UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS - CCEA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

VALDO MENDES DA SILVA

INVESTIGAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA NA CIDADE DE PATOS-PB: PROPOSTA PARA APRENDER MATEMÁTICA.

PATOS
2018

VALDO MENDES DA SILVA

INVESTIGAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA NA CIDADE DE PATOS-PB: PROPOSTA PARA APRENDER MATEMÁTICA.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao departamento de matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Me. Júlio Pereira da Silva

PATOS
2018

S586i Silva, Valdo Mendes da.
Investigação de modelagem matemática na estação de tratamento de água na cidade de Patos-PB [manuscrito] : proposta para aprender matemática. / Valdo Mendes da Silva. - 2018.
55 p. : il. colorido.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas , 2018.
"Orientação : Prof. Me. Júlio Pereira da Silva , Coordenação do Curso de Matemática - CCEA."
1. Modelagem em Educação Matemática. 2. Modelos matemáticos. 3. Ensino de matemática. 4. Aprendizagem em matemática. I. Título
21. ed. CDD 372.7

Elaborada por Camile de A. Gomes - CRB - 15/559 BC/UEPB

VALDO MENDES DA SILVA

INVESTIGAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA NA CIDADE DE PATOS-PB: PROPOSTA PARA APRENDER MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática do Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Aprovado em 29 de novembro de 2018.

BANCA EXAMINADORA

Júlio Pereira da Silva

Prof. Me. Júlio Pereira da Silva (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Alcides Olinto da Silva

Prof. Dr. Alcides Olinto da Silva (Examinador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Tarciana Vieira da Silva

Prof.ª Esp. Tarciana Vieira da Silva (Examinadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

O que é sonhar?

Sonhar é acreditar
Que algo irá conquistar.
Sonhar é perceber
Que é necessário crer
Sonhar é alcançar
Olhar pra trás e agradecer
Pois a vida é feita de lutas
Que nos ensinam a vencer.

Maria Eduarda Donato Meneses Mendes

Dedico este trabalho a todos aos meus familiares que me apoiaram e incentivaram em toda jornada acadêmica, com muitas ausências no convívio em família, ainda pude ter a compreensão de todos, hoje demonstro todo o meu empenho e dedicação, por fim, toda minha dedicação vai, exclusivamente, para minha esposa Edleusa e para meus filhos Victor e Maria Eduarda.

AGRADECIMENTOS

À minha esposa, Edleusa Donato, pela paciência e ausências à noite, apoiando-me na realização do trabalho.

Aos meus filhos, Victor Donato e Maria Eduarda Donato, pela ajuda em alguns trabalhos, enquanto discentes, e colaboração no gostar da Matemática.

À minha mãe Dalvina (in memoriam) e meu pai José pelos ensinamentos e experiências de vida.

Ao meu orientador, Júlio Pereira da Silva, pelo incentivo, acolhida, amizade, paciência e, principalmente, pela confiança e responsabilidades a mim depositadas.

Aos colegas de curso pelos estudos e debates no decorrer da vida acadêmica.

A todos os professores da UEPB, pela colaboração no crescimento de conhecimentos e aprendizado nas disciplinas.

À Companhia de Água e Esgoto da Paraíba (CAGEPA), por ter permitido o uso de dados e imagens para a elaboração deste trabalho.

Aos colegas de trabalho que são Agentes Operacionais, mesma função que exerço na companhia, e que me ajudaram no processo investigatório.

RESUMO

A Modelagem em Educação Matemática é uma das tendências atuais que pode auxiliar os professores de Matemática em sala de aula. A Modelagem em Educação Matemática tem potencializado a aprendizagem de conteúdos matemáticos por meio situações cotidianas ou experiências vivenciadas pelos alunos em contextos sociais. Assim, o presente trabalho monográfico tem por objetivo Investigar e modelar, matematicamente, uma Companhia de Tratamento de Água para aprendizagem em Matemática. O estudo partiu, a princípio, de uma observação sistemática do ambiente modelado, trazendo informações sobre: origem da companhia, serviços oferecidos (incluindo a visita de alunos de escolas públicas e privadas), a explicação das etapas do tratamento da água e outras características específicas do ambiente. A monografia buscou respaldo teórico e metodológico a partir de autores que defendem o uso da Modelagem em Educação Matemática nas práticas pedagógicas, como Bassanezi (2011; 2006; 2002), Barbosa (2001), Almeida e Dias (2004), Malheiros (2004) Biembengut (2009; 2005) entre outros, tendo como referência a concepção apresentada por Bassanezi (2011). Depois da observação sistemática e de análise do ambiente modelado, a Companhia de Tratamento de Água, foi possível apresentar pelos menos cinco modelos matemáticos. Evidencia-se, também, as situações modeladas podem ser exemplos de modelos matemáticos, as quais podem ser trabalhadas em sala de aula, inclusive com os alunos que visitam à Companhia de Tratamento de Água. Conclui-se, ainda, que ambientes dessa naturezas podem potencializar os processos de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos, quando o professor utiliza da Modelagem Matemática em suas práticas pedagógicas.

Palavras-Chave: Modelagem em Educação Matemática. Companhia de Tratamento de Água. Modelos Matemáticos.

ABSTRACT

Modeling in Mathematics Education is one of the current trends that can assistant teachers of Mathematics in the classroom. Modeling in Mathematics Education has enhanced the learning of mathematical contents through everyday situations or experiences experienced by students in social contexts. Thus, the present monographic work aims to investigate and model, mathematically, a Water Treatment Company for learning in Mathematics. The study started with a systematic observation of the modeled environment, providing information about: company origin, services offered (including visiting public and private school students), explanation of water treatment stages and other specific characteristics the environment. The monograph sought theoretical and methodological support from authors who defend the use of Modeling in Mathematical Education in pedagogical practices such as Bassanezi (2011,2006, 2002), Barbosa (2001), Almeida e Dias (2004), Malheiros (2004) Biembengut (2009, 2005) among others, with reference to the conception presented by Bassanezi (2011). After the systematic observation and analysis of the modeled environment, the Water Treatment Company, it was possible to present at least five mathematical models. It is also shown that the situations modeled can be examples of mathematical models, which can be worked in the classroom, including the students who visit the Water Treatment Company. It is also concluded that environments of this nature can enhance the teaching and learning processes of mathematical contents, when the teacher used Mathematical Modeling in their pedagogical practices.

Keywords: Modeling in Mathematics Education. Water Treatment Company. Mathematical models.

LISTA DE QUADROS E FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

CAGEPA-	COMPANHIA DE ÁGUA E ESGOTO DA PARAÍBA
ETA-	ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA.
AESA-	AGÊNCIA EXECUTIVA DE GESTÃO DAS ÁGUAS
UEPB -	UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O ensino e aprendizagem da Matemática têm sido uma questão de grande desafio para professores e alunos, quando se quer mostrar a necessidade e importância do aprendizado desta disciplina e satisfação em sua utilidade no dia a dia e nas diversas atividades e necessidades humanas.

Os conhecimentos matemáticos estão presentes em todos os momentos da vida do aluno, sejam sob aspectos numéricos ou não, mostrando ao aluno as respostas às perguntas do tipo: "Por que aprender Matemática que é tão difícil, ensina algo mais fácil professor?" e "onde vou usar isso?"

Baseado nesta falta de compreensão no estudo da disciplina e desinteresse no aprendizado é que os resultados são catastróficos em termos de avaliação e conhecimento por parte dos alunos, a gerar um descontentamento e desmotivação no discente.

Vista como uma das mais complicadas das disciplinas escolares, a Matemática tem sido avaliada como complexa de ensinar e de difícil de aprender, pois conforme D'Ambrósio (1993), "O conteúdo [matemático] que tentamos passar através dos sistemas escolares é obsoleto, desinteressante e inútil" (D'AMBROSIO ,1993, p.35).

Identifica-se que o modelo de ensino tradicional em prática pode não acarretar em um aprendizado com significado, fazendo com que os alunos não se incentivem a pensar e a serem sujeitos ativos no processo, no qual são meros participantes das informações de uma Matemática mecânica; na qual a sistemática mais comum é a de decorar fórmulas, gráficos, tabelas, entre outros, tornando-se comum e usual.

Por outro lado, os professores precisam buscar novas tecnologias para o ensino e aprendizagem de Matemática, estimulando o aluno a experimentar a sensação de descoberta e indagações, dentro dos conteúdos matemáticos de maneira a interagir com os colegas, professores e disciplina.

Neste sentido, não cabe mais o processo de ensino e aprendizagem tradicionalista, quando já se sabe o quanto é obsoleto, em que o professor detém o conhecimento e os alunos apenas reproduzem o que foi ensinado, ficando o aluno sem reconhecimento, de forma que este sistema tradicionalista, não se preocupa em verificar se o aluno absorveu o conteúdo ou não.

É preciso buscar novos processos de ensino e aprendizagem da Matemática, alcançar objetivos e possibilitar uma melhor estratégia para a assimilação de conteúdo, visando uma matemática de forma mais clara(simples) e ampla, em sua amplitude desenvolvendo o interesse do aluno e despertando o senso crítico. Em uma análise mais crítica a falta de participação do aluno no processo é um aspecto negativo no ensino e aprendizagem, pois quando se coloca o aluno como ouvinte e recebedor, cujo papel é escutar, assimilar e, muito raramente, questionar.

A Modelagem em Educação Matemática, por exemplo, é uma tendência de ensino e alternativa ao ensino tradicional, trazendo uma perspectiva de participação do aluno como agente ativo no processo, vislumbrando assuntos da realidade e fazendo com que o ensino da matemática seja mais bem compreendido entre eles.

A modelagem matemática, segundo Bassanezi (2011, p. 24), “consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual”.

Em se tratando da escola, Barbosa (2001, p. 6) diz que a modelagem matemática “é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência à realidade”. Esses dois pensamentos conduzem essa tendência no ensino e aprendizagem para um processo dinâmico, potencializando uma evolução de ensino matemático em direção ao saber matemático.

Tendo como ponto de partida um ambiente físico e real, fica fácil de implementar e introduzir a modelagem matemática, por meio de um estudo “in loco,” no qual os alunos compartilham de um ambiente todo voltado para pesquisa. Como a Matemática está a nossa volta, por toda parte, fica perceptível analisar e juntar problemáticas diversas, inclusive ETA.

Desta forma, surgiu a necessidade de trabalhar com a Modelagem em Educação Matemática, a partir de minha experiência em uma Estação de Tratamento de Água na Cidade de Patos, Paraíba. Tenho vínculo com o ambiente, pois sou funcionário da CAGEPA, exercendo a função de Agente Operacional, subordinado a sub gerência de tratamento e qualidade da água.

Vale lembrar que a ETA é aberta ao público e recebe visitas frequentes de alunos das escolas públicas e privadas da cidade citada. Os alunos fazem visitas com frequências ao ambiente para estudos no ambiente físico.

Assim, observando as visitas desses alunos ao ambiente, percebi que é possível explorar no local conteúdos matemáticos, a partir de controle de estoques e dosagem de produtos químicos, relacionar áreas e volumes de reservatórios, tais quais: quatro operações, transformação de unidades de medidas, regras de três, o princípio da contagem, entre outros.

Na ETA em Patos pode-se trabalhar com, por exemplo, observação de figuras geométricas, áreas, volumes, vazão de água, tratando- se de reservatórios de produtos químicos e armazenamento de água. A interdisciplinaridade pode ser trabalhada juntamente com a Modelagem em Educação Matemática num ambiente de estação de tratamento de água, pois assuntos como, pressão, vazão e química em suas reações, e ainda temas como meio ambiente, poluição conscientização para o consumo da água, saúde pública e mais, que estão inseridos também em ciências e biologia.

Diante de tais constatações e informações surgiu a questão que norteou o estudo: *De que forma uma Companhia de Tratamento de Água coopera para formulação de modelos matemáticos, ao mesmo tempo, que contribui para aprendizagem em Matemática?*

A partir da problemática foi elaborado um objetivo geral e dois específicos: O objetivo geral é Investigar e modelar, matematicamente, uma Companhia de Tratamento de Água para aprendizagem em Matemática. Os objetivos específicos são: apresentar modelos matemáticos formulados em uma companhia de tratamento de água; e desvelar as implicações desses modelos na aprendizagem em Matemática.

Para fins de organização, a monografia está estruturada da seguinte forma: algumas considerações sobre a importância da Modelagem em Educação Matemática, Concepções sobre Modelagem Matemática e Modelos de Modelagem, dando mais ênfase a Modelagem Matemática; o segundo, capítulo são discorridos sobre o contexto que os modelos foram elaborados, mostrando todo o processo de tratamento com água; o quarto capítulo, contém os modelos elaborados; e por último as considerações finais do estudo nas quais estão respondidos a problemática e objetivo do estudo, além das reflexões do mesmo para nossa formação acadêmica.

2 ASPECTOS TEÓRICOS

Neste capítulo estão presentes algumas considerações sobre a importância da Modelagem em Educação Matemática, Concepções sobre Modelagem Matemática e Modelos de Modelagem, dando mais ênfase a Modelagem em Educação Matemática.

2.1 MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

~~A~~ humanidade tem papel fundante em todo o processo histórico na epistemologia Matemática, pois é a partir das necessidades humanas que a Matemática vai sendo construída, e seu aprendizado torna-se fundamental, atentando aos alunos para perceberem essa relação! Assim, trabalhar de forma significativa na escola é um desafio!

É bem verdade que, alguns professores no ato de seu profissionalismo não buscam mais as oportunidades para níveis de aprofundamento de conhecimentos, não procuram os aperfeiçoamentos e reciclagens que possam trazer para o seu dia a dia um aprendizado de novas concepções, e assim devolverem uma melhor dinâmica no seu processo de ensino.

Do lado dos alunos, veem-se discentes totalmente sem base para o estudo da Matemática, contando com várias dificuldades e desinteresse pelo conteúdo.

Para Toledo (1997), uma pergunta é comum entre os alunos: “Para que eu preciso estudar matemática?”. Não se estabelece o vínculo no aprendizado entre a teoria estudada e a prática do que foi aprendido através das situações vivenciadas pelos estudantes. Ainda, no pensamento de Toledo (1997) enfatiza que com os modernos mecanismos computacionais e de memória é preferível se fazer “cabeças bem cheias” que “cabeças bem feitas”, apesar de nesta sociedade ser possível à junção de ambas. (TOLEDO,1997, p.3 5).

Desse modo, os conceitos fundamentais devem, a partir de seus diferentes enfoques, indicar o caminho para as suas possíveis aplicações e extensões que o aluno poderá, no futuro, buscar se assim for preciso. Daí a importância de se ensinar a aprender, tendo em vista o fato de que a aprendizagem é contínua e servirá para qualquer momento da vida, já que faz parte de um processo. O campo do conhecimento é complexo e infinito, tem-se que buscar a todo instante o seu alvo no entendimento para uma conquista desbravadora de ideais. Uma vez ensinado a aprender, o aluno, mesmo após desvinculado da escola, continuará a buscar novos horizontes, orientado desta vez, não por professor, mas pelo conhecimento que adquiriu e que ele agora ampliará.

A busca por novas metodologias de ensino é o foco atual de grande parte dos educadores, que precisam urgentemente de tendências que tragam um ensino da matemática mais significativa para os alunos e que também possam melhorar a formação dos professores na atividade docente.

De acordo com D’Ambrósio (1993) na formação de professores de matemática o maior desafio é fazer uma matemática integrada ao pensamento moderno, para tanto ele sugere como estratégia a Modelagem Matemática a fim de criar oportunidades para a discussão de questões de natureza social, cultural, política e econômica, visto que a modelagem contribui para as Ciências Exatas, Físicas e Naturais. (D’AMBRÓSIO, 1993, p.46).

Neste trabalho estendemos as concepções da modelagem matemática como tendência no ensino e aprendizagem, abordando pensamentos de autores que exploraram esse tema, começando a citar alguns nomes, em que, pois segundo Bisognin e Rays (2004, p. 82) “o ensino da matemática, por meio da Modelagem Matemática, proporciona ao aluno o contato com problemas reais e desenvolve a capacidade de resolvê-los”. Trabalhando com situações reais e construindo modelos matemáticos é provável que a aprendizagem ocorra com mais eficácia em termos de aprendizado.

O fato é que diante de uma perspectiva de mudança que seja diferenciada, que possa ser mais atraente e singular aos estudantes, neste sentido, é bem provável que possa trazer uma nova dinâmica e postura com relação ao processo de ensino e aprendizagem, daí a necessidade de iniciar-se a Modelagem Matemática como uma importante tendência em Educação Matemática.

Almeida e Dias (2004) dão um encaminhamento interessante à justificação da introdução da modelagem em ambientes escolares, abordando o aspecto social da modelagem e o conhecimento reflexivo, haja vista que faz parte da educação escolar preparar sujeitos críticos, conscientes e integrados a sociedade. Para que a aprendizagem aconteça de forma significativa, é necessário que esteja vinculada a alunos que experimentem, modelem, analisem situações e desenvolvam espírito crítico das soluções.

O aprendizado de matemática e sua utilização na resolução de problemas é importante, mas é necessário que o aluno saiba interpretar e agir diante de todo processo numa conjuntura social e política apoiada na matemática. Essa forma particular de saber está relacionada com uma dimensão do conhecimento, chamada por Skovsmose (1990, apud ALMEIDA e DIAS, 2004) de conhecimento reflexivo, que se refere à capacidade de refletir e avaliar o uso da matemática.

Segundo Almeida e Dias (2004) durante a modelagem matemática, ocorrem duas transições de linguagens, que proporcionam ao aluno o conhecimento reflexivo: uma primeira transição, de linguagem natural para uma linguagem sistemática, ocorre quando uma situação da realidade é transformada em informação. A segunda transição, desta linguagem sistemática para uma linguagem matemática, ocorre quando estas informações são transformadas, por meio de hipóteses simplificadoras da realidade, num modelo matemático (SKOVSMOSE, 2001, Apud ALMEIDA e DIAS, 2004, p. 24).

Malheiros (2004, p. 82) afirma que “através da matemática os alunos podem entender, descobrir ou encontrar explicações para fatos da realidade em que vivem”, entendo que a modelagem pode trazer benefícios e potencializar o desenvolvimento de uma visão crítica dos alunos do mundo real, tendo em sua análise e conhecimento que a matemática vai além dos cálculos e problemas fictícios. Diante disso é que orientações curriculares para o Ensino Médio apontam, “[...] espera-se que os alunos saibam usar a Matemática para resolver problemas práticos do quotidiano” (BRASIL, 2006, p. 69).

Biembengut (2009), trata a Modelagem como uma perspectiva motivacional, onde “o importante é não perder a motivação”, solicitando segurança por parte do professor para a realização da proposta. Para compreender todo o sistema, é necessária uma mudança na condução das aulas, transpondo barreiras de práticas que valorizam mais os exercícios e repetições, buscar ações pedagógicas que possam trabalhar situações investigativas. Essa mudança depende, prioritariamente, da vontade docente em procurar práticas alternativas àquelas utilizadas em sua formação básica (BIEMBENGUT, 2009a).

Por meio deste conhecimento reflexivo, adquirido no processo de modelagem, é possível que o aluno obtenha uma visão mais ampla da matemática, percebendo as interações do mundo ao seu redor.

2.2. ALGUNS CONCEITOS DE MODELOS MATEMÁTICOS

A partir de uma visão geral de um mundo real, buscam-se a interpretação e resolução de problemas, em que se confeccionam modelos que irão representar a realidade. Segundo Bassanezi (2011), modelo, neste contexto, é um sistema artificial formalizado a partir da seleção de elementos essenciais do sistema real.

Havendo a possibilidade de uso do termo modelo em diversas situações, considerar-se-á apenas dois tipos que serão expostos por Bassanezi (2011), quais sejam:

O Modelo Objeto que "é a representação de um objeto ou fato concreto (p. 11); suas características predominantes são a estabilidade e a homogeneidade das variáveis". São exemplos deste tipo os desenhos, maquetes e modelos que considerem um grupo de estudo em que todos apresentam as mesmas propriedades.

O Modelo Teórico, que segundo o mesmo autor (ibid., p. 20)" é aquele vinculado a uma teoria geral existente, será sempre construído em torno de um modelo objeto com um código de interpretação". Este sempre deverá manter as propriedades do sistema real, representando suas variáveis essenciais. O modelo e o "real" se relacionam por hipóteses ou experimentos.

O autor supracitado fiz distinções entre dois tipos, a saber:

> • Linear ou Não Linear: conforme suas equações básicas tenham estas características;
> • Estático: quando representa a forma do objeto (...); ou Dinâmico: quando simula avaliações de estágios do fenômeno.
> • Educacional: quando é baseado em um número pequeno ou simples de suposições (...); ou aplicativo é aquele baseado em hipóteses realísticas e, geralmente, envolvendo inter-relações de um grande número de variáveis.
> • Estocástico ou Determinístico: de acordo com o uso ou não de fatores aleatórios nas equações (BASSANEZI, 2011, p. 19).

Para Bassanezi (2011. P. 20) Modelo Matemático é o "conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado." Assim, "Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão e tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2011, p. 24)".

Baseado no que foi exposto, a escolha pelo modelo matemático trabalhado, dar-se-á, utilizando o modelo linear e não-linear, o estático e o dinâmico, o educacional e o determinístico, seguindo as a concepção de Bassanezi, quando do formato de estudo a que se propõe numa ETA.

2.3 CONCEPÇÕES SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

Bassanezi (2011) apresenta duas concepções para o uso da modelagem Matemática, são elas: método científico e estratégia de ensino e aprendizagem. No método de ensino e aprendizagem associada ao conceito de modelagem adotado por ele; é possível que se obtenha melhores resultados no ensino e aprendizagem em Matemática em todos os níveis, pois há uma relevante mudança harmoniosa na postura dos alunos e professores quando se trabalha com a realidade, sendo possível observar o quanto do desenvolvimento e participação, por parte dos discentes, e um maior estímulo dos discentes quando parte para aulas práticas nos ambientes de ensino.

No rol de diferentes concepções acerca de Modelagem Matemática, há a Modelagem Matemática como uma oportunidade de os alunos indagarem situações por intermédio da Matemática, sem procedimentos fixados previamente (Barbosa, 2001). Os conceitos e ideias matemáticas se encaminham de acordo com o desenvolvimento das atividades, dando um caráter aberto para esta prática. Não há exigência de se criar um modelo matemático, principalmente, porque os alunos nem sempre têm conhecimento matemático suficiente para tal atividade, entende que a Modelagem Matemática é "um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade". (BARBOSA, 2001, p. 6), portanto, os interesses dos alunos são os determinantes de toda e qualquer atividade com Modelagem.

Tratando das concepções, Dionísio Burak (1992) afirma que a Modelagem Matemática "constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões". Ainda adota dois princípios: primeiro, partir sempre do interesse do grupo ou dos grupos participantes; segundo os dados devem ser coletados, sempre que possível, onde se dá o interesse do grupo ou dos grupos participantes. (BURAK,1992, p.62).

Caldeiras (2005) compreende a modelagem pensando-a como advinda de projetos, sem a preocupação de reproduzir os conteúdos colocados no currículo, mas sem perder os conceitos universais da matemática. Ele acredita na eficácia da modelagem enquanto uma concepção de educação matemática que pode oferecer aos alunos e professores um sistema de aprendizagem como uma nova forma de entendimento das questões educacionais da Matemática" (CALDEIRA, 2005, p. 3).

Caldeira (2005) enfatiza quando diz que a modelagem é mais que um método ou metodologia que serviria apenas para a reprodução do estado atual. Ela geraria uma metodologia dinâmica e investigativa que é dirigida pela criticidade, pela dúvida, fundamentando, dessa forma, a concepção de modelagem matemática. E mais, diz que, partindo de um problema da realidade, os alunos chegam a respostas e não a uma única resposta, rompendo de maneira suave com o currículo tradicional. Nessa concepção de Caldeira, cria-se uma perspectiva no sentido de abrangência maior do que o simples ensino de conteúdos matemáticos, incitando-os, alunos e professores em suas decisões, às participações como cidadãos e agentes de mudança da comunidade em que estão inseridos.

Biembengut (1999, p. 20), em seu livro Modelagem Matemática e Implicações no ensino e a aprendizagem de Matemática, diz que a modelagem é "o processo que envolve a obtenção de um modelo". E nesse processo a modelagem é uma forma de interligar matemática e realidade, que, na visão da autora, são disjuntas.

Assim, Biembengut e Hein (2005, p. 12) definem a "Modelagem Matemática como o processo que envolve a obtenção de um modelo. Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que para, se elaborar um modelo, além de conhecimento matemático, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir que conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas".

Diante das várias concepções foram explanadas características das citadas, pois estão diretamente ligadas ao trabalho feito nesta investigação.

2.4 MODELOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Para Barbosa (2001), a modelagem matemática não deve ser vista apenas sobre o aspecto de projetos. Ela pode, também, fazer parte dos currículos escolares, sendo que cada configuração curricular é vista em termos de casos. Ele classifica os casos de modelagem de três formas:

> 1- Caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução.
> 2- Caso 2. O professor traz para a sala de aula um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução.
> 3- Caso 3. A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problemas (BARBOSA, 2001, p. 8).

Professor e aluno, em ambos os casos, trabalham juntos, sendo que em alguns Casos o seu papel é mais presente nas atividades. Cabe ao professor dialogar com seus alunos acerca de seus processos. O quadro 2.1 mostra o esquema da participação de professor e aluno em cada caso.

Quadro1- Participação de professor e aluno em cada caso de modelagem

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Barbosa (2001). Adaptado.

O autor aponta que uma tarefa de Modelagem Matemática pode ser desenvolvida de acordo com esses três casos, sendo que em cada um deles, em ordem crescente, a responsabilidade da condução das tarefas vai sendo cada vez mais compartilhada com os estudantes.

No desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, na perspectiva de Burak (1998; 2004), sugere cinco etapas que devem se ocorrer a partir do interesse do grupo e das informações colhidas do meio onde ele está inserido:

Quadro 2: Cinco etapas de Modelagem Matemática na perspectiva de Burak.

1-Escolha do tema – é o momento em que o professor apresenta aos alunos alguns temas que possam gerar interesse ou os próprios alunos sugerem um tema. Esse tema pode ser dos mais variados, uma vez que não necessita ter nenhuma ligação imediata com a matemática ou com conteúdo matemáticos, e sim com o que os alunos querem pesquisar. Já nessa fase é fundamental que o professor assuma a postura de mediador, pois deverá dar o melhor encaminhamento para que a opção dos alunos seja respeitada.
2- Pesquisa exploratória – escolhido o tema a ser pesquisado, encaminham-se os alunos para a procura de materiais e subsídios teóricos dos mais diversos, os quais contenham informações e noções prévias sobre o que se quer desenvolver/pesquisar. A pesquisa pode ser bibliográfica ou contemplar um trabalho de campo, fonte rica de informações e estímulo para a execução da proposta.
3-Levantamento dos problemas – de posse dos materiais e da pesquisa desenvolvida, incentiva-se os alunos a conjecturarem sobre tudo que pode ter relação com a matemática, elaborando problemas simples ou complexos que permitam vislumbrar a possibilidade de aplicar ou aprender conteúdos matemáticos, isso com a ajuda do professor, que não se isenta do processo, mas se torna o "mediador" das atividades.
4- Resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema – nessa etapa, busca-se responder os problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser abordado de uma maneira extremamente acessível, para, posteriormente, ser sistematizado, fazendo um caminho inverso do usual, pois se ensina o conteúdo para responder às necessidades surgidas na pesquisa e no levantamento dos problemas concomitantemente.
5- Análise crítica das soluções – etapa marcada pela criticidade, não apenas em relação à matemática, mas também a outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que, muitas vezes, são logica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo. É a etapa em que se reflete acerca dos resultados obtidos no processo e como esses podem ensejar a melhoria das decisões e ações, contribuindo, dessa maneira, para a formação de cidadãos participativos, que auxiliem na transformação da comunidade em que participam.

Fonte: Klüber e Burak (2004) Adaptado.

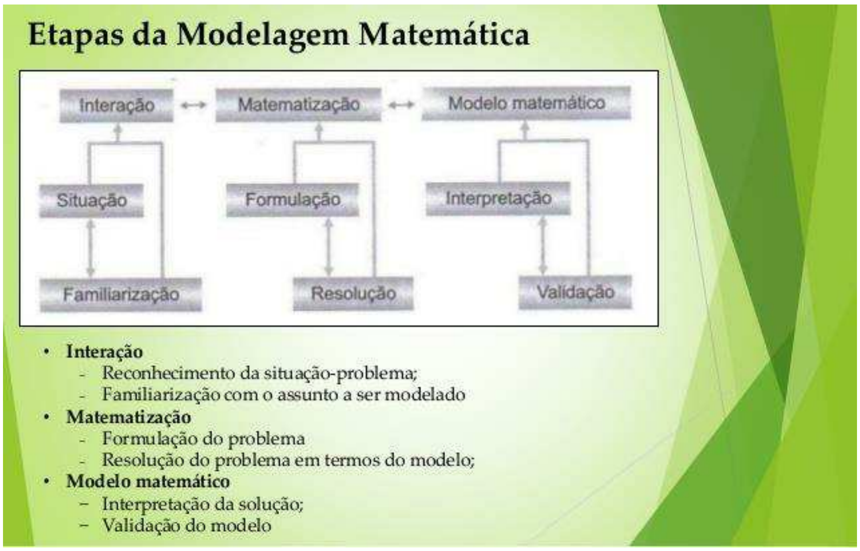
Tamanho o esclarecimento das etapas propostas por Burak (1998, p. 32) fica óbvio que há um encaminhamento no sentido positivo em relação à Modelagem em sala de aula. Portanto, a modelagem é uma tendência para que ocorra uma melhora significativa na escola, porém é preciso uma mudança de postura do professor e também dos alunos que não serão mais agentes passivos, e sim, participantes de um processo onde a interação com situações problemas propostos ou sugeridos por eles mesmos durante o transcorrer do estudo.

E nas etapas propostas por Burak (1998, p. 32) o trabalho de modelagem sempre se desenvolve em plena interação entre professor – aluno – ambiente, sem predominância de um ou de outro, valendo-se, porém, da interação entre as três dimensões, porque o aluno deve buscar, o professor deve mediar e o ambiente é a fonte de toda pesquisa. Isso reafirma as influências dos pressupostos da etnografia, a qual procura compreender o ambiente e os sujeitos para interpretar o material de investigação coletado e, posteriormente, trabalhar com as variáveis que surgiram no processo.

Biembengut (2009) afirma que, para que essa metodologia consiga representar uma situação real com ferramentas matemáticas, ou seja, formular um modelo matemático, existe uma série de procedimentos que podem ser chamados de etapas ou atividades intelectuais. Biembengut e Hein (2009, p. 13) ponderam que "esses procedimentos podem ser agrupados em três etapas subdivididas em seis sub-etapas".

Genericamente, Biembengut e Hein (2005), apresentam o modelo de Modelagem Matemática abaixo, no qual matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a modelagem é o meio de fazê-los interagir.

Quadro 3: Etapas de Modelagem Matemática.



Fonte: Beimbengut e Hein (2005, p. 15).

Descrevendo as etapas temos:

Interação- Reconhecimento da situação a ser estudada (problema), devendo estudar o assunto (familiarização com o assunto a ser modelado- referencial teórico), investigar tudo o que conseguir sobre ele, seja por jornais, revistas, internet, experiências em campo, dados disponibilizados por profissionais, entre outros.

Mesmo que essa etapa esteja subdividida em duas, elas não obedecem a uma ordem podendo ser realizadas de acordo com a necessidade do processo de modelagem (BEIMBENGUT E HEIN, 2005, p. 15).

.**Matematização** - Nesta etapa ocorre a formulação do problema e sua resolução. Portanto, essa é a fase em que ocorre a tradução do problema para uma linguagem matemática. Neste processo, é preciso utilizar a intuição, criatividade e experiência acumulada (BEIMBENGUT E HEIN, 2005, p. 15).

Formulação do problema (hipóteses), que neste momento devem-se classificar as informações em relevantes e não relevantes, relacionando e identificando fatos envolvidos, para então decidir quais os fatores a serem perseguidos, levantando assim as hipóteses. Em seguida, deve ser analisado o que será relevante para a solução do problema, estabelecer as variáveis, para então, descrever essas relações em termos matemáticos. Nesse momento, no entender de Biembengut e Hein (2005, p. 14) o objetivo principal é: “chegar a um conjunto de expressões aritméticas ou fórmulas, ou equações algébricas, gráficos ou representações, ou programa computacional que levem a solução ou permitam a dedução de uma solução”.

Resolução de problema em termos de modelo, que após a formulação do problema, deve-se analisá-lo, utilizando de todas as ferramentas matemáticas disponíveis. Para tal análise é necessário um aguçado conhecimento sobre as diferentes matemáticas utilizadas na formulação.

Modelo Matemático - Para concluir o modelo, deve-se fazer a chamada validação, em que se deve avaliar o modelo e verificar o quanto ele se aproxima da situação problema apresentada (ou o quanto ele se aproxima da realidade). Após tal avaliação, deve-se verificar o grau de confiabilidade na sua utilização (BEIMBENGUT E HEIN, 2005, p. 15).

Para o ensino da matemática, Biembengut (1999, p. 36) explicita que a modelagem pode ser “um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente”.

No contexto pesquisa acadêmica, pode-se perceber que ao se trabalhar com modelagem tem-se uma iniciação à pesquisa. No processo de criação de um modelo há a necessidade de se buscar o máximo de informações e entendimento sobre o fenômeno estudado. Dessa forma, pesquisar se torna indispensável para a elaboração adequada do modelo, bem como para a sua validação. Nesse sentido, Biembengut (2009, p. 22) diz que “promover modelagem matemática no ensino implica também ensinar o estudante, em qualquer nível de escolaridade, a fazer pesquisa sobre um assunto de seu interesse”.

Na concepção de Bassanezi (2006) “um modelo deve prever no mínimo os fatos que o originaram. Um bom modelo é aquele que tem capacidade de previsão e de novos fatos ou relações insuspeitas” (p. 30). Caso o modelo não atenda as necessidades que o geraram, o processo deve ser retomado, ou seja, o processo deve voltar à fase da matematização, e as modificações necessárias deverão ser realizadas.

Bassanezi (2015, p. 15) afirma que “a modelagem matemática é simplesmente uma estratégia utilizada para obtermos alguma explicação ou entendimento de determinadas situações reais”. Portanto, a Modelagem também funciona como uma estratégia para mostrar aos alunos como os conteúdos matemáticos podem ser aplicados no contexto social e como o conhecimento da matemática pode melhorar o bem-estar da sociedade. E, que muito embora, o que se busca é modelar uma situação-problema para atingir a validação de um modelo proposto, é bem verdade que nem sempre essa situação é necessária. Dependendo da motivação com a qual estamos trabalhando, como, por exemplo, a valorização da matemática e/ou justificação de algum conteúdo, a validação fica em segundo plano, visto que neste caso a aprendizagem está como alvo principal. Assim como a formulação de problema, por vezes, é mais tentadora que a solução.

Então, segundo Bassanezi (2016, p. 27 -28) os principais argumentos para a inclusão da Modelagem na educação são: argumento formativo, argumento de competência crítica, argumento de utilidade, argumento intrínseco, argumento de aprendizagem e argumento de alternativa epistemológica.

O argumento formativo realça as aplicações, a resolução de problema e a Modelagem Matemática como meio para desenvolver capacidades e atitudes dos alunos, fazendo com que sejam criativos, pesquisadores e competentes na resolução de problemas. O argumento de competência crítica mantém o foco na preparação dos alunos para atuarem como cidadãos na sociedade, formarem opiniões próprias e entenderem a matemática usada no contexto social. O argumento de utilidade ressalta o saber matemático como instrumento para os alunos solucionarem problemas em diversos contextos (BASSANEZI, 2016, p. 27 -28).

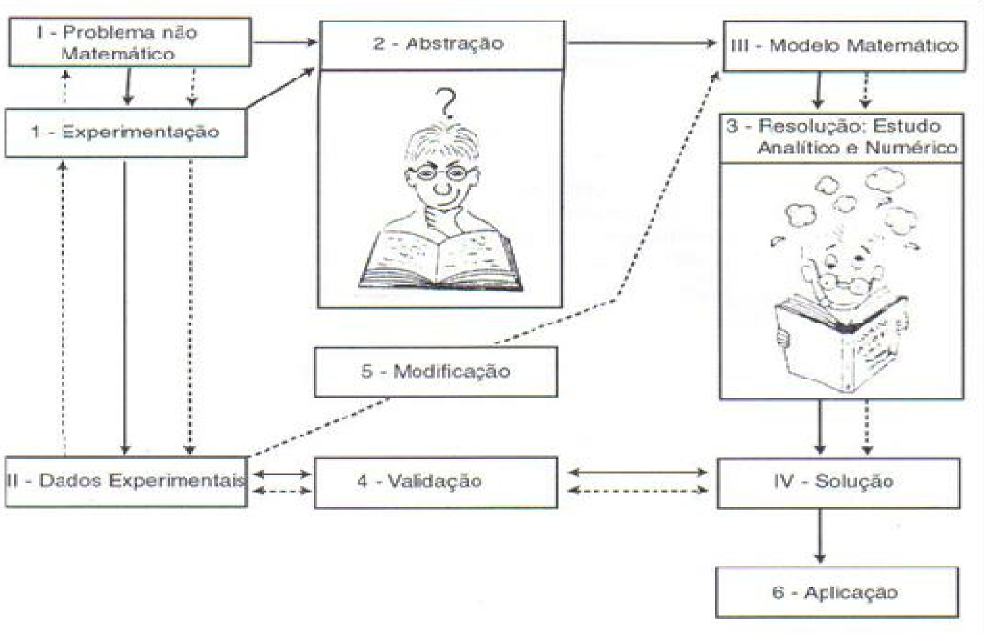
O argumento intrínseco salienta que a inclusão de Modelagem, aplicações e resolução de problema propicia aos alunos uma valiosa bagagem para interpretar e compreender a matemática nas diversas situações.

O argumento aprendizagem assegura que as aplicações ajudam os estudantes a perceberem e reterem procedimentos, conceitos e resultados matemáticos, e prezar a matemática em si. O argumento de alternativa epistemológica afirma que o programa Etnomatemática se adequa a Modelagem, pois segundo D'Ambrosio (1993) o programa sugere uma perspectiva epistemológica alternativa relacionada a histografia, tendo como ponto de partida a realidade e alcançando a ação pedagógica por meio da fundamentação cultural, de forma que funcione como uma metodologia alternativa mais pertinente as diferentes realidades socioculturais. (D'AMBRÓSIO, 1993 p. 5-11).

Em análise, o fato é que, a Modelagem pode contribuir em vários aspectos no desenvolvimento integral dos alunos como cidadãos capazes de interagir e modificar o ambiente social em que estão inseridos, por meio do aprendizado significativo da matemática.

Falando em "fazer modelagem", Bassanezi (2011, p.17) sugere que se deve seguir uma sequência de etapas (atividades intelectuais), são elas: experimentação, abstração, resolução, validação e modificação. Etapas visualizadas e discriminadas na figura.

Figura 4: Etapas de Modelagem Matemática de Bassanezi



Fonte: Bassanezi (2002, p. 27).

Na figura 4, esquema de modelagem: as setas contínuas indicam a primeira aproximação. As setas pontilhadas indicam a busca por um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado.

A primeira etapa designada experimentação refere-se à coleta de dados envolvidos no fenômeno. Os dados podem ser coletados por meio de pesquisas bibliográficas, experiências em campo, entrevista com um especialista no tema, etc.

A segunda etapa instituída abstração é a parte do processo no qual o modelo matemático é formulado. Essa etapa se divide em quatro momentos: seleção das variáveis, problematização, formulação de hipótese e simplificação. Bassanezi (2016, p. 27-28) afirma que a seleção das variáveis é “a distinção entre as variáveis de estado que descrevem a evolução do sistema e as variáveis de controle que agem sobre o sistema”. A problematização é a elaboração de enunciados explícitos, entendíveis e operantes.

A formulação de hipóteses é o momento em que os supostos que darão direção à investigação serão levantados, normalmente são formulações gerais que permitem a conclusão de manifestações empíricas. A simplificação consiste em delimitar e discernir os fenômenos comumente completos para que sejam trabalhados matematicamente e simultaneamente para manter o seu valor.

A terceira etapa nomeada resolução consiste em manusear o modelo a fim de encontrar uma solução, dado que o mesmo representa o problema. Ao resolver o modelo, encontra-se a resposta do problema. Na quarta etapa validação é o momento de aceitar ou recusar o modelo apresentado anteriormente. O modelo e as hipóteses devem ser testados e comparados para certificar que preveem os fatos iniciais do problema. Na última etapa modificação, se o modelo foi recusado, o modelador deve rever os dados do problema e modifica-lo para melhor aproximá-lo da realidade.

A partir dos Modelos Matemáticos propostos é preciso focar na escolha pelo modelo que melhor identifique a problemática. No meu trabalho optei por escolher o modelo do professor Bassanezi, pois trabalharei com este modelo na ETA.

3 CONHECENDO A ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA (ETA)

A ETA é um local que trata e distribui água para população. A companhia está localizada na cidade de Patos na Paraíba, fundada em 1966, situada no bairro do Jatobá. Ela é administrada pela CAGEPA.

Para oferecer água de boa qualidade, efetua captação em rios, barragens e lençol subterrâneo e em seguida submete a um tratamento compatível com suas características para torná-la própria para consumo humano, tendo em vista que no manancial como ela se apresenta nem sempre essas condições são satisfatórias.

Um serviço de abastecimento de água deficitário põe em risco a saúde da população servida, tendo por objetivo a produção de água em quantidade e qualidade, mantendo um serviço contínuo e com custo acessível ao usuário.

Um sistema de abastecimento de água é normalmente constituído das seguintes unidades: captação, adução, tratamento, preservação, distribuição e ligações domiciliares.

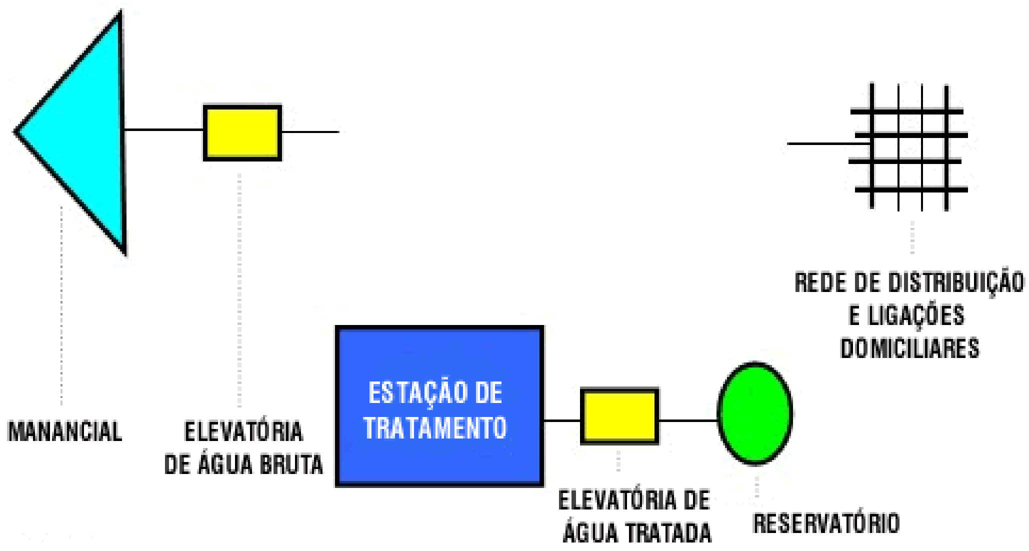
Conhecendo o sistema de uma estação de tratamento de água, vamos percorrer por todo o percurso do tratamento de água, mostrando o seu funcionamento e utilização de mecanismos para a realização do seu objetivo, que o é tratamento e distribuição de água.

3.1 ETAPAS DO TRATAMENTO DE ÁGUA

Num sistema de tratamento de água podemos elencar etapas que fazem parte do complexo, que são:

1- Manancial: fonte de onde se retira a água.
2- Elevatória de água bruta: conjunto de equipamentos e instalações utilizado para a tomada de água do manancial.
3- Estação de Tratamento: melhoria das características qualitativas da água, dos pontos de vista físico, químico, bacteriológico e organoléptico a fim de que se torne própria para o consumo humano (potabilidade). Este tratamento é realizado na ETA.
4- Elevatória de água tratada-onde fica os conjuntos motor bombas que leva as águas para os reservatórios.
5- Reservatório- Água pronta para destinar para o consumidor.

Figura 5: Esquema de uma Estação de Tratamento de Água (ETA)

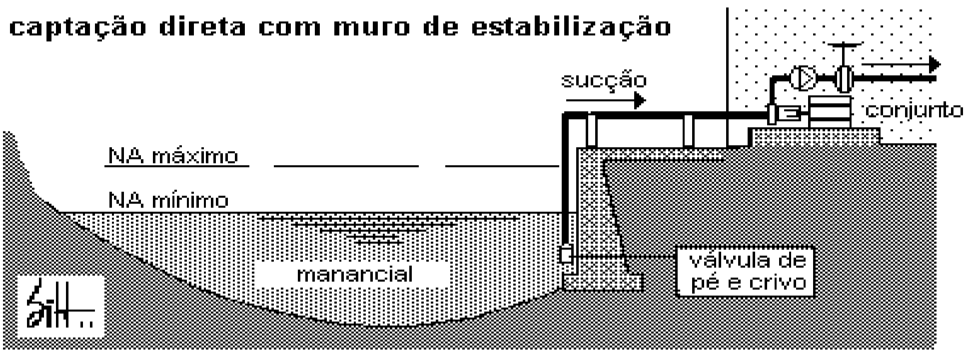


Fonte: Cagepa (2009).

Sobre mananciais da região das espinharas que compõe todo o sistema que abastece Patos e região, temos as águas superficiais, citamos: a Barragem da Capoeira, Barragem da Farinha, Açude do Jatobá e Açude de Coremas.

A etapa de captação da água bruta e condução por canalização até a estação de tratamento, denominada de elevatória de água bruta.

Figura 6: Captação de água bruta



Fonte: Cagepa (2009).

O Processo de tratamento de água passa por algumas etapas, conforme quadro a seguir:

Quadro 7: Processo de tratamento de água

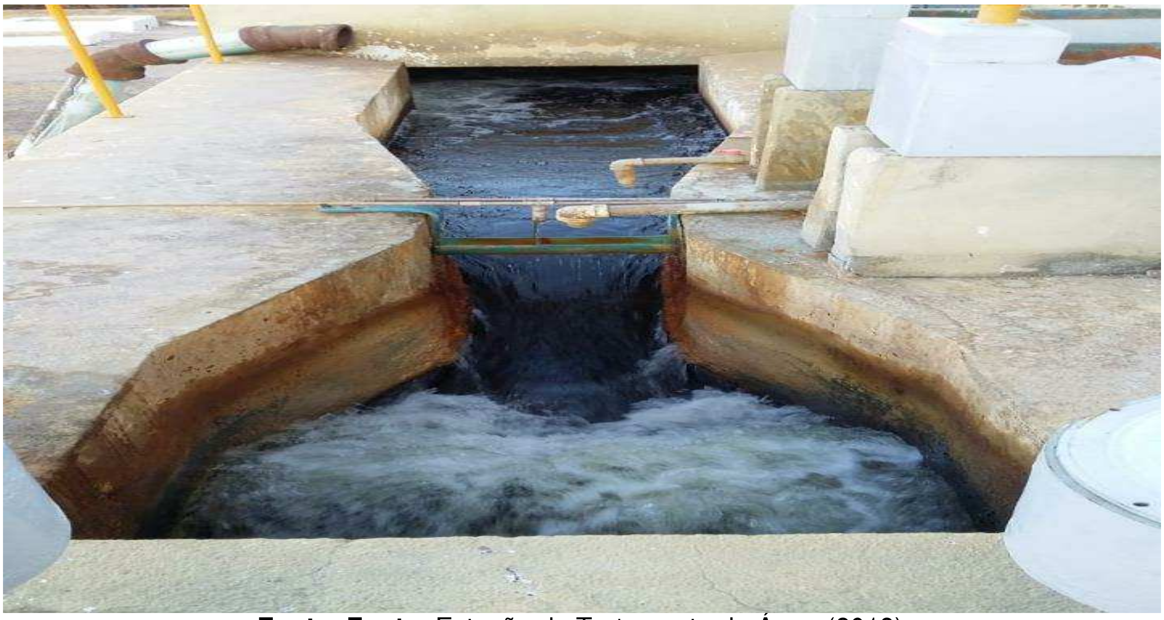
1- Coagulação (mistura rápida) - Representa a reação do coagulante (sulfato de alumínio) com a água em local com agitação que permita o melhor contato entre os reagentes, para formar produtos insolúveis (coágulos), destinados a promover a clarificação da água.
2- Floculação- Neste processo promove-se a aglutinação dos coágulos e partículas em suspensão na água para formação dos flocos que serão removidos através da decantação.
3- Decantação - Com a formação dos flocos que ficam mais pesados acontece a decantação eliminado assim as sujeiras em suspensão que conferem cor e turbidez à água. Esse tratamento representa uma preparação da água para filtração. Quanto melhor a decantação, melhor será a filtração.
4- Filtração – A operação de filtração consiste em fazer passar a água através de meio poroso, geralmente constituído de areia, para retenção dos flocos menores que não foram removidos na decantação. Desta forma, conclui-se que a água fica límpida após passar pelas etapas de coagulação, floculação, decantação e filtração. No entanto ainda não está pronta para consumo humano. Para isto necessita efetuar a desinfecção após sua clarificação, a fim de garantir sua qualidade.
5- Cloração- É efetuada através da aplicação de cloro destinado a destruição de microorganismos presentes na água.

Fonte: Disponível em: www.twitter.com/**cagepa**. Acesso: 20 Ago. 2018 Adaptado.

Detalhando as fases do tratamento de água, Em que descrevemos: coagulação, floculação, sedimentação filtração e cloração, onde a Estação de Tratamento de Água possui unidades de tratamento que são: misturador rápido, floculador, decantador, filtro e reservatório de cloração.

A coagulação é a primeira fase da clarificação e consiste em se obter uma mistura homogênea entre a água bruta e o coagulante (Sulfato de Alumínio, em forma de líquido), fase que ocorre no misturador rápido chamado de Calha Parshall.

Figura 8: Misturador rápido tipo Calha Parshall



Fonte: Fonte: Estação de Tratamento de Água (2018).

Em seguida, ocorre a floculação, onde ocorre a movimentação da água de forma que os coágulos, formados na fase anterior, possam aglutinar-se, formando os flocos. A unidade que se processa a floculação é floculador (agitadores com motor acoplados. Veja foto:

Figura 9: Floculadores da ETA, Patos**.**

Fonte: Estação de Tratamento de Água (2018).

A terceira fase é a decantação na qual ocorre uma diminuição na velocidade do deslocamento da água floculada, proporcionando o depósito dos flocos. O decantador é a unidade por onde se processa a decantação, e consiste, basicamente, em um tanque retangular, apresentando dispositivos de entrada para melhorar a distribuição da água (placas e cortinas difusas), de saídas para evitar o arraste de flocos (calhas coletoras) e de remoção do lodo no fundo. Nas calhas, obtêm-se a água decantada.

Figura 10: Decantador

Fonte: Estação de Tratamento de Água (2018).

Quarta fase é filtração, que consiste em se fazer a água, já decantada, infiltrar-se em um leito poroso, em que as pequenas partículas vão ficando retidas. As partículas remanescentes que não se sedimentaram no decantador. À medida que um filtro funciona, seu leito filtrante vai acumulando flocos e quanto mais tempo ele funciona maior será a quantidade de flocos, ocasionando uma menor capacidade de filtração, isto é, um aumento de turbidez, que se caracteriza pelo fato de que a camada superior de areia ficar totalmente tomada de flocos, indicando a necessidade de lavagem do filtro. Esta lavagem é feita, fazendo-se passar a água, previamente tratada, pelo filtro no sentido oposto ao da filtragem.

Figura 11: Filtros

Fonte: Fonte: Estação de Tratamento de Água (2018).

A última fase do tratamento é a desinfecção, que é de fundamental importância para a potabilidade da água, o produto usado na desinfecção da água é o cloro gasoso, e acondicionado em cilindros de 900kg. Usado logo após a filtração da água em um reservatório onde é feita a desinfecção da água.

Figura 12: Cilindros de cloro gasoso.

Fonte: Estação de Tratamento de Água (2018).

Diante do que foi exposto da Estação de Tratamento de Água, no sentido de observação e estudo, podemos visualizar no ambiente físico da ETA várias problemáticas que darão condições para que alunos e professores possam trabalhar a Matemática de uma forma mais livre e dinâmica, pois na Estação de Tratamento de Água, modelos matemáticos fluem a todo instante. E é nessas visitas programadas que professores juntos com seus alunos podem pensar sobre quais modelos irão trabalhar, desde modelos simples a complexos.

4 MODELOS MATEMÁTICOS ELABORADOS NO CONTEXTO DA ESTAÇÃO DE TRATAMENTO DE ÁGUA.

Nesta seção são apresentados alguns modelos matemáticos, que serão objeto de estudo para muitos alunos e professores que vierem trabalhar na ETA com a modelagem como tendência para o ensino, considerando que o propósito em estudo é deixar um legado de informações para que alunos e professores possam "in loco" contemplar a rica perspectiva de situações modelos para o trabalho de campo na matemática.

Há vários exemplos, citarei alguns deixando perspectivas de ideias e pensamentos de outros modelos matemáticos. A princípio neste trabalho os níveis de ensino serão, fundamental e médio, e que serão abordados temas dentro dos conteúdos matemáticos de cada nível.

Os modelos se classificarão no terceiro caso de modelagem, em que, conforme Barbosa (2001, p. 8), "a partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas, eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problemas" e serão desenvolvidos seguindo as etapas da modelagem de Bassanezi (2011), em que serão apresentados a Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação.

Em todo o processo serão utilizados conteúdos matemáticos, trabalhados em modelos, e que de maneira geral, em praticamente todos os modelos são trabalhadas as quatro operações com números racionais, múltiplos e submúltiplos das unidades de medida e de massa, volume e áreas, e álgebra a partir da formulação de equações. No quadro 4 sintetizamos os principais conteúdos abordados e os modelos referentes a cada um.

Quadro13: Resumo dos principais conteúdos matemáticos que serão abordados:

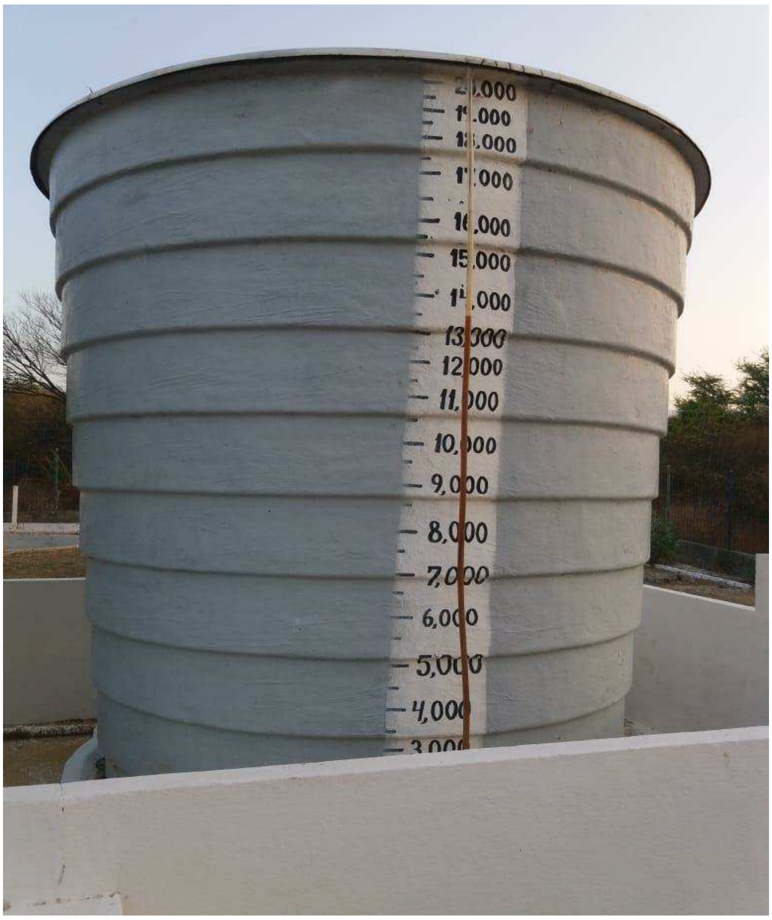
MODELOS	PRINCIPAIS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS
ENSINO FUNDAMENTAL	
-Produção, consumo e perdas	-relações obtidas com quociente; -Porcentagens.

-Controle de dosagens de produtos	-regra de três e proporcionalidade; -média aritmética; -unidades de medida, de massa e capacidade; -arredondamento.
ENSINO MÉDIO	
-controle de consumo de produtos	-regra de três e proporcionalidade; -média aritmética; -unidades de medida de massa, capacidade e volume;
-Modelando reservatórios (floculador, decantador e tanques de sulfato)	-sólidos geométricos (cilindro, cone, etc.); -volumes e áreas dos sólidos geométricos;
-modelando quadros elétricos e motores	-o uso de análise combinatória

Fonte: Próprio autor (2018).

4.1 MODELANDO UM RESERVATÓRIO (CAIXA DE ARMAZENAMENTO DE SULFATO LÍQUIDO)

Figura 14: Foto de Reservatório de Sulfato Líquido



Fonte: Estação de Tratamento de Água (2018).

Como problemática, pode ser proposto aos alunos um levantamento de hipóteses sobre o reservatório, no qual se quer saber o volume total do reservatório e se realmente o volume de líquido do reservatório está perfeitamente correto dentro da escala que consta no reservatório.

1. Experimentação:

Pode-se usar conteúdos matemáticos, que envolvam sólidos geométricos e transformação de unidades de medidas, noção de circunferência e regra de três. Os alunos terão que ter conhecimento do conteúdo matemático, no que concerne ao reservatório, para poder verificar que se trata de um troco de cone e terá que ser encontradas as medidas que serão verificadas “in loco”, com o uso de trena, para a construção dos dados. Como hipótese verificar se volume que está especificado no reservatório é de 20.000 litros. Trabalharemos também com aproximação de números decimais.

Na parte inferior do reservatório foi medido o seu comprimento e tendo como resultado, Cm=7,70 m, e que na parte superior encontra-se a medida de CM=9,95m.

2. Abstração:

Na formulação deste modelo, serão usadas as variáveis, sendo o volume expresso em m^3 e as medidas de comprimento em m, e que terá de transformar de m^3 para dm^3 e dm^3 para l:

Vr: volume do reservatório

rm.: raio da base menor do tronco de cone

RM: raio da base maior do tronco de cone

h: altura do tronco de cone(reservatório)= 3,21m, transformando para 32,1dm

π: valor constante=3,14

Cm: comprimento da base menor

CM: comprimento da base maior

3. Resolução:

Para a resolução, é importante que os dados coletados sejam adequados para sua aplicabilidade na fórmula a que propõe o modelo, como segue:

Para encontrarmos o rm a partir do comprimento da base menor do tronco de cone, onde sabe-se que Cm= 7,70m, substituindo os dados:

$$Cm = 2x\pi xrm \rightarrow Cm = 2\ x\ 3{,}14\ x\ rm \rightarrow 7{,}70 = 6{,}28\ x\ rm \rightarrow rm = \frac{7{,}70}{6{,}28}$$

$$\rightarrow rm = 1{,}226m$$

Transformando, rm= 1,226m para dm; rm=12,26dm

Encontrando o RM, usando o comprimento da base maior do tronco de cone, onde: CM=9,95m, substituindo:

$CM = 2 \times \pi \times RM \rightarrow 9{,}95 = 2x3{,}14xRM \rightarrow\ RM\ x\ 6{,}28 = 9{,}95 \rightarrow RM = \frac{9{,}95}{6{,}28}$

$\rightarrow$RM=1,584m

Transformando, RM=1,584m para dm; RM=15,84DM

Agora podemos usar a fórmula do troco de cone, aplicando os dados obtidos:

$V = \pi h \frac{(R^2+Rr+r^2)}{3} => V = 3{,}14x32{,}1\ \frac{[(15{,}84)^2+15{,}84x12{,}26+(12{,}26)^2]}{3}$

$\rightarrow V = \frac{(250{,}9+194{,}2+150{,}3)}{3} \rightarrow\ \ V = \frac{100{,}8X595{,}4}{3}$

$\rightarrow$ V =20.005,44dm^3

1dm----------------1l

20.005,44--------x

X= 20.005,44l

V=20.000L aproximadamente.

4. Validação e modificação:

Embora se observe um erro considerável entorno do valor encontrado e o valor que era estabelecido, fica óbvio que trabalhamos com aproximação de valores, por isso podemos estar diante de um resultado normal quando tratamos de valores aproximados.

Assim, o modelo encontrado pode ser considerado bom do ponto de vista didático para aprendizagem, uma vez que na construção do modelo matemático não havia uma preocupação em se encontrar o resultado exato e sim em realizar um desenvolvimento adequado para o cálculo do volume para o reservatório de sulfato líquido.

Além de tudo é importante ter senso crítico e buscar em qualquer ambiente físico algo que se possa dá estímulo uma criatividade matemática, pois o intuito deixa de ser a validação para tratar de um desenvolvimento de um modelo matemático.

4. 2 RELAÇÕES ENTRE PRODUÇÃO, CONSUMO E PERDAS DE ÁGUA

Para poder controlar a produção, as perdas e o consumo de água, faz-se necessário um controle, que através de documentos, boletins e relatórios, pode-se tomar decisões futuras com relação as questões que estão envolvidas numa ETA, neste sentido essas informações serão de grande importância no desenvolvimento do trabalho com a modelagem matemática.

Como proposta de modelo os alunos fazem um levantamento de todo o processo da água e seu destino, fazendo uma relação entre o consumo, produção e perdas de água.

Sempre é interessante lembrar a capacidade de armazenamento de água dos mananciais que compõem o sistema de abastecimento da Regional das Espinharas, quando estão em situação de 100% de suas capacidades, Barragem da farinha: 25.738.500m^3; Jatobá: 17.516.000m^3; Coremas: 591.646.222m^3 e Capoeira: 53.450.000m^3 (Fonte: AESA).

1. Experimentação:

Os dados coletados na sede da Regional das Espinharas em Patos-CAGEPA e, também, no espaço físico da ETA- Jatobá, estão disponíveis para alunos e professores que por ali passar, e que será visto todo o processo de produção e tratamento de água.

A análise será feita com o uso de formulários de controle de produção, consumo, perdas, índices, etc. Que serão objetos de estudos e conferidos “in loco” para quem precise trabalhar este tipo de modelo. Usando da internet, pesquisa-se dados referentes à média de consumo d’agua de uma pessoa. Todos os dados coletados nos documentos e pesquisas foram descritos dessa forma:

- Volume água tratada, no mês de agosto de 2018, na ETA-Patos: 907.200m^3

- Volume consumido de água tratada no mês de agosto de 2018: 622.440.000m^3

- População abastecida, aproximadamente: 114.000 pessoas, de um total de 38.000 registros(medidores) instalados na cidade de Patos, levando-se em consideração, numa média de três pessoas por família.

- Pesquisa na internet, consumo médio de água, diário, por pessoas, em um centro urbano no Brasil: de “120 a 200 litros” (Fernandes, 2012 n. p.).

2. Abstração:

Neste modelo matemático podemos usar variáveis para serem usada posteriormente na resolução de problema, que são:

- Vt= Volume produzido de água tratada no mês de agosto, em m³;
- Vc= Volume consumido de água tratada no mês de agosto, em m³;
- Vpe= Volume de água tratada desperdiçada no mês de agosto, em m³;
- P = População abastecida;

- Cdp= Consumo diário de água por pessoa;
- Cmp= Consumo mensal de água por pessoa;
- Ip= percentual de perdas de água, em relação à produção de água tratada.

A princípio, como hipótese, apenas a situação de que a população abastecida não varia durante o mês de agosto/2018.

3. Resolução:

Primeiro passo, relações entre consumo por pessoa e produção por pessoa:

Consumo mensal por pessoa: $Cmp = \frac{Vc}{P}$

$\rightarrow\ Cmp = \frac{622.440}{114.000} \quad \rightarrow Cmp = 5{,}46m^3$

Transformando para litros, usando a regra de três: $1\mathrm{m}^3 = 1000\mathrm{dm}^3$

1l-----------$1\mathrm{dm}^3$

X -----------$1000\mathrm{dm}^3$ X=1000l

5,46x1000= 5.460l, consumo mensal por pessoa;

Consumo diário por pessoa: $\mathrm{Cdp} = \frac{\mathrm{Cmp}}{30}$

$\boldsymbol{Cdp} = \frac{\mathbf{5.460}}{\mathbf{30}} \rightarrow \mathrm{Cdp} = 182\mathrm{l}$

Fazendo um comparativo de consumo diário do valor médio de consumo a nível nacional nos centros urbanos (120 a 200 litros), e que em Patos é de 182l diário por pessoa, ficando dentro da margem da pesquisa.

Produção mensal de água por pessoa: $\mathrm{Pmp} = \frac{\mathrm{Vt}}{\mathrm{P}}$

$$\mathrm{P}mp = \frac{907.200}{114.000} \quad \rightarrow \quad Pmp \ = 7{,}95789\mathrm{m}^3$$

Transformando para litros, usando a regra de três:

$7{,}95789\mathrm{x}1000 = 7.957{,}89\mathrm{l}$, produção mensal por pessoa, aproximadamente $7.958\mathrm{l}$;

Produção diária por pessoa: $\mathrm{Pdp} = \frac{\mathrm{Pmp}}{30}$

$\mathrm{Pdp} = \frac{7.958}{30} \rightarrow \mathrm{Pdp} = 265{,}27\mathrm{l}$, aproximadamente.

Fazendo a diferença: $Pdp - Cdp = 265{,}27 - 182$ => temos $83{,}27$ litros/pessoa.

Analisando este último resultado, percebe-se que existe uma perda de água em todo o processo, do início da distribuição até a chegada no consumidor, no valor de 83,27 litros por pessoa, por dia. Não se trata de desperdício do consumidor, e sim de problemas no sistema, que acarreta perda. Poder-se atribuir este fato, basicamente, a vazamentos de redes de distribuição, ligações clandestinas e consumos excedentes sem medição correta.

Verificando a situação de perdas:

-Volume considerado perdas

$Vpe = Vt - Vc => Vpe = 907.200 - 622.440 => \mathrm{Vpe} = 284.760\mathrm{m}^3$

Transformando para litros, temos: 284.760.000 litros, volume de perda.

Analisando do ponto de vista em índice de porcentagem,

$$Ip = \frac{284.760.000x100\%}{114.000} \rightarrow Ip = 24{,}98\%$$

Fazendo o quociente dentre o volume de perdas mensais-Vpe, em litros, e o consumo mensal por pessoa tem-se: $\frac{Vpe}{Cmp} = \frac{284.760.000}{5.460} = 52.153{,}846$, aprox. 52.154.

Assim, 52.154 pessoas que poderiam ser abastecidas, em um mês, com o volume de perdas.

Fazendo, agora, o quociente entre este valor e o total da população, e multiplicando por 100%, tem-se o percentual da população que poderia ser abastecida com o valor de perdas,

$$\frac{52.154}{114.000} = 0{,}45748x100\% = 45{,}74\%$$

4. Validação e modificação:

Diante deste modelo matemático exposto, tem-se como objetivo principal o de deixar um modelo de como trabalhar com a matemática numa estação de tratamento de água, relatando e confirmando nos dados obtidos nos documentos e pesquisas na internet a explanação do experimento, sendo possível chegar às conclusões satisfatórias diante da problemática exposta (relações e comparações), obtendo mais situações e podendo ajudar a empresa a sanar problemas que estão diante das conclusões obtidas.

4.3 MODELADO UM SISTEMA DE QUADRO ELÉTRICO COM MOTORES

Figura 15: Botoneiras de quadro elétrico

Fonte: Estação de Tratamento de Água (2018).

Figura 16: Motores de floculador

Fonte: Fonte: Estação de Tratamento de Água (2018).

1. Experimentação:

Em um quadro elétrico da ETA-PATOS, tem-se de 1 a 8 botoneiras, referente a oito motores ligados 24h por dia, botoneiras que ligam e desligam os motores dos floculadores de acordo com as necessidades de manutenção. Daí, precisa-se fazer a manutenção dos motores e terão que fazer o desligamento de dois motores por vez. Como problemática (hipótese) os alunos teriam que verificar as possibilidades de escolha para o desligamento dos motores para que a manutenção possa realizar a sua tarefa.

2-Abstração:

As Variáveis que podem ser formuladas são:

n: número de motores;

n: motores que serão parados;

C: combinação

3. Resolução:

Fórmula: $Cn, p\,\frac{n!}{(n-p)!p!}$ onde: n= 8 e p=2

$C8,2= \frac{8!}{(8-2)!2!}$

$C8,2= \frac{8!}{6!2!}$

$C8,2= 8.7/2$

$C8,2=$ 28 possibilidades de desligamento, deixando apenas dois motores desligados.

4. Validação e modificação:

Valida-se pelo experimento feito e pelo o resultado alcançado, porém existem outras hipóteses a serem tratadas, dependo muito de quem vai pensar a matemática do seu jeito próprio, portanto a otimização do resultado satisfaz com êxito a parada dos motores para que os agentes de manutenção possam realizar seus trabalhos, sem afetar o funcionamento do sistema, somente diminuindo em um pouco a agitação nos floculadores, mas que por pouco tempo de parada.

4. 4 MODELANDO O SISTEMA DE ABASTECIMENTO E CONSUMO DIÁRIO DE ÁGUA POR PESSOA

Como hipótese, os alunos que vivenciam a ETA, poderia propor o seguinte questionamento: O sistema atual de abastecimento da cidade de Patos suportaria o consumo de água se à população de Patos fosse atribuído o maior valor de consumo médio, diário, por pessoa, ou seja, 200 litros por pessoa?

1.Experimentação:

Alguns dados seriam coletados da mesma forma que no modelo B4, aproveitando-se aqueles já obtidos.

- A vazão de operação da estação de tratamento de água é de 350l /s;
- O horário de funcionamento é de 24 h.

2-Abstração:

As variáveis que podem ser apresentadas são:

Vt: volume de água produzida(tratada), mensamente, em m³;

Vc: volume de água que seria consumido, mensalmente, em m³;

Vps: volume suposto de água produzido, em m³;

P: população abastecida;

Cdp: Consumo diário, por pessoa;

Cmp: Consumo mensal, por pessoa;

Ip: índice de perdas;

q: vazão da operação

Também, neste modelo, a hipótese de que a população não se altera no mês é necessária. Além disso, deve-se considerar que o índice de perdas é o mesmo do modelo B4 e que não há perdas na operação da ETA, isto é, todo volume vindo dos mananciais é considerado produção.

3. Resolução:

Usar-se-á as equações já trabalhadas no modelo matemático B4, sé que adaptados para esta situação. O que se precisa é o volume mensal, para se poder comparar e verificar a possibilidade ou não do sistema suportar esse aumento de consumo.

Consumo mensal:

$$Cmp = Cdpx30 \Rightarrow Cmp = 200 \text{ x } 30 \Rightarrow \text{Cmp} = 6.000\text{l/pessoa}$$

Volume consumido:

$$Vc = \frac{CmpxP}{1000} \Rightarrow Vc = \frac{6.000X114.000}{1000} \Rightarrow Vc = 684.000\text{m}^3$$

Como por hipótese, o índice de perdas é o mesmo do modelo B4, pode- se mostrar que:

$$Vc = Vp - VpxIp$$

$$\rightarrow \quad Vc = Vp(1 - Ip)$$

$$\rightarrow \quad Vp = \frac{Vc}{1-Ip}$$

$$\rightarrow \quad Vp = \frac{684.000}{1-24{,}98}$$

$$\rightarrow \quad Vp = \frac{684.000}{1-0{,}2498}$$

$$\rightarrow \quad Vp = \frac{684.000}{0{,}7502}$$

$$\rightarrow \quad Vp = 911.756{,}864m^3$$

Esse valor é o volume que a ETA deveria produzir, por mês, caso a população tivesse um consumo diário de 200 litros por segundo. Cabe ressalva da manutenção de 3 casas decimais no volume para uma melhor aproximação quando da transformação para litros.

Mas, com uma vazão de 350 l/s, que é a vazão da ETA, durante o mês, e supondo que não houvesse alteração nenhuma de vazão da ETA, o cálculo da produção suposta (Vsp), em m³, seria:

$$Vpc = \frac{qx\ tempo\ total\ de\ operação}{1000}$$

Onde: tempo total de operação= $30\ \text{dias x } 24\text{h x } 3.600\text{seg.} = 2.592.000\text{seg.}$

$$\rightarrow\ 911.756{,}864 = \frac{q\ x 2.592.000}{1000}$$

$$\rightarrow\ q = \frac{911.756{,}864}{2.592}$$

$\rightarrow\ q = 351{,}758 l/s,$ aproximadamente, $352 \text{l}/s$.

Então, com a vazão de 352 L/s (arredondamento conforme adotado na ETA), poderia abastecer a população que consumisse 200 L/dia, mesmo considerando as perdas. Vale salientar que nem sempre é possível alteração de vazão, tendo em vista a diminuição de capacidade dos mananciais e cronogramas de racionalização de água.

4. Validação e modificação:

A partir de uma análise da realidade modelada, chega-se a uma conclusão satisfatória de um tema que busca no consumo de água a solução para o abastecimento de água, num instante em que a demanda aumenta e a oferta de água não é capaz de atender as necessidades da população. Dessa forma, os alunos estarão enriquecendo os seus estudos e buscando alternativas com o uso da modelagem matemática.

4.5 MODELANDO O CONTROLE DE DOSAGEM DO CLORO GASOSO

Para fins do tratamento de água, para que a água tratada fique dentro dos padrões de potabilidade, é aplicado o cloro gasoso, e como hipótese podemos determinar a dosagem, em mg/l, de cloro gasoso que será aplicado em certo instante verificando o residual (comparador de cloro).

Figura 17: Comparador de cloro residual

Fonte: Estação de Tratamento de Água (2018).

1. Experimentação:

A coleta de informações é verificada através de formulários do controle de dosagens. O cloro residual é visto no comparador, e dependendo da vazão da água no reservatório de cloração é que o residual pode apresentar em sua escala de menor ou igual a 0,5 e maior ou igual a 5,0 ppm (partes por milhão).

- A dosagem de cloro a ser registrada nos boletins é em mg/l;

- A vazão de operação de água bruta: 350L/s

- Visualização no comparador, mantendo um residual de acordo com a vazão da água, pra maior ou menor residual, com residual acima de 5,0 ppm.

2. Abstração:

dr: dosagem total registrada por kg/dia nos boletins de acordo com o residual verificado.

dc: dosagem de cloro aplicada, em kg/l

vd: volume de água clorada em um dia, em litros

q: vazão de operação, em L/s

3. Resolução:

A dosagem de cloro pode ser anotada em kg/dia e a dosagem é determinada em mg/l, e necessário relacionar o tempo com o volume, fazendo essa relação pela vazão em L/s. Fazendo a transformação de unidades de medidas, temos:

dr em kg..........................1 dia

dr 1000.000mg................86.400 seg.

A partir do tempo em um dia(86.400s) e da vazão é possível a determinação do volume produzido por este tempo;

q em litros= 1seg.

vd = 86.400seg.

vd=86.400 x q em litros

Com o volume produzido e com a massa, e sabendo que a dosagem é expressa pelo quociente massa (em mg) / volume (em L), tem-se:

$dc = \frac{dr\ x\ 1.000.000}{q\ x\ 86.400}$, simplificando:

$\rightarrow \quad dc = \frac{dr\ x\ 625}{q\ x\ 54}$

dc determina a dosagem do cloro em função da dosagem verificada nos boletins e por sua vez em análises feita no comparador de residual de cloro, em certo tempo. Considerando a vazão como uma constante e usando ao valor dado no experimento, onde:

$\rightarrow dc = \frac{dr\ x\ 625}{350\ x\ 54}$

$\rightarrow \quad dc = \frac{dr\ x\ 625}{18.900} \quad \rightarrow \quad dc = \frac{dr\ x\ 25}{756}$

Então, chega-se à equação que expressa a dosagem em dc em função da dosagem dr.

Usando o valor de 168kg/dia, tem-se a dosagem:

$\rightarrow dc = \frac{168\ x\ 25}{756} \quad \rightarrow dc = \frac{4.200}{756} \quad \rightarrow dc = 5{,}555$mg/l

Verifica-se no do comparador indica um residual sempre acima de 5,0ppm.

O fato é que se a problemática for feita de forma invertida, pode-se determinar a dosagem a ser demonstrada nos boletins de residual para que se obtenha uma dosagem, em mg/l, já conhecida:

$$54\ x\ dc\ x\ q = 625\ dr$$

$$\rightarrow dr = \frac{54\ x\ dc\ x\ q}{625} \rightarrow dr = \frac{54\ x\ 5{,}555\ x\ 350}{625}$$

$$\rightarrow dr = \frac{104.989{,}5}{625}$$

$\rightarrow dr = 167{,}983 kg/dia$, aproximadamente, $dr = 168 kg/dia$.

4. Validação e modificação:

A validação seria realizada a partir da confirmação da dosagem determinada pelo modelo com que é empregada na ETA. Após análise dos resultados dessa comparação, caso necessário, seriam propostas as modificações para a adequação do modelo à realidade, ou até mesmo, seria proposto iniciar novamente o processo de modelagem a fim de se verificar algum erro, na formulação ou determinação de hipóteses, por exemplo.

4.6 SOBRE OS CONCEITOS MATEMÁTICOS DOS MODELOS PROPOSTOS

Sobre os conceitos matemáticos dos modelos propostos, faz-se necessário uma análise dos assuntos abordados na elaboração dos modelos, percebe-se várias aplicações de conceitos envolvendo proporcionalidade direta e regra de três simples, assuntos que desenvolvem alguns modelos. Na prática em tratamento de água a regra de três é usada constantemente, em todas as ações que envolvem cálculos

Além disso, na mesma importância aparecem as unidades de medida, massa e capacidade, com seus múltiplos e submúltiplos, empregadas nas concentrações e dosagens de produtos. Este conhecimento foi essencial para a compreensão das relações aplicadas nos cálculos que determinam a expressão para esses modelos e também para cálculo de consumo. Também as unidades de tempo, comprimento, área e volume foram necessárias para o desenvolvimento de cada modelo.

Na Geometria, é possível verificar a aplicabilidade concreta dos assuntos que envolvem a compreensão de figuras planas e espaciais, através do estudo do reservatório de sulfato líquido. Álgebra encontra-se em todos os modelos, como representação de incógnitas e variáveis em desenvolvimento de regras de três e nas equações. A representação de valores por “letras” possibilitou a formulação de expressões mais genéricas e que podem ser utilizadas em mais de um caso, como equações de dosagem e consumos de produtos.

O uso de médias aritméticas e desigualdades aparecem em alguns modelos, e ainda pode-se trabalhar com Análise Combinatória, tornando a elaboração dos mesmos uma boa estratégia para a aprendizagem de tais assuntos.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho realizado foca na temática da Modelagem em Educação Matemática, vislumbrando trabalhar com modelos matemáticos dentro de uma abordagem pedagógica para alcançar uma aprendizagem dos conteúdos matemáticos explorados em cada modelo.

Embora a Modelagem Matemática já venha sendo discutida há alguns anos, ainda se apresenta para os docentes como algo inovador, principalmente para os que ensinam Matemática.

Nesse sentido, a presente escrita buscou modelar uma Companhia de Tratamento de Água, na cidade de Patos, no estado da Paraíba, pelo fato de que o ambiente é visitado por alunos de escolas públicas e privadas. Daí, a necessidade de além de apresentar o ambiente aos alunos, mostrar possibilidades de aprender Matemática, por meio da modelagem em Educação Matemática.

Assim, o estudo foi guiado pela seguinte questão problema: *De que forma uma Companhia de Tratamento de Água coopera para formulação de modelos matemáticos, ao mesmo tempo, que contribui para aprendizagem em Matemática?*

Diante das nossa familiaridade com o ambiente e conhecedores do contexto no qual os modelos foram elaborados, evidenciamos que ambientes, dessa natureza, oferecem situações ricas para formular modelos matemático. Com o foco na Modelagem Matemática, na busca por um tema, pode-se trabalhar diversas hipóteses, através da observação e pesquisas de dados, direcionando o seu aprendizado do conteúdo com a formação de cada modelo criado.

O primeiro objetivo especifico foi apresentar modelos matemáticos formulados em uma Companhia de Tratamento de Água. Diante do estudo e da investigação na estação de tratamento de água, na qual o estudo foi realizado foi possível elaborar alguns modelos matemáticos, tais quais: Modelo caixa de armazenamento de sulfato líquido; Modelo Relações entre produção, consumo e perdas de água; Modelo de um sistema de quadro elétrico com motores de floculadores; Modelo sistema de abastecimento e consumo diário de água por pessoa; Modelo de controle de dosagem do cloro gasoso. Durante a elaboração deste modelos verificou-se que é possível explorar os seguintes conteúdos: Geometria (área e volume,); Análise Combinatória;

Regra de três simples; Unidades de medidas; Quociente; Soma, Média Aritmética e outras mais. É no processo de elaboração de modelos e nas interações que ocorrem nela que as aprendizagens são geradas. Basta o professor mediar, desafiar e proporcionar situações desafiadoras.

Desvelar as implicações pedagógicas desses modelos na aprendizagem em Matemática foi o segundo objetivo específico. Depois de um processo de reflexão sobre os modelos elaborados constatamos algumas implicações pedagógicas, quais sejam: é possível explorar, no ambiente de sala de aula, cada modelos, pois os alunos que vão à Companhia de Estação de Tratamento de Água podem aprender os conteúdos matemáticos que são explorados em cada modelo, fazendo com que o alunos percebam a relação que a Matemática com contextos que, aparentemente, não se veem Matemática; a possibilidade de gerar aprendizagens afetivas de conteúdos matemáticos, pois nas situações de vivências concretas e reais os alunos podem encontrar significados, gerando motivação para aprender; e demonstrar que o fazer matemática perpassa os muros da sala, basta ter um olhar sensível usar de olhares investigativos para analisar situações que podem ser explorados conceitos matemáticos.

Desta forma, os alunos poderão enriquecer os seus questionamentos através de informações oriundas de formulários técnicos, predispor de pesquisas, medições práticas, entrevistas e atividades que não são corriqueiras em sala de aula, podendo, assim, começar a entender, minimamente, todo processo de modelagem. E que na verdade a proposta da modelagem na ETA, contexto da pesquisa, requer de professores e alunos uma atenção mais genérica dos fatos.

A pesquisa realizada trouxe algumas reflexões para nossa formação acadêmica, uma vez que como futuros professores de Matemática, sabemos que é preciso levar novas práticas de ensino, incluindo novos meios de aprendizagens, inclusive usando estratégias extra sala, ajudando os alunos a perceberem que aprender e fazer matemática pode acontecer em situações do cotidiano, das vivências deles com ambiente dentro das características do que foi modelo nessa pesquisa.

Assim, reforçamos e corroboramos que na formação inicial do professor de Matemática as reflexões aprender sobre modelagem e aprender a modelar em Matemática sejam intensificadas, com vistas a proporcionar uma formação que possibilite ao futuro professor de Matemática trabalhar com essa tendência: modelagem em Educação Matemática.

Por fim, o estudo não para por aqui, surge então, outras ideias e temas que podem ser investigados dando continuidade à elaboração de modelos: Modelando a vazão ideal na aplicação do sulfato líquido; Modelo do dimensionamento na substituição de energia elétrica por energia solar; Modelo do tempo de retenção da água nos floculadores e outros mais.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; DIAS, Michele Regiane. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **BOLEMA**, ano 12, nº 22, p.19-36, 2004.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Discussões sobre "como fazer" modelagem matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni. **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o debate teórico.** São Paulo, Editora Contexto**,** 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. Editora Contexto, São Paulo, 2002.

____________. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2006.

____________. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.

____________. **Modelagem Matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

____________. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2016.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática e implicações no ensino aprendizagem de matemática**. Blumenau: FURB, 1999.

____________. **Modelagem Matemática na formação de professores: possibilidades e limitações.** In: Anais do XIX Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. Curitiba: Champagnat, 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática No Ensino**. São Paulo: Editora Contexto, 2005.

____________. Sobre a Modelagem Matemática do saber e seus limites. In: BARBOSA, J. C; CALDEIRA, A. D. e ARAÚJO, J. L. (Org.) **Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais.** São Paulo: SBEM, v. 3, p. 33-47.

BISOGNIN, Eleni; BISOGNIN, Vanilde; ALONSO RAYS, Osvaldo. “Modelo matemático da concentração de cocaína no organismo humano: modelagem matemática no ensino de Matemática”. **Educação matemática em revista**, n.º 6, Ano VI. SBEM, RS,2004.

BRASIL. Orientações curriculares para o ensino médio: Linguagens, códigos e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC/SEMTEC, 2006.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série.** Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho –UNESP, 1987.

____________. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino- aprendizagem**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, 1992.

____________. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no ensino fundamental e secundário. **Zetetiké.** v, n, 2, p. 47-60, 1994.

____________. Formação dos pensamentos Algébrico e Geométrico: uma experiência com a modelagem matemática**. Pró-Mat**. Paraná, Curitiba, v.1, nº. 1, p. 32-41, 1998.

____________**. Modelagem Matemática e a sala de aula**. Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, v. 1, p. 1-10, 2004.

CALDEIRA, A. D. **Modelagem matemática na formação do professor de matemática: desafios e possibilidades**. In: Anais ANPED SUL. Anais... Curitiba: UFPR, 2004.

___________. A modelagem matemática e suas relações com o currículo. In: Anais da IV Conferência Nacional sobre Modelagem em Educação Matemática – CNMEM. Feira de Santana: UEFS, 2005.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva. **Formação de Professores de Matemática Para o Século XXI: O Grande Desafio, Proposições**, v. 4, n, 1, 1991.

FERNANDES, Carlos. **Consumo médio de águas por pessoa/dia.2012. In: PROFESSOR Carlos Fernandes: http://professorcarlosfernandes.blogspot.com.br/2012/07/consumo-medio-de-agua-por-dia.html.**

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem.** Dissertação (Mestrado) - Curso de Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004. 180p.

TOLEDO, Marilia; TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática: como dois e dois**. São Paulo: FTD, 1997.