



UEPB

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ALISON DO NASCIMENTO ARAÚJO

**EXPLORANDO A DUALIDADE DOS POLIEDROS DE PLATÃO COM O AUXÍLIO
DO GEOGEBRA 3D NO LABORATÓRIO VIRTUAL DE MATEMÁTICA**

**CAMPINA GRANDE – PB
2021**

ALISON DO NASCIMENTO ARAUJO

**EXPLORANDO A DUALIDADE DOS POLIEDROS DE PLATÃO COM O AUXILIO
DO GEOGEBRA 3D NO LABORATORIO VIRTUAL DE MATEMATICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado em Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientador: Prof^a. Dr^a. Kátia Maria de Medeiros.

**CAMPINA GRANDE – PB
2021**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

A663e Araújo, Alison do Nascimento.
Explorando a dualidade dos poliedros de Platão com o auxílio do GeoGebra 3D no Laboratório Virtual de Matemática [manuscrito] / Alison do Nascimento Araújo. - 2021.
44 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2021.

"Orientação : Profa. Dra. Kátia Maria de Medeiros, Departamento de Matemática - CCT."

1. Ensino de Geometria. 2. Poliedros duais. 3. Recurso didático. 4. Laboratório Virtual de Matemática. I. Título

21. ed. CDD 516.15

ALISON DO NASCIMENTO ARAÚJO

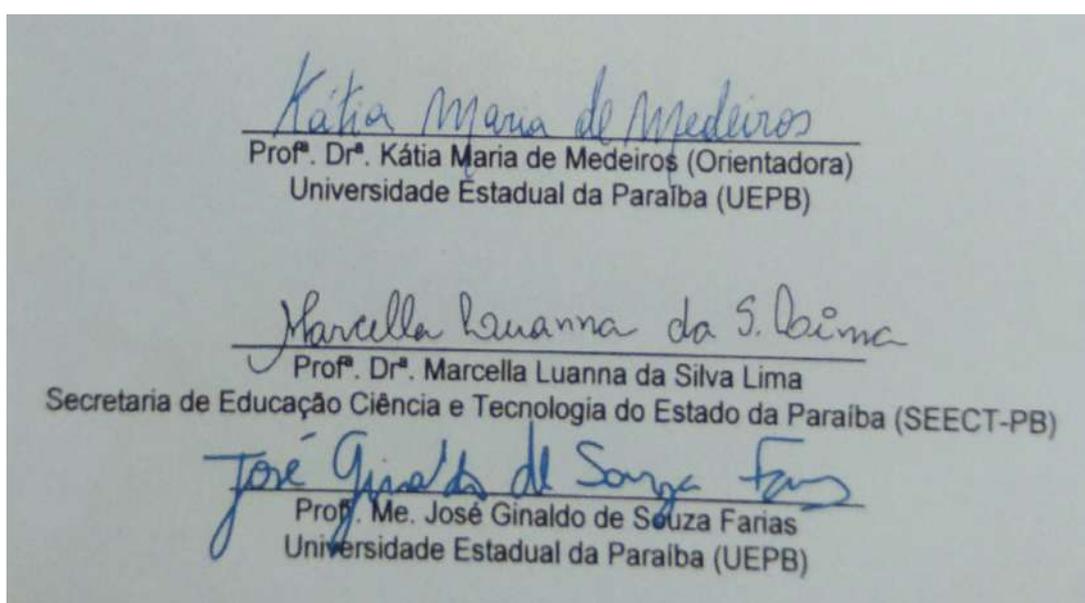
**EXPLORANDO A DUALIDADE DOS POLIEDROS DE PLATÃO COM O AUXILIO
DO GEOGEBRA 3D NO LABORATORIO VIRTUAL DE MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado em Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em: 14 / 10 / 2021

BANCA EXAMINADORA



“A persistência é o menor caminho do
êxito”.

Charles Chaplin

AGRADECIMENTOS

Desde que iniciei este curso venci muitas batalhas, foram muitos obstáculos ultrapassados muitas noites em claro buscando conhecimento estudando muito no pouco tempo que tinha para estudar, mas hoje sei que nada foi em vão, em todo esse tempo Deus sempre esteve comigo e hoje agradeço primeiramente a Ele por ter me dado a oportunidade de conseguir estudar na Universidade Estadual da Paraíba, onde conseguir adquirir conhecimentos que vou levar para toda minha vida.

Existem pessoas que foram muito importantes para mim nessa caminhada e não poderia deixar de agradecê-los.

A minha mãe Josenilda e ao meu pai Fernando, pois apesar de serem do sítio e não terem tido a oportunidade de estudar nunca deixaram de me apoiar, sempre se esforçaram o máximo para que eu e minha irmã estudássemos, enfrentaram muitas dificuldades para nos dar educação.

A minha irmã Samara pela torcida, sempre me motivou a nunca desistir, a lutar até o fim para conseguir meus objetivos.

A minha esposa Jailma que esteve comigo durante toda a minha trajetória na universidade, teve muita paciência comigo sempre tentou me motivar de alguma forma para nunca desistir. O seu companheirismo foi muito importante para que eu pudesse chegar até aqui.

A meu filho, meu amor Erick, que é meu grande motivo de viver, por ele enfrento qualquer coisa para que ele sinta muito orgulho de mim.

A minha orientadora Prof^a Dr^a Kátia Maria de Medeiros, por ter aceitado me orientar e ter mim passado tanto ensinamento, muito obrigado.

Agradeço também a todos os professores do Curso de Licenciatura em Matemática da UEPB, campus Campina Grande-PB pelos ensinamentos que adquiri com eles. Foram anos de muito estudo e aprendizado.

E, por fim, gostaria de agradecer também a professora Larise França do Colégio Itan Pereira de Campina Grande-PB e por todos seus alunos que contribuíram para minha pesquisa.

Meu muito obrigado a todos!!!

RESUMO

A Geometria é uma área da Matemática que está muito presente na nossa realidade, mas alguns alunos tem muita dificuldade, mais precisamente com a geometria espacial. Com a pandemia tivemos que nos adequar ao ensino online e com isso houve ainda mais a necessidade de utilizar ferramentas tecnológicas no Laboratório Virtual de Matemática, o GeoGebra foi uma alternativa que além de muito fácil de utilizar é um aplicativo que combina Geometria, Álgebra e outras áreas da matemática. Com essa dificuldade que os alunos tem em relação ao ensino da geometria decidimos desenvolver um trabalho com os alunos no laboratório virtual de matemática, explorando a dualidade de poliedros, um assunto que pode contribuir muito para o ensino da geometria espacial. Realizamos uma pesquisa de cunho qualitativo que teve como objetivo geral estudar e explorar com os estudantes a dualidade dos poliedros de Platão utilizando o GeoGebra 3D como recurso didático em um Laboratório Virtual de Matemática. Para tanto trabalhamos com as turmas A e B de 1º Ano do Ensino Médio do colégio Itan pereira, um colégio de ensino integral localizado em Campina Grande-PB, realizamos uma oficina no laboratório virtual de matemática onde conseguimos obter resultados satisfatórios em relação ao uso desse recurso.

Palavras-chave: Laboratório Virtual de Matemática. GeoGebra. Dualidade de Poliedros.

ABSTRACT

Geometry is an area of mathematics that is very present in our reality, but some students have a lot of difficulty with it, more precisely with spatial geometry. With the pandemic we had to adapt to online teaching and with that there was even more the need to use technological tools in the virtual math laboratory, GeoGebra was an alternative that, in addition to being very easy to use, is an application that combines geometry, algebra and other areas of mathematics. With this difficulty that students have in relation to teaching geometry, we decided to develop a work with students in the virtual mathematics laboratory, exploring the duality of polyhedra, a subject that can greatly contribute to the teaching of spatial geometry. We carried out a qualitative research that aimed to study and explore with students the duality of Plato's polyhedra using GeoGebra 3D as a teaching resource in a Virtual Mathematics laboratory. To do so, we worked with classes A and B of the 1st year of high school at Colégio Itan Pereira, a full-time school located in Campina Grande-PB. we held a workshop in the virtual math lab where we managed to obtain satisfactory results regarding the use of this resource.

Keywords: Virtual math lab. GeoGebra. Duality of polyhedra.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação Prisma de Base Pentagonal no GeoGebra 3D.....	23
Figura 2 – Representação Pirâmide de base quadrada no GeoGebra 3D.....	24
Figura 3 – Representação de um Cilindro no GeoGebra 3D.....	24
Figura 4 – Barra de ferramentas do GeoGebra 3D.....	25
Figura 5 – Relações entre o numero de faces e o de vértices	26
Figura 6 – Poliedros regulares e seus Duais.....	27
Figura 7 – Representação do Primeiro encontro online.....	29
Figura 8 – Representação do Primeiro encontro online.....	29
Figura 9 – Representação do Segundo encontro online.....	30
Figura 10- Representação do Segundo encontro online.....	31
Figura 11- Representação do Terceiro encontro online.....	32
Figura 12- Representação do Terceiro encontro online.....	32
Figura 13- Representação do Quarto encontro online.....	33
Figura 14- Imagem da primeira questão do questionário.....	36
Figura 15- Imagem da segunda questão do questionário.....	37
Figura 16- Imagem da terceira questão do questionário.....	37
Figura 17- Imagem da quarta questão do questionário	38
Figura 18- Imagem da quinta questão do questionário.....	38
Figura 19- Imagem da sexta questão do questionário	39

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	OBJETIVOS	11
2.1	Objetivo Geral	11
2.2	Objetivos Específicos	11
3	REVISÃO DE LITERATURA	12
3.1	Educação integral: Contexto histórico e presença na educação brasileira	12
3.2	Educação Integral na Paraíba	14
3.2.1	<i>Escola Cidadã Integral Itan Pereira</i>	16
3.3	Laboratórios virtuais de matemática	16
3.4	Um Pouco da História da Geometria	21
3.4.1	<i>Geometria espacial</i>	22
3.5	O GeoGebra	23
3.5.1	<i>GeoGebra 3D</i>	23
3.6	Poliedros Duais	26
4	METODOLOGIA	28
5	ANALISE DO QUESTIONARIO INICIAL	34
6	ANALISE DO QUESTIONARIO FINAL	36
7	RESULTADOS E DISCUSSÕES	40
8	CONCLUSÃO	42
	REFERÊNCIAS	43

1 INTRODUÇÃO

A Educação Integral para Ensino Médio, na Paraíba, desde 2016, vem se caracterizando como principal política educacional do Estado e foi nesse ano que surgiu a primeira experiência de Educação Integral para o Ensino Médio no estado da Paraíba.

Um exemplo de escola integral no estado da Paraíba é a escola Cidadã Integral Estadual de Ensino Fundamental e Médio PROFESSOR ITAN PEREIRA localizada na cidade de Campina Grande-PB, onde escolhemos para desenvolver nosso trabalho de pesquisa.

Nesse trabalho iremos explorar o ensino da Geometria Espacial, mais precisamente a dualidade de poliedros, pois notamos que alguns alunos sentem dificuldade em aprender esta Geometria e, um dos motivos, é a forma com que a aula é ministrada.

Existem formas de tornar a aula mais interessante e uma delas é utilizar ferramentas tecnológicas que cada vez mais estão tomando espaços no ensino. A ferramenta tecnológica que utilizamos nas aulas no ensino da dualidade de poliedros foi o GeoGebra, e fizemos uso de uma metodologia bastante conhecida que é a resolução de problemas.

Com a pandemia surgiu a necessidade de se trabalhar ainda mais com Laboratório Virtual de Matemática, e nós sabemos que as tecnologias de informação e da comunicação há algum tempo vem ganhando espaço no ensino e aprendizagem.

Atualmente, os espaços de aprendizagem são muito mais expandidos e a internet constitui sem dúvida um dos elementos centrais da nova sociedade. Nossa pesquisa tem a intenção de mostrar formas de trabalhar com os alunos em um ambiente virtual, utilizando ferramentas que despertem o interesse deles para o assunto envolvido. Além disso, mostrar aos professores que existem maneiras de tornar uma aula virtual mais proveitosa com o auxílio dessas ferramentas.

Por fim, apresentaremos os resultados da pesquisa, analisando o desempenho dos alunos e a experiência vivida por eles.

O Trabalho foi estruturado da seguinte forma:

No Capítulo 2 temos os objetivos geral e específico do nosso trabalho. No Capítulo 3 fizemos a revisão da literatura onde iniciamos trazendo o contexto histórico da educação integral e presença na educação brasileira, trazemos também nesse capítulo um pouco do Colégio Itan Pereira que foi onde fizemos nossa pesquisa, um Colégio integral bem estruturado e organizado na cidade de Campina Grande. Ainda nesse capítulo trouxemos um pouco da história da geometria, dos poliedros duais, além de trazer uma parte falando dos laboratórios virtuais de Matemática, pois com a pandemia se tornou essencial para as aulas online. E por fim deste capítulo falamos do aplicativo GeoGebra, recurso que utilizamos nas aulas para conseguir alcançar nossos objetivos. No capítulo 4 temos a metodologia utilizada com os alunos para desenvolver nossa pesquisa, nesse capítulo expliquei passo a passo como foram estruturados os encontros com os alunos. Nos próximos Capítulos temos as revisões dos questionários, a discussão dos resultados e por fim a conclusão do nosso trabalho.

2 OBJETIVOS

Geral

- Identificar e explorar as contribuições que o GeoGebra 3D trás como recurso didático em um Laboratório Virtual de Matemática no ensino da dualidade dos Poliedros de Platão.

Específicos

- Identificar como o professor da turma pesquisada utiliza o GeoGebra;
- Identificar quais os benefícios desse recurso didático para o aprendizado da dualidade em um Laboratório Virtual de Matemática.

3 REVISÃO DE LITERATURA

3.1 Educação integral: Contexto histórico e presença na educação brasileira

Na primeira metade do século XX, no Brasil, encontramos investidas significativas a favor da Educação Integral de católicos, anarquistas e de educadores como Anísio Teixeira que procuravam implantar instituições escolares em que essa concepção fosse vivenciada.

Anísio Teixeira, um dos mentores intelectuais da Escola Nova, propunha uma educação em que a escola desse às crianças um programa completo de leitura, aritmética e escrita, ciências físicas e sociais, e mais artes industriais, desenho, música, dança e educação física, saúde e alimento à criança. Ele colocou em prática, essa concepção, no Centro Educacional Carneiro Ribeiro, implantado em Salvador, na Bahia, na década de 1950. Nesse centro, encontramos as atividades, historicamente entendidas como escolares, mas também outra série de atividades acontecendo no contra-turno escolar. Na década de 1960, a fundação da cidade de Brasília trouxe consigo vários centros educacionais, construídos nessa mesma perspectiva. Nessa mesma década, Anísio Teixeira, na presidência do INEP, foi convocado por Juscelino Kubitschek de Oliveira para coordenar a comissão encarregada de criar o “Plano Humano” de Brasília, juntamente com Darcy Ribeiro, Cyro dos Anjos e outros expoentes da educação brasileira. Essa comissão organizou o Sistema Educacional da capital que pretendia, o então presidente da república, viesse a ser o modelo educacional para todo o Brasil. O sistema educacional elaborado criou a Universidade de Brasília e o Plano para a Educação Básica, para o nível educacional elementar, foi concebido um modelo de Educação Integral inspirado no modelo de Salvador, porém mais evoluído (ÁVILA, 2009).

Na década de 1980, a experiência dos Centros Integrados de Educação Pública – os CIEPS – constituiu-se como uma das mais polêmicas implantações de Educação Integral realizada no país. Concebidos por Darcy Ribeiro, a partir da experiência de Anísio Teixeira, e arquitetados por Oscar Niemeyer, foram construídos aproximadamente quinhentos prédios escolares durante os dois governos de Leonel Brizola, no Rio de Janeiro, cuja estrutura permitia abrigar o que se denominava como “Escola Integral em horário integral”. Foram realizados vários

estudos sobre essa implantação, apresentando seus aspectos inovadores e suas fragilidades.

As experiências e concepções permitiram afirmar que a Educação Integral se caracteriza pela ideia de uma formação “mais completa possível” para o ser humano e é possível afirmar que as concepções de Educação Integral, circulantes até o momento, fundamentam-se em princípios político-ideológicos diversos, porém, mantêm naturezas semelhantes, em termos de atividades educativas (Ávila, 2009).

Falar sobre educação integral implica considerar a questão das variáveis tempo, com referência a ampliação da jornada escolar, e espaço, com referência aos territórios em que cada escola está situada. Alguns estudos que consideram a qualidade do ensino estão alicerçados nessa relação de tempos e espaços educativos. Para alguns, a ampliação da jornada escolar pode aumentar a qualidade, mas para outros, a extensão do horário escolar, por si só, não garante a melhora na qualidade do ensino (CAVALIERI, 2002)

Além das experiências de Educação Integral em Tempo integral na escola pública brasileira que foram as que já citamos nesse texto: a que criou o Centro Educacional Carneiro Ribeiro, em Salvador, na década de 1950 e a de implantação dos Centros Integrados de Educação Pública (CIEPs), no Rio de Janeiro, nas décadas de 1980-1990 nos últimos anos, presenciamos experiências diferenciadas de ampliação da jornada escolar que entremeiam turno e contra turno, com metodologias diversas de trabalho; dos quais podemos destacar a iniciativa do próprio Ministério da Educação, com o financiamento de ações educativas complementares no período de 2004 a 2006, bem como as experiências que são desenvolvidas em municípios brasileiros, tais como Belo Horizonte/ MG, Apucarana/PR, Nova Iguaçu/RJ, dentre outras (ÁVILA, 2009).

O Programa Escola Integrada, por exemplo, foi criado em 2006, pela Prefeitura Municipal de Belo Horizonte, como um programa Inter setorial que concebe a educação como um processo que abrange as múltiplas dimensões formativas do sujeito e tem, como objetivo, a formação integral dos alunos de 6 a 14/15 anos do Ensino Fundamental, ampliando sua jornada educativa diária para nove horas, por meio da oferta de atividades diversificadas de forma articulada com a proposta político- pedagógica – PPP – de cada instituição educativa. Em Nova Iguaçu a Prefeitura desenvolveu o projeto Bairro-Escola, iniciado em 2006 e

sustenta-se em dois conceitos básicos: “Cidade Educadora” – que parte da ideia de que a educação não ocorre só nos limites da escola, mas em todos os espaços da comunidade – e “Educação Integral” – uma educação que promove o desenvolvimento da criança e do adolescente em suas múltiplas dimensões, considerando o corpo, a mente e a vida social, no sentido da construção da cidadania, do sujeito autônomo, crítico e participativo, onde o maior objetivo do projeto é estimular a integração da criança com o lugar onde mora e contribuir para o seu melhor rendimento escolar (ÁVILA, 2009).

A essas experiências, somam-se várias outras, fruto de iniciativas de governos municipais e estaduais, bem como do governo federal, por vezes com a participação de organizações da sociedade civil, provocadas por uma demanda pela melhoria da qualidade da educação. Em algumas dessas experiências percebe-se a potencialidade de extensão de atividades para além da instituição e fora do espaço escolar e, nesse caso, com a preocupação de favorecer as aprendizagens escolares da leitura, da escrita e produção de outros saberes (ÁVILA, 2009).

A condição essencial para que essa perspectiva seja compreendida como Educação Integral é a atenção irrestrita e o diálogo com o projeto pedagógico da instituição escolar.

Resolvi escrever sobre o contexto histórico da educação integral e presença dela na educação brasileira porque escolhi a escola Itan Pereira para fazer minha pesquisa, uma escola integral que ao meu ver é o caminho para a educação no Brasil apesar de que há muito tempo Anísio Teixeira já tentava implementar um modelo de educação integral, ainda são poucas as escolas que tem essa modalidade de ensino. Devido a pandemia nossa pesquisa foi feita no laboratório Virtual de Matemática, mas a ideia era trabalhar na sala de aula, para analisarmos ainda mais a estrutura da escola em relação ao Ensino Integral.

3.2 Educação Integral na Paraíba

Desde 2016 o Ensino Médio em tempo integral tem se caracterizado como principal política educacional do Estado e foi nesse ano que surgiu a primeira experiência de educação integral para o Ensino Médio no Estado da Paraíba.

Quando analisamos as escolas em tempo integral da Paraíba, concordamos com Lopes(2009) quando dizia que as escolas parecem se constituir em uma estratégia do Estado para manter os indivíduos sob sofisticado controle para que não escapem do olhar do mercado, para que se mantenham dentro de uma escala prevista de normalidade, considerando variáveis móveis de referência, nos movimentos ordenados de consumo e educação. Estamos considerando que o modelo gerencial das escolas em tempo integral, é similar ao discurso empresarial descrito por Dardot e Laval (2016), que propõe um trabalho do eu para facilitar a “eclosão do homem-ator de sua vida”. A escola em tempo integral pode ser considerada em si mesma uma “formação”, o lugar onde se adquire certa sabedoria prática, para que os alunos se tornem empreendedores de si mesmo, assim que perguntados o que querem fazer da vida (LEITE, 2019).

Foi através dos decretos nº 36.408 e nº 36.409 de 30 de novembro de 2015, que foram criados o Programa Escola Cidadã Integral e Escola Cidadã Integral Técnica. Em abril de 2018, foi instituída a Lei nº 11.100 fazendo com que o Programa Escola Cidadã Integral deixe de ser uma Política de Governo e se tornasse uma Política de Estado. O Programa Escola Cidadã Integral, agora Programa de Educação Integral da Paraíba, instituído pela referida Lei, engloba ainda, as Escolas Cidadãs Integrais Socioeducativas – ECIS (LEITE, 2019).

O Programa Escola Cidadã Integral foi a primeira parceria público-privada na área educacional do Estado da Paraíba, com o convênio assinado entre o Governo do Estado e o Instituto de Corresponsabilidade da Educação (ICE), que permite que o Instituto implante sua filosofia pedagógica, seu modelo de projeto escolar, de currículo, de infraestrutura e modelo pedagógico. O ICE é uma instituição privada, sem fins lucrativos, que atua na elaboração de projetos educacionais, junto a governos estaduais, como Pernambuco e Ceará, com o objetivo de levar a visão empresarial para as políticas educacionais. O ICE vem influenciando a concepção de educação e agenda da educação integral na Paraíba, com base no modelo de sua concepção pedagógica, baseada no controle e na responsabilização, que são características da iniciativa privada e que também se alinham no modelo de gestão de escolas integrais. As diretrizes de trabalho das escolas que compõem o Programa de Educação Integral são determinadas pelo modelo pedagógico do ICE, chamado de Tecnologia de Gestão Educacional (TGE). Os professores para

atuarem nas escolas de tempo integral, participam de um processo seletivo, onde todos devem ser funcionários da rede estadual, todos esses professores que atuam em escolas de regime integral passam a ter direito a composição salarial formada por salário base, bolsa desempenho profissional, gratificação por hora aula e gratificação por atividade (PARAÍBA, 2016b). A Tecnologia de Gestão Educacional (TGE) trata da reformulação das práticas escolares mediante três atitudes operacionais: 'entender, aceitar e praticar' (ICE, 2015, p. 10), postulados empresariais, que devem ser assimilados por professores e gestores em um processo unidimensional e automático.

3.2.1 Escola Cidadã Integral Itan Pereira

A Escola Cidadã Integral Estadual de Ensino Fundamental e Médio PROFESSOR ITAN PEREIRA está situada à Rua Luiz Motta, S/N, Bairro Bodocongó - Campina Grande – PB.

Inicialmente conhecida como escola PADRÃO, pois quando foi construída tinha um modelo instituído pelo Governo do Estado para escolas de um mesmo porte, em 2018 acompanhando o processo de inovação educacional foi implantado na escola o modelo de Escola Cidadã, no qual os educadores tem uma carga horária maior que facilita no diagnóstico de problemas e na aplicação do PDCA (Planejar, Executar, Verificar, Agir) para controle e melhoria contínua do processo de ensino e aprendizagem e das relações interpessoais com os alunos. Os educandos com essa carga horária ampliada podem desfrutar de um ambiente que não irá apenas passar instruções, mas também formar cidadãos críticos e pensantes que possam atuar e ser protagonistas na escola e na sociedade. Esta escola é mantida pelo Governo do Estado da Paraíba, através da Secretária de Educação e Cultura, com recursos oriundos do FNDE (Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação), com os Programas PDDE, PNAE.

3.3 Laboratórios virtuais de Matemática

As tecnologias da informação e da comunicação (TIC) invadiram os domínios da vida humana alterando a forma tradicional de agir e pensar no mundo. As pessoas passaram a ter contato independentemente da sua localização gráfica,

provocando um entendimento distinto do que sempre foi espaço e tempo. Na medida em que as TIC afetam diretamente organizações e instituições, afetam a Escola e conseqüentemente os seus professores que se confrontam repetidamente com novas exigências e são forçados a lidar com novos processos na sua dupla vertente de cidadãos e educadores (HARGREAVES, 2003).

As TIC vieram acrescentar às competências dos professores a necessidade de explorarem os benefícios pedagógicos dos novos recursos tecnológicos, envolvendo-se na sua seleção, utilização e avaliação.

Atualmente os espaços de aprendizagem são muito mais expandidos e as mudanças no saber provocados pelas TIC colocam questões significativas nas relações entre professores e alunos, escola e casa, vida na sala de aula e o mundo além da mesma. O universo de aprendizagens subjacentes à utilização destes novos recursos será certamente muito diferente daquele que era adquirido nas formas tradicionais de ensino (MORIN, 2001; R. V. SILVA, 2005).

A internet constitui sem dúvida um dos elementos centrais da nova sociedade, não só pelas conseqüências que sua massificação está a causar em todos os setores de atividade, mas também pelo efeito profundo que está a ter na viabilização de uma nova dimensão humana: O espaço Virtual (JUNQUEIRO, 2002).

A tecnologia traz a oportunidade de individualizar o ensino e a aprendizagem, de criar simulações que conduzam a descoberta de relações importantes, fornecendo o controle da aprendizagem ao próprio estudante. Temos que ser capazes de identificar os benefícios que as TIC disponibilizam e encontrar formas de utilização que os potenciem para aproveitar as oportunidades que estas proporcionam, precisamos aprender a integrar a educação presencial com as possibilidades a distância que a internet viabiliza, integrar o real e o virtual.

A criação e desenvolvimento da internet resultou de uma mistura nas últimas décadas do século XX da estratégia militar, da cooperação entre cúpulas científicas, da iniciativa tecnológica e da inovação da contra-cultura. Em 1990 a internet era de difícil utilização para os não informáticos, foi a invenção da World Wide Web pelo Centre Européen pour Recherche Nucleaire (CERN) em Genebra que permitiu a difusão das redes entre a sociedade em geral.

As primeiras experiências de integração das TIC na sala de aula foram: o Encontro de Atividades Científicas (EAC), o LOGO, os tutorias e mais recentemente

um conjunto diversificado de softwares e material multimídia. As TIC oferecem excelentes possibilidades de aperfeiçoamento do processo de ensino-aprendizagem, no caso particular da internet, ela permite ampliar os espaços educativos, física e temporalmente, para lá da sala de aula, ao mesmo tempo que oferece espaços de interação, síncrona e assíncrona, que podem ser utilizados por alunos e professores para comunicação e partilhar alargando as possibilidades daquilo que é possível fazer, a limites que ainda estamos a descobrir (SIMÕES, 2010).

No caso particular da Matemática, as TIC vieram influenciar a forma como esta pode ser ensinada e aprendida, o professor de Matemática tem a tarefa de, utilizando o recurso das TIC, enriquecer a aprendizagem matemática dos seus alunos.

Com o espaço virtual a ocupar uma fatia cada vez mais significativa da vida de cada um de nós, a tendência é a de transferir para este espaço grande parte das atividades exercidas.

Segundo Albu, Hobert e Mihai (2003) laboratório virtual é um ambiente interativo para criação e condução de experiências ou de simulação de experiências.

Autores como Cardoso (2000), Carnevale (2003), Junior e Coutinho (2003), entre outros, referem vantagens e desvantagens diversas deste tipo de laboratórios, dos quais se destacam as seguintes:

Vantagens:

- Protegem o utilizador e o equipamento de acidentes de experimentação;
- Permitem que equipas de utilizadores geograficamente dispersas, realizem experiências sem a necessidade de se encontrarem num mesmo local físico;
- Uma vez que os alunos demonstram normalmente uma maior motivação no uso de computadores nas atividades educacionais, possibilitam assim que se tire partido desta sua motivação e da sua perícia na utilização dos dispositivos Tecnológicos;
- Possibilitam o treino pré-laboratorial, na medida em que os alunos antes de irem para um laboratório real, podem fazer as experiências de um modo virtual, evitando possíveis inconvenientes da falta de experiência na utilização dos equipamentos e materiais;
- Não possuem restrições de acesso no que diz respeito ao tempo e local;
- Permitem interatividade;

- Eliminam tarefas repetitivas, permitindo consagrar mais tempo à análise e interpretação dos resultados das experiências;
- Apresentam vantagens econômicas - baixo custo de desenvolvimento, utilização e manutenção; redução do tempo de viagens; possibilidade dos alunos participarem de múltiplas experiências; as experiências podem ser repetidas tantas as vezes, quantas as necessárias sem custos adicionais; permitem que um número ilimitado de pessoas possa compartilhar o mesmo equipamento, localizado num único laboratório;
- Múltiplos utilizadores, em diferentes localidades geográficas, podem utilizar e trabalhar de forma cooperativa;
- Todos podem contribuir com conjuntos de experiências, o que dada a diversidade de possibilidades, faz com que esta tarefa imensa se distribua por uma equipe mais alargada;
- Complementam o ensino presencial;
- Ultrapassam os problemas éticos relativos ao uso de animais e seres humanos em certos tipos de experiências – como por exemplo a dissecação de uma rã.

Agora vejamos as desvantagens destacadas pelos autores que são:

- Existência ainda muito significativa de constrangimentos de acesso e ligação à Internet;
- Perca de dados por mau manuseamento;
- Não substituem as práticas dos laboratórios reais, isto é, não existe nenhuma interação com equipamentos reais;
- Restrições nos resultados e manipulação das experiências, para além de que, em alguns casos, não se pode reproduzir fielmente uma experiência física nos laboratórios virtuais.

Se referindo especificamente ao ensino e aprendizagem da Matemática a *National Lybrary of Virtual Manipulatives for Interactive Mathematics* e o projeto *Matemática para Gregos & Troianos*, referem que atualmente é possível usar os computadores para criar ambientes virtuais de aprendizagem nos quais a

Matemática pode ser explorada com rigor, profundidade e ao mesmo tempo, com uma ciência passível de experimentação em laboratórios virtuais onde o utilizador realize experiências matemáticas genuínas (SIMÕES, 2010).

Para que a utilização dos vários recursos disponíveis e a eficácia das suas ações sejam otimizada, o professor precisará tomar certas medidas em relação a organização dos espaços, a organização do tempo e a concertação da ação.

Sobre a organização dos espaços, o professor terá que organizar de forma entregada atividades a realizar em sala de aula e atividades a realizar ou terminar para além dela. O espaço virtual apresenta-se ao professor como uma enorme biblioteca sem bibliotecário, os livros estão lá mas a organização não existe, o professor aos poucos vai organizando um certo conjunto de sites de referência e recursos que devido ao tamanho dessa biblioteca que é gigantesca, tem que ser atualizada constantemente (SIMÕES, 2010).

O tempo é uma componente com forte peso na atividade do professor pois a manipulação da tecnologia e a gestão da informação requerem tempo para serem exploradas e apropriadas. O professor tem que despender algum tempo até se sentirem habilitados a usar as tecnologias com os seus alunos. Precisam de tempo para conhecer e dominar as ações básicas necessárias, tempo para organizar as suas propostas, tempo para acompanhar e monitorar as intervenções e participações dos alunos. Para tudo isso o professor precisa de tempo pois há processos que não podem ultrapassar o seu limiar de reflexão porque senão podem ser engolidas etapas fundamentais para a aprendizagem. Hargreaves (1998) afirma que o tempo é visto como um recurso escasso pelos professores.

Não é suficiente dotar as escolas com tecnologia, é preciso fazer essa dotação de acordo com as necessidades específicas de cada uma e manter o equipamento funcional atualizado. Os professores tem que ter tempo para experimentar os equipamentos e incorporar de forma sustentada e pensada nas suas práticas e isso requer concertação de ação. Muitos são os professores de Matemática que tem vindo contribuir para o enriquecimento do espaço virtual com recursos interativos disponibilizados em Língua Portuguesa dedicados aos mais diversos temas matemáticos que qualquer professor poderá explorar nas aulas (SIMÕES, 2010).

3.4 Um Pouco da História da Geometria

Segundo Heródoto, acreditava-se que a Geometria teria surgido no Egito com a necessidade de medir as demarcações de terras a cada inundação no vale do rio, já por outro lado Aristóteles dizia que o surgimento da Geometria se deu a partir das práticas de lazer dos sacerdotes daquela época. Mas acredita-se que a existência da Geometria vem muito antes disso, o que pode ser comprovado através de potes, tecidos e cestas que mostram exemplos de congruência e simetria, que em essência são partes da Geometria elementar (SILVA, 2012).

Na França e Espanha foram encontradas, em cavernas, pinturas com mais de 15000 anos o que mostra que a compreensão dos objetos e espaço vem de muito tempo atrás desde a idade da pedra ou quem sabe até muito antes. Por volta de 10000 anos atrás, na transi o do período Paleolítico para o Neolítico, foi quando ocorreu uma transforma o fundamental das atitudes do homem em rela o a natureza e com a fixa o dos nômades surgiu algumas inven es como a roda de oleiro e de carro, barcos e abrigos que se espalharam através do sistema de atividade comercial criado para fazer liga es entre diversos povoados o que proporcionou a forma o da linguagem. Quanto mais se evoluía o conceito de números, mais complexo ficava o entendimento e uma saída para se comunicar foi se utilizar da adi o (SILVA, 2012).

Com o desenvolvimento do comércio, de acordo com Boyer(1996), se viu necessário o agrupamento cada vez maiores dos números, geralmente tendo como recurso os dedos de uma das mãos ou das duas e implementa o da subtra o para se comunicar, assim 12 era $10+2$, 9 era $10-1$.

Nos povos com uma estrutura social bem distante da nossa também pode se encontrar registros do tempo e conhecimento dos movimentos do Sol, da Lua e das estrelas. A varia o nas vegeta es durante as fases da Lua deu origem ao calendário lunar, se guiar pelas constela es em sua navega es resultou no conhecimento sobre as propriedades da esfera, das dire es, dos círculos e mesmo de figuras mais complicadas. Os Min icos-Mic nicos, os Maias e os Incas foram povos que tiveram grande destaque na contribui o para a forma o da Geometria (STRUIK, 1992).

Os Min icos-Mic nicos representavam os números bastante próximos dos encontrados no Egito, porém com símbolos diferenciados, os Maias se destacaram

com a sua aritmética e muito ligados a astronomia com o sistema de calendário vigesimal e os Incas que se utilizava dos quípos como sistema de contagem na época e tinham diversas cores que serviam para representar coisas como: carneiros, soldados, força de trabalhadores, etc.

Antes dos gregos a Geometria era puramente experimental, mas por volta de 600 a.C., filósofos e matemáticos gregos, como Tales de Mileto e Pitágoras, passaram a sistematizar os conhecimentos geométricos da época. Pouco tempo depois veio a expansão com o matemático Euclides que desenvolveu realmente a Geometria e tornou, por volta de 300 a.C., a cidade egípcia de Alexandria o centro mundial da Geometria (SARMENTO, 2017).

Euclides sistematizou os conhecimentos que os outros povos adquiriram de forma desordenada e estudou a fundo as propriedades das figuras geométricas, as áreas e os volumes. Seu grande trabalho partia de certas hipóteses básicas: os axiomas ou postulados e foi reunir em 13 livros, sob o título de *Elementos*, tudo o que se sabia sobre a Geometria em seu tempo.

3.4.1 Geometria Espacial

A Geometria Espacial é o estudo da Geometria no espaço, ou seja, é a área da Matemática que estuda as figuras no espaço que possuem mais de duas dimensões e por isso tem como objetivo estudar figuras tridimensionais, logo através dela é possível calcular o volume de um sólido. O estudo das estruturas desses sólidos e suas inter-relações são denominados por alguns conceitos básicos, que são: Ponto, Reta, e Plano (SARMENTO, 2017).

Os pontos não possuem dimensão mensurável, sua única propriedade garantida é sua localização e é usualmente representado por um pequeno círculo e identificado com uma letra latina maiúscula. A reta é constituída por uma infinidade de pontos, representada por uma linha e identificada por uma letra minúscula e possui apenas dimensão linear. Por último temos o plano que é bidimensional, isto é, possui comprimento e largura, é representado por um paralelogramo e usualmente identificado por uma letra minúscula do alfabeto grego.

As figuras geométricas são formadas a partir da ideia de pontos, linhas, superfície e volume. Dessa forma, através da Geometria Espacial é possível determinar o volume de objetos sólidos.

3.5 O GeoGebra

O GeoGebra é um software de matemática dinâmica que combina geometria, álgebra, tabelas, gráficos e cálculo e é um software gratuito e multiplataforma para todos os níveis de ensino. Foi criado em 2001 como tese de Markus Hohenwarter e a sua popularidade tem crescido desde então, e atualmente é usado em 190 países e traduzido para 55 idiomas. Há 62 institutos GeoGebra instalados em 44 países para dar suporte em seu uso. Já recebeu diversos prêmios de software educacional na Europa e nos EUA:

O Geogebra é um software livre e pode ser usado facilmente como uma importante ferramenta para despertar o interesse pela busca do conhecimento matemático principalmente com alunos dos ensinos fundamental e médio. Possibilita trabalhar de forma dinâmica em todos os níveis da educação básica permitindo a abordagem de diversos conteúdos especialmente os relacionados ao estudo da geometria e funções. (FANTI, 2010, p. 1)

3.5.1 GeoGebra 3D

Vejamos a seguir exemplos de sólidos geométricos utilizando o aplicativo GeoGebra 3D.

Figura 1 - Representação do prisma reto de base Pentagonal no GeoGebra 3D

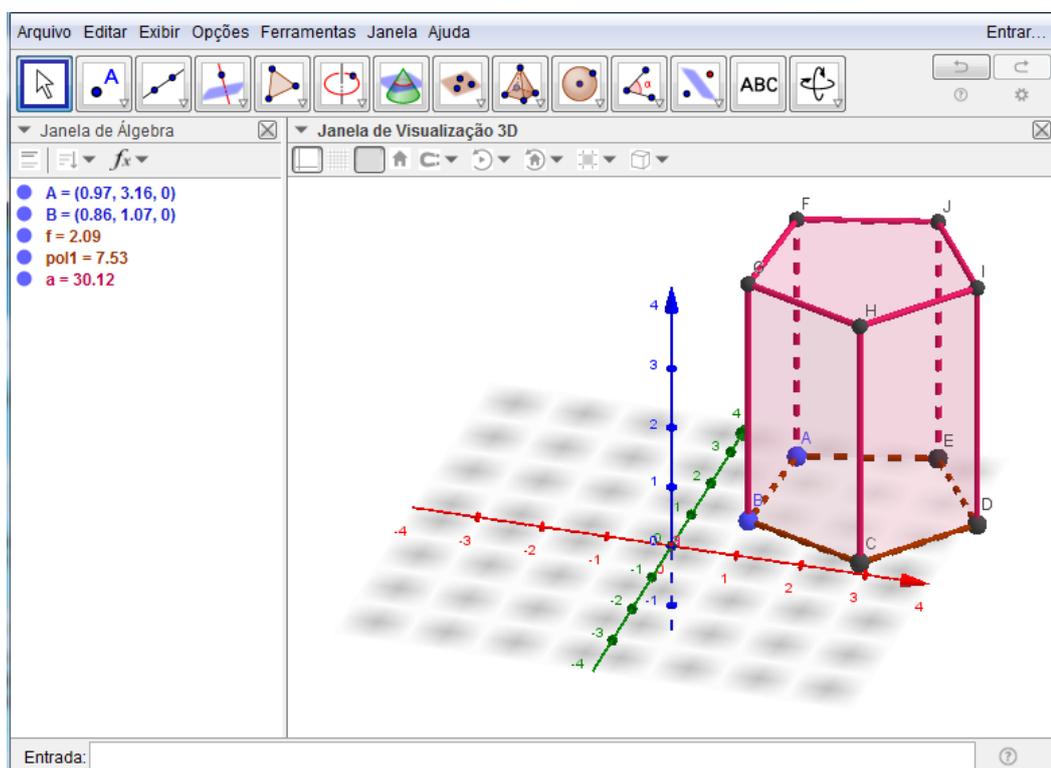


Figura 2 - Representação de uma Pirâmide de base quadrada no GeoGebra 3D

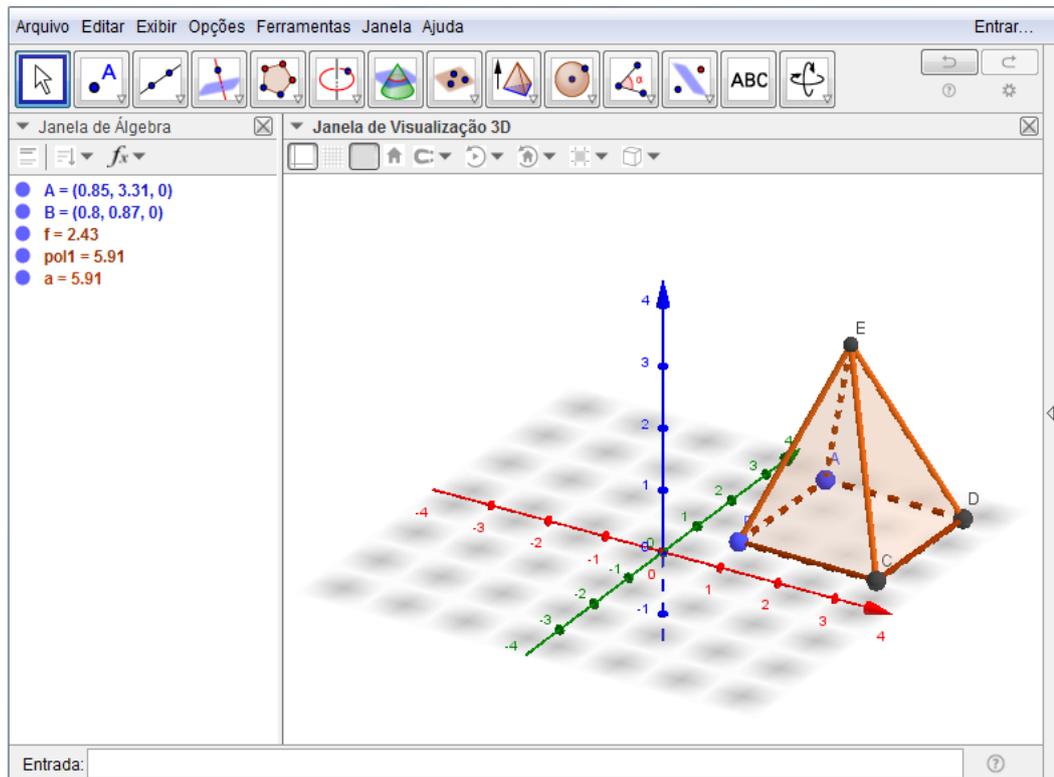


Figura 3 - Representação de um cilindro no GeoGebra 3D

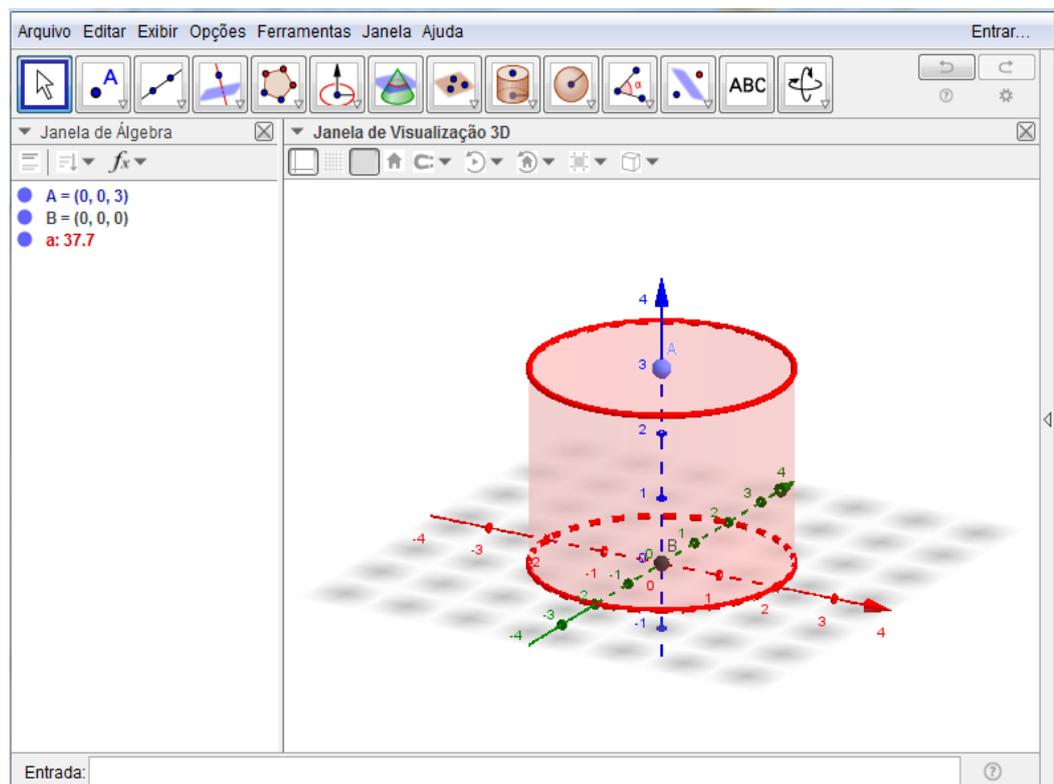


Figura 4 - Barra de Ferramentas

Ícone	Função
	Mover: arrasta ou seleciona objetos.
	Criar um ponto na janela de Visualização ou sobre um objetos.
	Reta: construção a partir de dois pontos.
	Reta Perpendicular: Selecione um ponto e uma reta ou um ponto e um plano.
	Polígono: selecione todos os vértices e, então, clique novamente no vértice inicial.
	Círculo dados eixo e um de seus pontos: Selecione o eixo e, depois, o ponto do círculo.
	Interseção de duas superfícies: Constrói a curva de interseção de duas superfícies.
	Plano por três pontos: Selecione três pontos.
	Pirâmide: Selecione ou crie um polígono para a base da pirâmide e, então, selecione ou crie um vértice oposto à base.
	Esfera dados centros e um de seus pontos e, então, um ponto da esfera.
	Ângulo: Selecione três pontos ou duas retas.
	Reflexão por um Plano: Selecione o objeto e, então, o plano de Reflexão.
	Texto: Clique na área de trabalho ou em um ponto para criar o texto.
	Girar Janela de visualização 3D: Arraste a janela de visualização 3D.

Cada ícone desses tem várias funções para serem exploradas e utilizadas da melhor forma possível pelos usuários.

3.6 Poliedros Duais

Se considerarmos um poliedro regular qualquer e unir o ponto central de cada face adjacente através de segmentos de reta, obtêm-se um novo poliedro. Esse novo poliedro será definido como o dual do poliedro original (ALMEIDA, 2015). Pode-se também utilizar uma definição equivalente que diz que “dois poliedros são duais quando um está inscrito no outro de tal forma que os vértices do poliedro inscrito são os centros das faces do poliedro circunscrito” (KALEFF, 2003, p.105). Logo o número de faces do poliedro original é o mesmo número de vértices do seu dual. Dessa forma chegamos a conclusão que construir um poliedro dual de um poliedro regular é inscrever um poliedro em outro de modo que os vértices do poliedro inscrito coincidam com os centros das faces do poliedro original.

Figura 5 - RELAÇÕES ENTRE O NÚMERO DE FACES E DE VÉRTICES

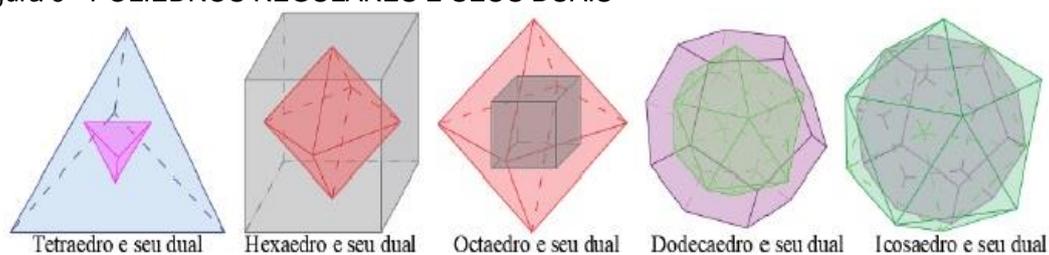
Poliedro Regular	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas
Tetraedro	4	4	6
Hexaedro	6	8	12
Octaedro	8	6	12
Dodecaedro	12	20	30
Icosaedro	20	12	30

Nessa figura podemos notar uma relação entre faces e vértices das células que tem a mesma cor, essa relação mostra que existem poliedros com o mesmo número de faces e vértices, porém com os dados “trocados”. Neste caso eles possuem o mesmo número de arestas.

Depois de analisar a definição de poliedros duais e a figura apresentada, podemos observar que é possível construir um Hexaedro inscrito em um Octaedro e vice-versa e, também, um Dodecaedro inscrito em um Icosaedro e vice-versa. Já o tetraedro possui o mesmo número de faces e vértices, é possível construir um Tetraedro inscrito em um Tetraedro.

Vamos mostrar na próxima figura os poliedros regulares e seus respectivos duais.

Figura 6 - POLIEDROS REGULARES E SEUS DUAIS



Como podemos identificar nessa figura, o dual do Tetraedro é o próprio Tetraedro, do Hexaedro é o Octaedro, bem como o dual do Octaedro é o Hexaedro. O dual do Dodecaedro é o Icosaedro, da mesma forma que o dual do Icosaedro é o Dodecaedro.

Um poliedro e seu dual tem o mesmo número de arestas, porém o número de vértices e de faces fica invertido, exceto no Tetraedro Regular, no qual eles coincidem, e os poliedros duais por terem o número de faces igual ao número de vértices do original, assim como o número de vértices do dual corresponde ao número de faces do original, são chamados de recíprocos.

4 METODOLOGIA

Nossa pesquisa de âmbito qualitativo foi realizada no laboratório virtual de matemática com alunos do Colégio Itan pereira, na cidade de Campina Grande, no estado da Paraíba, entre os meses de Julho a Agosto de 2021. Escolhemos o Colégio Itan pereira porque além de ser uma escola integral onde fizemos estágios e podemos ver a ótima estrutura que a escola tem, também conta com ótimos profissionais que contribuem muito para que o mesmo tenha um excelente aproveitamento na qualidade de ensino.

Para a realização desse trabalho escolhemos as turmas A e B do 1º Ano do ensino médio composta por aproximadamente 30 alunos pois devido ser no laboratório virtual de matemática, alguns alunos não conseguiram acompanhar as aulas online, imprevistos que acontecem com o ensino virtual. A metodologia obedeceu a seguinte sequência: Antes de iniciar os encontros com os alunos através de uma oficina no laboratório virtual de matemática elaboramos um questionário aberto inicial para a professora Larise França nos responder com o objetivo de identificar como o professor da turma pesquisada utiliza o GeoGebra e se utiliza, depois disso fizemos a oficina que se deu em quatro encontros trabalhando a dualidade dos poliedros no GeoGebra 3D, ao término da oficina realizamos um Questionário final e, por fim, fizemos uma análise dos dados obtidos.

O primeiro encontro com a turma aconteceu no dia 22 de julho de 2021, de início começamos a aula no laboratório virtual conceituando o poliedro dual e apresentando o GeoGebra que foi a ferramenta tecnológica utilizada na oficina, uma ótima ferramenta tecnológica disponibilizada para utilizar tanto em computadores como em celulares. O objetivo desse primeiro encontro foi conceituar o poliedro dual utilizando o GeoGebra 3D e começar a exploração dos poliedros duais para que os alunos conseguissem compreender o que seja a dualidade de poliedros na prática. Foi explicado nessa aula todas as funções que iríamos utilizar no GeoGebra 3D para construir o poliedro dual.

Figura 7 - Representação do primeiro encontro online

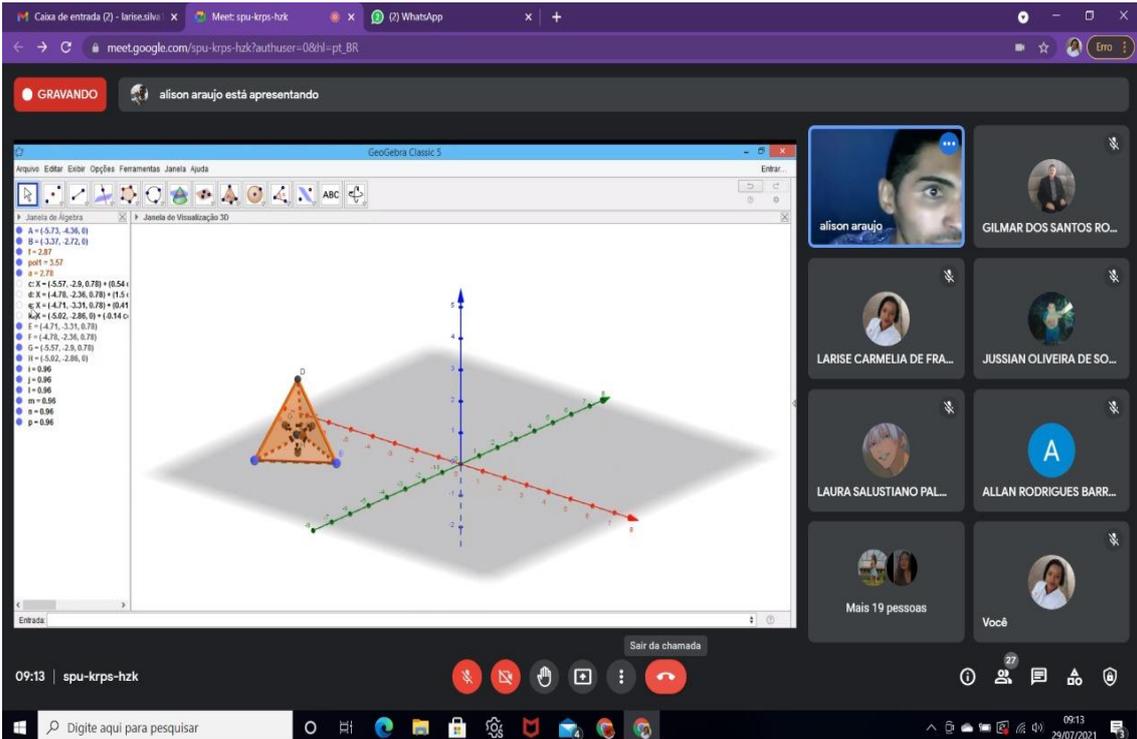
The screenshot shows a Zoom meeting window. At the top, it says "GRAVANDO" and "alison araujo está apresentando". The main window is GeoGebra Classic 5. The menu bar includes "Arquivo", "Editar", "Exibir", "Opções", "Ferramentas", "Janela", and "Ajuda". The toolbar contains various geometric tools. The "Janela de Álgebra" is open, showing a "Polígono" menu with "Polígono Regular" selected. The main workspace displays a 3D coordinate system with axes labeled from -4 to 4. A red line and a green line are visible in the 3D space. The right side of the Zoom window shows a grid of participant video thumbnails. Visible names include alison araujo, GILMAR DOS SANTOS ROLIM, JUSSIAN OLIVEIRA DE SOUZA, ISRAEL FELIPE OLIVEIRA RODRIL..., ALLAN RODRIGUES BARROS, NATAN ROISSON CORDEIRO PO..., THAYNA ALMEIDA GONCALVES, and "Mais 26 pessoas". At the bottom, there are icons for mute, video, chat, and other meeting controls. The time is 09:09 and the meeting ID is yjh-wqxt-vrd.

Figura 8 - Representação do primeiro encontro online

The screenshot shows a Zoom meeting window, similar to Figure 7. It says "GRAVANDO" and "alison araujo está apresentando". The main window is GeoGebra Classic 5. The menu bar includes "Arquivo", "Editar", "Exibir", "Opções", "Ferramentas", "Janela", and "Ajuda". The toolbar contains various geometric tools. The "Janela de Álgebra" is open, showing a "Círculo definido por Três Pontos" tool. The main workspace displays a 3D coordinate system with axes labeled from -4 to 4. A red sphere is visible in the 3D space, with a dashed circle on its surface. The right side of the Zoom window shows a grid of participant video thumbnails. Visible names include alison araujo, GILMAR DOS SANTOS ROLIM, JUSSIAN OLIVEIRA DE SOUZA, ISRAEL FELIPE OLIVEIRA RODRIL..., ALLAN RODRIGUES BARROS, NATAN ROISSON CORDEIRO PO..., THAYNA ALMEIDA GONCALVES, and "Mais 27 pessoas". At the bottom, there are icons for mute, video, chat, and other meeting controls. The time is 09:21 and the meeting ID is yjh-wqxt-vrd.

No segundo encontro que aconteceu dia 29 de julho de 2021, continuamos com a exploração dos poliedros utilizando o GeoGebra 3D, procuramos sempre fazer a exploração relacionando a janela de visualização 3D com a janela de Álgebra, ao decorrer da aula foram feitas algumas perguntas aos alunos sobre o assunto para tentar ter uma melhor interação com os alunos, pois nas aulas virtuais como não temos o contato visual com todos os alunos fica mais difícil identificar se estão compreendendo o assunto.

Figura 9 - Representação do segundo encontro online



The screenshot displays a Google Meet window with a GeoGebra Classic 5 interface. The main window shows a 3D coordinate system with a gray plane and a blue vertical axis. A red line and a green line are plotted on the plane. A list of algebraic equations is visible on the left side of the GeoGebra interface, including:

- $A = (5.73, 4.36, 0)$
- $B = (3.37, 2.72, 0)$
- $r = -2.87$
- $0.001 = 3.57$
- $r = 2.78$
- $c \cdot X = (-5.57, -2.9, 0.77) + (0.54) \cdot t$
- $e \cdot X = (-4.78, 2.36, 0.78) + (1.5) \cdot t$
- $f \cdot X = (-4.71, 3.31, 0.78)$
- $g \cdot X = (-5.02, 2.86, 0) + (0.14) \cdot t$
- $h = (-4.78, 2.36, 0.78)$
- $0 = (-5.57, -2.9, 0.77)$
- $h = (-5.02, 2.86, 0)$
- $l = 0.96$
- $j = 0.96$
- $i = 0.96$
- $m = 0.58$
- $n = 0.96$
- $p = 0.96$

The right side of the screen shows a grid of participant avatars, including Alison Araujo, Gilmar dos Santos, Larise Carmelia de Fra..., Jusssian Oliveira de So..., Laura Salustiano Pal..., and Allan Rodrigues Barr... The bottom of the screen shows the Windows taskbar with the search bar and system tray.

Figura 10 - Representação do Segundo encontro online

The image shows a Zoom meeting interface. At the top, a red bar indicates 'GRAVANDO' (Recording) and 'alison araujo está apresentando' (alison araujo is presenting). Below this, the Zoom status bar shows 'Pressione Esc para sair do modo tela cheia' (Press Esc to exit full screen mode). The main window displays the GeoGebra Classic 5 software. The 'Janela de Álgebra' (Algebra Window) on the left lists several objects with their coordinates and equations, such as $A = (-5,73, -4,38, 0)$, $B = (-3,37, -2,72, 0)$, $T = 2,87$, $point = 3,57$, $a = 2,78$, $C: X = (-5,57, -2,9, 0,78) + (0,54 \cdot t)$, $D: X = (-4,78, -2,36, 0,78) + (1,5 \cdot t)$, $e: X = (-4,71, -3,31, 0,78) + (0,44 \cdot t)$, $K: X = (-5,02, -2,86, 0) + (-0,14 \cdot t)$, $E = (-4,71, -3,31, 0,78)$, $F = (-4,78, -2,36, 0,78)$, $G = (-5,57, -2,9, 0,78)$, $H = (-5,02, -2,86, 0)$, $i = -0,96$, $j = -0,96$, $l = -0,96$, $m = -0,96$, $n = -0,96$, and $p = -0,96$. The 'Janela de Visualização 3D' (3D Viewport) shows a 3D coordinate system with a gray plane and several points and lines. A tooltip 'Iniciar ou parar rotação da cena' (Start or stop scene rotation) is visible. The right side of the screen shows a grid of participant video thumbnails, including 'alison araujo', 'GILMAR DOS SANTOS R...', 'LARISE CARMELIA DE F...', 'JUSSIAN OLIVEIRA DE S...', 'LAURA SALUSTIANO PA...', 'ALLAN RODRIGUES BAR...', 'MARIA ERICA MATIAS N...', and 'Você'. At the bottom, the Zoom control bar shows the time '09:14', the ID 'spu-krps-hzk', and icons for mute, video, chat, and other controls.

No terceiro encontro que aconteceu dia 30 de julho de 2021, optamos por iniciar utilizando o GeoGebra 3D pelo celular pois a maioria dos alunos utilizam o celular para as aulas online e como o aplicativo do celular é um pouco diferente que o computador ficou mais fácil trabalhar da mesma forma que os alunos para conseguir identificar as dúvidas que poderiam surgir na construção dos poliedros. Tivemos um melhor aproveitamento nessa aula em relação ao conteúdo.

Figura 11 - Representação do terceiro encontro online

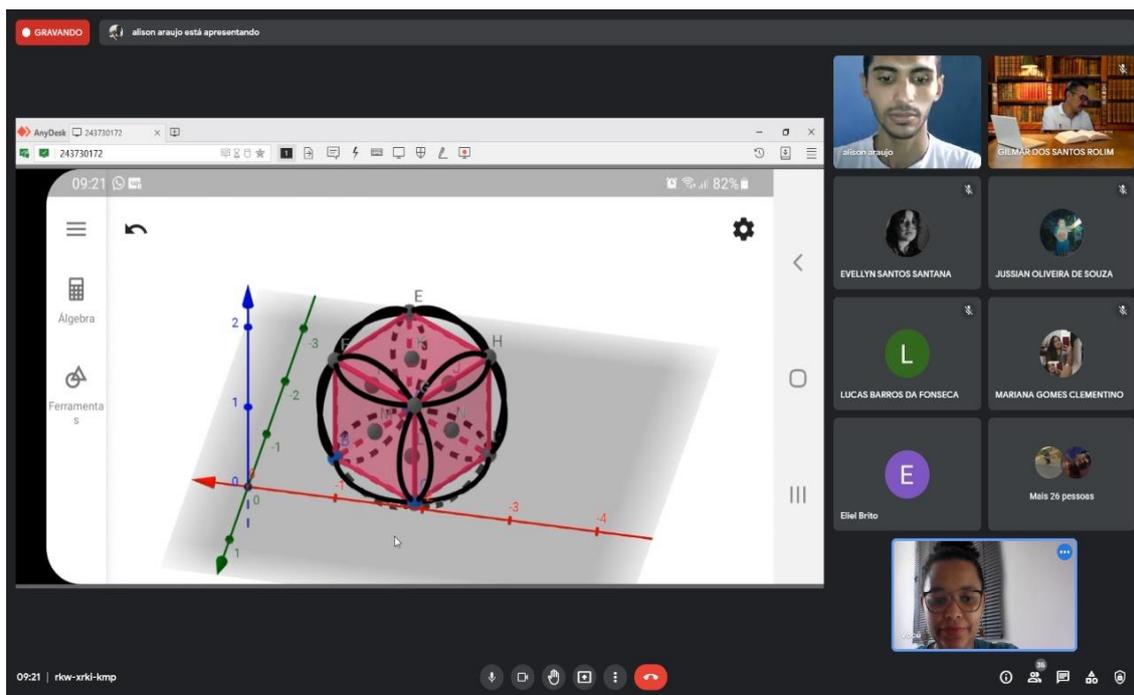
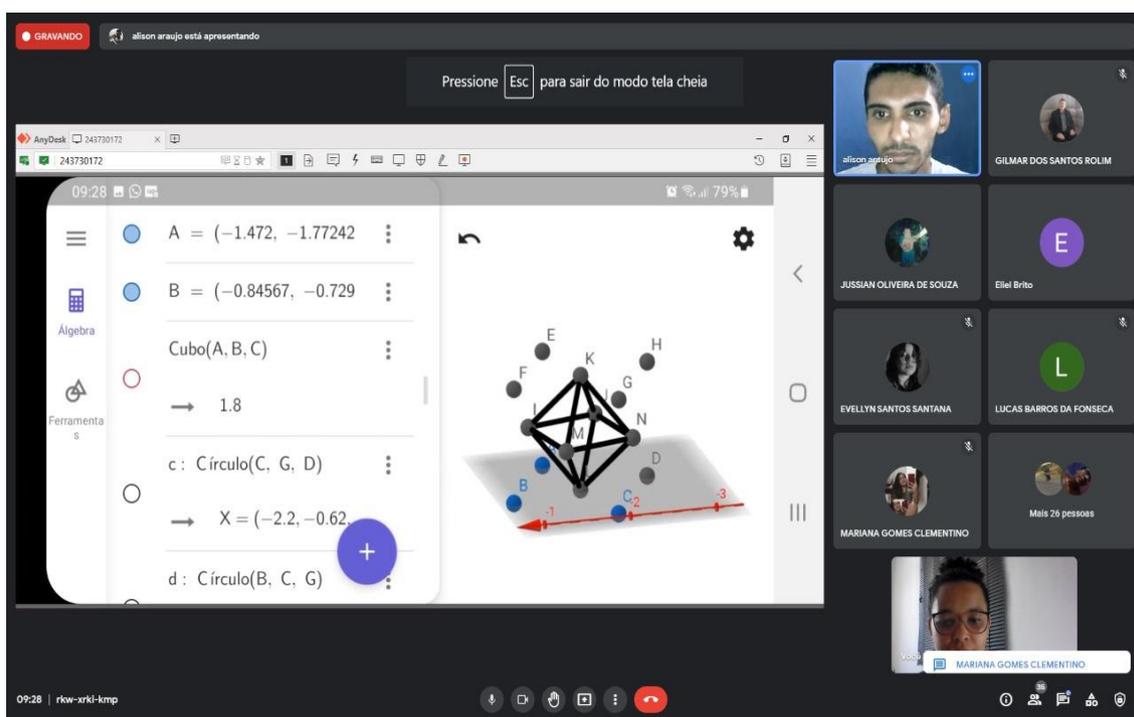


Figura 12 - Representação do terceiro encontro online



No quarto e último encontro que aconteceu dia 27 de Agosto de 2021 continuamos utilizando o GeoGebra 3D do celular para concluir a exploração dos poliedros regulares e seus duais, ao final do encontro passamos um questionário

final para ser analisado com o objetivo de identificar os benefícios desse recurso didático para o aprendizado da dualidade em um Laboratório Virtual de Matemática.

Figura 13 - Representação do quarto encontro online

The image shows a screenshot of an online meeting. The main window displays a geometry software interface with a toolbar on the left and a 3D model of a polyhedron on the right. The toolbar includes tools for 'Ponto' (Point), 'Interseção de Dois Objetos' (Intersection of Two Objects), 'Ponto Médio ou Centro' (Midpoint or Center), 'Ponto em Objeto' (Point on Object), 'Vincular / Desvincular' (Link / Unlink), 'Retas e Polígonos' (Lines and Polygons), 'Segmento' (Segment), 'Segmento com' (Segment with), 'Reta' (Line), 'Semirreta' (Ray), 'Vetor' (Vector), and 'Polígono' (Polygon). The 3D model is a red polyhedron with black dots and lines on its faces. The meeting interface includes a 'GRAVANDO' (Recording) indicator, a list of participants' avatars, and a bottom control bar with icons for microphone, video, chat, and other functions.

5 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO INICIAL

Antes de iniciar os encontros com os estudantes, elaboramos um questionário aberto para a professora da turma responder, com o objetivo de identificar como o professor da turma pesquisada utiliza o GeoGebra. O questionário aberto contava com 5 perguntas objetivas para fazer essa análise.

As duas primeiras questões eram perguntas onde se questionava à professora sobre o uso das tecnologias, se ela já havia utilizado algum recurso tecnológico com os alunos e como eles reagem quando é utilizada uma ferramenta tecnológica em aula. Segundo ela, sempre teve a curiosidade em utilizar a tecnologia nas aulas e com a pandemia teve a necessidade de utilizar cada vez mais, pois o que era exceção virou regra durante a pandemia, houve a necessidade de aprender a utilizar ferramentas do google Classroom ,por exemplo, para ministrar as aulas de forma mais dinâmica e interativa e buscar aplicativos como o google forms para a elaboração de atividades e exercícios que inclusive também foi utilizado para a elaboração do questionário final aplicado para os alunos e também citou outros aplicativos que passou a utilizar como o Jamboard que é um quadro interativo em substituição ao quadro normal e também passou a utilizar o Mentimeter para construir uma apresentação interativa em tempo real além do uso de padlet para criar apresentações colaborativas.

Segundo ela, os alunos costumam ficar mais participativos quando é utilizado algo novo em aula, e não é diferente quando se fala de recursos tecnológicos, as aulas ficam mais atrativas e conseqüentemente há uma maior aceitação e participação dos alunos.

Nas perguntas 3 e 4 questionamos a professora em relação ao conhecimento que ela tinha do GeoGebra e se ela já tinha utilizado em aulas de Geometria.

Segundo a professora conhecia pouco sobre o GeoGebra pois já tinha utilizado algumas vezes mas não tinha domínio de todo o programa, e que gostava de utilizar para corrigir gráficos e funções. Nas aulas de Geometria ela nunca havia utilizado, apenas na parte de álgebra mesmo.

Já a última pergunta do questionário perguntamos a professora qual a opinião dela em relação a utilização de algum tipo de recurso tecnológico e a resposta dela foi que os recursos tecnológicos devem somar ao processo de aprendizagem,

agregando valor ao conhecimento que está sendo adquirido de forma a facilitar o processo de ensino, simplificar a compreensão e ampliar as perspectivas de aplicações dos saberes trabalhados.

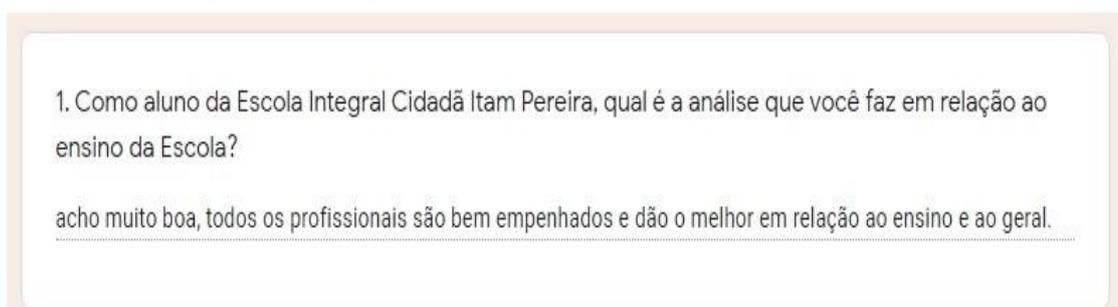
Com essas respostas, conseguimos ter um parecer em relação ao conhecimento prévio que os alunos podem ter sobre os recursos tecnológicos e em especial sobre o GeoGebra para daí então elaborar um plano de aula que consiga tirar o máximo de aproveitamento.

6 ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO FINAL

Ao final da última aula ministrada por que se deu no dia 27 de agosto de 2021, aplicamos o questionário final com o objetivo de identificar quais os benefícios do recurso didático utilizado para o aprendizado da dualidade de poliedros em um laboratório virtual de matemática. O questionário final continha seis questões que foi respondido de forma individual, para podermos analisar as opiniões de cada um separadamente.

Como trabalhamos com estudantes de uma escola integral, queríamos ver a opinião dos mesmos em relação ao modelo de ensino desenvolvido na escola e perguntamos qual a análise que eles faziam em relação ao ensino da escola, todas as respostas foram parabenizando o ensino da escola, determinadas respostas me chamou atenção onde um estudante respondeu que todos os profissionais são empenhados e dão o melhor deles para um melhor ensino e aprendizado dos alunos.

Figura 14 - Imagem da primeira questão do questionário



A segunda pergunta foi mais voltada para o ensino remoto, que devido a pandemia já dura quase dois anos, e isso mudou drasticamente o cotidiano dos alunos, perguntamos a eles como está sendo as aulas online da disciplina de Matemática e quais são as maiores dificuldades que os alunos tem enfrentado. As respostas não foram positivas a maioria dos alunos respondeu que preferem o ensino presencial porque não conseguem ter a mesma concentração que nas aulas presenciais devido ao barulho da própria casa e das distrações que a internet traz.

Figura 15 - Imagem da segunda questão do questionário

2. Como está sendo o estudo online da disciplina de Matemática, e quais são as maiores dificuldades que você tem enfrentado?

Está tudo indo bem até mais, porém, preferiria estudar no presencial, porque, sendo assim eu entenderia os assuntos melhor ainda.

A terceira pergunta foi para avaliar a opinião deles em relação ao uso das ferramentas tecnológicas no ensino online da Matemática, as ferramentas tecnológicas vem a algum tempo se tornando cada vez mais utilizada nas aulas e agora com a pandemia se tornou um recurso essencial para as aulas online. As respostas dessa vez foram positivas, todos os estudantes aprovaram o uso de tais ferramentas, um em especial respondeu que as ferramentas tecnológicas tornam as aulas mais dinâmicas facilitando no aprendizado dos alunos, outro respondeu que são muito boas para o ensino mas algumas são complicadas, mas cabe ao professor escolher bem a ferramenta para que todos os alunos possam compreender o manuseio do recurso.

Figura 16 - Imagem da terceira questão do questionário

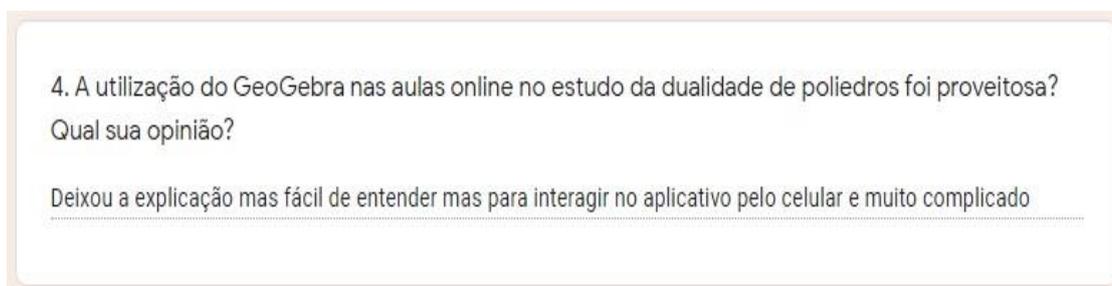
3. Qual a avaliação que você faz em relação ao uso das ferramentas tecnológicas no ensino online da Matemática?

Muito bom, torna as aulas mais dinâmicas facilitando no aprendizado dos alunos

As próximas questões foram voltadas para a utilização do GeoGebra e sobre a dualidade de poliedros. Nessa próxima questão que é a quarta do questionário, questionamos os alunos sobre a utilização do GeoGebra 3D no estudo da dualidade de poliedros perguntando se foi proveitosa e qual a opinião deles a respeito desse recurso. Todos os estudantes acharam o recurso muito proveitoso um em especial respondeu que com o uso do GeoGebra 3D fica mais fácil de compreender o assunto, mas outra coisa chamou a atenção nessa resposta que foi o seguinte,

complementando a resposta ele disse que para interagir na aula utilizando o aplicativo no celular é muito complicado. Foi algo que percebi no decorrer das aulas e que vou comentar logo depois, outros alunos também tiveram a mesma opinião que esse aluno, mas no final aprovaram o uso do recurso.

Figura 17 - Imagem da quarta questão do questionário

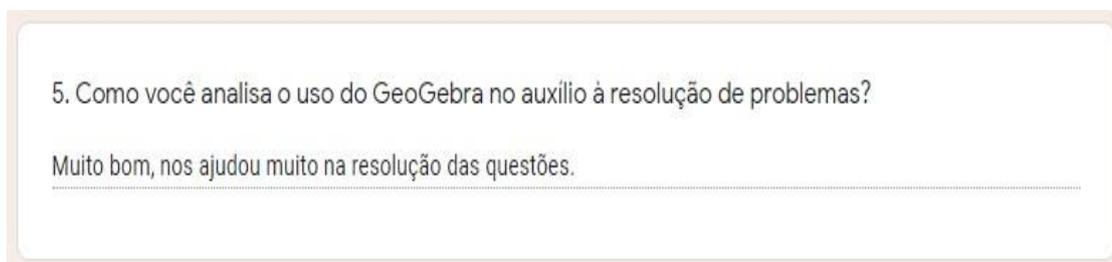


4. A utilização do GeoGebra nas aulas online no estudo da dualidade de poliedros foi proveitosa?
Qual sua opinião?

Deixou a explicação mas fácil de entender mas para interagir no aplicativo pelo celular e muito complicado

A próxima questão foi sobre resolução de problemas, questionamos aos estudantes sobre como eles analisavam a utilização do GeoGebra 3D no auxílio a resolução de problemas, todas as respostas também foram positivas a maioria respondeu que o aplicativo auxilia bem nas resoluções, um dos estudantes respondeu que é necessário ter uma ferramenta assim para auxiliar nas resoluções.

Figura 18 - Imagem da quinta questão do questionário



5. Como você analisa o uso do GeoGebra no auxílio à resolução de problemas?

Muito bom, nos ajudou muito na resolução das questões.

Por último passamos a questão número seis que tinha como objetivo analisar as opiniões dos alunos em relação ao estudo da dualidade de poliedros, perguntamos quais as maiores dificuldades que os estudantes encontraram no estudo da dualidade de poliedros, a maioria dos estudantes responderam que não tiveram dificuldades em compreender o assunto, alguns relataram certas dificuldades em compreender o assunto, dificuldades com os vértices, com as atividades passadas e um aluno respondeu que teve dificuldade em todo o assunto,

mas no geral as respostas foram proveitosas, certas dificuldades que foram encontradas também servem como aprendizado, para muitos essa nova forma de ensino e aprendizagem e algo muito novo e que foram experiências que aconteceram sem planejamento.

Figura 19 - Imagem da sexta questão do questionário

6. Qual a maior dificuldade que você encontrou no estudo da dualidade de poliedros?

Nenhuma, a explicação foi muito boa.

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nosso trabalho se deu em um tempo muito difícil mundialmente falando, todos tivemos que mudar nossas formas de ensino e aprendizagem, enfrentamos muitos obstáculos para dar continuidade ao ensino em geral e principalmente a matemática que não é um assunto fácil, requer muita atenção e esforço por grande parte dos alunos, alguns tem mais facilidade o que é normal, mas o esforço dos professores tem que ser para que todos consigam compreender a Matemática.

Obstáculos como problemas na conexão com a internet, problemas com os aparelhos para acompanhar as aulas e outro obstáculo que também influencia muito é a avaliação presencial que o professor não consegue fazer devido a distância, você como professor consegue identificar quando um aluno está compreendendo um assunto olhando para suas expressões, outra coisa que não é a mesma que presencialmente é a interação com os alunos por mais que a ferramenta desperte o interesse dos mesmos você não consegue ter um retorno proveitoso do aluno para conseguir avaliar seu entendimento. O tempo das aulas também é outro grande obstáculo devido aos contratempos que uma aula online pode trazer o tempo se torna muito curto para conseguir cumprir o cronograma de uma aula.

Já pensando nos obstáculos que iríamos enfrentar com as aulas online, decidimos de início passar um questionário para a professora a fim de analisar se os alunos tinham convívio com as ferramentas tecnológicas com o objetivo de identificar se o professor da turma pesquisada utilizava o GeoGebra. Analisando as respostas da professora compreendemos que ela utilizava ferramentas tecnológicas com os alunos, que sempre teve a curiosidade de utilizar recursos tecnológicos e que com a pandemia esses recursos se tornaram essenciais para o desenvolvimento do ensino e aprendizagem, mas já o GeoGebra ela apesar de utilizar principalmente para corrigir exercícios de gráficos e funções não o dominava por completo, inclusive nunca havia utilizado no ensino da geometria. Com as respostas da professora notamos que precisaria ter que dar uma boa explicação do GeoGebra, principalmente das ferramentas que iríamos utilizar dele para o ensino e aprendizagem da dualidade de poliedros pois o GeoGebra é um software bem dinâmico onde pode se trabalhar com geometria, álgebra, gráficos e etc.

Iniciamos as aulas no dia 22 de julho de 2021 onde, baseado no entendimento que tivemos do primeiro questionário, começamos com uma

explicação do conteúdo da dualidade e do GeoGebra, mais precisamente o GeoGebra 3D que foi o que utilizamos para a construção e exploração dos poliedros duais, apesar dos obstáculos encontrados para um primeiro encontro conseguimos passar o que tinha sido programado. Utilizamos o Google Meet nas aulas, uma ferramenta que a professora já vinha utilizando em suas aulas e com isso os alunos já tinham certa familiaridade com o Meet. Notei de início uma dificuldade de interação com os alunos, mas sempre pedindo para que eles interagissem pelo chat, alguns participaram respondendo perguntas que fizemos.

Tivemos mais três encontros com os estudantes. Nesses encontros utilizamos o GeoGebra no computador e também no celular pois a maioria dos alunos utilizam o celular para assistir as aulas online e o GeoGebra do celular é um pouco diferente então para deixar mais fácil de compreender utilizamos o celular.

Nesses encontros construímos os poliedros duais e analisamos cada um alternando a janela de álgebra e a janela de visualização 3D, mas um ponto negativo que encontramos foi que os alunos tinham que ficar alternando a janela do meet e a janela do aplicativo para acompanhar a construção dos poliedros. Contudo foi muito proveitoso porque mesmo com a dificuldade encontrada os alunos tentaram acompanhar e construir os poliedros duais, sempre procurei questioná-los a respeito da dualidade para não fugir do objetivo. Depois de cada aula deixei um problema para ser resolvido de forma assíncrona e no último encontro passamos o questionário final para analisar se alcançamos os objetivos da pesquisa.

Já que estávamos trabalhando no laboratório virtual de matemática escolhemos utilizar o google forms para aplicar o questionário final, outra ferramenta utilizada pela professora da turma que visa facilitar a interação entre o professor e o aluno além de facilitar a forma de envio das respostas dos alunos. O objetivo desse questionário que era identificar os benefícios do recurso didático utilizado para o aprendizado da dualidade em um laboratório de matemática apesar dos obstáculos encontrados foi alcançado, os estudantes aprovaram o uso do recurso tecnológico, concordaram que esses recursos contribuem para a melhora do ensino da matemática, mas frisaram que conseguem ter um melhor desempenho no ensino presencial. O ensino online é interessante, as ferramentas tecnológicas ajudam muito mas o ensino presencial é necessário para alunos da escola básica.

8 CONCLUSÃO

Chegamos ao fim do nosso trabalho com o entendimento que não é fácil de trabalhar com o ensino completamente online, são muitos obstáculos que o professor tem que enfrentar para conseguir passar o conhecimento para os estudantes, e agora mais do que nunca o professor tem que procurar por novos meios para conseguir esse objetivo. As ferramentas tecnológicas dão grande contribuição nisso tudo como a professora Larise França mesmo disse antes era uma exceção, mas agora o uso das tecnologias com a pandemia virou uma regra.

Dentre essas ferramentas vimos que o GeoGebra é uma ótima alternativa para se trabalhar com a Geometria, em especial no ensino da dualidade que é um assunto pouco visto nas escolas mas que é um ótimo assunto para ser trabalhado com o GeoGebra. Ele traz uma dinâmica para a aula não só a virtual, mas para a presencial também, além de ser um aplicativo que combina Geometria, Álgebra, tabelas, gráficos e cálculos é um software gratuito e para todos os níveis de ensino.

Encontramos alguns problemas ao decorrer do trabalho, pois não conseguimos as respostas de todos os alunos em relação ao questionário final, esse foi um dos pontos negativos que encontramos no ensino online, a interação dos alunos nas aulas.

Contudo os objetivos foram obtidos, pois conseguimos utilizar a ferramenta, trabalhar bem o assunto da dualidade, e obtivemos boas respostas dos alunos que responderam o questionário. Concluimos que os professores tem que procurarem cada vez mais alternativas para o ensino da Matemática, usar ferramentas tecnológicas é uma ideia que não pode deixar de ser usada, pois de agora em diante vão precisar cada vez mais delas para conseguir a interação dos alunos, fazer com que a aula se torne mais dinâmica é mais instigante.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. Serie educação Integral. Texto referencia para o debate nacional – Brasília: Secad/MEC, 2009.

GONÇALVES, Jaqueline Mendes. **As secções cônicas abordadas em duas estratégias de ensino utilizando o aplicativo GeoGebra**. 2012 (dissertação) – Curso de licenciatura em Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012.

HARGREAVES, A. (2003). O ensino na Sociedade do Conhecimento. A educação na era da insegurança. Porto: Porto Editora.

Instituto GeoGebra –UESB: http://www2.uesb.br/institutogeogebra/?page_id=7

LEITE, Maria Eduarda Pereira. **Programa de Educação Integral na Paraíba. A Educação no contexto da racionalidade neoliberal**. 2019 – CONEDU, VI CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2019.

MOHR, Ana Regina da Rocha. **Os poliedros duais e suas potencialidades para o ensino de Geometria**. 2019 (dissertação) Mestrado – Programa de pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Santo Antônio da Patrulha, 2019.

O uso do GeoGebra 3D no ensino da Geometria:
https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/39372/1/2020_CI%c3%a1udioJoseMendes.pdf

Poliedros platônicos: Dualidade simétrica :
http://www.exatas.ufpr.br/portal/docs_degraf/artigos_graphica/POLIEDROS.pdf

Programa de Educação Integral na Paraíba:
https://editorarealize.com.br/editora/ebooks/conedu/2019/ebook1/PROPOSTA_EV12_7_MD4_ID4826_01102019161002.pdf

SARMENTO, Diego Max Freitas. **Explicando o uso da lousa digital e do GeoGebra 3D na formação de professores de matemática**. 2017 (dissertação) – Curso de licenciatura em Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2017.

SILVA, Maxsuel da. **O ensino-aprendizagem de polígonos com o auxílio do GeoGebra**. 2012 (dissertação) – Curso de licenciatura em Matemática, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2012.

SIMÕES, Manuela. **Laboratórios Virtuais de Matemática como espaços de apoio à atividade do Professor do Século XXI**. 2010 – Escola Secundária Dr Joaquim Gomes Ferreira Alves, 2010.

Uma breve abordagem histórica: Platão e os poliedros platônicos:

<https://docplayer.com.br/28302875-Uma-breve-abordagem-historica-platao-e-os-poliedros-platonicos.html>