UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA

CAMPUS I CAMPINA GRANDE

CENTRO DE CIENCIAS E TECONOLOGIA

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JULIANA DIAS DE LIRA

FUNÇÃO AFIM E SUAS APLICAÇÕES

CAMPINA GRANDE
2018

JULIANA DIAS DE LIRA

FUNÇÃO AFIM E SUAS APLICAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Programa de Graduação em Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador: Katia Suzana Medeiros Graciano

.

CAMPINA GRANDE
2018

L768f Lira, Juliana Dias de.
Função Afim e suas aplicações [manuscrito] / Juliana Dias de Lira. - 2018.
35 p.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2019.
"Orientação : Profa. Ma. Katia Suzana Medeiros Graciano , Coordenação do Curso de Matemática - CCT."
1. Função Afim. 2. Função Afim - Aplicações. 3. Peter Dirichlet. I. Título
21. ed. CDD 515.25

Elaborada por Giulianne M. Pereira - CRB - 15/714 BC/UEPB

JULIANA DIAS DE LIRA

FUNÇÃO AFIM E SUAS APLICAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Programa de Graduação em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Matemática Pura.

Aprovada em: 04/12/2018.

BANCA EXAMINADORA

Kátia Suzana Medeiros Graciano

Prof. Me. Kátia Suzana Medeiros Graciano (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Luciana R Freitas

Prof. Dr. Luciana Roze de Freitas
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Me. Castor da Paz Filho
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

DEDICO a minha mãe, por toda dedicação, amizade e carinho.

AGRADECIMENTOS

Quero primeiramente agradecer a Deus pelo dom da sabedoria e por ter me dado força pra chegar até aqui para realização deste sonho.

Agradeço aos meus pais por todo o incentivo nas horas difíceis, de desânimo e cansaço.

Aos meus irmãos Jailton, Maria e José que sempre me apoiaram.

A minha orientadora Kátia Suzana por todo apoio, dedicação e incentivo.

As minhas amigas Alany, Luanna e Gilda que estiveram comigo durante o curso.

Aos meus amigos do Ônibus de Juripiranga, em especial a Gislany, Ramon, Evyllaine, Sandra, Cristiane, Lidiane, Ângela, Andréia e Andresa.

Em especial agradeço ao meu esposo Wagner por todas as contribuições dadas durante o curso e por acreditar nesse sonho junto comigo.

A Universidade Estadual da Paraíba pela oportunidade. E aos meus professores que tive o prazer de conhecer.

“A persistência é o caminho do êxito.”

(Charles Chaplin)

RESUMO

É perceptível a dificuldade na disciplina de matemática, no Ensino Médio, referente ao assunto de Funções. Percebe-se que o estudo de funções permite ao aluno adquirir o conhecimento algébrico, assim, podendo-se dizer que o ensino deve ter início com base nas noções de conhecimento histórico, na fundamentação teórica, para que se possa chegar a descrever situações que envolvam duas grandezas. O presente trabalho tem como objetivo geral: desenvolver um estudo sobre a função afim,destacando algumas de suas aplicações, tais como o desenvolvimento do mesmo a partir de demais áreas das ciências e de situações cotidianas. Tal procedimento auxilia a percepção de que o citado conteúdo é aplicável às diversas áreas do nosso conhecimento e que pode ser explorado através de aplicações que ajudam a melhorar a assimilação no ensino, tornando-se mais compreensível. Além do mais, essa abordagem utilizando-se da construção histórica da função afim,desde as civilizações antigas até os dias atuais, permite fazer uma ligação entre os séculos destacados que se torna motivador.

Palavras-Chave: Função Afim. Evolução Histórica.Aplicações.

ABSTRACT

It is noticeable the difficulty in the discipline of mathematics, in High School, referring to the subject of Functions. It is noticed that the study of functions allows the student to acquire the algebraic knowledge, thus, it can be said that the teaching must begin on the basis of the notions of historical knowledge, in the theoretical foundation, so that one can come to describe situations that involve two greatnesses. The present work has as general objective: to develop a study on the related function, highlighting some of its applications, such as the development of the same from other areas of science and everyday situations. Such a procedure assists the perception that the aforementioned content is applicable to the different areas of our knowledge and that can be explored through applications that help to improve the assimilation in the teaching, becoming more understandable. Moreover, this approach using the historical construction of related function, from the ancient civilizations to the present day, allows us to make a connection between the highlighted centuries that becomes motivating.

Keywords: Affine Function.Historic evolution.Applications.
.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

SUMARIO

1. INTRODUÇÃO

Foi através dos estudos de filósofos e matemáticos, que aconteceu a investigação durante séculos, para desenvolver conceitos matemáticos dentre eles a Função Afim. É possível verificar que os babilônios já teriam ideia de função, pois já trabalhavam com tabuas de quadrados, de cubos e de raízes quadradas. Os egípcios eles utilizavam os papiros e já possuíam ideia de relação funcional entre duas grandezas. No desenvolvimento desse conceito de função destacaram-se alguns filósofos e matemáticos que ajudaram com o estudo, tais como Nicolau Oresme, Galileu Galilei, René Descartes, Peter Dirichlet entre outros grandes estudiosos.

Neste trabalho será abordada a história da função, levantada por meio de pesquisa Bibliográfica,com o seqüenciado surgimento do conceito de função. Primeiramente serão descritos algumas contribuições de matemáticos, filósofos e físicos, que chegaram as ideias e que hoje chamamos de Função Afim.

Sendo um conteúdo matemático,a função afim, possui diversas aplicações e que pode ser encontrada e estudada no cotidiano, tornando-se a matemática mais objetiva.Levando em consideração que tudo aquilo que é visto por meio de aplicações torna-se mais interessante.

Pretendemos mostrar como o estudo da função afim pode ser aplicado em outras áreas de conhecimento, contribuindo de forma produtiva como também, fazendo com que as concepções utilizadas nesta pesquisa sirva para os docentes a praticarem estes métodos no ensino e a buscarem práticas que ajudem a melhorar. Este trabalho tem como Objetivo Geral: desenvolver um estudo sobre a função afim,destacando algumas de suas aplicações, tais como o desenvolvimento do mesmo a partir de demais áreas das ciências e de situações cotidianas.Tem-se como objetivos específicos: abordar historicamente a função afim, de tal forma que possa servir de base para uso na educação básica;apresentar o conteúdo de função afim.

A estruturação deste trabalho apresenta, no capitulo 1 uma introdução do que veremos nos capítulos seguintes. No capitulo2veremos a abordagem da evolução histórica do conceito de função, tendo como base fundamentada no livro História da Matemática (Boyer 1974). Ocapitulo3apresentao conteúdo de função e suas definições. O capitulo4teremos as aplicações fundamentadas em áreas afins.

2. EVOLUÇÃO HISTORICA DO CONCEITO DE FUNÇÃO

A historia do conceito de função, como todo os outros conteúdos matemáticos, não surgiu de uma hora pra outra. Foram vários estudos ao longo dos tempos.As noções deste conceito de função podem esta dividida em três períodos históricos: Antiguidade, Idade Média e Idade Moderna.

Na antiguidade o homem precisava controlar seus animais, para isso ele associava o seu rebanho a pequenas pedras, uma pedra para cada animal estabelecendo assim uma relação de dependência entre pedras e animais. Através desse processo se deu a necessidade da contagem. Com a necessidade da contagem foram surgindo maneiras de representar os objetos, através de pedra, marcas em ossos ou até mesmo fazendo nó numa corda.

> Grupos de pedras são demasiado efêmeros para conservar informação: por isso o homem pré-histórico as vezes registrava um numero fazendo marcas num bastão ou pedaço de osso. Poucos desses registros existem hoje, mas na Tchecoslováquia foi achado um osso de lobo com profundas incisões. (BOYER, 1974, p.3).

É possível verificar que a partir dos registros das marcas realizadas em pedras, em pedaços de osso e em outros objetos, que o homem pré-histórico já tinha ideia da linguagem simbólica matemática.

Por volta de 200 a.C. pode ser observado que os babilônios já possuía uma ideia ainda vaga de função. Esse fato, são conhecidos em tabuas de argila. Essas tabuas eram utilizadas para expressar cálculos numéricos, porem não possuía existência duradora em virtude do clima. As tabuas demonstravam que já possuíam conceitos da matemática como inverso multiplicativo, quadrados de cubos e raízes quadradas. Revelando assim uma ideia funcional.

Algumas das tabuas escritas por babilônios encontram-se na Universidade de Yale. Arqueólogos que trabalhavam na Mesopotâmia desenterraram mais de meio milhões de tabuas de argila, porem quase 400 delas foram identificadas com escritas matemáticas.

Já os egípcios foram criadores de algumas unidades de medidas como a: côvado, isto é o comprimento do antebraço até a ponta dedo médio. A civilização egípcia nunca alcançou o nível da matemática babilônica, porem sendo considerados por muito tempo o mais rico no campo da pesquisa histórica, matemática sobre a antiguidade.

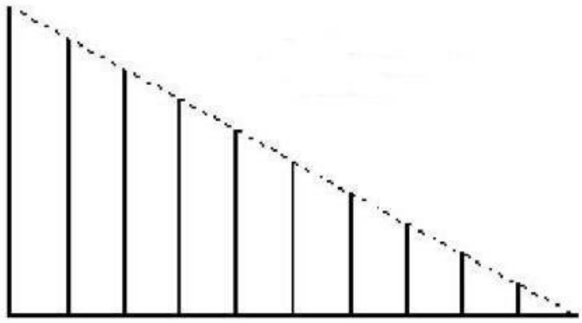
Porém há alguns dos registros dos egípcios que foram preservados por meio de papiros. Os papiros eles continham problemas do cotidiano, muitos desses problemas eram resolvidos por equações do 1 ºgrau e o método utilizado pelos egípcios para esse tipo de resolução de problema era conhecido como o *Método da Falsa Posição.* Verificamos que os egípcios já tinham ideia de relação funcional entre duas grandezas.

Foi no início da Idade Média que vai do século V ao século XVI, tiveram importantes contribuições para o desenvolvimento de noção de função. Que aconteceu por meio do estudo de velocidade instantânea, aceleração, quantidade variável. Todos esses conceitos foram percussores para a cinemática e a matemática. Foi a partir desses conceitos que no século XVI Nicolau Oresme desenvolveu uma teoria geométrica de latitude e longitude, que seria o gráfico de uma função. Baseando-se na teoria do valor médio começou a questionar sobre a possibilidade de traçar uma representação gráfica sobre como objetos variam.

> Os termos latitude e longitude, que Oresme usou, são equivalentes, num sentido amplo, as nossas ordenadas e abscissa, e sua representação gráfica assemelha-se com nossa geometria analítica. Seu uso de coordenada, é claro, não era novo, pois Apolônio e outros antes dele, tinham usado sistema de coordenadas, mas sua representação gráfica de uma quantidade variável era novidade. (BOYER, 1974, p.193)

Apresentou uma representação gráfica da velocidade em relação ao tempo, de um certo objeto que se movia com aceleração constante.

Figura 1: Representação gráfica de Oresme



Fonte: (THEES, 2009, P. 35)

Segundo BOYER parecia que ele já tinha percebido o principio fundamental de representar uma função de uma variável como a curva.

Com o fim do século XVI deu-se inicio ao período considerando Moderno no século XVII. Onde acredita-se que a primeira menção de função surgiu dos estudos de calculo infinitesimal.

Nesse período destacaram-se alguns filósofos e matemáticos que deram origem ao conceito de função.

O francês François Viéte (1540-1603) dedicou seu tempo de lazer ao estudo da matemática, tendo contribuído com o avanço da álgebra. Viéte foi quem colocou em pratica uso de vogais para representar incógnita e as consoantes para representar as consoantes.

Não podia haver grande progresso na teoria da álgebra enquanto a preocupação principal fosse a de encontrar a “coisa” numa equação com coeficientes numéricos específicos. (BOYER p.223)

Galileu Galilei (1564-1642) matemático e astrônomo contribuiu ao introduzir o quantitativo nas representações gráficas. O interesse de Galileu era para entender como os fenômenos naturais ocorriam. Foi nessa tentativa de estudo que acabou criando relações entre as quantidades medidas dos fenômenos.

Descartes (1596-1650) matemático e filosofo francês contribuiu com o estudo da álgebra e geometria a criação do plano cartesiano. Que consiste em dois eixos, o eixo da abscissa e o eixo das ordenadas. Seu intuito a partir do plano cartesiano era criar curvas, retas e planos.

Issac Newton (1642-1727) foi considerado importante para o desenvolvimento de análise matemática, e como matemático contribuiu com o estudo de funções. Mesmo não chegando a utilizar o termo função, mas em seus trabalhos ele já considerava a existência entre termo independente e dependente.

Sendo que foi o matemático e alemão Leibniz (1646-1716) que usou o termo função em 1673 para descrever uma quantidade relacionada a uma curva, no seu manuscrito, “Methodustangentium inversa”, foi onde demonstrou e fez aplicação do conceito função pela primeira vez. O suíço Johann Bernolli (1667-1748) também utilizou o termo função em seu artigo de 1718 o termo foi usado para designar os valores obtidos por operações entre constantes e variáveis.

Já no século XVIII Leonard Euler, fez importantes descobertas. Na sua obra de introdução a análise infinitesimal, introduziu a notação f(x) para representar uma função de x, assim ao invés de representar uma função por uma letra como Y= 2x – 2, representou da seguinte forma f(x) = 2x – 2. Euler é considerado um dos que mais que se destacou na matemática. Além disso, ficou famoso por seus trabalhos em mecânica, óptica e astronomia.

Talvez a mais importante de todas, a notação f(x) para uma função de x(usada nos comentários de Petersburgo para 1734-1735) são outras notações de Euler. (Boyer, 1974, p.326)

Segundo Boyer (1974) as nossas notações do conceito de função são hoje assim em virtude dos estudos de Euler do que qualquer outro matemático.

Porém foi no século XIX que apareceu um significado mais amplo de função através de Peter Dirichlet, em sua única obra a respeito da Teoria Algébrica dos números. Onde considerava a função com y (variável dependente) com os valores fixos ou determinados por uma regra dos valores atribuídos à x (variável independente).

Portanto podemos verificar que o conceito função resultou da investigação ao longo dos tempos, através de vários matemáticos que contribuíram para chegar a um processo de conceito que conhecemos hoje. No próximo parágrafo faremos uma breve revisão da Bibliografia de Peter Dirichlet.

2.1 PETER DIRICHLET

Em 13 de fervereiro de 1805, nasceu Johann Peter Gustav LejeuneDirichlet, em Düren, hoje atual Alemanha localizada perto da cidade de Colônia e faleceu em Göttingen, no dia 5 de Maio de 1859. A sua família era de origem belga. O seu pai era o chefe local dos correios em Düren.

Considerado um aluno exemplar,interessado por História e Matemática, tendo Estudado num liceu na cidade de Bona por dois anos.Depois, seus pais matricularam num Colégio Jesuíta em Colônia, onde teve aulas com Georg Simon Ohm. Foi aos 16 anos de idade que já estava apto a ingressar na universidade, porem naquela época as universidades alemãs não eram tão boas, então Dirichlet decidiu estudar em Paris, onde teve como professores importantes matemáticos como Biot, Fourier, Francoeur, Hachette, Laplace, Lacroix, Legendre e Poisson.

Dirichlet, matemático alemão a quem se atribui a moderna definição formal de função em 1837.No verão de 1823, foi contratado como professor de alemão, por um ex-general do império de Napoleão e passou a viver com a sua família. Teve como primeira publicação o Último teorema de Fermat, a famosa conjectura (hoje provada) que afirmava que para,$n > 2$ a equação $x^n + y^n = z^n$ não possui soluções inteiras, com exceção da solução trivial em que x ,y, ou z é zero, para a qual concebeu uma prova parcial para $n = 5$, que foi completada por Adrien-Marie Legendre, que foi um dos avaliadores. mais tarde, ele também forneceu uma prova completa para o caso de $n = 14$.

Em 1828 até o ano de falecimento do seu pai (1859), Dirichlet ensinou na Faculdade Militar de Berlim, no Colégio Militar e na Universidade de Göttingen, onde substituiu Gauss. Com a sua nomeação para a Academia de Berlim em 1831, encontrou finalmente condições para se casar com Rebecca Mendelssohn, originária de uma distinta família, a neta do filósofo MosesMendelssohn e irmã do compositor Felix Mendelssohn.

No ano de 1858, durante uma palestra em Montreux, na Suíça, sofreu um ataque cardíaco, regressou a sua casa e recebeu a notícia do falecimento da sua esposa e morreu no ano seguinte.

3. FUNÇÃO AFIM

Ao longo dos tempos tem-se observado a diversidade no ensino de matemática. A função Afim é o primeiro conteúdo do Ensino Médio. Ela é a base pra os demais tipos de funções.

Neste capitulo apresentaremos o conceito e as definições de função afim com base no livro didático. Apresentado da seguinte forma:

3.1 DEFINIÇÃO: Uma aplicação de Rem$R$recebe o nome de *função afim* quando a cada $X \in R$ estiver associado o elemento $(ax + b) \in R$ com $a \neq 0$, isto é:

$$f: R \to R$$

$$x \to ax + b, \qquad a \neq 0$$

Exemplos:

a)$y = 3x + 2$ onde a = 3 eb = 2

b) $y = -2x + 1$ onde a = - 2 e b = 1

c) $y = x - 3$ onde a = 1 e b = - 3

d) $y = 4x$ onde a = 4 eb = 0

Notemos que para b = 0 a função afim $y = ax + b$ se transforma na função linear $y = ax$; podemos, então, dizer que a função linear é uma particular função afim.

3.2 GRÁFICO: O gráfico cartesiano da função $f(x) = ax + b$ $(a \neq 0)$ é uma reta.

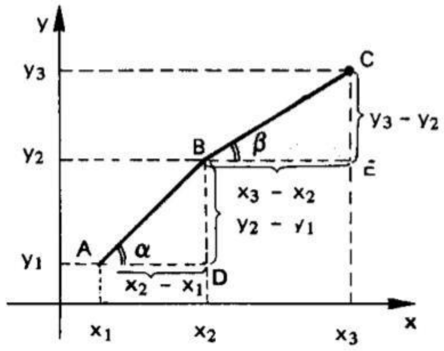
DEMONSTRAÇÃO

Sejam A, B e C três pontos quaisquer, distintos dois a dois, do gráfico cartesiano da função $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ e (x_1, y_1), (x_2, y_2) e (x_3, y_3), respectivamente, as coordenadas cartesianas desses pontos.

Para provarmos que os pontos A, B e C pertencem a mesma reta, mostremos, inicialmente que os triângulos retângulos ABD e BCE são semelhantes.

De fato:

Figura 2: Gráfico de f(x) = ax + b



Fonte: Iezzi, p.96

$$(x_1\,, y_1) \in f \;=>\; y_1 = ax_1 + b \quad ①$$

$(x_2\,, y_2) \in f => y_2 = ax_2 + b$ ②

$$(x_3\,, y_3) \in f => y_3 = ax_3 + b \; ③$$

Subtraindo membro a membro, temos:

$$\left.\begin{array}{l} y_3 - y_2 = a(x_3 - x_2) \\ y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1) \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$$

Os triângulos ABD e BCE são retângulos e tem lados proporcionais, então são semelhantes e portanto, α = β. Segue-se que os pontos A, B e C estão alinhados.

Exemplo:

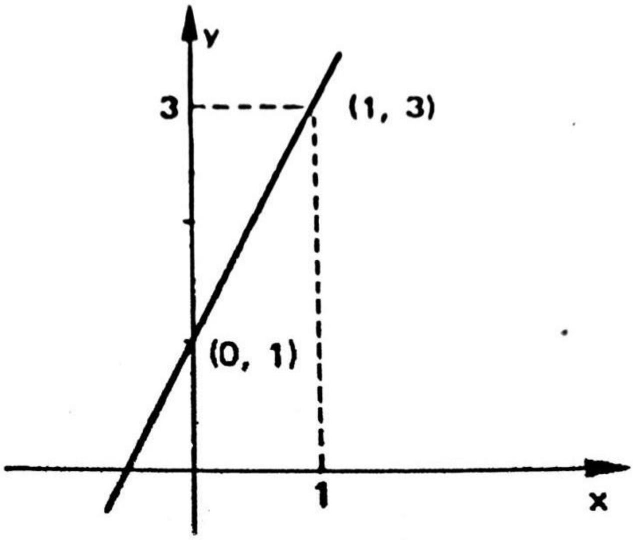
Construir o gráfico da função $y = 2x + 1$. Considerando que o gráfico da função afim é uma reta, vamos atribuir valores distintos e calcular os correspondentes valores de y.

Tabela 1: Função de y = 2x + 1

X	Y= 2x + 1
0	1
1	3

Fonte: próprio autor

Figura 3: Gráfico Cartesiano da função y = 2x +1



Fonte: Iezzi, p.97

O gráfico procurado é uma reta que passa pelos pontos (0,1) e (1,3).

3.3 IMAGEM: O conjunto imagem da função afim $f: R \to R$ definida por $f(x) = ax + b$ com a $\neq$ 0 é R.

De fato, qualquer que seja$y \in R$ existe $x = \frac{y-b}{a} \in R$ tal que $f(x) = f\left(\frac{y-b}{a}\right) = a \cdot \frac{y-b}{a} + b$ = y.

3.4 COEFICIENTES DA FUNÇÃO AFIM: O coeficiente $\boldsymbol{a}$ da função $f(x) = ax + b$ é denominado coeficiente angular ou declividade da reta representada no plano cartesiano. O coeficiente $\boldsymbol{b}$ da função $y = ax + b$ é denominado coeficiente linear.

3.5 ZERO DA FUNÇÃO AFIM

DEFINIÇÃO: Zero de uma função é todo número x cuja imagem é nula, isto é, $f(x) = 0$.

$$x \text{ é } zero\ de\ y = f(x) \leftrightarrow f(x) = 0$$

Assim, para determinarmos o zero da função afim, basta resolver a equação do 1º grau

$$ax + b = 0$$

que apresenta uma única solução $x = -\frac{b}{a}$.

De fato, resolvendo$ax + b = 0,\ a \neq 0\ ,\ temos$

$$ax + b = 0 \leftrightarrow ax = -b \leftrightarrow x = -\frac{b}{a}.$$

Exemplo:

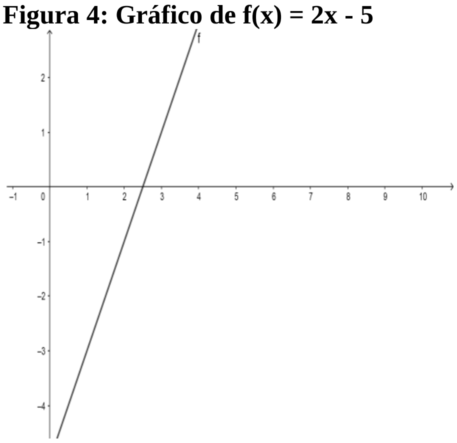
Dada a função afim definida por $f(x) = 2x - 5$, temos: $2x - 5 = 0 \Rightarrow 2x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{2}$ (zero da função).

Tabela 2: Função f(x) = 2x- 1

X	Y
-1	-3
3	1

Fonte: próprio autor

Figura 4: Gráfico de f(x) = 2x - 5



Fonte: google

3.6 FUNÇÃO CRESCENTE

DEFINIÇÃO: A função $f: A \to B$ definida por $y = f(x)$é crescente no conjunto$A_1 \subset A$ se, para dois valores quaisquer $x_1 e\ x_2$ pertencentes a A_1, com $x_1 < x_2$, tivermos $f(x_1) < f(x_2)$.

Em símbolos: f é crescente quando

$$(\forall\ x_1, x_2)\ (\ x_1 < x_2 \to f(x_1) < f(x_2\ ))$$

eisto também pode ser posto assim:

$$(\forall\ x_1\ , x_2)\ (\ x_1\ \neq x_2\ \ \to \frac{f(x_1) - f\ (x_2)}{x_1 - x_2} > 0)$$

Exemplo:

A função $f(x) = 2x$ é crescente em R, pois $x_1 < x_2 \Rightarrow 2x_1 < 2x_2 \forall\ x_1 \in R\ e\ \forall\ x_2 \in R$.

3.7 FUNÇÃO DECRESCENTE

DEFINIÇÃO: A função $f: A \to B$ definida por $y = f(x)$é decrescente no conjunto$A_1 \subset A$ se, para dois valores quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a A_1 , com $x_1 < x_2$, tem-se $f(x_1) > f(x_2)$.

Em símbolos: f é decrescente quando

$$(\forall\, x_1, x_2)\ (\, x_1 < x_2 \to f(x_1) > f(x_2\,))$$

eisto também pode ser posto assim:

$$(\forall\, x_1\ , x_2)\ (\, x_1\ \neq x_2\ \to \frac{f(x_1) - f\,(x_2)}{x_1 - x_2} < 0\ )$$

Exemplo:

A função $f(x) = -2x$ é crescente em R , pois $x_1 < x_2 \Rightarrow -2x_1 > -2x_2 \forall\, x_1 \in R\ e\ \forall\, x_2 \in R.$

3.8 TEOREMA: A função afim é crescente (decrescente) se, e somente se, o coeficiente angular for positivo (negativo).

DEMONSTRAÇÃO

$f(x) = ax + b$ é *crescente* $\leftrightarrow \frac{f\ (x_1)\ - f\ (x_2)}{x_1 - x_2} > 0\ (\boldsymbol{x}_1 \neq x_2\ ) \leftrightarrow \frac{(ax_1 + b) - (ax_2 + b)}{x_1 - x_2} > 0\ (x_1\, x_2) \leftrightarrow \frac{a\ (x_1 - x_2)}{a_1 - a_2} > 0\ (x_1\ \neq x_2) \leftrightarrow a > 0.$

Exemplo:

Especificar para cada uma das funções abaixo, se é crescente ou decrescente em R:

a) $\mathrm{y} = 3\mathrm{x} - 2$
   Solução: é uma função crescente, pois o coeficiente angular é positivo ($a = 3$)

b) $y = -4x + 3$
   Solução: é uma função decrescente, pois o coeficiente angular é negativo ($a = -4$).

3.9 SINAL DA FUNÇÃO AFIM

Considerando que $x = -\frac{b}{a}$, zero da função afim $f(x) = ax + b,$ o valor de x para o qual $f(x) = 0$, examinaremos, então, para que valores ocorre $f(x) > 0$ ou $f(x) < 0$.

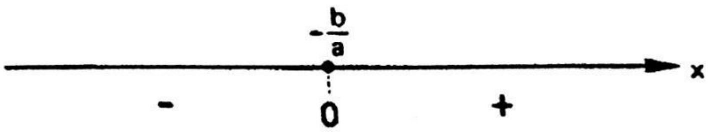
Deveremos considerar dois casos:
1º caso :$a > 0$

$$f(x) = ax + b > 0 \leftrightarrow ax > -b \leftrightarrow x > -\frac{b}{a}$$

$$f(x) = ax + b < 0 \leftrightarrow ax < -b \leftrightarrow x < -\frac{b}{a}$$

Colocando os valores de x sobre um eixo, o sinal da função afim $f(x) = ax + b$ com $a > 0$, é:

Figura 5: Gráfico do Sinal f(x) = ax +b, a >0



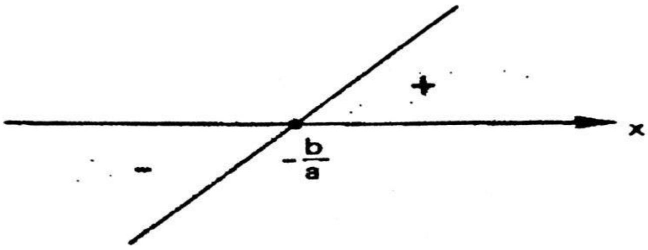
Fonte: Iezzi, p.108

Um outro processo para analisarmos a variação do sinal da função afim é construir o gráfico cartesiano.

Lembraremos que na função afim $f(x) = ax + b$o gráfico cartesiano é uma reta e, se o coeficiente angular a é positivo, a função é crescente

Construindo o gráfico de $f(x) = ax + b$ com $a > 0$, e lembrando que não importa a posição do eixo y, temos:

Figura 6: Gráfico Cartesiano da função Crescente



Fonte: Iezzi, p.108

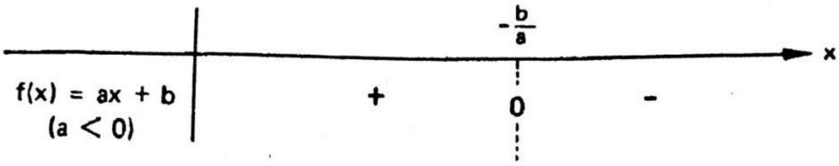
2º caso :$a < 0$

$$f(x) = ax + b > 0 \leftrightarrow ax > -b \leftrightarrow x < -\frac{b}{a}$$

$$f(x) = ax + b < 0 \leftrightarrow ax < -b \leftrightarrow x > -\frac{b}{a}$$

Colocando os valores de x sobre um eixo, o sinal da função afim $f(x) = ax + b$ com $a < 0$, é:

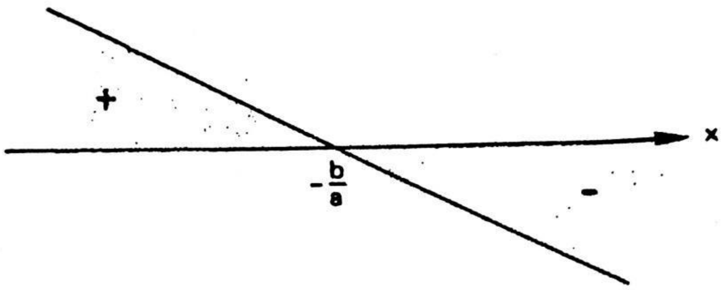
Figura 7: Gráfico do Sinal de f(x) = ax + b, a <0



Fonte: Iezzi, p.109

Podemos analisar o sinal da função $f(x) = ax + b$ com $a < 0$, construindo o gráfico cartesiano. Lembraremos que neste caso a função é decrescente.

Figura 8: Gráfico Cartesiano da Função Decrescente



Fonte: Iezzi, p.109

Resumo

1. A função afim $f(x) = ax + b$ anula-se para $x = -\frac{b}{a}$
2. Para $x > -\frac{b}{a}$, temos:

$$\begin{cases} se\ a > 0\ então\ f(x) = ax + b > 0 \\ se\ a < 0\ então f\ (x) = ax + b < 0 \end{cases}$$

isto é, para $x\ >\ -\frac{b}{a}$ a função$f(x) = ax + b$ tem o sinal de a.

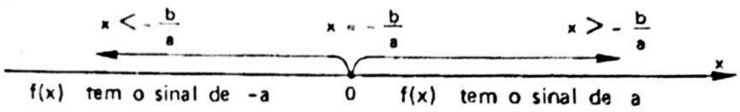
3. Para$x < -\frac{b}{a}$, temos:

$$\begin{cases} se\ a > 0\ então\ f(x) = ax + b < 0 \\ se\ a < 0\ então f\ (x) = ax + b > 0 \end{cases}$$

isto é, para $x\ <\ -\frac{b}{a}$ a função$f(x) = ax + b$ tem o sinal de -a.

Se colocarmos os valores de x sobre um eixo, a regra dos sinais da função afim, pode ser assim representadas:

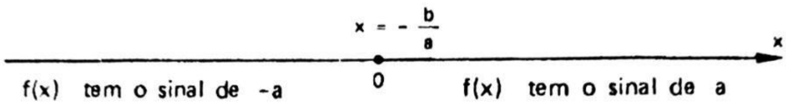
Figura 9: sinal da função afim 1



Fonte: Iezzi, p.110

ou, simplesmente:

Figura 10: sinal da função afim 2



Fonte: Iezzi, p.110

Exemplos:

1) Estudar os sinais da função $f(x) = 2x - 1$

Temos:

$f(x) = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$a = 2 \Rightarrow a > 0\ e - a < 0$

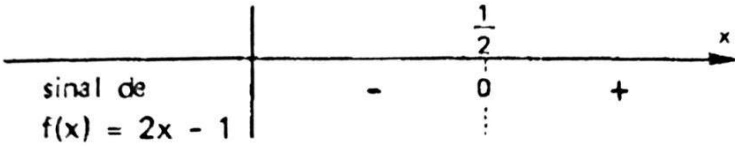
Logo:

para$x > \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) > 0\ sinal\ de\ a = 2 > 0$

para$x < \frac{1}{2} \Rightarrow f(x) < 0\ sinal\ de - a = -2 < 0$

Fazendo o esquema gráfico, temos

Figura 11: sinal de f(x) = 2x - 1



Fonte: Iezzi, p.110

2) Estudar os sinais da função $f(x) = 2x + 4$

Temos:

$f(x) = 0 \Rightarrow -2x + 4 = 0 \Rightarrow x = 2$

$a = -2 \Rightarrow a < 0\ e - a > 0$

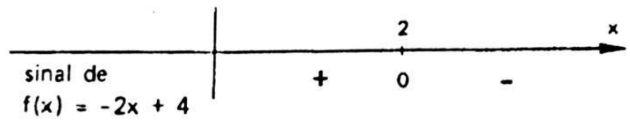
Logo:

para$x > 2 \Rightarrow f(x) < 0\ sinal\ de\ a = -2 < 0$

para$x < 2 \Rightarrow f(x) > 0\ sinal\ de - a = 2 > 0$

Fazendo o esquema gráfico, temos

Figura 12: sinal de f(x) = - 2x + 4



Fonte: Iezzi, p.96 1

4. APLICAÇÕES DA FUNÇÃO AFIM

O conceito de Função é um dos mais importantes da matemática, possuem diversas aplicações no cotidiano. E podem ser utilizadas para descrever vários fenômenos. Podendo esta presente no estudo da física, biologia e em áreas afins.

Neste capitulo, apresentaremos algumas aplicações da Função Afim.

4.1 MOVIMENTO UNIFORME E A FUNÇÃO HORÁRIA

A física e a matemática são duas ciências que andam juntas. E a física utiliza diversos conceitos matemáticos, como por exemplo, o de função pra explicar alguns de seus fenômenos.

No estudo da física a cinemática é área que investiga os movimentos dos corpos. Um dos conceitos na cinemática é o Movimento Uniforme. A partir dele é possível calcular a velocidade, descobrir a posição e até quanto tempo levou um certo objeto percorrer a distância entre um local e outro. Nesse movimento uniforme o objeto realiza um deslocamento com velocidade constante, isto é, que não vai ter uma variação e nem que vai ser igual a zero. Verifica-se que o uso da função afim no estudo da cinemática é muito comum. Pois a função afim usada na cinemática é a que relaciona a posição (S) de um móvel em movimento uniforme (movimento com velocidade constante) com o tempo (t), chamada de função horária do espaço em relação ao tempo. O modelo matemático que define essa função é:

$$S = S0 + v \cdot t$$

Onde,

$S0 \rightarrow$ é o espaço inicial do móvel (lugar que ele ocupa no instante $t = 0$)

$v \rightarrow$ é sua velocidade escalar.

fazendo uma comparação entre a expressão de acima, tem- se a expressão da função afim:

$$S = S0 + v \cdot t$$

$$y = b + a \cdot x$$

A expressão matemática que define o movimento uniforme verificou-se que é mesmo uma função afim. Constata-se que a matemática é uma ciência aplicável ao estudo da física.

Exemplo:

Um ônibus, que se desloca de Santos a São Paulo, está no quilômetro 15 da rodovia e percorre todo trajeto numa velocidade constante de 90 km/h. Calcule a posição que ele estará após 3 horas de viagem percorrida sem variação de velocidade**.**

Solução:

De acordo com a equação horária do movimento uniforme:

s = s+v.t

s = 15 + 90.3

s = 15 + 270

s = 285

Logo, a posição que ele estará após 3 horas de viagem será no km 285.

4.2 FUNÇÃO AFIM NA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Juros simples é um acréscimo calculado sobre o valor inicial de um aplicação financeira ou de uma compra feita a crédito.O valor inicial de uma dívida, empréstimo ou investimento é chamado de capital. A esse valor é aplicada uma correção, chamada de taxa de juros, que é expressa em porcentagem. Os juros simples esta relacionado a função afim, pois possuem um valor constante em cada período de tempo, como, o percentual é aplicado sobre o valor inicial.

Fórmula para juros simples é:

J = C * i * t

J = juros

C = capital

i = taxa

t = tempo (período de aplicação)

Em juros simples o montante é representado pela letra maiúscula M, a soma do capital inicial mais os juros obtidos na aplicação. Temos o montante quando uma pessoa que aplica um valor e faz o resgate desse valor aplicado mais os juros recebidos, esse é o montante.

Para determinarmos o montante, utilizamos a seguinte fórmula:

M = C + J

onde:

M é o montante;

C é o capital aplicado;

J são os juros aplicados.

Exemplo:

Vamos supor um capital de R$ 800,00 aplicado à taxa de 40% (0,4) ao ano. No sistema de juros simples, o montante é obtido em função do tempo, e a equação dessa função é do tipo função afim, dada por:

M = 320t + 800

O gráfico representativo da função acima é representado por uma reta, ou seja, na operação de juros de simples os juros crescem. Desta forma, o gráfico ajuda na análise sobre o andamento do montante formado mês a mês, permitindo que se possa comparar diferentes aplicações pra ver qual delas é mais vantajosa dentro de um determinado período.

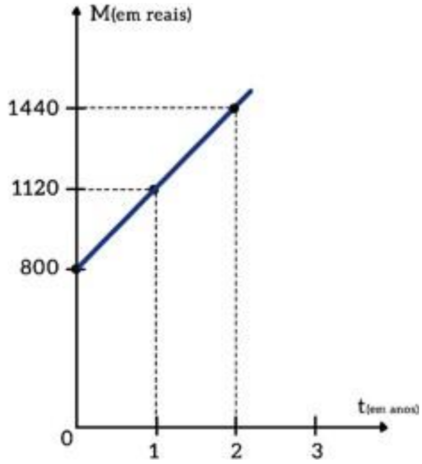
Fazendo o gráfico representativo do montante desta operação financeira citada acima, M= 320t + 800. Temos:

Tabela 3: M = 320t + 800

T	M = g(t)
0	800
1	1120
2	1440

Fonte: próprio autor

Figura 13: M = 320t + 800



Fonte: www.professorferretto.com.br

4.3 PRODUÇÃO DE RAMNOLIPÍDIO

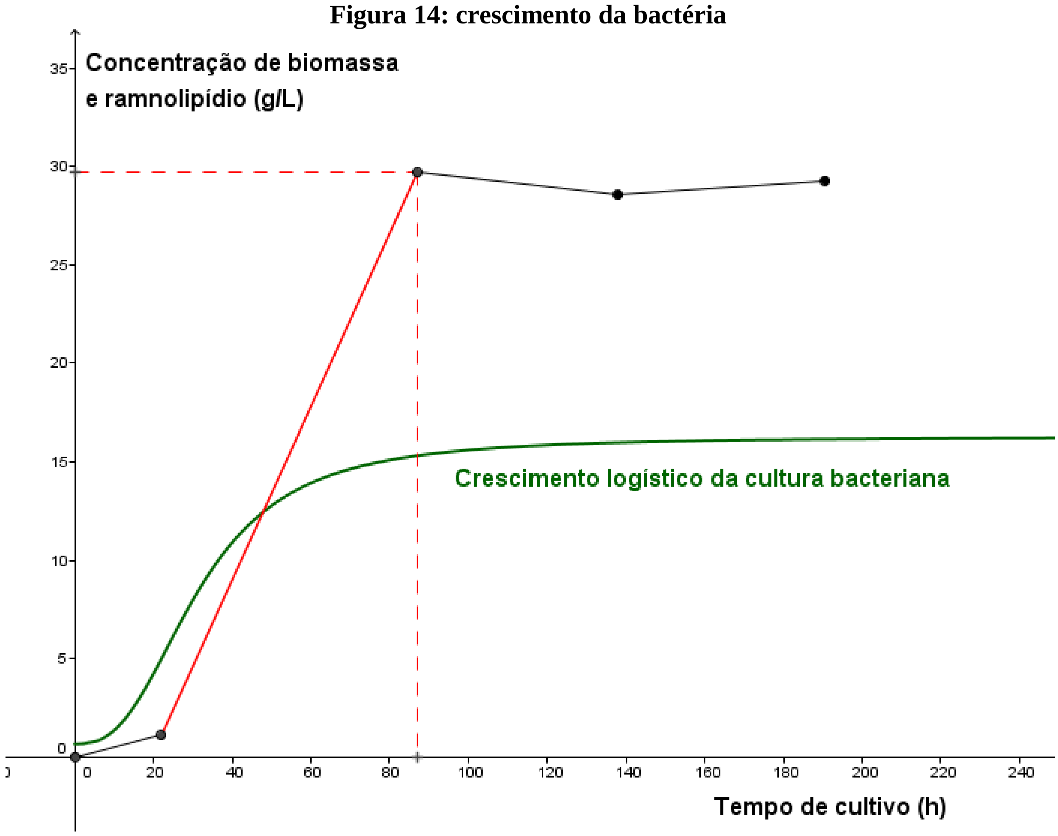
Ramnolipídio é um produto de interesse industrial e que é originário das atividades metabólicas das bactérias Pseudomonas Aeruginosa. Como esse produto vem se mostrado como uma alternativa biodegradável e que possui baixa toxidade na produção de detergente e como também de sabão devido sua característica surfactante. Os surfactantes de origem microbiana, como os ramnolipídios, são classificados como biosurfactantes e são importantes alternativas aos sintéticos, em geral de origem petroquímica e altamente tóxicos. Por isto a produção de ramnolipídios tem sido foco de pesquisas.

Na pesquisa desenvolvida por alunos de matemática aplicada, foi observada a produção dos ramnolipídiode um cultivo de bactérias.

Exemplo:

Em uma cultura de bactérias Pseudomonas Aeruginosa foi observado que a concentração de ramnolipídios (g/L) apresentou, em um determinado intervalo de tempo, uma taxa de crescimento aproximadamente constante e estimada em 0,44 g/L por hora. Isto ocorreu a partir de 22 horas do início do cultivo até aproximadamente o início da fase estacionária da curva de crescimento logístico ou curva S, neste caso, estimada em 87 horas após o início do cultivo, Figura 1. Matematicamente, dizemos que a concentração de ramnolipídios apresentou um crescimento linear entre 22 e 87 horas. Estimou-se ainda que, passadas as primeiras 22 horas, a concentração de ramnolipídios era de 1,09 g/L. Observou-se ainda que após as 87 primeiras horas a concentração de ramnolipídios apresentou pequenas oscilações, demonstrando um quadro de estabilidade.

Figura 14: crescimento da bactéria



Fonte: www.matemabio.blogspot.com

O gráfico mostra que a concentração de ramnolipídios está em função do crescimento da cultura bacteriana e este, por sua vez, está em função do tempo de cultivo. Isto é, a concentração de ramnolipídios está também em função do tempo de cultivo.

Podemos observar que esta função tem uma taxa de crescimento constante, estimada em 0,44 g/L por hora entre 22 e 87 horas. Ou seja, é considerada uma função afim.

4.4 SITUAÇÕES DA FUNÇÃO AFIM NO COTIDIANO

4.4.1 Produção de peças

Na produção de peças, uma fábrica tem um custo fixo de R$ 16,00 maisum custo variável de R$ 1,50 por unidade produzida. Sendo x o número de peças unitárias produzidas, determine:

a) A lei da função que fornece o custo da produção de x peças;

b) Calcule o custo de produção de 400 peças.

solução:

a) f(x) = 1,5x + 16

b) f(x) = 1,5x + 16

f(400) = 1,5*400 + 16

f(400) = 600 + 16

f(400) = 616

O custo para produzir 400 peças será de R$ 616,00.

4.4.2 Saldo bancário

Um agricultor possuía num banco um saldo positivo de R$ 2.145,00. Após um saque no caixa eletrônico que fornece, apenas, notas de R$ 50,00o novo saldo é dado em função do número de notas que foram retiradas pelo agricultor. Como podemos determinar o novo saldo?

Solução:

Representando o saldo positivo que o agricultor possuía no banco 2145 por e o número de notas de R$ 50,00, retiradas por ele no caixa eletrônico, por x, e o saldo restante na conta bancária após a retirada de x notas por f(x), assim temos que f(x) é igual à diferença entre o saldo que é de R$ 2.145,00 e o número de notas multiplicado por R$ 50,00. Daí, o valor a ser pago é f(x) = 2145 – 50x.

Logo, vemos que a situação pode ser representada por uma função afim, uma vez que a = - 50 e b = 2145.

5. CONCLUSÃO

Produzir o presente trabalho de pesquisa foi de grande importância para que pudesse ampliar os conhecimentos sobre função afim, por meio de situações cotidianas como também em áreas afins do conhecimento. Mostrando que o determinado conteúdo pode ser compreendido através de outras ciências, melhorando assim o interesse pela matemática.

Sabemos que utilizar aplicações matemática não é fácil. Exigi muita dedicação do professor. Porém esperamos que este trabalho possa encorajar professores a ensinar através de aplicações.

REFERÊNCIAS

BOYER, Carl B. ***História da Matemática.***tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard BlücherLtda, 1974.

DANTE, L. R.***Matemática – contexto e aplicações.***2 ed.Vol. 1.São Paulo: ed. Ática, 2013.

IEZZI, Gelson.***Fundamentos de Matemática Elementar***. São Paulo: Atual. 1977.

MODESTI,Matheus dos Santos; THIEL, Afrânio Austregésilo. ***O cálculo e a matemática superior:*** **algumas aplicações.**Blumenau: Instituto Federal Catarinense, 2016.

SITES REFERIDOS

https://www.grupoescolar.com/pesquisa/a-historia-das-funcoes.html (acesso em 27/07/18 às 13:20)

https://www.infoescola.com/matematica/aspectos-historicos-sobre-funcao-matematica/ (acesso em 27/07/18 às 18:05)

https://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/definicao-funcao.htm (acesso em 27/07/18 às 13:20)

https://brasilescola.uol.com.br/matematica/aplicacoes-uma-funcao-1-grau.htm (acesso em 31/07/18 às 10:23)

http://biografiaecuriosidade.blogspot.com/2015/12/biografia-de-johann-peter-gustav-lejeune-dirichlet.html (acesso em 02/08/18 às 14:00)

https://gigantesdamatematica.wordpress.com/2015/12/21/dirichlet-1805-1859/ (acesso em 23/08/18 às 14:30)

http://e-escola.tecnico.ulisboa.pt/personalidade/dirichlet-johann-peter-gustav-lejeune (acesso em 23/08/18 às 13:05)

https://matematica.ellalves.net.br/blog/posts/single/56/A-evoluo-do-conceito-de-funo (acesso em 04/09/18 às 15:30)

http://x-damatematica.blogspot.com/2016/09/aplicacao-da-funcao-afim-no-nosso-dia.html (acesso em 20/09/18 às 16:20)

https://ppgmat.ufersa.edu.br/wp-content/uploads/sites/58/2016/02/Disserta%C3%A7%C3%A3o-Efraim-de-Alc%C3%A2ntara.pdf (acesso em 09/10/18 às 16:20)