



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VII – GOVERNADOR ANTÔNIO MARIZ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E SOCIAIS APLICADAS
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

JANIETTE PEREIRA DA SILVA

**OPERAÇÕES COM FRAÇÕES E DECIMAIS: (DES)ENCONTROS
NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM**

**PATOS
2019**

JANIETTE PEREIRA DA SILVA

OPERAÇÕES COM FRAÇÕES E DECIMAIS: (DES)ENCONTROS
NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao departamento de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientadora: Prof^a.Ma. Lidiane Rodrigues Campêlo da Silva

**PATOS
2019**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586o Silva, Janiette Pereira da.
Operações com frações e decimais [manuscrito] :
(des)encontros no processo de ensino-aprendizagem / Janiette
Pereira da Silva. - 2019.
70 p. : il. colorido.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em
Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de
Ciências Exatas e Sociais Aplicadas , 2019.
"Orientação : Prof. Dr. Lidiane Rodrigues Campêlo da Silva
, Coordenação do Curso de Matemática - CCEA."
1. Operações. 2. Ensino-aprendizagem. 3. Estratégias
didáticas. 4. Ensino de matemática. I. Título
21. ed. CDD 372.7

JANIETTE PEREIRA DA SILVA

**OPERAÇÕES COM FRAÇÕES E DECIMAIS:
(DES)ENCONTROS NO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM**

Trabalho de Conclusão de Curso (Monografia) apresentado ao Curso de Licenciatura Plena em Matemática do Centro de Ciências Exatas e Sociais Aplicadas da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Aprovado em 22/11/2019.

BANCA EXAMINADORA



Prof.^a Ma. Lidiane Rodrigues Campêlo da Silva (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Dr. Arlandson Matheus Silva Oliveira
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof.^a Esp. Maria Aparecida de Souza Dantas
Rede Estadual de Ensino da Paraíba

Aos meus pais, pelo apoio, incentivo e
companheirismo, **DEDICO**.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus por ter me permitido chegar até aqui, apesar de todas as dificuldades enfrentadas neste caminho de formação. Dando-me sempre sabedoria, coragem e determinação.

Aos meus familiares, em especial, ao meu pai Severino Inácio, a minha mãe Maria José Marques e aos meus irmãos, por apoiarem as decisões que tomei. E, em meio a tantas dificuldades e tribulações vividas, permanecerem ao meu lado na luta frente às batalhas para realização dos meus sonhos.

Ao meu esposo pelo apoio, incentivo, companheirismo, parceria e dedicação, durante toda minha formação.

Aos meus colegas de curso que ao longo desse caminho se tornaram amigos, com os quais pude compartilhar momentos felizes, conquistas e alegrias, como também os de cansaço e angústia. Sou muito grata a Deus por vocês em minha vida.

Aos professores do Curso de Licenciatura em Matemática da UEPB, por toda contribuição dada à minha formação.

A minha orientadora e professora Mestre, Lidiane Rodrigues Campêlo da Silva, pela confiança, incentivo e contribuições dadas durante a realização deste trabalho e na minha formação. Por ter ensinado-me o verdadeiro sentido e importância do “ser professor”, motivando-me a seguir firme nesta profissão tão desafiadora.

E por fim, a todos que, direta ou indiretamente, fizeram parte da minha formação. Muito obrigada!

“Quando dois meios se encontram
desaparece a fração. E se achamos a
unidade está resolvida a questão”
(JOBIM; PINTO, 1979)

RESUMO

O ensino de matemática está imerso em diversos cenários problemáticos. Esta matéria, apesar de sua importância, é muito estigmatizada. A aproximação às situações de ensino na Educação Básica nos permitiu perceber dificuldades dos estudantes em compreender as operações fundamentais da matemática, principalmente relacionadas ao Conjunto dos Números Racionais, principalmente em multiplicação e divisão de frações. Assim, este estudo objetivou, de modo geral, investigar o processo de aprendizagem de operações matemáticas envolvendo o conjunto dos números racionais (frações e decimais) articulados à probabilidade e matemática financeira, em uma turma do 3º ano do Ensino Médio da cidade de Desterro-PB. E, especificamente: identificar os princípios para a compreensão de números fracionários e decimais e mapear, em produções acadêmicas, possibilidades metodológicas para potencializar o ensino de frações e números decimais envolvendo as operações matemáticas. É um estudo apoiado na abordagem qualitativa de pesquisa com análise bibliográfica e pesquisa de campo cujo instrumento de coleta de dados, desta fase, foi um questionário de conteúdo matemático aplicado a 22 estudantes de 3º do Ensino Médio de Desterro-PB. A pesquisa demonstrou que os discentes não compreendem ainda o conceito de número racional e sua aplicabilidade a outros conteúdos do currículo matemático. Mostrando-se a necessidade de os professores de matemática explorarem os diferentes significados (parte-todo, operador, quociente, razão e medida) e interpretações de frações para melhor apreensão do conteúdo. O mapeamento pedagógico revelou importantes ações que podem ser desenvolvidas em sala de aula para resolver ou atenuar problemas de aprendizagem dos conteúdos investigados.

Palavras-Chave: Ensino-aprendizagem. Operações. Frações e Decimais. Estratégias didáticas

ABSTRACT

Mathematics teaching is immersed in several problematic scenarios. This matter, despite its importance, is very stigmatized. The approximation to teaching situations in Basic Education allowed us to perceive students' difficulties in understanding the fundamental operations of mathematics, mainly related to the Set of Rational Numbers, mainly in multiplication division of fractions. Thus, this study aimed, in general, to investigate the learning process of mathematical operations involving the set of rational numbers (fractions and decimals) articulated to probability and financial mathematics, in a class of the 3rd year of teaching Middle city of Desterro-PB. And specifically, identify the principles for understanding fractional and decimal numbers and mapping, in academic productions, methodological possibilities to enhance the teaching of fractions and decimal numbers involving mathematical operations. It is a study supported by the qualitative research approach with bibliographic analysis and field research whose data collection instrument, from this phase, was a mathematical content questionnaire applied to 22 3rd-gradestudents of high school in Desterro-PB. The research demonstrated that students do not yet understand the concept of rational number and its applicability to other content of the mathematical curriculum. Showing the need for mathematics teachers to explore the different meanings (part-whole, operator, quotient, reason and measure) and interpretations of fractions for better apprehension of content. Pedagogical mapping revealed important actions that can be developed in the classroom to solve or mitigate learning problems of the contents investigated.

Keywords: Teaching-learning. Operations. Fractions and Decimals. Didactic strategies

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1- QUESTÃO 1 ITEM A, PELO ALUNO 22	37
FIGURA 2- QUESTÃO 1 ITEM B, PELO ALUNO 21	37
FIGURA 3- QUESTÃO 1 ITEM C, PELO ALUNO 20	37
FIGURA 4-QUESTÃO 1 ITEM D, PELO ALUNO 9	39
FIGURA 5-QUESTÃO 1 ITEM E, PELO ALUNO 11	39
FIGURA 6-QUESTÃO 1 ITEM F, PELO ALUNO 10	40
FIGURA 7-QUESTÃO 1 ITEM G, PELO ALUNO 14.....	40
FIGURA 8-QUESTÃO 1 ITEM H E I, PELO ALUNO 14.....	41
FIGURA 9-QUESTÃO 1 ITEM H E I, PELO ALUNO 3.....	42
FIGURA 10-QUESTÃO 1 ITEM H E I, PELO ALUNO 6.....	42
FIGURA 11- QUESTÃO 2 PELO ALUNO 9.....	43
FIGURA 12- QUESTÃO 2 PELO ALUNO 10.....	43
FIGURA 13-QUESTÃO 2 PELO ALUNO 15.....	43
FIGURA 14- QUESTÃO 2 PELO ALUNO 21.....	44
FIGURA 15- QUESTÃO 3 PELO ALUNO 15.....	45
FIGURA 16- QUESTÃO 3 PELO ALUNO 17.....	45
FIGURA 17- QUESTÃO 3 PELO ALUNO 19.....	45
FIGURA 18- QUESTÃO 4 PELO ALUNO 16.....	47
FIGURA 19- QUESTÃO 04 PELO ALUNO 19.....	47
FIGURA 20- QUESTÃO 5 PELO ALUNO 18.....	48
FIGURA 21- QUESTÃO 5 PELO ALUNO 19.....	48
FIGURA 22- QUESTÃO 6 PELO ALUNO 15.....	50
FIGURA 23-QUESTÃO 6 PELO ALUNO 6	50
FIGURA 24- QUESTÃO 7 PELO ALUNO 10.....	52
FIGURA 25- QUESTÃO 7 PELO ALUNO 14.....	52

LISTA DE GRÁFICOS E QUADRO

GRÁFICO 1- ALUNOS RESPONDENTES DA QUESTÃO 1	35
GRÁFICO 2- DESEMPENHO NA QUESTÃO 1	36
GRÁFICO 3- DESEMPENHO NA QUESTÃO 1	39
GRÁFICO 4- DESEMPENHO NA QUESTÃO 1	41
QUADRO 1- MAPEAMENTO DE PESQUISAS SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES E DECIMAIS.....	56

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANRESC - Avaliação do Rendimento Escolar

BNCC - Base Nacional Comum Curricular

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior

IDEB - Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

PCN - Parâmetros Curriculares Nacionais

PCNEM - Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

SAEB - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica

TIC - Tecnologia de Informação e Comunicação

MMC- Mínimo Múltiplo Comum

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS	17
2.1. As operações fundamentais da Matemática	18
2.2 Operações no conjunto \mathbb{Q}	19
3 RELAÇÃO ENSINO APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS RACIONAIS	23
3.1 Princípios fundamentais do processo de aprendizagem dos números racionais (fração e decimal)	27
4 PERCURSO METODOLÓGICO: DOS CAMINHOS AOS ACHADOS DA PESQUISA.....	31
4.1 Descrição e análise dos dados	33
4.2.1 <i>Análise dos itens a, b e c-Adição e subtração de frações.....</i>	<i>36</i>
4.2.2 <i>Análise do itens d,e, f, e g -Multiplicação e divisão de frações.</i>	<i>38</i>
4.2.3 <i>Análise dos itens h, i- Porcentagem.....</i>	<i>40</i>
4.3 Questão 2.	42
4.4 Questão 3.	44
4.5 Questões de 4 e 5.	46
4.6 Questão 6.....	49
4.7 Questão 7.....	51
5 ENFRENTANDO DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES E DECIMAIS: TRILHAS EM CONSTRUÇÃO	54
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	60
REFERÊNCIAS.....	63
APÊNDICE A – Questionário aplicado aos alunos	66
APÊNDICE B – Termo de consentimento.....	68

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é uma disciplina muito útil, tanto no meio acadêmico quanto no meio social, mas, apesar de sua importância e obrigatoriedade no currículo escolar, no dia a dia, observa-se rejeição de muitos discentes dos mais diversos lugares do país, independente do sistema de ensino, em estudá-la.

Há muitos elementos que podem interferir nessa realidade. Podemos citar a metodologia utilizada por muitos docentes, o foco conteudista privilegiando a quantidade de assuntos dados, e, na maioria das vezes, o fato de ser apresentada de forma dissociada da realidade faz com que muitos alunos não relacionem a matéria ao meio no qual estão inseridos, podendo ocasionar assim desinteresse e consequente desmotivação no estudo dessa disciplina. Esse cenário problemático em relação ao ensino de matemática é tema de estudo de vários autores, dentre os quais podemos destacar Romanatto (1997), Bertoni (2009), Litoldo, Almeida e Ribeiro (2018) que pontuam os elementos mencionados.

Nesta trajetória de formação inicial lecionando matemática, não é difícil encontrar alunos nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio com dificuldades até mesmo nas operações básicas da matemática, quais sejam: adição, subtração, multiplicação e divisão, o que compromete a aprendizagem de outros conteúdos, já que essas são essenciais na construção do saber nesta ciência. Ademais, a Matemática é uma área em que os discentes precisam aprender bem um conteúdo para compreender os assuntos futuros.

Não alheios aos muitos questionamentos, seja no espaço escolar ou vindos da sociedade em geral, quanto a essa pouca aprendizagem do conteúdo matemático, muitos professores entram num ciclo de transferência de responsabilidades, ao procurar apontar culpados para o fato. Quando não a atribuem completamente aos próprios alunos, transferem-na, por exemplo, para os professores das etapas anteriores ou para a falta de apoio das famílias, e pouco refletem sobre a sua própria prática pedagógica, procurando identificar no seu trabalho pontos que também interfiram nesses resultados.

O Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC) mostram estudos estatísticos realizados a partir dos dados colhidos pelas avaliações em larga

escala, tais como a Prova Brasil, e apresentam a situação crítica em que se encontra o ensino de Matemática no país. Exemplo disso pode ser visto observando os dados da Prova Brasil 2017 disponibilizado no QEDu¹. Conforme o portal, nesta edição, os números mostram que na competência de resolução de problemas, 44% dos alunos do 5º ano do ensino fundamental apresentaram nível adequado em Matemática, já no 9º ano, ao concluir o Ensino Fundamental, apenas 15% sabem Matemática. No Ensino Médio os resultados são alarmantes, 90,9% dos estudantes que concluem esta etapa não alcançaram a aprendizagem esperada em Matemática.

A atenção para essa problemática surgiu com a presente formação em Licenciatura Plena em Matemática, período em que a autora pôde realizar pesquisas em escolas, participou no Programa Residência Pedagógica² de nº 06/2018 da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES) na Universidade Estadual da Paraíba, pelo curso de Licenciatura em Matemática, bem como ao cursar as disciplinas de Estágio Supervisionado I e II, voltadas aos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, respectivamente. Nessas ocasiões, notamos a significativa dificuldade dos estudantes em compreender conteúdos básicos independente da etapa de escolarização. Observou-se de forma nítida, nestas fases, as dificuldades dos estudantes no que diz respeito ao pouco domínio das operações básicas, principalmente relacionadas ao Conjunto dos Números Racionais (\mathbb{Q}). Isso despertou ainda mais o interesse em investigar fatores que interferem na relação ensino e aprendizagem desses conteúdos e buscar alternativas metodológicas para o trabalho com esses assuntos.

Pesquisas apontam que frações é identificado como um dos tópicos mais problemáticos e importantes na aprendizagem dos estudantes durante a Educação Básica, sendo seu estudo considerado um grande desafio, tanto para os alunos quanto para o professor. Romanatto (1997), afirma não ser difícil encontrar professores e especialistas questionando o ensino de frações, enquanto Litoldo,

¹ Portal educacional que disponibiliza o tratamento dados estatísticos do IDEB e ENEM: <https://www.qedu.org.br/>

² O Programa de Residência Pedagógica de nº 06/2018 da CAPES é uma das ações que integram a Política Nacional de Formação de Professores e tem por objetivo induzir o aperfeiçoamento da formação prática nos cursos de licenciatura, promovendo a imersão do licenciando na escola de educação básica, a partir da segunda metade de seu curso. **Fonte:** Capes. Disponível em: <<http://www.capes.gov.br/educacao-basica/programaresidencia-pedagogica>>.

Almeida e Ribeiro (2018) explicam que o docente precisa ter um conhecimento especializado sobre o assunto e este abrange não só a dimensão conceitual do conteúdo, mas também o âmbito pedagógico de sua abordagem.

Na relação pedagógica, sabe-se que o professor, como profissional que é, assume um papel de destaque para proporcionar situações de compreensão e aprendizagem dos alunos. Desse modo, Pinto e Ribeiro (2013) pontuam que as dificuldades dos estudantes no conteúdo podem estar correlacionadas ao conhecimento do professor de matemática sobre o conteúdo lecionado, assim como possíveis resultados das abordagens metodológicas usadas para trabalhar o assunto.

Ademais, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017) destacam a importância de trabalhar os diferentes significados das frações (parte-todo, operador, quociente, razão e medida) nos diversos contextos. Isto é, o aluno deve ser confrontado com situações que permitam abordar e discutir a fração em todos os seus significados, para que assim possa construir o conceito de número racional.

No entanto, Romanatto (1997) destaca que a maioria dos livros didáticos traz a noção de fração associada apenas a parte-todo, aspecto esse que pode interferir de forma negativa no processo de ensino e aprendizagem. A abordagem restrita desse conteúdo acaba prejudicando a aplicação de números racionais na resolução de situações-problemas na Matemática e em outras áreas do conhecimento.

Ao problematizar a ausência das habilidades no uso das operações básicas no Ensino Médio, é necessário reconhecer que o fato revela um acúmulo de lacunas que se avolumaram durante a vida escolar dos estudantes e que as intervenções necessárias ou não foram realizadas ou não foram eficientes. Nesse sentido, mostra-se a importância de todo e qualquer estudo que busque compreender os elementos que estão interferindo na aprendizagem desses conteúdos matemáticos com significativa aplicabilidade na própria matemática escolar e socialmente.

No caso do estudo de frações e decimais, compreender melhor sobre os problemas relativos ao seu ensino é importante porque facilita aproximação entre Matemática e realidade. Além disso, Romanatto (1997) enfatiza que o aprendizado dos números racionais pode fazer diferença entre a compreensão adequada dos conteúdos matemáticos ou a simples memorização destes. Desta forma, ressalta-se a importância do papel do professor no processo de ensino e aprendizagem, o qual

deve proporcionar situações de aprendizagem ativa aos alunos, deixando-os conscientes do que estão aprendendo.

Diante deste cenário, evidenciador de inúmeras problemáticas do ensino da matemática, o presente estudo se estrutura em torno dos seguintes questionamentos: quais as principais dificuldades reveladas pelo raciocínio dos estudantes ao resolver questões envolvendo as operações fundamentais da matemática com números fracionários e decimais? Quais são os principais princípios necessários à compreensão de números fracionários e decimais? Que abordagens metodológicas podem ser usadas nas situações de ensino de frações e números decimais envolvendo operações matemáticas básicas como potencializadoras da aprendizagem desses conteúdos?

Considerando esses questionamentos, este trabalho tem como objetivo geral investigar o processo de aprendizagem de operações matemáticas envolvendo o conjunto dos números racionais (frações e decimais) articulados à probabilidade e matemática financeira, em uma turma do 3º ano do ensino médio da cidade de Desterro-PB. Como objetivos específicos temos: i) identificar os princípios para a compreensão de números fracionários e decimais, ii) mapear, em produções acadêmicas, possibilidades metodológicas para potencializar o ensino de frações e números decimais envolvendo operações matemáticas básicas.

Assim, esta pesquisa é caracterizada como um estudo de natureza teórica e empírica de abordagem qualitativa, quanto à natureza dos objetivos, como sendo uma investigação descritiva. Em relação aos procedimentos, este trabalho é classificado como bibliográfico e empírico, pois contém pesquisa de campo com a aplicação de um questionário (APÊNDICE A) contendo sete (07) questões sobre operações com frações e conteúdos afins. A amostra é composta por vinte e dois (22) alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola estadual do Município de Desterro-PB.

A discussão realizada neste trabalho está principalmente estruturada nas ideias de autores como Romanatto (1997), Walle (2009), Bertoni (2008, 2009), Litoldo, Almeida e Ribeiro (2018), Toledo e Toledo (2009). Além disso, buscamos reforços nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental (BRASIL, 1998) e Ensino Médio (BRASIL, 2000) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017).

O presente trabalho está estruturado em seis capítulos. Neste primeiro,

abordaram-se, dentre outros elementos, os objetivos e a problemática que nos levaram a escolher este tema. O segundo e terceiro capítulos são compostos pela fundamentação teórica, que estão subdivididos em seções. No quarto, expomos a metodologia usada para realização da pesquisa, justificando as escolhas feitas no campo metodológico e a análise das informações coletadas. No quinto capítulo compilamos da literatura acadêmica propostas didáticas para o ensino de operações envolvendo frações e decimais. As considerações finais são o foco do sexto e último capítulo.

2 CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Esta seção do trabalho apresenta conceitos matemáticos que são tidos de domínio comum nesta ciência, dentre os quais abordamos as operações fundamentais da matemática e as operações no conjunto dos números racionais. Sempre que possível, apesar desse domínio comum, procuramos reportar os autores estudados para cada exposição. Os principais para as definições apresentadas são Silvério (2015), Giovanni Junior e Castrucci (2009).

O conjunto dos números racionais é um assunto de extrema importância na vida escolar e com grande aplicabilidade no cotidiano. Para Romanatto (1997, p.53), “se trabalhado de forma eficiente, em muito contribuirá para o entendimento da própria Matemática, de outras ciências, e, sobretudo, de muitas noções matemáticas que são utilizadas no dia-dia”.

Antes da expansão do comércio, ainda quando a humanidade apenas fazia troca com os excedentes de produção, já se utilizava os números racionais. Imagine que em determinado momento uma pessoa trocasse meio saco de feijão por um quarto de porco. Veja que meio é um número racional. Mais especificamente, é uma fração: tendo um e dividindo em duas partes, cada uma destas representa um meio, matematicamente representado por $\frac{1}{2}$ ou 0,5. Já um quarto do porco, representa uma das quatro partes que constitui o todo e, matematicamente, pode ser representada pela fração $\frac{1}{4}$ ou 0,25 (RÊGO, 2014).

Conceitualmente, o conjunto dos números racionais é representado na matemática pela letra \mathbb{Q} . O uso dessa letra ocorre devido à derivação da palavra inglesa *quotient*, que significa quociente, já que um número racional nada mais é que o quociente (razão) entre dois números inteiros em que o denominador não é nulo (RÊGO, 2014).

Podemos definir o conjunto de todos os números racionais da seguinte forma: $\mathbb{Q}=\{x; x=\frac{a}{b}, \text{ onde } a, b \in \mathbb{Z} \text{ e } b \neq 0\}$, em que \mathbb{Z} representa o conjunto dos números inteiros (SILVEIRA, 2015; GIOVANNI JUNIOR, CASTRUCCI, 2009).

Dessa forma, todos os números inteiros são números racionais, observando-se que -2 é a razão $\frac{-2}{1}$, -1 é a razão $\frac{-1}{1}$, 0 é a razão $\frac{0}{1}$, 1 é a razão $\frac{1}{1}$, 2 é a razão $\frac{2}{1}$, e assim por diante. Desta forma, os números inteiros podem ser escritos de forma

geral pela razão $\frac{n}{1}$ onde $n \in \mathbb{Z}$. Ademais, todos os números decimais podem ser escrito na forma de fração, por exemplo, 0,2 pode ser escrito na forma de fração decimal $\frac{2}{10}$. As dízimas periódicas, representação decimal com infinitas casas decimais onde a partir de certo dígito há a repetição periódica de uma quantidade finita de algarismos, também são números racionais. Como exemplo, 0,333... é a fração $\frac{1}{3}$.

Embora os números racionais sejam muito utilizados na vida prática, não são devidamente correlacionados à matemática escolar, parecendo, algumas vezes, tratar-se de dois universos distintos. Essa separação do formal e do usual se materializa nas muitas dificuldades dos estudantes no emprego sistemático desse conteúdo, principalmente quando associados em situações de aplicação das operações matemáticas.

2.1. As operações fundamentais da Matemática

As operações são usadas em diversas situações do cotidiano, tornando-as fundamentais na vida do homem. As pessoas utilizam conceitos e operações matemáticas diariamente e, muitas vezes, a Matemática passa despercebida, pois aquelas não conseguem relacionar a matéria estudada na escola com o seu dia a dia, como já pontuado no trabalho.

Com o desenvolvimento da tecnologia alguns cálculos matemáticos podem ser feitos utilizando a calculadora de um celular, por exemplo. Mas existem decisões que necessitam do uso do raciocínio desenvolvido a partir de um problema e, mesmo com o auxílio de alguma ferramenta tecnológica, se a pessoa não tiver a capacidade de resolver situações problemas ela não será capaz de solucionar determinadas situações. Desta forma, é de suma importância que os alunos conheçam e dominem as operações básicas para, inclusive, terem condições de compreender e assimilar conteúdos futuros.

O PCN do Ensino Fundamental, volume de matemática, enfatiza que os alunos dessa fase devem resolver “Operações com Números Naturais e Racionais” (BRASIL, 1998). Já o do Ensino Médio (PCNEM) lista as seguintes finalidades do ensino de Matemática no nível:

- compreender os conceitos, procedimentos e estratégias matemáticas que permitam a ele desenvolver estudos posteriores e adquirir uma formação científica geral;
- desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo;
- utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos;
- reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações (BRASIL, 2000, p. 42).

É evidente, além de estar explícito nos livros didáticos e currículos escolares, a premissa básica da necessidade de os alunos compreenderem, calcularem e resolverem situações problemas envolvendo as operações básicas da Aritmética, conforme enfatizado nos PCN.

Por sua vez, a Base Nacional Comum Curricular também explicita a importância do conhecimento Matemático para o desenvolvimento escolar de todos os alunos da Educação Básica. Elenca como expectativas de aprendizagem dessa ciência para o Ensino fundamental

a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental (BRASIL, 2017, p. 263).

Para cumprir essa competência é necessário que a escola desenvolva a capacidade de o aluno pensar matematicamente em diversas situações desde as mais contextuais até as mais formais e abstratas. Para tanto, vários conteúdos são relevantes, dentre estes, destacamos a importância das operações fundamentais da matemática, pois são essenciais para o desenvolvimento de novas competências e habilidades. Elas são basilares na construção do saber matemático do aluno no processo de aprendizagem, estas são quatro: adição, subtração, multiplicação e divisão.

2.2 Operações no conjunto \mathbb{Q}

As operações com os números racionais envolvem os inteiros, as frações e os decimais. Neste conjunto, podem ser realizadas as operações de soma, subtração, divisão e multiplicação de forma isolada ou em concomitância em uma mesma expressão ou equação.

Os conceitos e exemplos utilizados nesta seção são feitos com base nas obras de Silvério (2015), Giovanni Junior e Castrucci (2009), Rêgo (2014) e Santos (1998).

- **Adição**

Essa é, normalmente, a operação que os alunos mais têm dificuldades entre as operações. Como demonstram Silvério (2015), Giovanni Junior e Castrucci (2009) existe um modo simples de somar frações, trabalhando com frações equivalentes, buscando encontrar entre estas àquelas em que os denominadores são comuns. Um modo rápido de encontrar a fração equivalente com o mesmo denominador é trabalhar com o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) dos números dos denominadores da fração. Em outras palavras, encontrar o menor múltiplo positivo comum aos denominadores (RÊGO, 2014).

Por definição “o Mínimo Múltiplo Comum de dois inteiros positivos a e b é o menor inteiro positivo que é divisível por a e b ” (SANTOS, 1998, p.13). Em outras palavras um número é múltiplo comum de dois números inteiros positivos se ele é simultaneamente múltiplo de ambos. Pelo Teorema³ 1.16, do livro Introdução a Teoria dos números temos que em qualquer caso, o número $a \cdot b$ é sempre um múltiplo comum de a e b . (SANTOS, 1998)

Diremos que um número m é um Mínimo Múltiplo Comum (MMC) de a e b se possuir as seguintes propriedades evidenciadas por Santos (1998):

- m é um múltiplo comum de a e b , e;
- se c é um múltiplo comum de a e b , então m divide c .

Se c é um múltiplo comum de a e b , então, do item (ii) da definição acima, temos que m divide c , e, portanto, $m \leq c$, o que nos diz que o mínimo múltiplo comum existe, é único e é o menor dos múltiplos comuns de a e b .

Sendo x e y números racionais e $x = \frac{a}{b}$, $b \neq 0$, e $y = \frac{c}{d}$, $d \neq 0$ então:

$$x + y = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+cb}{bd}, bd \neq 0.$$

³ Para a e b inteiros positivos temos, $[a, b] \cdot (a, b) = a \cdot b$

Notações: Mínimo Múltiplo Comum (MMC) denotado por $[a, b]$; Máximo Divisor Comum (MDC) denotado por (a, b) .

Exemplo: $\frac{7}{5} + \frac{2}{3}$.

Para somar $\frac{7}{5} + \frac{2}{3}$, devemos encontrar o MMC entre os números 5 e 3. Por definição temos que o resultado do produto entre 5 e 3, será sempre um múltiplo comum destes números. Observe que o MMC $[3, 5] = 15$, ou seja, o menor múltiplo comum aos dois elementos dos denominadores é 15. Utilizando o método de resolução definido anteriormente temos:

$$\frac{7 \cdot 3 + 2 \cdot 5}{15} = \frac{21 + 10}{15} = \frac{31}{15}$$

- **Subtração**

O algoritmo de resolução da subtração de números racionais, tanto na forma decimal como na forma fracionária, é equivalente a resolução da adição, respeitando as peculiaridades de cada operação (SILVÉRIO, 2015; GIOVANNI JUNIOR; CASTRUCCI, 2009; RÊGO, 2014).

- **Multiplicação**

Sendo x e y números racionais e $x = \frac{a}{b}$, $b \neq 0$, e $y = \frac{c}{d}$, $d \neq 0$, então:

$$x \cdot y = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, bd \neq 0.$$

Alunos de Ensino Médio podem apresentar aversão a operar com números fracionários, porém, multiplicar frações é a operação mais simples entre as que usam frações. Na prática, basta multiplicar numerador com numerador e denominador com denominador, conforme mostrado acima (RÊGO, 2014). Exemplo: $\frac{6}{8} \cdot \frac{3}{5} = \frac{18}{40}$. Podemos ainda simplificar o resultado obtido anteriormente, isto é, escrever a mesma fração de forma diferente, encontrando frações equivalentes, no entanto, na sua forma reduzida. Para isso devemos encontrar um número inteiro que divida de maneira exata numerador e denominador. Note que o único inteiro que divide $\frac{18}{40}$ é o 2, e desta forma que o resultado da simplificação por 2 é $\frac{9}{20}$, ou ainda 0,45 convertendo para forma decimal.

Para multiplicar números racionais em sua forma decimal devemos efetuar a transformação do número decimal em fração. Dessa forma, se quisermos multiplicar

$$2,3 \cdot 1,22 = \frac{23}{10} \cdot \frac{122}{100} = \frac{2806}{1000} = 2,806.$$

- **Divisão**

Sendo x e y números racionais e $x = \frac{a}{b}$, $b \neq 0$, e $y = \frac{c}{d}$, $d \neq 0$, então:

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}, \text{ com } b, c \text{ e } d \neq 0$$

Sabemos que a divisão é a operação inversa da multiplicação, por exemplo, dividir um número por 3 é o mesmo que multiplicar por $\frac{1}{3}$, dividir por 4 é o mesmo que multiplicar por $\frac{1}{4}$, assim temos uma regra prática para dividir dois números fracionários: multiplicar o primeiro pelo inverso do segundo.

EXEMPLO: $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$, ou 1,05 convertendo para a forma decimal. Se os números racionais se apresenta na forma decimal podemos transformá-los em fração e usar a definição acima.

Como em todas as operações com números racionais na forma fracionária os alunos apresentam muitas dificuldades, com a divisão não é diferente, isto porque na divisão simples os estudantes, em geral, apresentam maior obstáculo de compreensão e resolução. Ainda mais ao se tratar de divisão com números fracionários, pois o nível de complexidade para resolução é ampliado por exigir do estudante mais atenção e raciocínio.

Em geral, como enfatiza Bertoni (2009, p. 20), “[...] as operações com os símbolos numéricos fracionários surgem de repente, na forma de regras”. Esta abordagem prematura, apresentando inicialmente as regras sem a compreensão dos porquês delas, no entendimento da autora, contribui para que os discentes não compreendam os significados de número fracionário e suas relações, dificultando assim, a construção do conceito de número fracionário.

3 RELAÇÃO ENSINO APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS RACIONAIS

É fato que diversos fatores influenciam no ensino e aprendizagem da disciplina de matemática, e compreendemos que as relações entre o professor de matemática, o aluno e os conteúdos desta matéria são dinâmicas e desafiadoras. No entanto, é preciso destacar que a ação do professor como profissional desta relação é essencial nesse processo e, portanto, precisa adaptar seu ensino, seja com novas metodologias ou em qualquer outra forma que possibilite um ensino significativo e eficiente, pois

As relações entre professor, aluno e matéria não são estáticas mas dinâmicas; por isso, falamos da atividade de ensino como um processo coordenado de ações docentes. A condução desse processo, como qualquer atividade humana, requer uma estruturação dos vários momentos de desenvolvimento da aula ou unidade didática (LIBÂNEO, 1994, p. 77).

A eficácia no ensino se dá por meio da construção do conhecimento. Assim, o docente é responsável por criar e promover situações de aprendizagem, trabalhar, explicar e problematizar os conteúdos, porém a ação de aprender é realizada pelo sujeito aprendente, o estudante, conforme salienta Libâneo (1994). Este, por sua vez, precisa aderir e se envolver ativamente na relação pedagógica, pois, por melhor que seja o ambiente educativo, a aprendizagem se efetiva internamente no discente.

Vale ressaltar, assim, que para o docente promover boas situações de aprendizagens há muitas demandas a serem atendidas, destacando-se a importância de ele conhecer a realidade da turma, estimular os discentes, considerar seus saberes prévios, dentre outros. Libâneo (1994) ainda enfatiza, como sendo o mais importante nesse processo, a capacidade de o professor dar sentido ao que ensina aos alunos em sala de aula.

Considerando os inúmeros desafios para concretizar o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, é importante ter consciência de que o estudo e a aprendizagem dos números racionais tanto na sua forma fracionária quanto na decimal, compõe um processo longo e complexo. Este não se restringe a um ou dois anos escolares, mas sim ao longo de todo o Ensino Fundamental e no Ensino Médio a abordagem desses assuntos ocorre de forma mais complexa. Isso porque os conteúdos são mais aprofundados, requerem mais formalização e, por isso, um nível maior atenção e conhecimento das operações com números

fracionários e decimais e de suas inúmeras relações com outros assuntos matemáticos e aplicação em outras áreas.

Vemos que frações apresentam diferentes significados e seus conceitos estão intimamente conectados a outras áreas do currículo. Em relação aos significados e seus conceitos, é importante saber que:

- Cálculo com frações: Sem uma compreensão conceitual sólida de frações, o cálculo com frações caminha para a memorização de regras sem compreensão.
- Decimais e Porcentagens: Uma ideia fundamental para os alunos é que a notação de decimal e de porcentagem são simplesmente dois outros métodos de representar frações. Estabelecendo as conexões entre essas três representações, o volume de novas ideias a ser aprendido é reduzido significativamente.
- Razão e Proporção: O conceito parte-todo de uma fração é apenas uma forma de razão. Porém, devido à mesma notação de fração ser geralmente usada para outras relações [...] é importante compreender o que é uma fração de modo que os conceitos não sejam confundidos. Os conceitos de razão equivalente são bem parecidos com as ideias de frações equivalentes (WALLE, 2009, p.322).

Além das claras conexões de conteúdo listadas, as frações são com frequência usadas em Medidas e em Probabilidade, exigindo que o professor explore e desenvolva juntamente com os discentes o conceito adequado de fração, preparando-os para as habilidades que posteriormente serão consolidadas.

Na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), as frações aparecem sutilmente, de forma implícita, a partir do segundo ano do Ensino Fundamental com a introdução de termos como metade e terça parte, os quais são ampliados para quarta parte, quinta parte e décima parte no ano seguinte. No quarto ano as frações vinculam-se ao trabalho com os números racionais, tornando-se explícita no 5º, 6º e 7º anos. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental,

Embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo, em especial os que envolvem os racionais na forma decimal (BRASIL, 1998, p. 100-101).

Alguns alunos não conseguem realizar operações com esses números racionais representados pela forma fracionária, se desanimam diante do processo e encaram suas dificuldades como se fossem intransponíveis. Essa postura pouco determinada e perseverante se transforma em desestímulo, criando barreiras e

dificultando o processo de aprendizagem. De acordo com Prochnow (2010, p.13), “[...] uma das principais causas para o surgimento dessas dificuldades de compreensão e significação do conjunto dos números racionais, representados na forma fracionária, é o modo como em geral as frações são apresentadas aos alunos”.

Os números racionais costumam trazer grandes dificuldades aos alunos, até para aqueles dos anos finais do Ensino Fundamental e mesmo para os alunos do Ensino Médio (TOLEDO; TOLEDO, 2009). Estes obstáculos aparecem nas diferentes formas de representação dos números racionais, quando os alunos se deparam com situações simples como, por exemplo:

$$1 - \frac{1}{5}; 0,3 \cdot \frac{1}{10}; 1,7 + \frac{1}{2}; 15\% \text{ de } 500.$$

É muito comum os alunos estarem munidos, como estratégia de cálculo, apenas de regras decoradas à custa de grande esforço repetitivo. Toledo e Toledo (2009, p.163) afirmam que “[...] o motivo dessa deficiência é simples: eles não construíram, realmente, o conceito de número racional”.

A abordagem deste conteúdo, na maioria das vezes, inicia com a exposição de conceitos seguida de exemplificação numérica e, posteriormente, da realização de operações introduzindo algoritmos, sem a devida compreensão dos conteúdos pelos alunos. Fica evidente assim que “existe uma preocupação apenas com o resultado e não com o processo utilizado para obtê-los” (ROMANATTO, 1997, p. 7). Sobre tal postura no ensino, vale destacar:

A atenção prematura dada às regras para cálculo com frações tem várias desvantagens sérias. Nenhuma regra ajuda os alunos a raciocinar sobre as operações e o que elas significam. Armados apenas com regras, eles não têm meios de avaliar seus resultados para verificar se fazem sentido. O domínio superficial das regras em curto prazo é rapidamente perdido. (WALLE, 2009, p. 346)

Para que o aluno construa os significados e não apenas memorize fórmulas, o professor deve explorar os sentidos e as possíveis interpretações de uma mesma fração. Procedendo desta forma, o estudante poderá construir o conceito de número racional e estará mais preparado para resolver problemas que envolvam tais conhecimentos.

A realidade pode revelar que os professores sem um conhecimento mais aprofundado do conteúdo matemático e das relações pedagógicas necessárias à

sua compreensão, aprofundam a dificuldade que os discentes apresentam no entendimento do conteúdo. Conforme pontuam Litoldo, Almeida e Ribeiro (2018), cabe aos docentes destas fases um conhecimento dos distintos sentidos das frações, de suas formas de representações, bem como das diversas maneiras de explorar e abordar tais significados no contexto escolar e social.

É importante, compreender que “um número racional pode assumir diferentes representações: fracionária, decimal e porcentagem” (CURTY, 2016, p.22). Apresentar uma única forma de representação não garante aos alunos a compreensão necessária para a aprendizagem do conceito de número racional. Desta forma, o professor deve explorar essas representações de forma significativa, durante o processo de ensino e aprendizagem.

O ensino de Matemática tem sofrido alterações e reajustes ao longo do tempo. Este tem sido moldado por uma variedade de elementos que podem favorecer ou dificultar o trabalho do professor em sala. Dentre os pontos positivos, pela maior existência de materiais didáticos diversificados disponíveis para o ensino de Matemática, o docente pode dar oportunidade aos estudantes de realizar a manipulação de materiais variados, tais como o uso de dobraduras utilizando tiras de papel ou pedaços de barbante, canudos partidos, fichas e jogos diversos (BERTONI, 2008), dentre outros.

Essa utilização de materiais diferenciados aliada à condução e intervenção do professor durante todo o processo permite a exploração dos conceitos por meio da experimentação, da verificação de hipóteses levantadas diante de situações-problemas (TOLEDO; TOLEDO, 2009). Essa postura cuidadosa do professor oportuniza que os estudantes ultrapassem a mera memorização das regras e compreendam os conteúdos matemáticos, especialmente, o conceito de número racional.

Ademais, o professor não é o único responsável pela aprendizagem dos discentes, tanto ele quanto os estudantes devem ser protagonistas desse processo. Essa “relação entre ensino e aprendizagem não é mecânica, não é uma simples transmissão do professor que ensina para um aluno que aprende” (LIBÂNEO, 1994, p.90). Em outras palavras, deve existir uma reciprocidade na relação professor-aluno, pois, como já mencionamos, o docente ensina para um aluno que, no mínimo, precisa se envolver, ter vontade e desejo para poder ser capaz de aprender. O docente, por sua vez, da mesma forma que seu aluno, ao verdadeiramente se

envolver no processo de ensinar, aprende, pois “quem forma se forma e re-forma ao formar e quem é formado forma-se e forma ao ser formado” (FREIRE, 1996, p. 25).

3.1 Princípios fundamentais do processo de aprendizagem dos números racionais (fração e decimal)

A compreensão da construção do conhecimento sobre números racionais na sua forma fracionária e decimal, ao longo do processo educativo escolar, tem se mostrado complexa. As diferentes representações e significados de frações e a forma como o conteúdo é apresentado no livro didático juntamente com o modo de abordagem do professor podem contribuir para as dificuldades de aprendizagem e compreensão deste e de outros conteúdos matemáticos no prosseguimento dos estudos.

É essencial que tanto os professores dos Anos Iniciais quanto dos Anos Finais do Ensino Fundamental explorem os diferentes significados (parte-todo, operador, quociente, razão e medida) e interpretações de frações. No entanto, “os diferentes usos devem ser incorporados, aos poucos, em atividades diversificadas, com a ampliação dos tipos de problemas que vão enriquecendo as possibilidades de aplicação” (MANDARINO, 2010, p. 108). Os discentes, desta forma, serão capazes de estabelecer conexões entre os objetos do conhecimento e “os demais componentes, entre eles e seu cotidiano e entre os diferentes temas matemáticos” (BRASIL, 2017, p. 276).

Com essa introdução gradual e diversificada de números racionais (frações e decimais), o aluno estará capacitado para construir o conceito de número racional e habilitado para decidir quando é apropriado usar um ou outro procedimento que envolva o conteúdo em questão. Nesse entendimento, “é preciso encontrar caminhos para levar o aluno a identificar quantidades fracionárias em seu contexto cotidiano e a apropriar-se da ideia do número fracionário correspondente, usando-os de modo significativo” (BERTONI, 2009, p. 16).

Nesse campo de conhecimento, pois, faz-se importante entender que os números naturais são insuficientes para resolução de algumas situações matemáticas, indicando a necessidade de compreensão e domínio dos números racionais tanto na representação decimal quanto na fracionária (BRASIL, 2017). E, ainda, que estes números servem para quantificar coisas que os números naturais

não o fazem (BERTONI, 2009). Ressaltamos a importância de conhecer os usos dos números racionais e seus significados em diversas situações do cotidiano, pois “Quando medimos ou descrevemos medidas, por exemplo, é comum recorrermos a frações ou números decimais (1/2 quilo; R\$ 3,50; 1,55 metros etc)” (MANDARINO, 2010, p. 108).

Na sistematização escolar, os conhecimentos matemáticos são retomados e aprofundados ano a ano. Esse processo exige dos alunos uma verdadeira compreensão destes conhecimentos, pois, embora sejam retomados em séries posteriores, isso acontece de forma mais aprofundada e complexa. É preciso, pois, avançar no domínio dos conteúdos para que se possa adquirir habilidades e garantir aprendizagem de maneira sólida, pois

A compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens demanda a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos anos anteriores, o que leva à identificação das aprendizagens já consolidadas, e em que medida o trabalho para o desenvolvimento da habilidade em questão serve de base para as aprendizagens posteriores (BRASIL, 2017, p. 276).

Na realidade escolar, no dia a dia, vemos comumente estudantes que passam de ano e avançam em séries sem desenvolver o conhecimento básico necessário aos conteúdos tratados. Quando isto acontece, as dificuldades dos alunos vão aumentando, pois normalmente não há tempo e as condições necessárias para que o professor lhes dê atenção individualizada e consiga em aplicações mais profundas retomar o passo a passo da introdução do assunto durante as aulas convencionais. Entretanto, identificadas essas dificuldades, é preciso que a instituição educacional e os professores de Matemática desenvolvam ações alternativas como intervenção para minimizar ou sanar essas lacunas.

Por outro lado, se, mesmo com tantas dificuldades dos estudantes nenhuma intervenção é proposta, a escola, de certa forma, está consumando o fracasso educacional junto aos alunos, o que pode ser notado pelos baixos índices de aprendizagem, gerando repetência e abandono escolar. Assim, a Matemática e a escola, em vez de servirem para promover a cidadania produzem, mesmo sem intenção, a exclusão social dos jovens.

Com a preocupação de contribuir para minimizar as dificuldades de compreensão dos números racionais (frações e decimais), Toledo e Toledo (2009)

evidenciam a manipulação de materiais variados no início do trabalho com esse conjunto de números. Desse modo, os alunos possuem a oportunidade de realizar experiências como:

- repartir quantidades discretas ou contínuas em porções iguais, buscando seus próprios caminhos;
- verificar se as porções obtidas são realmente iguais, no caso de grandezas de natureza discreta, ou superposição de partes, no caso de grandezas de natureza contínua;
- conferir se a partição está completa, recompondo a coleção ou figura inicial (TOLEDO; TOLEDO, 2009, p. 164)

Essa perspectiva reforça a importância da construção do conceito de número racional, sem recorrer inicialmente à introdução precoce do conceito que leva o aluno a, apenas, decorar regras, como já destacado neste texto. É preciso, pois, priorizar a qualidade do processo educativo em detrimento da quantidade de assuntos tratados, pois, no foco quantitativo, em geral, se valoriza mais a memorização do que a capacidade de o aluno construir de forma lógica e racional seu pensamento matemático.

Assim, há uma falsa ideia de que se ganha tempo acelerando o processo de elaboração dos conceitos dos números racionais, especialmente na sua forma fracionária. Pois, ao se converter o que deveria ser sólido em algo mecânico compromete-se o desenvolvimento das habilidades dos estudantes, pois “uma compreensão sólida de frações é a fundamentação mais crítica para o cálculo com frações” (WALLE, 2009, p.345).

Considerando a necessidade de transpor aulas centradas na perspectiva da mera transmissão oral de conteúdos, faz-se necessário escolher outras opções metodológicas, mas é preciso ter consciência de que só introduzir materiais diferenciados sem mudar a forma de abordar e compreender a relação ensino-aprendizagem não garante um processo construtivo do conceito e de aplicações do número racional. O professor como mediador do conhecimento deve desenvolver um ambiente propício para a aprendizagem, o qual possibilite ao aluno não apenas lidar com certezas, mas que propicie o confronto com diferentes situações em que elas sejam testadas e correlacionadas. Em aulas mais instigativas e menos baseadas na memorização de regras, estudos mostram que “outros componentes constitutivos da formação do conceito afloraram e desdobraram-se, naturalmente ou

com mediação do professor– esquemas, invariantes e representações” (BERTONI, 2008, p.212).

O cálculo com frações é construído sobre uma compreensão das operações e do senso numérico fracionário. No entanto, Walle (2009) salienta que, compreender o cálculo com fração possui uma conexão especial com duas áreas: Decimais e Porcentagens e, Raciocínio proporcional. As primeiras “são representações alternativas para frações” (WALLE, 2009, p.345), já a segunda “nos ajuda a pensar em frações como operadores. Isso, por sua vez, está conectado aos conceitos de razão e proporção” (WALLE, 2009, p.345).

É de suma importância que no processo de ensino e aprendizagem dos números racionais os alunos transitem pelos diferentes tipos de representação, a fim de facilitar a construção do conhecimento e do conceito desse tipo de número e não apenas decorem as regras para resolução de exercícios. É necessário efetivamente entender os diferentes significados e representações dos números racionais para então compreender como esses números se comportam nas operações matemáticas (CURTY, 2016). Caso o processo educacional desses conteúdos não se concretize à maneira que Walle (2009) defende, os prejuízos mais comuns podem ser “múltiplas dificuldades com o cálculo de frações, os conceitos de decimal e de porcentagem, o uso de frações em medidas e os conceitos de razão e proporção” (WALLE, 2009, p.322).

Diante do exposto, a pesquisa de campo desenvolvida neste trabalho visou identificar o processo de aprendizagem de operações matemáticas envolvendo o conjunto dos números racionais (frações e decimais) junto a alunos de 3º ano do Ensino Médio para que então pudéssemos correlacionar as respostas fornecidas por eles às questões matemáticas propostas a argumentação dos autores que fundamentaram teoricamente a discussão até então desenvolvida

4 PERCURSO METODOLÓGICO: DOS CAMINHOS AOS ACHADOS DA PESQUISA

Em um curso de graduação, tem-se como tarefa principal desenvolver, ao longo da formação, uma postura que vai além da mera reprodução de conhecimentos prontos e acabados produzidos por terceiros. Existe, pois, o desafio de, tendo esse saber já produzido, o acadêmico ser capaz de a partir dele, reelaborá-lo e construir uma percepção própria do mundo e de seus problemas.

No caso da licenciatura em Matemática, é necessário que o estudo dos componentes curriculares básicos e complementares sejam capazes de preparar para o ensino de matemática, mas ainda para compreender de forma rigorosa os elementos e processos deste ensino, produzindo interpretação e conhecimentos próprios da área.

O presente capítulo apresenta, pois, o esforço acadêmico e formativo no sentido de melhor compreender o ensino de matemática, especificamente de frações e números decimais, colocando a temática sob investigação teórica e prática, cujos procedimentos são explicitados neste trecho do trabalho.

Vale destacar, a pesquisa como sendo um conjunto de procedimentos racionais e sistemáticos, voltados à investigação de problemas teóricos ou práticos, os quais exigem uma abordagem científica (CERVO, 2007; GIL, 2010). Neste caso, melhor compreender o processo de ensino de frações e números decimais para assim poder contribuir de algum modo em compreensões teóricas e didáticas que facilitem a intervenção na realidade escolar.

A problemática levantada e os objetivos deste estudo levaram à opção pela pesquisa de abordagem qualitativa, isto porque “[...] ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações” (MINAYO, 2001, p. 21-22). Nessa perspectiva, a pesquisa qualitativa objetiva-se a melhor analisar, compreender e explicar os dados.

Para identificar os princípios para a compreensão de números fracionários e decimais, além de todos os outros aspectos teóricos, realizamos leituras e estudo em livros didáticos e autores de educação matemática para construir a discussão e fundamentação teórica do tema estudado. Para essa etapa serviram de base

fundamental para os conceitos, ideias e argumentos explorados, além dos PCN (BRASIL, 1998, 2000) e BNCC (BRASIL, 2017), o estudo dos seguintes autores: Silvério (2015), Giovanni Junior e Castrucci (2009), Romanatto (1997), (MANDARINO, 2010, p. 108). Walle (2009), Toledo e Toledo (2009), Bertoni (2008; 2009), Rêgo (2014), Curty (2016).

Embora trate-se de um trabalho que discute um tema matemático, quando recorremos a aspectos quantitativos, nossa intenção não é meramente estatística, mas de apoio a ela para melhor compreender os processos envolvidos no contexto do ensino de frações e números decimais na fase de campo da presente pesquisa. A escola em que a pesquisa empírica foi realizada localiza-se no município de Desterro-PB. A escolha por esta escola aconteceu pelo fato de ela estar localizada no mesmo município em que reside a pesquisadora, possibilitando maior acessibilidade aos interlocutores da pesquisa.

A instituição pesquisada foi uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio de âmbito administrativo do Governo do Estado da Paraíba, localizada no Sertão paraibano, sob a responsabilidade da 6ª Gerência de Educação. A unidade escolar é uma instituição que passou recentemente a funcionar na modalidade tempo integral, classificada como híbrida, por ofertar Ensino Fundamental e Médio e é a única do município a ofertar o Ensino Médio.

A escola atende a uma população de 406 estudantes distribuídos em 13 turmas, dos quais 266 cursam o Ensino Médio e estão distribuídos em 9 turmas. A pesquisa a que se refere este trabalho foi realizada em uma (01) das três (03) turmas de 3º ano do Ensino Médio. Compuseram a amostra dos discentes de 3º ano 22 alunos.

A modalidade de pesquisa qualitativa permite utilizar diversas fontes e instrumentos para coleta de dados, dentre os quais optamos pelo questionário, pois este “possui a vantagem de os respondentes se sentirem mais confiantes, dado o anonimato, o que possibilita coletar informações e respostas mais reais” (CERVO, 2007, p.53).

Trata-se de um questionário de conteúdo matemático cuja utilização teve por intenção analisar o nível das respostas fornecidas pelos estudantes e assim poder investigar o processo de aprendizagem dos alunos para os conteúdos em análise. Esse procedimento também teve a intenção de o professor regente ou mesmo a pesquisadora não fazer qualquer intervenção nas resoluções de cada sujeito.

Porém, a prática da aplicação do instrumento trouxe a necessidade de que ambos intervissem, solicitando aos alunos que se empenhassem na resolução das questões visto o desestímulo e falta de interesse demonstrado pela maioria.

O questionário foi composto por sete (07) questões, das quais uma (01) foi elaborada pela pesquisadora, duas (02) adaptadas e outras quatro (04) retiradas de livros didáticos, conforme explicitado no Apêndice A. O instrumento foi elaborado com o intuito de investigar o domínio das habilidades relativas a operações matemáticas básicas com frações e números decimais articulados à probabilidade e matemática financeira, conteúdos específicos do 3º ano do Ensino Médio.

Para mapear, em produções acadêmicas, possibilidades metodológicas para potencializar o ensino de Frações e números decimais envolvendo operações matemáticas básicas, realizamos uma busca aberta no Google Acadêmico com a seguinte expressão de busca “estratégias didáticas e operações matemáticas básicas envolvendo frações e decimais”. Como resultado, encontramos uma significativa quantidade de trabalhos listados. A partir da leitura dos resumos dos trabalhos listados nas duas primeiras páginas, selecionamos aqueles que versavam sobre intervenção didática relacionada exclusivamente ao objeto de estudo em discussão. Usamos assim, pelas limitações de tempo para a consecução deste trabalho, 04 trabalhos, pois privilegiamos os provenientes de acervos de editoras e bancos de dados online de instituições voltados à pesquisa.

Destaca-se ainda que foi intenção inicial do presente estudo desenvolver uma sequência didática junto aos alunos pesquisados, porém por inúmeros problemas de operacionalização e conciliação com as demais atividades acadêmicas da pesquisadora e as limitações também encontradas no campo de estudo, não foi possível a realização da ação planejada. Como alternativa à necessidade de contribuição diante do cenário investigado, optamos por fazê-lo por meio da compilação de iniciativas com potencial de contribuição para favorecer a aprendizagem dos conteúdos.

4.1 Descrição e análise dos dados

O ensino de conteúdos escolares, dentre eles os matemáticos, estão curricularmente atrelados a objetivos de aprendizagem, habilidades e competências

dele decorrentes. No Brasil, a BNCC é o documento curricular norteador mais recente das relações de aprendizagem que se dão na escola. Esse documento traz de forma explícita quais são os conteúdos ou objetos de conhecimento para cada série e matéria escolar, bem como um conjunto de habilidades específicas para cada objeto que, de forma coletiva, contribuem para atingir as competências gerais de cada área do saber e da Base em geral.

Além disso, abordaremos descritores⁴ que envolvem os números racionais utilizados na matriz de referência do SAEB para a Avaliação do Rendimento Escolar (ANRESC) popularmente conhecida como Prova Brasil. Trata-se de uma avaliação em larga escala cujo resultado compõe o item Rendimento Escolar usado para calcular a nota do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

Nesta investigação, os conteúdos explorados junto aos estudantes na pesquisa de campo por meio do questionário se associam conforme ao disposto na BNCC aos objetos de conhecimento do 7º ano do Ensino Fundamental: a) significados (parte/todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações e b) números racionais na representação fracionária e na decimal: usos, ordenação e associação com pontos da reta numérica e operações.

4.2-Questão 1.⁵

A primeira questão, disposta a seguir, avalia as seguintes habilidades: segundo a BNCC, a habilidade de “Resolver [...] problemas que envolvam as operações com números racionais (EF07MA12)⁶” (BRASIL, 2017) e conforme a matriz de referência do Saeb o descritor para o 9º ano “Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) (D25)” (BRASIL, 2008, p. 3).

- Efetue e simplifique o resultado quando possível:

$$a) \frac{5}{7} + \frac{11}{7} =$$

⁴ Descritores para o SAEB representam as habilidades que são esperadas dos alunos em diferentes etapas de escolarização.

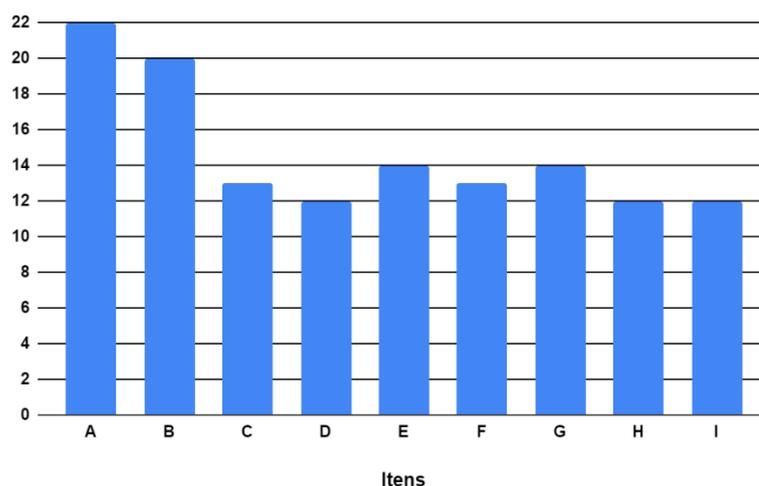
⁵ Questão adaptada do livro do autor Giovanni Júnior- A conquista da Matemática, vol. único, 2009.

⁶ EF07MA12 para o qual EF significa Ensino Fundamental; 07 - 7º ano; MA - Matemática e 12 - a posição da habilidade na numeração sequencial do ano.

- b) $\frac{2}{3} + \frac{25}{30} - \frac{1}{2} =$
- c) $1,9 + \frac{21}{10} =$
- d) $\left(-\frac{5}{8}\right) \cdot (0,4) =$
- e) $\left(\frac{-7}{9}\right) \cdot \left(\frac{2}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) =$
- f) $\left(-\frac{5}{8}\right) \div \left(+\frac{25}{8}\right) =$
- g) $2 \div (-0,5) =$
- h) 6% de 85 =
- i) 30% de 60 =

Conforme pode ser observado, essa questão é composta por nove (09) itens contendo questões de soma, subtração, multiplicação e divisão, envolvendo frações e decimais, além de porcentagem. Este, por sua vez, é um conteúdo cuja ideia base começa a ser explorada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental e é trabalhado de modo mais aprofundado no 3º ano do Ensino Médio, etapa em que os cálculos exigem o uso de habilidades referentes aos números decimais e operações com frações, tais como multiplicação e divisão.

Gráfico 1- Quantitativo de respondentes dos itens da questão 1



Fonte: Elaborado pela autora

Desde o momento da aplicação do instrumento de coleta de dados junto aos estudantes sujeitos da pesquisa, tivemos um sentimento de decepção em relação ao ensino, visto que a aprendizagem não ocorreu minimamente como deveria. Assim, o

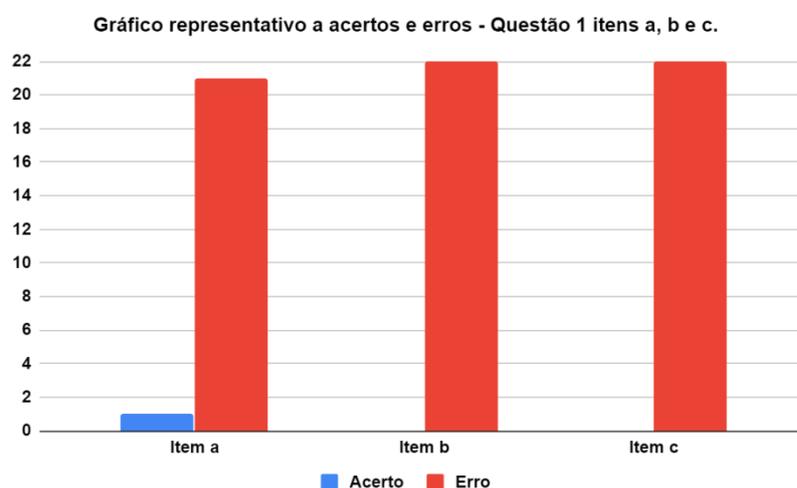
contexto investigado mostra problemas frequentes encontrados no ensino brasileiro. Esta situação é um tanto preocupante, pois como futuros professores enfrentaremos situações semelhantes e precisaremos saber agir, enfrentar os problemas.

É compreensível o sentimento demonstrado pelo professor regente da turma, que não pode, contudo, se transformar em desânimo ou comodismo, pois se isto ocorrer, dificilmente irá procurar alternativas inovadoras para encarar a situação. Se essa apatia se instalar não só o docente da turma pesquisada, mas outros em situação parecida poderão cada vez mais assumir um ensino mecânico para cumprir meramente a obrigação de ensinar, tornando ainda mais difícil de assumir a postura de um professor que investiga, pesquisa o seu próprio trabalho comprometido com a melhoria de sua prática, como chamam atenção Pimenta e Lima (2014).

4.2.1 Análise dos itens a, b e c-Adição e subtração de frações.

Os itens **a**, **b**, e **c**, tiveram como objetivo investigar o conhecimento que os alunos detêm para a resolução de questões algorítmicas, envolvendo soma e subtração de frações com denominadores iguais e diferentes e soma de frações com decimais. Para resolvê-la, os alunos deveriam ter habilidades relacionadas aos algoritmos que envolvem as operações com frações. De acordo com a BNCC os itens avaliam a habilidade “(EF06MA10) Resolver [...] problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais [...] na representação fracionária”. (BRASIL, 2017)

Gráfico 2- Desempenho nos itens a, b e c da questão 1



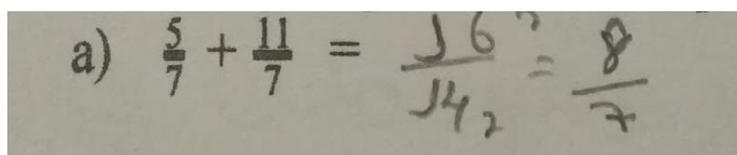
Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Ao analisarmos o resultado do desempenho dos alunos referente aos itens explicitados no gráfico acima, podemos observar a atuação insuficiente em relação aos quesitos analisados, o que pressupõe a não-aprendizagem destes conteúdos durante o Ensino Fundamental.

Com relação aos discentes que não resolveram corretamente os itens mencionados, tem-se como principais motivos:

- Alunos que não tentaram resolver porque não sabiam ou não demonstraram confiança para tentar a resolução do exercício;
- Alunos que não conhecem o algoritmo da adição e subtração de frações, principalmente nos casos em que os denominadores são distintos.

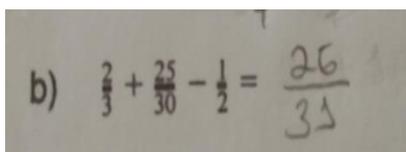
Figura 1- Questão 1 item a, pelo aluno 22



a) $\frac{5}{7} + \frac{11}{7} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

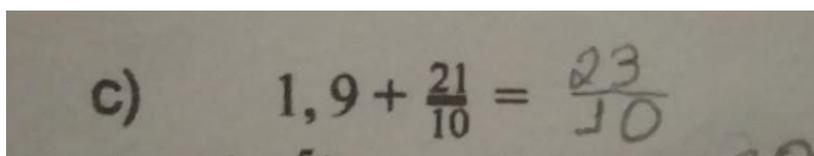
Figura 2- Questão 1 item b, pelo aluno 21



b) $\frac{2}{3} + \frac{25}{30} - \frac{1}{2} = \frac{26}{30}$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 3- Questão 1 item c, pelo aluno 20



c) $1,9 + \frac{21}{10} = \frac{23}{10}$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Observa-se que nos itens “a”, “b” e “c” os alunos das figuras acima, realizam a “soma direta” entre o numerador e o denominador da fração. Isso significa que eles não possuem conhecimento do algoritmo da soma de frações e, além disso, não

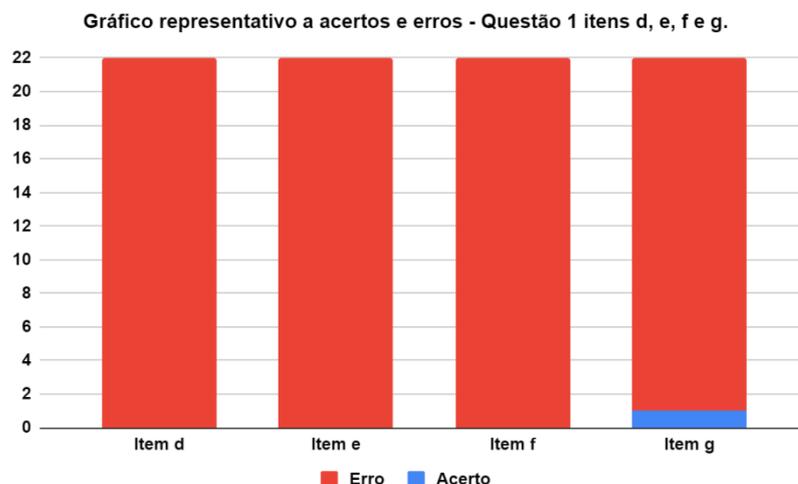
dominam a ideia do que é de fato uma fração. De acordo com Romanatto (1997), isso ocorre pelo fato de os alunos terem adquirido um “conhecimento” que é denominado pelo autor como simbólico-técnico, o qual depende da memória e com o passar do tempo pode ocorrer o esquecimento da informação. Acrescenta ele:

Se alguém construiu conhecimento simbólico-técnico sem atenção às relações que envolvem os números racionais e sem ligação ao “saber” concreto ou intuitivo, poderemos pensar que em seu sistema cognitivo, existem generalizações eficazes, mas impróprias, como, por exemplo “somar numeradores e denominadores.” (ROMANATTO, 1997, p.11).

O item a, como mostra a figura 1, tem, entre os que responderam exatamente a resposta $\frac{8}{7}$, 21 alunos, o que representa 95,5% aproximadamente dos alunos. No item b, como mostra a figura 2, tem, entre os que responderam exatamente a resposta $\frac{26}{31}$, 17 alunos, o que equivale a 77,3% aproximadamente dos alunos avaliados. A análise das respostas evidencia nitidamente que a maioria dos alunos integrantes da amostra ingressou no Ensino Médio sem o entendimento adequado do conceito de número racional e, conseqüentemente, não possui noções básicas sobre adição e subtração de números fracionários e decimais.

4.2.2 Análise do itens d, e, f, e g -Multiplicação e divisão de frações.

Nos itens **d**, **e**, **f** e **g**, pedimos que os alunos calculem multiplicação de fração com decimal; multiplicação de frações; divisão de frações; e divisão de um inteiro com decimal, respectivamente. Esses itens avaliam, portanto, a habilidade de “compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias (EF07MA11)” (BRASIL, 2017).

Gráfico 3- Desempenho nos itens d, e, f e g

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Com base nos dados expressos no gráfico acima, são nítidas as dificuldades dos discentes em relação à multiplicação e divisão de frações e decimais. Fica claro que a grande maioria ainda não compreende a ideia das operações com frações, evidência ainda mais a dificuldade dos alunos do Ensino Médio em manipular números racionais. O que confirma a afirmação de Toledo e Toledo (2009) quando diz que mesmo os alunos da etapa final da Educação Básica apresentam muitas dificuldades em operar com os racionais.

Com relação aos discentes que não resolveram corretamente os itens mencionados, verificamos, assim como na questão anterior, o não entendimento do algoritmo, neste caso, da multiplicação e divisão de frações.

Figura 4- Questão 1 item d, pelo aluno 9

$$d) \left(-\frac{5}{8}\right) \cdot (-0,4) = + \frac{0,20}{0,32} = \frac{0,10}{0,11}$$

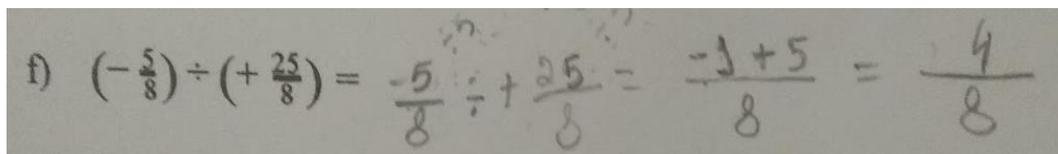
Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 5- Questão 1 item e, pelo aluno 11

$$e) \left(-\frac{7}{9}\right) \cdot \left(\frac{2}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{14}{22}$$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

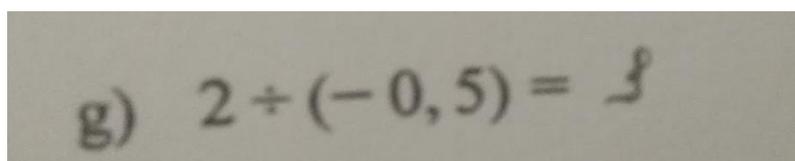
Figura 6-Questão 1 item f, pelo aluno 10



$$f) \left(-\frac{5}{8}\right) \div \left(+\frac{25}{8}\right) = \frac{-5}{8} \div +\frac{25}{8} = \frac{-1+5}{8} = \frac{4}{8}$$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 7-Questão 1 item g, pelo aluno 14



$$g) 2 \div (-0,5) = 3$$

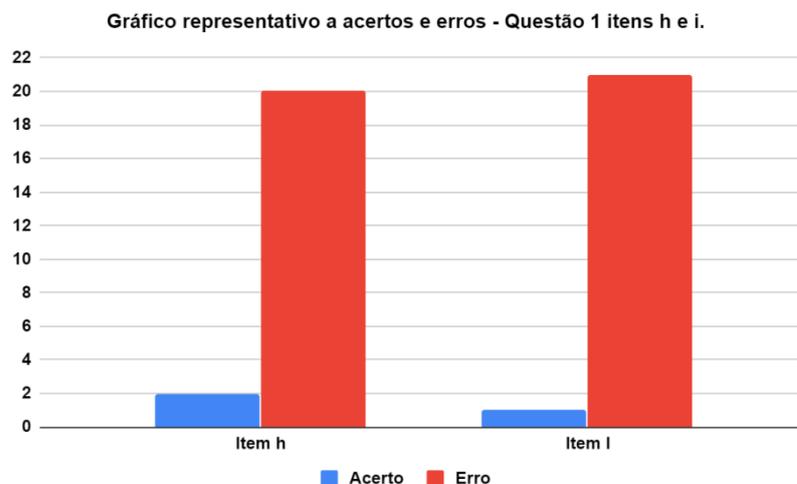
Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Os alunos não apresentam domínio sobre a multiplicação e divisão de frações. Observe que a resolução do aluno da Figura 4 não apresenta nenhuma relação com a multiplicação de frações. Já na resolução do aluno da Figura 5 é feita a multiplicação entre os numeradores e a soma dos denominadores. No caso das Figuras 6 e 7 que dizem respeito à divisão, é difícil elaborar hipóteses para o raciocínio que os alunos utilizaram.

4.2.3 Análise dos itens h, i- Porcentagem

Os itens **h**, e **i**, dizem respeito ao cálculo de porcentagem. Nesses itens, buscamos analisar o domínio das operações com frações e decimais, uma vez que o cálculo da porcentagem está relacionado à multiplicação e divisão dos racionais. Além disso, porcentagem é um conteúdo com o qual os discentes avaliados já tiveram contato no ensino fundamental e no primeiro semestre do ano letivo em questão. Esses itens avaliam, desse modo, a habilidade de “Resolver [...] problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros (EF07MA02)” (BRASIL,2019).

Gráfico 4- Desempenho na questão 1



Fonte: Dados da pesquisa (2019)

Dos alunos que responderam a esses itens, apenas dois (02) acertaram o item **h** e somente um (01) o item **i**. Isso evidencia o fato de que a não-aprendizagem das operações básicas, interfere significativamente na aprendizagem de conteúdo futuros. Notamos ainda que as noções de porcentagem também não foram consolidadas. Reafirmamos, desse modo, a ideia de que a Matemática é uma área que os discentes precisam entender e dominar um conteúdo para compreender os futuros. Mesmo parecendo ficar uma ideia batida, repetitiva precisa servir para gerar uma reflexão dos professores e da escola em geral no sentido de avaliar se o foco quantitativo é adequado e se deve continuar existindo visto que produz muitos resultados negativos e superficiais como já chamaram atenção autores usados nesse texto, a exemplo de Walle (2009) e Romanatto (1997).

Figura 8-Questão 1 item h e i, pelo aluno 14

h) $6\% \text{ de } 85 = 70$

i) $30\% \text{ de } 60 = 30$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 9-Questão 1 item h e i, pelo aluno 3

h) 6% de 85 = 0,6
i) 30% de 60 = 0,3

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 10-Questão 1 item h e i, pelo aluno 6

h) 6% de 85 = 23%
i) 30% de 60 = 30%

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

A maioria dos alunos que respondeu aos itens **h**, e **i** deu como resultado 79% e 30% respectivamente, como mostra a Figura 8. Notamos que, para chegar a estes resultados eles apenas subtraem o percentual do número do qual deve ser calculada a porcentagem, ignorando totalmente o símbolo da porcentagem, evidenciando, assim, mais uma vez que estes alunos não possuem conhecimentos básicos, agora, sobre porcentagem.

4.3 Questão 2.⁷

Determine o valor da expressão $\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) + \left(-1 + \frac{5}{6}\right)$.

A questão 2 é uma expressão de soma e subtração envolvendo fração. Nela, buscamos analisar o domínio dos discentes em relação à manipulação das frações e das operações envolvidas, no decorrer da resolução. Em consonância à BNCC, essa questão avalia a habilidade de “resolver [...] problemas que envolvam adição ou subtração com números racionais [...] na representação fracionária (EF06MA10)” (BRASIL, 2017) e novamente o descritor “Efetuar cálculos que envolvam operações

⁷ Questão retirada do livro do autor Giovanni Júnior- A conquista da Matemática, vol. único, 2009.

com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) (D25).” (BRASIL, 2008, p. 3).

Dos alunos que responderam a essa atividade, nenhum o fez corretamente, evidenciando-se, além dos tópicos mencionados nas questões anteriores, dificuldades em operar frações em que os denominadores são distintos. Isso confirma o que já vem sendo analisado, o nível de aprendizagem dos discentes, no que concerne às operações com frações, é mínimo e não condiz com a série em curso.

Figura 11- Questão 2 pelo aluno 9

2. Determine o valor da expressão $\frac{1}{3} - (-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) + (-1 + \frac{5}{6})$.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 + \frac{5}{6} = \frac{10}{6} + \frac{5}{6} = \frac{16}{12}$$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 12- Questão 2 pelo aluno 10

2. Determine o valor da expressão $\frac{1}{3} - (-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) + (-1 + \frac{5}{6})$.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + 1 + \frac{5}{6} = \frac{7}{12}$$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

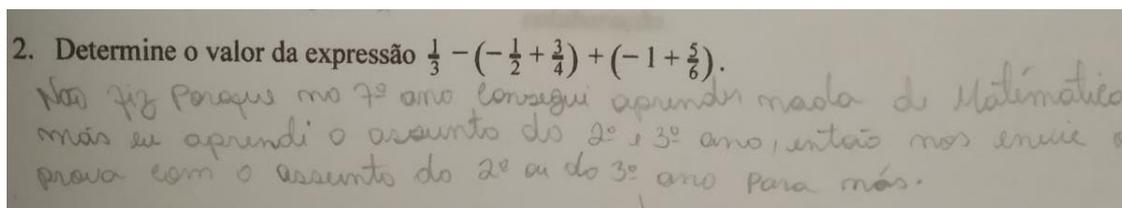
Figura 13- Questão 2 pelo aluno 15

2. Determine o valor da expressão $\frac{1}{3} - (-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) + (-1 + \frac{5}{6})$.

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{3}{4} - 1 + \frac{5}{6} = \frac{-9}{12}$$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 14- Questão 2 pelo aluno 21



Fonte: Registro do pesquisador (2019)

As Figuras 11, 12 e 13, mostram claramente o pouco ou a não existência de domínio na manipulação das frações durante a resolução do item proposto. Observe que os erros cometidos pelos alunos durante o processo de resolução é a “soma direta”, demonstrando que o conhecimento adquirido por eles foi o simbólico-técnico (ROMANATTO, 1997).

Ademais, fica evidente que esses estudantes não aprenderam efetivamente as operações com frações realmente efetivadas. Na Figura 14, o aluno afirma não ter aprendido nada de Matemática no 7º ano, que por esse motivo não iria responder e que teria aprendido o conteúdo do 2º e 3º ano do Ensino Médio. Entretanto, vale salientar que ele não respondeu as questões referentes à série que está cursando, o que já se esperava ao analisar tal item.

4.4 Questão 3.⁸

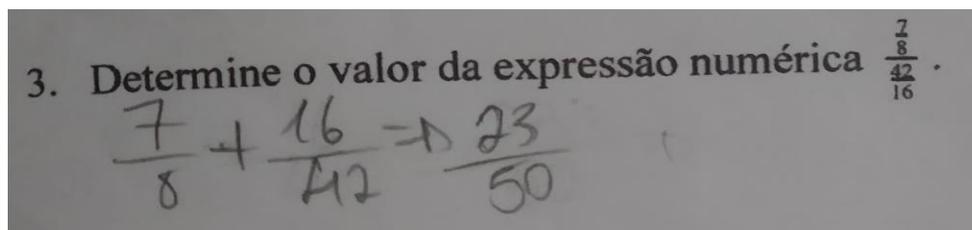
Determine o valor da expressão numérica $\frac{\frac{7}{8}}{\frac{42}{16}}$.

A questão 3 diz respeito à resolução de uma expressão com fração sobre fração, que nada mais é do que uma divisão de fração escrita de forma diferente. Nesse item, buscamos analisar se os alunos estavam atentos às várias possibilidades de representações de uma divisão de frações. A resolução desta questão associa-se às habilidades de “compreender e utilizar a multiplicação e a divisão de números racionais, a relação entre elas e suas propriedades operatórias (EF07MA11)” (BRASIL, 2017) e, na matriz do SAEB para a Prova Brasil, uma vez mais ao descritor 25 já mencionado em itens anteriores.

Dos discentes participantes da pesquisa apenas quatro (04) responderam essa questão, e o fizeram incorretamente.

⁸ Questão adaptada do livro do autor Giovanni Júnior- A conquista da Matemática, vol. único, 2009.

Figura 15- Questão 3 pelo aluno 15

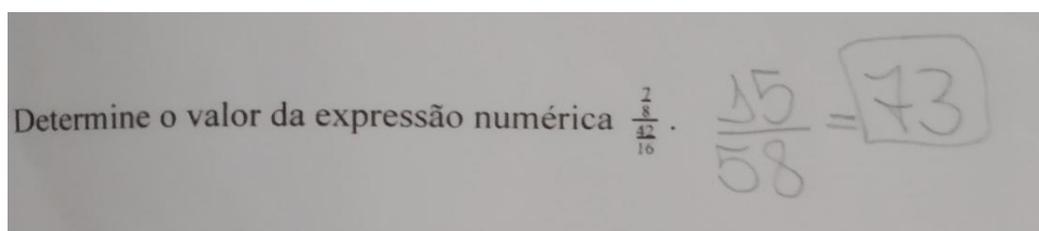


3. Determine o valor da expressão numérica $\frac{7}{8} \cdot \frac{42}{16}$.

$$\frac{7}{8} + \frac{16}{42} \rightarrow \frac{23}{50}$$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 16- Questão 3 pelo aluno 17

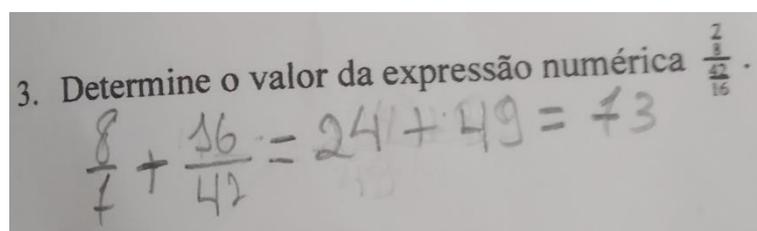


Determine o valor da expressão numérica $\frac{7}{8} \cdot \frac{42}{16}$.

$$\frac{7+42}{8+16} = \frac{49}{24} = 73$$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 17- Questão 3 pelo aluno 19



3. Determine o valor da expressão numérica $\frac{7}{8} \cdot \frac{42}{16}$.

$$\frac{8+16}{7+42} = \frac{24}{49} = 73$$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Observamos que os alunos não apresentam domínio sobre a operação de divisão de frações. Além disso, não demonstram nenhuma relação com a divisão de frações em sua resolução. Vale salientar que o aluno da Figura 15 apresenta uma solução em que se conserva a primeira fração e inverte-se a segunda, no entanto, ao invés de efetuar a multiplicação, efetua a soma direta entre os elementos dos numeradores e denominadores. Já o aluno da Figura 16 soma os numeradores e denominadores das frações, desconsiderando a divisão. O estudante da Figura 17 inverte as duas frações e, assim como os das Figuras 15 e 16 efetua a adição ao invés de multiplicação e soma os numeradores e denominadores das frações, desconsiderando a divisão.

Em relação às questões analisadas até aqui, percebemos que os discentes avaliados desenvolvem um processo mecânico “[...]sem atenção às relações que envolvem os números racionais e sem ligação ao ‘saber’ concreto [...]”

(ROMANATTO 1997, p. 11). O qual indica desta forma, que não compreendem as relações entre os números racionais e que o processo de aprendizagem desse conteúdo não foi construído de forma sólida. Um possível fator para as dificuldades e erros encontrados, é “a atenção prematura dada às regras para cálculo com frações [...] O domínio superficial das regras em curto prazo é rapidamente perdido” (WALLE, 2009, p. 346).

4.5 Questões de 4 e 5.⁹

Com o intuito de verificar em que medida a não-aprendizagem dos racionais, mais precisamente de frações e decimais, influencia na aprendizagem de outros conteúdos, propusemos questões sobre assuntos do currículo do 3º ano do Ensino Médio cuja resolução requer conhecimento sobre o assunto de frações e decimais. Esse bloco de questões condensa e avalia todas as habilidades explicitadas na BNCC e especificadas nas questões anteriores, além de “resolver [...] problemas que envolvem o cálculo de probabilidade de eventos em experimentos aleatórios sucessivos (EM13MAT312)” (BRASIL, 2017) e os descritores 16 “Resolver problema que envolva porcentagem (D16)” e 33 “Calcular a probabilidade de um evento (D33)” (BRASIL, 2008, p. 5).

• **Questão 4.** Do salário mensal de Ivo, 25% são usados para o pagamento do aluguel e $\frac{2}{5}$, com alimentação e lazer. Descontadas essas despesas ainda sobram R\$ 840,00 a Ivo. Qual é o seu salário mensal?

Esta questão trabalha conteúdos de Matemática financeira, assunto já abordado no primeiro semestre do ano letivo na turma de Ensino Médio pesquisada. Esta atividade envolveu fração como operador multiplicativo. Dentre os alunos que participaram da pesquisa, apenas dois (02) responderam a esta questão mas, não chegaram ao resultado correto, enquanto 90,9% dos estudantes não responderam a este item.

Em geral, pode-se dizer que os alunos demonstraram dificuldade na interpretação da questão, além de não disporem de conhecimentos básicos de matemática financeira solicitados na situação problema. Além dos dados coletados

⁹ Questões retiradas do livro do autor Gelson Iezzi- Conecte matemática, vol. único, 2015.

por meio do questionário, podemos acrescentar que durante a tentativa de resolução das questões propostas seis (06) alunos mencionaram que não lembravam a fórmula para resolver o exercício. Porém, a questão solicitava raciocínio, interpretação da situação, e conhecimentos dos números racionais, sem a necessidade de apoio em qualquer fórmula para a sua resolução.

Figura 18- Questão 4 pelo aluno 16

4. Do salário mensal de Ivo, 25% são usados para o pagamento do aluguel e $\frac{2}{5}$, com alimentação e lazer. Descontadas essas despesas ainda sobram R\$ 840,00 a Ivo. Qual é o seu salário mensal?

$25\% + 40\% = 65\%$
 $\frac{2}{5} \rightarrow \frac{20}{50}$
 $\frac{2}{5} = 0,4$
 $\rightarrow 840,00 + 243,00 = R\$ 1.083,00$
 $x = \frac{2436}{100}$

5. De um baralho comum, com 52 cartas, extraímos, ao acaso uma carta. Qual a

$x = 243$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 19- Questão 04 pelo aluno 19

4. Do salário mensal de Ivo, 25% são usados para o pagamento do aluguel e $\frac{2}{5}$, com alimentação e lazer. Descontadas essas despesas ainda sobram R\$ 840,00 a Ivo. Qual é o seu salário mensal?

$25\% \cdot 840,00 \cdot \frac{2}{5} = 207,5$

Fonte: Registro do pesquisador (2019)

O aluno da Figura 18 possui noções básicas de porcentagem e não se apegou a fórmulas, mas falhou na interpretação dos dados da questão. Já o aluno da Figura 19 não demonstra habilidade para formular e organizar a resposta, tornando difícil a compreensão do raciocínio por ele escolhido.

O valor correto para a questão é R\$ 2.400,00 reais. Para chegar a esse valor, um dos caminhos possíveis é primeiramente interpretar a questão para assim, identificar e nomear a incógnita que, neste caso, é o valor do salário mensal de Ivo. Posteriormente, deve-se efetuar cálculos em função da incógnita utilizando os dados descritos no problema, para assim encontrar os possíveis valores do pagamento do aluguel e gastos com comida e lazer. Feito isso, os discentes teriam que utilizar o raciocínio para elaborar sua resposta e verificar que os valores do aluguel e gastos com comida e lazer deverão ser somados entre si e depois subtraídos do salário de Ivo (incógnita). No entanto, devem estar atentos às informações da questão, para assim verificar que os R\$ 840,00 que sobram são o resultado da função formada

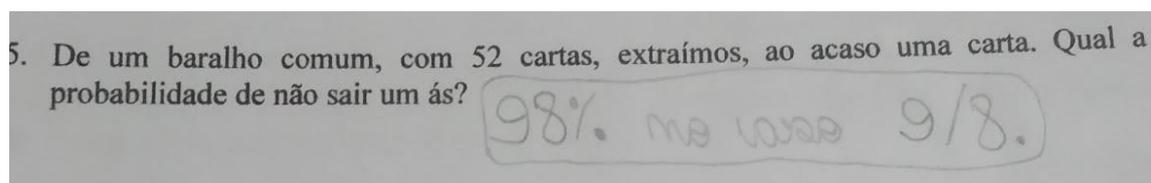
pelo salário de Ivo menos as despesas mensais (aluguel e gastos com comida e lazer).

Ao analisar as respostas fornecidas para esta questão, podemos constatar que os alunos têm dificuldade de relacionar a porcentagem com um conhecimento mais amplo, que é a noção de proporcionalidade. Romanatto (1997) salienta que esse problema é decorrente de uma deficiência relacionada à aprendizagem de idéias, noções e propriedades das frações, os quais podem não terem sido devidamente explorados durante o processo de ensino do conjunto dos números racionais.

- **Questão 5.** De um baralho comum, com 52 cartas, extraímos ao acaso uma carta. Qual a probabilidade de não sair um ás?

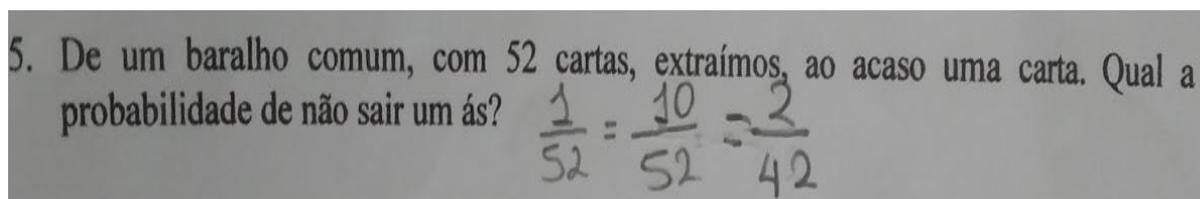
Essa questão explora probabilidade, conteúdo já abordado no primeiro semestre do ano letivo do público alvo da pesquisa. A resolução desta questão associa-se ao descritor 33, “Calcular a probabilidade de um evento (D33)” (BRASIL, 2008, p.5). Dos 11 alunos que responderam a esse item, nenhum o fez corretamente ou mesmo sequer explicitou a questão passo a passo, organizando seu raciocínio e montando uma solução. Evidencia-se, portanto, também a falta de conhecimentos básicos referentes à probabilidade.

Figura 20- Questão 5 pelo aluno 18



Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 21- Questão 5 pelo aluno 19



Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Observe que o aluno 18 na Figura 20 colocou apenas um resultado equivocado, impossibilitando identificar o que faltou para acertar a questão visto que não demonstrou seu raciocínio. É notório que o estudante não possui conhecimento sobre probabilidade. Pela resposta apresentada, há um déficit de aprendizagem em porcentagem e suas representações. Na solução expressa pelo aluno 19 na Figura 21, há uma equivalência de frações apresentada de forma errônea. A resposta fornecida indica que faltou-lhe dominar o conceito de frações equivalentes e o cálculo da probabilidade de um evento, necessários para resolver a questão.

O valor correto para a questão é $\frac{12}{13}$. Para chegar a esse valor os estudantes podem inicialmente calcular a probabilidade do evento, denominado **E**, isto é, a probabilidade de ocorrência de um “ás”. Em um baralho tem-se cinquenta e duas (52) cartas, dentre elas quatro (04) ases, o de copas, de paus, de espada, de ouro. Temos $p(E) = \frac{\text{Quantidade de ás}}{\text{Total de cartas do baralho}}$, e, portanto a probabilidade de não ocorrer um ás é $1 - \frac{\text{Quantidade de ás}}{\text{Total de cartas do baralho}}$. Ressaltamos ainda que esta é apenas uma das formas possíveis para a resolução da questão.

4.6 Questão 6.¹⁰

Marcos comprou $4\frac{1}{4}$ quilos de doce para sua mãe. Mas o doce parecia tão gostoso que ele comeu $\frac{7}{8}$ de um quilo do doce. Quanto sobrou para ele dar a sua mãe? Explique como você pensou o processo de resolução.

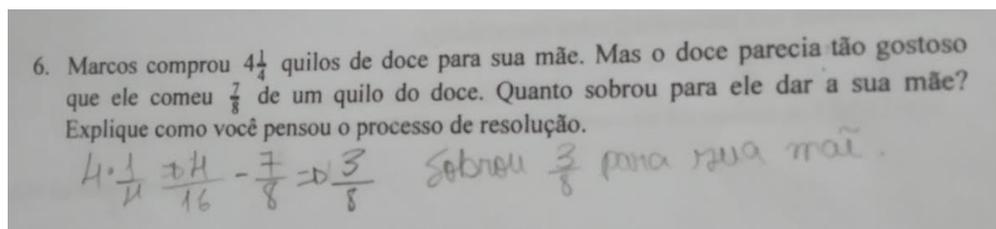
Nessa questão, propusemos um problema envolvendo frações e números mistos, de exploração informal, com o intuito de averiguar as estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução de problemas. Com base na BNCC, essa questão avalia a habilidade de “utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração $\frac{2}{3}$ para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza (EF07MA09)” (BRASIL, 2017). E o descritor 26 “Resolver problema com números racionais que envolvam as

¹⁰ Questão retirada do livro do autor Van de Walle- Matemática no ensino fundamental, vol. único 2009.

operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação)” (BRASIL, 2008, p. 3)

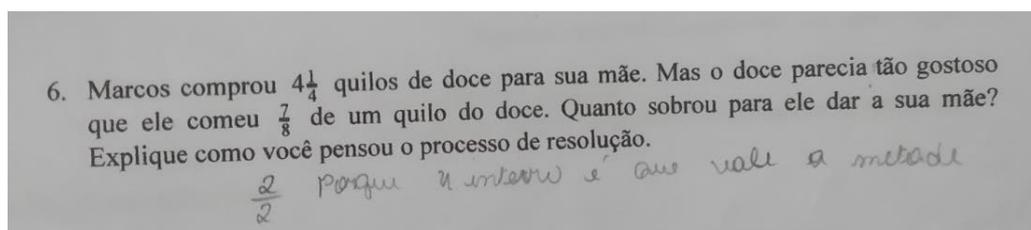
Dos participantes da pesquisa, apenas 6 ou 27,27% responderam à questão. No entanto, nenhum deles a resolveu corretamente. Vejamos os raciocínios de dois estudantes para a resolução da situação nas Figuras 22 e 23:

Figura 22- Questão 6 pelo aluno 15



Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 23- Questão 6 pelo aluno 6



Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Note que nessa questão é apresentada uma situação-problema, cuja resolução requer do aluno o domínio de conhecimentos que não se limitam à aplicação de técnicas operatórias ou de mecanismos de resolução, mas principalmente, de estabelecer relações entre os números apresentados. Observe, na Figura 22, a resposta do aluno 15: este apresenta o raciocínio correto na sua resolução, porém apresenta também dificuldade na conversão de números mistos em frações e, ao operar na subtração entre as frações, subtrai de forma direta numeradores e denominadores; estas dificuldades contribuíram para o erro da questão. Já o aluno 6, na figura 23 não desenvolve seu raciocínio, mostra apenas o resultado com uma justificativa confusa, tornando difícil a interpretação do seu raciocínio ao apresentar a resposta.

Para resolver a questão o aluno precisaria além dos conhecimentos sobre frações, números mistos e as operações, usar a interpretação para elaborar sua resposta de maneira correta. Sem o apego a regras e procedimentos, os alunos

podem usar métodos variados na sua resolução com as frações dispostas no problema, até mesmo utilizar abordagens informais, como o desenho para formular sua resposta.

O valor correto para a questão é $\frac{27}{8}$ e para chegar a esse resultado um dos caminhos possíveis é inicialmente interpretar a questão, para assim elaborar a resposta. Com isso os alunos identificarão a quantidade de doces comprada por João, apresentada na forma de número misto, e o número de doces que ele comeu, representada na forma de fração. Os alunos deverão transformar o número misto (quantidade de doces comprada) em uma fração, para então, utilizar a subtração de frações entre as quantidades de doces comprada e consumida por João, encontrando assim o que sobrou de doces para sua mãe.

No entanto, os estudantes apresentam soluções nas quais é perceptível a ausência da compreensão e domínio de frações. Para Bertoni (2009), quando os alunos aprendem a efetuar cálculos memorizando apenas as regras, sem o entendimento do real significado desses números “não sabem para quê usá-los” (Bertoni, 2009, p.28) e, portanto, não sabem responder questões como essas.

A mera redução da resolução de problemas a adequada aplicação de técnicas operatórias implica que “as regras algorítmicas não se aplicam imediatamente a números mistos. Mais regras! E talvez o argumento mais importante seja que essa abordagem para a matemática está impedindo-a de pensar.” (WALLE, 2009, p. 346). É preciso, pois, que professores de Matemática estimulem, ao trabalharem esses conteúdos, a significação, sejam elas: parte-todo, operador, quociente, razão e medida, bem como as relações entre elas, para que assim os estudantes desenvolvam suas habilidades e sejam capazes de resolver situações problemas.

4.7 Questão 7.¹¹

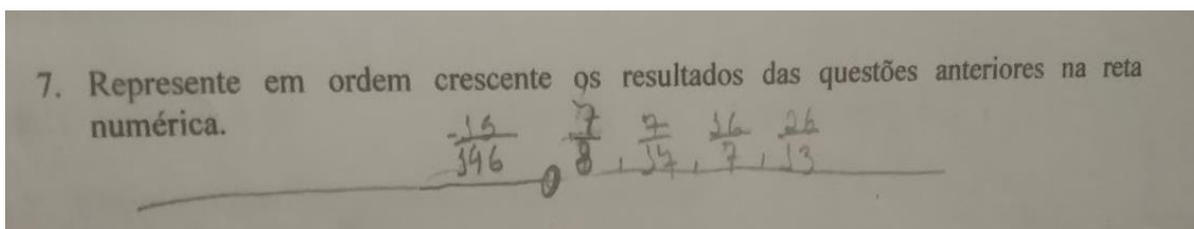
Represente em ordem crescente os resultados das questões anteriores na reta numérica.

¹¹ Elaborada pela autora.

A questão 7 consiste em representar os resultados obtidos nas questões anteriores na reta numérica e avalia, nos termos da BNCC, a habilidade de “comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos e associá-los a pontos da reta numérica” (EF07MA10) (BRASIL,2019) bem como o descritor 17 “Identificar a localização de números racionais na reta numérica” (BRASIL, 2008, p.3).

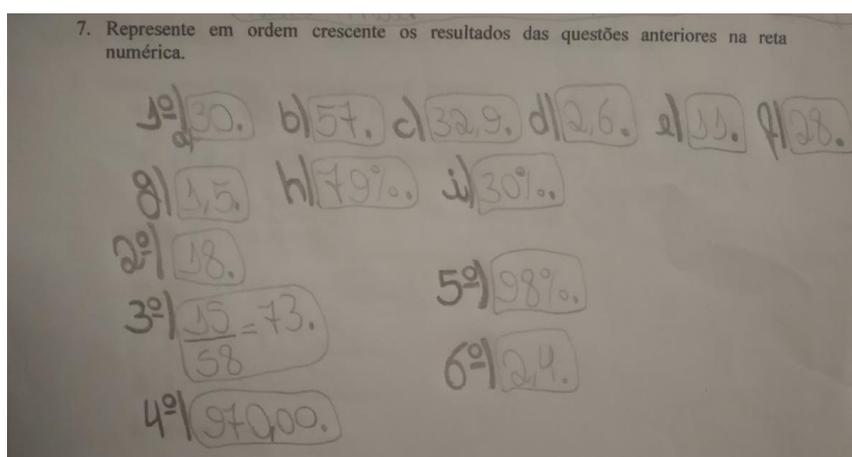
Dos alunos participantes da pesquisa, apenas 6 ou 27,27% responderam a essa questão. No entanto, não houve nenhum acerto. Isso implica que os estudantes não possuem conhecimento de representação e localização dos números racionais na reta numérica, conforme podemos observar nas figuras seguintes.

Figura 24- Questão 7 pelo aluno 10



Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Figura 25- Questão 7 pelo aluno 14



Fonte: Registro do pesquisador (2019)

Observe que para a resolução desta questão os alunos deveriam apenas localizar na reta numérica os resultados das questões anteriores, estas estando certas ou não. Para isso, eles devem reconhecer que “que estes podem ser expressos na forma fracionária e decimal” (BRASIL, 1998, p.71), para assim

estabelecer relações entre essas representações. No entanto, ao analisar as respostas dos estudantes nas Figuras 24 e 25, podemos observar que estes não possuem as habilidades necessárias exigidas pela questão. Ademais, o aluno da Figura 24 demonstra dificuldade até no conceito e representação de reta numérica.

A representação na reta numérica requer a compreensão das diferentes representações de um número racional, domínio da comparação dos números racionais na sua forma decimal e fracionária, bem como as relações dos números positivos e negativos.

5 ENFRENTANDO DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DE FRAÇÕES E DECIMAIS: TRILHAS EM CONSTRUÇÃO

A pesquisa de campo, de certo modo, constatou e aprofundou as nossas suspeitas de que possivelmente os estudantes teriam dificuldades em resolver situações envolvendo os conteúdos abordados neste estudo. Além disso, evidencia que um dos fatores para essa deficiência no âmbito das operações envolvendo frações e decimais é a não compreensão do próprio conteúdo de racionais.

Não só o objeto das nossas desconfiças obtidas dos contatos com os estudantes nos Estágios Supervisionados e na vivência escolar com a participação no Programa Residência Pedagógica, subprojeto de Matemática, da UEPB-Patos, bem como nos estudos de teóricos de educação matemática, essas dificuldades se materializaram nos dados da pesquisa. Isso despertou um sentimento de fracasso escolar, do ensino, especialmente o de matemática, do papel da escola.

Vale destacar que essa sensação ficou nítida no semblante do professor regente da turma pesquisada. Durante a aplicação do questionário, ele interpelava e pedia a todo instante que os alunos se concentrassem, se esforçassem para resolver ao menos as questões que cobravam assuntos explorados no corrente ano letivo. Apesar de sua insistência, folheando de forma breve as respostas dos alunos, demonstrou visivelmente sua frustração.

O fato nos instiga para as inúmeras dificuldades que um professor experiente pode enfrentar em sala de aula no trato com os conteúdos, principalmente aqueles que são recém-formados e ou ingressantes nessa profissão desafiadora e complexa. Diante do exposto, vem-nos as seguintes perguntas: de que modos e com quais recursos pedagógicos podemos enfrentar o problema com potencial para minimizar dificuldades de aprendizagem desses conteúdos? O uso de metodologias diferenciadas pode trazer impactos positivos para a aprendizagem dos estudantes e assim tornar mais efetivo o trabalho do professor?

O entendimento de alguns dos desafios que o ensino dos conteúdos matemáticos discutidos nesse trabalho implica na prática requer uma postura de intervenção de profissionais que já lecionam matemática, mas também daqueles que ainda estão em seu processo de formação inicial. Principalmente, no caso de quem se comprometendo em compreender melhor a problemática deve contribuir para

atenuar tais fracassos. Com esse sentimento, esforçamo-nos para compilar e compartilhar estratégias e recursos didáticos que auxiliem os professores na abordagem dos números racionais em sala de aula.

Vale lembrar ainda que estes são conteúdos que recebem tratamento nos livros didáticos nas séries para os quais são trabalhados. Entretanto, alguns autores, tais como Giovanni Junior e Castrucci (2009), optam por uma abordagem mais sucinta, trabalhando as noções de frações associadas apenas a parte-todo. Muitas vezes, o professor se prende ao livro didático no trabalho em sala de aula e deixa de explorar, por vários motivos, outras possibilidades de ensino de forma mais significativa e com base nas dificuldades que os seus alunos realmente apresentam. Diante dessa ideia, é válido destacar que:

Um livro de categoria média, nas mãos de um bom professor, pode tornar-se um excelente meio de comunicação, pois a capacidade do docente está além do livro e de seus limites. Já um bom livro nas mãos de um profissional pouco capacitado acaba muitas vezes reduzindo-se à função de um "pseudodocente". Em outras palavras, o livro didático acaba sendo considerado o "professor", o que não deve ocorrer, tendo em vista a especificidade comunicacional escolar de transmissão/assimilação, de interação ligada aos conteúdos de ensino e aprendizagem, que deve expressar-se entre o docente e seus alunos, mediada metodicamente por livros e outros meios de comunicação, nas aulas, para atingir os objetivos educacionais escolares. (FUSARI, 1988, p.48)

Nessa perspectiva, de sinalizar outras possibilidades metodológicas no trabalho com números racionais (frações e decimais), como já mencionamos na seção metodológica deste trabalho, buscamos estudos desenvolvidos na mesma temática fazendo uma pesquisa aberta no Google Acadêmico, utilizando a expressão "estratégias didáticas e operações matemáticas básicas envolvendo racionais e decimais". Optamos por direcionamentos para acervos de editoras e banco de dados on-line de instituições voltadas à pesquisa. As fontes foram selecionadas, principalmente, por suas contribuições no campo de conhecimento da educação matemática e no estudo dos números racionais em suas diversificadas representações.

A seguir, apresentamos uma síntese de algumas dessas pesquisas que podem auxiliar no desenvolvimento da construção e compreensão dos números racionais, que trabalham as diferentes representações desses números e favorecem o entendimento das operações neste conjunto.

Quadro 1- Mapeamento de pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de frações e decimais

Autor(es)	Título	Objetivo do trabalho	Estratégia(s) didática(s)
Leandro Boszko (2018)	Jogando com Frações: sequência didática	“oportunizar o aluno a identificar, compreender e desenvolver o conteúdo de fração como um todo, para que possa assim resolver situações-problemas e cálculos que envolvam frações; como consequência, subsidiando e facilitando a aprendizagem de outras operações matemáticas” (BOSZKO, 2018, p. 6).	Sequência didática desenvolvida a partir das TIC utilizando Jogos digitais
Adriana Belmonte Bergmann, Patrícia da Costa, Maria Madalena Dullius (2014).	Frações, números decimais e Porcentagem	Compilar jogos e aplicativos computacionais que favoreçam “à construção ou consolidação de conhecimentos, relacionando as diferentes formas de representação de um número, seja fracionária, decimal ou porcentagem, de forma que o aluno participe ativamente desta construção à medida que vai interagindo com a proposta, perpassando todos os níveis da atividade”(BERGMANN; COSTA; DULLIUS, 2014. p. 21)	Uso de aplicativos computacionais.
Andréia Caetano da Silva Curty (2016)	Números Racionais e suas Diferentes Representações	“levar o aluno a compreender e relacionar as diferentes e equivalentes formas de representar um mesmo número racional (fração, decimal e porcentagem)” (CURTY,	Aulas dinâmicas e atrativas utilizando: atividade de caráter construtivista, vídeo aulas e jogos com materiais manipuláveis.

		2016, p. 57)	
Nivia Maria Daciuk Schoenherr (2016)	Possibilidades Metodológicas no Ensino de Números Racionais: um novo enfoque	“proporcionar aos estudantes oportunidades de analisar, interpretar e resolver situações-problemas envolvendo frações no sentido de se constituir uma aprendizagem significativa” (SCHOENHERR, 2016 , p. 2) –	Abordagem lúdica, com o uso de jogos de tabuleiro, de estratégia online, além de vídeos, atividades interativas e colaborativas

Fonte: Elaborada pela autora

No trabalho intitulado Jogando com Frações: sequência didática, Boszko (2018) evidencia que “muitos alunos, mesmo já estando cursando os anos finais do ensino médio, ainda apresentam dificuldades em compreender operações básicas desse conteúdo” (BOSZKO, 2018, p. 5). Boszko (2018) evidencia a forma de abordagem dos conteúdos como um dos fatores que dificultam a compreensão dos discentes, além disso, a falta de exploração e relação com o cotidiano, impossibilita que assim eles possam encontrar a significação no conteúdo.

Com o intuito de desenvolver estratégias de ensino que estejam ao alcance dos professores, principalmente de escolas públicas, e que venham a contribuir para diminuir as dificuldades apresentadas pelos alunos no entendimento de frações, o autor sugere a aplicação de uma sequência didática utilizando a ludicidade a partir das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) para realizar a práxis e envolver os alunos no processo aprendizagem de frações. Esta sequência didática encontra-se estruturada em cinco unidades:

1. Atividades para identificação de conhecimentos prévios dos alunos; 2. Aula expositiva dialogada para (res)significar o conceito de fração e atividades complementares;
3. Desenvolvimento de atividades para retomada do conceito de fração equivalente, tendo como recurso um jogo digital para fixação dos conceitos e para facilitar os conceitos de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações; e exercícios práticos no papel;
4. Utilização mediada de um jogo digital sobre frações (adição, subtração, divisão e multiplicação) e realização de exercícios posteriores;
5. Aplicação do Jogo “Show da Fração”, idealizado com base na teoria dos registros de representação semiótica coma finalidade de que o aluno desenvolva raciocínio lógico e utilize os conhecimentos construídos relativos a frações. (BOSZKO, 2018, p.6)

A sequência didática apresentada mostra como potenciais e contribuições o fato de envolver aulas expositivas associadas à atividades lúdicas utilizando os recursos da TIC, em especial no tangente a Jogos Digitais. Ademais, a sequência permite que o professor de diferentes séries analise e adeque a realidade de suas turmas.

Considerando os potenciais deste tipo de abordagem, Dullius e Quartier (2014) argumentam em favor do uso de recursos tecnológicos para o ensino de matemática em geral. Elas destacam o potencial do uso das TIC para dinamizar e provocar impactos positivos no ensino desta matéria.

No que tange à aprendizagem de frações, o uso das tecnologias pode contribuir de forma positiva, pois é fato que elas estão cada vez mais presentes nas diferentes atividades cotidianas dos estudantes. O trabalho de Bergmann, Costa e Dullius (2014), no capítulo intitulado “Frações, números decimais e Porcentagem”, propõem o uso de aplicativos computacionais como metodologia de ensino, buscando favorecer a visualização das diferentes formas de representação dos números racionais, bem como suas relações. As autoras indicam vinte e dois (22) aplicativos computacionais, dentre eles jogos acompanhados de atividades a serem resolvidas com o auxílio do aplicativo. Desse modo, o aluno desenvolve na prática a capacidade de relacionar o lúdico com os conteúdos estudados durante o processo ensino de aprendizagem

Curty (2016) em sua dissertação de Mestrado intitulada “Números Racionais e suas Diferentes Representações” compartilha uma sequência didática aplicada em sala de aula, utilizada como intervenção após realizar um pré-teste e identificar as dificuldades dos alunos em reconhecer e associar as diferentes representações de um mesmo número racional. As aulas da intervenção pedagógica foram organizadas para serem trabalhadas em quatro (04) encontros com duração de duas horas/aula cada.

Para tanto, a autora utiliza uma atividade de caráter construtivista a ser realizada em duplas para, assim, trabalhar além do conteúdo de frações a interação entre os discentes. Usa ainda vídeo-aula sobre o conteúdo e as discutem juntamente com os alunos e faz aplicação de jogos manipuláveis para reforçar a aprendizagem dos alunos. Aulas dinâmicas e atrativas, se empregadas de forma bem planejada e com objetivos de aprendizagem de conteúdos matemáticos bem

definidos podem contribuir para sanar dificuldades que os alunos apresentam sobre as frações e suas representações.

Em seu trabalho, Schoenherr (2016) apresenta o desenvolvimento e a implementação de uma proposta metodológica para o ensino de números racionais, mais especificamente de frações. Em um modelo de aprendizagem dinâmico, utiliza técnicas auxiliares e situações vividas no cotidiano dos discentes para tornar a aprendizagem significativa facilitando o processo de ensino e aprendizagem deste assunto. O autor elaborou uma proposta didático-pedagógica, objetivando desenvolver, durante as atividades, “os conteúdos temáticos de forma mais prática e atrativa para os educandos, instigando e estimulando-os para que se tornem também construtores ativos do seu processo de aprendizagem” (SCHOENHERR, 2016, p.8)

A unidade didática aborda metodologias diversificadas, cujo foco principal é fazer o aluno refletir. Destacamos ainda que no desenvolvimento desta unidade a exploração de conhecimentos prévios dos alunos é um fator altamente relevante para a busca e construção dos conceitos matemáticos trabalhados. Nessa perspectiva, foram propostas três (03) atividades neste material, as quais trabalharam diferentes maneiras de resolução de uma situação-problema, “utiliza mídias variadas, como vídeo, internet, textos e tabelas” e “construção de jogos coletivamente pelos estudantes” (SCHOENHERR, 2016, p.9).

Os trabalhos mencionados e sugeridos nesta seção apresentam propostas metodológicas para auxiliar o docente durante o processo de ensino e aprendizagem dos racionais, dentre eles apenas o de Curty (2016) não aborda operações no conjunto dos racionais. Os autores apresentam atividades diversificadas, as quais professores da educação básica podem tomar como base e replicando-as ou adequando-as a sua realidade escolar, considerando as dificuldades e os potenciais de suas turmas.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa representa um esforço que foi norteado pelo objetivo principal de investigar o processo de aprendizagem de operações matemáticas envolvendo o conjunto dos números racionais (frações e decimais) articulados à probabilidade e matemática financeira, em uma turma do 3º ano do ensino médio da cidade de Desterro-PB.

Para a realização do estudo, a abordagem qualitativa de pesquisa e o levantamento teórico sobre a temática, bem como a pesquisa de campo realizada juntos aos alunos e o mapeamento pedagógico para situações de aprendizagem envolvendo o conjunto dos números racionais (frações e decimais), foram os caminhos metodológicos que tornaram possível a realização dos objetivos da pesquisa.

O aprendizado dos números racionais é imprescindível para os estudantes da Educação Básica, assim como o ensino das operações fundamentais envolvendo frações e decimais, conceitos que são de suma importância para a aprendizagem da Matemática e da aplicação de seus saberes nas áreas mais distintas. O desenvolvimento dos conteúdos matemáticos ocorre gradativamente, tendo início nos Anos Iniciais e perdurando durante todo o Ensino Fundamental. No entanto, muitas dificuldades cercam o ensino-aprendizagem deste conteúdo. Esse fato foi constatado no universo da pesquisa e sinalizado também por diversos outros estudos, tais como Walle (2009), Toledo e Toledo (2009), Romanatto (1997), Boszko (2018), o que reafirma a importância deste e de outros estudos que possam contribuir na discussão e melhoria das práticas pedagógicas.

Considerando a objetividade de identificar os princípios para a compreensão de números fracionários e decimais verificamos por meio dos estudos de livros didáticos e publicações da área de Educação Matemática que é essencial que os professores dessas fases explorem os diferentes significados (parte-todo, operador, quociente, razão e medida) e interpretações de frações. Entretanto, como destaca Mandarino (2010), o ideal é que esses significados sejam, aos poucos, introduzidos nas situações didáticas e inseridos de forma diversificada, ampliando os tipos de problemas a que os estudantes têm acesso, enriquecendo assim, as possibilidades de aplicação do conteúdo.

A pesquisa de campo revelou por sua vez que o nível de aprendizagem dos alunos pesquisados em relação às operações básicas envolvendo frações e decimais é baixíssimo ou até mesmo inexistente. Além de não estarem atentos às diversas representações de um número, não conseguem identificar a localização destes na reta numérica.

Também não estão preparados para efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais, tão pouco para resolver problemas os quais estejam relacionadas com o conteúdo em questão. A pesquisa demonstrou, assim, que estes discentes não compreendem ainda o conceito de número racional e sua aplicabilidade durante o processo de desenvolvimento deste e de outros conteúdos do currículo matemático.

Os resultados evidenciam as lacunas que se avolumaram durante toda a vida escolar, implicando que estes discentes concluíram o Ensino Fundamental sem desenvolver as habilidades especificadas na BNCC e pelos descritores das matrizes de referência do SAEB. Essas dificuldades parecem ter avançado ao longo dos anos o que exige do professor e da escola uma mobilização e empenho na busca por soluções pedagógicas para sanar ou pelo menos amenizar essas faltas.

A intenção de mapear, em produções acadêmicas, possibilidades metodológicas para potencializar o ensino de frações e números decimais envolvendo operações matemáticas básicas possibilitou o acesso a materiais que contêm contribuições significativas no campo de conhecimento da educação matemática e no estudo dos números racionais em suas diversificadas representações. Como as dificuldades encontradas com o objeto de pesquisa foram além das dificuldades em operar com números racionais (frações e decimais), as propostas didáticas listadas no presente trabalho como contribuições apresentam abordagens diversificadas que facilitam o ensino e aprendizado dos números racionais.

Estas podem auxiliar no desenvolvimento da construção e compreensão do conceito de número racional, pois trabalham as diferentes representações desse tipo de número e favorecem o entendimento das operações neste conjunto, bem como evidenciam a importância do uso de diversos materiais e recursos para dinamizar as aulas e motivar os estudantes tendo em vista a consideração de seus saberes prévios e a articulação dos conteúdos às situações de vivência cotidiana onde são empregados.

Nesta pesquisa, apresentaram-se dados que nos inquietam enquanto pesquisadores a continuar o trabalho de estudo e contribuições acerca do ensino e aprendizagem não só das operações envolvendo frações e decimais, mas buscar melhor entender os fatores que influenciam as dificuldades de ensino-aprendizagem do conjunto dos números racionais para assim podermos exercer de forma mais efetiva a docência em matemática no trato desses e de outros conteúdos.

Com o decorrer desta investigação, percebemos que quanto mais se estuda um assunto novos elementos ligados a ele surgem e outras possibilidades de pesquisa aparecem para a mesma temática, dentre as quais destacamos a análise de livros didáticos, o processo de ensino do conteúdo temático nos Anos iniciais e finais do ensino fundamental, as dificuldades enfrentadas pelo professor para ministrar o conteúdo de forma significativa. O estudo de todos esses elementos pode favorecer a melhoria da qualidade da aprendizagem de matemática para este e outros assuntos. Esse é o desejo de ver, nas salas de aula, a matemática ser vivida com prazer por professores e estudantes.

REFERÊNCIAS

BERTONI, Nilza Eigenheer. **Educação e linguagem matemática IV: frações e números fracionários**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009. p. 16- 20

BERTONI, Nilza Eigenheer. A Construção do Conhecimento sobre Número Fracionário. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 21, n. 31, p.209-237, 2008. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221883011.pdf>. Acesso em: 30 out. 2019.

BERGMANN, Adriana Belmonte; COSTA, Patrícia da; DULLIUS, Maria Madalena. Frações, números decimais e porcentagem. In: DULLIUS, Maria Madalena; QUARTIERI, Marli Teresinha (Org.). **Explorando a matemática com aplicativos computacionais: anos finais do ensino fundamental**. Lajeado: Univates, 2014. Cap. 2. p. 21-46. Disponível em: https://www.univates.br/editora-univates/media/publicacoes/98/pdf_98.pdf. Acesso em: 04 nov. 2019.

BRASIL: ideb 2017. *In*: Qedu: use dados. Transforme a educação. [Brasil, Meritt e Fundação Lemann, 2012]. Disponível em: <https://www.qedu.org.br/brasil/aprendizado>. Acesso em: 26 maio. 2019

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Fundamental. Matemática. **Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília, 1998.

BRASIL, Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio. Matemática. **Secretaria de Educação Média e Tecnológica**. Brasília, 2000.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Fundamental e Ensino Médio. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BOSZKO, L. **Jogando com Frações** [recurso eletrônico]: sequência didática. Produtos educacionais do PPGECM, 2018. Disponível em: <https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/206989/2/Leandro%20Produto.pdf>. Acesso em: 25 out. 2019

CERVO, A. L; BERVIAN, P. A; SILVA, R. **Metodologia científica**. 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

CURTY, Andréia Caetano da Silva. **Números racionais e suas diferentes representações**. 2016. 84 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Laboratório de Ciências Matemáticas, Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2016.

FUSARI, J.C. **O papel do planejamento na formação do educador**. São Paulo, SE/CENP, 1988. p. 47-48

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1996. p.25

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5. ed. 2. reimpressão. São Paulo: Atlas, 2010.

GIOVANNI JUNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. O conjunto dos números racionais. In.: GIOVANNI JUNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. O. **A conquista da Matemática**. São Paulo: FTD S.A, 2009. Cap. 3. p. 84-100.

IEZZI, Gelson *et al.* Matemática comercial e financeira: Exercícios. In.: IEZZI, Gelson *et al.* **Conecte Matemática**. São Paulo: Saraiva, 2015. Cap. 11, p. 193.

IEZZI, Gelson *et al.* Probabilidade: Exercícios. In: IEZZI, Gelson *et al.* **Conecte Matemática**. São Paulo: Saraiva, 2015. Cap. 33, p. 601.

LIBÂNEO, J. C. **O processo de ensino na escola**. São Paulo: Cortez, 1994. p. 90.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994. p. 77.

LITOLDO, B. F; ALMEIDA, M. V. R; RIBEIRO, M. Conhecimento especializado do professor que ensina matemática: uma análise do livro didático no âmbito das frações. **Tangram**: Revista de Educação Matemática, Dourados, v. 1, n. 3, p.03-23, 2018.

MANDARINO, M. C. F. Números e operações: as frações. In: BRASIL. João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho. Secretaria de Educação Básica (Org.). **Matemática**: Ensino fundamental. 17. ed. Brasília: Ministério da Educação, 2010. Cap. 6, p. 108. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=7842-2011-matematica-capa-pdf&category_slug=abril-2011-pdf&Itemid=30192. Acesso em: 26 out. 2019.

MINAYO, M. C. S. **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. 7. ed. Petrópolis: Vozes, 2001. p. 21-22.

PIMENTA, S. G.; LIMA, M. S. L. Estágio e docência: diferentes concepções. **Poiésis**. Vol. 3, Números 3 e 4, pp.5-24, 2005. Disponível em <https://www.revistas.ufg.br/poiesis/article/view/10542/7012> Acesso em 21 set. 2019.

PINTO, H; RIBEIRO, C. M. Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos—o sentido de número racional. *Da investigação às Práticas*, 2013. p. 80-98. Disponível em: <https://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/3105/1/Conhecimento%20e%20forma%20a7%20de%20futuros%20professores%20dos%20primeiros%20anos.pdf>. Acesso em : 12 set, 2019.

PROCHNOW, K. Z. S. **Uma bordagem diferenciada dos números racionais na forma fracionária**. Porto Alegre, 2010. 52 f. Monografia (Curso de especialização Matemática, Mídias Digitais e Didática: Tripé para a Formação do Professor de Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. p. 13

RÊGO, F. R. **As dificuldades dos alunos da EEM Virgílio Correia Lima em operações básicas com números naturais, inteiros e racionais**. 2014. 69f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Matemática, Universidade Federal do Ceará, Juazeiro do Norte, 2014.

ROMANATTO, Mauro Carlos. **Número racional: relações necessárias à sua compreensão**. 1997. 169 f. Tese (Doutorado em Educação) -Universidade Estadual de Campinas, São paulo.

SCHOENHERR, N. M. D. Possibilidades Metodológicas no Ensino de Números Racionais: um novo enfoque. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**. Curitiba: SEED/PR, 2016. V.1. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospede/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unicentro_niviamariadaciuk.pdf. Acesso em: 04 nov. 2019.

SANTOS, J. P. O. **Introdução à Teoria dos Números**. 1. Ed. Rio de Janeiro: IMPA.1998. P. 03-13

SILVEIRA, Ênio. Números Racionais. In: SILVEIRA, Ênio. **Matemática compreensão e prática**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015. Cap. 2. p. 47-59.

TOLEDO, M. B. A; TOLEDO, M. A. Números Racionais. In: TOLEDO, M. B. A; TOLEDO, M. A. **Teoria e Prática de Matemática: Como dois e dois**. São Paulo: Ftd S.a, 2009. Cap. 8. p. 163-165.

WALLE, V, A, J. Cálculo com frações. In: WALLE, V, A, J. **A matemática no ensino fundamental [recurso eletrônico]: formação de professores e aplicações em Sala de Aula**. 6. ed. Editora Artmed, 2009. p. 345-355.

WALLE, V, A, J. Desenvolvimento dos Conceitos de Fração. In: WALLE, V, A, J. **A matemática no ensino fundamental [recurso eletrônico]: formação de professores e aplicações em Sala de Aula**. 6. ed. Editora Artmed, 2009. p. 322-326.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO¹² APLICADO AOS ALUNOS

Dados de identificação

Idade: () Menos de 16 () Entre 16 e 19 () Mais de 20 anos

1. Efetue e simplifique o resultado quando possível

a) $\frac{5}{7} + \frac{11}{7} =$

b) $\frac{2}{3} + \frac{25}{30} - \frac{1}{2} =$

c) $1,9 + \frac{21}{10} =$

d) $\left(-\frac{5}{8}\right) \cdot (0,4) =$

e) $\left(\frac{-7}{9}\right) \cdot \left(\frac{2}{7}\right) \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) =$

f) $\left(-\frac{5}{8}\right) \div \left(+\frac{25}{8}\right) =$

g) $2 \div (-0,5) =$

h) 6% de 85 =

i) 30% de 60 =

2. Determine o valor da expressão $\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) + \left(-1 + \frac{5}{6}\right)$.

3. Determine o valor da expressão numérica $\frac{\frac{7}{8}}{\frac{42}{16}}$.

¹² Questões 1 e 3 adaptada do livro do autor Giovanni Júnior- A conquista da Matemática, vol. único, 2009.

Questão 2 retirada do livro do autor Giovanni Júnior- A conquista da Matemática, vol. único, 2009.

Questões 4 e 5 retirada do livro do autor Gelson lezzi- Conecte matemática, vol. único, 2015.

Questão 6 retirada do livro do autor Van de Walle- Matemática no ensino fundamental, vol. único 2009.

Questão 7 elaborada pela autora.

4. Do salário mensal de Ivo, 25% são usados para o pagamento do aluguel e $\frac{2}{5}$, com alimentação e lazer. Descontadas essas despesas ainda sobram R\$ 840,00 a Ivo. Qual é o seu salário mensal?

5. De um baralho comum, com 52 cartas, extraímos, ao acaso uma carta. Qual a probabilidade de não sair um ás?

6. Marcos comprou $4\frac{1}{4}$ quilos de doce para sua mãe. Mas o doce parecia tão gostoso que ele comeu $\frac{7}{8}$ de um quilo do doce. Quanto sobrou para ele dar a sua mãe? Explique como você pensou o processo de resolução.

7. Represente em ordem crescente os resultados das questões anteriores na reta numérica.

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO

Declaro ser de meu conhecimento e livre vontade à participação na pesquisa presente sobre o processo de aprendizagem de operações matemáticas envolvendo o frações e números decimais. A investigação é vinculada ao trabalho de conclusão de curso da Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB – Campus VII.

Estou ciente de que o questionário é o instrumento de coleta de dados do processo investigativo e que as informações por mim fornecidas serão utilizadas na escrita do trabalho **mantendo em sigilo a minha identidade pessoal, bem como a instituição a qual estou vinculado.**

Aluno (a)

Escola

Desterro-PB, ____ de _____ de 2019.