade de cônicas apresenta quatro opções: “Elipse”, “Hipérbole”, “Parábola” e “Cônica definida por Cinco Pontos”, de acordo como é apresentado na Figura 9:

Figura 9: Ferramentas de Cônicas



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Elipse: Selecione dois focos e, depois, um ponto da elipse.

Hipérbole: Selecione dois focos e, depois, um ponto da hipérbole.

Parábola: Selecione primeiro o foco e, depois, a diretriz.

Cônica definida por cinco pontos: Selecione cinco pontos da cônica.

Ferramentas de Medidas: As ferramentas de medidas são divididas em seis opções de ícones: “Ângulo”, “Ângulo com Amplitude Fixa”, “Distância, Comprimento ou Perímetro”, “Área”, “Inclinação e “Criar Lista”, de acordo com o que é apresentado na Figura 10:

Ângulo: Selecione três pontos ou duas retas .

Ângulo com amplitude fixa: Selecione um ponto, um vértice e uma amplitude para o ângulo.

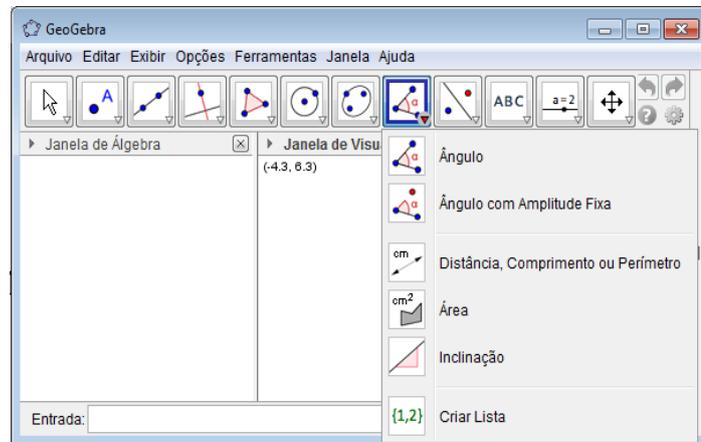
Distância, comprimento ou perímetro: Selecione dois pontos, um segmento, um polígono ou círculo.

Área: Selecione um polígono, um círculo ou uma elipse.

Inclinação: Selecione uma reta (ou semirreta ou um segmento).

Criar listar: Arraste e marque um retângulo em torno dos objetos.

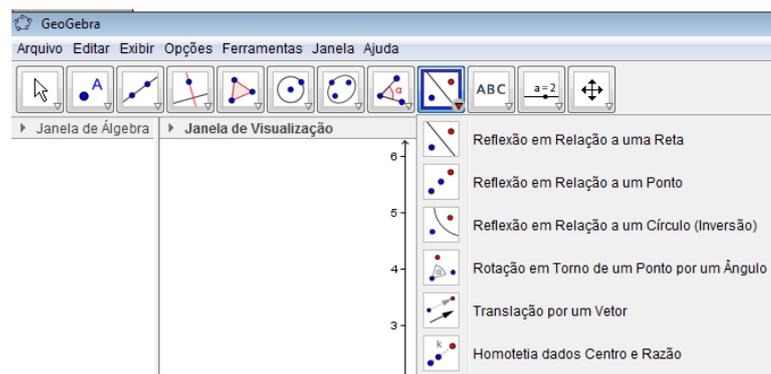
Figura 10: Ferramentas de Medidas.



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Ferramentas de Translação: A ferramenta de translação apresenta seis possibilidades de utilização: “Reflexão em Relação a uma Reta”, “Reflexão em Relação a um Ponto”, “Reflexão em Relação a um Círculo (Inversão)”, “Rotação em Torno de um Ponto por um Ângulo”, “Translação por um Vetor” e “Homotetia dados Centro e Razão”, como podemos observar na Figura 11:

Figura 11: Ferramentas de Translação



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Reflexão em relação a uma reta: Selecione primeiro o objeto e, depois, a reta de reflexão.

Reflexão com relação a um ponto: Selecione primeiro o objeto e, depois, o centro da reflexão.

Reflexão em relação a um círculo (inversão): Selecione primeiro o objeto e, depois, o círculo.

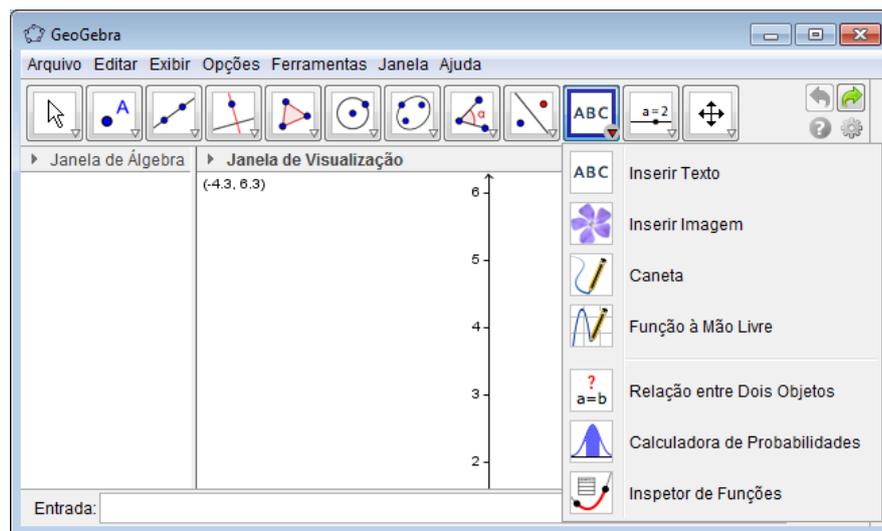
Rotação em torno de um ponto por um ângulo: Selecione primeiro o objeto, depois o centro e, então, o ângulo de rotação.

Translação por um vetor: Selecione primeiro o objeto a ser transladado e, depois, um vetor.

Homotetia dados centro e razão: Selecione o objeto, depois o centro e, a razão da homotetia

Ferramentas Extras: A ferramenta de extra apresenta, conforme figura abaixo, sete opções de ícones variados: “Inserir Texto”, “Inserir Imagem”, “Caneta”, “Função à Mão Livre”, “Relação entre Dois Objetos”, “Calculadora de Probabilidades” e “Inspetor de Funções”, podemos visualizá-las na Figura 12.

Figura 12: Ferramentas Extras



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Inserir texto: Clique na área de trabalho ou em um ponto para criar um texto.

Inserir imagem: Clique na janela de visualização ou em ponto para ajustar o canto esquerdo inferior da imagem.

Caneta: Escreva na janela de visualização. Mude a cor usando a barra de estilo.

Função à mão livre: Desenha uma função ou um objeto geométrico arrastando-se o mouse.

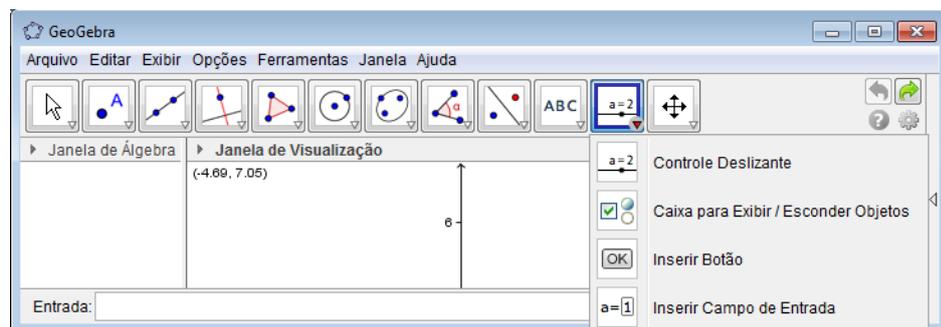
Relação entre dois objetos: Selecione dois objetos.

Calculadora de probabilidades: Cálculo de probabilidades.

Inspetor de funções: Selecione uma função.

Ferramentas de Visualização: A opção de visualização apresenta quatro ferramentas, que são: “Controle Deslizante”, “Caixa para Exibir/Esconder Objetos”, “Inserir Botão” e “Inserir Campo de Entrada”, como podemos observar na Figura 13.

Figura 13: Ferramentas de Visualização



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.

Controle deslizante: Clique na janela de visualização para especificar a posição do controle deslizante.

Caixa para exibir / Esconder objetos: Clique na área de trabalho para criar uma caixa.

Inserir botão: Clique na janela de visualização para inserir um botão.

Inserir campo de entrada: Clique na janela de visualização para inserir um campo de texto.

Ferramentas de Exibição: A opção ferramentas de exibição apresenta sete ícones de funcionalidades, conforme a figura seguinte. São elas: “Mover Janela de Visualização”, “Ampliar”, “Reduzir”, “Exibir/Esconder Objeto”, “Exibir/Esconder Rótulo”, “Copiar Estilo Visual” e “Apagar Objeto”, mostradas na Figura 14.

Mover janela de visualização: Arraste a janela de visualização ou um eixo (shift+arrastar).

Ampliar: Clique na área de trabalho para ampliá-la (ou movimente a roda do mouse)

Reduzir: Clique na área de trabalho para reduzi-la (ou movimente a roda do mouse)

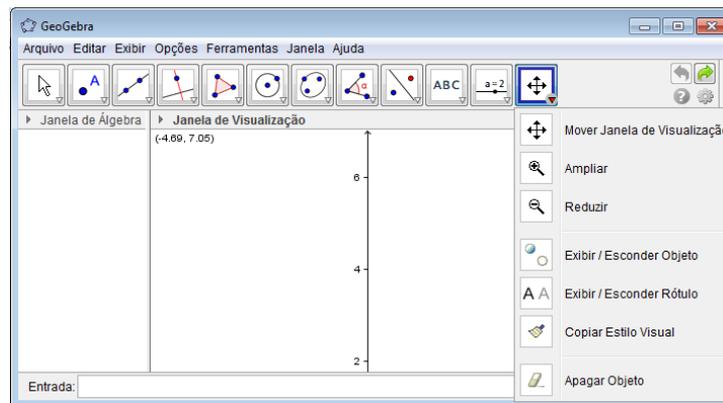
Exibir / Esconder objetos: Selecione os objetos e, em seguida, ative uma ou outra ferramenta.

Exibir / Esconder rótulos: Selecione o objeto para exibir / esconder o seu rótulo.

Copiar estilo visual: Clique no objeto modelo e, em seguida, naquele(s) cujo o estilo pretende alterar.

Apagar objeto: Selecione o objeto para apagá-lo.

Figura 14: Ferramentas de Exibição



Fonte: Elaborado pelo autor /tela do GeoGebra.