



UEPB

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

BRUNO FERNANDES DE OLIVEIRA

**ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO: INVESTIGANDO COMO AS CONSTRUÇÕES
GEOMÉTRICAS SÃO UTILIZADAS NO ENSINO DE ÂNGULOS**

**CAMPINA GRANDE – PB
2021**

BRUNO FERNANDES DE OLIVEIRA

**ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO: INVESTIGANDO COMO AS CONSTRUÇÕES
GEOMÉTRICAS SÃO UTILIZADAS NO ENSINO DE ÂNGULOS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado em Curso de Licenciatura
em Matemática da Universidade Estadual
da Paraíba, como requisito parcial à
obtenção do título de Licenciado em
Matemática.

Orientador: Prof^a. Me. Maria da Conceição Vieira Fernandes.

**CAMPINA GRANDE – PB
2021**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

O48a Oliveira, Bruno Fernandes de.
Análise de livro didático [manuscrito] : investigando como as construções geométricas são utilizadas no ensino de ângulos / Bruno Fernandes de Oliveira. - 2021.
53 p. : il. colorido.
Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia , 2021.
"Orientação : Profa. Ma. Maria da Conceição Vieira Fernandes , Departamento de Matemática - CCT."
1. Ensino de matemática. 2. Construção geométrica. 3. Livro didático. I. Título
21. ed. CDD 372.7

BRUNO FERNANDES DE OLIVEIRA

ANÁLISE DE LIVRO DIDÁTICO: INVESTIGANDO COMO AS CONSTRUÇÕES
GEOMÉTRICAS SÃO UTILIZADAS NO ENSINO DE ÂNGULOS

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado em Curso de Licenciatura em
Matemática da Universidade Estadual da
Paraíba, como requisito parcial à
obtenção do título de Licenciado em
Matemática.

Aprovado em: 25 /02/ 2021

BANCA EXAMINADORA

Maria da Conceição Vieira Fernandes

Prof^a. Me. Maria da Conceição Vieira Fernandes (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Luciana Roze de Freitas

Prof^a Dra. Luciana Roze de Freitas
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Kátia Suzana Medeiros Graciano

Prof^a Me. Kátia Suzana Medeiros Graciano
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

“Aprenda com o ontem. Viva o hoje.
Tenha esperança para o amanhã”
Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

Ao longo da caminhada, passei por diversas dificuldades física, mental e espiritual, contudo, Deus no seu infinito amor e bondade, me guardou e me guiou a cada dia, assim, dando força para continuar em busca dos meus sonhos e objetivos, por isso, agradeço primeiramente a Ele, e como louva-se no salmo 7:17, darei graças ao Senhor por sua justiça; ao nome do Senhor Altíssimo cantarei louvores.

Agradeço também, de forma bastante especial, aos meus pais Marcos José de Oliveira e Damiana Oliveira Fernandes, que sempre estiveram comigo e ensinaram-me a ser uma pessoa honesta, trabalhadora e humilde, sem dúvidas, ensinamentos que são essenciais em um mundo tão complexo. Agradeço aos meus irmãos, Edna, Maria Aparecida, Fabiana, Cristiane, Ricardo, que já se encontra com Deus, Fernando e Bruna, pelos conselhos, brincadeiras e companheirismo que me deixavam constantemente entusiasmado para enfrentar as dificuldades.

Agradeço a todos os professores que passaram em minha caminhada, desde a professora do infantil até os professores da universidade, em especial, a professora Maria da Conceição Vieira Fernandes que teve uma paciência colossal para me orientar nesse trabalho final e de grande importância.

Agradeço aos meus amigos Italo, José Uélesson, Islaine e todos colegas de turma pelos conselhos, explicações e por toda diversão proporcionada ao longo da caminhada no curso de Matemática.

A todos, sou eternamente grato.

RESUMO

Tendo em vista que, por diversas vezes, os livros didáticos norteiam o trabalho dos professores em sala de aula e em grande maioria apresentam metodologias voltados ao ensino tradicional, surgiu a proposta de analisar alguns livros didáticos e investigar como as Construções Geométricas são utilizadas no ensino de ângulos, pois, as mesmas, quando trabalhadas de maneira correta, pode contribuir para uma aprendizagem mais crítica e consistente. Assim, a análise dos livros didáticos *Vontade de Saber Matemática do 8º ano*, *Teláris Matemática do 8º ano* e *Matemática essencial do 8º ano*, têm por objetivo investigar como os autores utilizam as Construções Geométricas no ensino de ângulos e como isso pode influenciar nos processos de ensino e aprendizagem de matemática. Foi adotado neste trabalho as pesquisas descritiva e bibliográfica, juntamente com a abordagem qualitativa, visto que, o que foi analisado de maneira mais concisa foi o processo, ou seja, o desenvolver do conteúdo e não o resultado em si próprio. Inicialmente, foi apresentado a importância do livro didático na visão de autores como Brandão (2013) e Zuin (2001), bem como, do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), após, foi mostrado algumas características das Construções Geométricas, dentre elas sua origem e sua importância como ferramenta no ensino de matemática. Encerrando a revisão de literatura, foi apresentado a origem dos conceitos relacionados a ângulos e a importância de seu ensino. Adentrando na segunda parte do trabalho, foi mostrado alguns passos para construção, com régua e compasso, dos ângulos de 30° , 60° e 90° , assim como, para a construção da bissetriz de um ângulo, visto que, esse tipo de construção também é abordado nos livros analisados. Em seguida, foi apresentado na perspectiva de cada livro, o ensino de ângulos, ressaltando as definições, conceitos e métodos utilizados para o desenvolver desse conteúdo. Por fim, investigamos como os autores abordam as Construções Geométricas no ensino de ângulos e como isso pode influenciar nos processos de ensino e aprendizagem. Com base nessa investigação, tornou-se notório, o quanto o ensino tradicional permanece arraigado nos livros didáticos e por consequência permanece também nas salas de aulas.

Palavras-chave: Ensino de ângulos. Construção Geométrica. Livro didático.

ABSTRACT

Bearing in mind that, on several occasions, textbooks guide the work of teachers in the classroom and the vast majority present methodologies aimed at traditional teaching, the proposal arose to analyze some textbooks and investigate how Geometric Constructions are used in teaching of angles, therefore, when worked in the correct way, can contribute to a more critical and consistent learning. Thus, the analysis of the 8th year textbooks V Will to Know Mathematics, 8th year Teláris Mathematics and 8th year essential Mathematics, aims to investigate how the authors use Geometric Constructions in teaching angles and how this can influence the processes of teaching and learning mathematics. In this work, descriptive and bibliographic research was adopted, together with the qualitative approach, since what was analyzed in a more concise way was the process, that is, the development of the content and not the result itself. Initially, the importance of the textbook was presented in the view of authors such as Brandão (2013) and Zuin (2001), as well as the National Textbook Plan (PNLD), after, some characteristics of the Geometric Constructions were shown, among them their origin and its importance as a tool in the teaching of mathematics. Closing the literature review, the origin of the concepts related to angles and the importance of their teaching was presented. Entering the second part of the work, some steps were shown for construction, with ruler and compass, from the angles of 30° , 60° and 90° , as well as for the construction of the angle bisector, since this type of construction is also addressed in the analyzed books. Then, from the perspective of each book, the teaching of angles was presented, emphasizing the definitions, concepts and methods used to develop this content. Finally, we investigate how the authors approach Geometric Constructions in the teaching of angles and how it can influence the teaching and learning processes. Based on this investigation, it became notorious how much traditional teaching remains rooted in textbooks and consequently also remains in classrooms.

Keywords: Teaching angles. Geometric Construction. Textbook.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Pontos P_1 e P_2	24
Figura 2 – Primeiro arco.....	24
Figura 3 – Segundo arco.....	24
Figura 4 – Pontos Q_1 e Q_2	25
Figura 5 – Ângulo de 90°	25
Figura 6 – Construção de uma reta e dos pontos P_1 e P_2	26
Figura 7 – Primeiro arco maior.....	26
Figura 8 – Segundo arco maior.....	26
Figura 9 – Ângulo de 60°	27
Figura 10 – Ponto P_1	27
Figura 11 – Primeiro arco.....	28
Figura 12 – Segundo arco.....	28
Figura 13 – Construindo o ponto Q_3	28
Figura 14 – Ângulo de 30°	29
Figura 15 – Ângulo qualquer	29
Figura 16 – Traçando os pontos Q_1 e Q_2	30
Figura 17 – Primeiro arco menor.....	30
Figura 18 – Segundo arco menor.....	30
Figura 19 – Ponto Q_3	31
Figura 20 – Bissetriz de um ângulo.....	31
Figura 21 – Livro de matemática.....	32
Figura 22 – Livro de matemática.....	33
Figura 23 – Livro de matemática.....	34
Figura 24 – Montanha russa.....	35
Figura 25 – Ângulos no cotidiano.....	35
Figura 26 – Representação de um ângulo.....	36
Figura 27 – Medindo ângulo com o transferidor.....	36
Figura 28 – Bissetriz através de dobradura.....	37
Figura 29 – Construção da bissetriz de um ângulo.....	37
Figura 30 – Ângulos opostos pelo vértice.....	38

Figura 31 – Ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversal.....	38
Figura 32 – Instrumentos de desenho.....	39
Figura 33 – Construção de ângulos com o transferidor.....	40
Figura 34 – Construção da bissetriz de um ângulo.....	40
Figura 35 – Ângulo de 60°	41
Figura 36 – Ângulos de 30° e 90°	41
Figura 37 – Definindo ângulo.....	42
Figura 38 – Medição de ângulos.....	42
Figura 39 – Ângulo de 90°	43
Figura 40 – Ângulo de 60°	43
Figura 41 – Construção da bissetriz de um ângulo.....	44

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	REVISÃO DE LITERATURA	12
2.1	Os livros didáticos e o PNLD.....	12
2.2	A origem das Construções Geométricas.....	14
2.3	As Construções Geométricas como ferramenta de ensino.....	15
2.4	As Construções Geométricas nos documentos que norteiam a educação brasileira.....	17
2.5	A origem dos conceitos relacionados a Ângulos.....	18
2.6	O ensino de Ângulos.....	19
3	METODOLOGIA	21
4	CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS	23
4.1	Definindo ângulos e medida de ângulos.....	23
4.2	Construindo geometricamente o ângulo de 90°	23
4.3	Construindo geometricamente o ângulo de 60°	25
4.4	Construindo geometricamente o ângulo de 30°	27
4.5	Construindo a bissetriz de um ângulo qualquer.....	29
5	APRESENTAÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS A SEREM ANALISADOS	32
5.1	Vontade de Saber Matemática 8º ano.....	32
5.2	Teláris Matemática 8º ano.....	33
5.3	Matemática essencial 8º ano.....	33
6	OS LIVROS DIDÁTICOS E O ENSINO DE ÂNGULOS	35
6.1	O ensino de Ângulos na perspectiva do livro Vontade de Saber Matemática 8º ano.....	35
6.2	O ensino de Ângulos na perspectiva do livro Teláris Matemática 8º ano.....	39
6.3	O ensino de Ângulos na perspectiva do livro Matemática essencial 8º ano.....	41
7	RESULTADOS E DISCUSSÕES	45
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	49
	REFERÊNCIAS	51

1 INTRODUÇÃO

Ângulos, é um ramo da geometria que normalmente estabelece relações com situações do cotidiano, envolvendo inclinações, giro em torno de um ponto fixo, orientações, dentre outras, e ao longo da história da Matemática, o estudo desse conteúdo trouxe grandes contribuições para o desenvolvimento da humanidade, dessa forma, torna-se evidente a necessidade de que o ensino desse conteúdo seja trabalhado de uma forma mais construtiva em sala de aula. Entretanto, muitas vezes esse conteúdo quando trabalhado é ministrado de forma automática, dando ênfase às definições e exercícios, sem uma maior preocupação em levar o aluno a construir os conceitos e desenvolver capacidades que possam lhe ajudar no dia a dia.

Podemos dizer, que um fator que contribui para esse tipo de ensino são os livros didáticos, que por diversas vezes, norteiam o trabalho dos professores e em grande maioria apresenta o conteúdo voltado ao ensino tradicional, ou seja, com ênfase nas definições e na repetição de exercícios, em virtude disso, surge a proposta de analisar alguns livros didáticos e investigar como as Construções Geométricas são utilizadas no ensino de ângulos, partindo do pressuposto que, as Construções Geométricas quando trabalhado de maneira correta, pode gerar uma aprendizagem mais crítica e consistente.

Nesse sentido, Costa e Rosa (2015) defendem que as Construções Geométricas podem estimular o desenvolvimento da criatividade, da organização, além de estimular a utilização de estratégias inovadoras para a resolução de problemas. Na mesma linha de pensamento, os PCN (BRASIL, 1998) apontam que, através das construções geométricas, os alunos conseguem desenvolver um pensamento que lhes permitem compreender, descrever e representar, de maneira organizada, o mundo em que vivem.

Assim, a análise dos livros didáticos Vontade de Saber Matemática, de autoria de Joamir Roberto de Souza e Patricia Rosana Moreno Pataro; Teláris Matemática, de autoria de Luiz Roberto Dante e Matemática essencial, de autoria de Patricia Rosana Moreno Pataro e Rodrigo Dias Balestri, todos do 8º ano do Ensino Fundamental, têm por objetivo investigar como os autores utilizam as Construções Geométricas no ensino de ângulos e como isso pode influenciar nos processos de ensino e aprendizagem.

Adotamos no presente trabalho para atingir sua finalidade, a pesquisa descritiva juntamente com a pesquisa bibliográfica, pois a pesquisa descritiva como aponta Zanella (2013), procura conhecer a realidade estudada, suas características e seus problemas e a pesquisa bibliográfica, por sua vez, busca investigar um problema com base em referências publicadas.

As pesquisas descritiva e bibliográfica, neste trabalho, foram complementada com a abordagem qualitativa, visto que, analisamos de maneira mais concisa o processo, ou seja, o desenvolver do conteúdo e não o resultado em si próprio, estando de acordo com Zanette (2017), quando apresenta que nesse tipo de pesquisa, destaca-se o processo e não o resultado em si.

Inicialmente, foi apresentado a importância do livro didático na visão de autores como Brandão (2013) e Zuin (2001), bem como, do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), após, foi mostrado algumas características das Construções Geométricas, dentre elas sua origem e sua importância como ferramenta no ensino de matemática. Encerrando a revisão de literatura, foi apresentado a origem dos conceitos relacionados a ângulos e a importância de seu ensino. Adentrando na segunda parte do trabalho, foi mostrado alguns passos para construção, com régua e compasso, dos ângulos de 30° , 60° e 90° , assim como, para a construção da bissetriz de um ângulo, visto que, esse tipo de construção também é abordado nos livros analisados. Em seguida, foi apresentado na perspectiva de cada livro, o ensino de ângulos, ressaltando as definições, conceitos e métodos utilizados para o desenvolver desse conteúdo. Por fim, investigamos como os autores abordam as Construções Geométricas no ensino de ângulos e como isso pode influenciar nos processos de ensino e aprendizagem.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, será apresentado a importância do livro didático na visão de autores como Brandão (2013) e Zuin (2001), bem como, do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), após, será mostradas algumas características das Construções Geométricas, dentre elas sua origem e sua importância como ferramenta no ensino de matemática. Por fim, será apresentado a origem dos conceitos relacionados a ângulos e a importância de seu ensino.

2.1 Os livros didáticos e o PNLD

O livro didático é bastante utilizado pelos professores em suas aulas, tornando-se assim, um material que pode vir a facilitar na elaboração de atividades por parte dos professores, como também, ser peça importante nos processos de aprendizagem por parte dos alunos. Segundo Freitag (1987 apud ZUIN, 2001 p. 112), “o livro didático não serve apenas aos professores como simples fio condutor de seus trabalhos, mas passa a assumir o caráter de verdade e última palavra sobre o assunto”. Para Brandão (2013), o livro didático é um material importante no cotidiano escolar, em virtude de influenciar diretamente nos processos de ensino do professor e da aprendizagem do aluno. Nessas circunstâncias, o PNLD (BRASIL, 2011) destaca que o livro didático contribui para o processo de ensino-aprendizagem como um interlocutor que dialoga com o professor e com o aluno.

Sabemos que o livro didático utilizado de maneira correta é peça fundamental para desenvolver a aprendizagem dos alunos, assim Brandão (2013, p. 45) defende que,

um bom livro didático deve levar o aluno a compreender os conteúdos, investigar, refletir, concluir, generalizar e aplicar seus conhecimentos, ele pode ser um grande motivador da aprendizagem e importante suporte para eliminação de dúvidas. Um bom livro didático deve prender a atenção do aluno.

Como já foi citado, o livro didático pode assumir papel indispensável para o desenvolver dos processos de aprendizagem dos alunos em sala de aula, e isso tornou-se possível, graças ao Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), que foi

criado por volta de 1938 pelo Decreto Lei nº 1006, mas só em 1985 passou a ser chamada pela nomenclatura que conhecemos hoje, o PNLD.

Vale ressaltar, que apesar do livro didático assumir um papel de destaque em sala de aula, cabe ao professor decidir quais materiais que serão utilizados durante suas aulas. Como aponta o próprio PNLD, “o livro didático é recurso auxiliar no processo de ensino-aprendizagem e não pode, portanto, ocupar o papel dominante nesse processo” (BRASIL, 2011, p.13).

Embora o livro didático não assuma papel dominante, desempenha diversas outras funções, dentre as quais, o PNLD destaca:

auxiliar no planejamento e na gestão das aulas, seja pela explanação de conteúdos curriculares, seja pelas atividades, exercícios e trabalhos propostos; favorecer a aquisição dos conhecimentos, assumindo o papel de texto de referência; favorecer a formação didático-pedagógica; auxiliar na avaliação da aprendizagem do aluno (BRASIL, 2011, p.13).

Segundo Menezes (2014), quando em 1985 o PNLD substituiu o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF), o programa passa por algumas mudanças, dentre as quais vale destacar a possibilidade de indicação do livro didático pelos professores. Em virtude disso, os professores conhecendo melhor os alunos, a escola e o meio social que os abrange, têm a oportunidade de escolher livros didáticos mais adequados para cada realidade. Nesse sentido,

a escolha do livro didático deve ser feita de forma consciente e crítica, de forma sistematizada, sem esquecer da realidade, a cultura e os conhecimentos dos alunos que irão utilizar o livro didático. É preciso observar se o livro é compatível com o nível dos alunos e com a realidade da escola. O professor é responsável pela escolha do livro didático e precisa estar preparado para analisar aspectos do livro didático que influenciam no processo de ensino aprendizagem (BRANDÃO, 2013, p. 46)

Com base nas circunstâncias citadas anteriormente, podemos perceber que o professor assume um papel importantíssimo antes mesmo de entrar em sala de aula, pois deve escolher o livro didático a ser trabalhado durante todo ano letivo, e ainda, podendo se estender por mais alguns anos. Daí a necessidade e importância de se fazer uma boa escolha do livro didático. Nesse sentido, Brandão (2013) ainda defende que a escola poderia promover momentos de discussão relativas ao livro didático, para que assim, os professores consigam fazer uma escolha acertada.

2.2 A origem das Construções Geométricas

Uma civilização que teve total importância para o desenvolvimento do desenho e, em particular das construções geométricas, foi a egípcia, e tudo começou com a necessidade de o homem produzir alimentos e conseqüentemente fortalecer sua economia. Assim como aponta Oliveira (2015), o Egito dependia totalmente das terras férteis do Rio Nilo, em virtude disso, era de grande importância determinar o começo e o fim de cada terreno. Dessa maneira,

por meio da medição e do desenho dos terrenos, os egípcios descobriram métodos e técnicas matemáticas, adquirindo conhecimentos geométricos que, posteriormente, foram aprendidos pelos gregos. Contudo, foram os gregos que estudaram e desenvolveram os conhecimentos geométricos, estruturando-os em um determinado ramo da Matemática que, posteriormente, foi denominado de Geometria (COSTA e ROSA, 2015 p. 59).

Atualmente a régua e o compasso são ferramentas indispensáveis na construção geométrica, porém vale ressaltar que os mesmos demoraram certo tempo para serem utilizados, visto que, os desenhos na antiguidade buscavam mais a comunicação e a representação, e não a perfeição, com aponta Silva (2017, p. 16):

As construções com régua e compasso somente apareceram por volta do século V a.C., tais construções tiveram grande importância no desenvolvimento da matemática grega e foi com o matemático grego Euclides que a geometria se desenvolveu, fazendo da cidade egípcia de Alexandria o centro mundial da Geometria por volta de 300 a.c.

É interessante relatar que no início das construções com régua e compasso, esses instrumentos eram diferentes dos que utilizamos nos tempos modernos. Mas, segundo Eves apud Júnior (2010, p. 13 e14):

O traçado de construções com régua e compasso, desenvolvido pela matemática grega, era visto como um jogo em que obedecia a duas regras: com a régua permite-se traçar uma reta de comprimento indefinido passando por dois pontos distintos dados. Com o compasso permite-se traçar uma circunferência com centro num ponto dado passando por um segmento qualquer dado.

Podemos perceber que esses instrumentos na Grécia antiga não eram utilizados de forma a atingir todas as suas potencialidades, pois eram utilizados com objetivo de responder problemas já existentes.

2.3 As Construções Geométricas como ferramenta de ensino

Podemos perceber que ao longo do tempo, a Geometria e as Construções Geométricas foram sendo separadas devido a diversas particularidades, isto ocasionou um grande déficit na educação em geral, é tanto, que nos tempos atuais, os alunos não conseguem entender a Geometria ao nosso redor e não conseguem relacioná-la estritamente a Matemática. Neste sentido, diversos autores defendem que a Geometria e as Construções Geométricas devem caminhar sempre em concordância, por exemplo, Pereira (2014) ressalta que as construções geométricas devem ser aplicadas de forma simultânea com o ensino de geometria.

Essa parceria entre geometria e construção geométrica é uma forma de motivar os alunos a estudarem, deixando-os entusiasmados para novas descobertas. Nesse sentido, “tendo alunos motivados, os docentes poderão preparar suas aulas de modo que eles interajam entre si, trocando ideias no sentido de encontrar o melhor processo para a construção desses objetos” (CRUZ, 2013, p. 108). Assim,

por meio de traçados geométricos realizados com instrumentos tais como régua, compasso, esquadros e transferidor essa disciplina possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico, da precisão, da organização matemática, além da criatividade (MARMO e MARMO, 1994, apud COSTA e ROSA, 2015, p. 1).

Para Oliveira (2015), as construções geométricas são muito importantes para o estudo da Geometria e de suas propriedades. Além disso, ele ressalta que a partir do uso de alguns instrumentos como régua, compasso, transferidor e esquadro os alunos terão uma maior facilidade para entender diferentes particularidades nas figuras geométricas. Braga (2020) vai mais além, onde afirma que a matemática, pode sim, ser construída com régua e compasso desde o Ensino Fundamental, assim, o aluno consegue conceituar a geometria, e não só vê-la, como normalmente é abordado. Nesse sentido, Bigode (1998, p. 5) defende que “os primeiros passos para a aprendizagem da Geometria, um conhecimento essencialmente visual,

devem privilegiar o que se apreende com os olhos e com as mãos. Não com os ouvidos”.

Como aponta Souza (2014, p. 15), “na Geometria, o desenho é uma ferramenta essencial para a construção de conceitos; explicação dos conteúdos; demonstração de propriedades; solução de problemas”. Para confirmar ainda mais esses pensamentos relacionados à Geometria e o Desenho, Putnoki apud Zuin (2001, p. 177) faz a seguinte reflexão:

Acredito que não há Geometria sem Régua e Compasso. Quando muito, há apenas meia Geometria, sem os instrumentos euclidianos. A própria designação Desenho Geométrico me pareça inadequada. No lugar, prefiro Construções Geométricas. Os problemas de construções são parte integrante de um bom curso de Geometria. O aprendizado das construções amplia as fronteiras do aluno e facilita muito a compreensão das propriedades geométricas, pois permite uma espécie de “concretização”. Vejo a régua e o compasso como instrumentos que permitem “experimental”. Isso, por si só, dá uma outra dimensão aos conceitos e propriedades geométricas.

Apesar das construções geométricas não serem utilizadas por grande parte das escolas brasileiras, de acordo com Zuin (2001), existem professores do Ensino Fundamental e Médio que têm o interesse de trabalhar com essa ferramenta em sala de aula, pois sabem do grande potencial das construções geométricas nos processos de ensino e aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, o desenho pode ser um facilitador para aqueles alunos que apresentam um pouco mais de dificuldade em seus processos cognitivos. Assim, Oliveira (2015) defende que muitos desse alunos necessitam trabalhar com ideias ilustrativas e verbais antes de serem introduzidos a algumas regras mais lógicas. Cruz (2013), entende que o ensino da Geometria através da construção de objetos, pode desenvolver o interesse dos alunos nesse conteúdo, mesmo que apresentem algum tipo de dificuldade no decorrer das aulas. Nessas circunstâncias,

Uma vez que o desenho venha a ser construído para solucionar problemas ou na demonstração de algum resultado em Matemática, é provável que facilite a compreensão dos conceitos no ensino desta disciplina que para muitos alunos é exaustiva e cansativa (SOUZA, 2014, p. 15)

É de fácil percepção, o quanto as Construções Geométricas podem contribuir no desenvolver das aprendizagens dos alunos, visto que, consegue facilitar a

visualização e traz uma aprendizagem mais crítica e consistente, além do mais, consegue despertar no aluno, uma motivação para estudar um determinado conteúdo matemático. Segundo Bigode (1998, p. 5), “o ser humano é um ser visual e nossos olhos são a principal porta de entrada para o desenvolvimento de ideias geométricas”. Daí a importância de trabalhar Geometria e Construção Geométrica simultaneamente.

2.4 As Construções Geométricas nos documentos que norteiam a educação brasileira

Ao realizar uma breve investigação relacionada a importância das Construções Geométricas em documentos oficiais que norteiam a educação brasileira, como nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), é interessante relatar que os mesmos apresentam a importância da mesma trabalhada simultaneamente com a Geometria, seja de maneira geral ou relacionando com algum conteúdo específico. Por exemplo, no 6º ano do Ensino Fundamental, na parte da Geometria, um dos objetivos apresentados pela BNCC (BRASIL, 2018) é a construção de retas paralelas e perpendiculares fazendo-se uso de instrumentos como réguas e esquadros. Sendo apresentado como habilidade, “utilizar instrumentos, como réguas e esquadros, ou *softwares* para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros, entre outros” (EF06MA22) (BRASIL, 2018, p. 303).

No 8º ano do Ensino Fundamental, um dos objetivos no ensino de ângulos, é fazer a construção de alguns tipos utilizando instrumentos de desenho. Nesse sentido, como aponta os PCN (BRASIL, 1998), através das construções geométricas, os alunos conseguem desenvolver um pensamento que lhes permitem compreender, descrever e representar, de maneira organizada, o mundo em que vivem.

Ainda segundo os PCN (BRASIL, 1998, p. 51), “o estudo da Geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente”. Então, o professor pode aliar esse entusiasmo com a utilização da régua e do compasso para desenvolver nos alunos a capacidade de compreender diferentes propriedades e relações. Nesse aspecto,

O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações (BRASIL, 1998, p. 51).

Após essa breve investigação, podemos perceber que as Construções Geométricas são apresentadas como ferramenta que pode vir a contribuir na aprendizagem dos alunos, e mais que isso, pode desenvolver algumas competências específicas da Matemática, como “desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (BRASIL, 2018, p. 267).

2.5 A origem dos conceitos relacionados a Ângulos

A origem do estudo sobre Ângulos parece ser um pouco confusa, visto que, não se tem precisão de como surgiu esse estudo, nesse sentido, Lima (2014) destaca que não há registros totalmente confiáveis que provem o período de desenvolvimento dos conceitos relacionados a ângulos. Assim como é apontado por Lima (2014, p. 24), “da mesma forma que a história da matemática tem suas origens em discussão, a história do conceito de ângulos também não apresenta uma origem precisa”. Entretanto, existem relatos que tratam desse assunto com uma maior confiança.

Como é citado pelo próprio Lima (2014), o estudo de ângulos estaria ligado ao contexto do homem primitivo, em que, o mesmo percebeu que certos caminhos pelas montanhas gerava mais cansaço físico do que caminhos que não tinham uma inclinação, em virtude disso, é provável que a ideia de inclinação tenha sido uma das primeiras a ser compreendida, ainda que, de forma bastante intuitiva. Em virtude do estudo de ângulos ser um ramo da Geometria, sua origem pode ser relacionada à própria, nessas circunstâncias, teria surgido no Egito com a necessidade de dividir os terrenos em volta do Rio Nilo. Os egípcios também utilizavam algumas noções intuitivas de ângulos para construção das pirâmides, pois a inclinação da face de uma pirâmide era equivalente ao que hoje conhecemos por cotangente (SOUSA, 2018).

Com passar do tempo e da necessidade do homem de se estabelecer novas grandezas, o estudo sobre ângulos foi ganhando uma certa formalização. Onde,

as primeiras ideias sistematizadas e recentes a respeito de ângulos são encontradas nos gregos, a partir de Tales (séc. VI a.C.) e de Euclides (séc. III a.C.). Tales de Mileto foi o primeiro a provar de maneira lógica que dois ângulos opostos pelo vértice possuem a mesma medida. E Euclides foi um matemático que escreveu e publicou uma importante obra composta por 13 livros, chamada Elementos. Este que trás um estudo detalhado sobre a geometria (LIMA, 2014, p. 13).

Apesar da história mostrar que a origem dos estudos sobre ângulos é de certa forma imprecisa, não se pode negar sua grande contribuição para o desenvolvimento humanidade, seja através de noções intuitivas utilizadas pelos egípcios e outras civilizações, ou o uso formal de seus conceitos a partir de Tales e Euclides.

2.6 O ensino de Ângulos

Os conceitos relacionados a ângulos, trouxe grandes contribuições para o desenvolvimento da humanidade, daí a necessidade de que o ensino desse conteúdo seja trabalhado de uma forma mais construtiva em sala de aula, pois, muitas vezes esse conteúdo é ministrado de forma automática, dando ênfase às definições e exercícios, sem uma maior preocupação em levar o aluno a construir conceitos e desenvolver capacidades que possam lhe ajudar no dia a dia, nesse mesmo raciocínio, Lima (2014, p. 14) faz a seguinte reflexão:

Não podemos pensar que o ensino e aprendizagem de ângulos se dão automaticamente após a leitura de um tópico, conceito e após a execução de algumas atividades ligadas a ele, e nem podemos avaliar o que foi aprendido por meio de uma prova com questões semelhantes às que foram desenvolvidas em sala de aula, pois apesar de aparente simplicidade, o conceito de ângulos é um dos mais complexos da Geometria, isso porque é usado com diferentes significados.

Vale ressaltar, que não é apenas o ensino de ângulos que é trabalhado em sala de aula com foco nas definições e exercícios, Bigode (1998) aponta que durante um certo período, acreditava-se que os alunos para aprender realmente conceitos

geométricos, precisariam prestar muita atenção nas definições explicadas pelos docentes e decorar cada formulação, desse modo, percebe-se que a Geometria, ao longo dos anos, sempre foi ensinada de forma tradicional, onde o professor detinha todo conhecimento, e o estudante assumia papel de receptáculo.

No 8º ano do Ensino Fundamental, um dos objetivos no estudo de ângulos, assim como aponta a BNCC (BRASIL, 2018), é fazer algumas construções geométricas, mais especificamente dos ângulos de 90° , 60° , 45° e 30° utilizando instrumentos de desenho como régua e compasso. O uso desses instrumentos, sem dúvidas, servem como um facilitador nos processos de aprendizagem desse conteúdo, pois além da visualização, a construção desses ângulos vai propiciar trabalhar algumas propriedades de maneira mais consistente, com foco maior na aprendizagem.

3 METODOLOGIA

Adotamos no presente trabalho para atingir sua finalidade, a pesquisa descritiva juntamente com a pesquisa bibliográfica, pois a pesquisa descritiva como aponta Zanella (2013), procura conhecer a realidade estudada, suas características e seus problemas e a pesquisa bibliográfica, por sua vez, busca investigar um problema com base em referências publicadas.

As pesquisas descritiva e bibliográfica, neste trabalho, foram complementada com a abordagem qualitativa, visto que, analisamos de maneira mais concisa o processo, ou seja, o desenvolver do conteúdo e não o resultado em si próprio, estando de acordo com Zanette 2017, pois afirma que nesse tipo de pesquisa, destaca-se o processo e não o resultado em si. Assim, a pesquisa qualitativa, com certeza, traz contribuições à prática do professor, pois permite ao mesmo conhecer melhor o público com o qual trabalha ou trabalhará, o que certamente refletirá na qualidade do ensino (NEVES, 2015). Contudo, torna-se pertinente pontuar que o fio condutor dessa pesquisa não exclui outras perspectivas a serem problematizadas (ZANETTE, 2017).

Os livros escolhidos para serem analisados foram Vontade de Saber Matemática, Teláris Matemática e Matemática essencial, todos do 8º ano do Ensino Fundamental. Essa escolha foi feita baseada em alguns motivos, dentre os quais valem destacar: o livro Vontade de Saber Matemática foi escolhido por se tratar de uma coleção utilizada nos anos de 2014, 2015 e 2016, ou seja, uma coleção que já não está mais em uso; a escolha do livro Teláris Matemática, ocorreu, pois trabalhei com o mesmo durante o ano de 2020 na escola Machado de Assis, localizada no município de Lagoa Seca, Paraíba; já a escolha do livro Matemática essencial, se deu por se tratar de um material de divulgação e ser uma versão submetida à avaliação.

Inicialmente, foi apresentado a importância do livro didático na visão de autores como Brandão (2013) e Zuin (2001), bem como, do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), após, foi mostrado algumas características das Construções Geométricas, dentre elas sua origem e sua importância como ferramenta no ensino de matemática. Encerrando a revisão de literatura, foi apresentado a origem dos conceitos relacionados a ângulos e a importância de seu ensino. Adentrando na

segunda parte do trabalho, foi mostrado alguns passos para construção, com régua e compasso, dos ângulos de 30° , 60° e 90° , assim como, para a construção da bissetriz de um ângulo, visto que, esse tipo de construção também é abordado nos livros analisados. Em seguida, foi apresentado na perspectiva de cada livro, o ensino de ângulos, ressaltando as definições, conceitos e métodos utilizados para o desenvolver desse conteúdo. Por fim, investigamos como os autores abordam as Construções Geométricas no ensino de ângulos e como isso pode influenciar nos processos de ensino e aprendizagem.

4 CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

Para o desenvolver do trabalho, se torna interessante apresentar as definições de ângulos e de medida de ângulos, para que assim, possamos mostrar algumas construções geométricas, que são abordadas nos livros didáticos, de uma forma mais fundamentada. Após essas definições, será mostrado alguns passos para construção dos ângulos de 30° , 60° e 90° , bem como, para a construção da bissetriz de um ângulo. Deixando claro, que os instrumentos utilizados para essas construções são régua e compasso.

4.1 Definindo ângulos e medida de ângulos

Para Barbosa (1994), ângulos é a figura formada por duas semi-retas de mesma origem. Onde as semi-retas são chamadas de lado do ângulo e a origem comum, de vértice do ângulo. Vianna e Cury (2001), define ângulos como sendo o conjunto de pontos resultantes da união de duas semi-retas não-colineares com o mesmo vértice.

Adentrando na parte de medida de ângulos, Souza e Pataro (2012), apontam que da mesma maneira que podemos medir a capacidade de um recipiente em litros ou o tempo em minutos, também podemos medir os ângulos. Para isso, utilizamos o grau ($^\circ$) como unidade de medida e o transferidor como instrumento de medição. Como aponta Barbosa (1994), a melhor maneira de introduzir a medição de ângulos na geometria é através do seguinte axioma: “todo ângulo tem uma medida maior ou igual a zero. A medida de ângulo é zero se e somente se ele é constituído por duas semi-retas coincidentes” (BARBOSA, 1994, p. 24).

4.2 Construindo geometricamente o ângulo de 90°

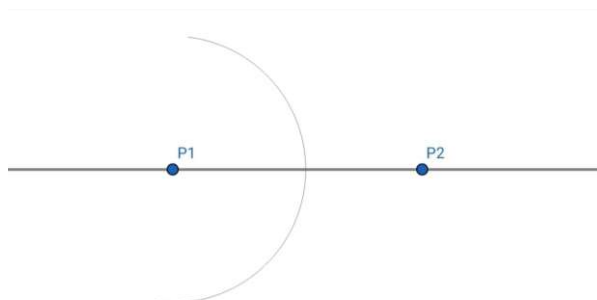
O ângulo de 90° pode ser definido como sendo a região limitada por duas semirretas de mesma origem, cuja medida é exatamente 90° . Para sua construção, seguimos os passos dados adiante.

Utilizando-se de uma régua, traçamos uma reta e marcamos os pontos P_1 e P_2 sobre ela.

Figura 1: Pontos P_1 e P_2 

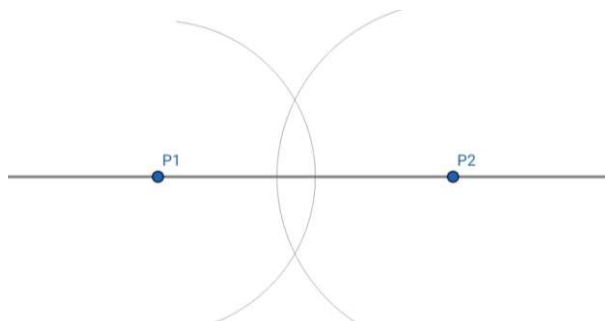
Fonte: Imagem produzida pelo autor

Agora, com a ponta-seca do compasso em P_1 e abertura maior do que a metade da medida do comprimento do segmento $[P_1P_2]$, iremos traçar um arco.

Figura 2: Primeiro arco

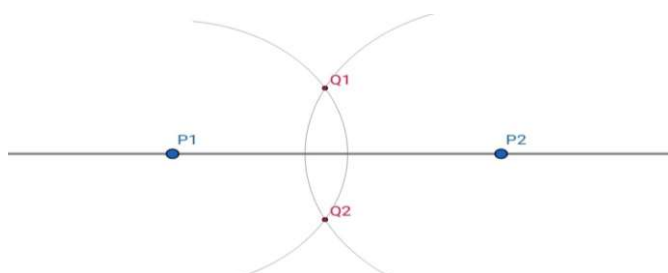
Fonte: Imagem produzida pelo autor

Com a mesma abertura e com a ponta-seca do compasso em P_2 , iremos traçar outro arco, que por sua vez, vai cruzar com o arco feito anteriormente.

Figura 3: Segundo arco

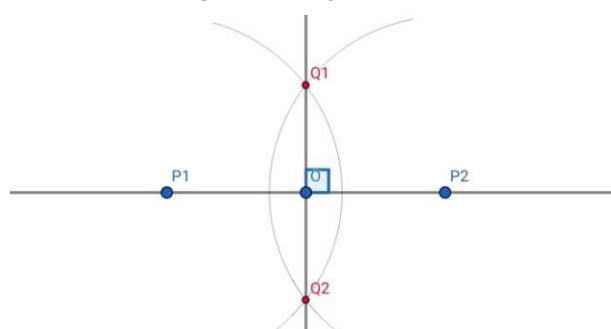
Fonte: Imagem produzida pelo autor

Assim, iremos determinar os pontos Q_1 e Q_2 .

Figura 4: Pontos Q_1 e Q_2 

Fonte: Imagem produzida pelo autor

Para finalizar, utilizando-se de uma régua, traçamos uma reta passando pelos pontos Q_1 e Q_2 e marcamos o ponto O na interseção das duas retas construídas. Com isso, obtemos os ângulos retos (90°) $P_1\hat{O}Q_1$, $P_2\hat{O}Q_1$, $P_1\hat{O}Q_2$ e $P_2\hat{O}Q_2$.

Figura 5: Ângulo de 90° 

Fonte: Imagem produzida pelo autor

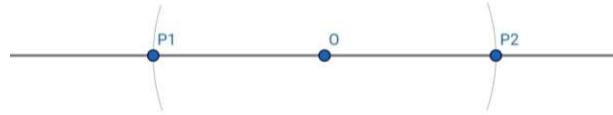
Como aponta Barbosa (1994), quando duas retas se interceptam, se um dos quatro ângulos formados por elas for reto, então todos os outros também serão. Assim diremos que as retas são perpendiculares.

4.3 Construindo geometricamente o ângulo de 60°

O ângulo de 60° pode ser definido como sendo a região limitada por duas semirretas de mesma origem, cuja região mede exatamente 60° . Para sua construção seguimos os passos mostrados adiante.

Utilizando-se de uma régua, iremos traçar uma reta e indicar o ponto O sobre a mesma. Dando sequência, com a ponta-seca do compasso centrada em O e uma abertura qualquer, traçamos dois arcos. Por consequência, iremos marcar sobre a reta os pontos P_1 e P_2 .

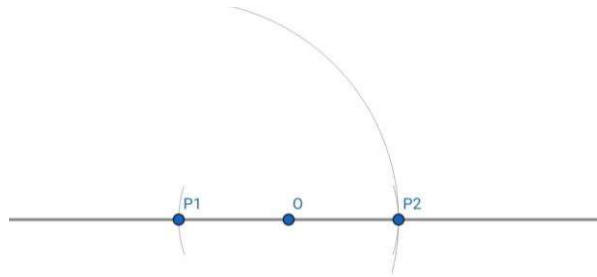
Figura 6: Construção de uma reta e dos pontos P_1 e P_2



Fonte: Imagem produzida pelo autor

Agora, com a ponta-seca do compasso centrada em P_1 e abertura medindo o comprimento do segmento $[P_1P_2]$, iremos traçar um arco.

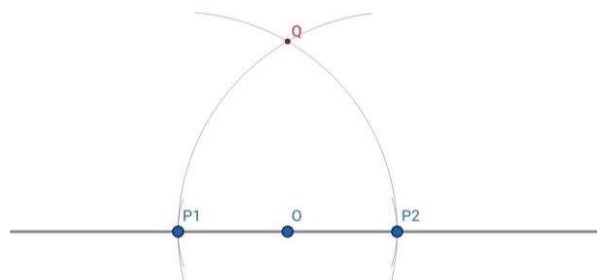
Figura 7:Primeiro arco maior



Fonte: Imagem produzida pelo autor

Depois, com a ponta-seca do compasso centrada em P_2 e ainda com abertura medindo o comprimento do segmento $[P_1P_2]$, iremos traçar outro arco, que por sua vez, irá cruzar o arco feito anteriormente. Assim, determinando o ponto Q .

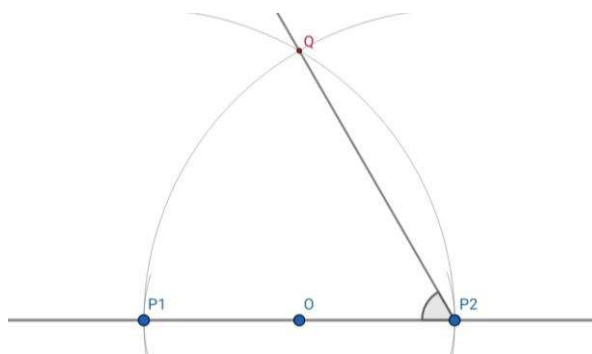
Figura 8: Segundo arco maior



Fonte: Imagem produzida pelo autor

Finalizando, traçamos a semirreta de origem em P_2 passando pelo ponto Q . Assim, obtemos um ângulo medindo 60° .

Figura 9: Ângulo de 60°



Fonte: Imagem produzida pelo autor

Como aponta Dante (2018), a construção do ângulo de 60° pode ser relacionada com a construção de um triângulo equilátero, visto que, todos os ângulos internos do mesmo medem 60° .

4.4 Construindo geometricamente o ângulo de 30°

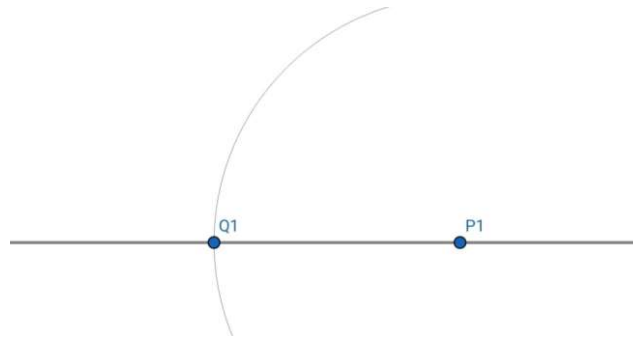
O ângulo que iremos construir é região limitada por duas semirretas de mesma origem cuja medida é exatamente 30° . Para sua construção, devemos inicialmente traçar uma reta utilizando uma régua e marcar sobre ela um ponto P_1 .

Figura 10: Ponto P_1



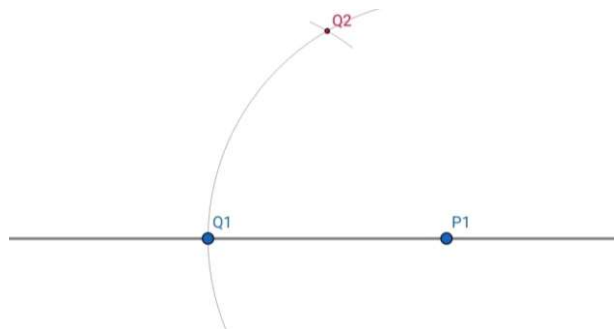
Fonte: Imagem produzida pelo autor

Em seguida, com a ponta-seca do compasso centrado em P_1 e com uma abertura qualquer, iremos traçar um arco, assim, o mesmo irá intersectar a reta em um ponto Q_1 .

Figura 11: Primeiro arco

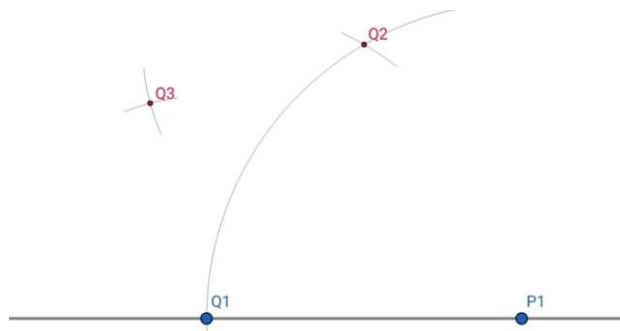
Fonte: Imagem produzida pelo autor

Dando sequência, com a ponta-seca do compasso centrada em Q_1 e abertura medindo o comprimento do segmento $[P_1Q_1]$, iremos traçar um outro arco cruzando o feito anteriormente. Assim, obtemos o ponto Q_2 .

Figura 12: Segundo arco

Fonte: Imagem produzida pelo autor

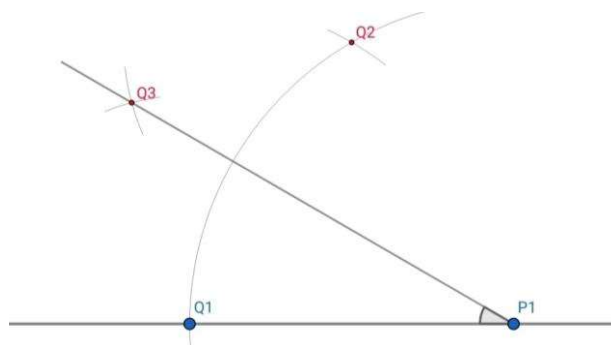
Seguindo, com a ponta-seca do compasso centrada em Q_2 e abertura maior que a metade do segmento $[Q_1Q_2]$, iremos traçar um arco. Agora, com a ponta-seca do compasso centrado em Q_1 e com a mesma abertura, traçamos outro arco cruzando o feito anteriormente, determinado o ponto Q_3 .

Figura 13: Construindo o ponto Q_3 

Fonte: Imagem produzida pelo autor

Por fim, utilizando-se de uma régua, traçamos a semirreta de origem em P_1 passando pelo ponto Q_3 . Assim, obtemos um ângulo de 30° .

Figura 14: Ângulo de 30°



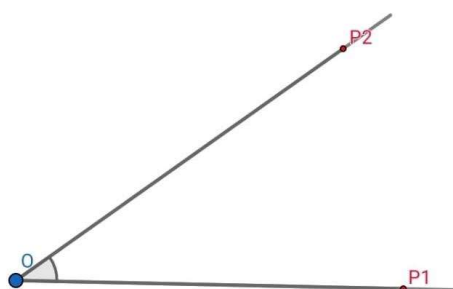
Fonte: Imagem produzida pelo autor

A construção do ângulo de 30° , pode ser entendida como a construção da bissetriz de um ângulo de 60° .

4.5 Construindo a bissetriz de um ângulo qualquer

A bissetriz é uma semirreta interna a um ângulo e que divide o mesmo em dois ângulos congruentes. Para iniciarmos sua construção, devemos traçar um ângulo $P_1\hat{O}P_2$ qualquer, como apresenta a imagem abaixo.

Figura 15: Ângulo qualquer

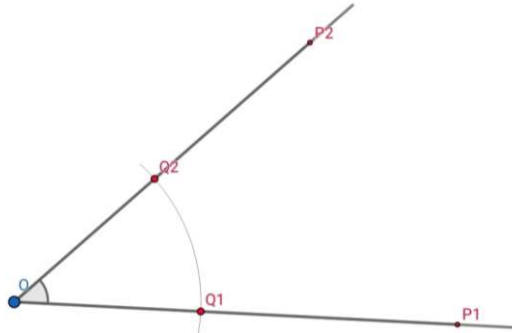


Fonte: Imagem produzida pelo autor

Dando seguimento, com a ponta-seca do compasso centrado em O e uma abertura qualquer, iremos traçar um arco intersectando as semirretas de origem em

O e que passam pelos pontos P_1 e P_2 . Assim, obtemos os pontos Q_1 e Q_2 respectivamente.

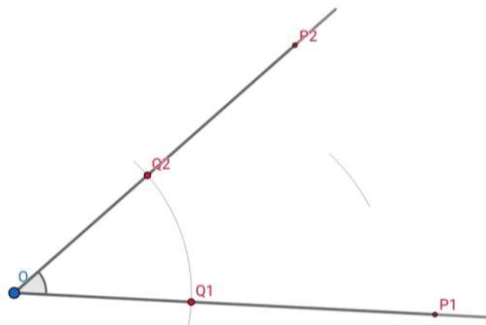
Figura 16: Traçando os pontos Q_1 e Q_2



Fonte: Imagem produzida pelo autor

Agora, com a ponta-seca do compasso centrado em Q_1 e abertura maior que a metade do segmento $[Q_1Q_2]$, iremos traçar um arco.

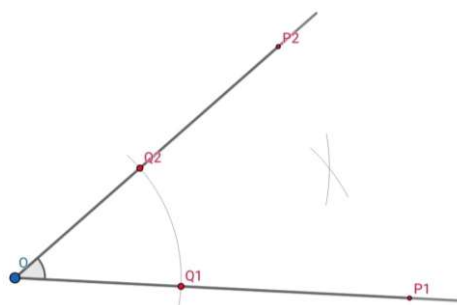
Figura 17: Primeiro arco menor



Fonte: Imagem produzida pelo autor

Com a mesma abertura citada anteriormente e com a ponta-seca do compasso centrada em Q_2 , iremos traçar um novo arco, que por sua vez, irá intersectar o arco feito anteriormente.

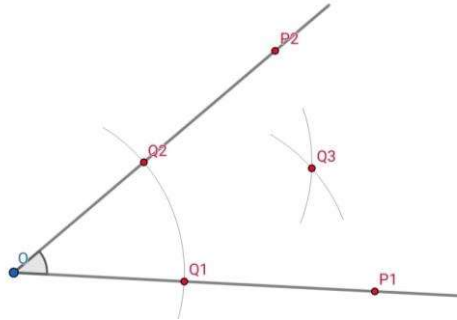
Figura 18: Segundo arco menor



Fonte: Imagem produzida pelo autor

Determinando, assim, o ponto Q_3 .

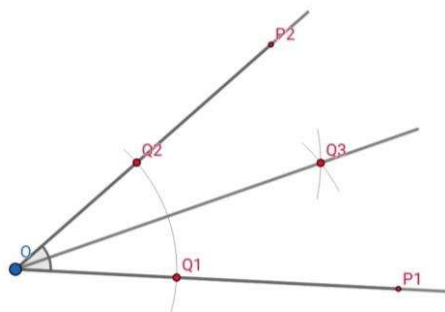
Figura 19: Ponto Q_3



Fonte: Imagem produzida pelo autor

Por fim, traçamos a semirreta de origem em O passando pelo ponto Q_3 , que é na verdade a bissetriz do ângulo $P_1\hat{O}P_2$.

Figura 20: Bissetriz de um ângulo



Fonte: Imagem produzida pelo autor

Neste capítulo, foi apresentado algumas técnicas de desenho geométrico para a construção dos ângulos de 30° , 60° e 90° , assim como, para a construção da bissetriz de um ângulo. Destacando, que essas construções trabalhadas de maneira correta, em sala de aula, pode contribuir consideravelmente na aprendizagem dos alunos.

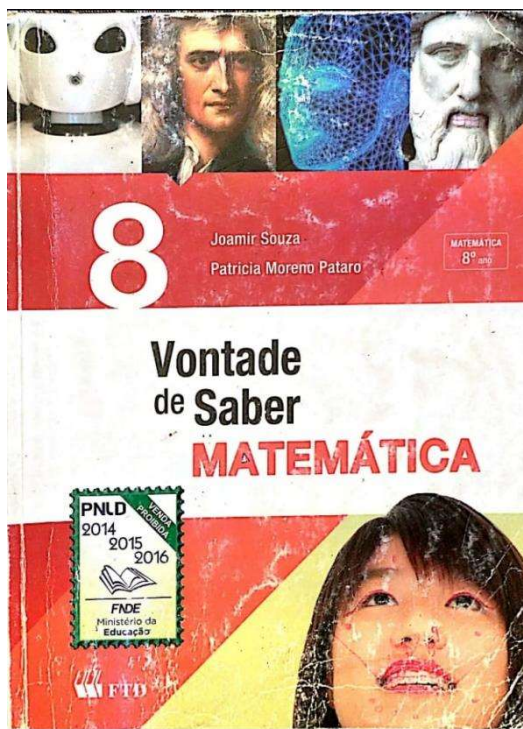
5 APRESENTAÇÃO DOS LIVROS DIDÁTICOS A SEREM ANALISADOS

Neste capítulo, será apresentado os livros a serem analisados juntamente com os autores de cada obra, destacando suas formações e o ano de publicação.

5.1 Vontade de Saber Matemática, 8º ano

O livro Vontade de Saber Matemática, 8º ano, é de autoria de Joamir Roberto de Souza, professor graduado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL- PR), especialista em Estatística também pela Universidade Estadual de Londrina (UEL- PR) e professor de Matemática da rede pública de ensino; e de Patricia Rosana Moreno Pataro, professora graduada em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL- PR), especialista em Estatística também pela Universidade Estadual de Londrina (UEL- PR) e professora de Matemática em escolas da rede particular de ensino. Trata-se de uma coleção da editora FTD, 2ª edição, publicado em 2012 e válidos durante os anos de 2014, 2015 e 2016.

Figura 21: Livro de Matemática

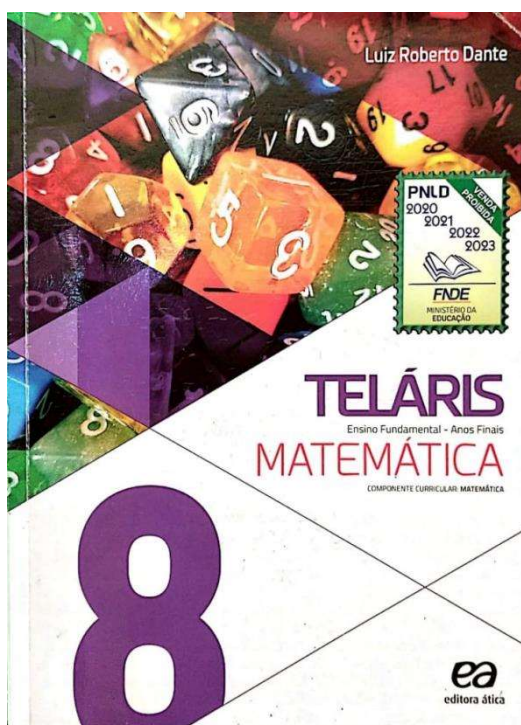


Fonte: Vontade de Saber Matemática 8º ano

5.2 Teláris Matemática, 8º ano

O livro Teláris matemática, 8º ano, é de autoria de Luiz Roberto Dante, licenciado em Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp- SP), mestre em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP), doutor em Psicologia da Educação pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC- SP), Pesquisador em Ensino e Aprendizagem da Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp- SP), ex-professor do Ensino Fundamental e do Ensino Médio na rede pública de ensino e livre-docente em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (Unesp- SP), autor de várias obras de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Trata-se de uma coleção da editora Ática, 3ª edição, publicado em 2018 e válidos durante os anos de 2020, 2021, 2022, 2023.

Figura 22: Livro de Matemática



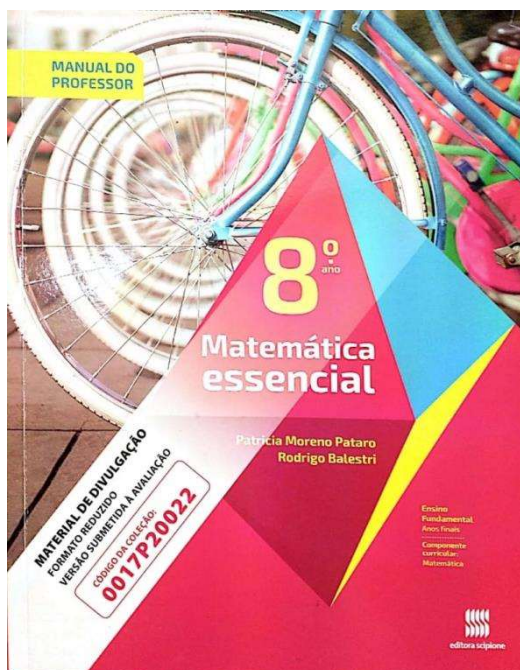
Fonte: Teláris Matemática 8º ano

5.3 Matemática essencial, 8º ano

O livro Matemática essencial, 8º ano, é de autoria de Patricia Rosana Moreno Pataro, professora graduada em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL- PR), especialista em Estatística também pela Universidade Estadual

de Londrina (UEL- PR) e professora de Matemática em escolas da rede particular de ensino; e de Rodrigo Dias Balestri, licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL- PR), especialista em Educação Matemática pela UEL- PR, especialista em Física para o Novo Ensino Médio pela UEL- PR, mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela UEL- PR, professor da rede pública de Ensino Fundamental e Ensino Médio, autor de livros didáticos para o Ensino Fundamental e Ensino Médio. Trata-se de um exemplar do professor e é um manual de divulgação de uma coleção da editora Scipione, 1ª edição, publicado em 2018.

Figura 23: Livro de Matemática



Fonte: Matemática essencial 8º ano

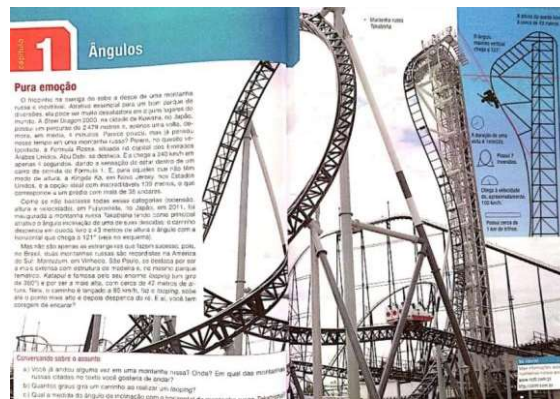
No capítulo seguinte, será apresentado o ensino de ângulo na perspectiva de cada livro didático, ressaltando as definições, conceitos e métodos utilizados para o ensino-aprendizagem desse conteúdo.

6 OS LIVROS DIDÁTICOS E O ENSINO DE ÂNGULOS

6.1 O ensino de Ângulos na perspectiva do livro Vontade de Saber Matemática, 8º ano

O capítulo é intitulado Ângulos, e os autores iniciam a abordagem do conteúdo fazendo uma breve relação entre algumas montanhas russas, após, destacam suas peculiaridades juntamente com os ângulos que algumas fazem em seu percurso.

Figura 24: Montanha russa



Fonte: Vontade de Saber Matemática 8º ano (p. 8 e 9)

Ao final do texto, têm-se três perguntas: a) Você já andou alguma vez em uma montanha russa? Onde? Em qual das montanhas russas citadas no texto você gostaria de andar? b) Quantos graus gira um carrinho ao realizar um looping? c) Qual a medida do ângulo de inclinação com a horizontal da montanha russa Takabisha?

Adentrando ao conteúdo, os autores associam a ideia de ângulos a várias situações do cotidiano, exemplificando com imagens.

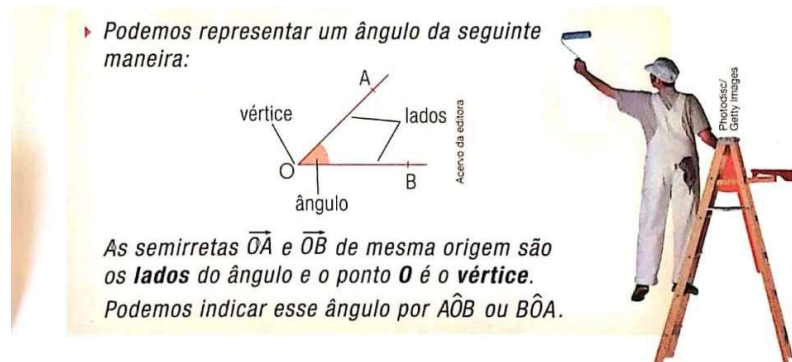
Figura 25: Ângulos no cotidiano



Fonte: Vontade de Saber Matemática 8º ano(p. 10)

Dando sequência, os autores apresentam uma imagem e descrevem a representação de um ângulo como sendo as semirretas de origem em O e que passam pelos pontos A e B são os lados do ângulo e o ponto O é o vértice. Podemos indicar esse ângulo por $\widehat{A\hat{O}B}$ ou $\widehat{B\hat{O}A}$ ”.

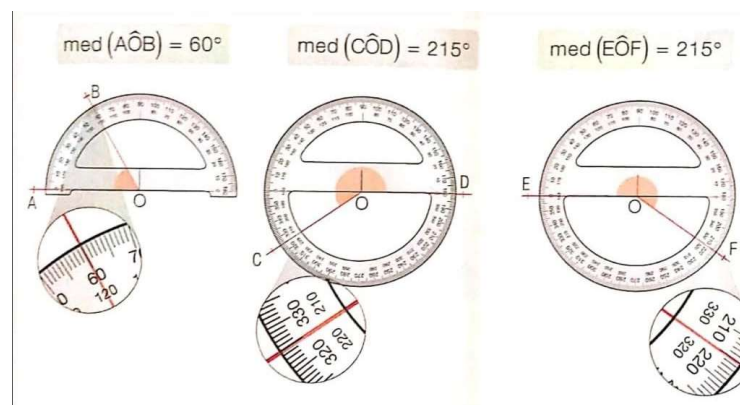
Figura 26: Representação de um ângulo



Fonte: Vontade de Saber Matemática 8º ano (p. 10)

Logo após, é apresentado o grau(°) como unidade de medida para os ângulos. Com isso, o transferidor ganha um destaque especial, visto que, é um instrumento utilizado para medir ângulos. Assim, são apresentados alguns exemplos de como o transferidor pode ser utilizado, e consecutivamente é definido ângulos congruentes.

Figura 27: Medindo ângulo com o transferidor



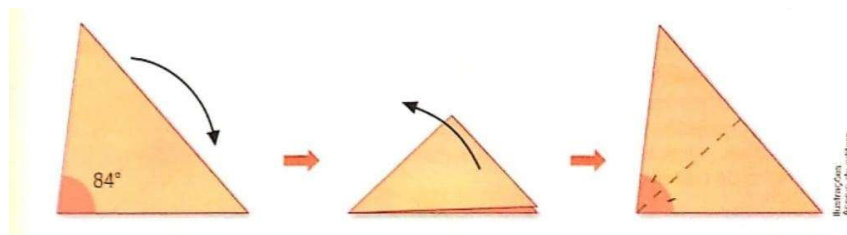
Fonte: Vontade de Saber Matemática 8º ano(p. 11)

Em seguida, utilizando-se de imagens e descrições, os autores classificam os ângulos em reto, agudo, raso e obtuso. Então, é passada a primeira série de exercícios. Assim, os alunos terão que utilizar definições e conceitos vistos

anteriormente e vão se deparar com novas informações que diz respeito ao conteúdo citado.

Depois dos exercícios, é introduzido no livro didático a definição de bissetriz de um ângulo, onde é utilizado uma folha, na qual, se tem um ângulo de 84° . Assim, a folha é dobrada de maneira que dividi o ângulo em duas partes de medidas iguais. Logo, é apresentada a definição formal de bissetriz.

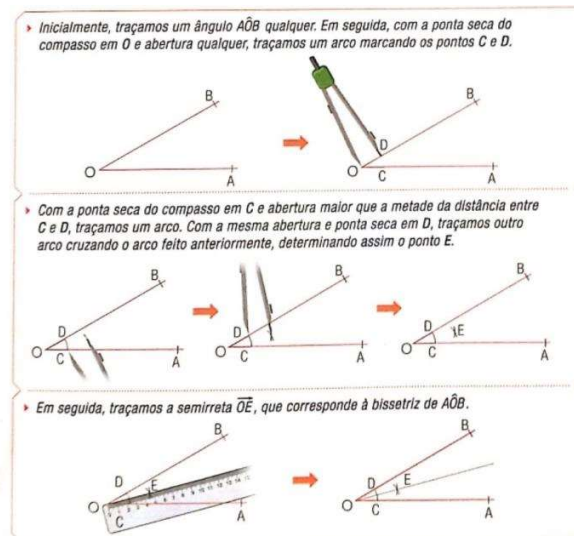
Figura 28: Bissetriz através de dobradura



Fonte: Vontade de Saber Matemática 8º ano (p. 15)

Depois de apresentar a definição de bissetriz, os autores mostram como construí-la utilizando apenas régua e compasso. Ressaltando, que a construção pode ser utilizada para bissetriz de um ângulo qualquer. Em seguida, é passado alguns exercícios, no qual uma questão pede para os alunos construir alguns ângulos e suas bissetrizes utilizando instrumentos como régua, compasso e transferidor.

Figura 29: Construção da bissetriz de um ângulo



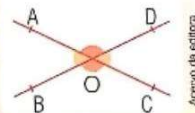
Fonte: Vontade de Saber Matemática 8º ano (p. 15)

Passada essa etapa, os autores trazem alguns conceitos sobre retas concorrentes, para depois definirem ângulos opostos pelo vértice. Assim, definem da seguinte forma: “quando os lados de um ângulo forem obtidos pelo prolongamento dos lados de outro ângulo, dizemos que eles são opostos pelo vértice”. Então, é apresentada uma imagem e ressaltam que ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais, ou seja, são congruentes.

Figura 30: Ângulos opostos pelo vértice

► Quando os lados de um ângulo forem obtidos pelo prolongamento dos lados de outro ângulo, dizemos que eles são opostos pelo vértice.
Na imagem, há dois pares de ângulos opostos pelo vértice:

$\widehat{A\hat{O}B}$ e $\widehat{C\hat{O}D}$
 $\widehat{A\hat{O}D}$ e $\widehat{B\hat{O}C}$

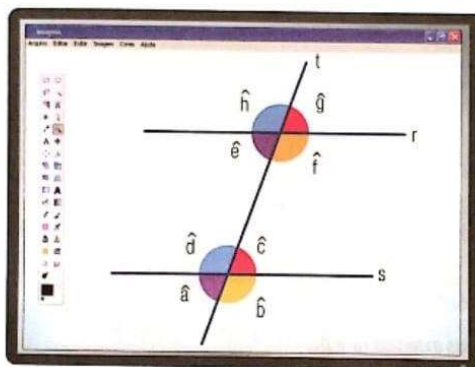


Dois ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais, isto é, são congruentes.

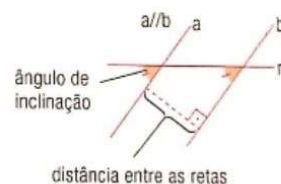
Fonte: Matemática (p. 17)

Chegando ao final do capítulo, são passados conceitos de retas paralelas e após, os autores mostram algumas relações entre ângulos, onde os mesmos são obtidos a partir de retas paralelas cortadas por uma reta transversal.

Figura 31: Ângulos formados por retas paralelas cortadas por transversal



Duas ou mais retas são paralelas quando elas nunca se cruzam, permanecendo a uma mesma distância uma da outra. Os ângulos de inclinação de duas ou mais retas paralelas em relação a uma reta transversal são sempre iguais. Indicamos as retas paralelas a e b por $a // b$.



Fonte: Vontade de Saber Matemática 8º ano (p. 19)

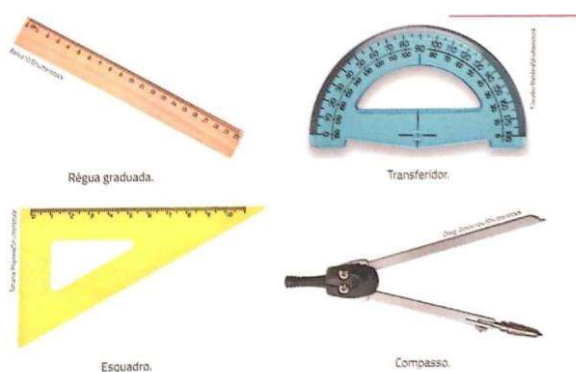
Por fim, é apresentada uma série de exercícios com objetivo de revisar definições e conceitos vistos ao longo do capítulo e indagar os alunos para que consigam desfrutar de uma aprendizagem um pouco mais construtiva.

6.2 O ensino de Ângulos na perspectiva do livro Teláris Matemática, 8º ano

O estudo de ângulos no livro Teláris Matemática, 8º ano, está no capítulo 2, intitulado Lugares geométricos e construções geométricas. Entretanto, é importante informar, que o capítulo mencionado traz diversas construções geométricas, dentre elas, a construção de polígonos regulares, construção de retas paralelas, construção de retas perpendiculares, construção de uma mediatriz, dentre outras construções. Mas, o foco do trabalho será nas construções geométricas relacionadas ao estudo de ângulos.

No início, o autor apresenta os instrumentos que serão de grande importância para as construções geométricas ao longo do capítulo. Sendo eles, a régua, o transferidor, o esquadro e o compasso.

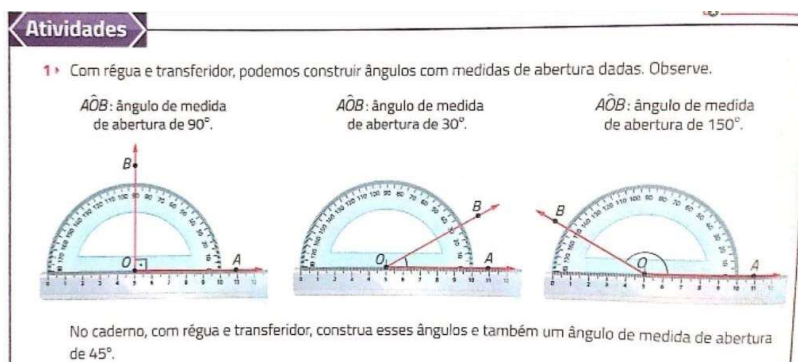
Figura 32: Instrumentos de desenho



Fonte: Teláris Matemática (p. 55)

Já na primeira atividade, o transferidor é apresentado como instrumento a ser utilizado na construção de ângulos, com medidas de abertura previamente conhecidas. Assim, os alunos com o transferidor e uma régua, teriam que construir alguns ângulos com intuito de reforçar o que foi mostrado.

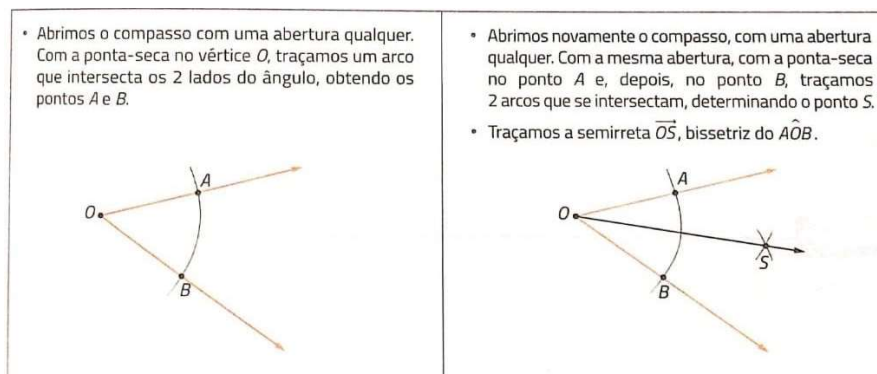
Figura 33: Construção de ângulos com transferidor



Fonte: Teláris Matemática (p. 56)

Dando sequência, o autor define bissetriz da seguinte forma: “Bissetriz de um ângulo é a semirreta com origem no vértice desse ângulo e que divide em 2 ângulos de medidas de aberturas iguais”. Logo após, é mostrado a construção de uma bissetriz de um ângulo qualquer, utilizando-se régua e compasso.

Figura 34: Construção da bissetriz de um ângulo

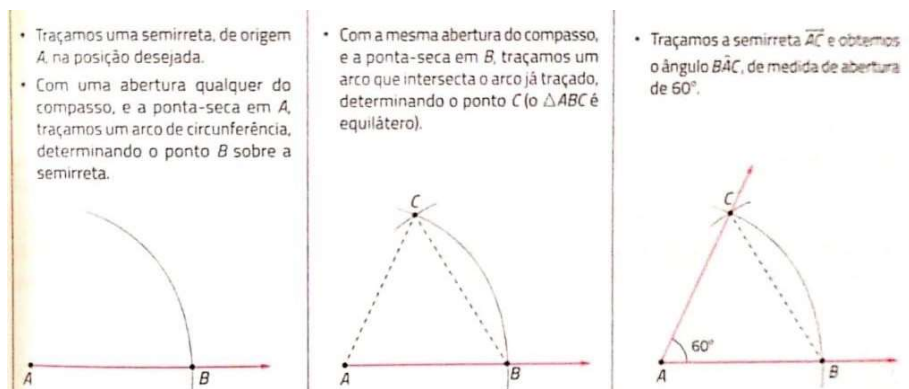


Fonte: Teláris Matemática (p. 61)

Em relação a bissetriz, o livro trás uma única questão, que diz o seguinte: “No caderno, trace um ângulo obtuso. Em seguida, com régua e compasso, construa a bissetriz desse ângulo”.

Dando seguimento ao estudo de ângulos, o livro aborda a construção, com régua e compasso, dos ângulos de 60° , 30° e 90° . Iniciando as construções pelo ângulo de 60° , o autor indica que basta construir um triângulo equilátero, visto que, todos os ângulos internos medem 60° .

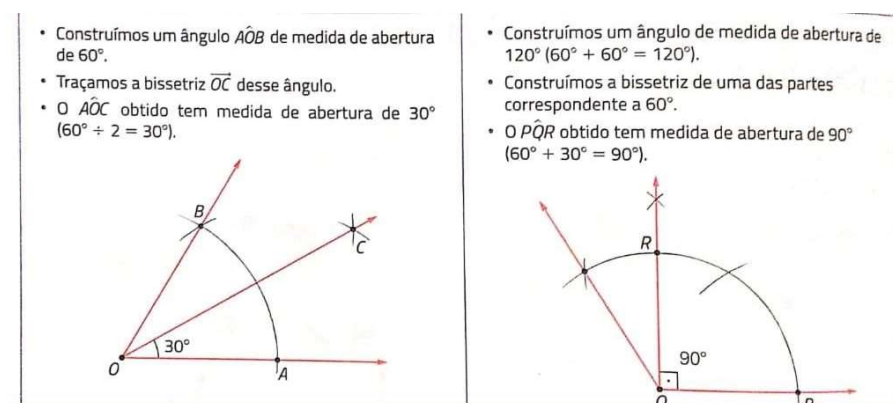
Figura 35: Ângulo de 60°



Fonte: Teláris Matemática (p. 67)

Após, é mostrado a construção dos ângulos de 30° e 90° . Sendo que, essas construções são baseadas na construção do ângulo de 60° e na definição de bissetriz. Assim, é indicado para a construção do ângulo de 30° , que se faça a bissetriz do ângulo de 60° . Já para a construção do ângulo de 90° , é indicado que se faça a construção de dois ângulos de 60° , com isso, será construído um ângulo de 120° . A partir disso, basta fazer a bissetriz em uma das partes que correspondente a 60° .

Figura 36: Ângulos de 30° e 90°



Fonte: Teláris Matemática (p. 68)

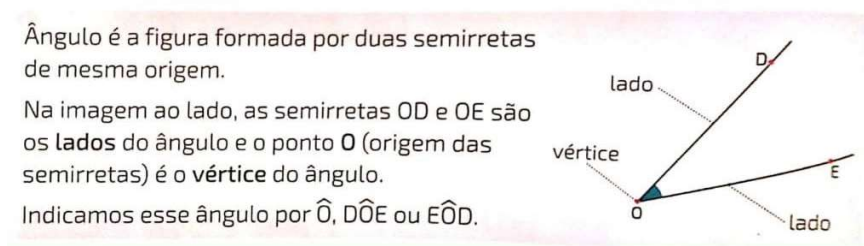
Por fim, é apresentada algumas questões que incentivam os alunos a utilizarem instrumentos de desenho no estudo de ângulos.

6.3 O estudo de Ângulos na perspectiva do livro Matemática essencial, 8º ano

O livro Matemática essencial, 8º ano, se trata de um manual do professor e é um material de divulgação. O capítulo a ser apresentado é intitulado Ângulos e polígonos, mas vale ressaltar, que o foco é no estudo de Ângulos.

Iniciando o capítulo, os autores fazem uma relação entre ângulos e algumas situações cotidianas, como por exemplo, um ginasta, que ao fazer um determinado movimento consegue-se observar alguns ângulos formados em regiões do seu corpo, um relógio, onde os ponteiros sempre estão formando ângulos e em outras situações. Após essa breve recordação, os autores trazem a seguinte definição para ângulos: “Ângulo é a figura formada por duas semirretas de mesma origem”. Juntamente com a definição, tem-se uma imagem para facilitar a compreensão.

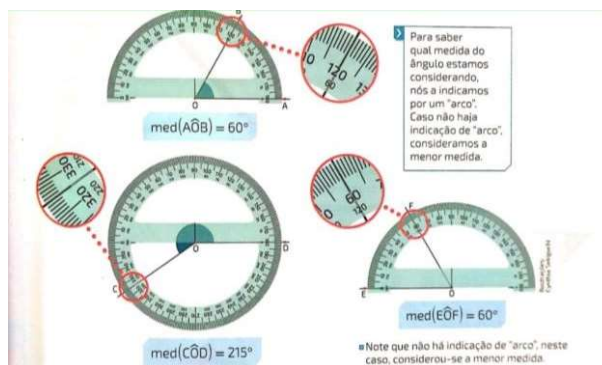
Figura 37: Definindo ângulo



Fonte: Matemática essencial 8º ano (p. 14)

Dando continuidade, é explicado que para medir ângulos, pode-se utilizar o grau ($^{\circ}$) como unidade. Assim, é apresentado o transferidor, instrumento que pode ser utilizado para medição de ângulos. Por conseguinte, são apresentados alguns exemplos de medição de ângulos utilizando o transferidor. Após, os ângulos são classificados em reto, agudo, raso ou obtuso.

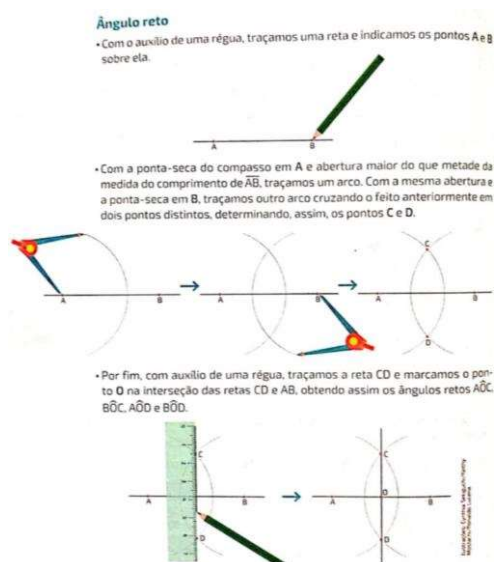
Figura 38: Medição de ângulos



Fonte: Matemática essencial 8º ano (p. 15)

Depois da parte mais introdutória, onde foi apresentada algumas definições e conceitos, os autores abordam a construção dos ângulos de 90° e 60° , utilizando instrumentos como régua e compasso. Iniciando-se pelo ângulo de 90° , é mostrado o passo a passo da construção. Como mostra a figura 39.

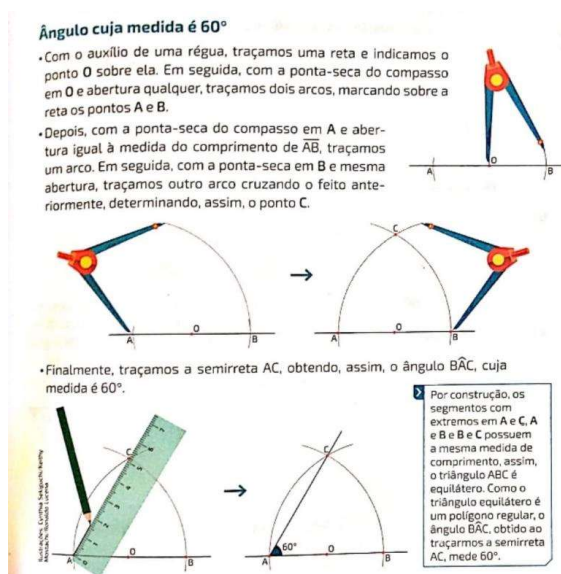
Figura 39: Ângulo de 90°



Fonte: Matemática essencial 8º ano (p. 16)

Seguindo com as construções, é mostrado o passo a passo da construção do ângulo de 60° .

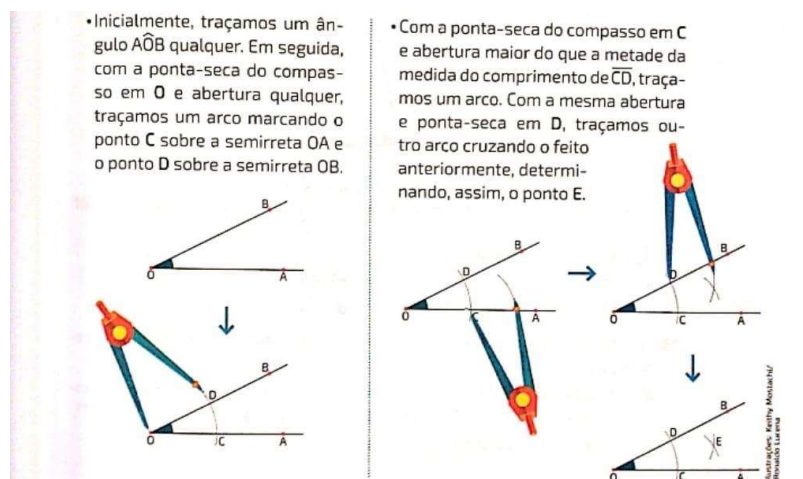
Figura 40: Ângulo de 60°



Fonte: Matemática essencial 8º ano (p. 17)

Adiante, os atores fazem uma breve contextualização para explicar o conceito de bissetriz. Assim, explicam que a bissetriz de um ângulo qualquer é uma semirreta de origem no vértice que o divide em dois ângulos de mesma medida. A partir disso, é mostrado o passo a passo da construção de uma bissetriz de um ângulo qualquer, utilizando instrumentos como régua e compasso.

Figura 41: Construção da bissetriz de um ângulo



Fonte: Matemática essencial 8º ano (p. 21)

Finalizando essa primeira parte do capítulo, é passado exercícios com intuito de relembrar definições conceitos e fazer com que os alunos consigam colocar em prática algumas técnicas de desenho geométrico e assim, ajude na resolução dos exercícios.

Como o livro trata-se de um manual do professor e é um material de divulgação, sempre traz dicas para o desenvolver das aulas, como também, para os exercícios propostos. Assim como, é fundamentado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e cita um material digital que pode ser utilizado para complementar cada aula.

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

É interessante relatar, que as Construções Geométricas quando trabalhadas de maneira adequada em sala de aula, com foco maior na contextualização e na resolução de problemas, pode gerar inúmeros benefícios nos processos de aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, como aponta os PCN (BRASIL, 1998), através das construções geométricas, os alunos conseguem desenvolver um pensamento que lhes permitem compreender, descrever e representar, de maneira organizada, o mundo em que vivem. Cruz (2013), defende que as construções de objetos pode desenvolver o interesse dos alunos nesse conteúdo, mesmo que apresentem algum tipo de dificuldade no decorrer das aulas.

Para que as Construções Geométricas possa atingir todo seu potencial como ferramenta de ensino, o livro didático assume papel importantíssimo, pois, muitas das vezes, norteiam o trabalho do professor em sala de aula, e como aponta o PNLD (BRASIL, 2011), o mesmo contribui para o processo de ensino-aprendizagem como um interlocutor que dialoga com o professor e com o aluno. Nesse contexto, é perceptível a necessidade do professor escolher um bom livro didático para ser trabalhado em sala de aula. Além disso, segundo Januário (2010), a prática de analisar livros didáticos contribui para que o professor possa vislumbrar sua postura em sala de aula, para que assim, possa promover um ambiente favorável à aprendizagem do aluno.

Nesse sentido, a análise dos livros didáticos Vontade de Saber Matemática, 8º ano, Teláris Matemática, 8º ano e Matemática essencial, 8º ano, têm por objetivo investigar como os autores utilizam as Construções Geométricas no ensino de ângulos e como isso pode influenciar nos processos de ensino e aprendizagem dos alunos.

O livro Vontade de Saber Matemática, 8º ano, inicia sua abordagem sobre o estudo de ângulos com uma breve contextualização e com passar do capítulo, apresenta diversas imagens com intuito de facilitar a visualização, tanto nas definições, como nos exercícios. Em relação a utilização das construções geométricas no ensino de ângulos, é somente observado na definição e construção da bissetriz de um ângulo qualquer. Onde é mostrado o passo a passo dessa construção, utilizando-se instrumentos como régua e compasso. Mas, o que percebe-se é meramente receitas a serem decoradas, visto que, não trás nenhuma

questão ou problematização que vise o aluno desenvolver capacidades de raciocínio, construção e criação, mas sim, de colocar em prática definições e técnicas de desenho geométrico que incentivam o aluno reproduzir somente o que foi passado.

No livro *Teláris Matemática*, 8 ano, o capítulo trás exemplos de lugares geométricos e suas respectivas construções. Como já foi dito no decorrer do trabalho, o foco da análise é o ensino de ângulos, em virtude disso, as Construções Geométricas relacionadas a esse conteúdo serão dadas mais ênfase. Logo de início, é apresentado um exercício que mostra como construir ângulos utilizando régua e transferidor, após, é pedido que os alunos construam os ângulos mostrados e também um outro ângulo, com medida de abertura previamente conhecida. Assim, nota-se que esse primeiro exercício tem o intuito de levar o aluno a conhecer melhor os instrumentos utilizados e que se familiarize um pouco mais com o conteúdo estudado. Mas, é um tipo de exercício comum nos livros didáticos, pois busca a aprendizagem através da repetição.

No capítulo, o estudo de ângulos é retomado com a definição e construção, com régua e compasso, da bissetriz de um ângulo. Onde é mostrado o passo a passo da construção e logo após, é passado um exercício que pede para o aluno construir um ângulo obtuso e em seguida, traçar sua bissetriz. Nesse tipo de questão, pode-se observar que o aluno precisará raciocinar um pouco mais, visto que, necessita saber o que é um ângulo obtuso e a partir disso, construir esse ângulo e traçar sua bissetriz repetindo as técnicas de desenho geométrico. É uma questão um pouco mais elaborada, mas que ainda busca a repetição e se assemelha ao ensino tradicional.

Nas construções geométricas dos ângulos de 60° , 30° e 90° , os autores trazem de uma forma bastante didática e construtiva. Por exemplo, na construção do ângulo de 60° , é indicado que basta construir um triângulo equilátero, pois todos os ângulos internos medem 60° . Assim, relaciona a construção do ângulo à outra informação bastante utilizada na Geometria. Já na construção dos ângulos de 30° e 90° , o autor toma como base a construção do ângulo de 60° , a partir disso, é feito a construção desses ângulos.

Analisando os exercícios após as construções, percebe-se que buscam fazer com que os alunos utilizem instrumentos de desenho, como régua e compasso, para a resolução das questões. Mas, são questões diretas sem uma contextualização,

levando o aluno a responder basicamente utilizando as técnicas de desenho ensinadas anteriormente.

O livro Matemática essencial, 8º ano, por se tratar de um manual do professor e ser um material de divulgação, está sempre trazendo dicas para o desenvolver das aulas, assim como, para os exercícios propostos. Vale salientar, que esse livro é fundamentado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e cita-se no mesmo, um material digital que pode ser utilizado para complementar cada aula.

Logo de início, são apresentados os objetivos do capítulo, sendo os principais para o ensino de ângulos: compreender seus principais conceitos, utilizar instrumentos de desenho para sua construção e determinar e construir a bissetriz de um ângulo qualquer. Para atingir os objetivos, os autores iniciam a abordagem relacionando situações cotidianas que apresentam algum tipo de ângulo, sem ainda mencionar qualquer tipo de construção geométrica. Essa abordagem é feita após a classificação dos ângulos reto, agudo, raso ou obtuso. Onde é mostrado todos os detalhes da construção, com régua e compasso, do ângulo de 90° .

No exercício após a construção, é pedido que o aluno construa um ângulo reto, ou seja, o mesmo ângulo construído anteriormente. Levando-o a repetir técnicas e engrandecendo um ensino que incentiva alunos a decorem. O mesmo acontece na construção do ângulo de 60° , é dado o passo a passo da construção e logo após, é pedido que o aluno reproduza as técnicas utilizadas, sem uma maior preocupação em gerar algum conhecimento mais construtivo.

Na parte que trata da bissetriz de um ângulo, também é apresentado o passo a passo da construção, mas não é cobrado nenhum exercício com intuito de reproduzir somente as técnicas vistas.

Nos exercícios propostos, apenas três questões necessitam utilizar instrumentos como régua e compasso para sua resolução, sendo duas delas, questões sem contextualização, onde o aluno consegue responder de maneira mais direta, ou seja, utilizando técnicas vistas anteriormente. Mas, uma dessas questões é dado um problema e os alunos são levados a investigar qual método de resolução é o correto. Assim, o aluno terá que utilizar informações aprendidas no decorrer das aulas, para que assim, consiga pensar de uma maneira mais crítica e chegar a resposta da questão. Esse tipo de questão, assim como aponta a BNCC, ajuda no desenvolver do raciocínio lógico, do espírito de investigação e da capacidade de produzir argumentos convincentes (BRASIL, 2018).

Ao analisar os livros didáticos, percebe-se que estão mais ligados ao ensino tradicional, ou seja, voltados para repetição de técnicas e de exercícios. Mas, o livro Matemática essencial em comparação com os livros Vontade de Saber Matemática e Teláris Matemática, busca trabalhar com as construções geométricas de uma forma mais construtiva, pois algumas atividades têm o intuito de levar o aluno a investigar e utilizar técnicas de desenho para chegar na solução da questão.

De maneira geral, as Construções Geométricas no ensino de ângulos não passam, muita das vezes, de um amontoado de técnicas a serem decoradas e logo depois reproduzidas, sem um contexto ou uma problematização que possa despertar no aluno um desejo de novas descobertas, e assim, proporcionar de forma coerente uma aprendizagem bem mais frutífera. Nesse sentido, Zuin (2001) aponta que os traçados geométricos constituem, em muitos livros, um amontoado de receitas a serem decoradas, sem nenhum sentido para o estudante. Em virtude disso, o aluno não consegue desfrutar de todo potencial de aprendizagem que as Construções Geométricas têm a oferecer.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Desde os princípios as Construções Geométricas sempre foram utilizadas como uma forma de resolver algum problema cotidiano e com passar do tempo, por se mostrar como facilitador nos processos de aprendizagem foi ganhando espaço nas escolas brasileiras, mas nem sempre foi utilizado de uma maneira correta, ou seja, sem levar o aluno a desfrutar de todo potencial que tem a oferecer como disciplina e como ferramenta. Em virtude disso, esse trabalho analisou alguns livros didáticos e investigou como as Construções Geométricas são utilizadas no ensino de ângulos, atento para as construções com régua e compasso, e também, como os exercícios cobravam a utilização dessas construções em suas resoluções.

Tornou-se notório, o quanto o ensino tradicional permanece arraigado nos livros didáticos e por consequência permanece também nas salas de aulas. Um ensino expositivo, que visa desenvolver uma aprendizagem através de decorar definições e conceitos e de muita repetição de exercícios. Uma questão ou outra encontrada nos livros analisados que buscam fazer o aluno pensar de uma forma um pouco mais construtiva. Mas, ainda é muito pouco para um ensino que precisa desenvolver inúmeras competências.

Vale ressaltar, que os livros não trazem a definição formal de ângulos, é apresentado somente sua ideia ou conceito mais básico. Assim, os alunos têm uma noção mais intuitiva dessa definição.

Tendo em vista esses aspectos, é de grande importância que o professor saiba escolher o material a ser utilizado e que o mesmo possa desenvolver juntamente com os alunos atividades que venham a contribuir nos processos de aprendizagem. Nesse sentido, Januario (2010, p. 54) faz a seguinte reflexão:

Ao ensinar/mediar processos de aprendizagem matemática, o professor precisa ter critérios para escolher os materiais com os quais vai trabalhar; para elaborar atividades, instrumentos avaliativos, situações problematizadoras e de investigação; e para criar um ambiente que promova a construção dos significados e a apropriação dos conceitos matemáticos.

Uma boa estratégia para o ensino de ângulos, como aponta a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), seria trabalhar a resolução de problemas juntamente com as Construções Geométricas, visto que, a resolução de problemas quando

trabalhada de uma forma bem elaborada pelo professor de matemática terá muitos benefícios para a aprendizagem dos alunos (FARIAS e SILVA, 2019). Por consequência, as Construções Geométricas podem contribuir de maneira construtiva nas diferentes estratégias de resolução. Gerando assim, uma aprendizagem com bem mais frutos e que motiva o aluno em sala de aula.

REFERÊNCIAS

- BALESTRI, Rodrigo; PATARO, Patricia Moreno. **Matemática essencial**. 1. ed. São Paulo: Scipione, 8º ano. 2018.
- BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana**. 4. ed. Rio de Janeiro: SMB. 1994.
- BIGODE, Antônio José Lopes. **Matemática 1**. Brasília: Ministério da Educação e do Desporto. 1998. v 2.
- BRAGA, Guilherme Silva. **Construções geométricas no ensino da matemática no Ensino Fundamental**. 2020. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2020.
- BRANDÃO, Jefferson Dagmar Pessoa. **O papel do Livro Didático no ensino aprendizagem**: uma introdução do conceito de Função. Monografia (Especialização em Educação Matemática). Campina Grande, PB: Universidade Estadual da Paraíba, 2013.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.
- BRASIL, Mec. **Guia de Livros Didáticos**: PNLD 2011: Matemática - Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.
- BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais- terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**: matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.
- COSTA, Evandro Alexandre da Silva; ROSA, Milton. **Fragmentos históricos do desenho geométrico no currículo matemático brasileiro**. Juiz de Fora, MG: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015.
- COSTA, Evandro Alexandre da Silva; ROSA, Milton. **Historiando o desenvolvimento do Desenho Geométrico**: das inscrições nas cavernas à contemporaneidade. P. 57-69, Santa Maria, Vidya, v. 35, n. 1 Juiz de Fora, MG: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2015.
- CRUZ, Maria do Socorro Batista de Jesus. **O Desenho Geométrico no currículo do curso de licenciatura em Matemática da UEFS**: reflexos no ensino da geometria plana do ensino fundamental (anos finais). 2013. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, 2013.
- DANTE, Luiz Roberto. **Teláris Matemática**. 3. ed. São Paulo: Ática, 8º an. 2018.
- FARIAS, Christianne Torres Lira; SILVA, Valdson Davi Moura. **Utilizando robótica educacional na construção de gráficos de funções com alunos do 1º ano do ensino médio**. Revista Educação Matemática em Foco V. 8, No. 1, 2019.

JANUARIO, Gilberto. **Análise de conteúdo de livros didáticos: contribuições à prática do professor de Matemática.** São Paulo, SP: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo, 2010.

JÚNIOR, Fernando Dutra. **Desenho Geométrico como ferramenta de aprendizagem de geometria.** Porto Alegre, RS: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2010.

LIMA, Maria Aparecida Alves. **O ensino e aprendizagem de ângulos utilizando materiais concretos: o tangram, o geoplano, dobraduras e construções geométricas.** Campina Grande, PB: Universidade Estadual da Paraíba, 2014.

MENEZES, Alessandra Assis. **O Livro Didático: uma análise dos conteúdos de geometria.** Seropédica, RJ: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2014.

NEVES, Miranilde Oliveira. **A importância da investigação qualitativa no processo de formação continuada de professores: subsídios ao exercício da docência.** Piauí: Revista Fundamentos, V.2, p. 17-31, 2015.

OLIVEIRA, Lucas Maken da Silva. **Ensinando Geometria com régua e compasso, uma proposta para o 8º ano.** 2015. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2015.

PEREIRA, Cássia Maciel Campos; ALVES, Ronaldo Ribeiro. **Construções geométricas nos anos finais do ensino fundamental.** São João del-Rei, MG: Universidade Federal de São João del-Rei, 2014.

SILVA, Natiene Leandro. **Contribuições do Desenho Geométrico no ensino e aprendizagem da disciplina de Tópicos I de Geometria.** Campina Grande, PB: Universidade Estadual da Paraíba, 2017.

SOUSA, Leonardo Barbosa. **A utilização de régua e compasso nas construções de ângulos no 7º ano do Ensino Fundamental.** Manaus, AM: Universidade do Estado do Amazonas, 2018.

SOUZA, Delany Matias. **A importância do desenho como recurso para o ensino e aprendizagem em trigonometria.** 2014. Dissertação (Mestrado)- Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2014.

SOUZA, Joamir; PATARATO, Patricia Moreno. **Vontade de Saber Matemática.** 2. ed. São Paulo: FTD, 8º ano. 2012.

VIANNA, Carlos Roberto; CURY, Helena Noronha. Ângulos: uma “história” escolar. **Revista História e Educação Matemática.** Sociedade Brasileira de História da Matemática. Rio Claro, V.1, n.1, p. 23-37, 2001.

ZANELLA, Liane Carly Hermes. **Metodologia de pesquisa.** Florianópolis, SC: Universidade Federal de Santa Catarina, 2. ed. 2013.

ZANETTE, Marcos Suel . **Pesquisa qualitativa no contexto da Educação no Brasil**. Curitiba, PR: Educar em Revista, p. 149-166, 2017.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. de S. L. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil**. 2001. Dissertação (Mestrado) - UFMG, Faculdade de Educação, Belo Horizonte, 2001.