UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS VIII
CENTRO DE CIÊNCIAS, TECNOLOGIA E SAÚDE
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

PROTAZIO DE OLIVEIRA LIMA

ASPECTOS DO EFEITO DE MARÉ SOBRE A TERRA: UMA APLICAÇÃO DO PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR NA ANÁLISE DE SISTEMAS DE FORÇAS CENTRAIS GRAVITACIONALMENTE LIGADOS

ARARUNA, PB
2021

PROTAZIO DE OLIVEIRA LIMA

ASPECTOS DO EFEITO DE MARÉ SOBRE A TERRA: UMA APLICAÇÃO DO PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR NA ANÁLISE DE SISTEMAS DE FORÇAS CENTRAIS GRAVITACIONALMENTE LIGADOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Física da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Física.

Área de concentração: Física.

Orientador: Prof. Dr. José Jamilton Rodrigues dos Santos.

ARARUNA, PB
2021

L732a Lima, Protazio de Oliveira.
Aspectos do efeito de maré sobre a terra [manuscrito] : uma aplicação do princípio de conservação do momento angular na análise de sistemas de forças centrais gravitacionalmente ligados / Protazio de Oliveira Lima. - 2021.
28 p.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Fisica) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências, Tecnologia e Saúde , 2021.
"Orientação : Prof. Dr. José Jamilton Rodrigues dos Santos , Coordenação do Curso de Licenciatura em Física - CCTS."

1. Lua. 2. Sol. 3. Força gravitacional. 4. Movimentos da Terra. I. Título

21. ed. CDD 523.3

Elaborada por Tiago J. da S. Pereira - CRB - 15/450 BSC8/UEPB

PROTAZIO DE OLIVEIRA LIMA

ASPECTOS DO EFEITO DE MARÉ SOBRE A TERRA: UMA APLICAÇÃO DO PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR NA ANÁLISE DE SISTEMAS DE FORÇAS CENTRAIS GRAVITACIONALMENTE LIGADOS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Física da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Física.

Área de concentração: Física.

Aprovado em 04/06/2021

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Jamilton Rodrigues dos Santos
(Orientador)

Mário César Soares Xavier

Prof. Dr. Mário César Soares Xavier
(Examinador)

Márcio Fablício da Silva

Prof. Me. Márcio Fablício da Silva
(Examinador)

SUMÁRIO

ASPECTOS DO EFEITO DE MARÉ SOBRE A TERRA: UMA APLICAÇÃO DO PRINCÍPIO DE CONSERVAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR NA ANÁLISE DE SISTEMAS DE FORÇAS CENTRAIS GRAVITACIONALMENTE LIGADOS

Protazio de Oliveira Lima [1]

RESUMO

Vários fatores contribuem para as condições de vida na Terra, entre eles, estarmos na presença adequada de uma estrela como o Sol e o fato de possuirmos uma Lua em sua proporção e distância. A Lua é responsável por vários fenômenos que são essências para a preservação da vida no nosso planeta, como o fenômeno das marés, que também ocorre devido a influência do Sol no planeta, porém em menor escala; efeito este que pode ser explorado na Mecânica Celeste, embora comumente tratado de maneira superficial nos cursos básicos de Física. Este trabalho propõe construir uma análise teórico-bibliográfica sobre o assunto, explorando a relação dos fenômenos observados com as possíveis modelagens a partir do estudo de sistemas de forças centrais, buscando compor um espaço de discussão escassa na comunidade interessada. Devido sua massa, proporcionalmente grande, e por estar relativamente próximo da Terra, a Lua exerce força gravitacional suficiente para afetar, especialmente, o movimento de rotação do planeta, frenando a mesma, e como consequência se afasta do centro de massa do sistema; os resultados obtidos precisam ser atualizados devido a importante influência do Sol, como um efeito complementar, o que dá origem, por exemplo, as marés vivas e mortas. Os resultados obtidos podem ser generalizados para sistemas de corpos celestes gravitacionalmente ligados.

Palavras chave: Lua. Sol. Força gravitacional. Movimentos da Terra.

Several factors contribute to the conditions of life on Earth, among them, being in the proper presence of a star like the Sun and the fact that we have a Moon in its proportion and distance. The Moon is responsible for several phenomena that are essential for the preservation of life on our planet, such as the phenomenon of tides, which also occurs due to the influence of the Sun on the planet, but on a smaller scale; This effect can be explored in Celestial Mechanics, although it is commonly treated superficially in basic Physics courses. This work proposes to build a theoretical-bibliographic analysis on the subject, exploring the relationship of the observed phenomena with the possible modeling from the study of systems of central forces, seeking to compose a space of scarce discussion in the interested community. Due to its proportionally large mass, and because it is relatively close to the Earth, the Moon exerts enough gravitational force to affect, especially, the planet's rotation movement, braking it, and as a consequence it moves away from the center of mass of the system; the results obtained need to be updated due to the important influence of the sun, as a complementary effect, which gives rise, for example, to live and dead tides. The results obtained can be generalized to gravitationally linked

[1]Aluno de Graduação em Física pela Universidade Estadual da Paraíba – Campus VIII
E-mail: protazio.popo@hotmail.com

celestial body systems.

Keywords: Moon. Sun Gravitational force. Earth Movements.

INTRODUÇÃO

Neste artigo vamos discutir sobre os sistemas Terra-Lua, Terra-Sol e Terra-Lua-Sol, quais as influências que o Sol e a Lua causam sobre nosso planeta e quais as consequências futuras dessas influências. Para entendermos os fenômenos causados por essas influências foi necessário fazer uso da mecânica clássica, das Três Leis de Newton, das conservações dos momentos e da energia e, a partir da aplicação dessas leis no sistema Terra-Lua e Terra-Lua-Sol, analisar o comportamento desses corpos afim de explorar as alterações na distância Terra-Lua, inclusive sob a influência do Sol, e da velocidade de rotação da Terra devido o fenômeno da formação das marés no nosso planeta e as conservações dos momentos linear e angular, evidenciando também os efeitos de maré viva e maré morta.

Segundo Taylor (2013), Mecânica é a área da Física que estuda o movimento, as variações de energia e as forças que atuam sobre um corpo, desde movimentos simples, como a queda de uma pedra, até o movimentos dos planetas. Deve-se aos gregos uma abordagem inicial organizada para tratar os movimentos. Apesar de serem representações iniciais, pós-dogmáticas, não fundamentadas no método científico, foi um grande avanço para a época e balizares para o estudo do movimento de Galileo Galilei (1564-1642), considerado o fundador do método científico. Isaac Newton (1643-1727), deu continuidade ao trabalho de Galileo, fundamentou as leis da Mecânica Clássica - conhecidas como As Três Leis de Newton - e formulou uma teoria para explicar a dinâmica dos objetos celestes - denominada Teoria da Gravitação Universal. As leis desenvolvidas por Newton para a Mecânica explicam o movimento de qualquer objeto, desde que esses movimentos não se aproximem da velocidade da luz, nem do comportamento do movimento das partículas subatômicas. Essas três leis serão nosso ponto de partida para explorar o movimento do sistema de dois corpos gravitacionalmente ligados, permitindo que em seguida possamos lidar com as consequências dos efeitos de maré no sistema Terra-Lua, ou ainda, Terra-Lua-Sol.

Existem três classes gerais de movimentos na Mecânica: a translação, a rotação e a vibração, este último não será abordado no estudo em questão. As leis de Newton nos dão as ferramentas essenciais para o estudo da translação e da rotação, juntamente com o auxílio do cálculo diferencial e integral. Para analisar o movimento dos corpos celestes é necessário compreender essas leis, mais especificamente, os movimentos circulares e as conservações dos momentos linear e angular, bem como a conservação da energia, uma vez que é comum para os corpos celestes girarem ao redor de seus próprios eixos, ao mesmo tempo que descrevem movimentos circulares ao redor do centro gravitacional; como é o caso dos planetas do nosso Sistema Solar, ou mesmo a Lua ao redor da Terra e que, apesar da distância, interagem entre si pela força gravitacional, formando sistemas ligados.

Vamos dedicar a nossa atenção inicialmente a um problema conhecido, o afastamento gradual da Lua. A literatura coloca base sobre esse tema na própria origem do nosso Satélite (FILHO, 2013); a teoria adotada é a de que existia na órbita da Terra um outro planeta, denominado Theia, que por ter velocidade de translação diferente colidiu com a Terra, dando origem ao sistema binário Terra-Lua. Inicialmente cobertos de material líquido, o sistema sofre o efeito de maré, caracterizado pela força diferencial gravitacional que deforma o objeto, tal que o bojo gerado frena a Terra e a Lua, trazendo a Lua a condição de sincronização dos movimentos de translação e rotação, sendo esse a razão da Lua mostrar sempre a mesma face para a Terra, que devido a sua maior massa e inércia rotacional, resistiu a sincronização, mantendo um perfil de rotação que se ajustou a duração do dia atual gradualmente.

A força gravitacional é uma força central, no sistema binário Terra-Lua, em consequência da conservação do momento angular, como demonstraremos, ocorre o afastamento da Lua, atrelado ao processo de frenagem da rotação da Terra. Essa dinâmica foi um elemento essencial para a formação e manutenção da vida no planeta e deve ser corrigida pela presença do Sol, que também influencia a frenagem na velocidade de rotação da Terra. Outros efeitos de maré, não tratados nesse trabalho, afetam não apenas a parte líquida do planeta, mas também a parte sólida e a atmosfera terrestre - vide (LOPES,1992) para uma análise introdutória dessa temática. A Lua é inclusive responsável por manter a rotação da Terra estável, o que é essencial para manter a vida no nosso planeta. Vários estudos comprovam a importância da Lua para existência da vida na Terra, ((VIRGATCHIK, 1983); (SARLO, 1999); (TRUMPER,); (SILVEIRA, 2001); (LANGHI, 2004); (SARAIVA MARIA DE FATIMA OLIVEIRA E DA SILVEIRA, 2011); (IACHEL; LANGHI; SCALVI, 2008); (DARROZ LUIZ MARCELO E HEINECK, 2011); (DARROZ LUIZ MARCELO E PERES; HEINECK, 2012); (DARROZ LUIZ MARCELO E HEINECK, 2011); (MARTINS BRUNO DE ANDRADE E LANGHI, 2012)).

O sobe e desce das marés são as evidências mais direta da interação gravitacional entre a Terra e a Lua, e também em menor proporção, entre a Terra e o Sol, uma vez que esses astros são responsáveis pelo deslocamento de massa fluida sobre o planeta. Esse deslocamento cria um bojo da parte fluida do planeta sempre voltada para o astro em interação, a Lua em principal proporção e o Sol em menor proporção, frenando o planeta. Essa frenagem, além de aumentar a duração do dia, impactando o momento angular da Terra, tem como uma consequência direta o afastamento da Lua.

O afastamento da Lua é de fato identificado através de medições feitas pelo LRRR (Laser Ranging RetroReflector), um laser potente que é direcionado à Lua e refletido por espelhos lá colocados por astronautas em uma das missões Apollo (DICKEY JEAN O E BENDER, 1994). A partir da velocidade com que o feixe de luz percorre a distância Terra-Lua, é possível calcular essa distância. Além disso, antes mesmo dessas medições, já haviam evidencias de que a Lua estaria se afastando. Uma das evidências é o movimento sincronizado de rotação e traslação da Lua. Segundo Filho (2013) essa sincronização não seria acidental, mas sim devido a força de maré que antes era bem mais intensa, quando a Lua estava mais próxima da Terra; essa força foi freando a rotação da Lua até que seu movimento de rotação coincidisse com o movimento de translação, esse efeito deveria ser compartilhado em menor proporção com a Terra. Outra evidência veio das profundezas dos oceanos. Uma espécie de coral foi muito importante para essa descoberta. De acordo com Lopes (1996), há cerca de 370 milhões de anos, no período do Devoniano Médio, esses corais apresentavam cerca de 400 anéis de crescimento por ano e os corais atuais apresentam 365 anéis, esses anéis são renovados diariamente. Desse modo, se infere que há cerca 370 milhões de anos o dia tinha, aproximadamente, a duração de 21,9 horas. A partir dessas informações foi possível perceber que algo estava freando a Terra e como consequência disso, os dias estavam ficando cada vez mais longos, sendo a evidência mais direta a interação gravitacional da Lua, e em menor proporção do Sol.

O presente trabalho se apresenta como uma alternativa de estudo contextualizada para a abordagem dos conceitos envolvidos e pode contribuir como material de apoio para o estudo a nível de graduação para estudantes de Física e áreas afins, ou mesmo, a partir de sua devida adaptação, para o ensino de Física a nível básico, tendo em vista que os assuntos relacionados a Mecânica Rotacional em geral são abordados na parte final das ementas dos cursos de Mecânica, quando a escassez de tempo pode prejudicar o desenvolvimento dos assuntos correlacionados, o tema também permite mobilizar conhecimentos de outras áreas, como Geologia e História da Ciência, permitindo um possível alinhamento a proposta da nova BNCC (Base Nacional Comum Curricular). Diante disso, o objetivo geral desse trabalho visa tratar, no âmbito da mecânica clássica, o problema do afastamento da Lua, como uma consequência do efeito de maré sobre a Terra, estendendo a discussão para o efeito adicional da maré causada pelo Sol.

O estudo da mecânica Clássica juntamente com as Leis de Newton nos dará o referencial teórico necessário para as discussões a respeito do afastamento da Lua e do efeito de maré. Inicialmente será feito um aporte teórico sobre a Mecânica clássica e as Leis de Newton para movimentos translacionais, em seguida será discutido as leis de conservação, que por sua vez é a ferramenta principal para o estudo em questão. Nessa seção serão discutidas as leis de conservação para um sistema fechado, sendo uma consequência direta das Leis de Newton, procurando evidenciar o sistema Terra-Lua, que é o nosso alvo principal, responsável pelo efeito de maré. Nas próximas seções serão discutidas as Leis de Newton para movimentos rotacionais, que são similares as do movimento translacional, e as forças centrais. Por último, nas seções seguintes, todo aporte teórico será aplicado ao sistema Terra-Lua, nessas seções serão discutidas as causas do efeito de maré e suas consequências.

1 A MECÂNICA CLÁSSICA

Como já foi citado antes, a Mecânica estuda o movimento, a Mecânica Clássica, especificamente, estuda o movimento de corpos que não estão se movendo muito rápido, nem de corpos muitos pequenos, esses são estudados pela mecânica quântica e relativista. Para consecução deste artigo faremos uso das Leis de Newton para analisar o movimento dos corpos celestes. Neste capítulo descreveremos essas leis e em outro capítulo extrapolamos as mesmas para o caso rotacional, usando o sistema Terra-Lua como um material de estudo.

As três Leis de Newton foram formuladas de acordo com cinco conceitos fundamentais: noções de espaço, tempo, massa, força e referencial.

A Mecânica Clássica tem algumas restrições: tempo é absoluto, homogêneo, ou seja, passa igualmente para qualquer um ser no planeta, não sendo relativo, como diz a Mecânica Quântica e Relativista; os efeitos quânticos são desprezíveis; o espaço é homogêneo e isotrópico, isso significa que as propriedades do espaço são as mesmas em todos os lugares e em todas as direções; a massa é constante e caracteriza a inércia do corpo, ou seja, uma resistência inerente do corpo à sua aceleração; em quase todos os problemas é necessário estabelecer um referencial inercial, ou seja, um ponto de referência no espaço, e as leis de Newton só são válidas com referenciais inerciais, que não estão se movendo.

1.1 *As Leis de Newton*

Tendo como base os estudos feitos por Galileo e outros cientistas da época, Newton formula as suas três leis, levando em conta todas as considerações citadas anteriormente, como tempo absoluto, massa constante, entre outras. Essas leis são conhecidas até hoje e são descritas conforme sua versão original em seguida. Primeira lei: “Todo corpo continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em uma linha reta, a menos que seja forçado a mudar aquele estado por forças aplicadas sobre ele.”Segunda lei: “A mudança de movimento é proporcional à força motora imprimida e é produzida na direção de linha reta na qual aquela força é aplicada”. Terceira lei: “A toda ação há sempre uma reação oposta e de igual intensidade: as ações mútuas de dois corpos um sobre o outro são sempre iguais e dirigidas em sentidos opostos”.

1.2 *Primeira Lei de Newton: Princípio da Inércia*

Apesar de Galileo ter dado muitas contribuições ao estudo do movimento, Newton foi quem deu uma explicação mais aprofundada sobre o movimento dos corpos e como as forças atuam sobre esses corpos. Newton buscou explicar o movimento, tendo em vista um referencial que não afete o próprio movimento, ou seja, um referencial inercial. Newton também chegou à conclusão de que a propriedade do corpo que resiste ao movimento, denominada inércia, está relacionada ao momento, que por sua vez é proporcional a velocidade e a massa do objeto, descrita pela relação:

$$\vec{p} = m\vec{v} \tag{1}$$

onde P é o momento, m é a massa e v é a velocidade.

Um corpo que mantém P inalterado, se mantém sem alteração de movimento, a menos que haja uma ação sobre ele. Segundo a transformada de Galileo, a descrição do movimento se mantém inalterado quando muda de um referencial $\vec{r}_0$ para um referencial $\vec{r}$.

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}t, \tag{2}$$

onde a escolha de $\vec{r}$ exige a escolha de um sistema de coordenadas, uma vez definida a posição de origem do movimento.

1.3 *Segunda Lei de Newton: Lei da Força*

A Segunda Lei de Newton está relacionada com a variação do momento linear e, no caso em que a massa é constante, estabelece uma relação entre a mudança de velocidade e a força aplicada. Essa lei foi fundamental para mensurar o movimento das partículas e estendida para corpos rígidos. A partir dela foi possível descrever qualquer movimento, com exceção de movimentos próximos da velocidade da luz e também o movimento de objetos muito pequenos, onde efeitos quânticos sejam relevantes; deu origem a uma teoria mais ampla que o modelo cinemático de Galileo, em que a força é modelada matematicamente para a translação, havendo uma teoria similar para a rotação.

A Segunda Lei de Newton é descrita matematicamente por:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt}, \tag{3}$$

onde claramente m foi tomado constante, como para uma partícula.

Aqui precisamos separar a modelagem matemática que emerge da escolha para $\vec{F}$, para o nosso interesse, por exemplo, $\vec{F}$ representará a força gravitacional, por outro lado para $m\vec{a}$, uma vez aplicada a primeira lei de Newton e derivando a mesma, temos uma forma geral para uma equação diferencial de segunda ordem, que delimita a operação de técnicas para obtenção da equação horária do movimento. aliás, considerando (2) e derivando, temos

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\vec{r}_0}{dt} + \vec{v} \tag{4}$$

derivando novamente.

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2\vec{r}_0}{dt^2} \tag{5}$$

Multiplicando ambos os lados pela massa m, obtemos a força:

$$\vec{F} = \vec{F}_0 \tag{6}$$

que se mantém inalterada no novo referencial $\vec{r_0}$, tal que obtemos a mesma dinâmica entre referenciais inerciais.

A Segunda Lei de Newton, em conjunto com a terceira lei, formam a base para o estudo da dinâmica dos corpos.

1.4 ***Terceira Lei de Newton: Lei da Ação e Reação***

Estabelece que, se um corpo exerce uma força sobre outro objeto, esse exerce uma força sobre o primeiro com mesma intensidade e sentido oposto, sob a linha correspondente a direção prolongada da força do primeiro objeto, observada a dinâmica dessa força.

A Terceira Lei de Newton pode ser enunciada da seguinte maneira: sejam dois corpos, 1 e 2, interagindo entre si. Se $\vec{F}_{12}$ (força que o corpo 1 exerce sobre o corpo 2) e se $\vec{F}_{21}$ (força que 2 exerce sobre o corpo 1), então as forças terão as mesmas intensidade e direção, porém com sentidos opostos, compartilhada a mesma linha de ação.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \tag{7}$$

Para um sistema fechado

$$\sum \vec{F} = 0 \tag{8}$$

Isso implica que $d\vec{p}/dt = 0$, logo $\vec{p} = c\vec{onst}$, de modo que entre dois instantes quaisquer:

$$\sum \vec{p_i} = \sum \vec{p_f} \tag{9}$$

2 LEIS DE CONSERVAÇÃO

Na Física, geralmente quando uma grandeza física é conservada, é porque houve uma interação entre dois ou mais corpos e nessa interação não houve alteração da grandeza física resultante sob o sistema, considerado fechado, ou seja, nesse sistema não houve interferência externas que poderiam acarretar em ganho ou perda da grandeza avaliada. Genericamente, as leis de conservação estabelecem uma relação de compensação; isso é uma característica da conservação, ou seja, uma determinada parcela da grandeza ganha ou perde em detrimento da outra.

Na Mecânica, especialmente, ocorrem a conservação do momento linear, do momento angular e da energia. Esses princípios tem papel central em nossa discussão e iremos apresentá-los tomando interesse na definição das grandezas envolvidas nos problemas relacionados.

2.1 *Conservação do Momento Linear*

Genericamente, para um sistema de partículas sujeito às Leis de Newton:

$$m_i a_i = m_i \ddot{\vec{r}}_i = \vec{F}_i(t, r_1, r_2, ..., r_N, v_1, ..., v_N) \tag{10}$$

onde N é o número de partículas do sistema, $m_i, \vec{r}_i(t) e \vec{v}_i = \dot{\vec{r}}_i$, são a massa, o vetor posição e a velocidade da i-ésima partícula (i=1,2,...,N). O vetor $\vec{F}_i$ é a força exercida sobre a i-ésima partícula. Admitindo que esse sistema seja fechado e que a interação por pares obedeça a terceira lei de Newton, de acordo com o princípio da superposição, obtemos

$$\vec{F}_r = \sum_{1}^{N} \vec{F}_{ri} = 0 \tag{11}$$

e

$$\vec{p}_r\,|_t = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_N|_t\,, \tag{12}$$

o momento linear resultante em um instante t é conservado no sistema; exatamente como uma equação de balanço, em que o aumento de uma parcela implica na diminuição da outra.

Especialmente, no sistema ligado formado pela Terra, Lua e Sol, a força total sobre a Terra é dado por:

$$\vec{F}_{rT} = \vec{F}_T = \vec{F}_{TL} + \vec{F}_{TS} \tag{13}$$

e analogamente isso se aplica para os demais objetos, ou seja:

$$\vec{F}_{rS} = \vec{F}_S = \vec{F}_{ST} + \vec{F}_{SL} \tag{14}$$

e

$$\vec{F}_{rL} = \vec{F}_L = \vec{F}_{LT} + \vec{F}_{LS} \tag{15}$$

ora, de acordo com a terceira lei de Newton $\vec{F}_{LT} = -\vec{F}_{TL}$, $\vec{F}_{ST} = -\vec{F}_{TS}$ e $\vec{F}_{SL} = -\vec{F}_{LS}$, o que nos leva a resultante $\vec{F}_r = \vec{F}_{rT} + \vec{F}_{rS} = \vec{F}_{rL} = 0$, pois para cada força existe uma força resultante negativa correspondente, tal que de acordo com a segunda lei de Newton:

$$\frac{d\vec{P}_r}{dt} = \vec{F}_r = 0 \tag{16}$$

sendo $\vec{P}_r = \vec{P}_{rT} + \vec{P}_{rS} + \vec{P}_{rL}$, o momento linear resultante do sistema, que permanece inalterado sob a interação no sistema gravitacionalmente ligado, conduzindo a conservação do momento linear.

De fato, outras forças atuam no sistema, porém são desprezíveis para os interesses desse trabalho e a conservação do momento linear se apresenta como uma boa aproximação.

2.2 *Conservação da Energia*

Outra grandeza mecânica conservada em um sistema fechado é a energia mecânica. O caminho mais natural para a construção dessa grandeza parte do teorema do trabalho-energia cinética:

Consideremos uma partícula submetida a uma força $\vec{F}$, que está se movendo da posição $\vec{r}_1$ para a posição $\vec{r}_2$, por um certo caminho L. Essa trajetória está representada na figura abaixo.

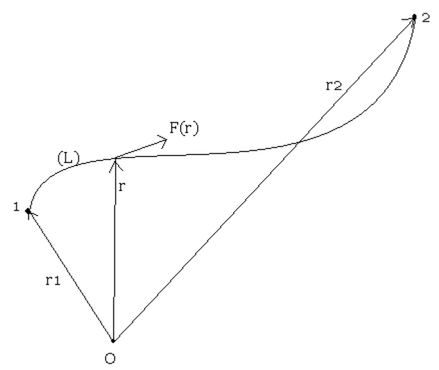

Figura 1: Trajetória de uma partícula sob a influência de forças conservativas, (SHAPIRO, 2010).

Definimos o elemento infinitesimal de trabalho da força $\vec{F}$ (ou trabalho infinitesimal), dw, através do produto escalar

$$dw = \vec{F} \cdot d\vec{r} \tag{17}$$

tal que

$$w = \int_L \vec{F} \cdot d\vec{r} \tag{18}$$

sob um caminho L definido. Da segunda lei de Newton,

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \tag{19}$$

e agora

$$w = \int_L \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot d\vec{r} \tag{20}$$

e da definição de velocidade $\vec{v} = d\vec{r}/dt$ e momento linear $\vec{p} = m\vec{v}$, entre dois pontos genéricos 1 e 2 no caminho L,

$$w = \int_{p_1}^{p_2} \vec{v} \cdot d\vec{p} = \int_{p_1}^{p_2} \frac{1}{m}\vec{p} \cdot d\vec{p}, \tag{21}$$

e, para um movimento translacional, obtemos

$$w = \int_{p1}^{p2} \frac{1}{m} p dp \tag{22}$$

o que resulta na expressão

$$w = \frac{p_2^2}{2m} - \frac{p_1^2}{2m}, \tag{23}$$

que nos permite definir a energia cinética como

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2}mv^2 \tag{24}$$

tal que

$$w = \Delta K, \tag{25}$$

sendo essa a expressão representativa do teorema trabalho energia-cinética. Basicamente essa relação impõe ao trabalho a capacidade de alterar a velocidade de um objeto massivo.

Segundo Taylor (2013), para que uma força seja conservativa, ela deve obedecer duas condições.

A primeira condição é que $\vec{F}$ dependa apenas posição r em relação ao outro objeto com quem se está interagindo. A segunda é que, para quaisquer dois pontos 1 e 2, o trabalho realizado entre esses dois pontos por $\vec{F}$ seja o mesmo para todos os caminhos entre 1 e 2.

Se todas as forças atuantes sobre um objeto são conservativas, podemos definir uma grandeza chamada energia potencial $U(r)$.

A segunda condição conduz a:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0 \tag{26}$$

e podemos escolher a escrita,

$$\vec{F} = -\vec{\nabla}U(r), \tag{27}$$

onde o sinal de menos foi convenientemente escolhido para que

$$w = -\Delta U, \tag{28}$$

sendo a energia potencial $U(r)$ definida por

$$U(r) = -\int_0^r \vec{F} \cdot d\vec{r}. \tag{29}$$

Podemos agora definir para um sistema fechado sob ação exclusiva de forças conservativas

$$\Delta E_{mec.} = 0 \tag{30}$$

onde $E_{mec.} = K + U = const.$, o que sintetiza o princípio de conservação da energia mecânica.

Interessamos especialmente pelo sistema Terra-Lua-Sol, onde a interação é exclusivamente gravitacional; isso implica na escrita:

$$U(r) = G\frac{m_1 m_2}{r} \tag{31}$$

entre dois desses objetos. Para o estudo da estabilidade da configuração Terra-Lua-Sol é relevante analisar a energia de ligação do sistema gravitacionalmente ligado, que pode ser realizado a partir da relação:

$$w = \frac{1}{8\pi G}\int g^2 d\tau, \tag{32}$$

onde g é a intensidade do campo gravitacional resultante. Nesse trabalho admitiremos, por simplicidade que as órbitas no sistema Terra-Lua-Sol são estáveis, antes, durante e depois das transições provocadas pela ação da força gravitacional sobre o volume de massa desses objetos (CHOW, 1995).

3 A CINEMÁTICA DA ROTAÇÃO

A rotação é uma classe de movimentos e, assim como a translação, admite uma dinâmica estruturada em três leis de Newton.

Para especificar uma rotação podemos apenas indicar a direção de um eixo de referência e o ângulo através do qual o corpo girou, conforme a figura abaixo,

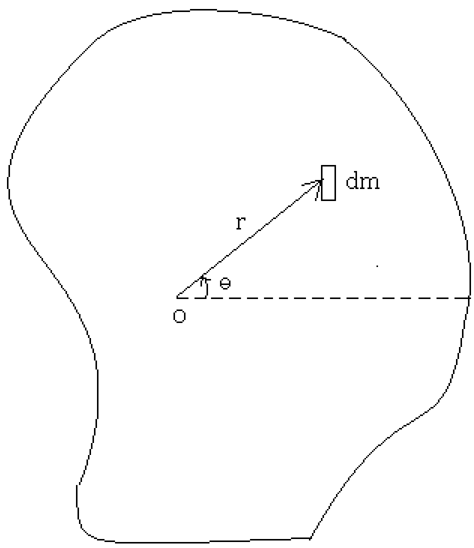

Figura 2: Sistema de rotação (fonte própria).

É possível relacionar a velocidade angular $\omega = d\theta/dt$ com a velocidade linear $v = dl/dt$ para um corpo rígido através do conceito de arco, tal que $\omega = v/r$. Similarmente é possível relacionar a aceleração angular $\alpha = d\omega/dt$ a aceleração linear $a = dv/dt$, de modo que $\alpha = a/r$.

Como grandezas vetoriais relativas ao eixo de giro é ainda possível escrever, para qualquer corpo rígido girando com velocidade angular ω e a aceleração angular α: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ e $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$.

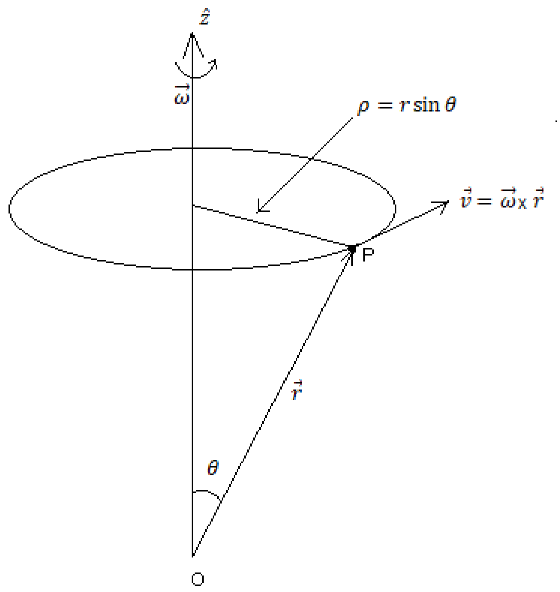

Figura 3: "A rotação da Terra arrasta o ponto P sobre a superfície em torno de um círculo de latitude (raio $\rho = r\sin\theta$) com velocidade $v = \omega\rho = \omega r \sin\theta$ e, portanto, velocidade $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$"(TAYLOR, 2013).

4 A DINÂMICA DOS MOVIMENTOS ROTACIONAIS

O estudo dos movimentos rotacionais é central para o presente trabalho, já que todos os corpos celestes descrevem movimentos rotacionais, como o movimento de translação, ao redor de um ponto sob um eixo de referência, ou mesmo o movimento de rotação em torno do seu próprio eixo de giro (algumas vezes denominado de spin (FILHO, 2013)).

Nesta seção estudaremos as forças que atuam em um corpo que descreve um movimento rotacional e as causas dessas forças, para isso vamos usar as leis de Newton da rotação, que são similares as que descrevem movimentos retilíneos. A dinâmica dos movimentos rotacionais possui muitas analogias com os movimentos translacionais, assim como existem três leis para os movimentos translacionais, também vamos ter três leis para os movimentos rotacionais.

4.1 *1ª Lei: Inércia Rotacional*

De acordo com Tipler Paul Allan (2006), o momento de inércia é uma medida de resistência inercial de um objeto que sofre movimento rotacional em torno de um eixo. Ele é uma medida inercial rotacional análoga à massa. O momento de inércia em torno de um eixo depende da distribuição relativa da massa do objeto em relação ao eixo. Entende-se que quanto mais distante a massa estiver do eixo, maior será a contribuição ao momento de inércia em relação a esse eixo; em síntese o momento de inércia dependerá da localização do eixo de rotação e da distribuição de massa do objeto.

A representação matemática do momento de inércia é mais facilmente obtida a partir da definição da energia cinética para a partícula de massa dm, de uma distribuição de massa conhecida, de tal modo que:

$$dK = \frac{1}{2} dm v^2. \tag{33}$$

Se esse elemento de massa dm gira com uma velocidade $v = \omega r$, em relação ao eixo de rotação, podemos reescrever,

$$dK = \frac{1}{2} dm r^2 \omega^2. \tag{34}$$

integrando o resultado anterior sob a distribuição de massa conhecida, obtemos uma expressão geral para a energia cinética do corpo extenso em rotação

$$K = \frac{1}{2} \left(\int r^2 dm \right) \omega^2, \tag{35}$$

e podemos agora identificar a grandeza em parênteses como o momento de inércia do objeto, relativo ao eixo de rotação escolhido,

$$I = \int r^2 dm. \tag{36}$$

Para um objeto extenso com momento de inércia definido, a energia cinética K para movimentos rotacionais é obtida por:

$$K = \frac{1}{2} I \omega^2. \tag{37}$$

De forma análoga à primeira lei de Newton para a translação, todo corpo que descreve um movimento rotacional uniforme permanecerá seu movimento, a menos que atue um torque sobre esse corpo. As demais características, de escolha de um origem e determinação de um sistema de referência em uma dado sistema de coordenadas são mantidos.

4.2 *2ª Lei: O Torque*

O termo aceleração angular indica a variação da velocidade angular num certo intervalo de tempo ($d\omega/dt$). De maneira análoga às variáveis do movimento de translação (deslocamento, velocidade e aceleração), as variáveis angulares também são vetoriais, no entanto, para os casos angulares o vetor sempre será paralelo ao eixo de rotação.

Uma aplicação direta da aceleração angular pode ser obtida por meio do cálculo do torque (τ),

$$\vec{\tau} = I\vec{\alpha}. \tag{38}$$

Essa equação é similar a segunda lei de Newton; nesse caso, a força $\vec{F}$ é substituída por uma nova grandeza $\vec{\tau}$ para representar a grandeza fundamental dinâmica que, neste caso, é aplicado a um braço de alavanca, a massa m substituída por I, que está relacionado com a inércia do corpo e a aceleração $\vec{a}$ por $\vec{\alpha}$. O torque também poder ser obtido da derivação do momento angular

$$\vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \tag{39}$$

onde $\vec{L} = I\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{p}$ e dessa representação emerge a relação de similaridade $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$.

O torque se relaciona com a aceleração angular. Consideremos o sistema ilustrado pela figura 4: as duas forças, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, paralelas entre si e ortogonais à barra, são aplicadas a mesma barra. As forças estão sendo aplicadas a distâncias diferentes, $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$, do eixo de rotação. Se os sentidos das forças forem opostas, a condição de equilíbrio translacional será dada quando o torque resultante for igual a zero, ou seja, $\vec{\tau}_1 = \vec{\tau}_2$; na figura abaixo isso resulta em $F_1 r_1 = F_2 r_2$. Genericamente o equilíbrio é redefinido, sob a necessidade ampliada de:

$$\sum_i \vec{F}_i = 0 \qquad \text{e} \qquad \sum_i \vec{\tau}_i = 0. \tag{40}$$

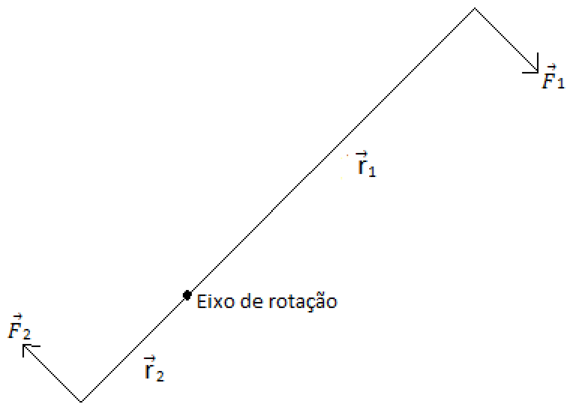

Figura 4: Rotação em torno de um eixo fixo, perpendicular ao plano da figura (fonte própria).

4.3 *3ª Lei: Ação e Reação*

Assim como no caso translacional, no caso da rotação também vamos trabalhar com referenciais inerciais, só que nesse caso vamos ter como referência um eixo de rotação ao qual esse corpo está girando.

Analogamente ao caso translacional, essa lei diz que toda ação de um torque faz corresponder um torque de reação, de mesma intensidade, mesma direção mas sentidos opostos. Também nas rotações, a ação e a reação de um torque são necessariamente aplicadas em corpos diferentes, ou seja:

$$\vec{\tau}_{12} = -\vec{\tau}_{21}. \tag{41}$$

Quando considerados os momentos de inércia em um dado instante da interação, podemos reduzir a expressão acima a $I_1 \vec{\alpha}_{12} = -I_2 \vec{\alpha}_{21}$. Sendo os torques de ação e reação na rotação, vetores colineares, a última representação assume um formato de equação de balanço, onde a alteração não auto-compensada de uma das grandezas (momento de inércia ou aceleração angular) implica em uma correspondente mudança no outro corpo. Isso terá um papel central em nossa discussão acerca da frenagem da Terra e o consequente afastamento da Lua.

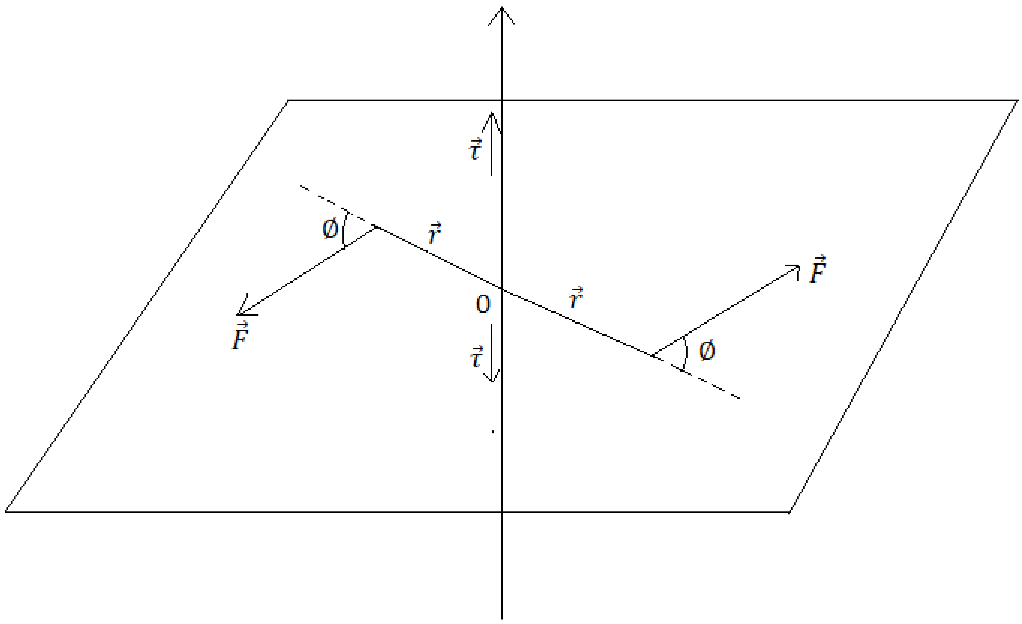

Figura 5: Torque resultante. É possível observar que as forças aplicadas a uma certa distância com sentidos opostos geram geram torques, também com sentidos opostos, como na figura as distâncias de r, as forças e os ângulo são iguais (isso não é necessariamente a única condição para torque nulo), os torques também serão iguais e com sentidos opostos, por isso se anularão (fonte própria).

5 CONSERVAÇÃO DO MOMENTO ANGULAR

Similarmente ao caso translacional, em um sistema fechado a terceira lei de Newton para rotação implica em:

$$\sum \vec{\tau}_{ij} = \sum \vec{\tau}_R = 0, \qquad \text{tal que} \qquad \sum \frac{d\vec{L}_i}{dt} = 0, \tag{42}$$

onde i e j identificam as partículas na interação. Dá última relação concluímos que $\sum \vec{L}_i$ é mantido constante durante a interação, o que denominamos conservação do momento angular do sistema. Entre dois instantes quaisquer 1 e 2:

$$\sum \vec{L}_i|_1 = \sum \vec{L}_i|_2, \tag{43}$$

onde $\vec{L}$ pode admitir a representação geral $\vec{r} \times \vec{p}$, ou, para objetos de momento de inércia bem definidos, $I_i\vec{\omega}_i$. Especialmente, para a interação de dois objetos, a e b, com momento de inércia bem definidos, escrevemos a equação de balanço:

$$(I_a\vec{\omega}_a + I_b\vec{\omega}_b)|_1 = (I_a\vec{\omega}_a + I_b\vec{\omega}_b)|_2 \tag{44}$$

e assim a alteração do momento de inércia ou velocidade angular, não alto compensada, em um dos objetos pode gerar uma alteração nessas quantidades no outro objeto.

5.1 *Forças centrais*

Na ação exclusiva de forças centrais, o torque resultante da interação também se anula. Força central é uma força que está sempre direcionada para um centro (centrípeta) ou para fora de um centro (centrífuga), de modo que $\vec{F} = \pm F(r)\hat{r}$.

Esse tipo de força está presente em sistemas planetários; a lei da gravitação universal de Newton é um exemplo de força central - de forma análoga, entre partículas carregadas, a lei de Coulomb também apresenta essa característica. A força centrípeta atua impedindo os corpos de seguir uma trajetória retilínea; em um sistema planetário é causada pelas massas dos corpos, já que, segundo Newton, todo corpo dotado de massa gera uma força atrativa, descrita, matematicamente pela equação:

$$\vec{F}_g = -G\frac{m_i m_j}{r^2}\hat{r} \tag{45}$$

Em um sistema de forças centrais ligado por uma força gravitacional, onde não atuam forças externas ou podemos despreza-las, o momento angular é conservado e consequentemente $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{r} \times (\pm F(r)\hat{r}) = 0$, sendo válida a equação de balanço (44).

6 AS MARÉS NA TERRA

Newton foi o primeiro a explicar, em 1687, o fenômeno das marés, A partir da Lei da Gravitação Universal, inferido que as águas dos oceanos são atraídas pela força gravitacional do Sol e da Lua, e que podemos desprezar a força gravitacional do Sol, pois este se encontra muito distante da Terra, mas a força gravitacional da Lua não poderia ser desprezível, devido sua aproximação. A água por ser fluída consegue ser atraída mais facilmente que a crosta da Terra, essa divergência de movimentos gera atrito e consequentemente afeta o movimento da Terra (VIRGATCHIK, 1983).

Segundo Galeano (2009) formam-se dois bojos de água, um no mesmo sentido da Lua, devido à atração gravitacional provocada pela mesma e outro no sentido oposto da Lua. Essa força faz com que as águas nos polos baixem para convergir no ponto mais próximo da Lua; o bojo formado no sentido oposto se dá devido a inércia provocada pelo movimento, em módulo, uma força de reação, conforme o princípio da ação e reação (terceira lei de Newton), causando assim a mesma elevação das águas no lado oposto da Terra, oposto também a posição da Lua (conforme a figura 6b). Isto significa que quando a maré estiver alta em um dos lados da Terra, no outro lado também estará, essa variação na elevação das águas é perceptível nas marés formadas nos continentes.

Quando o Sol e a Lua estão alinhados, as forças gravitacionais de ambos se somam ocasionando uma maré ainda mais alta, chamada de marés vivas, e quando a Lua e o Sol estão em sentidos opostos essas forças se subtraem, o que diminui a intensidade da maré, ocasionando as marés mortas (matematicamente os constituintes subtraem-se). O atrito com o fundo do oceano reduz o movimento de rotação da Terra, fazendo com que a duração do dia aumente 0,002 s por século. Também podemos medir que a Lua está a afastar-se da Terra 3cm/ano (ESTEVINHO, 2012).

Segundo Taylor (2013), essa força gravitacional gerada pela Lua causa uma aceleração na Terra em direção à Lua, inclusive nos oceanos. Essa aceleração é causada, principalmente, pelo fato de a Terra e a Lua estarem girando em torno de um centro de massa que é bem próximo do centro da Terra, essa aceleração é denominada aceleração centrípeta. Todo corpo que se encontra sobre a Terra está sujeito a essa aceleração, que por sua vez, varia conforme a sua localização na superfície, no entanto, os oceanos são mais sensivelmente afetados por essa aceleração, gerando as marés.

(a) Incorreto (b) Correto

Figura 6: Ilustração da Terra e da Lua bem na posição do Polo Norte. (a)Essa imagem mostra a formação de um bojo voltado para Lua, neste caso consideramos incorreto, pois se isso acontecesse nós só teríamos maré alta apenas uma vez por dia, e isso não é verdade. (b)Nessa outra imagem é possível observar a formação dos bojos de água formados na direção da Lua e na direção contrária da mesma, essa é a explicação correta, (TAYLOR, 2013) (imagens desproporcionais, fora de escala).

7 SISTEMA TERRA-LUA

O sistema composto por Lua (m_L) e Terra (M_T), é um exemplo de sistema de dois corpos, onde a Lua orbita a Terra. Esse sistema está ligado por uma força central, de acordo com a teoria da gravitação universal de Newton.

> Newton pôde explicar o movimento dos planetas em torno do Sol, assumindo a hipótese de uma força dirigida ao Sol que produz uma aceleração que força a velocidade do planeta a mudar de direção continuamente. Newton descobriu a Lei da Gravitação Universal considerando o movimento da Lua em torno da Terra e as Leis de Kepler, (FILHO, 2013, p.86).

Uma aplicação para o nosso interesse é fundamentada por Lopes (1996), quando sinaliza que os bojos de água dos oceanos formados pela força gravitacional da Lua gera uma diferença de movimento rotacional entre a água dos oceanos e a parte terrestre, o que gera atrito e, consequentemente perda de energia, o que culmina na desaceleração do planeta Terra, aumentando o dia em 0,002 segundos por século. Essa desaceleração da Terra gera uma consequência no movimento da Lua, devido a conservação do momento - vide a equação (44). Se o movimento angular da Terra diminui e consequentemente o momento angular também, então a Lua tem que aumentar seu momento angular orbital, ou seja, se distanciando da Terra.

Vamos ver porque isso acontece: O momento angular de translação da Lua é dado por $\vec{L} = m(\vec{r} \times \vec{v})$, onde r é o raio da órbita e v a velocidade orbital. Como $\vec{r} \times \vec{v} = rv\sin\theta$, sabendo que esses vetores são ortogonais, ou seja, formam um ângulo de 90º entre eles e que $v = 2\pi r/P$ e o período $P^2 = kr^3$, como descrito na terceira lei de Kepler (FILHO, 2013), então, podemos reescrever:

$$v = \frac{2\pi r}{k^{\frac{1}{2}} r^{\frac{3}{2}}} = \frac{2\pi}{k^{\frac{1}{2}}} r^{\frac{-1}{2}}, \tag{46}$$

e

$$L = m\frac{2\pi}{k^{\frac{1}{2}}}r \cdot r^{\frac{-1}{2}} = m\frac{2\pi}{k^{\frac{1}{2}}}r^{\frac{1}{2}}, \tag{47}$$

ou seja, aumentando o raio da órbita r, aumenta o momento angular orbital, compensando a redução do momento angular de rotação (spin), segundo Filho (2013):

Para que essa equação seja satisfeita, consideramos o momento angular, antes e depois, da Lua iguais, fazendo essa consideração e usando o teorema dos eixos paralelos, obtemos o lado direito dessa equação, que é o momento angular orbital da Lua.

$$\vec{L}_{total} = \vec{L}_{RT} + \vec{L}_{RL} + \vec{L}_{TL}, \tag{48}$$

onde os índices se referem a rotação da Terra (RT), rotação da Lua (RL) e Translação da Lua (TL)

> No futuro distante, a sincronização da órbita da Terra com a Lua implicará que o dia e o mês terão a mesma duração, que será igual a aproximadamente 3 dias atuais! No passado a Terra devia girar mais rápido e, portanto, o dia devia ser mais curto. De fato, estudos paleontológicos indicam que 100 milhões de anos atrás o ano tinha 400 dias; o dia 21 horas; e as marés eram muito mais intensas, pois a Lua estava mais próxima. A evidência vem de certas criaturas marinhas cujas conchas têm bandas de crescimento diárias e mensais permitindo que os cientistas contem os números de anéis em um ciclo mensal com fósseis de idades diferentes (FILHO, 2013, p.121).

Esse é um sistema gravitacionalmente ligado, de tal modo que prende a Lua no campo gravitacional da Terra, impedindo que a Lua se perca no espaço. Os cientistas acreditam que a Lua, no início de sua formação, girava mais rápido; devido a força gravitacional da Terra, o seu movimento angular foi freado até que esse ficasse em sincronia com o movimento de translação. É por esse motivo que não conseguimos enxergar o outro lado da Lua. Para ampliar o seu estudo sobre a origem da Lua vide Virgatchik (1983).

Para nossa análise admitimos a situação aproximada e simplificada de um sistema binário, assumidamente fechado, formado pela Terra e pela Lua, desconsiderando o movimento de translação da Terra e a Lua em órbita no plano equatorial da Terra.

Nos sistemas fechados e gravitacionalmente ligados, o momento angular total é dado pelo somatório dos momentos angulares iniciais mais os momentos angulares de Spin (momento angular de rotação intrínseca), conforme a equação:

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i + \sum \vec{S}_i = const. \tag{49}$$

Para o sistema Terra-Lua, assumido o mesmo plano de rotações e translações, bem como o mesmo sentido de giro, podemos escrever:

$$L_{Li} + S_{Li} + S_{Ti} = L_{Lf} + S_{Lf} + S_{Tf}. \tag{50}$$

Como o raio da Lua é muito menor que a distância da Lua a Terra, podemos desconsiderar os momentos de Spin inicial e final da Lua - como verificado por Filho (2013), tal que a equação acima é reduzida a:

$$S_{Ti} - S_{Tf} = L_{Lf} - L_{Li}, \tag{51}$$

ou melhor:

$$I_{Ti}\omega_{Ti} - I_{Tf}\omega_{Tf} = I_{Lf}\omega_{Lf} - I_{Li}\omega_{Li}. \tag{52}$$

Já que desconsideramos o movimento de translação da Terra e sua massa não sofre qualquer alteração no decurso presente, o seu momento de inércia final será igual ao momento de inércia inicial; ademais a Lua apresenta um movimento sincronizado de rotação e translação e sua velocidade angular permanece inalterada. Reescrevendo a equação acima, já substituindo os valores do momento de Spin da Terra, temos:

$$\frac{2}{5}M_T R_T^2(\omega_{Ti} - \omega_{Tf}) = (r_{TLf}^2 - r_{TLi}^2)M_L\omega_L \tag{53}$$

onde M_T, M_L e R_T são respectivamente a massa da Terra, a massa da Lua e o Raio da Terra r_{TL} é denotado como a distância Terra-Lua.

Desse último resultado podemos inferir que a Lua está continuamente se afastando da Terra. Os efeitos gravitacionais da Lua sobre a massa fluida da Terra geram um bojo permanentemente apontado para a Lua, de modo que a velocidade angular de rotação do planeta diminui, o que torna o termo $\omega_{Ti} - \omega_{Tf}$ continuamente crescente. A expressão (53) implica uma alteração compensatória no termo $r_{TLf}^2 - r_{TLi}^2$, sendo agora $r_{TLf}^2 > r_{TLi}^2$, o que exige que a Lua se afaste da Terra para garantir a conservação do momento angular. Temos aqui um processo de transição de órbita que ocorrerá até que a Terra atinja a sincronização de sua rotação com a translação da Lua - sincronização mútua. Entre os efeitos decorrentes dessa sincronização teremos o congelamento das marés de Lua, o que acarretará em uma diminuição gradual da amplitude de maré, por efeito gravitacional, em todo o planeta.

8 SISTEMA TERRA-LUA-SOL

Apesar de o Sol estar consideravelmente mais distante da Terra do que a Lua, devemos levar em conta a sua influência gravitacional nos efeitos de maré. Essa força gravitacional quando somada com a força gravitacional da Lua provoca marés mais altas, que são chamadas marés de Sizígia ou marés vivas (ver figura 7); isso ocorre quando o Sol e a Lua estão alinhados, tanto no mesmo lado como em lados opostos, relativos à Terra; quando o Sol está numa posição cujo raio vetor seja perpendicular ao raio vetor da Lua, em relação à Terra (conforme a figura 8), formam-se marés mais baixas, que são chamadas marés de quadraturas ou marés mortas. Essa condição potencializa a mudança da velocidade de rotação da Terra, como mensurado na expressão (53), tornando o efeito de afastamento da Lua mais intenso.

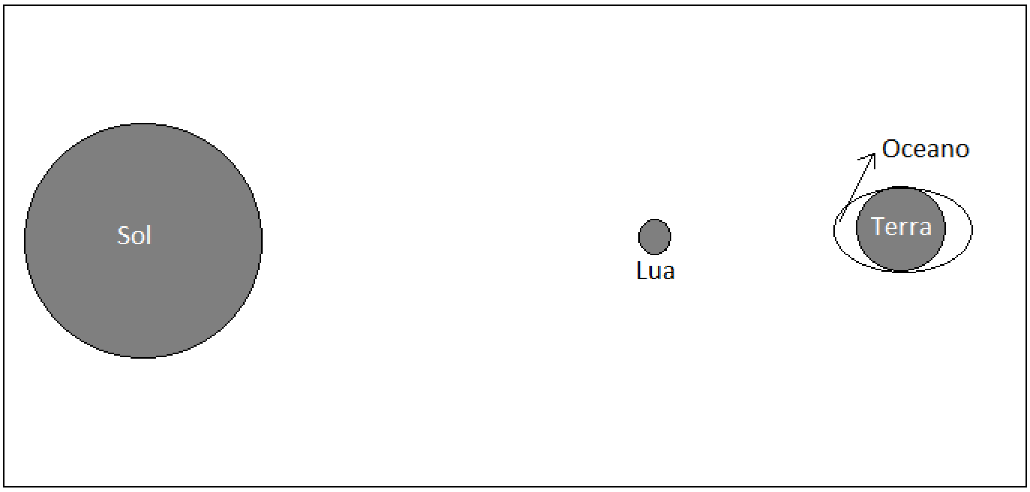

Figura 7: Sistema Terra-Lua-Sol e a formação das marés de Sizígia, quando o Sol e a Lua estão alinhados e do mesmo lado, em relação à Terra (imagem desproporcional, fora de escala)(fonte própria).

Além das influências externas que provocam alterações no movimento da Terra, esta também está sujeita a influências internas, como o derretimento das geleiras, que podem influenciar no momento de inércia da Terra e consequentemente na sua velocidade angular. Segundo uma reportagem do canal UOL, os dias de 2021 passarão mais depressa em decorrência de um leve aumento na velocidade de rotação da Terra, os dias deste ano deverão ser, em média, 0,5 milissegundo mais curtos que o normal, o que vem a contrariar o que evidenciamos até aqui, isso não significa que isso venha a refutar os estudos que comprovam o retardamento da velocidade de rotação da Terra. Segundo a reportagem isso é a primeira vez que acontece e foi constatado pelos nossos "guardiões do tempo"que são os oficiais do Serviço Internacional de Sistemas de Referência e Rotação da Terra (IERS), em Paris, França. São eles que monitoram a rotação da Terra e os 260 relógios atômicos espalhados pelo mundo e avisam quando é necessário adicionar — ou eventualmente deletar — algum segundo acumulado dos relógios. Segundo a reportagem: "A velocidade de rotação da Terra varia constantemente, dependendo de diversos fatores, como o complexo movimento de seu núcleo derretido, dos oceanos e da atmosfera"[2], estas são as consideradas influências internas.

Figura 8: Sistema Terra-Lua-Sol e a formação das marés de quadratura, quando o Sol faz um ângulo de 90º com a Lua, em relação à Terra (imagem desproporcional, fora de escala)(fonte própria).

[2]Disponível em https://www.uol.com.br/tilt/noticias/redacao/2021/01/05/2021-vai-passar-voando-a-terra-esta-girando-mais-rapido-do-que-nunca.htm?cmpid=copiaecola

9 SISTEMA TERRA-SOL

Um outro problema de interesse e que pode ser tratado através das considerações da conservação do momento angular, devido a ação de forças centrais, é a transição de órbita dos planetas, especialmente da Terra, quando da expansão do Sol, em sua mudança de fase para Gigante Vermelha.

Nosso Sol é considerado uma estrela mediana (uma estrela anã), com cerca de cinco bilhões de anos e já está quase na metade da sua evolução. Segundo Filho (2013) a vida do Sol está estimada em 11 bilhões de anos; a vida das estrelas é limitada devido as transformações nucleares ocorridas em suas camadas mais internas. Dentro das estrelas ocorrem constantes reações nucleares que utilizam como combustível o núcleo de elementos químicos, como é o caso do Sol, em que o núcleo de hidrogênio será transformado em um núcleo de hélio. Quando o núcleo solar transmutar todo o seu hidrogênio, passará a realizar reações nucleares com núcleos de hélio; a pressão de radiação aumentará e as camadas externas serão expandidas, aumentando sua luminosidade, fazendo com que o Sol se transforme numa Gigante Vermelha. Quando isso acontecer, a radiação que chegará à Terra será tão intensa que a temperatura na superfície da Terra chegará a 700ºC, os oceanos serão evaporados, o que impossibilitará a vida neste planeta. Após transformar todo o hidrogênio do núcleo em hélio, o Sol passará a transformar, como reação principal, esse hélio em carbono, que por sua vez não servirá de combustível para o Sol, o que provocará um diminuição abrupta na pressão de radiação e, em consequência, o Sol reduzirá seu tamanho, ficando aproximadamente do tamanho da Terra, passando assim para a classe das anãs brancas.

Agora que já explicamos porque o Sol aumentará de tamanho vamos expressar matematicamente como isso afetará nosso planeta. Para esse sistema temos:

$$L_{Ti} + S_{Ti} + S_{Si} = L_{Tf} + S_{Tf} + S_{Sf}, \tag{54}$$

onde L_T representa o momento angular da Terra em translação, S_{Ti} representa o Spin da Terra e S_{Sf} representa o Spin do Sol. Aqui desprezamos qualquer translação realizado pelo Sol.

De maneira similar as manipulações realizadas para o estudo do efeito de maré no sistema Terra-Lua, e admitindo que não ocorram mudanças significativas no perfil de rotação do Sol durante sua expansão (de fato, as influências gravitacionais externas, que poderiam figurar como geradores de efeitos de maré, ou mesmo a interação com os planetas do Sistema Solar, podem ser desconsideradas frente a forte expansão no raio do Sol durante sua transição para Gigante Vermelha), bem como que a Terra já atingira o efeito de sincronização com a translação orbital da Lua, chegamos ao resultado:

$$\frac{2}{5} M_S \omega_S (r_{Sf}^2 - r_{Si}^2) = (r_{TSi}^2 - r_{TSf}^2) M_T \omega_T, \tag{55}$$

de modo que a ampliação do raio do Sol, implica em uma diminuição do raio Terra-Sol, o que drenará nosso planeta para as proximidades do Sol, potencialmente ocupando a região hoje delimitada pela órbita dos três primeiros planetas rochosos, Mercúrio, Vênus e Marte (SCHRODER; SMITH, 2008).

Embora tenhamos centrado a nossa atenção sobre problemas envolvendo o Sol, a Terra e a Lua, as análises apresentadas permitem o estudo de efeitos de maré e a transição orbital de quaisquer dois objetos gravitacionalmente ligados. Eventos extremos em que ocorrem uma rápida mudança na distribuição de massa dos objetos envolvidos, como ocorre para novas, supernovas, buracos negros, ou mesmo situações mais específicas, como a captura de massa por disco de acresção em sistemas estelares múltiplos, fogem dessa representação inicial, e admitem tratamentos específicos. Nesse sentido as análises apresentadas se enquadram como um primeiro estudo, a discussão de problemas de ampla divulgação, mas que em geral são suprimidos em um estudo da Gravitação dos corpos celestes.

10 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O efeito de maré e a conservação do momento angular em sistemas como a Terra-Lua, Terra-Sol ou Terra-Lua-Sol se apresentam como uma rota alternativa ao estudo da Gravitação dos corpos celestes. Este trabalho foi feito com essa finalidade, propiciar um material de estudo que seja útil, de fácil compreensão, para os estudantes de Física, e ao mesmo tempo que permita abrir rotas de estudos correspondentes, com interesse para o futuro da evolução dinâmica de sistemas binários, ou mesmo de sistemas estelares, sejam singulares, como o nosso Sistema Solar, sejam múltiplos; porém na ausência de efeitos de mudança abrupta de distribuição de massa ou captura de massa. Os anéis de Saturno, a determinação do limite de proximidades de dois astros (surgimento dos cinturões de asteroides), a origem da órbita de Plutão, dentre outros problemas, podem ser melhor explorados quando do entendimento da análise empregada nesse trabalho. Embora a transição de órbita seja um problema mais complexo do que apresentamos aqui, essa primeira aproximação é um guia relevante para um estudo mais aprofundado do tema e deve ser conduzido como uma ferramenta inicial para um alinhamento conceitual que permita o entendimento dos efeitos decorrentes da interação em sistemas gravitacionalmente ligados; em problemas normalmente ausentes dos livros texto de Física Geral.

Referências

CHOW, T. L. **Classical mechanics**. [S.l.: s.n.], 1995.

DARROZ LUIZ MARCELO E HEINECK, R. e. P. C. A. S. Conceitos básicos de astronomia: uma proposta metodológica. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia**, n. 12, p. 57–69, 2011.

DARROZ LUIZ MARCELO E PERES, C. A. S. e. d. R. C. W.; HEINECK, R. Propiciando aprendizagem significativa para alunos do sexto ano do ensino fundamental: um estudo sobre as fases da lua. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia**, n. 13, p. 31–40, 2012.

DICKEY JEAN O E BENDER, P. e. F. J. e. N. X. e. R. R. e. R. J. e. S. P. e. V. C. e. W. A. e. W. J. e. o. Lunar laser ranging: A continuing legacy of the apollo program. American Association for the Advancement of Science, v. 265, n. 5171, p. 482–490, 1994.

ESTEVINHO, E. d. C. A. M. A. P. G. Como seria a terra sem a lua? v. 1, p. 11, 2012.

FILHO, M. d. F. O. S. Kepler de S. O. **Astronomia e Astrofísica**. [S.l.: s.n.], 2013. v. 1. 121, 274 p.

GALEANO, D. Influência da lua nas marés da terra. 2009.

IACHEL, G.; LANGHI, R.; SCALVI, R. M. F. Concepções alternativas de alunos do ensino médio sobre o fenômeno de formação das fases da lua. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia**, n. 5, p. 25–37, 2008.

LANGHI, R. Um estudo exploratório para a inserção da astronomia na formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental. **Universidade Estadual Paulista (UNESP)**, 2004.

LOPES, W. Efeitos das marés sobre o sistema terra-lua. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 18, n. 4, p. 286–292, 1996.

MARTINS BRUNO DE ANDRADE E LANGHI, R. Uma proposta de atividade para a aprendizagem significativa sobre as fases da lua. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia**, p. 27–37, 2012.

SANTOS, C. **Influência da Astronomia nas Ciências Agrárias**. 2003.

SARAIVA MARIA DE FATIMA OLIVEIRA E DA SILVEIRA, F. L. e. S. M. H. Concepções de estudantes universitários sobre as fases da lua. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia**, n. 11, p. 63–80, 2011.

SARLO, H. B. Influência das fases da lua, da Época de corte e das espécies de bambus sobre o ataque de dinoderus minutus (fabr.) (coleoptera: Bostrichidae). **Universidade Federal de Viçosa**, 1999.

SCHRODER, K.-P.; SMITH, R. Distant future of the sun and earth revisited. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 386, p. 155 – 163, 05 2008.

SHAPIRO, G. d. B. P. I. L. **Introdução à Mecânica Clássica**. [S.l.: s.n.], 2010. v. 1. 202 p.

SILVEIRA, F. L. As variações dos intervalos de tempo entre as fases principais da lua. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, Scielo Brasil, v. 23, n. 3, p. 300–307, 2001.

TAYLOR, J. R. **Mecânica Clássica**. [S.l.: s.n.], 2013. v. 1. 3, 331 p.

TIPLER PAUL ALLAN, G. M. **Física Para Cientistas e Engenheiros**. [S.l.]: 1933, 2006.

TRUMPER, R. Um estudo cruzado de idade dos conceitos de conceitos básicos de astronomia de alunos do ensino fundamental. **International Journal of Science Education**, v. 23, n. 11, p. 1111–1123.

VIRGATCHIK, I. **A Lua, Sua Influência Sobre o Homem e a Natureza**. [S.l.: s.n.], 1983. v. 1.