



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VI - POETA PINTO DO MONTEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

LESLEY CARLA LEITE DE FREITAS

**INTRODUZINDO LIMITES E DERIVADAS NO ENSINO
MÉDIO: UMA EXPERIÊNCIA POSSÍVEL**

**MONTEIRO
2021**

LESLEY CARLA LEITE DE FREITAS

**INTRODUZINDO LIMITES E DERIVADAS NO ENSINO
MÉDIO: UMA EXPERIÊNCIA POSSÍVEL**

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Humanas e Exatas da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento às exigências legais para a obtenção do título de Graduado no Curso de Licenciatura Plena em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Me. Gilmara Gomes Meira

MONTEIRO

2021

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

F866i Freitas, Lesley Carla Leite de.
Introduzindo limites e derivadas no Ensino médio
[manuscrito] : uma experiência possível / Lesley Carla Leite de
Freitas. - 2021.
39 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em
Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de
Ciências Humanas e Exatas , 2021.

"Orientação : Profa. Ma. Gilmara Gomes Meira ,
Coordenação do Curso de Matemática - CCHE."

1. Matemática. 2. Cálculo diferencial. 3. Ensino Médio. I.
Título

21. ed. CDD 510.07

LESLEY CARLA LEITE DE FREITAS

**INTRODUZINDO LIMITES E DERIVADAS NO ENSINO MÉDIO: UMA
EXPERIÊNCIA POSSÍVEL**

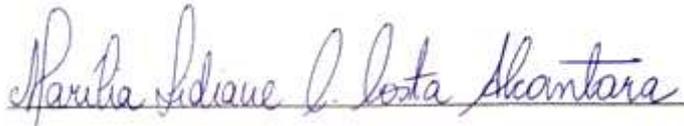
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no formato monografia, como requisito parcial a obtenção do título de graduada no curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, Campus VI - Poeta Pinto do Monteiro.

Aprovada em 02 de junho de 2021.

Banca Examinadora



Prof^ª. Me. Gilmara Gomes Meira – UEPB
Orientadora



Prof^ª. Me. Marília Lidiane Chaves da Costa Alcantara – UEPB
Examinador



Prof. Me. Luiz Lima de Oliveira Junior – UEPB
Examinador

Dedico às pessoas mais importantes da minha vida e a uma pessoa especial que hoje mora ao lado de Deus. Meus pais, Lidiane e Carlos André, meu companheiro de vida Junior, meu irmão Arthur e especialmente à minha grande amiga, que foi minha companheira de jornada até o 5º período do curso, a qual Deus levou, mas que sempre esteve presente em meus pensamentos nos momentos de turbulência e nos momentos de vitória, Éllen Maria (In memoriam).

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus e a minha Mãe Maria Santíssima, por ter dado forças ao meu corpo e ao meu espírito nos momentos mais difíceis da graduação; Aos meus pais Lidiane e Carlos André por me mostrarem sempre o melhor de mim, me ajudarem a vencer e a ter fé na minha capacidade;

Agradeço ao meu companheiro de vida Junior, que sempre esteve ao meu lado, me mostrando que era preciso paciência para enfrentar os obstáculos que a vida acadêmica apresenta;

A minha amiga Éllen Maria que me acompanhou durante 5 (cinco) períodos do curso sempre me mostrando que para tudo há uma solução;

Agradeço a todos os meus companheiros de curso, especialmente Daniely, Emanuel e Mariana, amigos que quero levar para a vida, visto que cada um dos quatro tem qualidades que complementam um ao outro, sempre compartilhando momentos bons e ruins, além dos sucessos acadêmicos e pessoais conquistados durante essa caminhada, sempre ajudando um ao outro nos momentos de dificuldade, mostrando que a amizade é um bem precioso;

Agradeço a banca avaliadora, Prof^a Me. Marília Lidiane e Prof^o Me. Luiz Lima, por avaliarem este trabalho e contribuírem para minha formação acadêmica, através de disciplinas ministradas nos períodos anteriores;

Um agradecimento especial a minha orientadora do TCC, Prof^a Me. Gilmara Meira. Um exemplo de mulher e de profissional, a qual admiro fortemente. Muito obrigada por todo apoio e paciência que teve comigo desde o início da graduação, obrigada por me mostrar que ser um educador é se doar de corpo e alma aos seus alunos, obrigada por ter se tornado minha grande amiga, meu espelho profissional.

“Os sonhos não determinam o lugar onde queremos chegar, mas produzem a força necessária para tirar-nos do lugar em que estamos”
(Augusto Cury)

RESUMO

O Cálculo é um conhecimento muito antigo, que foi se desenvolvendo ao longo dos anos, tornando-se moderno e necessário para o desenvolvimento da vida humana. Essa parte específica da Matemática está presente em inúmeros cursos superiores da área de ciências exatas, como as engenharias, licenciaturas e bacharelados em Matemática, Física, Química, Ciências Contábeis etc. Apesar de ser uma disciplina comum a todos esses cursos, muitos alunos apresentam grandes dificuldades ao se depararem com tais conteúdos, o que muitas vezes, acarreta em evasão nos cursos. Nessa perspectiva, Biembengut e Hein (2009), Rezende (2003) e Ávila (1991) discutem que tais conteúdos deveriam ser introduzidos ainda no Ensino Médio, pois possibilitaria o contato inicial com o Cálculo antes de chegarem ao Ensino Superior, podendo evitar problemas dessa natureza. Frente à isso, o presente estudo visa apresentar uma experiência desenvolvida numa turma do Ensino Médio, a qual mostra a viabilidade desse trabalho de forma consideravelmente simples. A pesquisa foi realizada através de um minicurso ministrado na Escola Estadual Cidadã Integral Professor José Gonçalves de Queiroz, situada na cidade de Sumé - PB, com 19 alunos que cursam o 3º Ano do Ensino Médio. Na oportunidade, as aulas envolveram os conceitos de *Limite e Derivada* e suas aplicações. Ao término, foi proposto um questionário e uma conversa com os participantes para que eles expusessem suas opiniões acerca do tema. Portanto, os resultados apontaram para a possibilidade do trabalho com o “pré-cálculo” ainda no Ensino Médio, mostrando que há condições suficientes para esse processo de ensino e aprendizagem.

Palavras-chave: Matemática. Cálculo Diferencial. Ensino Médio.

ABSTRACT

Calculus is an old knowledge, which has been developed over the years, becoming modern and necessary for the development of human life. This specific part of Mathematics is present in numerous higher education courses in the exact sciences area, such as engineering, license and bachelor's degrees in Mathematics, Physics, Chemistry, Accounting, among others. Despite being a common discipline to all these courses, many students have great difficulties when faced with such content, which often leads to evasion in the courses. In this perspective Biembengut e Hein (2009), Rezende (2003) and Ávila (1991), discuss that such content should be introduced into High School, because it would allow initial contact with Calculus before reaching higher education, being able to avoid problems of this nature. Said that, this study aims to present an experience developed in a high school class, which shows the viability of this work in a considerably simple way. The research was carried out through a short course given at Escola Estadual Cidadã Integral Professor José Gonçalves de Queiroz, located in Sumé – PB, with 19 students attending the 3rd year of High School. On that occasion the classes involved the concepts of Limit and Derivative and their applications. At the end a questionnaire and a conversation with the participants were proposed so that they could express their opinions on the subject. Therefore, the results pointed to the possibility of working with the “precalculus” in High School, showing that there are sufficient conditions for this teaching and learning process.

Key-words: Mathematics. Differential Calculus. High School.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Percentual baseado na resposta para a seguinte questão - Você pensa em fazer um curso de nível superior na área de ciências exatas?	26
Figura 2 – Percentual baseado na resposta para a seguinte questão - Na sua opinião chegar a um curso de nível superior com esses conhecimentos prévios é importante?	27
Figura 3 – Percentual baseado na resposta para a seguinte questão - No seu ponto de vista os conteúdos são de fácil compreensão?	28
Figura 4 – Percentual baseado na resposta para a seguinte questão - Você acredita que a didática do professor é importante na hora de repassar esses conteúdos?	29
Figura 5 – Percentual baseado na resposta para a seguinte questão - O que você achou do minicurso? Faça um breve comentário sobre os conhecimentos adquiridos, foram conhecimentos interessantes que irão te ajudar na vida acadêmica?	30

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Questionário com objetivos de cada pergunta.	22
Quadro 2 – Descrições dos encontros	24
Quadro 3 – Questionário.	38

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	INTRODUZINDO CONTEÚDOS DE LIMITES E DERIVADAS NO ENSINO MÉDIO	15
2.1	CÁLCULO VELHO, CONHECIMENTOS NOVOS	15
2.2	O ESTUDO DE CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA VIÁVEL	17
3	ASPECTOS METODOLÓGICOS QUE NORTEARAM A PESQUISA	20
3.1	NATUREZA DA PESQUISA	20
3.2	PARTICIPANTES	20
3.3	ETAPAS NO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA	21
4	DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DA PESQUISA	23
4.1	DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA	23
4.1.1	Relato dos encontros	23
4.2	ANÁLISE DA PESQUISA	25
4.2.1	Análise dos Encontros	25
4.2.2	Análise do questionário	25
4.3	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA	31
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	32
	REFERÊNCIAS	34
	APÊNDICE A – DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	36
	APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO	38

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas o ensino da Matemática vem sofrendo alterações no Brasil. No ano 2000 os Parâmetros Curriculares Nacionais–PCN (BRASIL, 2000) apresentaram novos objetivos voltados para o estudo da Matemática, tomando como Base a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional–LDB (BRASIL, 9394/1996), que considera o Ensino Médio como última e complementar etapa da Educação Básica, além de que ao término dessa etapa de formação o aluno precisa estar preparado para ingressar no mercado de trabalho ou no Ensino Superior. Além destes documentos, é necessário destacar também a importância das Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio–OCN (BRASIL, 2002) que têm o intuito de organizar o currículo das disciplinas, incluindo Matemática. Assim, a instituição escolar precisa organizar seu trabalho pedagógico de acordo com seus alunos. Para tanto, deve considerar o projeto político-pedagógico como um processo constante de reflexão e discussão sobre os problemas escolares, tendo como intenção a busca de soluções, por meio de ações colaborativas entre os membros que constituem a escola.

Frente à isso, é importante considerar que no Ensino Médio a Matemática também poderia ser trabalhada de forma a dar maior subsídio para os alunos que pretendem ingressar no Ensino Superior, principalmente nas áreas de ciências exatas, que é momento no qual se deparam com o estudo específico do Cálculo Diferencial – *Limite e Derivadas*, ocasionando tantas dificuldades, reprovações, desânimo e algumas vezes até a desistência do curso.

O conhecimento acerca do Cálculo ainda no Ensino Médio é de grande importância, pois pode gerar maiores inquietações e interpretações, principalmente para aqueles alunos que apresentam maior afinidade com a Matemática. Nessa perspectiva, o ensino de *Limite e Derivadas* poderia acontecer nas aulas regulares de Matemática, ou até mesmo, através de uma disciplina eletiva, conforme é possível através do Ensino Médio Integral que atualmente acontece em escolas estaduais da Paraíba e de outros estados. Dessa forma, os alunos têm a liberdade de cursar mediante seu interesse.

Nos anos de 1960, o conteúdo de Derivadas era visto na 3ª série do Ensino Médio, nos livros didáticos esse conteúdo vinha apresentado de forma compreensível, mas nas últimas décadas foi extinto da maioria dos livros didáticos para esse nível, ou seja, raramente um aluno do Ensino Médio tem esse estudo introdutório de *Limite e Derivadas*, o qual estamos chamando de “pré-cálculo”. Para Ávila (1991), esse conteúdo deveria ser inserido ainda na 1ª série do Ensino Médio com um breve conceito de função, já que é nesse Ano de escolaridade que os alunos estudam Funções (afim, quadrática, exponencial, logarítmica e modular). O autor ainda ressalta que os conceitos de funções, derivadas e a geometria analítica deveriam ser integrados em uma única série e não serem conteúdos separados,

conforme são apresentados nos livros didáticos.

De forma geral, a maioria dos alunos só tem conhecimento do Cálculo quando ingressam nos cursos das ciências exatas. A formação de professores de Matemática, na maioria das vezes, deixa a desejar em relação ao sentido de tal estudo, pois o ensino do Cálculo fica limitado ao uso mecânico e repetitivo de regras específicas, sem que feita uma relação desse conteúdo para a resolução problemas. Muitas vezes, os alunos, mesmo na formação superior, não conseguem associar o conhecimento de derivadas para resolver problemas relacionados à funções, podendo ser reflexo da fragilidade no estudo do Cálculo. Barbosa (2004, p. 11) critica a postura de alguns docentes frente ao desenvolvimento da disciplina de Cálculo: "O Cálculo pelo cálculo, sem aplicação e contextualização, fica centrado em uma pedagogia rotineira, tradicional, em que muitos docentes estão acostumados".

Outro problema está relacionado à forma como, alguns alunos da licenciatura em Matemática, lidam com o estudo do Cálculo. Muitas vezes, interpretando erroneamente que não é algo necessário à aprendizagem para trabalhar na Educação Básica, encaram esse estudo de forma pouco significativa e apenas como componente a cumprir na grade superior.

As atividades que envolvem derivadas, por exemplo, são, na maioria das vezes, trabalhadas no decorrer da graduação sem nenhum tipo de modelagem, ou seja, são exercitadas somente no formato técnico, apenas com o uso excessivo de regras e sem ligações suficientes à compreensão da necessidade desses conteúdos na resolução de problemas diversos que envolvam conteúdo do Ensino Médio, como por exemplo funções, taxa de variação, áreas de figuras irregulares, entre outros casos. Neste contexto, concordando com Biembengut e Hein (2009), não basta apenas que o professor domine o conteúdo, mas é, sobretudo, necessário ele seja um mediador entre o conhecimento e o aluno, apresentando problemas significativos à compreensão dos alunos.

Ao ingressar em cursos que têm as disciplinas de Cálculo, alguns alunos criam certa aversão ao curso, chegando até a desistir. Pela nossa experiência vivida, podemos destacar que um dos motivos que podem justificar esse fato é a falta de conhecimentos prévios acerca dos conceitos e o impacto pela forma como essas disciplinas são trabalhadas na universidade, já que não tiveram acesso a tais conceitos no decorrer do Ensino Médio. Além disso, o desconhecimento geral do Cálculo, por parte dos alunos no início da formação acadêmica, também pode causar certo desconforto no professor formador, visto que não consegue avançar no ensino específico de limite e derivadas, por exemplo, sem que antes seja feita uma revisão acerca de conceitos prévios da Matemática Básica, base para esse estudo. Frente à esses fatores, entendemos que é importante que os alunos, ainda no Ensino Médio, possam ter contato prévio com os conceitos do Cálculo, afim de que esses problemas possam ser amenizados no ingresso de cursos superiores.

Visando todos esses aspectos, a pesquisa busca responder a seguinte questão: Na prática, é possível introduzir o Cálculo Diferencial no Ensino Médio? Será que os alunos nesse nível de ensino, têm maturidade para compreender esses conceitos?

Diante do exposto, o objetivo geral dessa pesquisa é, a partir de uma experiência desenvolvida no Ensino Médio, apresentar uma experiência desenvolvida numa turma do Ensino Médio, a qual mostra a viabilidade desse trabalho de forma consideravelmente simples. Frente à isso, os objetivos específicos são:

- Mostrar a importância desses conhecimentos para a resolução de problemas de diversas áreas da Ciência;
- Possibilitar a inserção de conteúdos de Cálculo Diferencial ainda no nível médio;
- Utilizar de conteúdos já estudados para mostrar a relação com o estudo de *Limite e Derivadas*;
- Incentivar o estudo de Cálculo previamente ao ingresso em cursos superiores.

A seguir estão organizados os tópicos que trazem aspectos teóricos, metodologia empregada nesse estudo e as discussões e resultados a partir da pesquisa empírica realizada com alunos de uma turma do 3º Ano do Ensino Médio. Ao término apresentamos algumas considerações e reflexões frente aos resultados analisados.

2 INTRODUZINDO CONTEÚDOS DE LIMITES E DERIVADAS NO ENSINO MÉDIO

Neste capítulo traçamos algumas abordagens teóricas que fundamentam nossa pesquisa e reforçam a importância do estudo do Cálculo ainda no Ensino Médio.

2.1 CÁLCULO VELHO, CONHECIMENTOS NOVOS

De acordo com a História da Matemática, o Cálculo, passou por muitas transformações no decorrer da história, tendo suas ideias iniciais surgido na Grécia Antiga, contudo, ficou realmente fortalecido na Idade Moderna, com o início da Revolução Francesa .

O Cálculo tinha, inicialmente, o objetivo de resolver quatro classes de problemas científicos e matemáticos daquela época, os quais estavam ligados diretamente ao cálculo de áreas de figuras planas ou determinação de máximos e mínimos da área de uma região ou volume de um sólido. Destes problemas ocuparam-se grandes cientistas do século XVII, porém, o clímax destes esforços à invenção (ou descoberta?) do Cálculo, coube a *Isaac Newton* e *Gottfried Wilhelm Leibniz*. Conforme Eves (2004), Newton se destacou pelo estudo do Cálculo Infinitesimal, já Leibniz faz um grande estudo na parte do Cálculo Diferencial, segundo o autor os estudos desses matemáticos têm inúmeras aplicações e sem eles muitos estudos importantes não teriam sido feitos.

As noções de limite, por exemplo, por muitos séculos, foram confundidas com ideias vagas relativas ao infinito, números infinitamente grandes ou infinitamente pequenos. O termo limite do sentido mais moderno é produto do século XVIII e XIX, logo a definição moderna tem menos de 150 anos. De acordo com (FLEMMING; GONÇALVES, 2006, p. 66) temos a seguinte definição para limite:

Definição 2.1. Seja $f(x)$ definida no intervalo aberto I , contendo a , exceto, possivelmente, no próprio a . Dizemos que o limite de $f(x)$ quando x aproxima-se de a é L e escrevemos

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

se para todo $\epsilon > 0$, existe $\delta > 0$, tal que $|f(x) - L| < \epsilon$ sempre que $0 < |x - a| < \delta$.

O Cálculo é de extrema importância para os avanços científicos e tecnológicos na sociedade moderna. Kleiner (2011), faz uma descrição bastante representativa sobre o assunto:

A invenção (descoberta?) do cálculo é uma das grandes realizações intelectuais da civilização. Por três séculos, o Cálculo tem servido como a principal ferramenta quantitativa para a investigação de problemas

científicos. Ele permitiu expressar de forma precisa (matemática) conceitos fundamentais como movimento, continuidade, variabilidade, e o infinito (em alguns de seus aspectos) - noções que foram base para muitas especulações científicas e filosóficas desde os tempos antigos. A física e a tecnologia moderna seriam impossíveis sem o cálculo. As equações mais importantes da mecânica, da astronomia e das ciências físicas em geral são equações diferenciais ou integrais - produtos do cálculo do século XVII (KLEINER, 2011, p. 40).

Nos livros de Cálculo Diferencial, os conteúdos de Limite e Derivadas sempre estão à frente dos conteúdos de Conjuntos e Funções, sendo esses uma introdução para o assunto de Cálculo em si. O conteúdo de Limite, tem início com noções intuitivas, e isso pode ser interessante, uma vez que o aluno não terá contato logo de primeira com a definição formal do conteúdo. (FLEMMING; GONÇALVES, 2006, p. 60), apresenta a noção intuitiva de limites:

Exemplo 2.1. Noção intuitiva

Inicialmente faremos algumas considerações. Sabemos que, no conjunto dos números reais, podemos sempre escolher um conjunto de números segundo qualquer regra preestabelecida. Analisemos os seguintes exemplos de sucessões numéricas.

- (1) 1, 2, 3, 4, 5, ...
- (2) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$
- (3) 1, 0, -1, -2, -3, ...
- (4) $1, \frac{3}{2}, 3, \frac{5}{4}, 5, \frac{7}{6}, 7, \dots$

Na sucessão (1), os termos tornam-se cada vez maiores sem atingir um LIMITE. Dado um número real qualquer, por maior que seja, podemos sempre encontrar, na sucessão, um termo maior. Dizemos então que os termos dessa sucessão tendem para o infinito ou que o limite da sucessão é infinito. Denota-se

$$x \rightarrow +\infty.$$

Na sucessão (2) os termos crescem, mas não ilimitadamente. Os números aproximam-se cada vez mais do valor 1, sem nunca atingirem esse valor. Dizemos que

$$x \rightarrow 1.$$

De maneira análoga, dizemos que na sucessão (3)

$$x \rightarrow -\infty.$$

Em (4) os termos da sucessão oscilam sem tender para um limite.

Conforme, a sequência apresentada no livro de Cálculo – Cálculo A, após essa noção intuitiva, vem a definição formal e algumas atividades envolvendo apenas a definição. O conteúdo de Derivadas é disposto de uma maneira mais intensa, já que é continuidade do conteúdo de Limite, e apresenta diversas aplicações relacionadas à Física.

Diante de tudo quando pensamos na construção e compreensão dos conhecimentos, conceitos e teorias que compõem a base do conhecimento científico e tecnológico, como uma das finalidades do Ensino Médio no Brasil, parece sem sentido a opção da inexistência da introdução ao estudo do Cálculo Diferencial no programa desse segmento de ensino, já que é um conhecimento de suma importância para o desenvolvimento dos alunos.

2.2 O ESTUDO DE CÁLCULO NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA VIÁVEL

Muito se fala sobre o “fracasso” na aprendizagem do Cálculo, em especial no Ensino Superior, quando os alunos se deparam pela primeira vez com conteúdos até então desconhecidos, a exemplo do estudo de limite e derivadas. Contudo, esse problema é encarado também pelos professores, já que eles também têm dificuldade de trabalhar os conteúdos, em virtude da fragilidade de conhecimentos prévios dos alunos.

Nos últimos anos, as discussões sobre introdução ao Cálculo Diferencial no Ensino Médio, vêm sendo abordadas por vários pesquisadores, com objetivo de discutir a possibilidade e necessidade das abordagens introdutórias do Cálculo ainda nesse nível de ensino. Com essas discussões, o objetivo não é introduzir as definições como são trabalhadas no Ensino Superior, mas, mostrar noções básicas e fundamentais que podem ajudar na vida escolar e acadêmica dos alunos ao concluir o Ensino Médio. Nesse âmbito, Junior (2014), enfatiza:

Não propomos inserir Cálculo Diferencial e Integral no Ensino Médio em sua completude e sim ambientar os estudantes a interagirem de modo dinâmico com ideias que têm o intuito de desenvolver aptidões para uma melhor compreensão dos conceitos abordados no estudo dos limites, derivadas e integral. Propomos um estudo livre de formalizações e muito mais prático, algo que fuja das técnicas e priorize a reflexão dos conceitos por parte dos alunos, familiarizando-os com novas simbologias e que desperte a curiosidade nas inúmeras aplicações dessa disciplina (JUNIOR, 2014, p. 2).

O Cálculo foi o ponto de partida para inúmeros conhecimentos que atualmente são de grande valia para a disciplina de Matemática, pode-se até dizer que foi o ponto de partida para uma gama de estudos na área de ciências exatas, por isso, a inserção desses conteúdos na Educação Básica se torna imprescindível. É fato que o estudo do Cálculo se

destaca não só na área de ciências exatas, mas também contribui significativamente em outras áreas do conhecimento, como a biologia, física, mecânica e até mesmo no cotidiano. Segundo Rezende (2003):

É incompreensível que o Cálculo, conhecimento tão importante para a construção e evolução do próprio conhecimento matemático, não participe do ensino de matemática. O Cálculo é, metaforicamente falando, a espinha dorsal do conhecimento matemático (REZENDE, 2003, p. 13).

Na mesma perspectiva, tem-se a análise de Ávila (1991), onde ele diz que o conteúdo de funções seria visto de forma mais fácil se fosse explicado também através das abordagens do Cálculo.

Seria muito mais proveitoso que todo o tempo que hoje se gasta, no 2º grau, ensinando formalismo e longa terminologia sobre funções, que todo esse tempo fosse utilizado com o ensino de noções básicas do Cálculo e suas aplicações. Então, ao longo desse desenvolvimento, o ensino das funções seria feito no contexto apropriado, de maneira espontânea, progressiva e proveitosa (ÁVILA, 1991, p. 5).

Rezende (2003), enfatiza um pouco sobre a normalidade do Ensino de Cálculo no Ensino Médio. Segundo o autor, essa parte da Matemática tem a predominância de um “pseudo rigor” na apresentação dos conteúdos. Em entrevista ao Blog (2019), o professor da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, Nilson José Machado, falou sobre as inúmeras falhas no ensino de cálculo no Ensino Superior. Nilson considera que o melhor jeito de corrigir esse problema é justamente no Ensino Médio, onde o estudante conheceria as ideias mais importantes do cálculo por meio tão somente de funções simples, especialmente as funções polinomiais.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018) não enfatiza o estudo de Cálculo como obrigatório no Ensino Médio, no entanto, ressalta sobre pares de ideias fundamentais, como, *variação e constância*, *certeza e incerteza*, *movimento e posição*, *relações e inter-relações*.

Variação e constância envolvem observar, imaginar, abstrair, discernir e reconhecer características comuns e diferentes ou o que mudou e o que permaneceu invariante, expressar e representar. *Certeza e incerteza* é um par normalmente associado, na Matemática, ao estudo de fenômenos aleatórios, à obtenção de medidas no mundo físico, a estimativas, análises e interferências estatísticas e a argumentações e demonstrações algébricas ou geométricas. *Movimento e posição* estão presentes na localização de números em retas, de figuras ou configurações no plano cartesiano e no espaço tridimensional; direção e sentido, ângulos, paralelismo e perpendicularidade, transformações geométricas isométricas e homotéticas e padrões das distribuições de dados. Já *Relações e inter-relações* estão presentes em muitas situações reais nas quais se aplica a Matemática. As relações estão

presentes em problemas que envolvem a proporcionalidade entre duas ou mais grandezas, escalas, divisão em partes proporcionais etc. (BRASIL, 2018, p. 520).

Diante disso, é perceptível que os conteúdos de Limite e Derivadas se encaixam no par de ideias *variação e constância*, já que nele está contido as ideias sobre álgebra e variância. É importante lembrar que para calcular os extremos de uma função, precisamos calcular o limite da função, ressaltando que o limite de uma função são os chamados máximos e mínimos. Em relação à derivadas podemos associar à imagem e domínio de uma função, ou seja, uma função é dita derivável (ou diferenciável) quando sua derivada existe em cada ponto do seu domínio. Segundo esta definição, a derivada de uma função de uma variável é definida como um processo de limite.

Pensando em um aluno do Ensino Médio de uma escola pública, que foi aprovado no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, para cursar, por exemplo, Engenharia, é possível que ele se depare com o estudo do cálculo já no primeiro período - Cálculo I, nessa disciplina, inicialmente, já são apresentadas definições e particularidades acerca de Limite e posteriormente de Derivadas. No entanto, a falta de conhecimentos prévios dos conceitos referentes à esses conteúdos, pode propiciar algumas frustrações e dificuldades no avanço do curso, o que em muitos casos leva a reprovações em componentes ou mesmo desistência.

É também importante enfatizar que a maneira como os conteúdos são trabalhados é de grande valia para o atribuição de significado pelo aluno. Segundo Baldino (1998), o “matemático – professor” tem uma grande influência no desenvolvimento do cálculo na sala de aula, por ser ele quem vai fazer a ponte entre o conhecimento e o aluno. Dessa forma, não pode apenas insistir em priorizar o significado lógico dos resultados em relação aos seus sentidos. Neste contexto, o autor enfatiza que “o critério de verdade da matemática é sintático, e não semântico”, o professor de matemática não pode, meramente satisfazer seu “ego matemático” reproduzindo demonstrações de resultado, mas, deve dar sentido aos conteúdos trabalhados.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS QUE NORTEARAM A PESQUISA

Neste capítulo apresentamos os aspectos metodológicos que nortearam o desenvolvimento da pesquisa, evidenciando sua natureza, participantes e etapas.

3.1 NATUREZA DA PESQUISA

A pesquisa é de natureza qualitativa, o que segundo Andre (1995), é um tipo de pesquisa que visa a interpretação em lugar da mensuração, a descoberta da constatação, valoriza a indução e assume que fatos e valores estão intimamente relacionados, tornando-se inaceitável uma postura neutra do pesquisador. Ainda sobre a pesquisa qualitativa, Lorenzato e Fiorentini (2009) afirmam que este tipo de estudo preocupa-se com o meio no qual está sendo realizada a pesquisa e com os sujeitos investigados, dessa forma é necessário evidenciar todo processo e não só os resultados. Frente à isso, nossa pesquisa buscou possíveis respostas para as seguintes questões: Na prática, é possível introduzir o Cálculo Diferencial no Ensino Médio? Será que os alunos nesse nível de ensino, têm maturidade para compreender esses conceitos? Assim, o objetivo foi apresentar uma experiência desenvolvida numa turma do Ensino Médio, a qual mostra a viabilidade desse trabalho de forma consideravelmente simples. Para tanto, as análises e discussões, são pautadas em aspectos teóricos que fundamentaram a pesquisa e na proposta de minicurso intitulado *Introdução aos conteúdos de Limite e Derivadas* desenvolvido com alunos que cursam o 3º Ano do Ensino Médio.

3.2 PARTICIPANTES

Os participantes da pesquisa foram alunos do 3º Ano do Ensino Médio da Escola Cidadã Integral Técnica Professor José Gonçalves de Queiroz, situada na cidade de Sumé – PB. A escolha desse público foi proposital, pois por serem alunos prestes a concluir o Ensino Médio, consideramos conveniente dar a oportunidade de conhecerem conceitos do Cálculo previamente ao Ensino Superior, o que pode facilitar ao se depararem com disciplinas dessa natureza na universidade. A divulgação do minicurso aconteceu com o apoio do coordenador pedagógico da escola. Assim, no total, 19 alunos se interessaram e participar.

3.3 ETAPAS NO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Inicialmente foram feitas várias leituras acerca do tema em questão, para que pudéssemos ter uma base teórica adequada, pois entendemos que o conhecimento teórico é indispensável na preparação para a pesquisa. A partir disso, passamos a planejar a parte prática. Para tanto, planejamos o desenvolvimento de uma sequência didática¹ apresentada em forma de minicurso, cujo público alvo era alunos do 3º Ano do Ensino Médio.

Após o planejamento, nos comunicamos com o coordenador pedagógico da Escola Estadual Cidadã Integral Técnica Professor José Gonçalves de Queiroz, para o desenvolvimento da nossa proposta. Com isso, ele ficou responsável em divulgar para o público alvo, que resultou em 19 alunos.

Com a formalização dos alunos interessados em participar, iniciamos o minicurso, cujas aulas aconteceram de forma remota através da plataforma *Google Meet*, em virtude das normas de distanciamento social estabelecidas por decretos do governo da Paraíba, em virtude da pandemia ocasionada pelo novo corona vírus – COVID-19. Assim, todas as aulas aconteceram de forma online. Na oportunidade, trabalhamos uma introdução à *Limite e Derivadas*, além de atividades associadas. O minicurso ocorreu durante quatro dias seguidos, iniciando na segunda-feira e finalizando na quinta-feira, cada encontro durava, em torno, de uma hora. A principal referência utilizada para o desenvolvimento das aulas, foi o livro de Cálculo A. Partindo dele, mostramos as definições dos conteúdos e propomos algumas atividades, que foram resolvidas durante as aulas.

Ao término do minicurso, propomos um questionário composto de 08 questões, o qual foi elaborado e seu preenchimento ocorreu através da plataforma *Google Forms*. Com isso, o objetivo foi compreender as impressões dos alunos frente à nossa proposta e ao conteúdo estudado. O Quadro 3, apresenta as questões e seus respectivos objetivos:

¹ A descrição dessa sequência didática elaborada e desenvolvida encontra-se no Apêndice A deste trabalho.

Quadro 1 – Questionário com objetivos de cada pergunta.

<p>Pergunta 01- Você pensa em fazer um curso de nível superior na área de ciências exatas? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Talvez (Essa pergunta tinha como objetivo saber a quantidade de alunos que se interessavam por cursos de Nível Superior na área de Ciências Exatas).</p>
<p>Pergunta 02- Você acha que aprender Limite e Derivadas no Ensino Médio ajuda na compreensão de alguns conceitos matemáticos? Dê sua resposta e faça um comentário sobre ela. (O objetivo dessa questão era saber se os investigados tinham conseguido associar os conteúdos abordados com alguns conteúdos já vistos no decorrer dos três anos de Ensino Médio).</p>
<p>Pergunta 03- Na sua opinião chegar a um curso de nível superior com esses conhecimentos prévios é importante? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não (Nessa indagação o objetivo era mostrar que se os alunos do Ensino Médio, chegam ao Nível superior com esses conhecimentos, o desenrolar dos conteúdos de Cálculo Diferencial fica mais fácil).</p>
<p>Pergunta 04- No seu ponto de vista os conteúdos são de fácil compreensão? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Mais ou menos (O objetivo dessa pergunta era exatamente mostrar que não é necessário explicar esses conteúdos a fundo, mas explicar de uma forma natural para que os alunos tenham um entendimento melhor dos conceitos, mostrar que é possível iniciar os estudos de Cálculo ainda no Ensino Médio).</p>
<p>Pergunta 05- Na sua opinião esses conceitos de Limites e Derivadas devem ser aplicados como base no Ensino Médio? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não (Essa pergunta tem o intuito de mostrar que os alunos tem uma boa maturidade em relação a esses conceitos e que os mesmos acham que são conteúdos que poderiam ser vistos no currículo).</p>
<p>Pergunta 06- Você acredita que a didática do professor é importante na hora de repassar esses conteúdos? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não (Essa pergunta foi feita para saber se o aluno acha que a relação do professor com o aluno e com o conteúdo é necessária, já que é um conteúdo que exige muitas técnicas).</p>
<p>Pergunta 07- Fale um pouco sobre a importância de uma boa didática por parte do professor, e uma boa relação entre professor e aluno na compreensão de alguns conteúdos matemáticos, especificamente os conteúdos de Limites e Derivadas. (Essa pergunta tinha o intuito de fazer o aluno falar um pouco sobre a importância de uma boa didática, mostrando que os professores conseguem se adaptar à realidade de cada aluno).</p>
<p>Pergunta 08- O que você achou do minicurso? Faça um breve comentário sobre os conhecimentos adquiridos, foram conhecimentos interessantes que irão te ajudar na vida acadêmica? <input type="checkbox"/> Ótimo <input type="checkbox"/> Bom <input type="checkbox"/> Razoável <input type="checkbox"/> Ruim (Essa pergunta foi feita para saber sobre o minicurso em si, tinha sido proveitoso para o aluno e se tinha ficado claro os conteúdos explicados.)</p>

4 DESENVOLVIMENTO E ANÁLISE DA PESQUISA

Neste capítulo será apresentado o desenvolvimento da pesquisa, como também a análise dos dados, de acordo com a realização do minicurso “Introdução aos conteúdos de Limite e Derivadas” e o questionário utilizando o *Google Forms*, com alunos do 3º Ano da Escola Cidadã Integral Técnica Professor José Gonçalves de Queiroz.

4.1 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Conforme apresentamos na metodologia, a partir do nosso planejamento, foi proposto um minicurso para os alunos que se interessaram em participar, no qual abordamos conceitos relacionados ao Cálculo Diferencial – *Limite e Derivadas*, proposta que consideramos como “pré-cálculo”, dado que o propósito não foi trabalhar todas as abordagens dos conteúdos, mas os principais conceitos, a fim de que os alunos com aqueles conhecimentos pudessem ter uma base do respectivo conhecimento. Segundo Ávila (1991), para que o professor possa mostrar ao aluno a importância do conceito de uma função é necessário primeiro ensinar os conceitos de Cálculo Diferencial, à medida que vamos avançando nas apresentações dessas ideias, vão surgindo gradativamente a necessidade de novas definições e, dessa maneira, o ensino pode se tornar mais interessante.

Para preparação das aulas foi utilizado o livro Cálculo A (FLEMMING; GONÇALVES, 2006), como base para as definições, livro esse que é muito utilizado nos primeiros semestres dos cursos de Ciências Exatas. Também foi feito o uso da plataforma *khan academy* para retirar algumas questões que foram desenvolvidas durante as aulas, essa plataforma tem uma gama de conteúdos de todas as disciplinas para todos os níveis de ensino.

A seguir, trazemos os relatos referentes aos encontros (aulas) para o desenvolvimento da proposta com a turma participante.

4.1.1 Relato dos encontros

Trabalhamos a proposta no decorrer de quatro encontros (aulas) online, conforme já abordado na metodologia. Esses encontros ocorrerem no decorrer de 04 semanas e são descritos no Quadro 2 abaixo:

Quadro 2 – Descrições dos encontros

1º Encontro (05/04/2021)

Sendo o primeiro encontro, foi necessário ter uma conversa com os alunos sobre os conteúdos que seriam abordados durante o minicurso, mostrando-lhes que são conceitos de fácil compreensão e de grande importância em vários campos da ciência e da tecnologia. Nesta conversa também foram levantadas questões sobre os cursos superiores que eles desejariam ingressar, assim, poderia falar que todos os cursos da área de ciências exatas têm em sua grande curricular disciplinas que envolvem o cálculo “avançado”. Em seguida, introduzimos o conteúdo, mostrando alguns conceitos de Limite, enfatizando trata-se de um conhecimento que eles já terão uma noção prévia a partir do estudo das funções. Dessa forma, desenvolvemos a aula dialogando e dando espaço para que eles fossem sempre interagindo, o que foi muito positivo, pois participaram ativamente durante todo processo .

2º Encontro (06/04/2021)

Neste encontro mostramos alguns campos que o Cálculo poderia ser usado, utilizando o vídeo “Cálculo Diferencial e Integral e possíveis aplicações– UNEMAT–Eng. Civil”, Polini (2017). Em seguida, mostrei a definição de Limite, buscando enfatizar sempre que era um conteúdo de fácil compreensão que eles já tinham noção do que era, pelo que foi dito na aula anterior, apresentamos e resolvemos algumas questões que abordavam o uso de Limite. À medida que mostrávamos a resolução, os indagava, a fim de que participassem do processo de construção do conhecimento. Alguns alunos apresentaram algumas dúvidas, mas ao final conseguimos saná-las.

3º Encontro (07/04/2021)

Neste dia, iniciamos a aula apresentando uma breve definição sobre Derivadas, tentando sempre adequar à uma linguagem acessível ao nível da turma. Em seguida, mostramos a tabela de regras de derivações, para que eles pudessem perceber a possibilidade de derivação das funções. Posteriormente, trabalhamos as principais e mais importantes regras, como a identidade, constante, afim, da potência, logarítmica e exponencial. Logo após, explicitamos como utilizar essas regras em algumas funções e um pouco sobre as derivadas sucessivas que podemos utilizar em funções polinomiais. Os alunos se mostraram muito empolgados no decorrer desse encontro e consideraram o conteúdo muito bom.

4º Encontro (08/04/2021)

Sendo este, o último encontro, propomos que os alunos fizessem uma reflexão acerca dos conteúdos estudados e a importância que poderá ter na vida acadêmica deles. Para tanto, enviamos um questionário, que foi respondido a partir do *Google Forms*. Esse questionário nos possibilitou analisar, a partir das respostas dos alunos, suas impressões sobre as abordagens estudadas, a importância do professor propor atividades interativas, dinâmicas, etc.

Fonte: Autor.

4.2 ANÁLISE DA PESQUISA

4.2.1 Análise dos Encontros

Os encontros aconteceram no contra turno das aulas da escola na qual os alunos estudam, essa proposta foi dada pelo coordenador da escola, para que as aulas pudessem fluir, sem a necessidade de pressa. Inicialmente, tivemos uma conversa com os alunos, a fim de que eles pudessem se sentir mais confortáveis mediante nossa proposta.

As aulas fluíram de uma maneira muito natural, espontânea, todos os alunos se mostravam muito envolvidos, interessados em aprender. Alguns disseram que o que chamou atenção para sua participação foi o nome do conteúdo, já que nunca tinham ouvido falar, eles também questionavam o porquê não ensinar aqueles conteúdos ainda no 1º Ano do Ensino Médio, momento em que estudam o conteúdo de funções. Segundo Ávila (1991), o motivo desses conteúdos não serem incluídos é que os programas de Matemática são muito extensos e não comportariam a inclusão, mas ele diz que isso é um equívoco, já que em alguns países eles estão incluídos na base curricular.

A grande dúvida dos participantes, era onde eles iriam utilizar aquele conteúdo, já que é um conteúdo tão mecânico e que exige tantas técnicas. Para isso, apresentamos o vídeo “Cálculo Diferencial e Integral e possíveis aplicações–UNEMAT–Eng. Civil” para que pudessem ver que em algumas profissões e em alguns campos, esse conteúdo é de extrema importância para solucionar problemas. Foi interessante porque acataram essas aplicações e apresentaram posicionamentos sobre as profissões que podem seguir, assim, puderam ver a grande importância e aplicabilidade desses conteúdos.

Com o avançar do minicurso os alunos conseguiram participar mais, e foi perceptível que eles estavam conseguindo compreender os conceitos trabalhados, dúvidas foram sendo esclarecidas e ao final foi apresentaram relevantes resultados.

4.2.2 Análise do questionário

Um dos objetivos da nossa proposta, era alcançar aqueles alunos que tinham algum interesse em cursos de nível superior que estivessem voltados, sobretudo, para a área de ciências exatas. De acordo com o gráfico, resultando da questão 01 apresentada no questionário, 36,8% dos participantes têm um interesse em prosseguir na área de exatas após o Ensino Médio; 15,8% não pretendem seguir nesta área e 47,4% responderam que talvez possam ingressar em cursos nessa área. É interessante lembrar uma conversa durante a aula entre dois alunos:

Aluno 1: *Professora, pretendo fazer medicina, acho que na faculdade terei que ver alguns conteúdos de cálculo.*

Aluno 2: *Não tem nada a ver, cálculo só tá na área de exatas.*

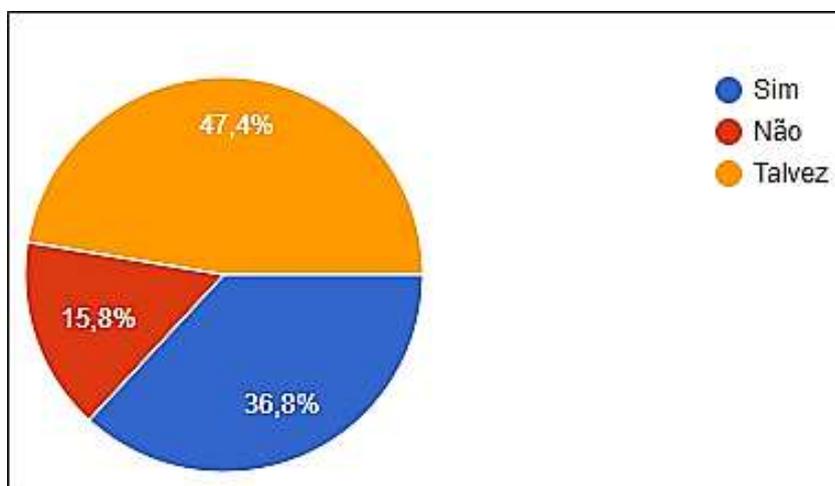
É importante retomar essa fala, pois é sabido que o Cálculo tem sido de grande valia na área das Ciências Biológicas e da saúde também, um exemplo que se pode citar na área da medicina é a dosagem de remédios, não é o foco do curso, mas também é uma situação importante. Nesta hora, ressaltamos para aos alunos que o cálculo vai muito além do que vemos.

Alguns alunos não se identificam com os cursos superiores voltados para a área de Ciências Exatas, devido à grande defasagem que há no Ensino Médio. Segundo Rizo (2020)

Ao chegar no nível superior, professores constataam que boa parte dos alunos demonstram possuir dificuldade para relacionar o que aprenderam na escola através da matemática nos estudos de graduação e também com a sua vida rotineira (RIZO, 2020, p. 124).

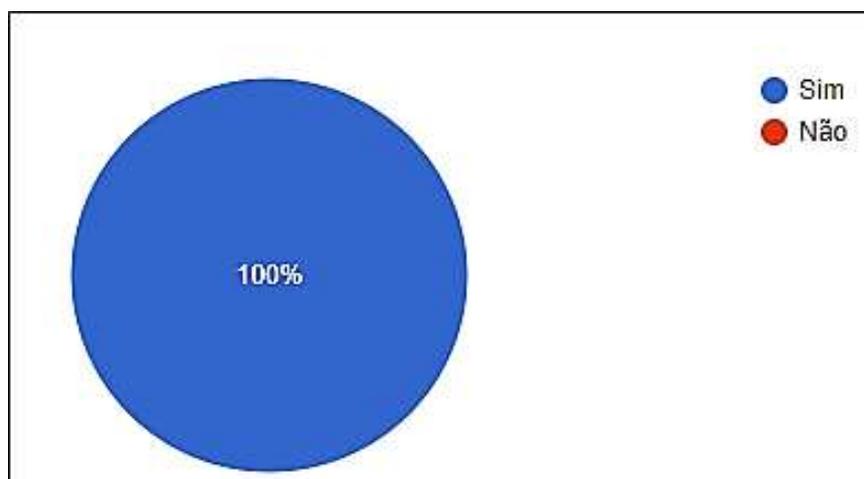
É importante observar que, apesar dessa dificuldade, muitos alunos sentem vontade de ingressar em cursos superiores na área de ciências exatas. A Figura 1 apresenta esse percentual, a partir da amostra de alunos que tivemos.

Figura 1 – Percentual baseado na resposta para a seguinte questão - Você pensa em fazer um curso de nível superior na área de ciências exatas?



Fonte: Dados da nossa pesquisa

Figura 2 – Percentual baseado na resposta para a seguinte questão - Na sua opinião chegar a um curso de nível superior com esses conhecimentos prévios é importante?



Fonte: Dados da nossa pesquisa

Anteriormente à pergunta resultante da Figura 2, fizemos a seguinte pergunta: “*Você acredita que estudar Limite e Derivadas no Ensino Médio ajuda na compreensão de alguns conceitos matemáticos? Dê sua resposta e faça um comentário sobre ela.*” Analisamos que eles entendem que esses conteúdos podem ser de grande valia para o ingresso no Ensino superior. A seguir apresentamos algumas das respostas originalmente apresentadas pelos alunos, os quais nomeamos de Aluno 3, Aluno 7, Aluno 13¹, etc.

Aluno 3: *Sim, além de nos ajudar no processo de compreender assuntos que poderemos ver na universidade... e ensinar as pessoas como lidar com fórmulas assustadoras que na prática é mamão com açúcar... e também ensinar caminhos a chegar uma resposta mais tranquila.*

Aluno 7: *Acredito que ajuda sim e é muito válido para se acrescentar no ensino médio pois ajuda na compreensão e no desenvolvimento do aluno antes de ingressar na faculdade.*

Aluno 13: *Sim, pois é importante desde do 1ºAno, assim os alunos ao terminar o ensino médio teria um noção melhor desses conteúdos.*

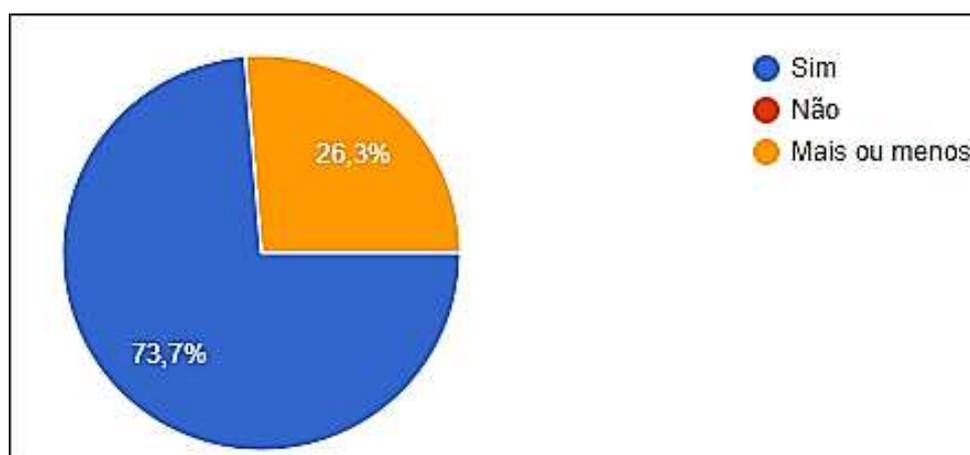
É importante atentar para estas falas, visto que são feitas por alunos do Ensino Médio numa faixa etária entre 16 e 17 anos. Aparentemente, são alunos que têm certa maturidade em relação ao que estudam e conseguem enxergar que são conteúdos possíveis de serem estudados ainda no Ensino Médio de forma simples, podendo ajudá-los ao ingressar no Ensino Superior. Observando a fala do Aluno 3, por exemplo, quando diz que “*esses conteúdos contêm fórmulas assustadoras que na realidade são “mamão com açúcar”*”,

¹ A denominação numérica dos alunos foi feita de acordo com a ordem na qual os questionários eram enviados com as respostas.

ele quis salientar que não trata-se de algo de difícil compreensão, mas que na verdade, são mais fáceis do que parecem. O Aluno 13 também deixa explícito em suas palavras que esses conteúdos deveriam ser inseridos desde o 1º Ano, facilitando a compreensão dos mesmos.

De acordo com a Figura 2, 100% dos alunos que participaram do minicurso, consideraram que é importante chegar às universidades com a base desse conhecimento. Conforme Junior (2014), o Cálculo não deve ser posto em sua completude no Ensino Médio, mas ele deve ter o intuito de ambientar o aluno, fazendo com que ele desenvolva aptidões e possa compreender melhor alguns conceitos, é preciso propor um estudo livre de formalizações, fazendo com que os alunos não priorizem as técnicas, mas que tenham como prioridade a reflexão dos conceitos, despertando assim curiosidades nas inúmeras aplicações dessa disciplina.

Figura 3 – Percentual baseado na resposta para a seguinte questão - No seu ponto de vista os conteúdos são de fácil compreensão?



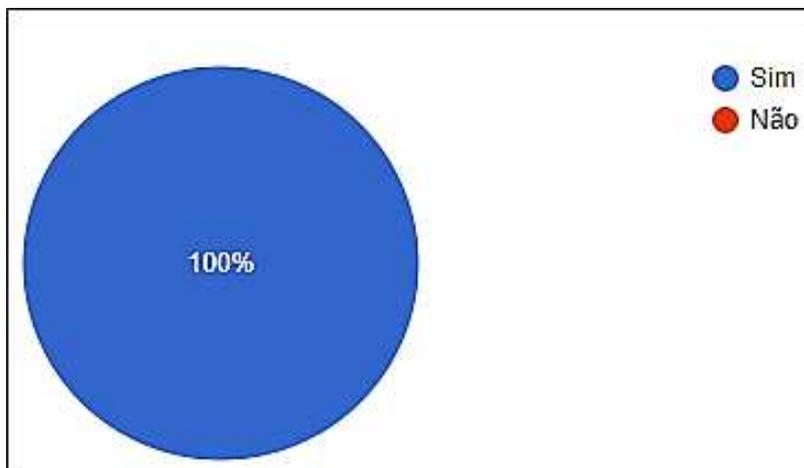
Fonte: Dados da nossa pesquisa

Essa pergunta no questionário se tornaria indispensável para entendermos a possibilidade do trabalho com a introdução do Cálculo no Ensino Médio. Assim, analisamos a partir do Figura 3, que 73,7% dos alunos consideraram o conteúdo, de fácil compreensão; 26,3% disseram que o conteúdo era mais ou menos fácil, ou seja, que o conteúdo não era tão fácil, mas que também não era difícil, nesse âmbito, nenhum aluno considerou o conteúdo totalmente difícil.

Estes resultados nos levam a afirmação que os alunos estão preparados para receber conteúdos como estes, ainda na Educação Básica, já que eles têm maturidade para aprender de forma natural, espontânea e, conseqüentemente, desenvolver diversas atividades. Como ressaltado nos PCN (BRASIL, 2000), no Ensino Médio, os alunos têm uma maior maturidade em relação às etapas anteriores, assim, os objetivos educacionais

podem e devem ter uma maior ambição formativa.

Figura 4 – Percentual baseado na resposta para a seguinte questão - Você acredita que a didática do professor é importante na hora de repassar esses conteúdos?



Fonte: Dados da nossa pesquisa

De acordo com os resultados apresentados na Figura 4, 100% dos alunos consideram que a didática do professor é importante para poder trabalhar os conteúdos. Entendemos que quando o professor possui uma didática mais dinâmica, as aulas se tornam mais atraentes e os conteúdos podem se tornar mais leves à compreensão.

Outra pergunta feita no questionário, ainda em relação à didática do professor foi a seguinte: “Fale um pouco sobre a importância de uma boa didática por parte do professor, e uma boa relação entre professor e aluno na compreensão de alguns conteúdos matemáticos, especificamente os conteúdos de Limites e Derivadas.” É interessante mostrar que os alunos tem um apego na relação com os professores.

Aluno 3: *Ele tendo uma boa didática o aluno vai aprender com mais facilidade, mas claro o aluno também deve se esforçar para aprender.*

Aluno 4: *Se o professor fizer uma aula que chame a atenção dos alunos, obviamente, vai dar certo. Saber em quais pontos focar, fazer com que o aluno se interesse pelo assunto, pode facilitar muito para o professor e para os alunos também.*

Aluno 19: *O aluno se sente mais acolhido e confiante quando o professor explica bem e faz perguntas para os alunos colocarem em prática o que está sendo estudado.*

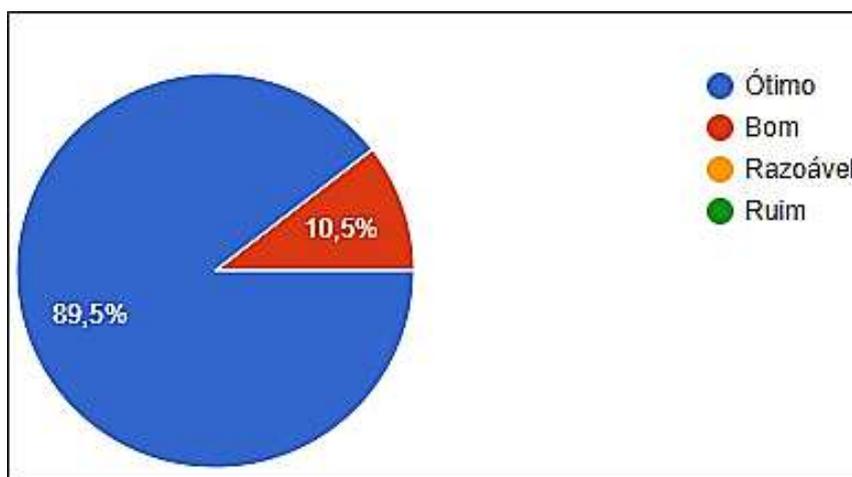
Atentando para fala do Aluno 19, analisamos que os alunos podem se sentir mais acolhidos, a partir do momento que o professor tem uma boa relação com eles e propicia a interação no decorrer das aulas. Com isso, é importante que o professor leve em consideração a realidade na qual atua, o interesse dos alunos e a viabilidade de introduzir conceitos que, mesmo não fazendo parte da grade de conteúdos para o ano de escolaridade, possam

favorecer na interpretação mais significativa frente ao que se estuda. É importante ainda, sempre propiciar a interação entre os envolvidos, valorizando o posicionamento dos alunos e considerando suas dúvidas e até seus erros com o intuito de propiciar a construção do conhecimento.

O novo modelo de educação integral é baseado em quatro grandes pilares que são: aprender a conhecer, a fazer e a conviver, com isso, é importante que o professor possa se perceber enquanto construtor da educação no discurso e em suas intenções. O educador precisa ressignificar a sala de aula e mostrar que pode atrelar o conhecimento matemático a uma boa didática, tornando assim a aula mais atrativa. Cury (2003), defende:

Bons professores ensinam seus alunos a explorar o mundo em que estão, do imenso espaço ao pequeno átomo. Professores fascinantes ensinam os alunos a explorar o mundo que são, o seu próprio ser. Sua educação segue as notas da emoção (CURY, 2003, p. 66).

Figura 5 – Percentual baseado na resposta para a seguinte questão - O que você achou do minicurso? Faça um breve comentário sobre os conhecimentos adquiridos, foram conhecimentos interessantes que irão te ajudar na vida acadêmica?



Fonte: Dados da nossa pesquisa

De acordo com a Figura 5, 89,5% dos alunos consideraram o minicurso ótimo e 10,5% bom. Nota-se que nenhum aluno respondeu que o minicurso foi razoável ou ruim, ou seja, as expectativas foram alcançadas. Frente ao posicionamento apresentado de forma escrita, destacamos os seguintes:

Aluno 1: *Os conhecimentos vão me ajudar muito no curso que quero fazer.*

Aluno 3: *Foi bom e vai agregar no futuro no quesito universidade.*

Aluno 6: *O minicurso me ajudou a entender um pouco sobre os conteúdos trabalhados. Acredito que irá me ajudar futuramente em alguma universidade ou curso.*

Aluno 9: *Aprendi bastante por meio do mini curso, novos conhecimentos que irei levar para minha vida acadêmica.*

Aluno 14: *Sim, será de extrema importância para mim. Principalmente eu, que farei ciências contábeis. É uma aprendizagem de extrema importância.*

As aulas ministradas foram importantes para todos os alunos, especialmente para aqueles que estão pensando em ingressar em cursos superiores na área de Ciências exatas, pois com o prévio conhecimento acerca dos principais conceitos referentes à Limite e Derivadas evitarão o desconhecimento total do Cálculo, podendo evitar frustrações e até desistências.

4.3 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS DA PESQUISA

De acordo com o exposto, pudemos analisar que os alunos que participaram do minicurso, consideraram os conceitos de fácil entendimento. Isso nos levou a compreender que na prática é possível ensinar conteúdos de Limite e Derivadas ainda no nível de Ensino Médio, mostrando o conteúdo de forma simples e cautelosa, reforçando que esses conteúdos podem ser explorados aproveitando dos conhecimentos de conteúdos prévios, a exemplo de funções, mas que podem ser vistos separados ou até mesmo atrelados aos que já fazem parte do currículo. Citado anteriormente, Ávila (1991), diz que seria muito interessante mostrar os conteúdos de Cálculo, até mesmo antes de introduzir os conhecimentos de funções, dessa forma, ao desenvolver o conteúdo, as dúvidas iriam surgindo e o processo de ensino aprendizagem aconteceria de uma forma mútua.

Os objetivos específicos da pesquisa, que foram, mostrar a importância desses conhecimentos para a resolução de problemas de diversas áreas da Ciência; possibilitar a inserção de conteúdos de Cálculo Diferencial ainda no nível médio; utilizar de conteúdos já estudados para mostrar a relação com o estudo de Limite e Derivadas; incentivar o estudo de Cálculo previamente ao ingresso em cursos superiores, foram, de forma geral, alcançados, já que os alunos conseguiram compreender que tais conceitos estão ligados a outros conteúdos já estudados, dessa forma, eles entenderam que o estudo desses conceitos, antes do ingresso em curso superior, é de grande importância, em especial para aqueles que desejam ingressar em cursos de ciências exatas.

Os envolvidos no sistema educacional devem atentar para os projetos de vida dos alunos, sobretudo nesse novo modelo de escolas integrais que abre espaços para que isso seja feito, a partir de sua proposta, as escolas trabalham naquilo que os alunos almejam para o futuro, sempre incentivando-os a investir em seus projetos pessoais e profissionais. Diante disso, a introdução ao Cálculo pode ser levada em consideração nas escolas de Ensino Médio, mesmo que não seja como componente obrigatório, mas que alcance pelo menos aqueles estudantes que pretendem ingressar em cursos de ciências exatas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Matemática é de extrema importância em qualquer nível de escolaridade, e tem se mostrado de grande valia para o desenvolvimento do conhecimento humano e tecnológico. Grandes descobertas científicas e tecnológicas tem dado ênfase à essa afirmação, um exemplo disso, são os dados referentes à pandemia do COVID-19 em que o Cálculo permite prever o crescimento do vírus em certos momentos e, como base nessas informações, as autoridades conseguem tomar decisões estratégicas.

É fato que a disciplina de Matemática é historicamente vista como uma das mais difíceis de compreensão. Em consequência disso e da fragilidade de conhecimentos prévios, nota-se um alto índice de reprovação quando os alunos chegam ao Ensino Superior e cursam componentes que envolvem o conhecimento de Cálculo.

Nos cursos que estão totalmente voltados às ciências exatas, como as engenharias, licenciaturas e bacharelados em Matemática, Física, Química, Ciências contábeis etc, esse problema não é diferente, pelo contrário, ele é ainda mais evidente, visto que há maior necessidade de conhecimentos prévios essenciais para o desenvolvimento da Matemática superior. Foi pensando nisso, que desenvolvemos essa proposta de pesquisa com o intuito de buscar resposta para a seguinte questão: na prática, é possível introduzir o Cálculo Diferencial no Ensino Médio? Será que os alunos nesse nível de ensino, têm maturidade para compreender esses conceitos? e com a perspectiva de atingir os seguintes objetivos: mostrar a importância desses conhecimentos para a resolução de problemas de diversas áreas da Ciência; possibilitar a inserção de conteúdos de Cálculo Diferencial ainda no nível médio; utilizar de conteúdos já estudados para mostrar a relação com o estudo de Limite e Derivadas; incentivar o estudo de Cálculo previamente ao ingresso em cursos superiores.

Com os resultados, concluímos que os alunos participantes desconheciam os conceitos abordados sobre o cálculo, no entanto, a proposta foi desenvolvida de forma tranquila e viável, frente ao nível de ensino. Eles consideraram as abordagens introdutórias, de fácil compreensão e de grande importância para suas vidas, principalmente para aqueles que almejam cursos superiores na área de ciências exatas. Os investigados afirmam que esses conteúdos são necessários no Ensino Médio.

Portanto, diante do exposto julga-se necessária a inserção introdutória de conteúdos do Cálculo Diferencial - Limite e Derivadas, ainda no Ensino Médio, podendo ser inseridos em alguns conteúdos que já compõe a base ou até mesmo como projeto escolar, procurando aqueles alunos que tem um maior apressamento pela disciplina de Matemática despertando maior interesse por parte deles. Assim, enquanto docentes em uma escola cidadã integral, vislumbramos a continuidade dessa proposta, seja em forma de projeto ou de uma disciplina

eletiva, a fim de que os alunos que se interessam pela área, possam ter acesso à conceitos do cálculo previamente ao ingresso no Ensino Superior.

Dessa forma, como sugestão para ampliação e continuidade dessa pesquisa, sugerimos que o estudo seja realizado também com professores do Ensino Médio, a fim de investigar o que eles consideram acerca da proposta de introduzir os conceitos de Cálculo Diferencial ainda no Ensino Básico.

REFERÊNCIAS

- ANDRE, M. E. **Etnografia da prática escolar**. Campinas: Papirus editora, 1995. Citado na página 20.
- ÁVILA, G. S. de S. O ensino de cálculo no 2º grau. **Revista do Professor de Matemática**, SBM, n. 18, p. 1–9, 1991. Citado nas páginas 7, 8, 12, 18, 23, 25 e 31.
- BALDINO, R. R. **Desenvolvimento de essências de Cálculo Infinitesimal**. Rio de Janeiro: MEM/USU, 1998. Citado na página 19.
- BARBOSA, M. A. **O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral**. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2004. Citado na página 13.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática do Ensino**. 5. ed. São Paulo: Editora Contexto, 2009. Citado nas páginas 7, 8 e 13.
- BLOG, I. P. **Entrevista ao Professor Nílson José Machado**. 2019. Disponível em: <<https://imaginariopuro.wordpress.com/>>. Citado na página 18.
- BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2000. Citado nas páginas 12 e 28.
- BRASIL. **Orientações Curriculares nacionais. Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2002. Citado na página 12.
- BRASIL. **Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Citado nas páginas 18 e 19.
- BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, LDB**. São Paulo: Saraiva, 9394/1996. Citado na página 12.
- CURY, A. **Pais brilhantes, professores fascinantes**. Rio de Janeiro: Sextante, 2003. Citado na página 30.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. 4ª. ed. Campinas: Unicamp, 2004. Citado na página 15.
- FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. **Cálculo A: Funções, limite, derivação e integração**. 6. ed. Florianópolis: Pearson, 2006. Citado nas páginas 15, 16 e 23.
- JUNIOR, O. da S. **Cálculo no ensino médio: Números reais. Instituto de Matemática Pura e Aplicada**, Rio de Janeiro, 2014. Citado nas páginas 17 e 28.
- KLEINER, I. **Excursions in the history of mathematics**. New York: Birkhauser, 2011. Citado nas páginas 15 e 16.
- LORENZATO, S.; FIORENTINI, D. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2009. Citado na página 20.

POLINI, L. **Cálculo Diferencial e Integral e possíveis aplicações - UNEMAT - Eng. Civil. YOUTUBE.** 2017. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=1wAzH4H1Bw>>. Citado na página 24.

REZENDE, W. M. **O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica.** Tese (Doutorado) — USP, São Paulo, 2003. Citado nas páginas 7, 8 e 18.

RIZO, W. F. Entrave no ensino superior: Abordagem das dificuldades com exercícios básicos da matemática em cursos de graduação nas áreas de exatas. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**, v. 08, p. 111–126, jan 2020. ISSN 2448-0959. Disponível em: <<https://www.nucleodoconhecimento.com.br/educacao/entrave-no-ensino>>. Citado na página 26.

APÊNDICE A – DESCRIÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
ALUNA: LESLEY CARLA LEITE DE FREITAS
ORIENTADORA: GILMARA GOMES MEIRA

1. **Público:** alunos do 3º ano do Ensino Médio da Escola Cidadã Integral Professor José Gonçalves de Queiroz.
2. **Espaço:** sala de aula virtual (Plataforma Google Meet).
3. **Duração:** 4 encontros de 45 minutos.
4. **Conteúdo:** Um breve estudo sobre *Limites e Derivadas*.

5. **Objetivos:**

- **Objetivo Geral:**

Proporcionar aos alunos um primeiro contato com os conteúdos de Cálculo, buscando mostrar-lhes que são conteúdos de fácil entendimento, que podem ser inseridos na base, evitando que o aluno tenha contato com esses conteúdos apenas nos cursos superiores da área de Ciências Exatas.

- **Objetivos Específicos:**

Espera-se que ao final desta sequência os alunos sejam capazes de:

- Identificar algumas funções quando apresentadas sob formas algébricas ou sob forma de gráficos;
- Intuitivamente definir limites;
- Calcular o limite de algumas funções;
- Definir derivadas;
- Utilizar derivadas sucessivas para derivar polinômios de graus elevados.

6. **Procedimentos:**

- **1º Encontro:**

No primeiro encontro irei fazer uma retrospectiva sobre o que os alunos viram no 1º Ano da modalidade sobre funções. Em seguida farei a seguinte indagação

“você só consegue resolver as funções dessa forma tradicional?” caso alguém responda que há outra maneira, irei pedir para que compartilhe com a turma. Logo após irei dar início a uma breve explicação da definição de limites, direi que é um conteúdo extremamente necessário para os cursos de Ensino Superior da área de exatas, tentando assim, fazer com que eles vejam que não é um conteúdo difícil como muitas pessoas falam.

- **2º Encontro:**

Neste encontro iniciarei mostrando um vídeo sobre a importância do estudo de cálculo para o desenvolvimento da tecnologia e para as descobertas científicas. Em seguida irei resolver alguns exemplos específicos do conteúdo e pedirei para que eles resolvam outros em conjunto, com a minha ajuda.

- **3º Encontro:**

Neste dia, iniciarei a aula definindo brevemente o conteúdo de derivadas, mostrando que é um conteúdo de fácil entendimento e que pode ajudar muito na resolução de algumas questões que envolvem polinômios, dessa forma eles iriam entender que o conteúdo não deve necessariamente ser visto apenas no Ensino Superior. Em seguida trarei alguns exemplos de polinômios que podem ser resolvidos facilmente utilizando derivadas sucessivas.

- **4º Encontro:**

Sendo este o último encontro, inicialmente farei reflexão sobre a importância deste conhecimento para o desenvolvimento acadêmico dos alunos. Em seguida irei propor um questionário, que será respondido utilizando o *Google Forms*, questionário esse que irá mostrar o que os alunos acharam realmente do conteúdo, e se eles entendem como um conteúdo necessário para a formação deles.

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO

Quadro 3 – Questionário.

<p>Pergunta 01- Você pensa em fazer um curso de nível superior na área de ciências exatas? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Talvez</p>
<p>Pergunta 02- Você acha que aprender Limite e Derivadas no Ensino Médio ajuda na compreensão de alguns conceitos matemáticos? Dê sua resposta e faça um comentário sobre ela.</p>
<p>Pergunta 03- Na sua opinião chegar a um curso de nível superior com esses conhecimentos prévios é importante? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não</p>
<p>Pergunta 04- No seu ponto de vista os conteúdos são de fácil compreensão? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não <input type="checkbox"/> Mais ou menos</p>
<p>Pergunta 05- Na sua opinião esses conceitos de Limites e Derivadas devem ser aplicados como base no Ensino Médio? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não</p>
<p>Pergunta 06- Você acredita que a didática do professor é importante na hora de repassar esses conteúdos? <input type="checkbox"/> Sim <input type="checkbox"/> Não</p>
<p>Pergunta 07- Fale um pouco sobre a importância de uma boa didática por parte do professor, e uma boa relação entre professor e aluno na compreensão de alguns conteúdos matemáticos, especificamente os conteúdos de Limites e Derivadas.</p>
<p>Pergunta 08- O que você achou do minicurso? Faça um breve comentário sobre os conhecimentos adquiridos, foram conhecimentos interessantes que irão te ajudar na vida acadêmica? <input type="checkbox"/> Ótimo <input type="checkbox"/> Bom <input type="checkbox"/> Razoável <input type="checkbox"/> Ruim</p>

Fonte: Autor.

