



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA  
CAMPUS CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA**

**NÓRTON LEONARDO TEODÓRIO RAFAEL**

**FLUXO DE FLUIDO EM ESFEROIDES**

**CAMPINA GRANDE - PB  
2021**

NÓRTON LEONARDO TEODÓRIO RAFAEL

**FLUXO DE FLUIDO EM ESFEROIDES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Licenciatura em Física da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento à exigência para obtenção do Título de Licenciado em Física.

**Área de concentração:** Física-Matemática.

**Orientadora:** Profa. Dra. Ivonete Batista dos Santos.

**CAMPINA GRANDE - PB  
2021**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

R136f Rafael, Norton Leonardo Teodoro.  
Fluxo de fluido em esferoides [manuscrito] / Norton Leonardo Teodoro Rafael. - 2021.  
19 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2021.

"Orientação : Profa. Dra. Ivonete Batista dos Santos, Coordenação do Curso de Física - CCT."

1. Transferência de massa. 2. Método de Galerkin. 3. Controle de qualidade. 4. Secagem. I. Título

21. ed. CDD 536.7

NÓRTON LEONARDO TEODÓRIO RAFAEL

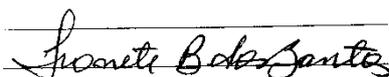
FLUXO DE FLUIDO EM ESFEROIDES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Licenciatura em Física da Universidade Estadual da Paraíba, em cumprimento à exigência para obtenção do Título de Licenciado em Física.

Área de concentração: Física-Matemática.

Aprovada em: 28/05/2021.

**BANCA EXAMINADORA**



---

Profa. Dra. Ivonete Batista dos Santos (Orientador)  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



---

Profa. Dra. Ana Paula Bispo da Silva  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



---

Profa. Dra. Ruth Brito de Figueiredo Melo  
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Ao meu pai Antonio, À minha mãe Lourdes  
e À minha irmã Vitória, por tudo o que  
fizeram por mim, DEDICO.

*“A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar,  
não seremos capazes de resolver os problemas causados  
pela forma como nos acostumamos a ver o mundo.”*

*Albert Einstein*

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação geométrica dos esferoides gerados com o número $n=1$ , $n=3$ e $n=6$ , respectivamente.....	13
Figura 2 – Comparação das curvas de cinética de transferência de massa, nos esferoides cujos números $n$ são: $n=1$ , $n=3$ e $n=6$ , respectivamente.....	14
Figura 3 – Comparação do teor de umidade contida nos esferoides $n=1$ , nos tempos 50 s, 100 s e 150 s.....	15
Figura 4 – Comparação do teor de umidade contida nos esferoides $n=3$ , nos tempos 50 s, 100 s e 150 s.....	15
Figura 5 – Comparação do teor de umidade contida nos esferoides $n=6$ , nos tempos 50 s, 100 s e 150 s.....	16

## LISTA DE SÍMBOLOS

$M$	Teor de umidade
$D$	Coefficiente de Difusão
$C_n$	n-ésima Constante a Ser Determinada
$\Psi_n$	n-ésima Autofunção
$\gamma_n$	n-ésimo Autovalor
$M_e$	Teor de umidade de equilíbrio
$f_j$	Função de Galerkin
$t$	Tempo
$\bar{M}$	Teor de Umidade Médio

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	9
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	10
3	METODOLOGIA .....	10
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES .....	13
5	CONCLUSÃO .....	16
6	REFERÊNCIAS .....	18

## FLUXO DE FLUIDO EM ESFEROIDES

### FLUID FLOW IN SPHEROIDS

Nórton Leonardo Teodório Rafael<sup>1</sup>

#### RESUMO

Este trabalho é fundamentado em um estudo exploratório envolvendo simulação de transferência de massa, restringindo-se aos esferoides, sendo um processo necessário para evitar perdas de material, especialmente dentro da indústria, em que há uma necessidade do controle mais rigoroso do processo de secagem. Para isso, utilizou-se uma revisão de bibliografias existentes, junto com o desenvolvimento dos seus modelamentos matemáticos, através do Método Integral Baseado em Galerkin (método GBI), com seus cálculos feitos em um software computacional, os quais foram simulados em softwares não comerciais, gerando resultados que se mostram eficazes. Os esferoides gerados pela sua função de base, simulados novamente, mostram o processo de acordo com o formato de cada sólido, evidenciando o porquê dos seus tempos de secagem variarem com a robustez da forma.

**Palavras-Chave:** Transferência de massa. Revisão Bibliográfica. Simulação. Método de Galerkin.

#### ABSTRACT

This work is based on an exploratory study involving mass transfer simulation, restricted to spheroids, being a necessary process to avoid material losses, especially within the industry, in which there is a need for more rigorous control of the drying process. For this, a review of existing bibliographies was used, along with the development of their mathematical models, through the Integral Method Based on Galerkin (GBI method), with their calculations made in a computer software, which were simulated in non-commercial software, generating results that prove to be effective. The spheroids generated by their base function, simulated again, show the process according to the shape of each solid, showing why their drying times vary with the shape's robustness.

**Keywords:** Mass transference. Literature review. Simulation. Galerkin method.

---

<sup>1</sup>Aluno de Graduação em Licenciatura em Física na Universidade Estadual da Paraíba – Campus I.  
Email: nortonleonardo15@gmail.com

## 1 INTRODUÇÃO

O estudo do fluxo de fluido que passa por um sólido poroso é de grande relevância para as áreas da ciência e da tecnologia. Estudando suas dinâmicas, como a difusão, que explica o que acontece com o líquido dentro dos sólidos durante a secagem, entendemos o funcionamento das forças mecânicas que ocorrem através da variação da umidade. Também a partir de um modelamento da geometria, conseguimos encontrar várias aplicações que solucionarão problemas de transferência de massa, presentes em processos industriais dos setores: agrícola, cerâmico, químico, alimentício, farmacêutico, mineral e polimérico.

Rachaduras, deformações e quebras, são alguns dos principais problemas ligados a falta de controle do movimento do fluxo de fluido, estando justamente atrelados à secagem de sólidos porosos, por consequência de problemas físicos e químicos.

Tal processamento não é algo recente na história da humanidade, sendo utilizada pelos antigos povos e até hoje ainda é visível em aplicações industriais. Nesta transferência simultânea de calor, massa e momento do sólido que caracterizam a secagem, surgiu a necessidade por melhorias para aumentar sua precisão, buscando evitar perdas, sendo uma das principais soluções a simulação do processo (SANTOS *et al.*, 2011).

A função de base, é uma equação matemática que descreve um sólido e como ele será trabalhado, seja ele qual for, sendo desenvolvida a partir do método integral baseado em Galerkin, ou método GBI, que é a multiplicação de uma determinada equação inicial por  $f/dV$  e após isso, ocorre a integração sobre o volume e a divisão pelo volume do sólido geométrico, permitindo a solução do problema que envolve o transporte de massa dentro do sólido estudado, aplicado dentro de uma determinada condição de contorno, que pode ser de primeira, segunda ou terceira espécie. Este método fornecerá também o teor de umidade na região central (VÉRAS, 2016).

Nos grãos, como os de arroz com casca, a importância da secagem permite o controle do teor de umidade, gerando melhor qualidade do produto, dependendo da sua aplicação, que pode ser germinativa ou alimentícia. A simulação deste processo trará uma economia para a indústria, porque secar gera um grande consumo energético. Analisar corretamente o gradiente de secagem, através de processos matemático-computacionais é uma forma de aumentar o lucro deste setor industrial (FRANCO, 2016).

Ao analisar literaturas, vemos que existe a necessidade de mostrar que através da mudança de parâmetros específicos dentro das equações, pode-se obter uma forma de generalizar a secagem, para diversas geometrias de esferoides, mostrando também a rapidez do processo em cada um dos modelos.

Devido a esta necessidade de melhorias e à relevância dos processos de secagem para a indústria, este trabalho foi construído com objetivo de estudar o fluxo de fluido em esferoides porosos, a partir de análise da transferência de massa em três sólidos, os quais foram citados em bibliografia já existente e utilizada neste trabalho para revisão (SANTOS, 2011; LIMA, 2014; VÉRAS, 2016; FRANCO, 2016), sendo tais sólidos novamente simulados utilizando o método de Galerkin para gerar sua geometria, a fim de permitir maior compreensão do processo.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Com a finalidade de fundamentar teoricamente este trabalho, foi feita uma revisão bibliográfica com foco em conceitos e aplicações da secagem, como difusão e transferência de massa em esferoides porosos. Para isto, foram escolhidas as produções de Santos (2011), Lima *et al.* (2014), Vêras (2016) e Franco (2016), que abordam justamente os assuntos pertinentes a produção deste trabalho.

Nas publicações de Santos e Lima, é apresentado um modelo matemático apropriado, que analisa a secagem de sólidos de revolução, empregando a teoria da difusão líquida, sendo esta última definida como o transporte da água de baixo para cima e de dentro para fora do sólido, com mudança de estado líquido para gasoso. Observa-se que a forma do corpo influencia diretamente sua cinética de secagem, de acordo com os seus gradientes de umidade. Entretanto, Lima *et al.* (2014) restringiu suas aplicações a grãos de trigo, que são caracterizados como sólidos capilares de geometrias complexas, generalizando suas equações para esse fim.

Vêras (2016), enfatizou a simulação e aplicação das equações dos trabalhos acima, restringindo-se a um esferoide quase quadrado, cujo valor do número ( $n$ ) é igual a cinco, revalidando as conclusões anteriormente citadas. Em sua tese, Franco (2016) ratificou a eficácia dos modelos matemáticos apresentados por Santos (2011) e Lima *et al.* (2016), não apenas por simulações, mas também por experimentações reais em grãos de arroz, legitimando a aplicabilidade do modelo em situações concretas.

Por fim, é perceptível que os trabalhos abordam os assuntos relevantes para a composição deste TCC, contudo, percebe-se a necessidade de investigar e divulgar outros estudos, pois mesmo nessas publicações é enfatizado a escassez de bibliografia que se aprofunde no estudo da secagem e transferência de massa em sólidos de revolução porosos. Logo, este trabalho objetiva preencher à lacuna bibliográfica apresentada acima.

## 3 METODOLOGIA

De acordo com a equação da segunda lei de Fick, cujo embasamento está na teoria de difusão líquida, temos que o movimento do líquido dentro dos sólidos porosos, causado especialmente pela existência de um gradiente de concentração de umidade, sendo utilizada como modelo matemático descritivo deste fenômeno (BROOKER *et al.*, 1992 apud SANTOS, 2011), da seguinte forma:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla \cdot (D\nabla M) \quad (1)$$

Na Equação (1), ( $D$ ) caracteriza o coeficiente de difusão e ( $M$ ) é o teor de umidade do sólido variando ao longo do tempo. Com a finalidade de encontrar resolução dos problemas em questão, as seguintes restrições são delimitadas: (a) o sólido é homogêneo e isotrópico; (b) a distribuição de umidade dentro do sólido é uniforme no início do processo; (c) as características termo físicas durante todo o processo são constantes; (d) o sólido constitui-se em matéria seca e água em fase líquida; (e) o fenômeno de secagem ocorre através de evaporação de água na superfície e difusão de água dentro do sólido. Para obter a solução da Equação (1) utiliza-se a equação dada através de (PAYNE *et al.*, 1986):

$$M = \sum_{n=1}^N C_n \psi_n e^{-\gamma_n t} + M_e \quad (2)$$

no qual ( $M_e$ ) é o teor de umidade de equilíbrio.

Ao tomar ( $C_n$ ), ( $\gamma_n$ ), ( $M_e$ ) e ( $D$ ) como constantes, substituindo a Equação (2) na Equação (1), e ( $\psi_n$ ) não dependente do tempo, temos:

$$\gamma_n \psi_n + \nabla \cdot (D \nabla \psi_n) = 0 \quad (3)$$

sendo que ( $\psi_n$ ) é uma função específica, criada através de uma combinação linear de um conjunto de funções de base características, representada por:

$$\psi_n = \sum d_{nj} f_j \quad (4)$$

no qual ( $f_j$ ), denominada também como função de Galerkin, é um componente do conjunto de funções de base e os ( $d_{nj}$ ) são constantes a serem definidas.

Substituindo Equação (4) na Equação (3), temos:

$$\sum d_{nj} [\gamma_n f_j + \nabla \cdot (D \nabla f_j)] = 0 \quad (5)$$

Utilizando o procedimento de Galerkin, que é multiplicar a Equação (5) por ( $f_i dV$ ) e integrar sobre o volume (Kantorovich e Krylov, 1960), temos o seguinte resultado:

$$\int_V \sum_{n=1}^N d_{nj} [\gamma_n f_j + \nabla \cdot (D \nabla f_j)] f_i dV = 0 \quad (6)$$

Escrevendo a Equação (6) em forma de matriz tem-se:

$$(\bar{A} + \gamma_n \bar{B}) \bar{d}_n = 0 \quad (7)$$

sendo ( $\bar{A}$ ) e ( $\bar{B}$ ) matrizes quadradas  $N \times N$ , cujos elementos são calculados por:

$$a_{ij} = \frac{1}{V} \int_V f_i \nabla \cdot (D \nabla f_j) dV = 0 \quad (8a)$$

$$b_{ij} = \frac{1}{V} \int_V f_i f_j dV \quad (8b)$$

Desse modo, após o cálculo das matrizes ( $\bar{A}$ ) e ( $\bar{B}$ ), os valores de ( $\gamma_n$ ) e ( $\bar{d}_n$ ) são determinados.

Para aplicar as condições de contorno ao problema, a seguinte identidade é utilizada:

$$\int_V f_i \nabla (D \nabla f_j) dV = \int_V \nabla \cdot (D f_i \nabla f_j) dV - \int_V D \nabla f_i \nabla f_j dV \quad (9)$$

Considerando (D) como constante, a Equação (9) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\int_V f_i \nabla (D \nabla f_j) dV = \int_S D f_i \left( \frac{\partial f_j}{\partial \vec{n}} \right) dS - \int_V D \nabla f_i \nabla f_j dV \quad (10)$$

Para condições de contorno de primeira espécie tem-se ( $f_j = 0$ ). Assim, o primeiro termo do segundo membro é igual a zero e o segundo membro é sempre simétrico. Para que sejam obtidos os coeficientes ( $C_n$ ) da Equação (2), usa-se a condição inicial em ( $t = 0$ ), neste caso ( $M = M_0$ ), e a seguinte equação é encontrada:

$$M_0 = \sum C_n \psi_n + M_e \quad (11)$$

Novamente, utilizando o procedimento de Galerkin, multiplicando a Equação (11) por ( $f_i dV$ ) e integrando sobre o volume (Kantorovich e Krylov, 1960), tem-se:

$$\int_V f_i (M_0 - M_e) dV = \int_V f_i \sum C_n \psi_n dV \quad (12)$$

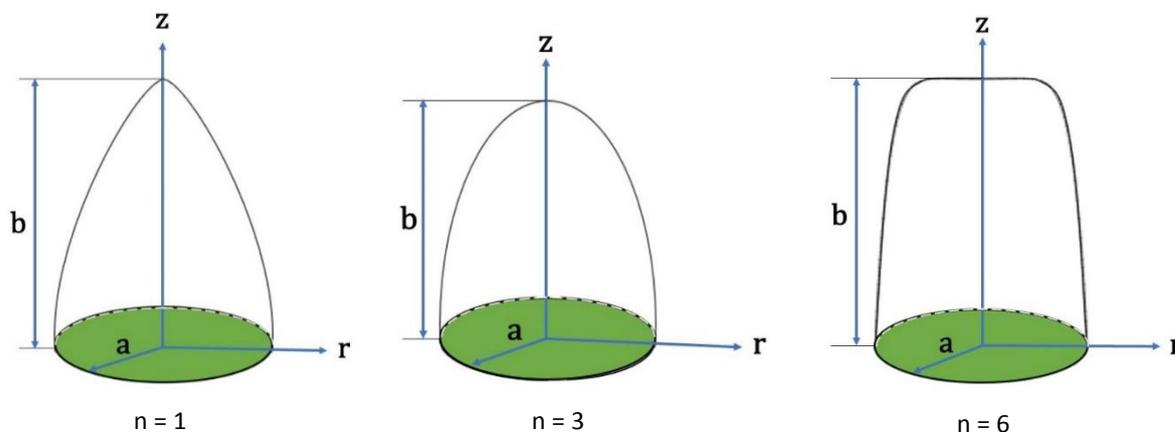
A solução da Equação (12) é um conjunto de N equações algébricas lineares que permitirá encontrar os ( $C_n$ ) completando, assim, a solução do problema. O valor médio do teor de umidade do sólido é dado por:

$$\bar{M} = \frac{1}{V} \int_V M dV \quad (13)$$

onde (V) é o volume do sólido a ser estudado.

Como aplicação, a metodologia apresentada, foi utilizada para descrever e simular a transferência de massa em três sólidos de razão de aspecto (altura dividida pelo raio da base) igual a 2,0, cujos contornos são representados na Figura 1, que segue:

**Figura 1** – Representação geométrica dos esferoides gerados com número  $n=1$ ,  $n=3$  e  $n=6$ , respectivamente.



Fonte: Criação do autor.

Estas figuras são definidas pela função de base da Equação (14) (SANTOS *et al.*, 2011), dada por:

$$\Phi = 1 - \frac{r^n}{a^n} - \frac{z^2}{b^2} \quad (14)$$

onde  $a$  é o raio da base,  $b$  é altura do sólido e  $n$  é o número que define a forma do corpo estudado. Esta função vai gerar uma área plana que se tornará um sólido tridimensional a partir da rotação em torno do seu eixo (LIMA *et al.*, 2014). Ao substituir o (V) da Equação (13) pela Equação (14), surge o método para o cálculo da variação de umidade dentro dos sólidos em questão, permitindo simular o processo. Para cada superfície, temos um valor para ( $\Phi$ ), sendo inicialmente ele igual a zero, e o conjunto desses valores definem o sólido.

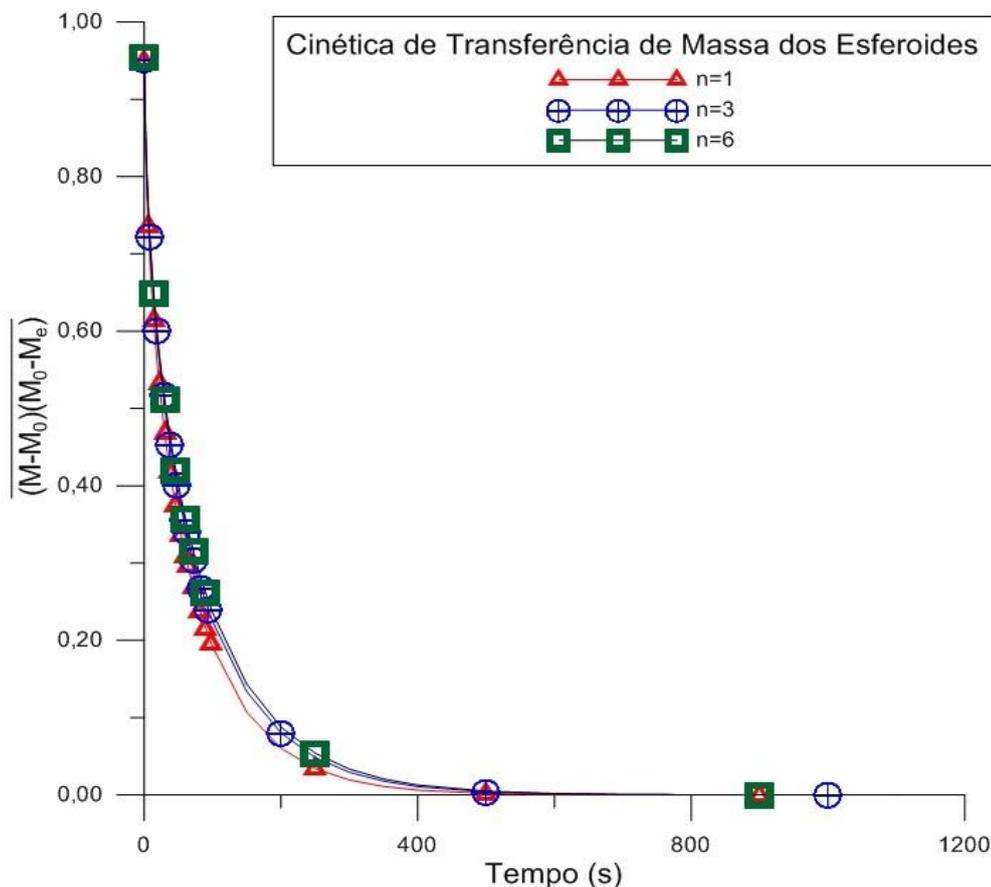
Neste trabalho foram considerados os sólidos gerados com os valores ( $n=1$ ), ( $n=3$ ) e ( $n=6$ ), respectivamente, sendo todos eles esferoides.

Ao revisar a literatura, todas as simulações necessárias foram refeitas utilizando a plataforma Wolfram Mathematica 7, junto com os softwares gráficos Surfer 9, para confecção de curvas de níveis e Grapher 8 como plotador de gráficos cartesianos.

#### 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 2, apresenta a cinética de transferência de massa dos sólidos com ( $n=1$ ), ( $n=3$ ) e ( $n=6$ ).

**Figura 2** - Comparação das curvas de cinética de transferência de massa, nos esferoides cujos números  $n$  são:  $n=1$ ,  $n=3$  e  $n=6$ , respectivamente.



Fonte: autor (2020)

As curvas da Figura 2, representam o teor de umidade médio de cada um dos sólidos em relação ao tempo decorrido do processo, que levou aproximadamente 1000 segundos. No início, é possível observar que o nível de umidade dos sólidos diminui consideravelmente, devido a gradientes de alta concentração neste momento (SANTOS *et al.*, 2011). Estes sólidos possuem geometrias complexas e seus estudos são encontrados na bibliografia citada (SANTOS *et al.*, 2011; LIMA, 2014; VERAS, 2016).

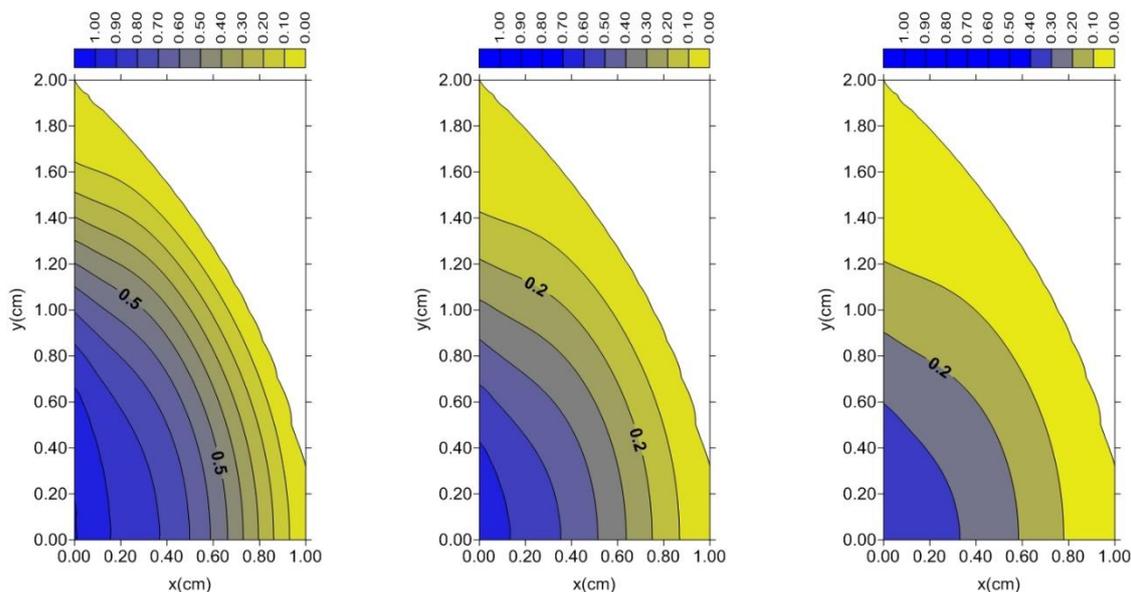
Apesar das curvas serem próximas, é possível observar que a curva em vermelho possui uma queda inicial maior do que as outras, caracterizando uma maior rapidez.

Isso acontece porque o número  $n$  define a proporção área por volume, além de ser diretamente proporcional a velocidade de secagem. Por isso que o tempo será mais lento para  $n=6$ , comparado com outros esferoides citados neste trabalho.

O expoente  $n$  da Equação (14) varia de acordo com os valores da razão  $b/a$ . Se  $b$  for maior que  $a$ , seu eixo vertical (eixo de revolução) será maior que o horizontal e o sólido se chamará esferoide prolato. Se  $b$  for menor que  $a$ , então seu eixo de revolução será menor que o outro, sendo chamado de esferoide oblato. E se  $b$  possuir o mesmo valor de  $a$ , obtém-se uma esfera (VÉRAS, 2016).

As Figuras 3,4 e 5 foram construídas na plataforma Surfer 9, mostrando o quanto o gradiente de concentração de umidade é elevado no início do processo, que conseqüentemente vai diminuindo com o tempo.

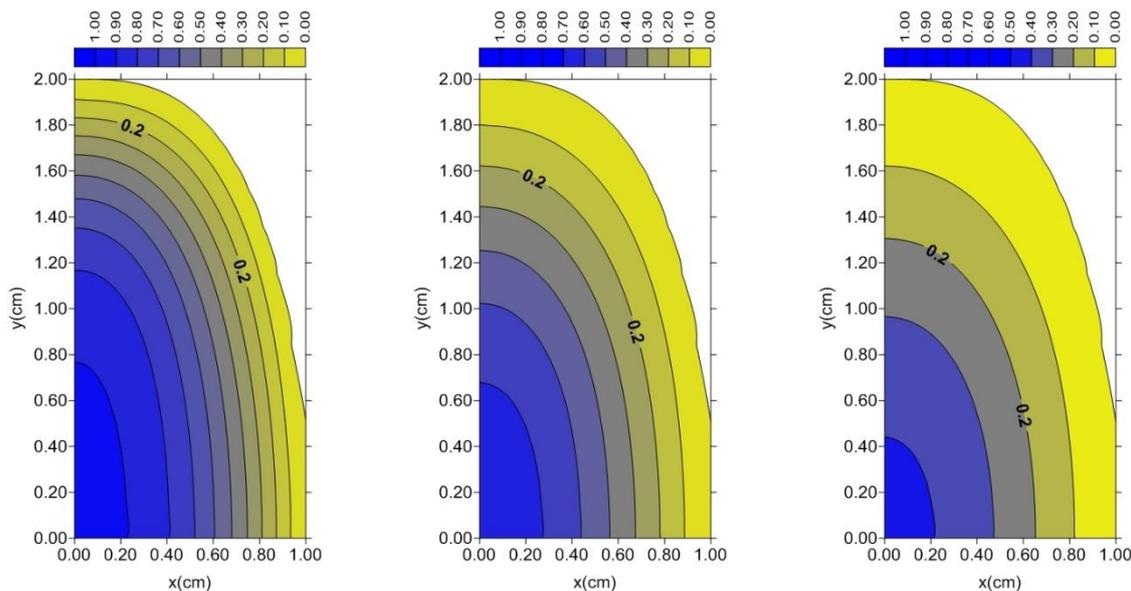
**Figura 3** - Comparação do teor de umidade contida nos esferoides  $n=1$ , nos tempos 50 s, 100 s e 150 s.



Fonte: autor (2020)

Na Figura 3, referente ao esferoide com valor de ( $n=1$ ), é visível o avanço do fluxo de fluido no decorrer do tempo, principalmente nas proximidades do topo do sólido em direção ao seu interior. Isto se deve ao formato pontiagudo que tal esferoide possui, pois permite uma razão maior entre área e volume, facilitando a transferência de massa para o meio externo, que é a difusão, e diminuindo o tempo necessário para esta movimentação.

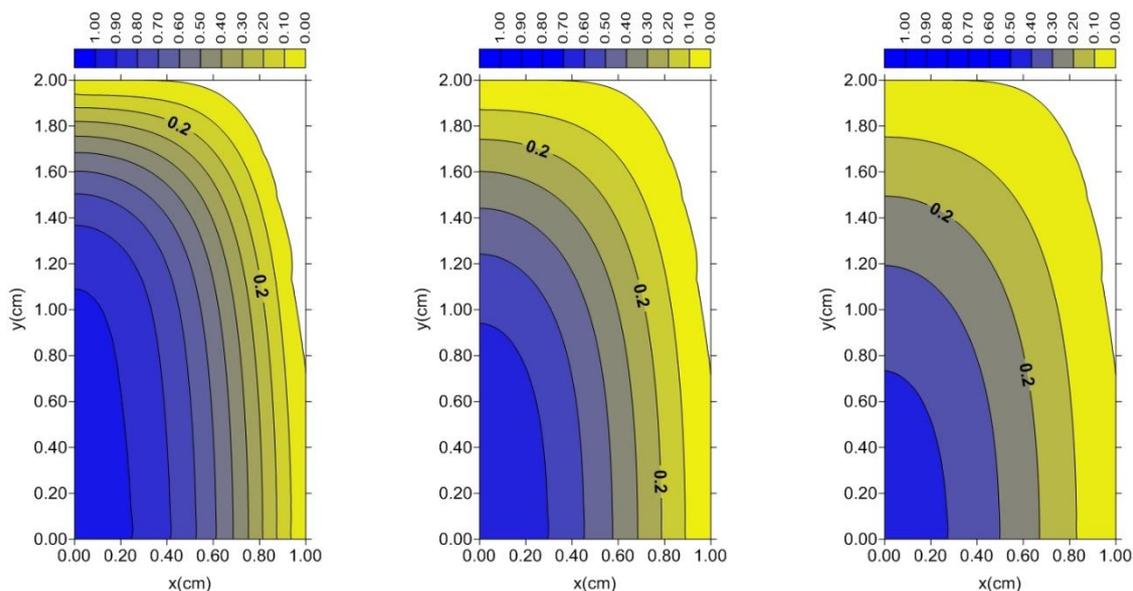
**Figura 4** - Comparação do teor de umidade contida nos esferoides  $n=3$ , nos tempos 50 s, 100 s e 150 s.



Fonte: autor (2020)

Em comparação com a Figura 3, a Figura 4, que representa um esferoide com valor  $n=3$ , apresenta uma secagem de massa mais baixa ao longo do tempo, mantendo teores de umidades maiores que a primeira mesmo estando exposta a condições idênticas de secagem. Isso se deve às características de seu formato, que é mais curvo e não tem vértices em sua construção, sendo mais quadrado em relação ao anterior, diminuindo a razão entre área e volume e dificultando um pouco mais a transferência de massa do meio interno para o externo.

**Figura 5** - Comparação do teor de umidade contida nos esferoides  $n=6$ , nos tempos 50 s, 100 s e 150 s.



Fonte: autor (2020)

A Figura 5, com valor de  $n=6$ , apresenta uma construção mais semelhante à apresentada na Figura 4, curvilínea e sem vértices. Consequentemente, sua transferência de massa também apresenta características mais próximas a da figura anterior, ou seja, uma diminuição mais lenta do gradiente de umidade em relação à variação de tempo.

Em suma, é visível a diferença entre os processos de transferência de massa do esferoide com valor de ( $n=1$ ) para os de valor ( $n=3$ ) e ( $n=6$ ), deixando claro o quanto a razão entre área e volume interferem num processo de secagem, estendendo ou encurtando o tempo necessário para a finalização da ação.

Por isso, é importante ressaltar a necessidade de um controle rigoroso sobre o processo, devido à perda muito rápida da água, especialmente nos locais onde há um gradiente maior. Caso isso não seja feito, irão aparecer deformações devido ao ar de secagem, que é muito maior na superfície do sólido do que no seu interior.

#### 4 CONCLUSÃO

A partir da revisão bibliográfica dos trabalhos de Santos (2011), Lima (2014), Vêras (2016) e Franco (2016), foi possível perceber pouca variedade de publicações relacionadas à transferência de massa e com certa necessidade de investigação dos resultados deste processo em esferoides com formatos variados. Em conjunto, concluiu-se que o método GBI adequa-se a todos os tipos de esferoides, devido a sua

capacidade de descrevê-los através da variação do valor de  $n$ , mostrando-se eficiente para um maior controle da secagem ao permitir o estudo de forma analítica em simulações.

Também foi possível notar que o sólido ( $n=1$ ) é mais rápido para secar devido a sua geometria, que possui um “bico” na parte superior, diferenciando-o dos sólidos ( $n=3$ ) e ( $n=6$ ), revalidando o que foi apresentado nos trabalhos referenciados, onde foi afirmado que o formato do sólido interfere diretamente em seu processo de secagem e que esferoides com valores de  $n$  mais baixos secam mais rápido, devido a sua proporção área/volume maior que esferoides com valor de  $n$  mais altos, facilitando o fluxo do fluido para o meio externo através do ar de secagem.

## REFERÊNCIAS

BROOKER, D. B.; BAKKER-ARKEMA, F. W.; Hall, C. W. **Drying and storage of grains and oilseeds**. New York: The AVI, 1992. 450 p.

FRANCO, Célia Maria Rufino. **MODELAGEM, SIMULAÇÃO E EXPERIMENTAÇÃO DA SECAGEM CONTÍNUA E INTERMITENTE DE SÓLIDOS ELIPSÓIDAIIS.:** estudo de caso: secagem de grãos de arroz em casca. 2016. 262 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos, Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, 2016.

KANTOROVICH, L. V. e KRYLOV, V. I. **Approximate methods of higher analysis. Advanced Calculus**. Wiley, New York, USA, 1960.

LIMA, A. G. Barbosa de; DELGADO, J. M. P. Q.; SANTOS, I. B.; SANTOS, J. P. Silva; BARBOSA, E. S.; SILVA, C. Joaquina e. GBI Method: A Powerful Technique to Study Drying of Complex Shape Solids. In: DELGADO, J. M. P. Q. *et al.* **Transport Phenomena and Drying of Solids and Particulate Materials**. Campina Grande: Springer International Publishing Switzerland, 2014. p. 48.

PAYNE, F. R., CORDUNEANU, C. C., HAJI-SHEIKH, A, e HUANG, T., **Integral methods in science and engineering. Chapter: On solution of parabolic partial differential equations using Galerkin functions**. Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA, 1986.

SANTOS, Ivonete B. dos *et al.* **DIFFUSION IN SOLIDS OF REVOLUTION VIA GALERKIN-BASED INTEGRAL METHOD**. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 21., 2011, Natal. **Proceedings [...]**. Natal: Abcm, 2011. p. 1-10.

VÉRAS, Mayra Lindsly Vieira. **TRANSFERÊNCIA DE MASSA EM SÓLIDOS POROSOS VIA MÉTODO INTEGRAL BASEADO EM GALERKIN**. 2016. 17 f. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Física, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

WOLFRAM, S., **The Mathematica® Book**. Cambridge University Press, New York, 2009.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, pela minha existência e por me dar forças para concluir este trabalho de forma satisfatória.

À minha família, que está sempre comigo em todos os momentos. Em especial, aos meus pais e a minha irmã, por todo amor, trabalho e incentivo para continuar sempre no melhor caminho.

À minha orientadora, Profa. Dra. Ivonete Batista dos Santos, por seus ensinamentos ao longo do meu curso e por ter me aceitado como orientando.

Aos meus amigos, Luciano, Olávio, Wedson, Fabiano, por todo o carinho e compreensão, e Joseane, por me ajudar em tudo que me proponho a fazer, a sua ajuda foi essencial para que tudo isso pudesse acontecer.

À meu querido amigo e vizinho, Lucas, por todo o apoio durante esses tempos que eu passei em Campina, por sempre me encorajar e estar ao meu lado. Qualquer desafio se torna mais fácil com alguém ao seu lado.

Aos meus colegas de curso pelos momentos bons que passamos juntos.

A banca examinadora por todas as sugestões proferidas.

A todos os professores que fizeram parte da minha caminhada, que contribuíram com seus ensinamentos e conselhos, **MUITO OBRIGADO!**

Agradeço ao meu amigo e professor de música, Carlos Eduardo Espinhara Tenório, por me inspirar desde pequeno a buscar o sucesso, independente da carreira que eu escolhesse.

À UEPB pela oportunidade e por todos os serviços prestados a comunidade acadêmica em geral.

Ao PROAFE-CG, Programa de Apoio à Formação e ao Ensino de Campina Grande, por me proporcionar experiências únicas dentro da educação, orientado pelo Prof. Dr. Marcos Antônio Barros Santos.

Agradeço também a Pró-Reitoria de Graduação (PROGRAD) da UEPB, por proporcionar o Programa de Monitoria, ao qual fiz parte no segundo período, orientado pela Profa. Ms. Maria Ângela Vasconcelos Lopes Gama.

Ao CAFIS, Centro Acadêmico de Física da UEPB, ao qual participei durante dois mandatos, como vice presidente, buscando melhores condições para os estudantes do curso de física.

A todos, meus sinceros agradecimentos.