



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA**  
**CCHE – CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS**  
**CAMPUS VI – POETA PINTO DO MONTEIRO**  
**LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**JOSÉ ALEXANDRE DE FIGUEIREDO CHAVES**

**O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA 3D NO ENSINO DA GEOMETRIA**  
**ESPACIAL: DESAFIOS E POSSIBILIDADES**

MONTEIRO-PB

2018

**JOSÉ ALEXANDRE DE FIGUEIREDO CHAVES**

**O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA 3D NO ENSINO DA GEOMETRIA  
ESPACIAL: DESAFIOS E POSSIBILIDADES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado junto a Coordenação do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, *campus* VI, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

**Orientadora:** Prof<sup>ª</sup>. Esp. Raquel Priscila Ibiapino

MONTEIRO-PB

2018

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

C512u Chaves, Jose Alexandre de Figueiredo.  
O uso do software Geogebra 3D no ensino da geometria espacial [manuscrito] : desafios e possibilidades / Jose Alexandre de Figueiredo Chaves. - 2018.  
51 p.  
Digitado.  
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas , 2018.  
"Orientação : Profa. Esp. Raquel Priscila Ibiapino ,  
Coordenação do Curso de Matemática - CCHE."  
1. Geometria espacial. 2. Ensino de geometria. 3.  
Educação matemática. 4. Software GeoGebra 3D. I. Título  
21. ed. CDD 516.9

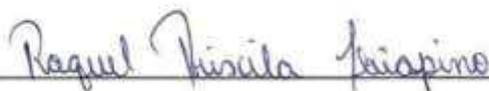
**JOSÉ ALEXANDRE DE FIGUEIREDO CHAVES**

**O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA 3D NO ENSINO DA GEOMETRIA  
ESPACIAL: DESAFIOS E POSSIBILIDADES**

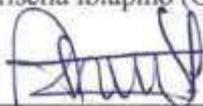
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado junto a Coordenação do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, *campus* VI, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovado em 05 de dezembro de 2018.

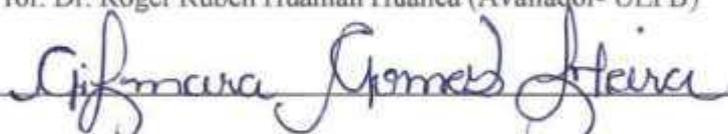
**BANCA EXAMINADORA**



Prof. Esp. Raquel Priscila Ibiapino (Orientadora- UEPB)



Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca (Avaliador- UEPB)



Prof. Me. Gilmaria Gomes Meira (Avaliadora - UEPB)

Dedico todo este trabalho a minha mãe, Maria Salete de Figueiredo Chaves (In Memória), não estando em matéria física nesse momento, que espiritualmente sei que esta transbordando felicidades, por minha conquista de finalizar a graduação, era um sonho dela em ver esse trabalho concluído e hoje estou aqui realizando esse sonho.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, por ter dado força e coragem para superar as dificuldades encontradas no percurso acadêmico e por finalizar minha graduação.

Aos meus pais Antônio Chaves e Salete Chaves (in memória) que me deram a vida, e sempre me motivaram e motivam para que alcance meus objetivos.

Aos Irmãos: Adeilson, Adeilza e Adeilma, minha companheira Carla Pereira, meus filhos: Felipe e Maria Clara, meus Enteados: Camila, Pedro e Miguel e a todos meus amigos, pela motivação e compressão, que sempre estiveram ao meu lado e acreditavam que esse projeto iria se realizar.

A minha Orientadora Raquel Priscila Ibiapino, por toda dedicação, conhecimentos e disponibilidade para conseguirmos chegar ao fim desse trabalho.

A todos meus companheiros acadêmicos, que além de amigos hoje se tornaram irmãos e confidentes.

A todos, que sempre estiveram dando força direta ou indiretamente, motivando para que pudesse superar todas as dificuldades encontradas, por incentivar e acreditar que esse trabalho fosse realizado.

## RESUMO

A Geometria Espacial e o uso de tecnologias digitais são temas bastante discutidos nos dias atuais, os quais exigem planejamento e profissionais capacitados para utilizá-los na sala de aula. Neste sentido, este trabalho visa analisar os desafios e possibilidades existentes no ensino da Geometria Espacial, especificamente pirâmides, subsidiadas pelo software GeoGebra 3D, em uma turma de 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública na cidade do Congo – PB. Para tal, foi realizada uma abordagem qualitativa, descrevendo os desafios e possibilidades ao uso de softwares educacionais no ensino e aprendizagem das pirâmides, além de realizar o registro dos dados de forma fotográfica. A coleta de dados foi feita através de observação participante, com os dados registrados no computador e no papel. Foram executados dois tipos de intervenções, uma sem o uso de recursos tecnológicos, que tem como características o uso de lousa, lápis e livro didático, e outra com o uso de tecnologias digitais, onde as aulas aconteceram no laboratório de informática da escola, fazendo uso do software GeoGebra 3D. Verificou-se que após o trabalho com áreas e volumes de pirâmides associadas as tecnologias, os alunos percebem a importância de estudo dos conceitos vistos em sala de aula e a sua necessidade à construção de novos conhecimentos e à compreensão do mundo ao seu redor.

**Palavras-chave:** Geometria Espacial; Educação Matemática; GeoGebra 3D.

## **ABSTRACT**

Spatial Geometry and the use of digital technologies are topics that are much discussed today, which require planning and trained professionals to use them in the classroom. In this sense, this work aims at analyzing the challenges and possibilities in the teaching of Space Geometry, specifically pyramids, subsidized by GeoGebra 3D software, in a high school class of a public school in the city of Congo. For this, a qualitative approach was carried out, describing the challenges and possibilities to the use of educational software in the teaching and learning of the pyramids, in addition to recording the data in photographic form. Data collection was done through participant observation, with data recorded on the computer and on paper. Two types of interventions were carried out, one without the use of technological resources, which have as characteristics the use of blackboard, pencil and textbook, and another with the use of digital technologies, where classes took place in the computer lab of the school, doing use of GeoGebra 3D software. It was verified that after working with areas and volumes of pyramids associated with the technologies, students perceive the importance of studying the concepts seen in the classroom and their need to build new knowledge and understanding the world around them.

**Key-words:** Spatial Geometry; Mathematical Education; GeoGebra 3D.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	9
<b>2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	12
<b>2.1 O Uso de Tecnologias Digitais nas Aulas de Matemática</b> .....	12
<b>2.2 O GeoGebra 3D</b> .....	13
<b>2.3 A Geometria Espacial</b> .....	15
<b>2.4 As Pirâmides</b> .....	16
<b>3. METODOLOGIA</b> .....	21
<b>3.1 Etapas da Pesquisa</b> .....	21
<b>3.2 AS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS CONSTRUÍDAS</b> .....	22
<b>3.2.1 1ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA</b> .....	22
3.2.1.1 Informações Gerais .....	22
3.2.1.2 Aula 1 .....	23
3.2.1.3 Aula 2 .....	23
3.2.1.4 Aula 3 .....	24
<b>3.2.2 2ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA</b> .....	25
3.2.2.1 Informações Gerais .....	25
3.2.2.2 Aula 1 .....	26
3.2.2.3 Aula 2 .....	26
3.2.2.4 Aula 3 .....	27
<b>4. A INTERVENÇÃO NA SALA DE AULA</b> .....	29
<b>5.1 EPISÓDIO 1</b> .....	29
<b>5.2 EPISÓDIO 2</b> .....	34
<b>5.3 CONSTATAÇÕES</b> .....	38
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	41
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	42
<b>APÊNDICES</b> .....	44
<b>Apêndice A</b> .....	44
<b>Apêndice B</b> .....	48

## 1. INTRODUÇÃO

A Geometria é uma parte da Matemática de grande relevância, em virtude de sua característica com padrões e formas específicas que nos permite compreender as formas e os espaços ao nosso redor. A palavra Geometria pode ser traduzida como “medida da terra” em virtude da prática comum de agrimensura no antigo Egito. De acordo com abordagens históricas apresentadas em Roque (2012), essa prática de medições de terra teria dado origem à invenção da Geometria, sendo esse conhecimento importado pelos gregos posteriormente. Acredita-se que, a Geometria nasceu em diferentes lugares a partir do século VII a. c., entretanto, foi na Grécia onde tal conhecimento foi formalizado a partir dos *Elementos* de Euclides<sup>1</sup>.

A Geometria que se aprende na escola, é dividida em três partes: plana, espacial e analítica. Pensando nisto, esta pesquisa tem como foco a Geometria Espacial, que se encarrega de estudar as figuras no espaço, ou seja, aquelas que possuem mais de duas dimensões. A decisão em pesquisar nessa área foi motivada durante a formação acadêmica ao cursar componentes curriculares que envolviam o uso de recursos tecnológicos, despertando o interesse em utilizar tecnologias digitais na sala de aula, com o objetivo de facilitar o ensino e a aprendizagem dos discentes.

O estudo da Geometria Espacial consiste na aplicação dos conceitos da geometria plana em objetos que apresentam três dimensões: comprimento, largura e altura. Aborda o cálculo de áreas, volumes ou capacidade de corpos que apresentam três dimensões, chamados de sólidos geométricos, e a compreensão da posição de elementos como reta e plano no espaço tridimensional (SANTOS, 2009).

Como parte da Geometria Espacial, podemos citar uma das sete maravilhas do mundo antigo, as Pirâmide do Egito. Uma Pirâmide é um sólido geométrico formado pela reunião dos segmentos de reta com uma extremidade em um ponto fixo e outra num polígono dado sobre um plano fixo que não contém.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – (PCNs) (Brasil, 2000) sugerem ao professor a prática das construções geométricas e a utilização de instrumentos para viabilizar a visualização e aplicação das propriedades das figuras e da construção de

---

<sup>1</sup>Os Elementos de Euclides (grego: Στοιχεῖα) é um tratado matemático e geométrico consistindo de 13 livros escrito pelo matemático grego Euclides em Alexandria por volta de 300 a.C.. Ele engloba uma coleção de definições, postulados (axiomas), proposições (teoremas e construções) e provas matemáticas das proposições. Os treze livros cobrem a geometria euclidiana e a versão grega antiga da teoria dos números elementar. Parece que Euclides pretendia reunir três grandes descobertas do seu tempo: a teoria das proporções de Eudoxo (Livro V), a teoria dos irracionais de Teeteto e a teoria dos cinco sólidos regulares, que ocupava um lugar importante na cosmologia de Platão.

outras relações, sendo importante pensar em meios que possam subsidiar a visualização e o manuseio.

A Geometria é uma parte da Matemática que pode estimular o interesse pelo aprendizado, pois é possível revelar a realidade que rodeia o aluno, sendo válido reconhecer que uma das grandes dificuldades dos alunos em relação à Geometria, é resultante da falta de realização da conexão entre a Geometria e a Álgebra desde as séries iniciais. O uso do software GeoGebra 3D no ensino da Geometria Espacial é relevante para a aprendizagem dos alunos, pois através dele é possível visualizar e construir conceitos matemáticos, desenvolvendo competências espaciais individuais.

O GeoGebra 3D 5.0<sup>2</sup> é um programa de Geometria Dinâmica (GD) utilizado tanto no Ensino Básico quanto no Ensino Superior, unindo dinamicamente Geometria, Álgebra e Cálculo, ofertando recursos em um único ambiente e totalmente conectados (HOHENWARTER; PREINER, 2007). Esse Software possibilita a visualização de todas as dimensões de um sólido geométrico no espaço, instigando reflexões e investigações, onde se pode através de rotações espaciais, explorar situações virtuais que acionam habilidades de visualização muito similares àquelas decorrentes da manipulação de objetos 3D no espaço real (BORSOI, 2017).

Frente a isso, buscamos resposta para a seguinte questão:

*Como atividades desenvolvidas com o GeoGebra 3D podem contribuir para a compreensão dos conceitos referentes ao estudo das Pirâmides?*

Assim, o objetivo geral, visa analisar os desafios e possibilidades existentes no ensino da Geometria Espacial, especificamente pirâmides, subsidiadas pelo software GeoGebra 3D, em uma turma de 2º Ano do Ensino Médio de uma escola pública na cidade do Congo – PB.

A fim de alcançar o objetivo geral, opta-se por organizar a pesquisa em torno dos seguintes objetivos específicos:

- Identificar as possíveis estratégias de trabalho com as Pirâmides, fazendo uso do GeoGebra 3D;
- Elaborar uma sequência de atividades para os cálculos de área e volume de Pirâmides utilizando o software GeoGebra 3D;
- Realizar intervenções em turma do 2º ano do Ensino Médio;

---

<sup>2</sup> <https://www.geogebra.org/classic>

- Descrever os desafios e possibilidades ao utilizar o GeoGebra 3D no estudo das Pirâmides em sala de aula.

Assim, este trabalho está estruturado da seguinte forma: Inicialmente, no primeiro capítulo apresentamos uma Introdução, abordando os pontos principais da pesquisa e seus objetivos; No segundo capítulo apresentamos uma Fundamentação teórica, discutindo o Uso de Tecnologias Digitais nas Aulas de Matemática, o GeoGebra 3D, A Geometria Espacial e as Pirâmides; Já no terceiro capítulo são apresentadas a Metodologia e as Sequências Didáticas construídas, enquanto no quarto capítulo são descritas as Intervenções realizadas com as respectivas constatações e, por fim, são apresentadas as considerações finais.

## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nessa seção abordaremos aspectos teóricos e metodológicos relacionados ao uso de recurso tecnológico na sala de aula, especialmente, no ensino da Geometria Espacial.

### 2.1 O Uso de Tecnologias Digitais nas Aulas de Matemática

Quando pensamos o uso de recursos tecnológicos em sala de aula é necessário, sobretudo, conhecer e planejar, pois a simples presença de tais recursos não é por si só, garantia de maior qualidade na educação. Mediante isso, Castro (2016) enfatiza acerca da insegurança ainda apresentada por professores em relação ao uso adequado dos recursos tecnológicos em sala de aula.

Embora os professores convivam diariamente com as tecnologias, existe ainda certa insegurança, medo ou despreparo quanto ao seu uso efetivo em suas atividades didático-pedagógicas. Nota-se um desequilíbrio entre os avanços tecnológicos e a formação de docentes para o uso de tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem de forma crítico reflexiva. Diante disso, é indiscutível a importância de cursos de formação docente, bem como a criação de ambientes que proporcionem ao professor uma reflexão e aprimoramento da sua prática. (CASTRO, 2016 p. 2).

Como destaca Lopes e Melo (2014), as tecnologias digitais fluem dentro do desenvolvimento das Tecnologias da Informação e Comunicação, e essas tecnologias chegam às escolas de redes públicas e privadas de ensino, sendo que nas escolas da rede pública, a tecnologia introduzida em sala de aula tem passado por muitos desafios, onde um dos principais fatores é a falta de estrutura e equipamentos adequados, além da falta de profissionais capacitados para a introdução das tecnologias em sala de aula.

Gomes (2016) defende que o Ensino da Matemática pode ser transformado por meio da utilização das tecnologias. Entretanto, o uso das tecnologias deve funcionar como um auxílio no processo de busca de soluções pelos alunos, amenizando as suas dificuldades em determinado conteúdo e contribuindo com a compreensão.

Também é importante citar as ideias de Silveira (2018), afirmando que ao se utilizar as tecnologias digitais, se faz emergir distintos modos de viver e, por conseguinte, constroem-se diferentes conceitos de aprendizado, onde o professor deve estar envolvido na trajetória do estudante, na posição de quem ensina com olhar de aprendiz.

Ademais Cataneo (2011) afirma que no Ensino da Matemática, o uso do Software GeoGebra 3D poderá proporcionar avanços no processo ensino e aprendizagem, contribuindo e desafiando professores e alunos a torná-lo um aliado importante na construção do conhecimento pois, muitas vezes percebe-se a falta de

entendimento quanto à compreensão do abstrato e concreto em figuras geométricas, sendo importante o conhecimento acerca desse software pois, trata-se de um ambiente computacional interativo, onde pode-se fazer descobertas geométricas, por exemplo, no estudo das Pirâmides.

Portanto, nessa perspectiva é possível que o aluno possa compreender com maior significado e superar os desafios a partir da análise de situações vivenciadas com o uso das tecnologias digitais na sala de aula, potencializando assim sua aprendizagem.

## 2.2 O GeoGebra 3D

O GeoGebra é um software de matemática dinâmico, criado em 2001 pelo professor Markus Hohenwarter<sup>3</sup>, na Universität Salzburg, e tem prosseguido em desenvolvimento na Florida Atlantic University. É um software gratuito, que reúne recursos de Geometria, Álgebra e Cálculo. Está disponível para download no link, na página oficial (<https://www.geogebra.org/download?lang=pt>), sendo compatível com alguns sistemas operacionais, como *Android* e *IOS*. Este software possui uma série de comandos que possibilitam diversas construções de Sólidos Geométricos e a visualização de suas planificações, já que possui a janela de visualização 3D (SAMPALHO, 2015).

A era da tecnologia reconhece a importância de se trazer para a educação a implantação de programas (softwares) digitais, pois a tecnologia aparece como campo privilegiado, onde é possível desenvolver o raciocínio intuitivo e construir novos conhecimentos, através do uso de softwares em sala de aula, que despertam o interesse do aluno e estimula a criatividade, contribuindo com o aprendizado.

Betini e Fonseca (2014), em um grupo de pesquisa, desenvolveram atividades utilizando o software GeoGebra com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental e afirmam que o uso das novas tecnologias despertaram o interesse do alunado, estimulando a interação, obtendo resultados satisfatórios de aprendizagem, além de ter aberto portas ao desenvolvimento de outro projeto, só que agora com os professores da rede que tinham interesse em conhecer e aprender utilizar o GeoGebra. A execução desses projetos deixa evidente a relevante importância das tecnologias de informação e comunicação no contexto escolar.

Nesta linha de pensamento, é importante citar que com os avanços no mundo da tecnologia e da informação, o GeoGebra 3D que vem se destacando pois, possibilita as

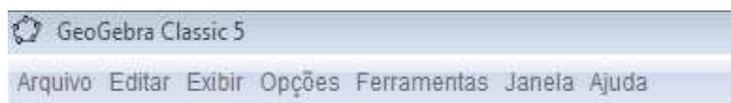
---

<sup>3</sup> Markus Hohenwarter (nascido em 24 de Maio 1976 em Salzburgo) é um matemático austríaco, professor da Johannes Kepler University (JKU) Linz. Diretor do Instituto de Didática da Matemática.

construções de sólidos e o estudo de suas áreas e volumes em um ambiente dinâmico, onde se pode visualizar o que está em estudo em várias dimensões, além de ser possível a movimentação e alteração dos objetos, retornando à posição e a forma inicial e, simultaneamente, na janela de Álgebra, janela de visualização 2D e 3D, cuja construção poderá despertar o interesse do aluno e curiosidade em explorar melhor o software e os conceitos que estão sendo apresentados(SAMPAIO, 2015).

Após a instalação do software GeoGebra 3D, é importante o conhecimento de algumas de suas ferramentas, as quais podem ser utilizadas de forma off-line. Ao clicar no ícone correspondente ao software GeoGebra, abre-se uma janela, cuja interface é composta por uma barra de ferramentas (Figura 01), barra de menus (Figura 02), a janela de álgebra (Figura 03), janela de visualização no plano (Figura 04) e janela de visualização em 3D (Figura 05).

Figura 01: Barra de Ferramentas



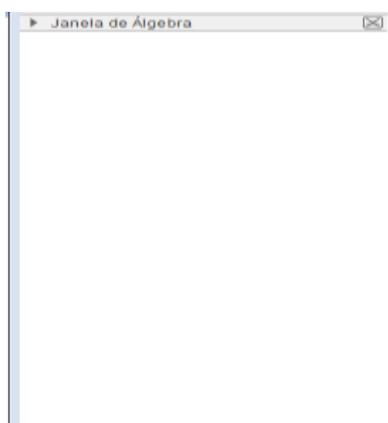
Fonte: Autores, 2018.

Figura 02: Barra de Menus



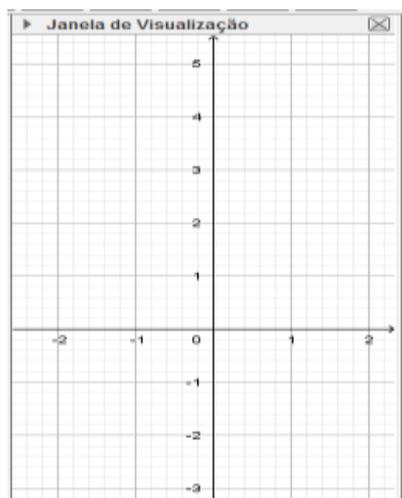
Fonte: Autores, 2018.

Figura 03: Janela de Álgebra

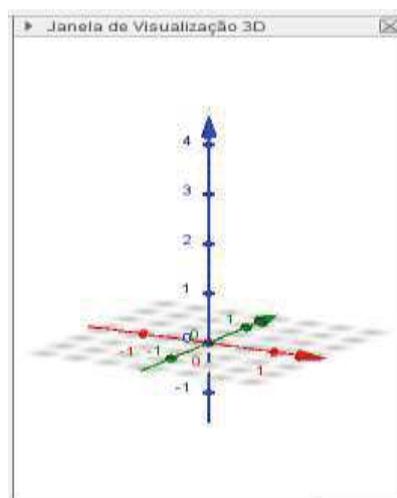


Fonte: Construção nossa, 2018..

Figura 04: Janela de Visualização no Plano    Figura 05: Janela de Visualização no Espaço



Fonte: Construção nossa, 2018.



Fonte: Construção nossa, 2018..

Outras ferramentas disponíveis no GeoGebra que serão utilizadas no desenvolvimento do trabalho no momento da intervenção em sala de aula serão descritas nos episódios, em capítulos posteriores.

### 2.3 A Geometria Espacial

Conforme destaca Lorenzato (1995, p.5) os aspectos da Geometria estão por toda parte, desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir percebê-los. No cotidiano as pessoas lidam com as ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume) e simetria, de forma visual (formas), utilizando no lazer, na profissão, na comunicação oral, dentre outros.

Nas Escolas públicas ou privadas o trabalho com Geometria, requer o uso de materiais que favoreçam a aprendizagem, cabendo ao professor investigar maneiras de abordagens desses conteúdos de forma significativa. É válido salientar que as idéias geométricas abstraídas de formas da natureza, que aparecem tanto na vida inanimada e orgânica, que nos objetos produzidos pelas diversas culturas, influenciaram muito o desenvolvimento humano (Brasil, 2000).

Só que na prática, em muitas salas de aula, a Geometria Espacial é trabalhada sem contextualização e de forma mecânica, conforme Juliani (2008), observa-se que o Ensino das Geometrias, em especial a Geometria Espacial, vem se resumindo em meras aplicações de fórmulas, ou seja, sem contextualização e, ao mesmo tempo, desvinculada

com as demais áreas do conhecimento Matemático e das Ciências, que muitas vezes embasam suas teorias com os Cálculos Matemáticos.

Os (PCN) destacam que a Geometria deve proporcionar aos alunos a leitura e a interpretação do espaço, principalmente, o que está à sua volta, apresentando algumas competências e habilidades a serem desenvolvidas, como: ampliação da capacidade de abstração do aluno, mobilização de habilidades de visualização espacial. Além disso, deve perceber o espaço ocupado pelo próprio corpo e por diferentes objetos, demonstrando noções de relações espaciais (BRASIL, 2000).

Neste sentido, as manipulações de figuras/objetos dinâmicos, oferecida pelo GeoGebra 3D, introduzem um novo tratamento para o registro “desenho” pois, o conjunto de “desenhos em movimento” substitui o desenho particular e estático presente nos livros didáticos e que muito contribui à formação de imagens mentais inadequadas (BARSOI, 2017).

As habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que assim seja possível o uso pelo aluno das formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca (BRASIL, 2000, p. 44).

Conforme Gravina (2001), os ambientes de geometria dinâmica contribuem para o desenvolvimento da argumentação, visando a elaboração de uma demonstração em Geometria, por alunos da Licenciatura em Matemática.

Portanto, a Geometria Espacial estuda as figuras no espaço que possuem três dimensões, isto é, altura, largura e comprimento.

## **2.4 As Pirâmides**

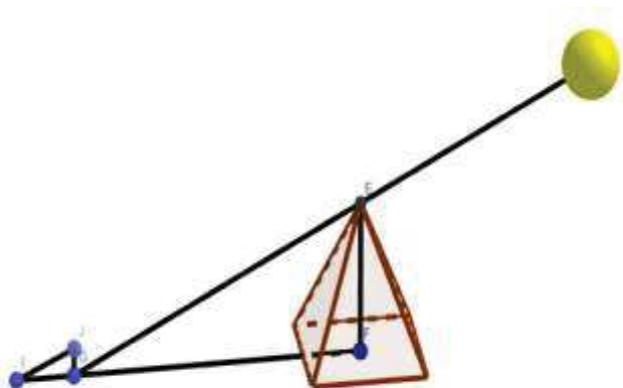
Até os dias atuais não foram encontrados registros pictóricos ou textuais que expliquem como as pirâmides do Egito, foram planejadas e construídas, mas sabe-se que a palavra pirâmide formou-se a partir do grego "pyra" (que quer dizer fogo, luz e símbolo) e "midos" (que significa medidas). As pirâmides são estruturas monumentais construídas em pedra, que possuem uma base retangular e quatro faces triangulares que convergem para um vértice (PEREIRA, 2013).

Para LUCHETTA (2008), o estudo detalhado dos monumentos e o conhecimento crescente dos meios disponíveis na época tornaram possível determinar muitos detalhes construtivos, entretanto, várias questões continuam sem solução. Por

exemplo, a medição da altura de uma pirâmide baseava-se em cálculos, dos quais se tem duas versões.

Primeiramente, Hicrônimos, discípulo de Aristóteles, disse que Tales mediu o comprimento da sombra da pirâmide no momento em que nossas sombras são iguais a nossa altura, assim medindo a altura da pirâmide, enquanto na segunda versão (Figura 06), Plutarco disse que fincando uma reta vertical no extremo da sombra projetada pela pirâmide, construímos a sombra projetada da reta, formando no solo dois triângulos semelhantes (LUCHETTA, 2008).

Figura 06: Versão de Plutarco



Fonte: Construção nossa, 2018.

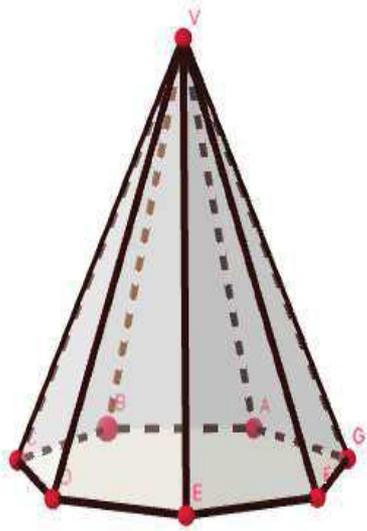
É válido destacar que para compreender este relato, é necessário o conhecimento das propriedades e conceitos que envolvem triângulos semelhantes. Com base nas ideias de Luchetta (2008), observando-se a Figura 06, a reta colocada no extremo G da sombra da pirâmide forma, com sua sombra, o triângulo JGI que é semelhante ao triângulo EFG. Ou seja,

$$\frac{EF}{FG} = \frac{JG}{GI}, \text{ onde } EF = \frac{JG * EF}{GI}$$

Por fim medindo ambas as sombras e a altura da reta, pode determinar a altura da Pirâmide.

Agora, definindo matematicamente, uma Pirâmide é a reunião de todos os segmentos que têm uma extremidade em um ponto V e a outra num ponto qualquer de um polígono (DOLCE, 2005). O quadro a seguir apresenta os elementos principais de uma pirâmide e sua representação em 3D.

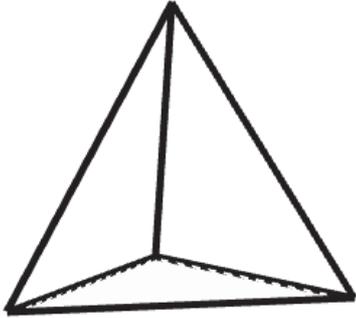
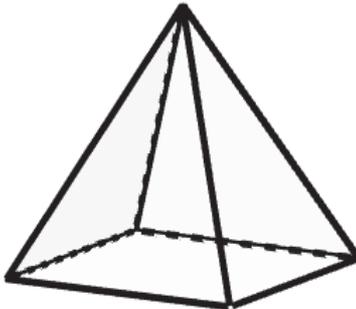
Quadro 1. Elementos de uma Pirâmide

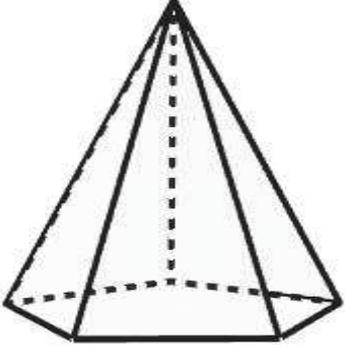
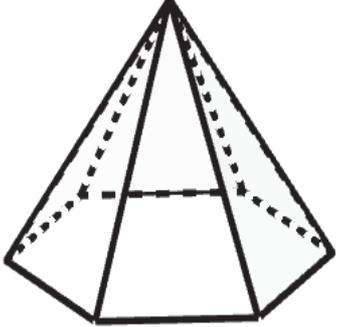
Elementos de uma Pirâmide	Pirâmide
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Vértice:</b> o ponto mais distante da base da pirâmide e que une todas as faces laterais triangulares, ponto V;</li> <li>2. <b>Base:</b> polígono regular, classificado quanto aos lados, por exemplo, o hexágono ABCDEG;</li> <li>3. <b>Arestas da base:</b> segmento de reta que liga um vértice ao outro da base da pirâmide;</li> <li>4. <b>Arestas laterais:</b> segmentos de reta que ligam cada vértice da base ao ponto V;</li> <li>5. <b>Faces laterais:</b> são os polígonos que tem em seus lados. Ex: AVB, BVC, etc;</li> <li>6. <b>Altura:</b> Distância do vértice da pirâmide a sua base.</li> </ol>	

Fonte: Construção nossa, 2018.

Também é importante destacar que as pirâmides podem ser classificadas conforme a base (Quadro 2) e o número arestas que possui (Quadro 3), a seguir.

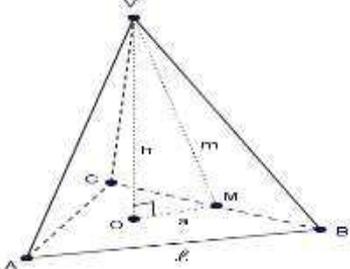
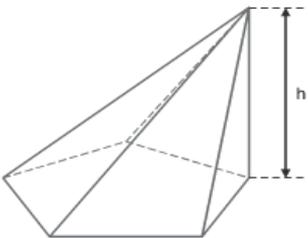
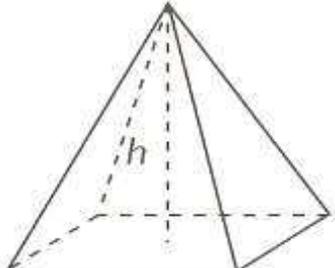
Quadro 2: Tipos de Pirâmides

Tipos de Pirâmides	Representação
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <b>Pirâmide Triangular:</b> sua base é um triângulo, é composta de quatro faces: três faces laterais e a face da base.</li> </ol>	
<ol style="list-style-type: none"> <li>2. <b>Pirâmide Quadrangular:</b> sua base é um quadrado, composta de cinco faces: quatro faces laterais e a face da base.</li> </ol>	

<p>3. <b>Pirâmide Pentagonal:</b> sua base é um pentágono, composta de seis faces: cinco faces laterais e a face da base.</p>	
<p>4. <b>Pirâmide Hexagonal:</b> sua base é um hexágono, composta de sete faces: seis faces laterais e face da base.</p>	

Fonte: Construção nossa, 2018.

Quadro 3: Classificação das pirâmides

Classificação	Pirâmide
<p><b>Pirâmide reta:</b> a projeção de seu vértice coincide com o ponto que tem a mesma distância dos vértices do polígono da base (o centro geométrico do polígono).</p>	
<p><b>Pirâmide oblíqua:</b> a projeção do vértice não coincide com o centro da base.</p>	
<p><b>Pirâmide regular:</b> é uma pirâmide reta e sua base é um polígono regular.</p>	

Fonte: Construção nossa, 2018.

Para calcular a área total de uma pirâmide, basta somar a área lateral com a área da base. Matematicamente, temos o seguinte:  $A_T = A_L + A_B$ , onde:

- Área lateral ( $A_L$ ): reunião das áreas das faces laterais;
- Área da base ( $A_B$ ): área do polígono convexo (base da pirâmide);
- Área total ( $A_T$ ): união da área lateral com a área da base.

De acordo com Dolce e Pompeo (2005) o volume de uma pirâmide qualquer pode ser obtido da seguinte forma. Seja  $B$  a área da base e  $h$  a medida da altura de uma pirâmide qualquer. Esta pirâmide é a soma de  $n - 2$  Tetraedros.

$$\begin{aligned} V &= V_{T_1} + V_{T_2} + \dots + V_{T_{n-2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow V &= \frac{1}{3}B_1h + \frac{1}{3}B_2h + \dots + \frac{1}{3}B_{n-2}h \Rightarrow \\ \Rightarrow V &= \frac{1}{3}(B_1 + B_2 + \dots + B_{n-2})h \Rightarrow \\ \Rightarrow V &= \frac{1}{3}B \cdot h \end{aligned}$$

Logo, volume de uma pirâmide é um terço do produto da área da base pela medida da altura, ou seja,  $V = \frac{1}{3}B \cdot h$ .

### 3. METODOLOGIA

Esta pesquisa se enquadra nos termos de uma abordagem qualitativa, já que o objetivo dela é investigar o ensino e aprendizagem da Geometria Espacial, descrevendo os desafios e possibilidades ao uso de softwares matemáticos educacionais no ensino e aprendizagem das pirâmides, além de realizar o registro dos dados de forma fotográfica. Os sujeitos participantes da pesquisa são Alunos do 2º ano A da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Manoel Alves Campos (EMAC), localizada na cidade do Congo – PB.

Os critérios para escolha da turma foi devido ao conteúdo de Pirâmides está sendo trabalho no 2º ano, justamente no momento em que o pesquisador está realizando a intervenção da disciplina de Estágio Supervisionado III naquela escola. O processo de consentimento foi realizado pela direção da Escola e pelo professor da turma, visto que o pesquisador estava no momento de Estágio de Intervenção.

A pesquisa qualitativa é menos formal do que a análise quantitativa, dependendo de muitos fatores, como a extensão da amostra, os instrumentos de pesquisa e os pressupostos teóricos que nortearam a investigação, sendo assim definida como uma sequência de atividades, que envolve a redução dos dados, a categorização desses dados, sua interpretação e a redação do relatório (GIL, 2002, p. 89).

A coleta de dados foi feita através de observação participante, que é caracterizada por observação e registros de forma direta do fato em estudo, onde o pesquisador participa do fato ou fenômeno em estudo (LAKATOS; MARCONI, 2010). O registro dos dados foi feito através de atividades propostas em sala, tanto no computador quanto no papel.

#### 3.1 Etapas da Pesquisa

Quadro 4. Etapas, atividades e materiais que foram desenvolvidos e utilizados.

<b>Etapa</b>	<b>Atividades</b>	<b>Materiais/Métodos</b>
1	Realização de levantamentos bibliográficos acerca do ensino da geometria espacial, especificamente pirâmides.	Bibliotecas, Periódicos, Livros, Internet.
2	Construção de sequências didáticas sem e com utilização do software educacional, GeoGebra.	Livros, Artigos. Elaboração de planos de aula.
3	Realizar intervenção em uma turma do 2º ano do Ensino Médio.	Sequências didáticas e softwares matemáticos educacionais.

4	Descrever as intervenções realizadas e as constatações identificadas.	Registros dos alunos no computador e papel. Tratamento dos dados.
---	---	---

Fonte: Construção nossa, 2018.

### 3.2 AS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS CONSTRUÍDAS

As sequências didáticas a seguir visam o trabalho com a Geometria Espacial, especificamente o caso das pirâmides, em uma turma do 2º ano do Ensino Médio, buscando o aperfeiçoamento da capacidade de visualização dos alunos e uma melhor compreensão dos conceitos de áreas e volumes com suas respectivas aplicações.

#### 3.2.1 1ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A primeira sequência didática visa o trabalho com a Geometria Espacial, especificamente as pirâmides, cujos planos de aula se encontram no Apêndice A.

##### 3.2.1.1 Informações Gerais

Quadro 5: Informações Gerais

<b>INFORMAÇÕES GERAIS SOBRE A SEQUÊNCIA DIDÁTICA DE MATEMÁTICA</b>	
<b>Modalidade de ensino e ano de escolaridade</b>	Ensino Médio- 2º ano
<b>Número de alunos</b>	17
<b>Número de aulas da sequência didática</b>	5
<b>Bloco de conteúdo</b>	Geometria Espacial
<b>Tema</b>	A Pirâmide e suas características
<b>Objetivo Geral</b>	Utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas em Geometria Espacial. Investigar as propriedades das Pirâmides e sua área e volume.

Fonte: Construção nossa, 2018.

### 3.2.1.2 Aula 1

Quadro 6: Aula 1

<b>AULA 1</b>		
<p><b>OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM (OBJETIVOS ESPECÍFICOS, DESAFIOS E POSSIBILIDADES, EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM):</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Discutir sobre a presença da geometria espacial em nosso dia-a-dia;</li> <li>● Identificar a presença da pirâmide como parte integrante da construção da arte, ciência e da história;</li> <li>● Identificar a pirâmide no cotidiano;</li> <li>● Compreender algumas características da pirâmide, como: faces, arestas e vértices.</li> </ul>		
<p><b>CONTEÚDOS - ASSUNTOS QUE SERÃO ABORDADOS AO LONGO DA AULA:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● A geometria espacial no cotidiano;</li> <li>● Propriedades do sólido pirâmide;</li> <li>● Arestas, vértices e faces.</li> </ul>		
<p><b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS (ETAPAS DA AULA):</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Mostrar por meio de imagens monumentos que tenham semelhança com o sólido geométrico que estudaremos ao longo das 3 aulas;</li> <li>● Pedir aos alunos que citem outras figuras que tenham semelhança.</li> <li>● Representação, Elementos das Pirâmides e Nomenclatura.</li> </ul>	<p><b>RECURSOS NECESSÁRIOS:</b></p> <p>*Apresentação por meio de slides, utilizando fotos de objetos com forma semelhante a pirâmides;</p> <p>*Imagem impressa do sólido geométrico;</p> <p>*Material didático fornecido pela escola, como livro, Datashow e material concreto.</p>	<p><b>TEMPO ESTIMADO DA AULA:</b></p> <p>45 minutos</p>

Fonte: Construções nossas, 2018.

### 3.2.1.3 Aula 2

Quadro 7: Aula 2

<b>AULA 2</b>
<p><b>OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM (OBJETIVOS ESPECÍFICOS, DESAFIOS E POSSIBILIDADES, EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM):</b></p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analisar os elementos constituintes das pirâmides, identificando os tipos existentes;</li> <li>• Trabalhar o cálculo de áreas e volumes de pirâmides com aplicações práticas no cotidiano.</li> </ul>		
<p><b>CONTEÚDOS - ASSUNTOS QUE SERÃO ABORDADOS AO LONGO DA AULA:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Princípio de Cavalieri;</li> <li>• Cálculo de áreas e volumes de Pirâmides.</li> </ul>		
<p><b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS (ETAPAS DA AULA):</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Apresentar problemas envolvendo a medida da área total e/ou lateral de uma pirâmide.</li> <li>• Trabalhar área e volume de uma pirâmide com resolução de situações problemas práticas;</li> </ul>	<p><b>RECURSOS NECESSÁRIOS:</b></p> <p>*Livro didático, quadro e caneta, folhas com o conteúdo impresso;</p> <p>* Utilização de sólidos geométricos em acrílico, disponíveis no laboratório da escola, especificamente, pirâmides.</p>	<p><b>TEMPO ESTIMADO DA AULA:</b></p> <p>90 minutos</p>

Fonte: Construções nossas, 2018.

### 3.2.1.4 Aula 3

Quadro 8: Aula 3

<p><b>AULA 3</b></p>
<p><b>OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM (OBJETIVOS ESPECÍFICOS, DESAFIOS E POSSIBILIDADES, EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM):</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabalhar com situações problemas práticas através da resolução de problemas;</li> <li>• Investigar os conhecimentos construídos nas aulas anteriores, sanando as dificuldades ainda existentes.</li> </ul>
<p><b>CONTEÚDOS - ASSUNTOS QUE SERÃO ABORDADOS AO LONGO DA AULA:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cálculo de áreas e volume de pirâmides.</li> </ul>

<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS (ETAPAS DA AULA):</b>	<b>RECURSOS NECESSÁRIOS:</b>	<b>TEMPO ESTIMADO DA AULA:</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dividir a turma em grupos;</li> <li>• Entregar uma lista com três problemas por grupo, contendo situações-problemas que envolvam a geometria espacial, especificamente as pirâmides;</li> <li>• Identificar os possíveis desafios e dificuldades encontrados na compreensão dos conceitos.</li> </ul>	*Atividade impressa.	90 minutos.

Fonte: Construções nossas, 2018.

### 3.2. 2 2ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A segunda sequência didática visa o trabalho com a Geometria Espacial, especificamente, as pirâmides, com o auxílio de softwares matemáticos, no caso, o GeoGebra 3D 5.0, cujos planos de aula se encontram no Apêndice B.

#### 3.2.2.1 Informações Gerais

Quadro 9: Informações Gerais

<b>INFORMAÇÕES GERAIS SOBRE A SEQUÊNCIA DIDÁTICA DE MATEMÁTICA</b>	
<b>Modalidade de ensino e ano de escolaridade</b>	Ensino Médio- 2º ano
<b>Número de alunos</b>	17
<b>Número de aulas da sequência didática</b>	5
<b>Bloco de conteúdo</b>	Geometria Espacial
<b>Tema</b>	O uso do Software GeoGebra 3D no estudo de Pirâmides

<b>Objetivo Geral</b>	Utilizar o software geométrico GeoGebra 3D e Investigar o cálculo de área e volume da figura geométrica trabalhada.
-----------------------	---

Fonte: Construções nossas, 2018.

### 3.2.2.2 Aula 1

Quadro 10: Aula 1

<b>AULA 1</b>		
<b>OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM (OBJETIVOS ESPECÍFICOS, DESAFIOS E POSSIBILIDADES, EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM):</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Discutir e compreender algumas características da pirâmide, como: faces, arestas e vértices utilizando o Software GeoGebra 3D 5.0</li> </ul>		
<b>CONTEÚDOS - ASSUNTOS QUE SERÃO ABORDADOS AO LONGO DA AULA:</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>● A geometria espacial no cotidiano;</li> <li>● Propriedades do sólido pirâmide;</li> <li>● Arestas, vértices e faces.</li> </ul>		
<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS (ETAPAS DA AULA):</b>	<b>RECURSOS NECESSÁRIOS:</b>	<b>TEMPO ESTIMADO DA AULA:</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Dividir a turma em duplas;</li> <li>● Utilizar o software GeoGebra 3D disponível em computadores do laboratório de informática;</li> <li>● Conhecer a funcionalidade do software, caixa de ferramentas e menus e construir uma pirâmide.</li> <li>● Representação da Pirâmide em 3D, evidenciando os seus elementos e nomenclatura.</li> </ul>	*Laboratório de Informática; * Datashow; *Quadro e pincel.	45 minutos

Fonte: Construções nossas, 2018.

### 3.2.2.3 Aula 2

Quadro 11: Aula 2

<b>AULA 2</b>
<b>OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM (OBJETIVOS ESPECÍFICOS, DESAFIOS E POSSIBILIDADES, EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM):</b>

<ul style="list-style-type: none"> <li>● Identificar os tipos de pirâmides existentes, utilizando o Software GeoGebra 3D 5.0.;</li> <li>● Trabalhar o cálculo de áreas e volumes de pirâmides com aplicações práticas no cotidiano utilizando o Software GeoGebra 3D 5.0.</li> </ul>		
<b>CONTEÚDOS - ASSUNTOS QUE SERÃO ABORDADOS AO LONGO DA AULA:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Princípio de Cavalieri;</li> <li>● Cálculo de áreas e volumes de pirâmides.</li> </ul>		
<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS (ETAPAS DA AULA):</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Trabalhar área e volume de uma pirâmide;</li> <li>● Propor a resolução de situações-problemas envolvendo áreas e volumes de pirâmides;</li> <li>● Resolver as situações-problemas propostas utilizando o GeoGebra 3D e em seguida no quadro.</li> </ul>	<b>RECURSOS NECESSÁRIOS:</b> *Laboratório de Informática; * Datashow; *Quadro e pincel.	<b>TEMPO ESTIMADO DA AULA:</b> 90 minutos.

Fonte: Construções nossas, 2018.

### 3.2.2.4 Aula 3

Quadro 12: Aula 3

<b>AULA 3</b>
<b>OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM (OBJETIVOS ESPECÍFICOS, DESAFIOS E POSSIBILIDADES, EXPECTATIVAS DE APRENDIZAGEM):</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Trabalhar com situações problemas práticas através da resolução de problemas utilizando o GeoGebra 3D 5.0;</li> <li>● Investigar os conhecimentos construídos nas aulas anteriores, sanando as dificuldades ainda existentes.</li> </ul>
<b>CONTEÚDOS - ASSUNTOS QUE SERÃO ABORDADOS AO LONGO DA AULA:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>● Cálculo de áreas e volume de pirâmides.</li> </ul>

<b>PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS (ETAPAS DA AULA:</b>	<b>RECURSOS NECESSÁRIOS:</b>	<b>TEMPO ESTIMADO DA AULA:</b>
<ul style="list-style-type: none"><li>● Dividir a turma em duplas;</li><li>● Entregar uma lista com três problemas por grupo, contendo situações-problemas que envolvam a geometria espacial, especificamente as pirâmides; Usando o Software GeoGebra 3D 5.0;</li><li>● Identificar os possíveis desafios e dificuldades encontrados na aprendizagem.</li></ul>	*Atividade impressa;  *Uso do laboratório de informática.	90 minutos

Fonte: Construções nossas, 2018.

#### 4. A INTERVENÇÃO NA SALA DE AULA

A seguir serão descritas as intervenções realizadas entre os dias 5 e 13 de novembro de 2018, na turma do 2º ano A da Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio Manoel Alves Campos (EMAC), localizada na cidade do Congo, PB, as quais serão separadas em dois episódios, onde no Episódio 1 serão descritas as ações desenvolvidas na intervenção sem o uso de softwares matemáticos educacionais, enquanto no Episódio 2 serão com o uso do software GeoGebra 3D 5.0.

##### 5.1 EPISÓDIO 1

A primeira intervenção ocorreu no dia 05 e 06 de novembro de 2018, em uma turma com 17 alunos do período matutino do 2º A. Inicialmente, realizou-se uma contextualização histórica sobre a Geometria Espacial com o auxílio de slides, e a posteriori apresentou-se algumas imagens de sólidos geométricos e se questionou os alunos sobre quais daqueles sólidos eles conheciam e qual deles achavam que seria uma Pirâmide, além de indagá-los se conheciam algum objeto ou monumento semelhante visto no cotidiano.

Ao serem questionados, identificaram os sólidos que já tinham visto em aulas anteriores, como cubos e prismas, mas as Pirâmides não identificaram de início, só após a apresentação de imagens das Pirâmides do Egito. Momento este, em que uma aluna, afirmou que já tinha visto no cemitério, um mausoléu (monumento funerário) que tem forma semelhante à de uma Pirâmide, outro complementou que algumas tocas de índios também eram construídas com o formato do mesmo sólido. Também foram apresentadas fotos de monumentos com forma semelhante à de uma Pirâmide, localizados em algumas cidades do Brasil, como São Paulo e Brasília, além de apresentar fotos da Igreja Católica Santa Ana (Figura 07), localizada na própria cidade onde foi realizada a intervenção, Congo, PB.

Figura 07: Igreja Santa Ana



Fonte: Autores, 2018.

É importante destacar a visão de Castro (2016), o qual aponta, que as Tecnologias Digitais estão atropelando o modo de ministração das aulas, pois mesmo nos dias atuais, uma grande maioria dos professores prefere a forma sequencial, com uso de lousa, giz, lápis e papel).

Continuando a aula, na sequência ao projetar fotos das pirâmides do Egito e discutir sobre sua história, um dos alunos perguntou “por que esse nome de pirâmides?”. Daí, o pesquisador explicou que a palavra pirâmide formou-se a partir do grego "pyra" (que quer dizer fogo, luz e símbolo) e "midos" (que significa medidas).

Figura 08: Pirâmides do Egito



Fonte: [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/c6/All\\_Gizah\\_Pyramids-3.jpg/1200px-All\\_Gizah\\_Pyramids-3.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/c6/All_Gizah_Pyramids-3.jpg/1200px-All_Gizah_Pyramids-3.jpg)

Em seguida, se definiu as Pirâmides e a sua classificação, além de questionar aos alunos sobre quais seriam seus elementos. Neste instante, um aluno se manifestou e dizendo que uma Pirâmide é formada por faces, arestas e não recordava qual era o terceiro elemento, estendendo o questionamento aos demais sobre qual seria o outro elemento da pirâmide, sendo que outro aluno respondeu que seria o ponto, o qual é chamado de vértice da Pirâmide. Assim, ficaram definidos os seus elementos: a base, arestas da base e lateral, faces da base e lateral, vértices, altura e apótema, sendo importante destacar que os alunos conseguiram identificar apenas as faces e arestas inicialmente.

De acordo com Santos (2009), os indivíduos buscam soluções gerais que possam resolver todos os problemas com origem semelhante, refletindo sobre as representações visualizadas e desenvolvendo habilidades espaciais, criando modelos simbólicos do espaço ou ilustrações mentais, construindo assim seu próprio conhecimento e solucionando problemas do seu cotidiano.

Foi perceptível que a maior dificuldade dos alunos ocorreu justamente na classificação das pirâmides e também na compreensão do apótema da Pirâmide e apótema da base. Posteriormente, houve uma exemplificação na lousa de um problema envolvendo o cálculo de áreas, a saber: área da base, área lateral e área total de uma pirâmide, no qual os alunos não apresentaram dificuldades.

Na sequência, foi apresentado um vídeo sobre o princípio de Cavalieri e outro vídeo que continha um enigma para desvendar e compreender o funcionamento do princípio de Cavalieri e o cálculo de volumes. Neste momento, a turma estava bem focada e interessada em desvendar o mistério (Figura 09), oportunidade essa para a definição de volume de uma pirâmide.

Figura 09: Momento de apresentação dos vídeos.



Fonte: Construções nossas, 2018.

Aos discutir os conceitos indispensáveis à compreensão e cálculo de volumes, trabalhando com uma situação problema, visando o cálculo de volumes, que dizia o seguinte: “Calcule a área e o volume de uma pirâmide quadrangular que tem medida da aresta da base 3 cm e altura 4 cm”. Notava-se que a maioria dos alunos estava com certa dificuldade, pois não conseguiam identificar e utilizar as fórmulas adequadas a resolução do problema proposto, ou seja, estavam com dificuldades no momento de extração dos dados do problema.

Então, trabalhou-se com a turma a interpretação do problema, coletando-se os dados e efetuando as devidas operações necessárias ao cálculo do volume. Em seguida, propôs-se a resolução de dois problemas, os quais são: Problema 1: “O formato da torre da Igreja do Congo é de uma pirâmide quadrangular, onde cada aresta da base mede 2m e sua altura mede 3m. Calcule o valor de sua área. Em seguida, calcule o seu volume;

Problema 2: Redimensione a aresta e altura da torre da Igreja e calcule sua área e volume”.

Para a resolução destes problemas propostos, a turma foi dividida em duplas. Durante um tempo os alunos tentaram resolver os problemas, começando a levantar questionamentos sobre quais fórmulas usar, por onde começar, momento esse em que um dos alunos falou que resolveria diretamente se lembrasse das fórmulas da aula anterior, enquanto outro disse que resolveria por Pitágoras. A discussão foi fluída, ocorrendo o envolvimento de todos, até que aos poucos as fórmulas foram surgindo, culminando na resolução dos problemas. Ao finalizarem os cálculos, um representante de cada dupla foi até a lousa descrever a forma como resolveram os problemas. A seguir estão expostas algumas resoluções feitas no caderno (Figura 10 e 11) referente ao problema 1.

Figura 10: Resolução 1, Problema 1.

$A = 3 \cdot 3 = 9$   
 $9 + x^2 = 12^2$   
 $x = 3.6$   
 $A_l = 4 \cdot (3 \cdot 3.6)$   
 $A_l = 43.2$   
 $A = 25.28$

Fonte: Construções nossas, 2018.

Figura 11: Resolução 2, Problema 1.

$1 - A = 3 \cdot 3 = 9$   
 $9 + x^2 = 12^2$   
 $x = 3.6$   
 $A_l = 4 \cdot (3 \cdot 3.6)$   
 $A_l = 43.2$   
 $A = 25.28$

Fonte: Construções nossas, 2018.

Identificou-se que a maior dificuldade dos alunos foi no cálculo de áreas, além de se fazer notória a dificuldade na interpretação do problema, sendo muito complicado conseguirem perceber o que o problema dispõe de dados para a sua resolução e o que necessitam encontrar.

Na resolução 1, a dupla utilizou as informações corretas, calculando primeiro a área da base, que é dada por comprimento vezes largura. Em seguida, aplicou o Teorema de Pitágoras e determinou a medida do apótema da pirâmide, dado não necessário ao cálculo da área lateral quando se conhece a medida da altura. Continuando o processo, efetuaram o cálculo da área lateral de forma incorreta, pois foi realizada apenas a multiplicação por quatro entre as medidas do apótema e aresta da base, procedimento utilizado no cálculo de área de faces quadrangulares, sendo que as faces laterais da pirâmide são triangulares. Em seguida, a dupla finalizou o cálculo

encontrando a área total da pirâmide, que é a soma da área da base com a área lateral, que é de  $29,28 \text{ m}^2$ , mas com o dado da área lateral incorreto.

Na resolução 2, o procedimento foi semelhante, diferenciando apenas no cálculo da área lateral, pois a dupla multiplicou por quatro as medidas da aresta da base e apótema da pirâmide e dividiu por dois para encontrar a área lateral, chegando ao resultado final indesejado, culminando no resultado incorreto da área total da torre da igreja, pois ao invés de utilizar a medida do apótema devia ser utilizado a altura da pirâmide. Posteriormente, ambas as duplas realizaram o cálculo do volume da torre da igreja, como visto nas resoluções 1 e 2, e as realizaram de forma correta, chegando ao mesmo resultado de  $4 \text{ m}^3$  de volume.

Na sequência partiu-se para a resolução do Problema 2, que tratava do redimensionamento das arestas da torre da igreja e o cálculo de sua área total e volume, cujas resoluções estão descritas nas Figuras 12 e 13, abaixo.

Figura 12: Resolução 1, Problema 2.

Handwritten mathematical work for Figure 12. The text is partially obscured but shows calculations for a pyramid's area and volume. The visible parts include:

$$A_1 = 6 \cdot 6 = 36$$

$$A_2 = 4 \cdot 6 \cdot 8 = 192$$

$$A_t = 36 + 192 = 228$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 8 = 96$$

Fonte: Construções nossas, 2018.

Figura 13: Resolução 2, Problema 2.

Handwritten mathematical work for Figure 13. The text shows calculations for a pyramid's area and volume. The visible parts include:

$$A_1 = 6^2 = 36$$

$$A_2 = 4 \cdot 6 \cdot 5 = 120$$

$$A_t = 36 + 120 = 156$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 5 = 60$$

Fonte: Construções nossas, 2018.

Na Resolução 1, do problema 2, a dupla redimensionou a aresta da base e a altura para 6 cm e 8 cm, respectivamente. O procedimento de cálculo foi semelhante ao do Problema 1, ocorrendo de forma correta o cálculo da área da base e volume, mas com problemas no cálculo da área lateral e total, pois a dupla incorreu no mesmo erro da resolução do problema 1, visto que não tinha de forma esclarecida os conceitos de faces de uma pirâmide, área lateral e área total. Com relação ao volume não houve dificuldades.

Já na Resolução 2, do problema 2, a dupla redimensionou a aresta da base para 5 cm. Desenvolveu o cálculo da área da base de forma correta e na área lateral multiplicou por quatro as medidas da aresta da base e apótema da pirâmide e dividiu por dois, o

resultado, encontrando a área lateral, chegando ao resultado final indesejado, pois devia ser utilizada a medida da altura da pirâmide e não do apótema da base.

Santos (2009) afirma que a maior dificuldade dos alunos é a interpretação do problema, visto que consideraram as faces da pirâmide como sendo quadrangulares e não triangulares, acarretando no cálculo da área lateral e total de forma incorreta, resultado este confirmado em nossa pesquisa.

Verifica-se que os sujeitos participantes da pesquisa não possuem conhecimentos suficientes sobre os conceitos elementares relativos à geometria espacial, dificultando o entendimento do cálculo de áreas da pirâmide e ocasionando certa confusão na hora de tomada de decisão de qual conceito utilizar, enquanto no cálculo de volumes não existiram problemas, visto que se trabalha com apenas um conceito.

## **5.2 EPISÓDIO2**

A segunda intervenção ocorreu entre os dias 12 e 13 de novembro de 2018, com o mesmo público alvo da primeira intervenção, que são 17 alunos do 2º A. Antes de iniciar a intervenção os alunos foram conduzidos ao laboratório de informática da escola, cujos computadores dispõem do software GeoGebra 3D instalado.

É válido destacar que a introdução da informática na educação do Brasil, ocorreu nos anos 70 e culminou na realização de algumas experiências em universidades brasileiras, através do diálogo entre pesquisadores e educadores que se dedicaram a estudos sobre computadores e educação, procurando a articulação entre pesquisa e ensino (CATANEO, 2011).

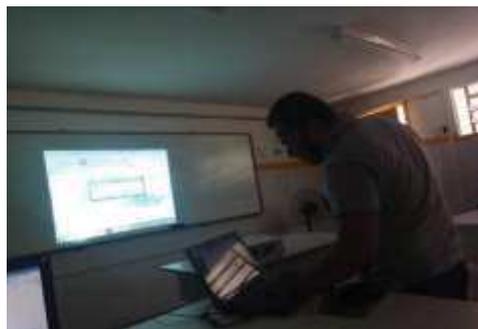
Na 2ª intervenção, inicialmente, apresentou-se uma visão geral da interface do software GeoGebra 3D (Figura 14), com auxílio do data show. Mostrou-se a janela de visualização, a de álgebra e a janela 3D, além de apresentar as ferramentas disponíveis e descrever as funções de cada ferramenta a ser utilizada durante a intervenção, construindo em seguida uma pirâmide (Figura 15), visando à apresentação e definição de uma pirâmide e seus elementos.

Figura 14: Apresentação do software GeoGebra.



Fonte: Construções nossas, 2018.

Figura 15: Construção de uma Pirâmide.

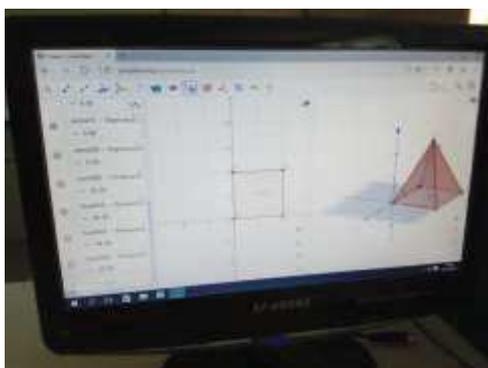


Fonte: Construções nossas, 2018.

Após definir uma pirâmide e apresentar os seus elementos, iniciamos a construção conjunta com os alunos em dupla de diversos tipos de pirâmides. Momento este em que se apresentou a classificação da mesma quanto à base, a saber: quadrangular, pentagonal, octogonal, dentre outras e os tipos existentes: oblíquas e retas. Também se apresentou o apótema da pirâmide, destacando uma relação importante existente entre a altura, o apótema da pirâmide e o apótema da base, necessária muitas vezes quando se quer descobrir a medida da altura ou do apótema, sendo possível através da aplicação do teorema de Pitágoras. Introduzimos conceitos de área da base, lateral e total de uma pirâmide.

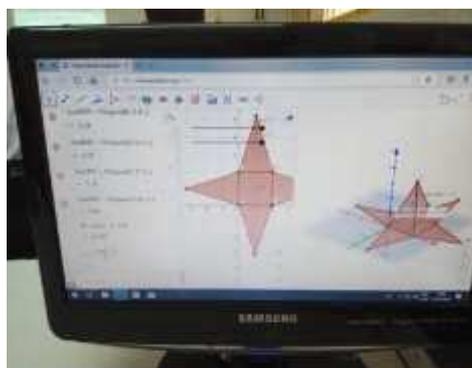
Em seguida propomos aos alunos que formassem duplas para construção de algumas pirâmides (Figura 16) utilizando o Software, identificando o tipo, a classificação e a sua planificação (Figura 17). A execução das ações ocorreu de forma satisfatória, e neste momento um dos alunos percebeu e indagou se as planificações seriam as faces da pirâmide, pois estava visualizando na janela de Álgebra do GeoGebra 3D.

Figura 16: Construção de Pirâmides



Fonte: Construções nossas, 2018.

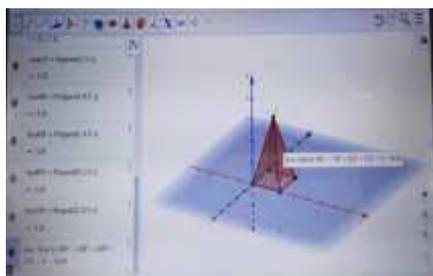
Figura 17: Planificação



Fonte: Construções nossas, 2018.

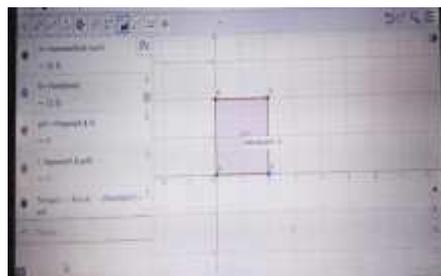
A discussão continuou e cada dupla foi explorando o software, sendo importante registrar que no cálculo da área, algumas duplas calcularam diretamente na janela 3D (Figura 18), encontrando diretamente a área total, enquanto outras duplas perceberam que pela janela 2D (Figura 19), era possível calcular de forma separada a área da base e a área lateral, chegando a conclusão de que para se obter a área total de uma pirâmide bastava apenas somar a área das faces laterais com a área e base.

Figura 18: Janela 3D



Fonte: Construções nossas, 2018.

Figura 19: Janela2D



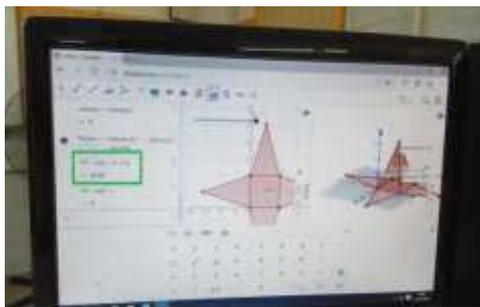
Fonte: Construções nossas, 2018.

Na sequência, antes do trabalho com volumes, mostrou-se o princípio de Cavalieri no GeoGebra 3D, onde um dos alunos se manifestou e disse que tinha entendido que quando dois sólidos distintos têm a mesma área da base e altura, possuem o mesmo volume. Em seguida, trabalhamos com volume de pirâmides, destacando que o volume de uma pirâmide é um terço da área da base.

Com a turma ainda dividida em duplas, propondo a resolução de dois problemas: Problema 1: “O formato da torre da Igreja do Congo é de uma pirâmide quadrangular, onde cada aresta da base mede 2m e sua altura mede 3m. Calcule o valor de sua área. Em seguida, calcule o seu volume; Problema 2: Redimensione a aresta e altura da torre da Igreja e calcule sua área e volume”. É importante destacar que foi solicitado aos alunos a construção das pirâmides para em seguida resolver o problema.

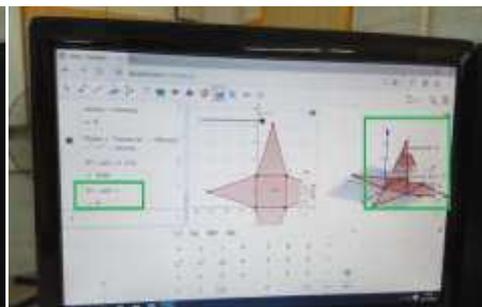
Após alguns minutos um dos alunos se manifestou e mostrou a sua construção, com o cálculo da área total (Figura 20) e volume (Figura 21) prontos, solucionando assim o problema 1.

Figura 20: Cálculo da área total



Fonte: Construções nossas, 2018.

Figura 21: Cálculo de volumes



Fonte: Construções nossas, 2018.

Sampaio (2015) destaca que uso do *software* GeoGebra 3D como instrumento de introdução de conceitos, auxiliando o aluno na compreensão, revelando a potencialidade das tecnologias para o desenvolvimento da habilidade visual. Esse resultado foi perceptível na intervenção, pois observamos que cada dupla construiu sua respectiva pirâmide de base quadrada, com aresta e altura de 2 metros e 3 metros, respectivamente, realizando experimentações e estabelecendo conclusões.

Após todas as duplas resolverem o problema 1, partiu-se ao problema 2, onde cada dupla redimensionou a aresta da base e a altura da torre, construindo a torre que tem formato de pirâmide de base quadrada e calculando sua área total e volume. As construções foram surgindo e cada dupla foi solucionando o problema (Figuras 22, 23 e 24).

Figura 22: Construção 1

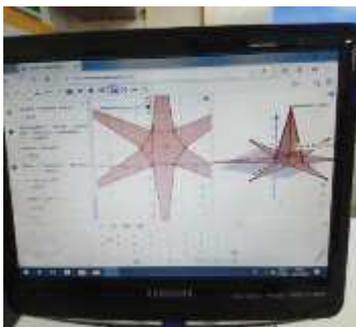


Figura 23: Construção 2

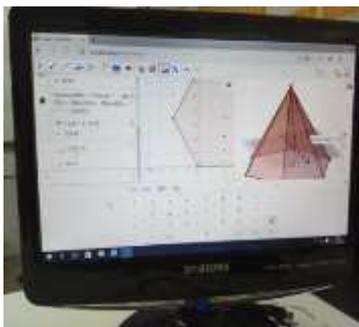
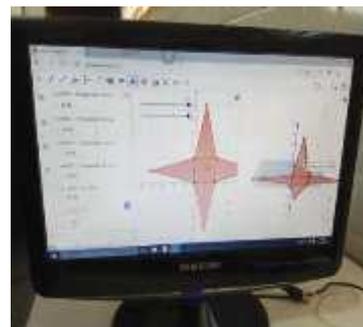


Figura 24: Construção 3



Fonte: Construções nossas, 2018.

Fonte: Construções nossas, 2018.

Fonte: Construções nossas, 2018.

Mas é válido destacar que na resolução do problema 2, ao realizar a construção da pirâmide os alunos tiveram dificuldades, pois não sabiam que tipo de pirâmide deviam construir, se de base quadrangular ou não. Sabe-se que o problema proposto era igual para todos, entretanto, alguns conseguiram chegar ao resultado esperado de forma mais rápida e sucinta e começaram a explorar outras ferramentas do GeoGebra, por

curiosidade, enquanto outros apresentavam um pouco mais de dificuldade na construção e no cálculo das áreas e volume, mas começaram a se familiarizar com a ferramenta e os foram sendo alcançados.

É válido destacar que poucos professores e alunos utilizam o laboratório de informática de forma eficiente. Na maioria das vezes utilizam apenas para a realização de suas atividades pessoais, como: visualização de e-mails, notícias, consultas e preparação de materiais pedagógicos. Já a utilização de softwares em sala de aula muda o cenário positivamente, pois seu uso está sendo feito aliado à aprendizagem matemática (BETINI E FONSECA, 2014).

Fica evidente que a introdução do software nas aulas sobre Pirâmides teve repercussão positiva, despertando o interesse dos alunos e uma compreensão melhor dos conceitos apresentados, resultando em uma aprendizagem diferenciada, que supera as dificuldades apresentadas e amplia as possibilidades de aprendizagem.

### **5.3 CONSTATAÇÕES**

Percebe-se que no Episódio 1 foi apresentada uma aula, que tem como característica, o uso de quadro, lápis, livro didático, e utilização do data show como auxílio para facilitar a visualização dos conceitos. Neste cenário, o alunado apresenta muitas dificuldades, aparecendo entraves no que diz respeito ao entendimento e uso de conceitos e fórmulas, pois os mesmos não a compreendem e não interiorizam as facetas do conteúdo.

Verificamos também que mesmo após a explicação detalhada do professor, as dúvidas continuaram, não avançando para serem sanadas, dificultando a interação com a turma, pois grande parte do alunado sempre apresentava dúvidas, enquanto outros se encontravam bastante desatentos, acredito que propiciada pela falta de interesse, pois a aula não os despertava, ocasionando a não familiarização com o conteúdo.

Também é válido salientar que como afirma Santos (2009), ainda há uma hierarquia na aprendizagem da Geometria, especificamente a Geometria Espacial, pois seu ensino se inicia pela definição de conceitos, visualização, tornando-a perceptiva, para em seguida a representar, desenvolvendo habilidades matemáticas.

No Episódio 2, percebe-se a execução de uma didática que foge do comum, pois as aulas acontecem no laboratório de informática da escola, fazendo uso das tecnologias digitais, através do uso do software GeoGebra 3D, instalado nos computadores do laboratório. Neste novo cenário de aprendizagem, é perceptível à vontade dos alunos em

explorar as ferramentas disponíveis no software, visto que estão familiarizados com o uso de tecnologias no seu cotidiano, o que contribui com a compreensão dos conceitos envolvendo as Pirâmides.

Conforme afirma Sampaio (2015), uma das maiores dificuldades dos alunos está relacionada à visualização, sendo confirmada nos dados que coletamos, pois ficou evidente a dificuldade dos alunos na interpretação dos problemas propostos, não conseguindo estabelecer uma relação entre o enunciado e os conceitos vistos, sendo que no momento do uso do software GeoGebra 3D estas dificuldades foram sanadas mais facilmente, pois rapidamente os alunos começaram a se familiarizaram com os comandos e começaram a realizar descobertas, culminando na obtenção de resultados satisfatórios, onde a interação fluiu e o interesse dos alunos pelo conteúdo tornou-se claramente visível, sendo as atividades executadas de forma dinâmica, participativa e, conseqüentemente mais produtiva.

Neste sentido, as tecnologias digitais vem como auxílio e suporte, pois os jovens de hoje vivem conectados ao mundo tecnológico e estão interessados em novidades tecnológicas, que possibilitem a realização de novas descobertas. E o software GeoGebra 3D, vem dar esse suporte às aulas de Geometria Espacial, especificamente no estudo das Pirâmides, caracterizando-se como uma ferramenta que se usada corretamente, trará resultados positivos ao ensino e aprendizagem. Dentre os resultados positivos podemos citar: compreensão melhor dos conceitos geométricos, visualização dos objetos em três dimensões, simulando o visto na prática, associação da teoria a prática e uma aprendizagem significativa.

Mas é válido ressaltar que a utilização de recursos tecnológicos requer novas habilidades do docente, necessitando desenvolver e utilizar novas metodologias de ensino, que sejam compatíveis com o currículo e com as Tecnologias Digitais, e que possam trazer significado real ao ensino, permitindo uma melhoria na aprendizagem dos referidos conteúdos (CASTRO, 2016).

Assim, é possível afirmar que o uso de softwares matemáticos nas aulas de Geometria Espacial, pode despertar nos alunos o interesse pela aprendizagem, contribuindo para uma melhor familiaridade com os conceitos, favorecendo novas descobertas, possibilitadas pelo uso da tecnologia a favor do ensino e aprendizagem, contribuindo com a formação de serem pensantes e ativos na sociedade.

Diante destes cenários, constata-se que as aulas para o público dos dias atuais requer muito mais que práticas tradicionais, necessitando pensar o ensino através de

práticas educativas dinâmicas e interativas, sendo urgente a necessidade de um ensino que vá além do decorar fórmulas e conceitos, é preciso buscar a compreensão e o desenvolvimento do raciocínio, buscando resgatar o interesse e desejo pelo ato de estudar.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nota-se a importância de buscar a apreensão dos aspectos teóricos e práticos da Geometria Espacial, procurando perceber o espaço ao nosso redor e analisá-lo a partir do ponto de vista matemático. É evidente que os desafios e possibilidades no trabalho com tecnologias digitais na sala de aula são inúmeros, tanto para o professor quanto para o aluno.

Nesta análise procuramos compreender o ensino e a aprendizagem da Geometria Espacial através do uso de tecnologias digitais, observando que um dos maiores desafios é a falta de capacitação dos profissionais, além da falta de estrutura física e pedagógica para o desenvolvimento de práticas pedagógicas que induzam o aluno a pensar geometricamente e agir na construção do seu próprio conhecimento.

Sabe-se que ensinar Geometria, seja ela Plana ou Espacial, é uma tarefa que exige muito dinamismo, competência e criatividade, pois seu ensino deve levar o aluno a desenvolver a capacidade de visualização e interpretação geométrica, desenvolvendo habilidades específicas que podem ser aplicadas na escola e no seu cotidiano, sendo capazes de descrever e representar o mundo ao seu redor geometricamente, desenvolvendo sua criatividade.

Verifica-se que após o trabalho com áreas e volumes de pirâmides associadas a tecnologias digitais, os alunos percebem a importância de estudo dos conceitos vistos em sala de aula, a sua necessidade à construção de novos conhecimentos e à compreensão do mundo ao seu redor.

Diante do exposto, conclui-se que é possível trabalhar a Geometria Espacial usando tecnologia digital, sendo um grande desafio para professores e alunos, mas que possibilita uma nova visão à respeito da Geometria Espacial, contribuindo para a transformação do aluno em um ser pensante, que vê sentido no conhecimento que lhes é repassado, tornando-o capaz de agir e viver em sociedade, em um mundo totalmente tecnológico como o de hoje.

Deixamos como sugestão ao leitor a realização de outras pesquisas que envolvam o ensino e a aprendizagem da Geometria Espacial em conjunto com o software GeoGebra 3D, como por exemplo, no ensino dos Corpos Redondos.

## REFERÊNCIAS

- BARSOI, C. Situações Geométricas espaciais no Geogebra 3D. **Anais do VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática** – ULBRA. Canoas, 2017.
- BRASIL. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ciências da Natureza e Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000.
- CASTRO, A. L.A formação de professores de matemática para uso das tecnologias digitais e o currículo da era digital. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.
- CATANEO, V. I. **O Uso do software Geogebra como ferramenta que pode facilitar o processo ensino aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental Séries Finais**. 2011. Monografia (Especialista em Educação Matemática) - Centro Universitário Barriga Verde – UNIBAVE, Orleans, 2011. Disponível em: <<http://www.uniedu.sed.sc.gov.br/wp-content/uploads/2013/10/Vanessa-Isabel-Cataneo.pdf>>. Acesso: 20 de ago. 2018.
- DOLCE, O. **Fundamentos de matemática elementar: Geometria plana**. 8 ed. São Paulo: Atual, 2005.
- FILUS, D. W; PEREIRA, M. Explorando Construções dos Sólidos Regulares no Software GeoGebra. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação a Matemática**. São Paulo, 2016.
- FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.
- FONSECA, R. T. S; BETINI, R. C. **As contribuições do software de Geometria Dinâmica Geogebra no ensino da Geometria Plana do 6º ano do Ensino Fundamental**. Cadernos PDE. Paraná, 2014.
- GIL, A. C.; **Como elaborar projeto de pesquisa**. 4º ed. Editora Atlas. São Paulo, 2002.
- GOMES, M. D. Tecnologia da informação e comunicação – da origem da palavra à interação do professor de matemática. **Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. São Paulo, 2016.
- GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo**. 2001. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.
- HOHENWARTER, M; PREINER, J. **Dynamic mathematics with GeoGebra**. v.7. Journal of online Mathematics and its applications, 2007.
- JULIANI, K. S. **O Ensino de Geometria Espacial na Escola Pública do Paraná**. Plano de Trabalho apresentado ao Programa de Desenvolvimento Educacional. Londrina, 2008.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de metodologia científica**. 7 ed. São Paulo: Atlas, 2010.

LORENZATO, S. **Porque ensinar Geometria?** Educação Matemática em Revista, SBEM, n. 04. Florianópolis, 1995.

LOPES; P. M. A. MELO; M. F. A. Q. **O Uso das tecnologias Digitais em Educação: Seguindo um Fenômeno em Construção**. Pisc. da ED., São Paulo, 2014. p. 49-61

LUCHETTA, V. O. J. **O Cálculo da altura das pirâmides**. IMÁTICA, 2008. Disponível em: <<http://www.matematica.br/historia/calpiramide.html>>. Acesso em: 14 out. 2018.

PEREIRA, P. C. Uma Proposta de atividades para semelhanças de triângulos utilizando o GeoGebra. **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba, 2013.

ROQUE, T. **Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Editora: JORGE ZAHAR EDITORES, 2012.

SANTOS, C. O. **A importância da visualização no ensino da Geometria plana e espacial**. 2009. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual de Goiás, Jussara, 2009. Disponível em: <<https://pt.scribd.com/document/271743035/A-Importancia-Da-Visualizacao-No-Ensino-Da-Geometria-Plana-e-Espacial>>. Acesso: 20 de set. 2018.

SAMPAIO, R. S. **A visualização no ensino de geometria com o Geogebra 3D**. 2015. Monografia (Graduação em Matemática) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá- Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/139212/000865136.pdf?sequence=1>>. Acesso: 18 de set. 2018.

SILVEIRA, D. S.; NOVELLO, T. B.; LAURINO, D. P. Compreensões a respeito do aprender Matemática enatuado1 na docência pelas tecnologias digitais. **Tangram - Revista de Educação Matemática** v.1. n. 1. Dourados, MS, 2018. p. 37 – 53.

## APÊNDICES

### Apêndice A

#### PLANO DE AULA 1

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO  
MANOEL ALVES CAMPOS

Tema: A Pirâmide e suas características

Professor: José Alexandre de Figueiredo Chaves

Disciplina: Matemática

Turma: 2º do ensino Médio

Duração da aula: 90 Minutos

Data: 05/11/2018

#### **Objetivo Geral**

Desenvolver a capacidade de compreensão dos alunos do uso da geometria espacial no dia-a-dia.

#### **Objetivos Específicos**

- Discutir sobre a presença da geometria espacial em nosso dia-a-dia;
- Identificar a partir da mostra de fotos em slides a presença da pirâmide como parte integrante da construção da arte, ciência e da história;
- Identificar a partir das fotos mostradas em slides a pirâmide no cotidiano;
- Compreender algumas características da pirâmide, como: faces, arestas e vértices.

#### **Conteúdos**

- Geometria Espacial;
- Propriedades do sólido Pirâmide;
- Arestas, Vértices e Faces.

#### **Metodologia**

- Aula se iniciará com uma conversa sobre o uso da geometria espacial no dia a dia;
- Será mostrado por meio de imagens monumentos que tenham semelhança com o sólido geométrico que estudaremos ao longo das 3 aulas;

- Continuando a conversa com os alunos, será pedido que os mesmos citem outras figuras que tenham semelhança;
- Representação dos Elementos das Pirâmides e Nomenclatura.

### **Recursos didáticos**

- Data show
- Slides com fotos
- Imagem impressa dos sólidos
- Livro
- Solido Concreto

### **Avaliação**

A avaliação do domínio dos conteúdos abordados durante esta aula será feita a partir da realização de colocações dos alunos, das atividades realizadas em sala de aula, que propiciará aos alunos um conhecimento sobre o conteúdo apresentado.

### **Referências**

SÉRGIO, M. G. Matemática, Serie Novo Ensino Médio, 6ª edição, 7ª impressão, Editora Ática, Volume Único, 2002.

## **PLANO DE AULA 2**

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO  
MANOEL ALVES CAMPOS

Tema: A Pirâmide e suas características

Professor: José Alexandre de Figueiredo Chaves

Disciplina: Matemática

Turma: 2º do ensino Médio

Duração da aula: 90 Minutos

Data:06/11/2018

### **Objetivo Geral**

Desenvolver a compreensão dos alunos do conceito, princípios e cálculos referentes a pirâmides.

### **Objetivos Específicos**

- Analisar os elementos constituintes das pirâmides, a partir da mostra de fotos em slides, identificando os tipos existentes;

- Trabalhar o cálculo de áreas e volumes de pirâmides com aplicações práticas no cotidiano.

### **Conteúdos**

- Princípio de Cavalieri.
- Cálculos de Áreas e Volumes da Pirâmide.

### **Metodologia**

- Apresentação de problemas, no quadro, envolvendo a medida da área total e/ou lateral de uma pirâmide.
- Trabalhar área e volume de uma pirâmide com resolução de situações problemas prática, no quadro.

### **Recursos didáticos**

- Livro Didático;
- Computador;
- Data Show;
- Pincel e Quadro;
- Sólidos de Acrílicos (Pirâmides)

### **Avaliação**

A avaliação do domínio dos conteúdos abordados durante esta aula será feita a partir da realização de colocações dos alunos, das atividades realizadas em sala de aula, que propiciará aos alunos um conhecimento sobre o conteúdo apresentado.

### **Referências**

SÉRGIO, M. G. Matemática, Serie Novo Ensino Médio, 6ª edição, 7ª impressão, Editora Ática, Volume Único, 2002.

## **PLANO DE AULA 3**

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO  
MANOEL ALVES CAMPOS

Tema: A Pirâmide e suas características

Professor: José Alexandre de Figueiredo Chaves

Disciplina: Matemática

Turma: 2º do ensino Médio

Duração da aula: 45 Minutos

Data: 06/11/2018

### **Objetivo Geral**

Desenvolver a capacidade dos alunos, de resolução de situações problemas, utilizando os conhecimentos adquiridos em aulas anteriores.

### **Objetivos Específicos**

- Trabalhar resolução problemas, em situações práticas;
- Identificar os conhecimentos e dificuldades construídos nas aulas anteriores.

### **Conteúdos**

- Cálculo de Áreas e Volume da Pirâmide.

### **Metodologia**

- Dividir a turma em grupos;
- Entregar uma lista com três problemas por grupo, contendo situações-problemas que envolvam a geometria espacial, especificamente as pirâmides;
- Identificado as dificuldades dos alunos, resolver com explicações e novos exemplos, se necessário.

### **Recursos didáticos**

- Problematização para calcular Área total e Volume de uma Pirâmide.

### **Avaliação**

A avaliação do domínio dos conteúdos abordados durante esta aula será feita a partir da realização de colocações dos alunos, das atividades realizadas em sala de aula, que propiciará aos alunos um conhecimento sobre o conteúdo apresentado.

### **Referências**

SERGIO, M. G. Matemática, Serie Novo Ensino Médio, 6ª edição, 7ª impressão, Editora Ática, Volume Único, 2002.

## **Apêndice B**

### **PLANO DE AULA 1**

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO  
MANOEL ALVES CAMPOS

Tema: A Pirâmide e suas características

Professor: José Alexandre de Figueiredo Chaves

Disciplina: Matemática

Turma: 2º do ensino Médio

Duração da aula: 90 Minutos

Data: 12/11/2018

#### **Objetivo Geral**

Desenvolver a capacidade de compreensão dos alunos do uso da geometria espacial no dia-a-dia utilizando os conhecimentos adquiridos em aulas anteriores com utilização de um software Educacional em sala de aula.

#### **Objetivos Específicos**

- Discutir sobre a presença da geometria espacial em nosso dia-a-dia;
- Identificar a partir da mostra de fotos em slides a presença da pirâmide como parte integrante da construção da arte, ciência e da história;
- Identificar a partir das fotos mostradas em slides a pirâmide no cotidiano;
- Compreender algumas características da pirâmide, como: faces, arestas e vértices.

#### **Conteúdos**

- Geometria Espacial;
- Propriedades do sólido Pirâmide;
- Arestas, Vértices e Faces.

#### **Metodologia**

- Aula se iniciará com uma conversa sobre o uso da geometria espacial no dia a dia;
- Será mostrado por meio de imagens monumentos que tenham semelhança com o sólido geométrico com o software GeoGebra 3D;

- Representação dos Elementos das Pirâmides e Nomenclatura.

### **Recursos didáticos**

- Data show
- Slides Textualizados;
- Software GeoGebra 3D.

### **Avaliação**

A avaliação do domínio dos conteúdos abordados durante esta aula será feita a partir da realização de colocações dos alunos, das atividades realizadas em sala de aula, que propiciará aos alunos um conhecimento sobre o conteúdo apresentado com o uso do GeoGebra 3D..

### **Referências**

SÉRGIO, M. G. Matemática, Serie Novo Ensino Médio, 6ª edição, 7ª impressão, Editora Ática, Volume Único, 2002.

## **PLANO DE AULA 2**

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO  
MANOEL ALVES CAMPOS

Tema: A Pirâmide e suas características

Professor: José Alexandre de Figueiredo Chaves

Disciplina: Matemática

Turma: 2º do ensino Médio

Duração da aula: 90 Minutos

Data:13/11/2018

### **Objetivo Geral**

Desenvolver a compreensão dos alunos do conceito, princípios e cálculos referentes a pirâmides utilizando os conhecimentos adquiridos em aulas anteriores com utilização de um software Educacional em sala de aula.

### **Objetivos Específicos**

- Analisar os elementos constituintes das pirâmides, a partir da mostra de fotos em slides, identificando os tipos existentes;

- Trabalhar o cálculo de áreas e volumes de pirâmides com aplicações práticas no cotidiano.

### **Conteúdos**

- Princípio de Cavalieri.
- Cálculos de Áreas e Volumes da Pirâmide.

### **Metodologia**

- Apresentação de problemas, no próprio GeoGebra 3D, envolvendo a medida da área total e/ou lateral de uma pirâmide.
- Trabalhar área e volume de uma pirâmide com resolução de situações problemas prática, no GeoGebra 3D.

### **Recursos didáticos**

- Data show
- Slides Textualizados;
- Software GeoGebra 3D.

### **Avaliação**

A avaliação do domínio dos conteúdos abordados durante esta aula será feita a partir da realização de colocações dos alunos, das atividades realizadas em sala de aula, que propiciará aos alunos um conhecimento sobre o conteúdo apresentado.

### **Referências**

SÉRGIO, M. G. Matemática, Serie Novo Ensino Médio, 6ª edição, 7ª impressão, Editora Ática, Volume Único, 2002.

## **PLANO DE AULA 3**

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO  
MANOEL ALVES CAMPOS

Tema: A Pirâmide e suas características

Professor: José Alexandre de Figueiredo Chaves

Disciplina: Matemática

Turma: 2º do ensino Médio

Duração da aula: 45 Minutos

Data: 13/11/2018

### **Objetivo Geral**

Desenvolver a capacidade dos alunos, de resolução de situações problemas, utilizando os conhecimentos adquiridos em aulas anteriores com utilização de um software Educacional em sala de aula.

### **Objetivos Específicos**

- Trabalhar resolução problemas, em situações práticas;
- Identificar os conhecimentos e dificuldades construídos nas aulas anteriores.

### **Conteúdos**

- Cálculo de Áreas e Volume da Pirâmide.

### **Metodologia**

- Dividir a turma em grupos;
- Entregar uma lista com três problemas por grupo, contendo situações-problemas que envolvam a geometria espacial, especificamente as pirâmides;

### **Recursos didáticos**

- Problematização para calcular Área total e Volume de uma Pirâmide com o uso do Software GeoGebra 3D.

### **Avaliação**

A avaliação do domínio dos conteúdos abordados durante esta aula será feita a partir da realização de colocações dos alunos, das atividades realizadas em sala de aula, que propiciará aos alunos um conhecimento sobre o conteúdo apresentado.

### **Referências**

SERGIO, M. G. Matemática, Serie Novo Ensino Médio, 6ª edição, 7ª impressão, Editora Ática, Volume Único, 2002.