



UEPB

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VI – POETA PINTO DO MONTEIRO
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA**

SÉRGIO HENRIQUE DE LIMA SOUZA

**ENSINO-APRENDIZAGEM DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU VIA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DO GEOGEBRA**

**MONTEIRO-PB
2021**

SÉRGIO HENRIQUE DE LIMA SOUZA

ENSINO-APRENDIZAGEM DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU VIA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DO GEOGEBRA

Trabalho Acadêmico de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura Plena em Matemática do Centro de Ciências Humanas e Exatas, da Universidade Estadual da Paraíba, campus Monteiro, em cumprimento às exigências legais para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientador: Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca

MONTEIRO-PB
2021

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S729e Souza, Sérgio Henrique de Lima.
Ensino-aprendizagem da equação do 2º grau via resolução de problemas e do geogebra [manuscrito] / Sergio Henrique de Lima Souza. - 2021.
63 p.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas, 2021.
"Orientação : Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca ,
Coordenação do Curso de Matemática - CCHE."
1. Educação matemática. 2. Equação do 2º grau. 3.
Resolução de problemas. 4. Ferramentas tecnológicas. I. Título
21. ed. CDD 510.7

SÉRGIO HENRIQUE DE LIMA SOUZA

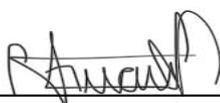
**ENSINO-APRENDIZAGEM DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU VIA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E DO GEOGEBRA**

Trabalho Acadêmico de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do Curso de Licenciatura Plena em Matemática, do Centro de Ciências Humanas e Exatas, da Universidade Estadual da Paraíba, campus Monteiro, em cumprimento às exigências legais para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovado em: 07/06/2021.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. Roger Ruben Huaman Huanca (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof(a) Ms. Misaelle do Nascimento Oliveira (Examinadora interna)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Me. Rônero Márcio Cordeiro Domingos (Examinador externo)
Instituto Federal do Sertão Pernambucano (IF - SPE)

Dedico esta pesquisa primeiramente a Deus, pois ele é o autor da vida e sempre me deu forças para seguir e lutar pelos meus ideais. Segundo, dedico a toda minha família, colegas de classe, amigos e a Fabiana Ferreira de Souza, essa pessoa tão importante na minha vida. Porém, dedico de modo mais que especial ao meu “painha” Josinaldo Pedro de Souza (in memoriam), que jamais mediu esforços para me ver bem e sempre sonhou em um futuro melhor para cada um de seus filhos. Calaram brutalmente sua voz aqui na terra, porém, em meu coração ele está mais vivo do que nunca e sei que ele está muito orgulhoso de mim. “Painha”, meu herói, te amo muito.

AGRADECIMENTOS

Não poderia deixar de começar agradecendo ao meu bom e amado Deus, por ter me dado forças quando pensei em desistir de tudo e sei que sem as suas bênçãos eu jamais teria chegado até aqui e agradeço também a minha mãe do céu, Nossa Senhora da Conceição, que sempre intercede por mim em todos os momentos e me protege de todo mau. “Deem graças ao senhor, porque ele é bom. O seu amor dura para sempre”. Salmos 136.

Agradeço à cada um dos meus professores, desde a Educação Infantil até aos professores da minha Graduação. Vocês foram e sempre serão peças fundamentais para o meu sucesso profissional e pessoal. Com vocês aprendi a ser um ser humano melhor e fazer o possível para ser um bom profissional da educação. Mas, agradeço em especial ao professor Dr. Roger Ruben Huaman Huanca, pois, desde o início do curso pude notar seu amor ao construir conhecimentos matemáticos com seus alunos, buscando sempre me dar forças e me fazer acreditar no meu potencial. Agradeço também a banca examinadora, por ter aceitado o nosso convite e, pelas contribuições acerca da nossa pesquisa.

Sou imensamente grato a minha querida família, pois sempre me apoiaram a seguir em frente, apesar dos obstáculos que surgem no caminho seja na vida pessoal ou na vida acadêmica. Minha amada família, herança do meu senhor Jesus.

Aos meus colegas de classe e em especial meus amigos dos momentos de estudos e de descontração: João Marcos, José Josivanio, Juraci, Katia Flávia, Katiele, Maria Izabel, Matheus Moura e Mateus Maciel. Agradeço também ao meu amigo de estrada e motorista escolar da Prefeitura de São José dos Cordeiros, Damião, que com muita responsabilidade nos transportava todas as noites até a universidade, fazendo isso com todo zelo possível.

A minha querida amiga professora de matemática da E.E.E.F.M. Bartolomeu Maracajá na cidade de São José dos Cordeiros. Ela sempre me apoiou seja nos Estágios Supervisionados, ou mesmo nesse TCC, o que para mim foi extremamente importante.

Por fim, mas não menos importante, agradeço a minha menina Fabiana Ferreira de Souza. Ela que há muito tempo vem caminhando lado a lado comigo me dando muito apoio durante essa caminhada acadêmica. Ela sempre foi e sempre será para mim, uma joia preciosa que Deus me presenteou para estar comigo lutando e conquistando juntos, nossos sonhos. Quando muitas vezes pensei em desistir, ela não me deixou fazer isso, sempre enxergou em mim, um menino de grande valor e potencial. “Neginha”, você é meu orgulho. A cada um de vocês, o meu muito obrigado.

RESUMO

A pesquisa enfatiza nossas preocupações referentes ao ensino-aprendizagem da Matemática no contexto da pandemia do COVID-19. A pesquisa teve como objetivo geral analisar as contribuições e as dificuldades em se trabalhar Equação do 2º grau através da Resolução de Problemas e do uso do Geogebra, utilizando também, o Google Meet como meio para desenvolver as aulas. Ocorreram seis encontros no período de 05 de outubro de 2020 a 20 de outubro de 2020, com a turma do 9º ano do Ensino Fundamental II. A Resolução de Problemas foi utilizada como metodologia de ensino da matemática e como uma visão inovadora, trazendo o aluno para a matemática e a matemática para o aluno, sendo o aluno peça chave no processo de ensino e aprendizagem. O uso do Geogebra nas aulas de matemática possibilitou a combinação dos conceitos de geometria, álgebra, tabelas, gráficos e muito mais nessa pesquisa. Trabalhar equação do 2º grau dentro e fora da sala de aula foi algo desafiador como outros inúmeros conteúdos da matemática. Enfrentamos esse desafio e crescemos profissionalmente, preocupando-nos com o bom desenvolvimento educacional dos alunos. Por fim, analisou-se o comportamento e o desenvolvimento das aulas remotas, unindo a Equação do 2º grau, a Resolução de Problemas e uma ferramenta tecnológica que é o Geogebra. Essa “mistura” possibilitou um ensino de boa qualidade e, assim, encontramos dificuldades e também pontos positivos pelo caminho desta pesquisa.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática. Equação do 2º grau. Resolução de Problemas. Ferramentas Tecnológicas.

ABSTRACT

The research emphasizes our concerns regarding the teaching-learning of Mathematics in the context of the COVID-19 pandemic. The research had as general objective to analyze the contributions and difficulties in working the 2nd degree Equation through Problem Solving and the use of Geogebra, also using Google Meet as a means to develop the classes. Six meetings took place from October 5, 2020 to October 20, 2020, with the 9th grade class of Elementary School II. Problem Solving was used as a methodology for teaching mathematics and as an innovative vision, bringing the student to mathematics and mathematics for the student, with the student being a key player in the teaching and learning process. The use of Geogebra in math classes made it possible to combine the concepts of geometry, algebra, tables, graphs and much more in this research. Working high school equations inside and outside the classroom was challenging like many other math contents. We face this challenge and grow professionally, worrying about the good educational development of our students. Finally, the behavior and development of remote classes were analyzed, joining the 2nd degree Equation, Problem Solving and a technological tool that is Geogebra. This “mixture” made good quality teaching possible and, thus, we found difficulties and also positive points along the way of this research.

KEYWORDS: Mathematics Education. Equation of the 2nd degree. Problem Solving. Technological Tools.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 EQUAÇÃO DO 2º GRAU	13
2.1 Um olhar descritivo de alguns livros de Matemática.....	13
2.2 Nossas conclusões dos três livros de Matemática que analisamos.....	16
2.3 Equação do 2ºGrau e suas Propriedades.....	16
2.4 Equações do 2ºGrau Incompletas.....	24
3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	27
3.1 A Educação Matemática e os Documentos para o Ensino.....	27
3.2 Resolução de Problemas como Metodologia.....	29
3.3 Percursos e Dificuldades em relação a utilização da Resolução de Problemas.....	33
4 USO DO GEOGEBRA NAS AULAS DE MATEMÁTICA	39
5 METODOLOGIA DA PESQUISA	46
5.1 Planejamento do Projeto.....	46
5.2 Aplicação do projeto.....	48
5.3 Análise dos encontros.....	49
CONCLUSÃO	61
REFERÊNCIAS	63

1 INTRODUÇÃO

Ser professor de Matemática é deixar o aluno pensar, ou seja, nós professores devemos estar preocupados com o bom desenvolvimento educacional dos alunos. Para tal, uma importante metodologia de ensino da Matemática, dentro do campo da Educação Matemática é a Resolução de Problemas, pois ela traz um novo olhar para o ensino dessa ciência não só no Brasil, mas por todo o mundo, trabalhando com uma visão inovadora, trazendo o aluno para a matemática e a matemática para o aluno, sendo esse aluno peça chave no processo de ensino e aprendizagem.

De acordo com Onuchic (1999), durante o século XX, várias reformas no ensino da matemática foram feitas, pois havia a necessidade de se “saber matemática”, caminhando para uma sociedade onde exigia de todas as pessoas, “saberem muita matemática”.

Destacamos o que diz Huanca e Almeida (2018):

De fato, o século XX foi exigindo, cada vez mais, gente preparada em Matemática para desempenhar suas funções. É preciso que muito mais gente saiba Matemática e a saiba bem. É essencial tornar os estudantes aptos para resolver os novos tipos de problemas com que se depararão no futuro (HUANCA; ALMEIDA, 2018, p. 1).

À medida que a humanidade foi evoluindo, se fez necessário cada vez mais domínio da Matemática. Os professores precisam fazer com que suas aulas, sejam aulas que preparem os alunos para um futuro que exigirá deles saberem muita Matemática e assim, estejam prontos para inúmeras situações do cotidiano, que necessitem desses conhecimentos e conceitos, para serem solucionadas. Porém, atualmente, ainda há grande falha no ensino dessa ciência e diante disso, não podemos cruzar os braços e fingir que está tudo bem.

Devido as falhas no ensino da Matemática, ela sempre foi vista por grande parte dos alunos, como uma ciência apenas composta por números e letras e a partir disso, efetuar operações que simplesmente não usaremos no nosso cotidiano, como grande parte dos alunos falam, “isso não vai me servir de nada”. São pontos como esse que nós, futuros professores de Matemática e também os professores já em exercício precisam focar, buscando acabar com esse estigma que torna essa ciência tão importante, em algo que a maioria dos alunos temem e detestam.

É necessário antes de tudo, dar significado à Matemática. Mas por que isso é tão importante? Pois a partir disso, o aluno terá uma aproximação maior com essa disciplina e assim, começará a vê-la de outra forma. Mas como podemos dar significado a Matemática, algo tão completo e complexo? Ela por si só não fala? De fato, não é simples, mas é necessário.

O professor deve mostrar onde o aluno usará o conteúdo que se está trabalhando em seu cotidiano, seja onde ele estiver, aquilo será necessário, é preciso contextualizar, levando a Matemática até o aluno e vice-versa e assim teremos um ensino feito pelo próprio aluno, sendo o professor um importante mediador e o aluno construtor de seu próprio conhecimento no processo de aprendizagem.

Valle e Pimentel (2016, p. 8), destacam que:

O ensino da matemática é uma tarefa complexa, pois há vários aspectos que devem ser considerados em simultâneo, dos quais destacamos os seguintes: exige que os professores possuam um conhecimento e compreensão profunda dos temas e conteúdos matemáticos que esperam vir a ensinar; e exige também que os professores tenham um bom entendimento do modo de ensinar, de forma a serem eficazes no desenvolvimento da aprendizagem matemática de todos os alunos (VALE; PIMENTEL, 2016, p. 8).

Diante disso, percebemos a magnitude do ensino da Matemática e o quanto ele pode ser complexo, exigindo do professor além de um bom domínio do conteúdo que pretende abordar, saber construir juntamente com os alunos, todos os conceitos abordados, dando também, significado a mesma, introduzindo-a no dia a dia do aluno, fazendo com que a aprendizagem se faça de modo prazeroso, construtivo e eficaz.

Logo, podemos perceber a grande importância que o professor tem no processo de ensino-aprendizagem, bem como, a grande importância também do aluno nesse processo. Um bom ensino de Matemática, ele deve envolver o aluno com o conteúdo abordado, desenvolver tarefas que estimulem o pensamento do aluno, fazendo com que ele próprio seja um grande construtor do seu conhecimento. Faz-se necessário que o professor possa estimular isso, fazendo com que esse aluno seja participante assíduo no processo de ensino-aprendizagem.

Partindo para o conteúdo específico, Equação do 2º Grau, que abordamos nesse Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) é preciso que a medida que o professor constrói juntamente com seus alunos os conceitos acerca do mesmo, ele possa mostrar onde o aluno utilizará aquilo no seu dia a dia e também as mais diversas formas de se chegar ao resultado esperado, ele não pode se prender somente a um único caminho, geralmente ao caminho que o livro didático trás, porém, ele deve fazer com que o aluno encontre cada um desses caminhos, usando seus conhecimentos já existentes, desafiando eles a descobrirem algo novo, construam suas próprias soluções e assim o aluno não ser visto somente como produto, mas como processo, aliás o processo de aprendizagem na formação do aluno é algo mais que importante, tendo em vista que ele precisa ser um participante assíduo do processo de ensino-aprendizagem e não um mero telespectador. Para alcançar essa meta, utilizamos uma das metodologias de ensino, a Resolução de Problemas, logo, trazemos como objetivo geral: *Analisar as contribuições e as*

dificuldades em se trabalhar Equação do 2º grau através da Resolução de Problemas, usando o Geogebra como ferramenta de apoio ao ensino, utilizando também, o Google Meet como meio para desenvolver as aulas. Para tanto, utilizamos os seguintes objetivos específicos que nos auxiliaram e nos ajudaram a concluir com êxito o nosso objetivo geral:

- Observar a importância de uma equação do 2º grau através da metodologia de Resolução de Problemas;
- Concluir o conteúdo fazendo algumas demonstrações a partir do Geogebra, para obtermos uma melhor compreensão e visualização da Equação do 2º grau;
- Analisar as dificuldades existentes, bem como, a importância de desenvolver a equação do 2º grau dentro do ensino remoto, no contexto da pandemia do COVID-19.

Nossa pesquisa se encontra dividida em cinco capítulos. O capítulo I, é a nossa introdução, que como vocês podem ver, mostra um pouco sobre importantes conquistas que a matemática obteve, reformas necessárias para que se obtivéssemos uma matemática aplicável, concreta e exata, além de apresentarmos os objetivos.

No segundo capítulo é apresentado o tema Equação do 2º grau, trazemos conceitos, refletimos como diferentes autores definem o conteúdo e trabalhamos com exemplos. Também mostramos todo o processo para generalizar a fórmula de Bháskara e apresentamos as equações do 2º grau incompletas. Discutimos sobre gráficos de uma função quadrática, vértice de uma parábola e muito mais.

Já no terceiro capítulo, discutimos sobre a Resolução de Problemas, falando um pouco sobre como surgiu essa metodologia e sua importância para o ensino da Matemática em nossa atualidade, bem como, as dificuldades para se trabalhar através dessa metodologia.

No quarto capítulo, enfatizamos as tecnologias digitais no meio educacional, especificando-se para o ensino de Matemática, voltando os olhares para o uso do Geogebra.

Nosso quinto e último capítulo é a parte prática, onde descrevemos o projeto de nossa pesquisa, como tudo se deu, o que foi proposto para os alunos, aplicação do projeto e os resultados obtidos, ou seja, a metodologia da pesquisa. Lembrando que tudo isso foi feito de modo remoto, através do uso de ferramentas tecnológicas, devido à pandemia do COVID-19. Por fim, apresentamos nossas conclusões do trabalho, ou seja, falamos da importância de nossa pesquisa, bem como, as dificuldades encontradas para a realização desta, além das referências bibliográficas utilizadas.

2 EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Inicialmente apresentaremos considerações que diversos autores oferecem sobre a Equação do 2º grau e suas propriedades e sobre o seu ensino e em seguida iremos expor nosso olhar e descrição dos livros didáticos de Matemática do 9º ano do Ensino Fundamental II, sendo eles alguns dos que são utilizados como livro base na disciplina de Matemática. Por fim, a nossa pesquisa no cenário das pesquisas já realizadas além das formalizações dos conceitos e propriedades do objeto de pesquisa deste TCC.

2.1 Um olhar descritivo de alguns livros de Matemática

Para o desenvolvimento da pesquisa de campo escolhemos alguns livros de matemática, ou seja, estivemos em busca por novas formas de enxergar os conteúdos, extrair dos livros o que muitas vezes é desconsiderado no decorrer do ensino de Matemática. Iremos observar a forma como cada autor aborda em seu livro didático conteúdos matemáticos, bem como, analisamos também de forma específica como os autores abordam o conteúdo de Equação do 2º grau. Destacaremos a questão de como os livros se encontram divididos, quantas listas de exercícios cada um apresenta, desafios, revisões teóricas, se falam um pouco sobre a história da Matemática. Falaremos das contribuições desses livros e das falhas neles existentes. De forma geral, faremos um pequena descrição sobre cada livro.

Livro 1 - Projeto Teláris: Matemática 9 - Ensino Fundamental II

O autor Luiz Roberto Dante, busca trazer em seu livro, conteúdos relevantes e indispensáveis no que diz respeito ao ensino da Matemática, contribuindo para um melhor desenvolvimento dessa aprendizagem dentro da sala de aula, dando suporte tanto ao professor, quanto ao aluno. Cada conteúdo é abordado de forma bem incomum e direta, sendo geralmente com a apresentação dos conceitos, exemplos e exercícios de fixação. O livro encontra-se estruturado em 9 (nove) capítulos, que vão desde Números Reais, Irracionais, até Estatística, Combinatória e Probabilidade. Conta também, com 106 exercícios de fixação, além de 12 desafios, que exigem do aluno uma maior criatividade para solucioná-los, 3 listas de questões para vestibulares e ENEM, questões de raciocínio lógico, bem como, 9 listas de questões sobre tratamento da informação e ao final de cada capítulo, uma revisão, chamada de revisão cumulativa.

Partindo para uma análise específica sobre o conteúdo Equação do 2º grau de uma forma muito direta, introduzindo o conteúdo com um pequeno trecho sobre as contribuições que vários

povos deixaram para a Matemática e onde esses povos aplicavam esses conhecimentos. Em seguida, mostra um problema matemático retirado de anotações que os povos Babilônicos deixaram, um problema de forma bem contextualizada, logo depois, mostrando como se monta toda a equação, a partir da retirada de dados do problema.

O autor do livro 1 adentra ao conteúdo, mostrando uma situação-problema e toda a estrutura desse tipo de equação, deixando alguns exemplos para os leitores. Dando continuidade ao conteúdo, ele fala sobre esse tipo de equação de forma completa e incompleta e mais uma vez, trabalha com exemplos e também exercícios. De forma geral, o autor aborda o conteúdo de uma forma, infelizmente, muito comum, dentro dos livros didáticos de Matemática, formando assim uma ordem, adotada por grande parte dos professores que a essa ciência ensinam: Apresentação do Conteúdo; Apresentação dos conceitos; Exemplos; e Exercícios de fixação. Diante das nossas observações, pudemos perceber que o livro 1 segue o mesmo viés em todos os capítulos, utilizando de demonstrações, propriedades, definições, teoremas, notas e exercícios, bem como, questões solucionadas, que assim, auxiliam a resolução de outras.

Livro 2 - A conquista da Matemática: Matemática 9 – Ensino Fundamental II

Os autores José Ruy Giovanni Júnior e Benedicto Castrucci, abordam em seu livro didático, conteúdos matemáticos do 9º ano do Ensino Fundamental II, de forma não tão diferente da qual, Luiz Roberto Dante aborda. Trabalham em seu livro desde “Números Reais, Potências e Radicais” até “Função”. De maneira geral, todos os conteúdos são trabalhados de forma bem similar, com exemplos, exercícios e também, revisões. O livro é composto por 9 capítulos, 70 listas de atividades para serem solucionadas, 4 listas sobre o tratamento da informação e ao final de cada capítulo, uma lista com questões de revisão.

Diante das nossas observações, concluímos que os autores trabalham de forma direta, seguindo sempre uma ordem, para que os conteúdos sejam abordados. Primeiramente trabalham os conceitos de determinado conteúdo, em seguida, exemplos, logo depois, exercícios de fixação e por último, questões para revisão de conteúdo.

Ao analisarmos um conteúdo específico, no nosso caso, Equação do 2º Grau, os autores começam com um pequeno trecho a respeito da história da Matemática, sendo mais específico, um pouco da importância de Galileu Galilei e um pequeno problema, envolvendo a queda de um corpo. Dando continuidade, abordam o conteúdo, através de exemplos bem específicos, aplicados de forma bem direta.

Logo depois, trazem para os leitores, como trabalhar com uma Equação do 2º Grau, de forma incompleta, seguida de exemplos e exercícios. Trabalha novamente através de exemplos

e exercícios, Equação do 2º Grau de forma completa, propõe o método de completar quadrados e mostra a fórmula de Bhaskara, trabalham com soma e produtos das raízes de uma Equação do 2º Grau, fechando o conteúdo, com uma lista considerável de exercícios.

Um ponto bem interessante é o de que, dão a dica de um software, que pode auxiliar no aprendizado dos alunos, a respeito do conteúdo em questão. Mostram como utilizar esse software e deixam algumas questões para serem solucionadas, a partir dele.

Livro 3 - Projeto Araribá – Matemática – 9º Ano

O livro elaborado dentro do Projeto Araribá está dividido em 6 capítulos, que são subdivididos em 14 unidades, as quais contam com 79 listas de exercício no total, chamadas de “vamos aplicar” ou “vamos fazer”, mais 14 atividades integradas, 12 atividades de fixação, 6 problemas para resolver, exigindo assim esforço e criatividade do aluno, para serem solucionados, 7 listas de exercícios sobre o tratamento da informação. Os autores trazem também, importantes indicações de livros, algo que pode ser interessante, tanto na visão do aluno, quanto na visão do professor, sendo que, o aluno pode despertar a curiosidade e seguir as indicações.

As abordagens feitas diante dos conteúdos que o livro traz para os alunos, se dão de forma incomum, abordando esses conteúdos através de conceitos, fórmulas, regras, exemplos e assim por diante. O livro trabalha de forma não tão diferente quanto os demais livros que analisamos.

Fazendo uma análise um pouco mais detalhada, dentro do conteúdo de Equação do 2º Grau, percebemos que o autor do livro 3 começa trazendo para o aluno, uma situação que possivelmente podemos nos deparar no nosso dia a dia e então, ele mostra, como a partir dos conhecimentos sobre Equação do 2º Grau, podemos resolver esse determinado problema. É algo bastante válido, pois ele traz o aluno para dentro daquela situação e mostra uma das inúmeras situações do nosso cotidiano, em que necessitamos de conhecimentos matemáticos, para solucioná-la. Depois, entra a parte de Equação do 2º Grau de Forma Incompleta, onde é apresentado alguns exemplos e depois, algumas questões básicas, para serem solucionadas.

Dando continuidade, ele aborda sobre Equação do 2º Grau de Forma Completa, sendo que mais uma vez, é mostrado alguns exemplos, com o passo a passo das soluções e em seguida, novamente, algumas questões para serem respondidas. Por último, é trabalhado as Raízes de uma Equação do 2º Grau, de forma não diferente das demais, exemplos e em seguida, várias questões.

2.2 Nossas conclusões dos três livros de Matemática que analisamos

Percebemos que os livros trazem vários pontos em comum além do conteúdo. Eles Abordam de forma bem direta, seguindo uma determinada ordem: Conceitos; Exemplos; e Exercícios. Estratégias de ensino eficazes, a exemplo da Resolução de Problemas, entre outras, são deixadas de lado, dando prioridade mesmo para uma forma de ensino mais tradicional. Pouco foi visto a respeito de questões desafiadoras, instigantes, atrativas, pois na maior parte o que predominou foram questões básicas.

Diante de nossas observações, podemos refletir cada vez mais acerca do livro didático dentro do ensino da Matemática. Constatamos que cada um desses livros são ferramentas importantes, pois possibilita o professor ter um bom suporte teórico, porém, quando o professor se prende demais ao livro didático, tendo apenas ele como ferramenta de apoio ao ensino, infelizmente esse ensino pode se tornar mecanizado e até mesmo bastante cansativo.

Nós, futuros professores/mediadores, precisamos buscar fazer com que o livro didático não seja tão somente a única ferramenta de apoio ao ensino que existe, devemos ir mais além, utilizando outros tipos de ferramentas. A Tecnologia Digital, por exemplo, é algo muito importante e necessário dentro do ensino em nossa atualidade, propiciando momentos diferenciados, inovadores, divertidos entre professor e aluno. Podemos trabalhar também com a interdisciplinaridade, bem como, jogos didáticos, a metodologia de Resolução de Problemas, dentre outras metodologias ativas.

2.3 Equação do 2º Grau e suas Propriedades

Quando estamos trabalhando em sala de aula sobre Equação do 2º grau, aprendemos que esse tipo de equação possui uma incógnita sendo escrita da forma $ax^2 + bx + c = 0$, sendo **a**, **b** e **c** números reais, porém, temos o **a** diferente de 0 ($a \neq 0$).

De acordo com Dante (2012) “Toda equação com uma incógnita, que pode ser escrita da forma $ax^2 + bx + c = 0$, com **a**, **b** e **c** números reais e $a \neq 0$, é chamada de equação do 2º grau”. Para Garcia Gay (2014) “Equações do 2º grau com apenas uma incógnita x são aquelas que podem ser escritas como uma equação equivalente da forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que, **a**, **b** e **c** são números reais e $a \neq 0$ ”. De acordo com Júnior e Castrucci (2018), “Denomina-se equação do 2º grau na incógnita x toda equação da forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que, **a**, **b** e **c** são números reais e $a \neq 0$ ”.

Esses conceitos foram retirados de livros didáticos produzidos como vimos antes, por autores diferentes e que foram lançados para serem trabalhados em sala de aula em anos letivos

diferentes, porém, o modo como eles foram abordados é muito semelhante. Desse modo, percebemos que esse conceito trabalhado em sala de aula entre professor de matemática e aluno é muito importante, pois é peça chave para entendermos de fato o que é uma equação do 2º grau, porém, muitos professores deixam de apresentar outros fatores que também são importantes, pois se limitam apenas ao livro didático, exemplos e exercícios, deixando de lado, a sua aplicabilidade em nosso dia a dia, nem tão pouco nos é apresentado ou nos é questionado o motivo para qual o a deve sempre ser diferente de 0 , bem como, não investigamos sobre o surgimento da fórmula de Bhaskara e porque tal fórmula é o método mais usado para chegar a uma solução final, quando trabalhamos com questões a respeito desse conteúdo.

A seguir, faremos a resolução de uma questão retirada do livro didático produzido por Dante (2012, p. 46). Os alunos resolveriam passo a passo seguindo o exemplo que o livro apresenta. A seguir apresentamos essa resolução.

Exercício: Resolva a equação.

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

Resolução:

$$a = 3$$

$$b = -2$$

$$c = -1$$

Descobrimos o valor de Delta, temos:

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1)$$

$$\Delta = 4 + 12$$

$$\Delta = 16$$

Agora vamos descobrir os valores de x:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 3}$$

$$x = \frac{2 \pm 4}{6}$$

$$x' = \frac{2 + 4}{6} \Rightarrow x' = \frac{6}{6} = 1$$

$$x'' = \frac{2 - 4}{6} \Rightarrow x'' = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

Nesse pequeno exemplo, utilizamos conhecimentos básicos sobre equação do 2º grau, onde primeiro descobrimos o valor de Delta, em seguida, o valor encontrado utilizamos na fórmula de Bhaskara e assim, encontramos as duas raízes reais da equação. Na grande maioria das vezes, os alunos simplesmente seguem esse passo a passo em busca da solução e quando fazem, eles mesmos e também uma boa parte dos professores consideram que o aluno está apto a aprender um novo conteúdo. Infelizmente o aluno aprende de uma forma mecanizada, sendo condicionado a seguir apenas esse caminho.

Porém, há muita coisa por trás de tudo isso, por exemplo, muitas vezes o aluno não sabe de onde vem a fórmula de Bhaskara, apenas sabe que tem que utilizá-la e ponto final. Mas vamos dar continuidade a nossa pesquisa bibliográfica, falando um pouco sobre essa fórmula, o motivo pelo qual o a deve ser diferente de 0 , bem como, suas aplicabilidades, dentre outras coisas. Enfim, vamos agora fazer matemática, trazendo um pouco da história e também, cálculos importantes para que possamos entender melhor esse cenário que mistura teoria e prática, ambas importante para o desenvolvimento da aprendizagem do aluno.

Vamos começar falando um pouco sobre Bhaskara, esse grande matemático indiano que nasceu por volta do ano de 1114 na cidade de Vijayapura. Graças a seu pai que era astrônomo, ele teve desde cedo contato com a astronomia e também a matemática. Foi um grande especialista nos estudos acerca da Álgebra, levando o mesmo a pesquisar cada vez mais sobre equações e sistemas numéricos. Ele escreveu três importantes obras, "Lilavati", "Bijaganita" e "Siddhantasiromani". Faleceu em Ujjain na Índia, no ano de 1185.

Para demonstrarmos como se chega ao resultado final da fórmula de Bhaskara, utilizaremos de início, definição geral que já vimos anteriormente, logo:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

O a deve ser sempre diferente de 0 , pois assim podemos garantir que o termo ax^2 exista e assim, a equação ela possa ser do 2º grau, caso contrário, seria uma equação do 1º grau. Dando continuidade à nossa demonstração, dividimos todos os coeficientes da equação por a .

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Passamos então a constante para o segundo membro, ou seja, colocamos essa constante depois da igualdade.

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Precisamos fazer com que o lado esquerdo da equação seja um quadrado perfeito, logo, iremos adicionar o quadrado de $\frac{b}{2a}$ aos membros da equação.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Agora simplificamos os lados da equação.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Fazemos então, o processo de extração da raiz quadrada de cada membro da equação.

$$x + \frac{b}{2a} = +\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \text{ ou } x + \frac{b}{2a} = -\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

Já que estamos procurando duas raízes para a equação do 2º grau.

$$x' = -\frac{b}{2a} + \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \text{ ou } x'' = -\frac{b}{2a} - \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

Podendo ser escrita também como:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Logo, encontramos a fórmula de Bhaskara, utilizada no processo de resolução de equação do 2º grau.

Mas não é só isso, vale lembrar que o “delta” é o discriminante da equação, sendo que, o seu valor determina quantas raízes reais a equação irá possuir.

$\Delta > 0$, a equação possui duas raízes reais distintas;

$\Delta < 0$, a equação não possui raízes reais;

$\Delta = 0$, a equação possui apenas uma única raiz real, ou, duas raízes reais iguais.

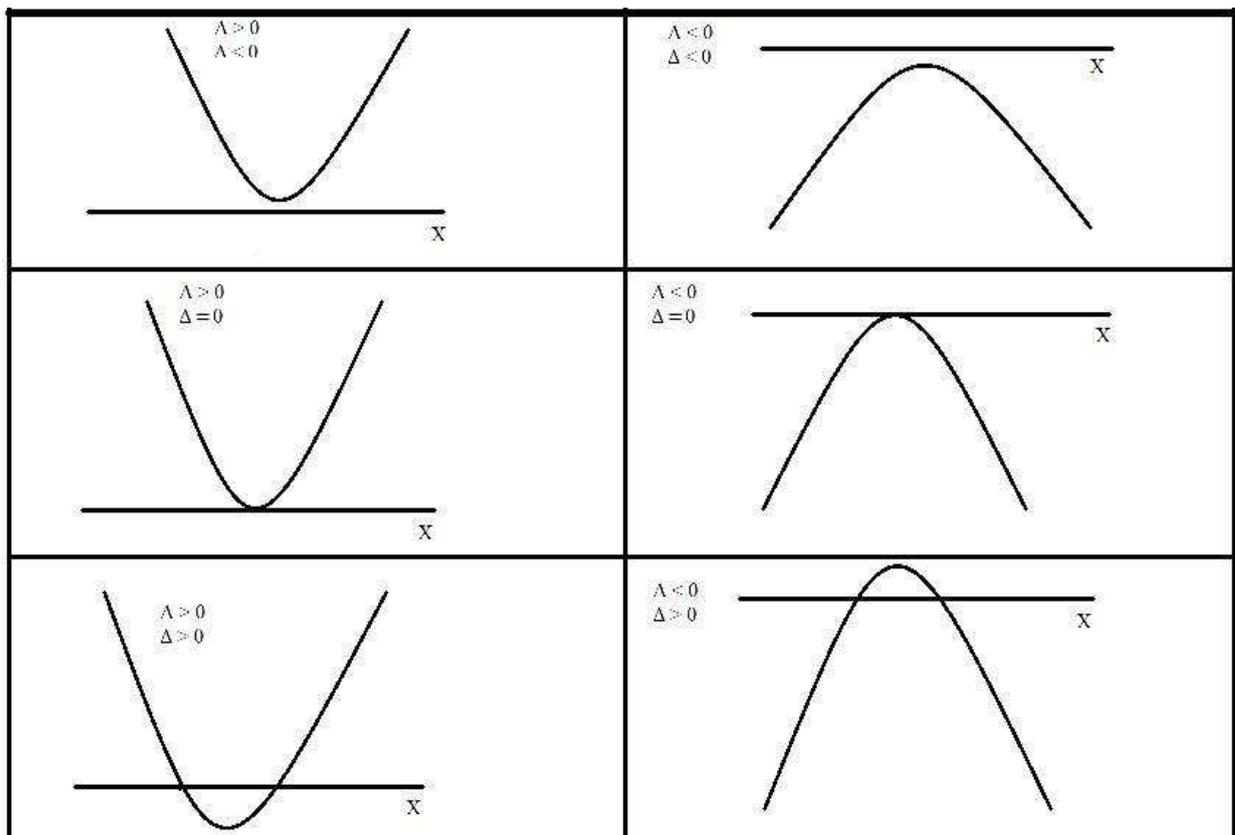
Vale salientar que uma raiz em uma equação do 2º grau, nada mais é do que números que quando substituimos no lugar da incógnita x , obtemos a igualdade $0 = 0$ e quando isso acontece, esse número é uma de suas raízes.

Já que estamos falando de Equação do 2º grau, vamos agora falar um pouco também sobre gráfico, vértice da parábola, a relação existente entre uma equação do 2º grau, bem como, falaremos também, sobre sua aplicabilidade.

Não poderíamos falar de gráfico, sem antes, fazer uma breve explanação do que é uma função quadrática. De antemão, precisamos entender que uma função quadrática é equivalente a uma equação do 2º grau. Uma função $f: R \rightarrow R$ é chamada do 2º grau, tais que, $f(x) = ax^2 + bx + c$ com **a**, **b** e **c** números reais e **a** $\neq 0$.

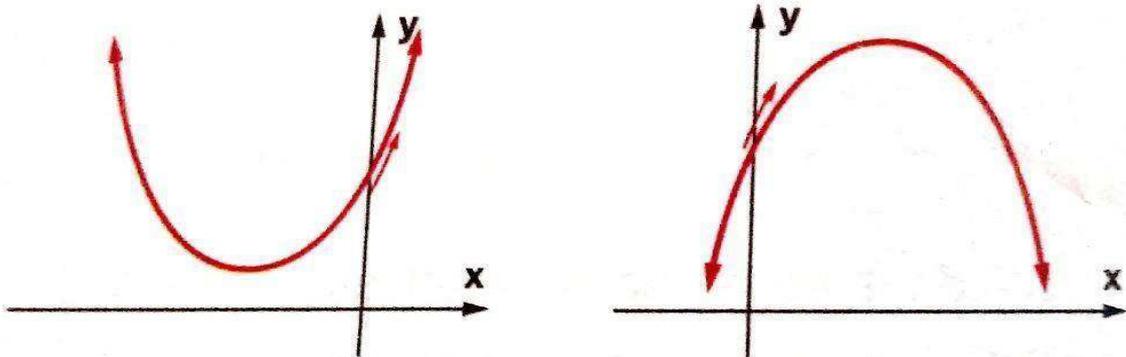
Cada coeficiente desse, cumpre um determinado papel dentro dessa função, inclusive na hora de elaborarmos o gráfico. O coeficiente **a** está intimamente ligado com a concavidade da parábola, podendo ser ela voltada para cima, com o $a > 0$, ou voltada para baixo quando o $a < 0$.

Para fazermos a construção de um gráfico envolvendo esse conteúdo, precisamos analisar não só os coeficientes, mas também, o valor do “delta”. Se o “delta” for maior que zero ($\Delta > 0$) sabemos que a equação possui duas soluções distintas, ou seja, a função terá duas raízes reais diferentes, sendo que, a parábola interceptará o eixo (x) que é o eixo das abcissas, em dois pontos. Com o “delta” igual a zero ($\Delta = 0$) a função do 2º grau contará com uma única raiz real, sendo que, a parábola passará no eixo x, em apenas um ponto. Já quando o delta for menor que zero ($\Delta < 0$) a função não passará pelo eixo (x).



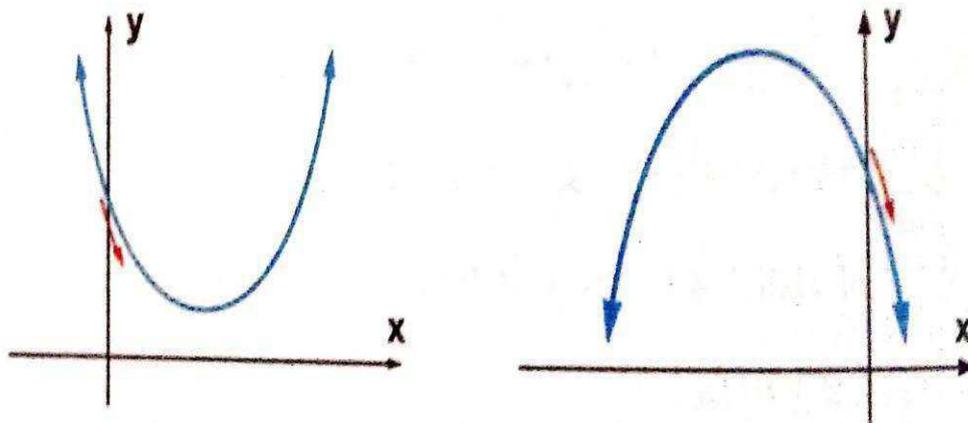
Fonte: Construção própria

Dando continuidade, o coeficiente b nos mostra se a parábola intercepta o eixo (y) no sentido crescente com $b > 0$.



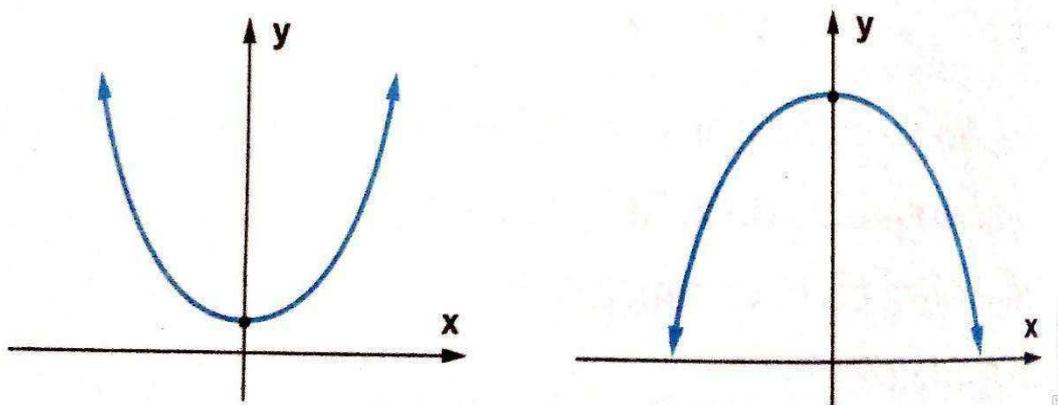
Fonte: Luiz Roberto Dante – Projeto Telaris.

Quando $b < 0$, a parábola intercepta o eixo (y) no sentido decrescente.



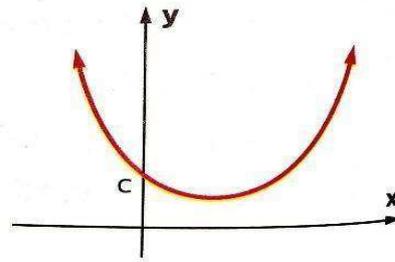
Fonte: Luiz Roberto Dante – Projeto Telaris.

Já quando o $b = 0$, a parábola intercepta o eixo (y) em seu vértice.



Fonte: Luiz Roberto Dante – Projeto Telaris.

O coeficiente c nos mostra onde a parábola intercepta o eixo y



Fonte: Luiz Roberto Dante – Projeto Telaris.

Vamos falar um pouco sobre vértice da parábola. Para calcularmos o vértice de uma parábola, geralmente utilizamos as seguintes fórmulas.

$$Xv = -\frac{b}{2a}, Yv = -\frac{\Delta}{4a}$$

Faremos a demonstração do desenvolvimento dessas fórmulas. Para encontrarmos a coordenada Xv , calculamos a média entre as seguintes raízes.

$$x1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Como vamos calcular a média, somamos essas raízes e dividimos por dois, que é a quantidade de raízes que temos para trabalhar.

$$Xv = \frac{\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \left(\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right)}{2}$$

$$Xv = \frac{\frac{-b + \sqrt{\Delta} - b - \sqrt{\Delta}}{2a}}{2}$$

$$Xv = \frac{\frac{-b - b}{2a}}{2}$$

$$Xv = \frac{\frac{-2b}{2a}}{2}$$

Para continuarmos, repetimos a primeira fração e multiplicamos ela pelo inverso da segunda fração.

$$Xv = \frac{-2b}{2a} \cdot \frac{1}{2}$$

$$Xv = \frac{-2b}{4a}$$

$$Xv = \frac{-b}{2a}$$

Para encontrarmos o Yv , substituímos o valor de Xv na função $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$Yv = a \cdot \left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b \cdot \left(\frac{-b}{2a}\right) + c$$

$$Yv = a \cdot \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$Yv = \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$Yv = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c$$

Para prosseguirmos, realizamos o Mínimo Múltiplo Comum, o famoso MMC, dos denominadores. No nosso caso, ao fazermos esse processo, obtemos $4a$. Assim:

$$Yv = \frac{b^2}{4a} - \frac{2b^2}{4a} + \frac{4ac}{4a}$$

$$Yv = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a}$$

$$Yv = -\frac{b^2 + 4ac}{4a}$$

$$Yv = -\frac{\Delta}{4a}$$

Uma velha frase interrogativa conhecida dentro da sala de aula, durante uma aula de matemática, geralmente é a seguinte: “Mas para que isso vai me servir, professor?” Infelizmente, essa frase pode “pegar” o professor de surpresa, contribuindo para que os alunos se relacionem cada vez menos com a matemática. Dar significado ao que fazemos é importante, logo, com a matemática não poderia ser diferente. Em se tratando de aplicações de uma equação do 2º grau, podemos começar falando sobre o movimento de um projétil, por exemplo. Quando jogamos uma pedra ou um determinado objeto em um rio ou lago, podemos notar que a trajetória desse objeto seja uma “curva”, que em linguagem matemática, podemos chamá-la de parábola, usando os conhecimentos tanto de função do 2º grau, quanto de equação do 2º grau.

Precisamos saber o valor de “delta” para calcularmos por exemplo, a altura máxima atingida em um lançamento de um projétil, sendo que, precisamos calcular também, a equação formada, para que possamos descobrir o ponto de chegada e de partida desse projétil. Temos

também o uso da equação do 2º grau dentro da engenharia. Um exemplo bem interessante é quando observamos o formato de algumas pontes. Vamos especificar a ponte Juscelino Kubitschek, localizada na cidade de Brasília-DF. Essa ponte possui três arcos, logo, possui três parábolas, assim, envolvendo o cálculo de equações do 2º grau, dentro de funções do 2º grau. Dentro da geometria, temos o estudo de área, algo muito importante e que sempre nos deparamos em nosso dia a dia. Dentro da área administrativa, pode ser utilizada para saber o lucro de uma empresa. Podemos usar também uma equação do 2º grau, para calcularmos o Índice de Massa Corpórea de uma determinada pessoa, o velho IMC. De modo geral, uma equação do 2º grau está mais presente no nosso dia a dia do que imaginamos, sendo essencial para nós. É preciso que possamos dar uma atenção maior a esse conteúdo e que ela não seja vista apenas como mais um conteúdo que o aluno simplesmente tem que aprender e ponto final.

2.4 Equações do 2º Grau Incompletas

Quando trabalhamos com equação do 2º grau, não podemos deixar de trabalharmos também na sua forma incompleta. Mas o que seria uma equação do 2º grau incompleta? É quando a equação se encontra com valores de **b** e/ou **c** iguais a zero.

Quando nosso **b** é igual a zero e o **c** diferente de zero a equação é da forma $ax^2 + c = 0$.

Vejamos um exemplo que retiramos do livro de Dante (2012, p. 37) que diz o seguinte: “Resolva em seu caderno as equações incompletas abaixo usando números reais”.

Escolhemos a alternativa **a**, que traz a equação $4x^2 - 100 = 0$, como exemplo e vamos começar a resolução desse exemplo, isolando o $4x^2$. Nesse caso, o número 100 passa para o segundo membro positivo, obtendo uma nova equação:

$$4x^2 = 100$$

Agora isolamos o x^2 , ou seja, passamos o número 4 para o segundo membro como denominador do número 100, logo, ele passa dividindo.

$$x^2 = \frac{100}{4}$$

$$x^2 = 25$$

Como queremos encontrar o valor de x e não o valor de x^2 , obtemos: $x = \pm \sqrt{25}$ ou seja, $x = \pm 5$. Podemos perceber que a equação possui duas raízes, $x = 5$ ou $x = -5$. Para conferirmos isso, basta substituímos o valor de x na equação inicial.

Vamos trabalhar agora com um exemplo de uma equação do 2º grau do tipo $ax^2 = 0$. Digamos que nossa equação é $6x^2 = 0$. Primeiramente precisamos passar o número 6 para o

segundo membro, ou seja, ele passará dividindo o zero. $x^2 = \frac{0}{6}$, logo, $x^2 = 0$. Como a raiz do número zero é o próprio zero, temos duas raízes iguais ou uma única raiz real. Mas, se trabalharmos também com questões do tipo $(x - 1)^2 = 4$, podemos utilizar outro método. Vejamos a seguir que método é esse.

Primeiramente eliminamos os parênteses, fazendo o desenvolvimento do mesmo e assim chegamos a uma equação do 2º grau da forma completa. $(x - 1)^2 = 4$. Logo, $x^2 - 2x + 1 = 4$. Igualando essa equação a zero, obtemos: $x^2 - 2x - 3 = 0$

A partir de agora, podemos encontrar o valor do “delta” e em seguida, utilizamos a fórmula de Bhaskara.

Porém, podemos resolver essa questão de uma forma diferente, sendo considerada até mais simples.

$(x - 1)^2 = 4$, a qual escrevemos como $(x - 1) = \pm \sqrt{4}$, ou seja, $(x - 1) \pm 2$. A partir disso, encontramos as raízes da equação.

$$x - 1 = 2, \text{ logo, } x = 3$$

Trabalhando com $x - 1 = -2$, podemos passar o número -1 para o segundo membro, passando a ser um número positivo, obtendo $x = -2 + 1$, obtendo, $x = -1$. Assim, as raízes da nossa equação serão 3 e -1 .

Outro tipo de equação do 2º grau incompleta é $ax^2 + bx + c = 0$, com **a** e **b** $\neq 0$ e o **c** = 0. Lembrando que o nosso **a** será sempre diferente de zero, como foi visto anteriormente. Vejamos a seguir, outro exemplo que retiramos do livro de Dante (2012, p. 39) que diz o seguinte: “Qual é o número que tem o dobro de seu quadrado igual a seu quadruplo?”

Como não sabemos ainda que número é esse, o chamamos de x . Logo, o quadrado desse número é x^2 e seu quadruplo será $4x$. Montamos agora toda a equação.

$$2x^2 = 4x$$

Passamos o $4x$ para o primeiro membro, ficando $-4x$ e igualamos a equação a 0.

$$2x^2 - 4x = 0$$

Para prosseguirmos, colocamos o x em evidência, pois ele é o fator comum que aparece em ambos os membros da equação. Lembramos aqui que a fatoração é uma simplificação de sentenças matemáticas, ou seja, podemos transformar tanto a soma quanto a subtração de expressões algébricas ou equações, em um produto composto por fatores. Assim:

$$x(2x - 4) = 0$$

Como o resultado de nosso produto é zero, logo, um de seus fatores é 0, o que significa dizer que o $x = 0$ ou $2x - 4 = 0$. Considerando o nosso $2x - 4 = 0$, obtemos:

$2x = 4$, ou seja, $x = \frac{4}{2}$, o que implica dizer que o nosso $x = 2$. Encontramos assim as raízes da equação.

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nesse capítulo abordaremos artigos, livros e documentos nacionais que norteiam a educação brasileira a exemplo dos PCN's, PCN+ Ensino Médio, e Orientações Curriculares como base teórica para se falar sobre Resolução de Problemas. Diante disso, buscamos falar sobre as transformações que a Educação Matemática passou e como iniciou a discussão sobre a Resolução de Problemas enquanto metodologia de ensino e a importância que ela exerce no ensino da Matemática não só no Brasil, mas pelo mundo todo, destacando como ela coloca o professor e aluno dentro do processo de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, apresentando as dificuldades que professor e aluno pode encontrar para se trabalhar através dela.

3.1 A Educação Matemática e os Documentos para o Ensino

A Educação Matemática vem sendo definida não só como um ramo da Matemática, nem tão pouco apenas uma especialização dela. Suas características vão muito além disso. Podemos defini-la como um estudo e técnicas mais eficientes de se ensinar Matemática, estudos de ensino e aprendizagem e até mesmo metodologia de seu próprio ensino. Considerando a Educação Matemática no âmbito do ensino, podemos denominar como uma tendência que vai bem mais além do que a transmissão de conhecimentos, isso, numa perspectiva de Matemática para todos.

A matemática é de fundamental importância, dentro de todos os âmbitos de uma sociedade. Conhecê-la, é algo essencial, não só pelo fato de que em situações do nosso dia a dia, precisaremos de conhecimentos matemáticos, mas também, por ela nos proporcionar a oportunidade de desenvolvermos ideias, visões, se integrando no meio social, inclusive, nos auxiliando em nossa própria formação. Os PCN+ Ensino Médio - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, nos traz a importância do conhecimento matemático.

Em nossa sociedade, o conhecimento matemático é necessário em uma grande diversidade de situações, como apoio a outras áreas do conhecimento, como instrumento para lidar com situações da vida cotidiana ou, ainda, como forma de desenvolver habilidades de pensamento (BRASIL, 1998, p. 111).

As Orientações Curriculares Nacionais (Brasil, 2006), mostram algo que infelizmente ainda se perpetua em nossa sociedade, em nossas salas de aula que é a desvalorização do ensino de matemática. Essa desvalorização se dá, devido à grande ideia que se solidificou na mente de grande parte não só dos alunos, mas de uma sociedade em geral, de que o ensino de matemática se dá pela transmissão de conhecimento do professor para o aluno, utilizando como método

para tal, a repetição. Aqui, professor fala, mostra conceitos, exemplos e o aluno, repete tudo que ele viu e ouviu. Algo que abrange muitos alunos ao mesmo tempo, porém, se faz necessário a presença de alunos dispostos a aprender, alunos motivados.

Sobre o processo de ensino e aprendizagem, uma primeira corrente, historicamente a mais presente nas nossas salas de aula de Matemática, identifica ensino com transmissão de conhecimento, e aprendizagem com mera recepção de conteúdos. Nessa concepção, a aprendizagem é vista como um acúmulo de conhecimentos, e o ensino baseia-se essencialmente na “verbalização” do conhecimento por parte do professor. Se por um lado essa concepção teórica apresenta a vantagem de se atingir um grande número de alunos ao mesmo tempo, visto que a atividade estaria a cargo do professor, por outro lado demanda alunos bastante motivados e atentos à palavra do professor, o que não parece ser o caso para grande parte de nossos alunos, que estão imersos em uma sociedade que oferece uma gama de outras motivações (BRASIL, 2006, p. 80).

Como podemos observar, a Resolução de Problemas é algo que por muitos ainda é incompreendida, não tendo noção do seu real significado e sua real importância. Quando falamos nesse tema, o que se vem logo em mente é o de que Resolução de Problemas nada mais é do que o ato de solucionar questões propostas pelos professores em sala de aula, exigindo apenas conhecimentos prévios já apresentados. De acordo com Onuchic (1999, p. 1) "Até muito recentemente, ensinar a resolver problemas significava apresentar situação-problema e, talvez, incluir um exemplo com uma solução técnica específica".

Os Parâmetros Curriculares Nacionais, PCNs (1998), também abordam essa questão de o modo como grande maioria dos alunos enxergam a respeito da Resolução de Problemas.

A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. Desse modo, o que o professor explora na atividade matemática não é mais a atividade, ela mesma, mas seus resultados, definições, técnicas e demonstrações (BRASIL, 1998, p. 40).

A Resolução de Problemas, busca quebrar toda a imagem negativa feita sobre o ensino da Matemática, bem como, mostrar que esse ensino pode ser feito de forma diferenciada e produtiva, em que aluno e professor trabalhem lado a lado, dando importância aos problemas propostos em sala de aula, problemas que desafiem o aluno, que gerem criatividade e os façam pensar, mostrando como o professor deve conduzir as aulas, de maneira que envolva seus alunos com a Matemática, e assim, eles aprendam e façam Matemática a partir da busca pela solução e sejam participantes assíduos nesse processo de aprendizagem.

Os PCN's trazem essa importância da Resolução de Problemas para o ensino da matemática. De acordo com esse documento,

Em contrapartida à simples reprodução de procedimentos e ao acúmulo de informações, educadores matemáticos apontam a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática. Essa opção traz implícita a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução (BRASIL, 1998, p. 39-40).

As Orientações Curriculares Nacionais, abordam não só como muitos veem o ensino de Matemática, mas, mostram a importância de fazer esse ensino, através da Resolução de Problemas, sendo abordada como uma metodologia chave dentro do ensino-aprendizagem Matemática.

Uma segunda corrente, ainda pouco explorada em nossos sistemas de ensino, transfere para o aluno, em grande parte, a responsabilidade pela sua própria aprendizagem, na medida em que o coloca como ator principal desse processo. As ideias socioconstrutivistas da aprendizagem partem do princípio de que a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas. Essa ideia tem como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor. Dessa forma, caberia a este o papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático (BRASIL, 2006, p. 81).

Essas orientações, buscam nortear educadores, na tentativa de realizar um ensino mais didático, interativo, onde o professor não minimize a importância do aluno dentro da aprendizagem, mas, que ele faça do aluno, papel chave, peça central e essencial nesse processo. No trecho acima citado, podemos ver que a Resolução de Problemas é na sua essência, esse tipo de metodologia apontada como uma das importantes soluções possíveis para transformar o ensino de Matemática, em que o aluno, construa o seu próprio saber, através da mediação do professor.

3.2 A Resolução de Problemas como Metodologia

A Resolução de Problemas enquanto metodologia no ensino da Matemática, vem sendo discutida como um dos meios de extrema importância para se fazer Matemática dentro e fora da sala de aula. Assim, ela apresenta grande significado para a educação, pois oferece suporte à curiosidade dos estudantes, trazendo também situações que envolvem a realidade de cada um, abrindo novos caminhos para descobertas nos mais diversos níveis de escolaridade.

Sendo assim, trabalhar Matemática através da metodologia de Resolução de Problemas, pode possibilitar que os alunos desenvolvam um olhar mais interpretativo diante das situações propostas. Huanca e Almeida (2018) falam da relevância da Resolução de problemas, contribuindo em todos os âmbitos da vida do aluno. “Acreditamos que a “Metodologia de

Ensino e de Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas” possa colaborar decisivamente para formar cidadãos conscientes do papel social que desempenharão no futuro” (HUANCA; ALMEIDA, 2018, p. 3).

Essa metodologia que ao ser desenvolvida adequadamente, busca minimizar a visão errônea que se tem acerca da Matemática. Com isso, a Resolução de Problemas abre um leque de possibilidades no processo de ensino e aprendizagem, levando professor e aluno a trabalharem em conjunto, sem que um minimize a importância do outro, ou seja, nessa perspectiva os alunos são sujeitos ativos na construção do conhecimento e o professor um mediador do processo de aprendizagem.

Para Onuchic (1999), um bom caminho para o trabalho com matemática seria utilizar a metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. Nessa perspectiva, ela deve também propiciar ao educando ampliar conceitos sobre a Matemática e sua importância na resolução de situações diversas.

Nesse sentido, trabalhar essa perspectiva para o ensino de Matemática, pode ser bastante significativo, visto que, é uma metodologia que contribui para o desenvolvimento crítico e criativo dos alunos, entretanto, para que surtam resultados favoráveis é necessária boa base de conhecimentos prévios acerca dos conceitos matemáticos e um preparo adequado por parte do professor para inserção dessa nova prática nas suas aulas.

Falar sobre Resolução de Problemas, foi e ainda é algo que pode parecer simples, comum, todavia, vai bem mais além disso. É algo amplo, importante e que a cada dia vem ganhando notório espaço, dentro e fora da sala de aula.

Fazendo uma breve retomada cronológica acerca da Resolução de Problemas, Onuchic (1999, p. 201) “No início do século XX, o ensino de Matemática foi caracterizado por um trabalho apoiado na repetição, no qual o recurso à memorização dos fatos básicos (tabuadas) era considerado muito importante”. Nesse sentido, podemos entender que o ensino por repetição era considerado eficaz, pois se o aluno repetisse o que o professor havia explicado, ele sabia Matemática. No entanto, grande parte dos alunos esquecia o que já se tinha memorizado.

À medida que o tempo foi evoluindo, chegou a vez do ensino de Matemática feito por compreensão. Aqui, de acordo com Onuchic (1999, p. 201) “O aluno devia ‘entender’ o que fazia, mas, o professor falava, o aluno escutava e repetia, não participava da construção de seu conhecimento”. Essa era uma reforma no ensino da Matemática, que descartava a anterior, porém, os efeitos que causavam na aprendizagem era o mesmo efeito que o ensino causado por

repetição, um ensino ineficiente, onde poucos alunos “compreendiam” o que se estava trabalhando.

Nas décadas de 1960-1970, iniciou-se um movimento no ensino da matemática, não só no Brasil, mas em outros países do mundo, denominado Matemática Moderna. Onuchic (1999), enfatiza que:

Está reforma também deixava de lado as reformas anteriores. Apresentava uma matemática estruturada, apoiada em estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem e enfatizava a teoria dos conjuntos. Realçava muitas propriedades, tinha preocupações excessivas com abstrações matemáticas e apresentava uma linguagem matemática universal, concisa e precisa. Entretanto, acentuava o ensino de símbolos e uma terminologia complexa que comprometia o aprendizado. Nesta reforma o professor falava, porém, muitas vezes não seguro daquilo que dizia. O aluno não percebia a ligação que todas aquelas propriedades enunciadas tinham a ver com a matemática dos problemas e, principalmente, com a matemática usada fora da escola (ONUCHIC, 1999, p. 202-203).

Percebemos que o professor até aqui, foi considerado a única peça importante no que diz respeito a aprendizagem da Matemática, sendo o aluno, mero reprodutor do que seus professores “ensinavam”. Nessa última reforma, o professor muitas vezes era inseguro do que falava, contribuindo para que o aluno não compreendesse sobre a Matemática que ele “assistia” na escola, e que a mesma poderia ser encontrada também, em outros espaços fora da sala de aula, ou seja, havia a falta de uma ligação entre esses conteúdos e suas aplicabilidades. Onuchic e Allevalo (2011) destacam que:

Com o movimento de reforma chamado Matemática Moderna, vigente nos anos sessenta e setenta do século XX, o mundo foi influenciado por recomendações de ensinar Matemática apoiada em estruturas lógica, algébrica, topológica e de ordem, enfatizando a teoria dos conjuntos. O tratamento excessivamente abstrato, o despreparo dos professores para este trabalho, assim como a falta de participação dos pais de alunos, nesse movimento, fadou-o ao fracasso (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 78).

Mais uma vez, podemos perceber que esse movimento buscou “inovar” o ensino da Matemática não só no Brasil, mas em vários outros países, no entanto, muitos fatores importantes foram esquecidos, inclusive a falta de preparação dos professores e também, a ausência da participação dos pais.

Segundo Onuchic (1999, p. 204), em 1980 foi publicado um documento do NCTM, em inglês, National Council of School Mathematics. Tal movimento em prol do ensino de matemática, denominado “An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980’s”. O documento faz com que haja uma união em prol do ensino de Matemática.

Dentro dessas recomendações, a primeira delas em especial, destaca que

resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar dos anos 80 e que o desenvolvimento da habilidade em resolução de problemas deveria dirigir os esforços

dos educadores matemáticos por toda essa década e que o desempenho em saber resolver problemas mediria a eficiência de um domínio pessoal e nacional, da competência matemática. (ONUChIC, 1999, p. 204).

Muitos autores que falam a respeito do tema, trazem a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, peça chave na tríade ensino-aprendizagem-avaliação. Sendo vista também, como um importante campo de pesquisa dentro da Educação Matemática. Ela traz dentro de si, um novo conceito de ensinar Matemática, priorizando o fazer matemático, fazendo com que não só o professor, mas também o aluno, seja peça fundamental nesse processo de ensino-aprendizagem-avaliação, bem como, os problemas matemáticos caracterizam-se por serem um dos primeiros passos para se fazer matemática. Onuchic (1999, p. 207) enfatiza que "ao ensinar Matemática através da Resolução de Problemas, os problemas são importantes não somente como um propósito de se aprender matemática, mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso".

Para Onuchic e Allevato (2011), a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação, é algo que está intimamente ligado, sendo desenvolvidas através da Resolução de Problemas. Desse modo, o problema passa a ser um gerador de conhecimento, através dele, possibilitando os alunos a formalizarem novos conceitos, novos caminhos em busca de soluções, gerando também, novos conteúdos.

Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos (ONUChIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

Quando falamos em ensino da Matemática, muitos ainda entendem por apresentação de conceitos a respeito dos conteúdos abordados em sala de aula, exemplos já resolvidos anteriormente com a ajuda do professor, utilizando todas as fórmulas e regras que cada conteúdo trás e por último, exercícios de fixação. Essas etapas concluídas, logo, consideram que o aluno está apto a “aprender” um novo conteúdo, pois, o conteúdo visto anteriormente, já foi dominado. A Resolução de Problemas é totalmente contrária a isso.

Rodrigues e Magalhães (2011), falam que:

A Resolução de Problemas é uma metodologia de ensino de Matemática muito eficaz, pois propicia uma mobilização de saberes no sentido de buscar a solução. Nessa busca, o aluno aprende a montar estratégias, raciocinar logicamente e verificar se sua estratégia foi válida (RODRIGUES; MAGALHÃES, 2011, p. 1).

Nesse sentido, o ensino de Matemática, através da metodologia da Resolução de Problemas, é algo muito atrativo, pois permite ao aluno uma busca eficaz para a solução dos

problemas propostos, fazendo com que o aluno não só raciocine logicamente, como também, passa a ser um importante formador de seu próprio conhecimento.

Destacamos o que diz Malta e Lopes (2018) em seu livro “Ensino de Matemática Através da Resolução de Problemas: Uma oportunidade para Tomada e Retomada de Conteúdos Pela Construção e Avaliação de Portfólios.

A resolução de problemas é, sem dúvida, uma alternativa metodológica reconhecida na Educação Matemática e um conteúdo a ser desenvolvido. Cabe destacar que ela é ao mesmo tempo conteúdo e metodologia: Aprende-se a resolver problemas resolvendo-os (MALTA; LOPES, 2018, p. 12).

Nesse viés, podemos destacar que a Resolução de Problemas, pode ser vista não só como uma metodologia no ensino da Matemática, podendo ser também ao mesmo tempo, um conteúdo, dando a oportunidade ao aluno que ao mesmo tempo que resolve problemas, ele também venha a aprender com cada resolução, ou seja, o processo que o aluno leva em busca das soluções, é essencial, contribuindo para um ensino cada vez mais eficaz.

Porém, esses problemas devem ser selecionados a dedo, tendo em vista, que eles devem causar no aluno uma certa curiosidade, despertando a atenção do mesmo para a Matemática. A metodologia da Resolução de Problemas, considera o problema como sendo fundamental, pois todo o processo na busca da solução dele, faz toda a diferença, o aluno é desafiado a aprender e assim, o ensino se torna algo proveitoso.

Mais uma vez, indo de acordo com o que fala os PCN+ Ensino Médio - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, a Resolução de Problemas é algo que faz com que o aluno possa se envolver com o problema e a partir disso, ele pode desenvolver seus pensamentos e pôr em prática o que aprenderam. Simples exercícios, não proporcionam isso ao aluno, pelo contrário, faz com que eles se apeguem a mecanização do processo de aprendizagem, utilizando os conceitos e regras apresentados, dessa forma, não estimula o aluno a usar sua criatividade.

A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Essa competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos, pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas (BRASIL, 1998, p. 112).

3.3 Percursos e Dificuldades em relação a utilização da Resolução de Problemas

Vamos falar agora um pouco da importância do percurso que o aluno leva para chegar à solução de determinado problema. Destacamos mais uma vez a fala de Malta e Lopes (2018),

que falam a respeito dos percursos que o aluno utiliza para se chegar à determinada solução, onde o mesmo, pode refletir acerca da mesma, do seu pensamento, aprendendo com tudo isso.

Atualmente destaca-se também a comunicação da solução encontrada como uma importante etapa, chamada plenária, que oportuniza, ao sujeito, pensar sobre o seu pensamento (metacognição) e, aos ouvintes, ampliar seu repertório de resolução. Conhecer a resposta para um dado problema é importante, mas, em termos de aprendizagem, saber como se chega a ela é tão importante quanto. Os envolvidos na plenária são desafiados a pensar sobre as diferentes estratégias adotadas, e a discussão enriquece a aula de Matemática e amplia o conhecimento acerca da Matemática. Não é o professor que está impondo um saber, ele é o mediador das discussões e aquele que confrontará as diferentes maneiras de se pensar o problema e a forma de se chegar a um resultado. Todos os envolvidos ganham com a discussão (MALTA; LOPES, 2018, p. 12).

Nesse caminho, o professor não atua como dono do saber, mas, sendo um mediador importante, diante dessas discussões, instigando o aluno a cada vez mais pensar, fazendo com que eles vejam as diferentes maneiras de se chegar a um determinado resultado. Com tudo isso, professor e aluno caminham lado a lado, sem que um, minimize a importância do outro. Mais uma vez, a Resolução de Problemas é tida como uma ótima opção como forma de ensino de matemática, sendo responsável por fazer com que todo o processo de aprendizagem seja importante, e não somente a resposta obtida.

É preciso que nós, futuros professores de Matemática, bem como, os professores já em exercício, tenhamos a preocupação em dar significado há essa ciência, ou seja, mostrarmos onde essa Matemática que é vista em sala de aula e que ela pode e é necessária à sua utilização fora dos espaços educacionais, apresentando assim, possíveis situações que precisarão desse conhecimento matemático. É de suma importância também, a forma como o professor conduz o processo de ensino-aprendizagem, pois, devemos fazer com que esse processo seja algo que venha a ter efeitos positivos, alcançando os objetivos desejados. Com isso, cabe a nós, desenvolvermos ideias que façam com que o aluno venha a aprender Matemática, não ficando apenas no papel, pondo em prática toda essa aprendizagem.

Trabalhar todo o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, utilizando a Resolução de Problemas como metodologia para isso, é algo também desafiador. Essa metodologia de ensino faz com que não só o aluno, mas também, o professor, sejam desafiados a investigar, a aprender, pois, o professor precisa estar preparado, seguro, do que pretende trabalhar em sala, levando em consideração também, as situações adversas que podem surgir. Onuchic e Junior (2016), tratam a respeito da importância da leitura, um processo importante para o ensino de matemática, dentro da Resolução de Problemas.

De acordo com os autores:

A leitura é uma atividade essencial quando se decide pela prática da Resolução de Problemas. É, através dela, que o aluno se envolve com o problema, ou não”. Por isso tratamos da leitura reflexiva e sempre crítica, onde os alunos conseguem entender o que lhes fora proposto e inferir o que pode ser alcançado pela resolução do problema, associando seus conhecimentos prévios e visualizando os conceitos relacionados (ONUCHIC; JUNIOR, 2016, p. 29).

Um problema matemático, visto, interpretado de forma incorreta, é algo que chega a atrapalhar esse processo. Com isso, é preciso estimular os alunos a fazerem a leitura do problema, de forma reflexiva. A leitura é de suma importância dentro da Resolução de Problemas, sendo o primeiro passo para provocar o pensamento do aluno, chamando o mesmo para a matemática, familiarizando-o com o problema proposto. Voltando a falar sobre a Resolução de Problemas, no ensino da Matemática, Huanca e Assis (2018) dizem o seguinte:

Acreditamos que a resolução de problemas cabe em todas as salas de aula, pois não é uma atividade paralela ou posterior ao ensino, e não está associada a determinados níveis de escolaridade ou a necessidade de aprofundamento de um tema, mas perpassa todas as áreas do conhecimento, no papel de agente ativo na construção deste conhecimento (HUANCA; ASSIS, 2018, p. 81).

Desse modo, podemos entender melhor a importância da Resolução de Problemas dentro da matemática, sendo uma metodologia que pode ser aplicada aos mais diversos níveis de escolaridade, caminhando lado a lado com o ensino, tornando esse ensino cada vez mais eficaz. O PCN+, abordam a questão da importância do problema matemático, proporcionando um ensino cada vez mais eficaz

Na Resolução de Problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido. Isso não significa que os exercícios do tipo “calcule...”, “resolva...” devam ser eliminados, pois eles cumprem a função do aprendizado de técnicas e propriedades, mas de forma alguma são suficientes para preparar os alunos tanto para que possam continuar aprendendo, como para que construam visões de mundo abrangentes ou, ainda, para que se realizem no mundo social ou do trabalho (BRASIL, 1998, p. 113).

Cada situação que leva o aluno a investigar, pensar, ser criativo, é de suma importância na aprendizagem matemática. O ensino de Matemática, através da Resolução de Problemas, trabalha com o aluno as mais diversas situações, fazendo deles, autores de sua aprendizagem. Se faz uso de verdadeiros desafios que deem vida a Matemática e mostrem sua real importância e sua aplicabilidade.

Ao falarmos de Resolução de Problemas, falamos também de dificuldades existentes para se utilizar essa metodologia de ensino-aprendizagem. Até aqui, mostramos como a Resolução de Problemas é vista, sua importância e percurso, no entanto, é preciso mostrarmos

essas dificuldades que sabemos que existem. Em primeiro lugar, é preciso que o professor de Matemática que se dispõe a trabalhar através dessa metodologia, dispor de um bom tempo de preparação para suas aulas, algo que grande maioria dos professores de Matemática não tem, visto que, muitos trabalham em duas escolas, além, das atividades, dentre outras coisas que necessitam de serem feitas em suas residências. Temos professores também, que ainda se perpetua em sua mente, que os alunos podem aprender utilizando apenas o processo de repetição, memorizando conceitos, fórmulas e regras.

De acordo com Nunes e Costa (2016) ainda hoje, apesar das alternativas para um trabalho diferenciado, há professores que ensinam Matemática considerando que os alunos aprendem unicamente pela repetição e memorização de ideias matemáticas.

Uma das dificuldades existentes é a de que o professor precisa saber o que se quer trabalhar, precisa estar preparado para viver aquela experiência em sala de aula.

Portanto, o professor deve ter em mente os objetivos que deseja alcançar para que possa fazer o uso adequado da resolução de problemas, seja para aplicar alguma técnica ou conceito desenvolvido, trabalhar com problemas abertos nos quais há mais de uma solução possível, suscitando o debate e a argumentação em defesa de cada resolução, trabalhar com problemas gerados a partir de situações de jogo ou da interpretação de dados estatísticos. A seleção do problema deverá ser decorrente dos objetivos a serem alcançados (RODRIGUES; MAGALHÃES, 2011, p. 5).

Saber escolher problemas que levem o aluno a pensar, a buscar a solução do mesmo de forma diferenciada, propiciar ao aluno, desenvolver estratégias, buscar vários caminhos de resolvê-lo, levando em conta sua realidade e seu raciocínio, considerando também os erros, é algo muito desafiador para o professor.

É necessário ele sair de sua zona de conforto e enfrentar o novo, entrar em uma zona de risco, onde ele deve ter o bom domínio do conteúdo, conhecer de fato como se trabalhar através da Resolução de Problemas, para então saber aplicar essa situação problema em sala de aula, algo que exige em sua maioria, uma grande parcela do seu tempo e também muita preparação.

Segundo Onuchic (1999), o problema não deve ser tratado como um caso isolado, mas como um passo para alcançar a natureza interna da Matemática, assim como seus usos e aplicações. Ela afirma que problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que, procuramos resolver. Percebemos que o professor deve ter em mente os objetivos que se pretende alcançar, para então, começar a utilizar a Resolução de Problemas em sala. Através dessa metodologia, pode ser implantado técnicas, ou até mesmo trabalhar com problemas abertos, onde há mais de uma solução possível, promovendo também o debate entre professor e alunos acerca das soluções encontradas e dos caminhos utilizados.

Onuchic e Allevato (2011), destacam a importância do professor saber escolher um problema, pois esse problema deve trazer ao aluno uma curiosidade a mais, fazendo com que ele busque solucioná-lo das mais diversas formas possíveis, passando também, a ser um aluno criativo e o aluno precisa ser o maior responsável pela sua aprendizagem. Quanto ao professor, é preciso que ele esteja ciente de que ele é um mediador entre o aluno e o conhecimento e não o centro das atividades, dando ao aluno esse papel, fazendo com que eles cumpram isso de forma proveitosa.

Fundamentar a Resolução de Problemas nessas concepções, e implementar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, exige do professor e dos alunos novas posturas e atitudes com relação ao trabalho em sala de aula. O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

O problema, dentro da Resolução de Problemas, é visto como um dos maiores geradores de importantes discussões dentro da sala de aula, levando o aluno a criar caminhos diferentes em busca da solução e aprendendo com isso. O problema é também, uma das maiores dificuldades que um professor de matemática enfrenta ao abordar conteúdos através dessa metodologia.

Os PCN's, enfatizam a importância de um problema bem fundamentado, que leve o aluno a encontrar diversos caminhos até a solução, que ele aprenda com todo esse processo. Inclusive mostra como deve ser um problema, as características que um problema deve possuir, para que assim, ele cumpra o papel de instigar o aluno a buscar a solução e ser autor de sua aprendizagem.

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.

Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução.

O que é problema para um aluno pode não ser para outro, em função dos conhecimentos de que dispõe.

Resolver um problema pressupõe que o aluno:

- elabore um ou vários procedimentos de resolução (como realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- compare seus resultados com os de outros alunos;
- valide seus procedimentos. (BRASIL, 1998, p. 41).

Muitos professores e alunos esquecem a importância de um problema, dentro do ensino da Matemática. Infelizmente, existe ainda uma confusão, entre exercício e problema. O

exercício apenas exige do aluno, conhecimentos prévios como fórmulas e regras, para serem solucionados. Já os problemas, levam o aluno a pensar, a ser um ser crítico pensante e instiga seu espírito de aventura, fazendo com que eles sejam um construtor de suas próprias ideias e conhecimentos. O problema é uma grande ferramenta dentro do ensino-aprendizagem da Matemática.

4 O USO DO GEOGEBRA NAS AULAS DE MATEMÁTICA

As tecnologias digitais são de grande importância para todos nós, pois nos dá suporte nas mais diversas situações do nosso cotidiano, além de nos manter informados, bem como, interligados com o mundo. Meios tecnológicos como o rádio ou a tv possuem grande importância no que diz respeito a informação, entretenimento, dentre outros. Porém, os meios tecnológicos mais frequentes em nossa atualidade, são os celulares e também os tablets e é claro que com todo esse avanço tecnológico, a educação não poderia deixar de firmar parceria com os mais diversos tipos de tecnologias que possibilitem um ensino mais dinâmico, divertido, diversificado. Além do mais, devemos buscar fazer com que a educação possa caminhar lado a lado com a tecnologia, apesar de todas as dificuldades existentes para isso.

Vamos abordar a importância e as dificuldades de inserirmos meios tecnológicos dentro do ensino de matemática, dando ênfase ao uso do software Geogebra, como ferramenta de apoio ao ensino de equações do 2º grau. Ao falarmos da importância dessa inserção dentro do ensino, podemos destacar que as tecnologias digitais integram pessoas, sociedades, nações, de forma geral, elas interligam o mundo. Santos, Silva e Moura (2014, p. 1) falam da importante influência que essas tecnologias carregam e a necessidade de serem inseridas dentro da educação.

O cenário atual, no qual não há limite espacial e temporal, a tecnologia integra e se faz presente em diversificados níveis, deste modo temos hoje uma cultura globalizada que exige uma conduta crítica, transformadora e proativa. Caminhando pelos processos educacionais, a tecnologia apresenta um relevante papel socializador, que agrega conhecimento. Assim a educação recorre às tecnologias digitais da informação e comunicação (TDICs) como recurso metodológico, que amplia as possibilidades, fomentando a produção de conhecimento (SANTOS; SILVA; MOURA 2014, p. 1).

A partir disso, podemos começar a entender a importância de usarmos as tecnologias a favor não só do professor, mas também, a favor dos alunos, possibilitando um ensino diversificado, auxiliando na produção do conhecimento. Estamos em um mundo que vive diante das mais diversas e contínuas transformações, diante disso, o professor, seja ele de qual disciplina for, precisa acompanhar essas transformações e trazê-las para dentro da sala de aula, caso contrário, ele se negará a buscar melhorias, ferramentas importantes para o processo de ensino-aprendizagem, criando uma separação entre ensino e tecnologia. Wolf e Silva (2013, p. 2), abordam o seguinte:

A utilização de tecnologias na educação tem como finalidade auxiliar no processo de aprendizagem, pois o uso de recursos em que o aluno pode construir e/ou manipular determinado experimento fazendo comparações, generalizações e análises, além de permitir o trabalho colaborativo, propõe um ensino de forma dinâmica, confrontando teoria e prática (WOLF; SILVA 2013, p. 2).

Diante disso, percebemos a necessidade de termos o uso de tecnologias dentro da educação, pois, propicia ao aluno ele mesmo construir e manipular experimentos, sendo esse aluno construtor do seu próprio conhecimento. Isso é algo magnífico, pois pode unir teoria e prática de forma um tanto diferente, atrativa, dinâmica.

Ao falarmos dos bons e velhos amigos inseparáveis, quadro e giz, nos vêm em mente a ideia de que o ensino através dessas duas ferramentas se tornou ultrapassado e sem nenhum efeito positivo dentro da educação, no entanto não é bem assim, esses itens ainda são fundamentais dentro do ensino. Contamos com outras inúmeras ferramentas tecnológicas que infelizmente grande maioria dos professores não fazem uso. Ainda de acordo com Wolf e Silva (2013, p. 2):

O quadro e o giz são uma das tecnologias mais antigas que o docente dispõe para a mediação pedagógica. Com o passar do tempo outras tecnologias foram sendo inseridas na sua prática, entre elas: o rádio e a televisão. Atualmente, mesmo não sendo uma novidade, o computador vem sendo utilizado como ferramenta de mediação pedagógica. Diante do avanço da tecnologia, a escola de hoje continua utilizando com frequência, quase sempre, dos mesmos recursos, ou seja, como o quadro e o giz, sem procurar inovações. Com o advento e avanço da tecnologia, embora já tenha passado quarenta anos desde a incorporação do computador que ainda gera resistência no cenário educacional. O fato de o computador estar em “alta” neste cenário se deve ao uso de programas e softwares presentes em computadores e celulares, permitindo a interação do usuário com a máquina (WOLF; SILVA, 2013, p. 2).

Aos poucos, o computador vem ganhando espaço dentro da sala de aula, como ferramenta de auxílio dentro do ensino. É graças ao uso de programas e softwares que essa expansão do uso de computadores vem acontecendo, mesmo ele não sendo uma novidade, pois já pode ser substituído por um smartphone ou até mesmo um tablet. Entretanto, muitas escolas ainda continuam fazendo uso apenas do quadro e giz, hoje geralmente substituído pelo lápis de quadro.

Santos, Silva e Moura (2016, p. 2) enfatizam a importância de o professor fazer uso das tecnologias digitais dentro da sala de aula.

Aprimorando e inovando o ensino e aprendizagem dentro das salas de aula, os educadores atualmente, buscam novos procedimentos educacionais com softwares educacionais que podem ser incorporados como recursos pedagógicos, como ferramentas para o ensino, facilitadores da aprendizagem, promovendo o desenvolvimento de habilidades e estimulando a construção de novos conhecimentos (SANTOS; SILVA; MOURA, 2016, p. 2).

A partir do uso de softwares, dentre outras tecnologias dentro da sala de aula como ferramenta de ensino, pode possibilitar o aluno desenvolver importantes habilidades. A partir disso, o aluno passa a ser peça fundamental na aprendizagem, interagindo assiduamente na construção de novos conhecimentos. O uso da tecnologia dentro da sala de aula, permite o aluno

ter uma afinidade melhor com conteúdos abordados, com o professor e até mesmo com outros colegas de classe, pois, fazem uso de algo tão corriqueiro em seu dia a dia, sendo que durante as aulas, usam aplicativos, softwares voltados para a educação.

Falamos até aqui de pontos positivos em fazer uso de tecnologias digitais como ferramenta de apoio ao ensino, porém, precisamos falar também das dificuldades existentes para se fazer uso dessa ferramenta. Uma das dificuldades existentes, se trata da questão de “tempo”, isso, devido ao fato de grande parte dos professores trabalharem em mais de uma escola, não tendo como, em muitas vezes, preparar uma aula mais elaborada, diferente, inovadoras, pois o fato de usar tecnologias digitais em sala de aula, exige estudo e preparação por parte do professor, exige um determinado “tempo” do qual muitas vezes o professor infelizmente não dispõe.

Enfatizamos a fala de Wolf e Silva (2013, p. 4):

Para a educação os desafios constituem em adaptar-se a esta tecnologia e ainda utilizá-la em seu favor, ou seja, a aprendizagem. Neste sentido, a utilização requer um educador preocupado em ampliar seus conhecimentos para o uso de tecnologias de informação e comunicação, necessitando repensar sua prática docente (WOLF; SILVA, 2013, p. 4).

A partir disso, enxergamos que o uso de tecnologias para auxiliar o ensino, exige que o professor faça autorreflexões acerca de sua prática docente. É preciso que ele busque aprimorar e ampliar seus conhecimentos já existentes, caminhando mais além, dedicando-se em estudar meios de se trabalhar através do uso de tecnologias, possibilidades, desafios, pontos positivos e negativos. O professor só não pode desistir de utilizar essas tecnologias a seu favor e ele deve passar por capacitações contínuas que ensinem na prática, como trabalhar em sala de aula com essas ferramentas tecnológicas.

Pontuamos mais uma vez a fala de Wolf e Silva (2013, p. 9-10)

Para que as tecnologias existentes na escola possam ser utilizadas de maneira a promover a aprendizagem do aluno é necessário que os professores participem de formação continuada para aperfeiçoamento da prática docente, inserindo ferramentas que possam proporcionar mudanças da metodologia e que tragam benefício ao aprendizado do aluno (WOLF; SILVA, 2013, p. 9-10).

As formações continuadas para os professores são de grande relevância, pois pode possibilitar ao mesmo, reflexões importantes sobre suas metodologias, além de ensinar a eles como colocar em prática o uso de tecnologias digitais como metodologia de ensino, bem como, saber utilizar outros tipos de tecnologias, tais como o quadro, Datashow, vídeos, músicas, entre outras coisas.

Para tanto, é preciso que o professor queira fazer acontecer, queira trabalhar em sala de aula, com ferramentas de ensino além do quadro e lápis, é preciso que ele busque aprimorar sua metodologia cada vez mais. Perante isso, podemos dar ênfase a fala de Almeida (2015, p. 233).

Entendo que este processo é desafiador, que a utilização da Internet, ou a informática em geral, como suporte às aulas presenciais, ainda se constitui como um caminho trilhado por poucos, mas percebo que esse processo vem se dando de forma relativamente natural. O professor de Matemática tem se confrontado com a necessidade de reorganizar os seus métodos de ensino, dessa forma a Internet pode desempenhar um papel importante nessa reorganização (ALMEIDA, 2015, p. 233).

Temos a percepção de que aos poucos, a internet em geral, bem como, o uso de tecnologias digitais, estão sendo introduzidas nas aulas presenciais. Não é um processo fácil, pelo contrário, é algo que exige do professor a coragem de aperfeiçoar suas metodologias de ensino. É preciso que o professor passe por importantes transformações profissionais que lhes servirão de base para uma união importante entre teoria e prática, através do uso de tecnologias dentro da sala de aula. Podemos reafirmar essas ideias, através do que fala Nogueira, Amaral e Munhoz (2014).

A inserção da tecnologia na educação deve ser entendida como um meio de comunicação de informações, tais como vídeos, filmes, televisões, softwares, por exemplo. Visto assim, a introdução da tecnologia no ensino de matemática, exige posturas diferenciadas no tocante a pesquisas de novas metodologias de ensino aprendido e principalmente, é necessário renovar a prática pedagógica exercida pelos professores em curso, para que estes estejam aptos a utilizarem destas ferramentas (NOGUEIRA; AMARAL; MUNHOZ, 2014, p. 2).

O professor necessita de reinventar sua prática pedagógica, seus métodos de ensino, transformar para melhor suas aulas, construir lado a lado com seu aluno o conhecimento. Não se pode cruzar os braços e “deixar para lá”, pelo contrário, é preciso todo um esforço, uma formação, uma preparação.

Outra dificuldade presente em grande maioria das escolas públicas de nosso país, é a falta de material tecnológico disponível. Não se pode contar com um Datashow, uma televisão, um laboratório de informática e as que dispõe de um laboratório desse tipo, não disponibilizam para os alunos usufruírem deles, já que frequentemente o professor não está preparado para trabalhar naquele ambiente, até mesmo por falta de especializações, cursos que trabalhem sobre isso. Essas escolas mal contam com um espaço confortável para o ensino, então trabalhar através de tecnologias digitais se torna algo bem distante e inviável.

Falamos até aqui sobre as importâncias e algumas das dificuldades de se trabalhar em sala de aula com o auxílio de tecnologias digitais. Mas agora, vamos falar de um software importante para o ensino da matemática, sendo esse software grátis e de fácil manuseio.

Destacamos mais uma vez que para trabalhar matemática através desse software é preciso que o professor esteja preparado e assim conduza seus alunos de forma correta, gerando um ensino dinâmico, com um bom nível de aprendizagem, dando significado ao que se está trabalhando. Falaremos sobre o Geogebra e sua importância para a matemática, principalmente na área da Geometria e da Álgebra.

A palavra Geogebra, vem da união das palavras **Geometria** e **Álgebra**. É um software dinâmico, que traz um pouco de geometria, álgebra, tabelas, gráficos, bem como, estatística e cálculo. Seu criador foi Markus Hohenwarter, com o intuito de que esse software fosse utilizado por todos os níveis de ensino. “O GeoGebra possui uma interface amigável que facilita a criação de construções matemáticas e modelos que permitem explorações interativas, arrastando objetos e alterando parâmetros”. Basniak e Estevam (2014).

Oliveira e Justo trazem um pouco da importância desse software.

Através das construções interativas e da visualização, podemos melhorar a compreensão dos alunos, a percepção dinâmica de propriedade e estimulá-los à descoberta, pois o uso do software permite o aprofundamento dos conceitos. Dessa forma se torna possível a obtenção de conclusões próprias que virão das suas experimentações (OLIVEIRA; JUSTO, 2015, p. 7).

Perante essas afirmações, compreendemos a magnitude do Geogebra. Apesar de ser simples de trabalhar, é grande no que diz respeito a aprendizagem matemática. A partir dele, o aluno pode ter uma percepção diferente da geometria, por exemplo, entendendo melhor sua aplicabilidade em nosso dia a dia, mergulhando cada vez mais no que diz respeito aos conceitos apresentados, permitindo assim, que o aluno aumente seu senso investigativo, crítico e participativo.

Esse software apesar de ser bem abarcante é de fácil manipulação, porém devemos ter a noção que para trabalhar Matemática através dele, é preciso toda uma preparação, fazer a apresentação dele, mostrando as ferramentas disponíveis etc. Com esse software, as aulas se tornam mais exploratórias, levando o aluno a fazer Matemática, dessa forma, o ensino deixa de ser apenas uma transmissão, passando a ser uma construção de conhecimento, onde o professor é o mediador e a ferramenta tecnológica, nesse caso, o Geogebra deixa a Matemática mais acessível, tangível e divertida.

A inserção da tecnologia na educação deve ser entendida como um meio de comunicação de informações, tais como vídeos, filmes, televisões, softwares, por exemplo. Visto assim, a introdução da tecnologia no ensino de matemática, exige posturas diferenciadas no tocante a pesquisas de novas metodologias de ensino aprendido e principalmente, é necessário renovar a prática pedagógica exercida pelos professores em curso, para que estes estejam aptos a utilizarem destas ferramentas (NOGUEIRA; AMARAL; MUNHOZ, 2014, p. 2).

Na questão da aplicabilidade tanto desse software, quanto da Matemática, podemos citar o que um professor de Matemática que leciona na turma do 1º Ano Médio do Colégio Estadual Manoel Novais, na cidade de Salvador-BA, construiu juntamente com seus alunos, através do uso do Geogebra. Utilizou-se os conhecimentos a respeito de funções do 2º grau e assim, construíram o m que faz parte do logotipo do Mc Donald's. Com isso, criou-se um ambiente de investigação, deixando de ser um ambiente onde só é feito a transmissão do conteúdo. De fato, fizeram Matemática.

No primeiro momento, foi feito a exploração do conteúdo, em seguida, a importância do mesmo para o dia a dia, a sua aplicação e por último, foi feito uso do Geogebra. Destacamos mais uma vez a importância de fazer todo um estudo acerca do que está trabalhando, para depois, utilizar o Software em questão. Não se pode chegar em uma sala de aula e simplesmente querer trabalhar com o Geogebra, sem antes, apresentar os conceitos a respeito do conteúdo, exemplos, aplicações para então, partir para a prática. Foi possível fazer o estudo sobre parábolas, estudando o papel dos coeficientes, bem como, sobre raízes e vértices. Construíram o logo tipo no plano cartesiano e fizeram todo um estudo a respeito, descobrindo a função do 2º grau necessária para tal construção utilizando o Geogebra. De modo geral, as aulas foram um sucesso, os alunos relataram a experiência proveitosa, participaram assiduamente das aulas, construíram seus próprios conhecimentos, aprenderam de forma diferente, divertida, inovadora, destacaram que foi algo ímpar. O professor teve um papel relevante nesse processo, pois, levou os alunos a investigação, soube levá-los para um ambiente de aprendizagem.

Esse software proporciona vários ambientes dentro de sala de aula, investigativo, lúdico, colaborativo, onde a aprendizagem se constrói com a participação de todos, isso é algo essencial para se obter bons resultados. É preciso envolver o aluno com a Matemática, um processo de ensino mútuo, entre trazer o aluno para a Matemática e a Matemática para o aluno, sendo o professor mediador que possa proporcionar esse envolvimento entre ambos, sendo a sala de aula, não mais somente um ambiente da escola, mas, sendo um mundo de aprendizagem, de conhecimento, onde o saber não se transmite pelo professor, para o aluno, esse saber é construído.

Ao trabalharmos com equação do 2º grau, inevitavelmente, trabalhamos também com função quadrática ou função do 2º grau, porém, uma das grandes dificuldades do aluno é ver todos esses conceitos aplicados no nosso dia a dia, se materializando. A partir disso, para tentarmos suprir essa lacuna existente no ensino de matemática, o professor pode usar a tecnologia a seu favor. O Geogebra pode auxiliar o professor com isso, pois possibilita toda

uma interação importantíssima entre o conteúdo em questão e o aluno. A partir dele, o professor pode proporcionar ao aluno entender melhor essa aplicabilidade da Matemática dentro da nossa vida.

Perante tudo isso, partimos para um propósito ainda maior do que ficarmos só na teoria, falando sobre as tecnologias digitais, uso do Geogebra, equação do 2º grau, resolução de problemas etc. Vamos agora, partimos para a prática, “entrar em campo para fazer gol”, trabalharmos com os alunos tudo isso que até agora vimos na teoria. Vamos pesquisar, construir, fazer Matemática.

5 METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo, antes de apresentar como aconteceu cada um de nossos encontros explanaremos um pouco sobre o planejamento e a criação dos problemas, em seguida, como ocorreu a aplicação das atividades e finalmente, fazemos uma breve discussão e análise dos encontros. Mas antes de tudo, precisamos mostrar que nossa pesquisa é de ordem qualitativa, para tal, usamos dois pesquisadores da área.

De acordo com Oliveira (2014) a pesquisa qualitativa pode ser caracterizada acontecendo como um estudo detalhado de um preciso fato, objeto, grupo de pesquisa e fenômenos da realidade. Tal procedimento busca informações fidedignas para que possa ser explicado com profundidade o significado e as características de cada contexto em que está constando o objeto da pesquisa.

Já Goldemberg (2004) diz que o pesquisador deve apresentar de forma clara os elementos que foram determinantes na pesquisa, de forma que possa tirar suas próprias conclusões e como esses podem contribuir em outros grupos e situações, ou seja, o pesquisador precisa ser sincero durante toda a pesquisa, principalmente em seus relatos, dessa maneira começaremos a relatar como se deu a nossa pesquisa de campo. Assim, a nossa pesquisa de campo é de cunho qualitativo.

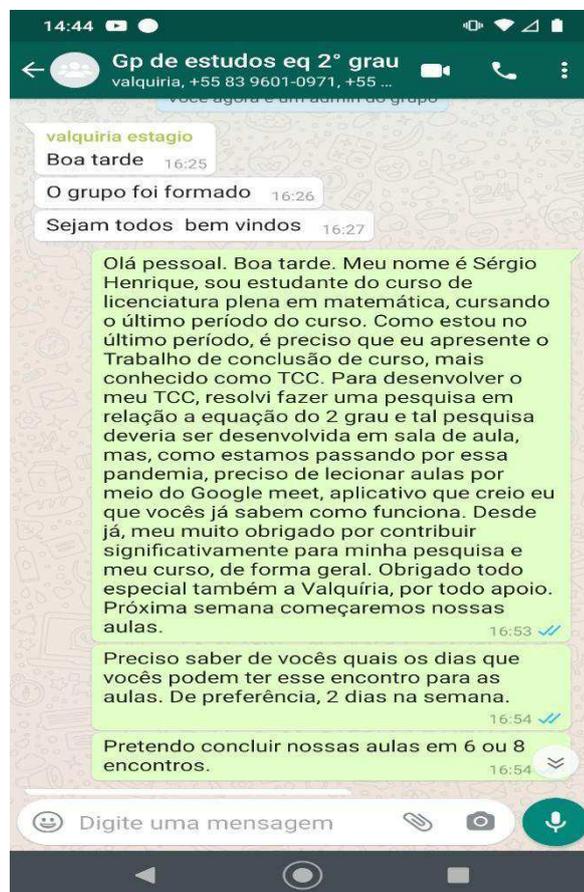
5.1 Planejamento do Projeto

Nossa pesquisa foi pensada a partir da necessidade de se entender melhor a importância de se trabalhar um determinado conteúdo matemático, tendo como base para desenvolvimento da metodologia de ensino na sala de aula, a Resolução de Problemas e o uso do Geogebra. Para tanto, precisávamos “pôr a mão na massa”, ou seja, irmos até os alunos, fazermos a aplicação das aulas, dos problemas, observar como eles lidaram com tudo e as dificuldades existentes e as importâncias também. Analisar os problemas e os pontos positivos pelos quais podemos passar durante a pesquisa é algo essencial e para tudo isso, precisávamos de uma certa quantidade de alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental II, porém, até então não tínhamos a noção de como faríamos para contactar esses alunos e tudo mais.

Sabíamos que diante desse quadro de pandemia, precisávamos encontrar meios que auxiliassem no desenvolvimento da nossa pesquisa, então, juntamente com o meu professor orientador, decidimos ministrar as aulas utilizando as formas mais viáveis possíveis, por isso, desenvolvemos a parte prática da nossa pesquisa através do Meet. A ferramenta para

ministrarmos a aula já havíamos escolhido e depois de tanto pensar em como fazer para entrar em contato com alguns alunos, lembrei da professora de Matemática da E.E.E.F e M. Bartolomeu Maracajá, localizada na cidade de São José dos Cordeiros-PB, que me auxiliou nas fases do Estágio Supervisionado. Entrei em contato com ela e prontamente a professora se dispôs a nos ajudar e foi através de sua intermediação que conseguimos o contato de seis alunos do 9º Ano do Ensino Fundamental e assim, montamos um grupo no WhatsApp para todos os informes. Expliquei o motivo pelo qual o grupo foi formado, perguntei se eles poderiam participar da nossa pesquisa, prontamente responderam que dependendo do horário, poderiam sim, entramos em acordo e escolhemos o horário da tarde, das 14:00 horas às 15:00 horas e poucos dias depois, iniciamos as aulas. A professora participou de todos os encontros e nos auxiliou de todas as formas possíveis.

Abaixo, temos uma captura de tela, referente a primeira conversa que tive com os alunos, para saber se eles poderiam participar da pesquisa ou não.



Fonte: Construção Própria

5.2 Aplicação do projeto

Com a turma já montada, data e hora para o primeiro encontro e a ferramenta para a transmissão das aulas escolhida, chegou a vez de preparar as aulas, problemas que seriam propostos para os alunos que nos permitissem usar os conceitos que a Resolução de Problemas nos traz quando se fala em solucionar um problema matemático e que possibilite o aluno ser peça chave na aprendizagem. Escolhemos por meio do Powerpoint, tentar desenvolver todos esses pontos. Antes da construção dos slides, escolhemos os problemas que iríamos trabalhar em sala de aula virtual, mas, teriam que ser problemas que pudessem de certa forma, despertar a atenção e a curiosidade do aluno, provocando sua vontade de resolvê-lo. Escolhemos os seguintes problemas:

- Problema 1: Quanto mede o lado de uma região quadrada se a área dessa região menos a medida do lado é igual a 870?
- Problema 2: Qual é o número que tem o dobro de seu quadrado igual a seu quadruplo?"
- Problema 3: O triplo do quadrado do número de filhos de Pedro é igual a 63 menos 12 vezes o número de filhos. Quantos filhos Pedro tem?
- Problema 4: Quais são as raízes da equação $x^2 - 14x + 48 = 0$?
- Problema 5: Maria Joaquina pegou uma folha retangular de 30 cm por 20 cm e recortou de seus quatro cantos, regiões quadradas de lados que medem x cm. Com isso, a área que sobrou da folha é de 404 cm². Qual é o valor de x ?

Depois dos problemas escolhidos, preparamos os slides. No primeiro slide, falamos sobre Produtos Notáveis e Fatoração. Resolvemos abordar com eles esses conteúdos como uma forma e revisão, pois eles já haviam trabalhado em sala de aula, no entanto, precisávamos de certa forma, reavivar esse conhecimento que eles já haviam adquirido, tendo em vista que trabalhar com um Equação do 2º Grau, muitas vezes vai exigir de nós, esses conhecimentos básicos e essenciais.

No segundo slide abordamos todos os conceitos a cerca de uma Equação do 2º Grau incompletas, quando não temos o coeficiente **b** na equação, o coeficiente **c** ou quando não temos ambos, apenas o coeficiente **a**. No terceiro e último slide, abordamos conceitos sobre a fórmula de Bhaskara, a importância do Δ e como conseguimos encontrar o seu valor e conceitos sobre uma Equação do 2º Grau em sua forma completa e trabalhamos com Gráfico de uma Função do 2º Grau.

Trabalhei seis encontros com os alunos, lembrando que a professora sempre esteve presente nos encontros e muitas vezes me auxiliou quando necessário. Antes de cada encontro,

momento antes entrava em contato com os alunos através do grupo do WhatsApp, lembrava sobre o encontro e a professora deixava o link para que eles acessassem o mesmo e participassem das aulas, porém, muitas vezes era preciso que a professora reforçasse o pedido aos alunos, pois demoravam a acessar.



Fonte: Construção Própria

Abaixo podemos ver o relato sobre as experiências que tive em sala de aula enquanto professor, os desafios que tivemos nesse caminho e os pontos positivos que encontramos. Busquei destacar as importâncias em si trabalhar com a metodologia de ensino Resolução de Problemas e as dificuldades encontradas nesse percurso.

5.3 Análise dos encontros

Encontro I: (05/10/2020)

Confesso que nesse primeiro encontro o medo de não dar certo, o nervosismo e a ansiedade de forma geral, tentava tomar conta de mim, no entanto, à medida que iniciei a aula, tudo isso foi passando e a aula fluiu de forma tranquila. Me apresentei para os alunos, agradei a contribuição que eles estavam dando, trouxe uma frase motivacional, algo que sempre trago para o início ou o fim da aula. Cinco alunos participaram desse encontro, todavia, estavam envergonhados e acredito que estavam assim pelo fato de ser o primeiro encontro e não estavam

habituaados com esse tipo de mecanismo online para sala de aula. Como já falamos anteriormente, julgamos necessário, trabalhar novamente com os alunos o conteúdo de Produto Notável e Fatoração. Trabalhamos com os cinco principais produtos notáveis que habitualmente vimos em sala de aula:

- Quadrado da soma;
- Quadrado da diferença;
- Produto da soma pela diferença;
- Cubo da soma;
- Cubo da diferença.

Dentro da Fatoração, trabalhamos com processos principais que simplificam as sentenças matemáticas:

- Diferença de Dois Quadrados;
- Fator Comum em Evidência;
- Agrupamento;
- Trinômio Quadrado Perfeito;

Procurei fazer sempre com que os alunos interagissem, construindo uma aula mais dinâmica, tentando fazer com que trabalhássemos lado a lado e que ele fossem percebendo a importância do conteúdo em si e da matemática em geral, para nosso dia a dia, mas conseguimos concluir os trabalhos apenas nesse único encontro.

Encontro II: (08/10/2020)

No nosso segundo encontro, comecei trabalhando com eles uma pequena mensagem sobre o a pandemia, sobre a importância de sairmos pessoas melhores dessa pandemia. Continuando, abordamos o problema 1 e pedi que eles solucionassem determinado problema de acordo com os conhecimentos que eles já tinham, entretanto, prontamente eles disseram que não sabiam, mesmo assim eu insisti e forneci 10 minutos da aula para que eles buscassem as soluções, algo que infelizmente eles não fizeram e como precisávamos cumprir o cronograma, fiz a retirada dos dados do problema, juntamente com ele e tínhamos então uma Equação do 2º grau na sua forma completa. Paramos essa questão por aqui, deixamos as outras etapas para depois que trabalhássemos com alguns conceitos e a partir disso, retiramos os coeficientes da questão e falamos sobre a importância deles dentro dessa equação e como podemos identificá-los. Feito isso, Indaguei o seguinte: Mas o que seria uma equação do 2º grau incompleta? Fiquei

tentando fazer com que eles me respondessem algo, mas foram tentativas em vão e depois disso, expliquei o motivo pelo qual temos esse tipo de equação na sua forma incompleta.

Em seguida começamos a trabalhar o problema 2, ou melhor, tentei trabalhar juntamente com eles, buscando sempre a participação dos alunos, todavia eles se mantinham calados, por mais que eu fizesse essas tentativas, a professora falasse mais ou menos assim: “Vamos participar da aula pessoal, não precisa ter medo ou vergonha, eu sei que vocês sabem algo sobre isso, vamos participar” e mesmo assim eles se mantinham em silêncio. Devido ao tempo, só concluímos o conteúdo no encontro seguinte.

Encontro III: (09/10/2020)

Nesse encontro concluí com os alunos o problema 2 e em seguida trabalhamos com uma Equação do 2º Grau incompleta em que o valor de b é igual a zero. Trouxe para eles uma pequena questão: $4x^2 - 100 = 0$. Falei que era preciso colocarmos o número negativo para o segundo membro, ou seja, depois da igualdade e pedi que eles solucionassem o restante e eles começaram a busca da solução, ou melhor, começamos, pois nessa aula os três alunos que estavam presentes, buscavam responder as minhas questões e quando tinham dúvidas, expressavam elas e isso foi algo que nos possibilitou uma aula mais participativa. Gosto sempre de estar perguntando ao aluno se ele está compreendendo, se resta alguma dúvida, quem tiver algo para acrescentar, pode dar sua contribuição.

Em seguida trabalhamos com uma simples questão que trabalhava com valores tanto do coeficiente b , quanto do coeficiente c iguais a zero. A questão era a seguinte: $6x^2 = 0$. Perguntei como devíamos proceder e eu estava certo de que eles saberiam, afinal de contas é uma questão simples, que apenas devemos passar o seis para o segundo membro dividindo o 0 e a partir disso, descobrimos que o valor de x será 0. Porém, sabemos que qualquer número multiplicado por 0 é o próprio número, logo, bastava pensar um pouquinho e eles perceberem que o valor de x só poderia ser um zero, para que possamos satisfazer a igualdade.

Diante do exposto, pude perceber que problemas simples dentro da matemática ainda não têm a devida atenção e boa parte dos alunos acabam complicando. Para concluirmos o encontro, falei que eles deixaram passar despercebido algo bem simples e eles me disseram que não sabiam do que se tratavam e mostrei novamente os tipos de equações incompletas e pedi que observassem melhor e mesmo assim me disseram que não havia nada que eles achassem relevante, além do que já se tinha falado e foi aí que falei, sobre o motivo pelo qual o nosso a nunca será igual a zero e eles me disseram que não sabiam disso.

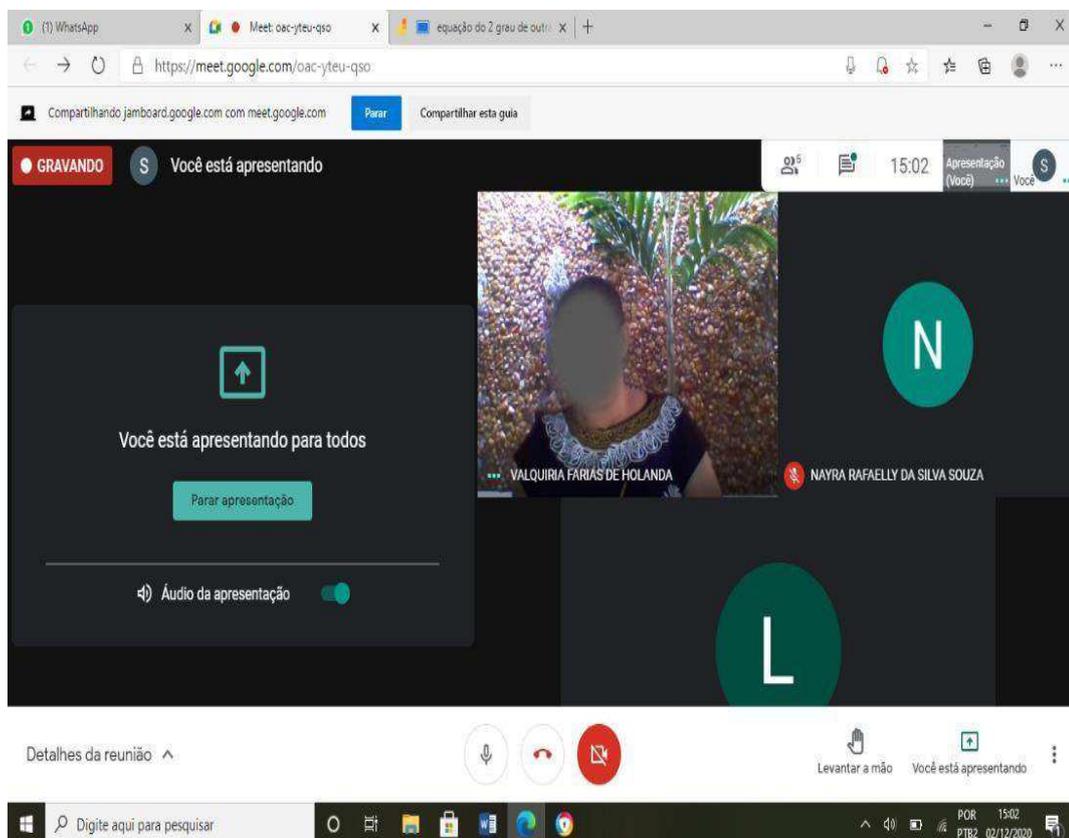
Mas por que o nosso a não pode ser igual a 0?



Fonte: Google imagens

Nosso a deve ser sempre diferente de 0 , pois assim podemos garantir que o termo ax^2 exista e assim, a equação ela possa ser do 2° grau, caso contrário, seria uma equação do 1° grau.

Respondido à questão, passei uma mensagem sobre a importância da educação e encerramos o encontro.



Fonte: Construção própria

Encontro IV: (13/10/2020)

Começamos o encontro trabalhando o problema III, pedi que eles solucionassem o mesmo e me enviassem uma foto sobre suas respostas e para isso falei que eu daria 20 minutos

para que eles tentassem solucionar. Ficaram calados por um tempo, perguntei se estavam conseguindo trilhar o caminho até a solução final e me disseram que não sabiam, mais uma vez insisti que eles pelo menos tentassem fazer, não se preocupassem com a resposta final, tanto eu quanto a professora insistimos nisso, mas eles infelizmente não fizeram e devido ao pouco tempo que tínhamos, não poderia esperar mais e foi quando resolvi utilizar o Jamboard para buscar solucionar o problema. Primeiro fizemos a retirada dos dados e em seguida, partimos para o restante da solução e sempre buscando fazer com que os alunos se manifestassem, todavia apenas se pronunciavam pelo chat e isso não é tão proveitoso. A seguir temos uma captura de tela sobre o problema III.

O triplo do quadrado do número de filhos de Pedro é igual a 63 menos 12 vezes o número de filhos. Quantos filhos Pedro tem?

$$\Delta \quad 3x^2 = 63 - 12x$$

$$3x^2 - 63 + 12x = 0$$

$$3x^2 + 12x - 63 = 0$$

$$a = 3 \quad b = 12 \quad c = -63$$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$\Delta = 144 - 4 \cdot 3 \cdot (-63)$$

$$\Delta = 144 + 756$$

$$\Delta = 900$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{900}}{6}$$

$$x = \frac{-12 \pm 30}{6}$$

$$x' = \frac{-12 + 30}{6} = \frac{18}{6} = 3$$

$$x'' = \frac{-12 - 30}{6} = \frac{-42}{6} = -6$$

Fonte: Construção própria

Depois que trabalhamos com esse problema foi a vez de entendermos melhor sobre a fórmula de Bhaskara. Para tanto, desenvolvi com os alunos passo a passo de como chegamos até a fórmula que temos hoje e as contribuições que ele proporcionou dentro da Matemática. Mais uma vez utilizamos o Jamboard para construção do desenvolvimento dessa fórmula e a partir dessa ferramenta tecnológica tão importante dentro do ensino da Matemática, foi

proporcionado ao aluno aulas diferentes, não se prendendo tão somente ao Powerpoint. Precisamos fazer uso dessas ferramentas tecnológicas e assim deixar o ensino cada vez melhor e mais eficaz, despertando a atenção do aluno para o que ele está manipulando.

Caixa de entrada (42) - sergio.s... | equação completa - Google Jam...
 https://jamboard.google.com/d/1yCTu_m3AVcfn8P_l86HMmQUoU9XA0Ev6HH4cUxpw/viewer?f=0
 equação completa
 Definir plano de fundo | Limpar frame
 Compartilhar
 Abrir em um Jamboard

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$aX^2 + bx + c = 0$$

$$\frac{a}{a}X^2 + \frac{b}{a}X + \frac{c}{a} = 0$$

$$X^2 + \frac{b}{a}X + \frac{c}{a} = 0$$

$$X^2 + \frac{b}{a}X = -\frac{c}{a}$$

$$X^2 + \frac{b}{a}X + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(X + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

Ativar o Windows
 Acesse Configurações para ativar o Windows.

Fonte: Construção Própria

Trabalhamos com essa fórmula a passos lentos para que assim o aluno pudesse compreender melhor todas as manipulações feitas

Caixa de entrada (42) - sergio.s... | equação completa - Google Jam...
 https://jamboard.google.com/d/1yCTu_m3AVcfn8P_l86HMmQUoU9XA0Ev6HH4cUxpw/viewer?f=4
 equação completa
 Definir plano de fundo | Limpar frame
 Compartilhar
 Abrir em um Jamboard

$$\left(X + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{-4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(X + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

$$\left(X + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

Ativar o Windows
 Acesse Configurações para ativar o Windows.

Fonte: Construção própria

equação completa

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{-4ac + b^2}{(2a)^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{-4ac + b^2}}{2a}$$

$$x = \frac{-b}{2a} \pm \frac{\sqrt{-4ac + b^2}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Ativar o Windows
Acesse Configurações para ativar o Windows.

Fonte: Construção Própria

Depois de trabalharmos com essa fórmula, conversamos a respeito do Δ e como eles podem usar seu valor para saber se a equação terá uma única raiz real, duas raízes reais diferentes ou se a equação não possui raízes reais. Para concluirmos a aula, pedi que solucionassem o problema IV. Infelizmente os alunos não participaram assiduamente da aula, por mais que tentássemos fazer com que isso acontecesse, eles ficavam tímidos e não se expressavam muito.

equação completa

Quais são as raízes da equação $14x + 48 = 0$?

$$a = 1 \quad \Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$

$$b = -14 \quad \Delta = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48$$

$$c = 48 \quad \Delta = 196 - 192$$

$$\Delta = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x' = \frac{14 + 2}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$x'' = \frac{14 - 2}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

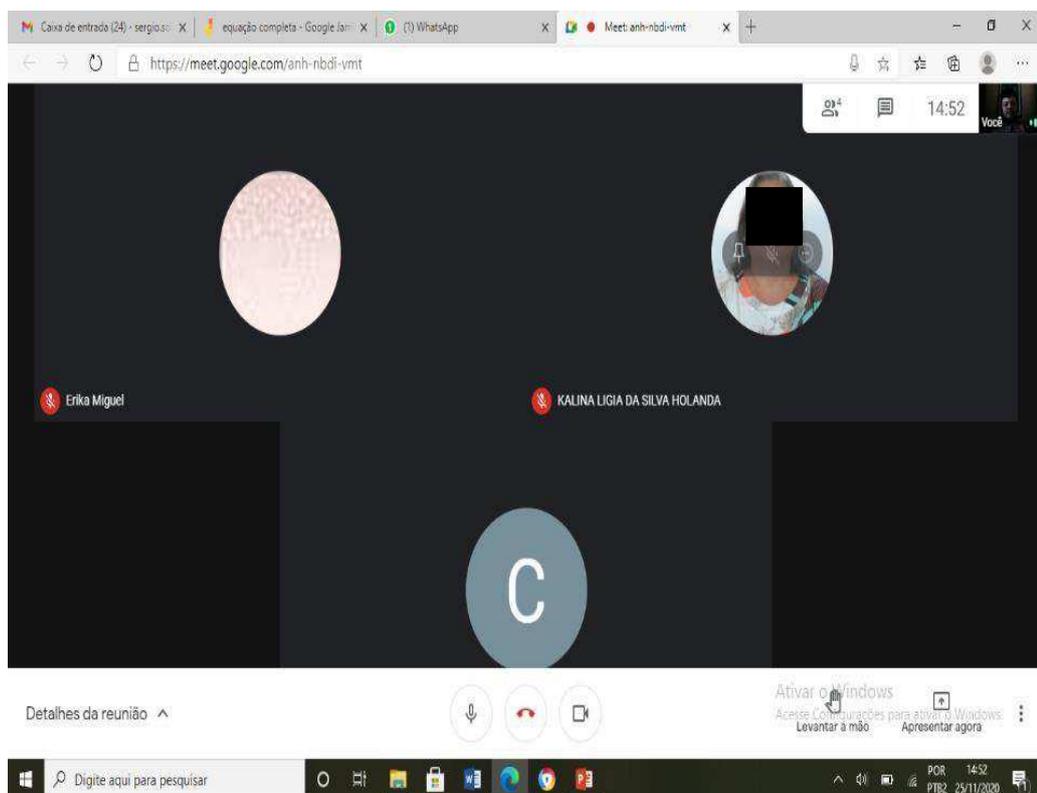
Ativar o Windows
Acesse Configurações para ativar o Windows.

Fonte: Construção própria

À medida que fui solucionando o problema busquei fazer com que os alunos me respondessem questões básicas como por exemplo a respeito dos coeficientes, qual é a fórmula que podemos utilizar, a partir do Δ , quantas raízes possuirá nossa equação etc. A partir dessas perguntas, tentei fazer com que os alunos participassem mais da aula e não apenas ficassem do outro lado da telinha só assistindo o que eu estava falando, mas não foi um processo fácil, pois como citei anteriormente muitos deles se prendiam em falar.

Encontro V: (16/10/2020)

Esse encontro foi bem breve, pois foi mais a título de demonstração em relação a Funções do 2º Grau. Mostrei para eles a relação que tanto o a quanto o Δ influenciam na concavidade da parábola e se a parábola intercepta o eixo x em um único ponto, dois pontos, ou não intercepta. Trabalhamos também sobre o coeficiente b e qual o seu papel dentro da parábola quando o $b > 0$ e quando o $b < 0$ e mostrei a importância do coeficiente c , que no caso ele nos indica onde a parábola intercepta o eixo y . Apenas dois alunos estavam “participando comigo” e a professora e mais uma vez eles não se pronunciaram. Segue uma captura de tela referente a esse encontro.



Fonte: Construção Própria

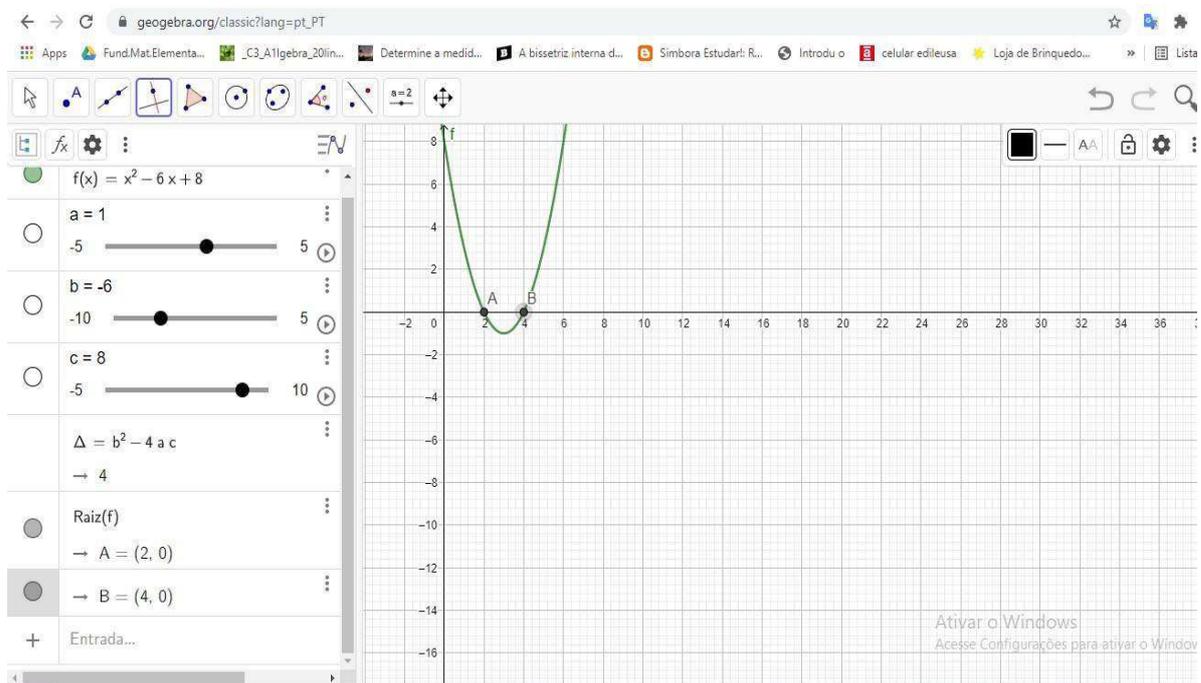
Encontro VI (20/10/2020)

No nosso último encontro trabalhamos a partir de demonstrações fazendo aplicações sobre uma equação do 2º grau no aplicativo Geogebra. A partir disso, foi feita toda uma

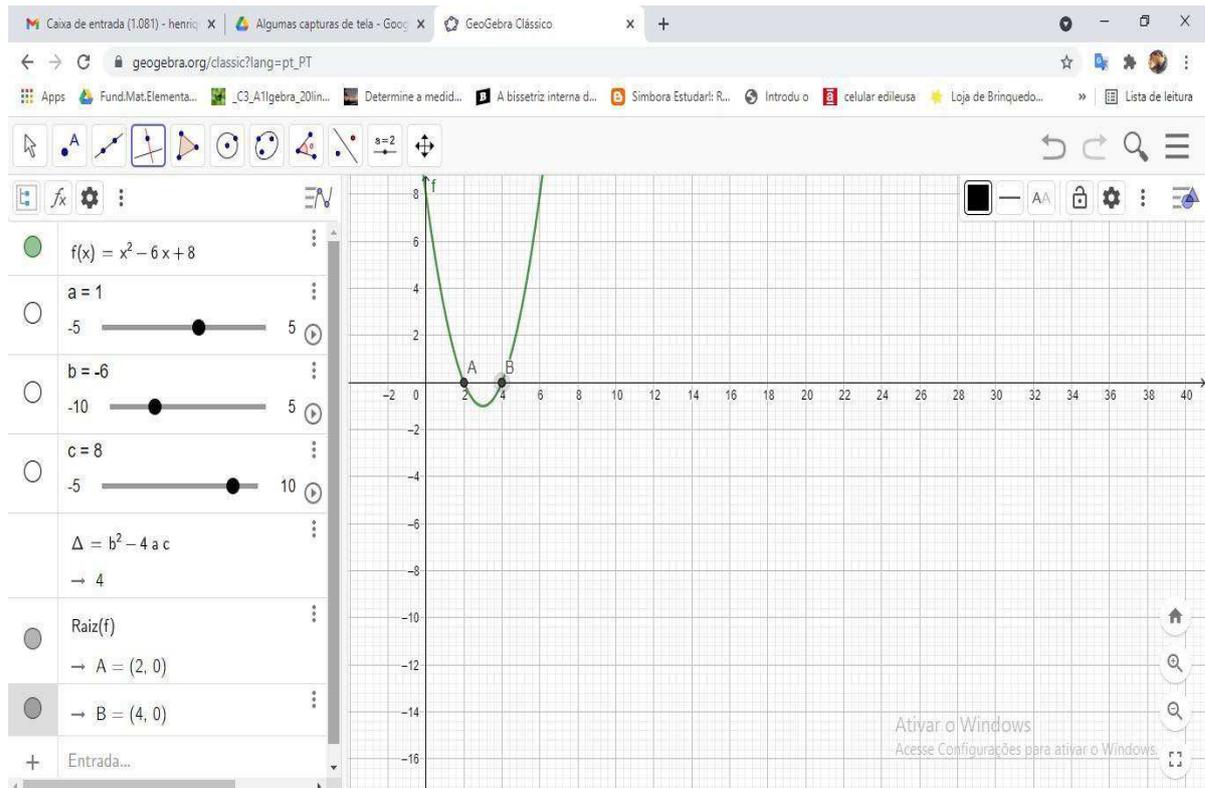
manipulação utilizando **n** valores que representam os coeficientes **a**, **b** e **c**. Dessa forma, ficou perceptível o quanto os conteúdos matemáticos podem ser manipulados por diversas ferramentas que auxiliem o processo de ensino e aprendizagem. Confesso que o Geogebra chamou a atenção dos alunos, pois, podemos ter a matemática na palma das nossas mãos e percebermos a aplicabilidade de uma equação do 2º grau no nosso dia a dia a partir de um software super relevante.

Um fator importante em si trabalhar uma equação do 2º grau através desse software é a manipulação que ele nos permite e assim, conseguimos interpretar melhor a função dos coeficientes, por exemplo, a função do delta e como esses valores se aplicam dentro de uma função do 2º grau. Podemos montar uma determinada função, como $f(x) = x^2 - 6x + 8$. A partir disso, podemos colocar na caixa de entrada que o aplicativo dispõe, os valores tanto de **a**, quanto os valores de **b** e **c**. Depois disso, incluímos o delta e a sua fórmula e o próprio aplicativo calcula o seu valor. Quando executamos tudo isso, o próprio aplicativo nos fornecerá as duas raízes da equação e feito esses passos, podemos trabalhar com a parábola dessa função. Se sua concavidade é voltada para cima ou para baixo, se intercepta o eixo x em um único ponto, dois pontos ou não intercepta o eixo x. Enfim, é algo muito dinâmico e “gostoso” de se trabalhar, pois nos auxilia demais enquanto professores de matemática. A aula se torna muito mais construtiva e entendemos melhor a função de cada um dentro da equação.

Segue algumas capturas de tela em relação a aula onde demostramos um pouco sobre o uso do Geogebra para trabalhar uma Equação do 2º grau.



Fonte: Construção própria



Fonte: Construção própria

Vivenciamos algumas dificuldades e uma das primeiras dessas dificuldades foi a de adaptar-se a esse novo tipo de ensino, pois, muitos dos alunos não estão habituados a esse método, podendo causar nos mesmos, timidez. Para utilizar tanto a resolução de problemas, quanto o uso do Geogebra como ferramenta de apoio, é preciso preparação e preparação demanda tempo e é esse tempo que muitos professores infelizmente as vezes não têm e optam por trabalhar de forma mais tradicionalista, logo, outra dificuldade que tivemos foi em relação a preparação das aulas, visto que, temos que se encaixar no novo mecanismo de ensino. Lembrando que essa falta de tempo, digamos assim, não justifica o professor não sair de sua zona de conforto, é preciso inovar e se preparar sim.

Diante dessa pandemia os professores estão fazendo de suas casas um espaço educacional para que possam a partir de mecanismos online chegar até o aluno e comigo não poderia ser diferente. Utilizei o meu quarto como sala de aula e ferramentas como notebook e celular me serviram de base para construir com os alunos alguns conhecimentos, porém, como moro na Zona Rural o acesso a internet é mais limitado, sendo de qualidade inferior do que o acesso na Zona Urbana e com isso muitas das vezes precisei encerrar a aula antes do esperado pois as chamadas pelo Google Meet ficavam travando, a internet “caia” e dessa forma atrapalhou e muito o nosso cronograma de aula. Outro fator que me deixou preocupado é o fato

de não saber se realmente o aluno que estava do outro lado da tela assistia a aula, ouvia, visto que muitas das vezes que indaguei algo, não obtive nenhuma resposta. Sempre me perguntei se realmente os alunos estavam do outro lado da telinha e se a culpa por muitas vezes eles não participarem da aula é única e exclusiva minha, mas percebi que é um conjunto de fatores que leva a muitas vezes errarmos em sala de aula e que muitas vezes o aluno realmente por mais que o professor tente fazer diferente e melhor, o aluno não se deixa levar por isso e resolve não participar da aula.

Ainda se tratando de dificuldades, destacamos também o “medo” que os alunos muitas vezes têm em participar das aulas, ligar câmera, falar através do microfone, tornando uma aula privada de interação, pois, por mais que tentasse fazer com que os alunos interagissem, isso através de perguntas, brincando com eles para descontraí-los mais o momento e “quebrar o gelo”. No entanto, muitas tentativas foram em vão. Percebemos que essa interação que muitas vezes faltou por parte dos alunos é de suma importância para que a aula tenha um bom desenvolvimento e uma boa construção do conhecimento.

Concluimos também, que diante das dificuldades que inevitavelmente surgem no caminho, muitas vezes não chegamos ao objetivo final desejado, mas, sabemos também que não é algo que nos faça parar e desistir de desenvolvermos um ensino cada vez melhor, pelo contrário, temos que transformar essas dificuldades em incentivo e da próxima vez, que possamos estar em sala de aula, virtual ou não, estarmos mais preparados ainda, pois é uma experiência a mais na bagagem do conhecimento.

Desenvolver as aulas utilizando o Meet como mecanismo para chegar até o aluno é algo fantástico, sendo que entre o caminho que vai do professor até o aluno através do Meet, temos o conteúdo e podemos trabalhar esse conteúdo de uma forma, digamos, diferente, só em trabalhar através dessa ferramenta já é algo diferente, no entanto, podemos utilizar vídeos retirados de redes sociais que contribuam para a aula, músicas, utilizar o Jamboard, que é outra ferramenta bem interativa que utilizamos também em nossa aula. O Jamboard me possibilitou encontrar soluções de algumas questões desafiadoras juntamente com os alunos. É como se fosse um “quadro branco virtual”, algo bem dinâmico mesmo. Para nos dar suporte, utilizei também os famosos e queridos slides. Ele me possibilitou construir aulas mais dinâmicas, interativas e espontâneas, além do mais, podemos dizer que “ganhamos tempo” com ele.

Muitas vezes me deparei por situações que confesso não estar preparado para vivê-las, por mais que achasse que estivesse, mas ensinar é isso é se deparar com situações desafiadoras e não baixar a cabeça diante delas, ensinar é algo que vai e deve mesmo ir além do que nos

preparamos, mas são esses desafios que surgem no caminho que faz com que o professor que deseja se aprimorar cada vez mais, ser desafiado e instigado a buscar dar o melhor de si e fazer da sua casa, da sala de aula na escola ou até mesmo sob uma árvore um espaço de aprendizagem e interação.

CONCLUSÃO

A Matemática é um campo vasto e infinito de conhecimento, uma ciência tão essencial para nós. Fazer ou construir Matemática não é fácil, exige de nós, educadores dessa área, um forte conhecimento do assunto, para assim, sabermos unir teoria à prática, de forma que torne o ensino não cansativo e que o aluno realmente saiba o que está manipulando. Exige de nós, criatividade, preparação, querer fazer um ensino de melhor qualidade. Infelizmente pudemos perceber que os obstáculos são enormes. Salas de aulas superlotadas, escolas sem nenhuma ferramenta que auxiliem nesse ensino, alunos muitas vezes desmotivados e a influência do meio social em que eles vivem, dentre vários outros problemas que surgem no caminho de um professor.

Nossa pesquisa mostrou algumas importâncias e dificuldades de se trabalhar uma Equação do 2º grau através da Resolução de Problemas e do uso do Geogebra. Nos deparamos com muitas dificuldades, desde a construção dos conhecimentos juntamente com os alunos, problemas externos que infelizmente também influenciam. Se nós, enquanto professores seguimos sempre um mesmo caminho, utilizando mesmo estilo de questões, o aluno é proibido de “voar” dentro da matemática, pelo contrário, todo seu potencial é deixado de lado e ele acaba sendo um “passarinho preso na gaiola”, logo, precisamos preparar o aluno para as mais variadas possibilidades que surgem e que exigem o conhecimento matemático.

O tempo, dependendo da forma como utilizamos o mesmo, pode estar do nosso lado, ou ser um grande rival. Mas, encontramos muitos pontos positivos também, pois, a aula se torna mais dinâmica, não segue aquela velha sequência de ensino: Apresentação do conteúdo, conceitos, exemplos, exercícios de fixação e avaliação. As possibilidades que o professor pode usar para trabalhar em sala de aula são várias, tendo diferentes caminhos, no entanto, efeitos superpositivos. Se determinada metodologia traz o aluno para dentro da matemática e o aluno passa de mero telespectador para ser protagonista, se ele realmente compreende o que está sendo trabalhado, então, essa metodologia está surtindo efeito.

Muitas vezes a vida de um professor é bastante corrida, pois muitos trabalham em duas escolas, até mesmo devido ao pouco que recebem e precisam de um segundo emprego e assim, não tem tanto tempo para prepararem aulas mais elaboradas, diferenciadas. Temos também o problema de estrutura da grande maioria das escolas públicas em nosso país, escolas muitas vezes defasadas, deterioradas, onde mal oferecem um Ensino Básico de qualidade, pois tudo e todos estão contra elas. Mas, apesar de tudo isso, nessa nossa missão, não podemos desistir,

pois a educação transforma pessoas, pessoas transformam sociedades e sociedades transformam o mundo. A educação é a porta principal para um mundo melhor.

Iniciar nossa pesquisa não foi fácil, encontrarmos o tema e a partir disso começarmos a pesquisarmos livros, artigos, dentro outras coisas que nos dessem embasamento teórico também não foi fácil, executar as aulas, nem se fala, colocar tudo no papel, também foi complicado, mas, quem disse que seria simples? Realmente, as dificuldades foram várias, entretanto, a vontade de desenvolver uma boa pesquisa, foi maior, o comprometimento nosso, o querer fazer, foi maior que todas as dificuldades descritas. Que jamais cheguemos a desistir de nossos objetivos, apesar de todas as lutas que surgem no caminho, no final, venceremos.

Mas, esse TCC não é o final da minha carreira acadêmica, pelo contrário, estou apenas começando e que venham os desafios, pois é com eles que aprenderei a cada vez mais ser um bom ser humano e um ótimo profissional. Esperamos, então, que este TCC possa iluminar outras experiências em Resolução de Problemas, de modo especial a aqueles que gostariam de conhecer a beleza da Equação do 2º grau. Concluo essas palavras com uma pequena, todavia, muito tocante, fala de Nelson Mandela que diz o seguinte: “A educação é a arma mais poderosa que você pode usar para mudar o mundo”.

REFERÊNCIA

ALMEIDA, H. R. F. L. Das tecnologia as tecnologias digitais e seu uso na educação matemática. 2015.

BASNIAK, M. I; ESTEVAM, E. J. G. O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica: Frações, estatística, círculo e circunferência. Curitiba: Ithala, 2014.

BÍBLIA, S. Tradução da CNBB com instruções e Notas. Brasília-DF. 13ª Edição

BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 1999, 113p.

BRASIL. Pcn+ Ensino Médio Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Mec/sef, 1998.

Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2)

DANTE, L. R. Projeto Teláris: Matemática. 1 ed. – São Paulo: Ática, 2012. Obra em 4 v. para alunos do 6º ao 9º ano.

FRAZÃO, D. Biografia de Bhaskara. e-biografia, 2019. Disponível em: <<https://www.ebiografia.com/bhaskara/>>. Acesso em: 28 de outubro de 2020.

GOLDEMBERG, M. A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 2004.

HUANCA, R. R. H; ALMEIDA, B. R. O Ensino e a Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas na Sala de Aula: Por Quê?: Universidade Estadual da Paraíba – UEPB. III CONAPESC. 2018.

HUANCA, R. R. H; ASSIS, M. A. P. Grupo de Estudos e Resolução de Problemas: potencialidades para formação continuada de professores de matemática. Revista Temporis [Ação] (Periódico acadêmico de História, Letras e Educação da Universidade Estadual de Goiás). Cidade de Goiás; Anápolis. V. 18, N. 02, p. 71-98 de 250, jul./dez., 2018. Disponível em: <<http://www.revista.ueg.br/index.php/temporisacao/issue/archive>>. Acesso em: 15 de maio de 2020.

JUNIOR, J. R. G. A Conquista da Matemática: 9º Ano: Ensino Fundamental. Anos finais. 4 ed. São Paulo: FTD, 2018.

MALTA, G. H. S; LOPES, C. A. A. O Ensino de Matemática através da Resolução de Problemas: Uma oportunidade para tomada e retomada de conteúdos pela construção e avaliação de portfólios. III Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática. 1 edição. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2018.

NUNES, C. B; COSTA, M. S. O Raciocínio Proporcional e a Resolução de Problemas na Formação Inicial de (futuros) Professores de Matemática. REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Ano 11/n. 21/jan.-abr. 2016, p. 24-46.

NOGUEIRA, R. E; AMARAL, A. MUNHOZ, R. H. O Uso do Geogebra no Estudo da Função Quadrática. In: II Congresso Nacional de Formação de Professores e XII Congresso Estadual Paulista sobre Formação de Educadores. São Paulo: UFSP, 2014.

OLIVEIRA, D. S; JUSTO, D. A. R. Geogebra: Facilitando o aprendizado da função afim e função quadrática. Curso de Especialização em Matemática, Mídia Digitais e Didática para Educação Básica. Instituto de Matemática. Porto Alegre, 2014.

OLIVEIRA, M. M. Como fazer pesquisa qualitativa. Rio de Janeiro: Vozes, 2014.

ONUCHIC, L. L. R; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: Caminhos, avanços e novas perspectivas. 2011.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap. 12, p.199-218.

ONUCHIC, L. L. R; JUNIOR, L. C. L. A Influência da Leitura na Resolução de Problemas: Questões de sentidos, significados, interesses e motivações. REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Ano 11/n. 21/jan.-abr. 2016, p. 8-23

Projeto Araribá: Matemática/Organizadora Editora Moderna. Editora responsável: Mara Regina Garcia Gay. 4 ed. São Paulo: Moderna, 2014.

RODRIGUES, A; MAGALHÃES, S. C. A Resolução de Problemas nas Aulas de Matemática: Diagnosticando a Prática Pedagógica. 2011. Disponível em: <<http://177.8.219.7:8081/revista/index.php/R1/article/view/11>>. Acesso em: 16 maio de 2020.

SANTOS, A. S; SILVA, J. J; MOURA, D. A. S. Tecnologia a favor da educação Matemática: Geogebra e suas aplicações. Faculdade de Pará de Minas - FAPAM, 2014.

SILVA, L. P. M. "Coordenadas do vértice da parábola"; *Brasil Escola*. Disponível em: <<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/coordenadas-vertice-parabola.htm>>. Acesso em 15 de junho de 2020.

WOLFF, M. E; SILVA, D. P. O Software Geogebra no Ensino da Matemática. Os Desafios da Escola Pública Paranaense, Guarapuava-PR, v. 1, n. 1. 2013.

