

## UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA CAMPUS CAMPINA GRANDE CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA – CCT DEPARTAMENTO DE FÍSICA CURSO DE LICENCIATURA EM FÍSICA

JOSÉ RODRIGUES DA SILVA

SECAGEM DE PLACAS CERÂMICAS UTILIZANDO O MÉTODO GBI E A CONDIÇÃO DE CONTORNO DE DIRICHLET

CAMPINA GRANDE 2022

## JOSÉ RODRIGUES DA SILVA

# SECAGEM DE PLACAS CERÂMICAS UTILIZANDO O MÉTODO GBI E A CONDIÇÃO DE CONTORNO DE DIRICHLET

Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Física apresentado ao Departamento de Física da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Graduado em Física.

**Área de concentração:** Física-Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Ivonete Batista dos Santos

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586s

Silva, José Rodrigues da. Secagem de placas cerâmicas utilizando o método GBI e a condição de contorno de Dirichlet [manuscrito] / Jose Rodrigues da Silva. - 2022.

32 p.: il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Física) -Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2022.

"Orientação : Profa. Dra. Ivonete Batista dos Santos , Departamento de Física - CCT."

1. Secagem. 2. Placas Cerâmicas. 3. Método GBI. I. Título 21. ed. CDD 664.028

Elaborada por Camile de A. Gomes - CRB - 15/559

BC/UEPB

#### JOSÉ RODRIGUES DA SILVA

## SECAGEM DE PLACAS CERÂMICAS UTILIZANDO O MÉTODO GBI E A CONDIÇÃO DE CONTORNO DE DIRICHLET

Trabalho de Conclusão de Curso em Licenciatura em Física apresentado ao Departamento de Física da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Graduado em Física.

Área de concentração: Física-Matemática.

Aprovada em: 22/07/2022.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Ivonete Batista dos Santos (Orientadora)

Jonete Bolo Sontos

Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Prof. Dr. Alex da Silva

Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Profa. Dra Ana Roberta da Silva Paulino

Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

## **DEDICATÓRIA**

#### **AGRADECIMENTO**

Agradeço primeiramente a Deus por me proporcionar o dom da vida, e por me ajudar em todos os momentos da minha vida pessoal e acadêmica, pois sem ele não conseguiria nada.

Sou eternamente grato aos meus pais Severino e Rositania pelos esforços de ambos, por me ajudar em toda essa caminhada, pelo amor, dedicação, incentivo e pela oportunidade de estudar que proporcionaram a mim.

À minha orientadora por toda sua paciência, companheirismo e amizade em todo desenvolvimento desta jornada, que contribuiu significativamente e que acompanhou o meu processo de formação. Sou grato por todos os seus ensinamentos.

À minha noiva Maria Almeida que sempre foi meu refúgio nos momentos bons e ruins desta caminhada, pelo seu companheirismo, seu amor e por me motivar a ser um excelente profissional da educação, bem como por compreender minhas ausências devido à vida acadêmica.

À minha irmã Rosiane pela motivação e companheirismo e ao meu sobrinho Roger por me proporcionar sempre alegrias.

À toda minha família, por acreditar em mim e me incentivar durante todo processo de formação.

A todos os professores que fizeram parte da minha caminhada, que contribuíram com seus ensinamentos e conselhos, MUITO OBRIGADO!

À UEPB pela oportunidade.

À todos meus amigos pessoais em especial a Antônio um amigo querido que me ajudou em todas as horas e momentos que precisei.

Aos meus amigos de curso, de maneira especial, a Patrick, Liziane, Graça, Karolina e Tatiele, por toda a ajuda, contribuição, motivação e por serem os responsáveis de muitos momentos felizes e de muitas risadas ao longo deste curso, por serem meu refúgio em diversos momentos.

A todos, meus sinceros agradecimentos



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Representação da placa cerâmica estudada21
Figura 2 - Cinéticas da transferência de calor e de massa para as temperaturas de
110°C e 60°
Figura 3 - Cinética de comparação da transferência de calor entre os resultados
obtidos neste trabalho e os dados experimentais obtidos por (SANTANA, 2006) às
temperaturas 110°C e 60°C
Figura 4 - Cinética de comparação da transferência de massa entre os resultados
apresentados neste trabalho e os dados experimentais obtidos por (SANTANA, 2006)
25
Figura 5 - Distribuição da temperatura no interior da placa para os tempos simulados:
(a) $t = 350 \text{ s}$ , (b) $t = 950 \text{ s}$ respectivamente, considerando a temperatura de 110°C
Figura 6 - Distribuição da temperatura no interior da placa para os tempos simulados:
(a) $t = 350 \text{ s}$ , (b) $t = 950 \text{ s}$ respectivamente, considerando a temperatura de $60^{\circ}\text{C}$
27
Figura 7 - Distribuição do teor de umidade adimensional no interior da placa para os
tempos simulados: (a) t = 350 s e (b) t = 950 s respectivamente. Considerando a
temperatura 110°C27
Figura 8 - Distribuição do teor de umidade adimensional no interior da placa para os
tempos simulados: (a) $t = 350$ s e (b) $t = 950$ s respectivamente. Considerando a
temperatura 60°C

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 1 –	Dados Simulados	22
Tabela 2 –	Dados Experimentais	23

## LISTA DE SÍMBOLOS

®	Marca Registrada
$\Gamma^\Phi$	Coeficiente de Transporte
Ф	Geração de Grandeza
λ	Termo Convectivo.
$C_n$	n-ésima Constante a ser Determinada
$\psi_{n}$	n-ésima Autofunção
$\gamma_{n} \\$	n-ésimo Autovalor
t	Tempo
$\Phi_{\mathrm{e}}$	Geração de Grandeza de Equilíbrio
Т	Temperatura
ρ	Massa Específica
$c_p$	Calor Específico
k	Condutividade Térmica do Meio
α	Difusividade Térmica
$T_{e}$	Temperatura de Equilíbrio
$T_0$	Temperatura Inicial
$f_j$	Função de Galerkin
M	Teor de Umidade
Me	Teor de Umidade de Equilíbrio
$M_0$	Teor de umidade Inicial
$\overline{\mathbf{T}}$	Teor Médio de Temperatura
$\overline{\mathbf{M}}$	Teor Médio de Umidade
V	Volume do Sólido

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	13
	2.1 Setor Cerâmico	14
	2.2 Secagem	15
	2.3 Cerâmica Vermelha	16
	2.4 Método de Galerkin	17
3	METODOLOGIA	17
	3.1 Aplicação	21
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	21
5	CONCLUSÃO	29
	REFERÊNCIAS	30

#### **RESUMO**

O processo de secagem é uma das etapas mais comum e importante no setor cerâmico industrial e artesanal, responsável pela retirada de água em excesso presente no sólido. A secagem ocorre por meio da transferência conjunta de calor e massa, que corresponde em transferir calor à superfície do corpo e por difusão líquida eliminar a umidade da parte interior do material, com objetivo de eliminar o excesso das partículas de água presente no sólido, evitando problemas estruturais e desperdícios de produtos. Os materiais cerâmicos são constituídos principalmente de argila, no qual passam por uma rigorosa operação de secagem, em que se derivam peças de várias utilidades nas indústrias, como as placas cerâmicas. Nesta operação, alguns fatores que influenciam na perda de água como tempo, temperatura e velocidade de secagem precisam ser bem controlados para evitar danos na superfície do corpo para que o mesmo tenha boa qualidade. Este controle é possível através de uma modelagem matemática que preveja alguns problemas reais que podem ocorrer durante o processamento de secagem, proporcionando melhores resultados experimentais. Entretanto, modelos matemáticos são complexos de serem manuseados, então são utilizados softwares para simulação de secagem que consiste em verificar uma melhor metodologia para que seja realizados testes experimentais. Este trabalho tem por finalidade, apresentar inicialmente o desenvolvimento do modelo matemático, através das equações diferenciais ordinárias, utilizando-se das leis Fourier para transferência de calor e de Fick para transferência de massa. Por conseguinte, simular a secagem de placas cerâmicas para duas temperaturas distintas (60°C e 110°C), utilizando softwares não comerciais afim de fazer uma análise de tempo e temperatura do processo. Para este estudo, foi adotado o método integral baseado em Galerkin, método GBI, foi considerado a condição de contorno de 1ª espécie e propriedades termo-físicas constantes. Os resultados obtidos na simulação se mostraram válidos com relação aos dados experimentais utilizados para validação deste trabalho, mostrando as diferenças/semelhanças de comportamento da secagem sobre todo o processo às temperaturas consideradas.

Palavras-chave: Secagem; Placas Cerâmicas; Método GBI.

#### **ABSTRACT**

The drying process is one of the most common and important steps in the industrial and handmade ceramic sector, responsible for the removal of excess water present in the solid. Drying occurs by means of the joint transference of heat and mass, which corresponds to transferring heat to the surface of the body and by liquid diffusion eliminating the humidity from the interior part of the material, with the objective of eliminating the excess of water particles present in the solid, avoiding structural problems and product waste. Ceramic materials are mainly made of clay, which undergoes a rigorous drying operation, from which pieces of various uses in the industry, such as ceramic tiles, are derived. In this operation, some factors that influence the loss of water such as time, temperature and speed of drying need to be well controlled to avoid damage to the surface of the body so that it has good quality. This control is possible through a mathematical modeling that predicts some real problems that may occur during the drying processing, providing better experimental results. However, mathematical models are complex to handle, so software for drying simulation is used to verify the best methodology to perform experimental tests. The purpose of this work is to initially present the development of the mathematical model, through ordinary differential equations, using the Fourier laws for heat transfer and Fick's law for mass transfer. Consequently, to simulate the drying of ceramic slabs at two different temperatures (60°C and 110°C), using non-commercial software in order to analyze the time and temperature of the process. For this study, the integral method based on Galerkin, GBI method was adopted, the 1st kind boundary condition and constant thermophysical properties were considered. The results obtained in the simulation proved to be valid with respect to the experimental data used for validation of this work, showing the differences/similarities of drying behavior over the entire process at the temperatures considered.

**Keywords**: Drying; Ceramic Plates; GBI Method.

## 1 INTRODUÇÃO

Desde os tempos remotos, os materiais cerâmicos são utilizados pelos seres humanos por causa da sua pluralidade de uso que oferece de acordo com fim desejado. Seja para utensílios domésticos, construção civil ou até mesmo para tecnologia devido a sua durabilidade. De acordo com Lima (2017), a atividade industrial com cerâmica começou devido ao aumento das construções civis, principalmente na Europa com técnicas trazidas pelos povos antigos como romanos, bizantinos, árabes, entre outros, que inspiraram grandemente nas características das construções nessas regiões.

Com o passar dos anos, o desenvolvimento nesta prática industrial foi se fortalecendo e se desenvolvendo, construindo atualmente um lugar de destaque na economia do país. A indústria de cerâmica participa diretamente na economia do Brasil, com atuação no PIB (Produto Interno Bruto) nacional em 1%. A principal matéria-prima para a fabricação destes produtos é a argila, que passa por um rigoroso processo de produção desde a sua coleta nas jazidas de rios e lagos até a expedição dos produtos. Para se ter um bom processo de conformação de peças cerâmicas se faz necessário conhecer as características da argila, tais como: química, física, plasticidade, granulometria e composição mineralógica para realizar um processamento adequado e de boa qualidade.

A homogeneização é uma das principais etapas na fabricação das peças cerâmicas onde é adicionada água na argila criando-se uma pasta flexível, com características de plasticidade e facilitando a moldagem das peças, a secagem é a operação responsável pela remoção dessa água, no decorrer da fabricação desses produtos (SILVA et al., 2013).

A secagem de uma placa cerâmica pode acontecer de forma natural, através da luz solar, ou artificial, por meio de secadores como estufa, por exemplo. Este é um processo termodinâmico, que tem como finalidade separar a parte líquida da parte seca do corpo, eliminando o excesso de água que fica presente no interior do sólido por meio do fornecimento de energia térmica ao mesmo, de maneira lenta e uniforme (LIMA, 2017).

A operação de secagem ocorre em meios porosos através da sincronia de dois fenômenos físicos que são a transferência de calor e a de massa. Durante esta operação é necessário conhecer os parâmetros físicos e químicos do corpo para evitar

problemas hidromecânicos e termo-físicos que possam aparecer durante o processamento de secagem, no qual podem surgir trincas, fissuras e empenamentos nas peças, causados por surgimento de altos gradientes de temperatura e umidade que podem proporcionar perda da qualidade do produto.

Ao estudar a secagem de sólidos, como uma placa cerâmica é necessário controlar e otimizar o processo, evitando danos ao material (SANTOS et al., 2010). Os dados coletados de forma experimental ou por simulação nos permite avaliar as melhores condições de processo, diminuindo possíveis perdas de peças e reduzindo o consumo energético. Para validar a secagem de placas cerâmicas é importante conhecer a forma do corpo e o desenvolvimento da modelagem matemática com a finalidade de autenticar o modelo proposto (SANTOS et al., 2011).

Este trabalho tem como finalidade, apresentar o desenvolvimento de modelos matemáticos e sua solução analítica, simular a secagem de placas cerâmicas por meio da transferência de calor e massa, considerando duas temperaturas distintas 60°C e 110°C, utilizando softwares não comerciais afim de fazer um comparativo de tempo e temperatura do processo. Neste estudo, foi empregado o método integral baseado em Galerkin, método GBI, considerando a condição de contorno de 1ª espécie e propriedades termo-físicas constantes. Os dados analíticos da temperatura e do teor de umidade obtidos no presente trabalho foram comparados com os dados experimentais encontrados na literatura de (Santana, 2006).

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A simulação e o método numérico são usados para caracterizar o comportamento de um sistema ou de um produto de forma lógica ou matemática, bastante usados por engenheiros e pesquisadores para descrição real do processo de secagem (SANTOS, 2018). O uso de programas computacionais para as análises de secagem são cada vez mais comum, pois a simulação nos permite analisar e avaliar quais parâmetros deve-se tomar no decorrer da desumidificação de materiais.

Os softwares de simulação, proporciona o controle de secagem, pois tem a finalidade de reduzir e controlar os custos operacionais e energéticos, mostrando melhor caminho para que se possa secar, e o tempo essencial para chegar na umidade desejada do corpo (ARAÚJO, 2018).

A representação gráfica da cinética de secagem desta pesquisa, foi desenvolvida através da plataforma Grapher, que demonstrou as variações de calor e umidade ao longo do tempo para as duas temperaturas estudadas. O programa Surfer foi utilizado para mostrar a distribuição da temperatura e do teor de umidade no interior da placa, ilustrada pelas curvas de níveis que representa um quarto da placa, foram considerados apenas os eixos x e y, numa versão reduzida, e para isso usou-se uma escala.

O procedimento experimental realizado por Santana (2006), se deu através de três etapas: processo de extração da matéria-prima, conformação das peças e secagem tecnológica em laboratório. A primeira etapa foi realizada na cidade de Itaporanga – PB, localizada no Sertão da Paraíba, com a finalidade da extração da argila que é um material poroso e flexível. Posteriormente na segunda etapa houve os processos de peneiração, medição, pesagem e prensagem dos corpos. As peças foram moldadas em recipientes com bordas retas. Em seguida foi realizada a secagem em estufas com temperaturas constantes de 60°C e 110°C. A análise de comparação entre este estudo e os da literatura citada será por meio dos sólidos de bordas retas com dimensões (120 cm x 60 cm), no qual serão conservadas todas as características físicas dos corpos.

#### 2.1 Setor Cerâmico

Atualmente, a cerâmica além de ser uma atividade artística, também é usada na construção civil e na fabricação de componentes de foguetes espaciais devido à sua durabilidade (ANFACER, 2022).

O setor cerâmico no Brasil, tem o seu maior número de indústrias de todos os segmentos cerâmicos localizados nas regiões Sudeste e Sul, devido a viabilidade de matérias-primas, energia, centros de pesquisas, universidades e escolas técnicas. Porém, outras, regiões está tendo um certo avanço de crescimento e desenvolvimento, principalmente no Nordeste, por causa do aumento da demanda de materiais cerâmicos, em razão dos segmentos ligados a construção civil, o que tem levado a implantação de novas fábricas cerâmicas nessa região. (ABCERAM, 2022).

Entretanto, mesmo em um processo crescente de desenvolvimento industrial e operacional o setor ainda contém algumas fragilidades devido a uma necessidade de investimento para melhoria e qualidade do setor. Pois, grande parte das empresas

são pequenas ou médias e até mesmo fábricas de artesanatos. Então, o processo de otimização e de novas técnicas de gestão são introduzidas lentamente, como é o caso das empresas de grande porte como as fábricas de blocos e placas cerâmicas.

## 2. 2 Secagem

A secagem é uma operação de transferência conjunta de calor e massa envolvendo a remoção de umidade, tendo um papel fundamental e de elevado custo no processo de fabricação de diversos produtos. Na produção de materiais cerâmicos, como placas e tijolos, o processo de secagem, é necessário para eliminar a água presente no sólido, para que nas etapas posteriores reduzam as chances de falhas no corpo, evitando desperdícios. Os corpos cerâmicos podem ser secos de forma natural ou artificial.

A secagem natural consiste em deixar o material exposto ao Sol ou sombra em um ambiente seco e arejado com a finalidade de remover a água por meio da evaporação. Este método é uma opção alternativa que diminui consideravelmente o consumo de energia, assim, proporcionando uma melhor eficácia energética, minimizando os gastos operacionais e sem causar poluição ao meio ambiente. Porém, dependem das condições climáticas da região. A secagem artificial não depende do clima, mas sim de investimentos para as instalações de equipamentos como uma estufa (GOMEZ et al.,2020). Este método é utilizado a nível industrial, pois visa melhores condições de controle de secagem e não dependência climática.

O processo de secagem seja ela natural ou artificial, requer a simultaneidade dos mecanismos físicos do transporte de calor e massa. A transferência de calor ocorre por meio de diferentes níveis de energias das partículas, onde átomos mais energéticos se chocam com átomos menos energéticos, assim, transmitindo calor do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura.

Segundo Avelino (2018), a transferência de calor ocorre por meio do fornecimento de energia térmica do ar de secagem para o interior de corpo, ou seja, esse processo acontece do ambiente externo para o interior do sólido seja por convecção do ar, ou por condução, através de contato com a superfície quente. O calor tem a função de aumentar a temperatura do sólido, eliminando a umidade presente na superfície por meio da evaporação se a mudança de estado físico for realizada no interior do corpo. A transferência de massa, dá-se mediante a migração

contínua de moléculas de água do interior do corpo para camada externa do mesmo decorrente do processo de difusão. E por evaporação em sua superfície.

No processo de desumificação, deve-se total atenção ao consumo de energia usada ao longo do processo produtivo, pois este consumo representa a maior parte dos custos de produção das empresas, em que a secagem é uma das etapas que mais utiliza energia, assim, é importante que se tenha o conhecimento dos mecanismos termo-físicos como temperatura, velocidade, tempo e umidade de ar, para que seja efetuada uma secagem controlada e uniforme uma vez que com dados de simulação e/ou experimental, é possível evitar falhas no material que podem comprometer a qualidade do produto final (ALMEIDA, 2003; ALVES, et al., 2008; SANTANA, 2006), dessa forma garantindo o estado de boa qualidade do produto.

#### 2. 3 Cerâmica Vermelha

A cerâmica poder ser definida como material inorgânico, não metálico, gerados após manipulação térmica com temperaturas bastante elevadas. Esses materiais produzidos tais como telhas, blocos e placas cerâmicas, são considerados os que apresentam uma melhor durabilidade, e atendem os principais requisitos para uma boa qualidade como: conforto térmico e acústico, baixo custo, entre todas as linhas de produção da construção civil, que são encarregados por mais de 90% das alvenarias e coberturas realizadas no país, além de serem os únicos produtos 100% naturais (SILVA, 2009).

A maior parte da cerâmica vermelha são produzidas por pequenas e médias empresas. Como é apontado por Gomez et al., (2020), o setor de cerâmica vermelha é constituído por um alto número de indústrias de diversos níveis de desenvolvimento tecnológico e capacidades produtivas, mesmo assim, algumas apresentam um grande grau de desenvolvimento tecnológico em todo processo de produção, porém não é uma regra geral e muitas empresas deste segmento ainda estão em um processo primário de desenvolvimento da modernização tecnológica.

Está cerâmica tem a terminologia "vermelha" por causa da presença de compostos ferrosos que desenvolvem coloração avermelhada. No decorrer da manufatura de peças cerâmicas é necessário entender e controlar as diferentes etapas: exploração das jazidas, preparação prévio das matérias-primas, homogeneização, secagem, queima e expedição dos produtos (MEDEIROS, et al.,

2014). Para o processo da exploração das jazidas deve-se incialmente fazer um mapeamento e reconhecimento do terreno a ser usado, como também, as características e volume do material presente nesta região para que desta forma comesse a extração. Como afirma Brito (2016), o estudo qualitativo como composição, pureza, as propriedades físicas, procedimento no decorrer da secagem e da queima da matéria – prima são rigorosamente examinados, pois essas duas etapas finais da conformação são responsáveis pela definição dos produtos finais, pelas correções que possam a ser realizadas e instrumentos com melhores precisões a serem utilizados na exploração.

#### 2. 4 Método de Galerkin

A modelagem matemática está envolvida em diferentes áreas das ciências, principalmente na área da engenharia, com a função de traduzir os fenômenos observados na natureza para uma melhor compreensão de forma clara e universal, facilitando o entendimento dos padrões governamentais contidos nestes fenômenos (TASCHETTO, 2007).

O método de Galerkin é um formalismo matemático utilizado na Física e na Engenharia para solucionar sistemas de equações diferenciais ordinárias ou parciais relacionados a sistemas térmicos, mecânica dos sólidos e fluídos. Este método, tem sua aplicação baseada nas propriedades dos materiais ou na geometria do sistema físico proposto, usada para obter uma solução analítica em problemas de valores de contorno em funções algébricas.

#### 3 METODOLOGIA

Neste trabalho, utilizou-se de um código computacional desenvolvido através do software na plataforma Mathematica®, versão 7.0 (WOLFRAM, 2009), para descrever a transferência de calor e massa que são descritas pelas leis de Fourier e Fick, respectivamente. Para mostrar os resultados gráficos, utilizou-se os softwares: Grapher e Surfer. O código computacional foi desenvolvido com base no método integral baseado em Galerkin, que possui uma capacidade natural de lidar com geometrias complexas, como pode ser visto em Santos (2013), sendo também de fácil implementação de condições de contorno. É importante salientar que na conformação

das placas cerâmicas o conceito de homogeneidade e isotropia são estabelecidos, pois sua massa é homogênea, composta por argila em formato retangular permanece durante todo processo tendo um comportamento isotrópico.

Para que ocorra uma secagem eficiente da placa cerâmica, algumas considerações foram pré-estabelecidas inicialmente, são elas:

- (a) a placa é homogênea e isotrópica;
- (b) distribuição da umidade no interior da mesma é uniforme na medida em que a temperatura aumenta;
- (c) as propriedades termo-físicas são constantes durante todo o processo;
- (d) a placa é constituída de matéria seca e água na fase líquida;
- (e) a secagem ocorre por difusão de umidade e condução do calor no interior da placa, bem como da evaporação da umidade no exterior da mesma.

A equação genérica de transporte para um volume de controle<sup>1</sup>. Tendo em vista o termo convectivo e a geração de energia nulos, é apresentada a seguir:

$$\frac{\partial(\lambda\Phi)}{\partial t} = \nabla \cdot (\Gamma^{\Phi} \nabla \Phi) \tag{1}$$

onde:  $\Gamma^{\Phi}$  é o coeficiente de transporte,  $\Phi$  é a geração de grandeza e  $\lambda$  é o termo convectivo.

Considerando os termos  $\Gamma^{\Phi}$  e  $\lambda$  constantes, a solução da Equação (1) pode ser escrita por (PAYNE et al., 1986):

$$\Phi(x,y) = \sum_{n=1}^{N} C_n \psi_n e^{-\gamma_n t} + \Phi_e$$
 (2)

onde:  $C_n$  é a n-ésima constante a ser determinada,  $\psi_n$  é a n-ésima autofunção,  $\gamma_n$  é o n-ésimo autovalor e  $\Phi_e$  é a geração de grandeza de equilíbrio.

Priorizando, inicialmente a transferência de calor, algumas substituições foram feitas na Equação (1), como  $\lambda$  = pcp,  $\phi$  = T e  $\Gamma^{\Phi}$  = k, obtendo-se assim, a equação de Fourier, a qual descreve a transferência de calor transiente sem a geração de energia (Incropera e De Witt, 1992):

$$\frac{\partial \left(\rho c_{p} T\right)}{\partial t} = \nabla \left(k \nabla T\right) \tag{3}$$

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Volume de controle pode ser definido como um sistema aberto, com fronteiras fixas e móveis que demarcam uma região do espaço. Em que um fluído se movimenta de maneira controlada sobre determinas fronteiras.

Na Equação (3), T é a temperatura;  $\rho$  é a massa específica;  $c_p$  o calor específico em constante pressão e o k a condutividade térmica do meio.

Sendo  $\rho$ ,  $c_p$  e k constantes, a Equação (3) reduz-se a:

$$\frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \mathbf{t}} = \nabla \cdot (\alpha \nabla \mathbf{T}) \tag{4}$$

onde:  $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$  é a difusividade térmica.

A Equação (4), tem solução dada por (PAYNE et al., 1986):

$$T = \sum_{n=1}^{N} C_n \psi_n(x, y) e^{\gamma_n t} + T_e$$
 (5)

no qual  $T_e$  é a temperatura de equilíbrio da placa. Considerando  $C_n$ ,  $\gamma_n$ ,  $T_e$  e  $\alpha$  como constantes,  $\psi_n$  uma função independente do tempo, resultante da combinação linear de um conjunto de funções de base, gerando uma nova equação, dada por:

$$\psi_{n} = \sum_{j=1}^{N} [d_{nj}f_{j}] \tag{6}$$

No qual  $f_j$  , representa um elemento do conjunto de funções de base e os  $d_{nj}$  são constantes a serem determinadas. O elemento  $f_j$  é conhecido como função de Galerkin.

Após algumas manipulações matemáticas utilizando o método integral baseado em Garlerlin, resultando na construção de um sistema simétrico e transformando as equações resultantes em matrizes com auxílio do método de Cholesky, que consiste em representar matricial a variação de calor em toda a dimensão da placa, possibilitando a compreensão do comportamento da temperatura da mesma de acordo com o seu volume:

$$(\overline{A} + \gamma_n \overline{B}) \overline{d_n} = 0 \tag{7}$$

 $\overline{A}$  e  $\overline{B}$  na Equação (7) são matrizes quadradas de NxN elementos, cujos valores podem ser calculados, como é descrito:

$$a_{ij} = \frac{1}{V} \int_{V} f_i \nabla \cdot (\alpha f_j) dV$$
 8 (a)

$$b_{ij} = \frac{1}{V} \int_{V} f_i f_j dV$$
 8 (b)

A partir do cálculo das duas matrizes, são encontrados os valores de  $\gamma_n$  e  $\,\overline{d_n}.$ 

Para inserir a condição de contorno na modelagem, iremos utilizar da Equação (9), em que  $\alpha$  é uma constante. Dessa forma, para condição de 1ª espécie (Condição de Dirichlet) o termo  $f_{ij}$  é igual a 0, tornando a 1ª integral do lado direito da Equação (9) nula, e assim concretiza a simetria do sólido:

$$\int_{V} f_{i} \nabla \cdot (\alpha f_{j}) dV = \int_{V} \alpha f_{i} \left( \frac{\partial f_{j}}{\partial \vec{n}} \right) dS - \int_{V} \alpha \nabla f_{i} \nabla f_{j} dV$$
 (9)

A partir da Equação (5) os coeficientes  $C_n$  podem ser determinados, aplicando a condição inicial t=0, obtemos  $T=T_0$ , resultando na seguinte equação:

$$T_0 = \sum_{n=1}^{N} c_n \psi_n + T_e$$
 (10)

Utilizando o método GBI que consiste em multiplicar a equação por  $f_i dV$  e a integrar sobre o volume V na Equação (9), podemos encontrar uma função que resulta em um conjunto de N equações algébricas lineares, proporcionando encontrar o valor do  $C_n$ , solucionando o problema (KANTOROVICH; KRYLOV, 1960), obtendo-se:

$$\int_{V} f_{i}(T_{0} - T_{e}) dV = \int_{V} f_{i} \sum_{n=1}^{N} c_{n} \Psi_{n} dV$$
 (11)

A temperatura média será obtido, por:

$$\overline{T} = \frac{1}{V} \int_{V} T \, dV \tag{12}$$

onde V é o volume da placa cerâmica.

Para transferência de massa, faremos as seguintes substituição  $\lambda$  = 1,  $\Gamma^{\Phi}$  = D e  $\phi$  = M na Equação (2), de forma que a equação da difusão líquida, descrita pela segunda lei de Fick usada para demonstrar a transferência de massa em modelos matemáticos (BROOKER et al., 1992), será:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \nabla \cdot (\mathbf{D} \nabla \mathbf{M}) \tag{13}$$

onde M é o teor de umidade da placa que varia em relação ao tempo e D é o coeficiente de difusão.

Análogo a transferência de calor e, implementando o método de Galerkin, determina-se a Equação (14) a qual é responsável por encontrar o teor de umidade médio:

$$\overline{M} = \frac{1}{V} \int_{V} M dV \tag{14}$$

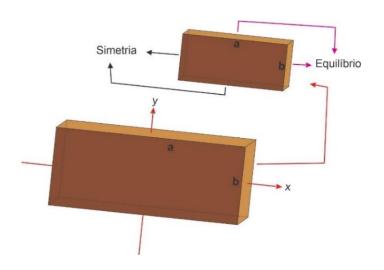
onde V o volume da placa.

## 3. 1. Aplicação

A metodologia estudada neste trabalho foi aplicada à placa cerâmica de bordas retas de dimensões 120,0 cm x 60,0 cm mostrada na Figura 1.

O contorno da placa é representado pela função de base descrita na Equação (15) demonstrada por (SANTOS, 2013):

Figura 1 - Representação da placa cerâmica estudada



Fonte: autor (2022).

$$f_j^{(1)} = (a^2 - x^2) \cdot (b^2 - y^2) \cdot x^{(i-j)} \cdot y^j$$
 (15)

#### **4 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

As tabelas 1 e 2, apresentam os dados analíticos desenvolvidos neste trabalho e os dados experimentais. Os resultados ilustrados nessas tabelas mostram a equivalência entre os dois trabalhos. A simulação de secagem da placa teve como objetivo comparar as duas temperaturas (110°C e 60°C), e verificar qual a melhor temperatura a placa deve ser seca. A partir desses dados criou-se a cinética de secagem, as distribuições de temperatura e de umidade no interior da placa cerâmica.

Tabela 1: Dados Simulados

Dimensões da Placa: 120,0 cm x 60,0 cm Temperatura 110°C Temperatura 60°C Teor de umidade Temperatura **Teor de Umidade** Tempo (s) **Temperatura** 0 0,95921 0,95921 0,95921 0,95921 10 0,90269 0,94404 0,90269 0,95251 50 0,78921 0,89852 0,78921 0,92932 100 0,70725 0,85871 0,70725 0,90590 350 0,48822 0,74148 0,48822 0,82886 600 0,36162 0,66791 0,36162 0,77796 650 0,34144 0,65558 0,34144 0,76929 950 0,24388 0,59162 0,24388 0,72389 1000 0,23078 0,58225 0,23078 0,71719 1200 0,18534 0,54746 0,18534 0,69220 1400 0,14911 0,51624 0,14911 0,66962 1800 0,09684 0,46175 0,09684 0,62975 2400 0,05090 0,39419 0,05090 0,57913 3000 0,02680 0,33856 0,02680 0,53597 3600 0,01413 0,29179 0,01413 0,49812 4000 0,00922 0,26458 0,00922 0,47518 4800 0,00392 0,21798 0,00392 0,43369 0,18874 5400 0,00207 0,00207 0,40574 6400 0,00071 0,14871 0,00071 0,36401 6800 0,00046 0,13525 0,00046 0,34877 7200 0,00030 0,12303 0,00030 0,33427 7600 0,00019 0,11193 0,00019 0,32046 8000 0,00012 0,10185 0,00012 0,30728  $4,4549 \times 10^{-5}$  $4,4549 \times 10^{-5}$ 9000 0,08048 0,27689 10000  $1,5333 \times 10^{-5}$ 0,06363  $1,5333 \times 10^{-5}$ 0,24973 10800  $6,5327 \times 10^{-6}$ 0,05274  $6,5327 \times 10^{-6}$ 0,23005 11800  $2,2485 \times 10^{-6}$ 0,04172  $2,2485 \times 10^{-6}$ 0,20773  $9,5796 \times 10^{-7}$  $9,5796 \times 10^{-7}$ 12600 0,03460 0,19151 13600  $3,2972 \times 10^{-7}$  $3,2972 \times 10^{-7}$ 0,02738 0,17306 14000  $2,1521 \times 10^{-7}$  $2,1521 \times 10^{-7}$ 0,16621 0,02493 14400  $1,4047 \times 10^{-7}$ 0,02270  $1,4047 \times 10^{-7}$ 0,15963

Tabela 2: Dados Experimentais

Dimensões da Placa: 120,0 cm x 60,0 cm Temperatura 110°C Temperatura 60°C Teor de Umidade Tempo (s) Temperatura Teor de umidade Temperatura 0,95921 0 0,95921 0,95921 0,95921 10 0,90269 0,94404 0,90269 0,95251 50 0,78921 0,89852 0,78921 0,92932 100 0,70725 0,85871 0,70725 0,90590 350 0,48822 0,74148 0,48822 0,82886 600 0,36162 0,66791 0,36162 0,77796 650 0,34144 0,65558 0,34144 0,76929 950 0,24388 0,59162 0,24388 0,72389 0,58225 1000 0,23078 0,23078 0,71719 1200 0,18534 0,54746 0,18534 0,69220 1400 0,14911 0,51624 0,14911 0,66962 1800 0,62975 0,09684 0,46175 0,09684 2400 0,05090 0,05090 0,39419 0,57913 3000 0,02680 0,33856 0,02680 0,53597 3600 0,01413 0,29179 0,01413 0,49812 4000 0,26458 0,00922 0,00922 0,47518 4800 0,00392 0,21798 0,00392 0,43369 0,00207 5400 0,18874 0,00207 0,40574 6400 0,00071 0,14871 0,00071 0,36401 6800 0,00046 0,13525 0.00046 0,34877 7200 0,00030 0,12303 0,00030 0,33427 7600 0,00019 0,11193 0,00019 0,32046 8000 0,00012 0,10185 0,00012 0,30728  $4,4549 \times 10^{-5}$ 9000  $4,4549 \times 10^{-5}$ 0,08048 0,27689 10000  $1,5333 \times 10^{-5}$ 0,06363  $1,5333 \times 10^{-5}$ 0,24973 10800  $6,5327 \times 10^{-6}$ 0,05274  $6,5327 \times 10^{-6}$ 0,23005 11800  $2,2485 \times 10^{-6}$ 0,04172  $2,2485 \times 10^{-6}$ 0,20773 12600  $9,5796 \times 10^{-7}$  $9,5796 \times 10^{-7}$ 0,03460 0,19151 13600  $3.2972 \times 10^{-7}$  $3.2972 \times 10^{-7}$ 0,02738 0,17306 14000  $2,1521 \times 10^{-7}$  $2,1521 \times 10^{-7}$ 0,02493 0,16621 14400  $1,4047 \times 10^{-7}$ 0,02270  $1,4047 \times 10^{-7}$ 0,15963

Fonte: Santana (2006).

A análise gráfica da cinética de secagem mostrada a seguir foram desenvolvidas através da plataforma Grapher, que possibilitou a comparação dos resultados do presente trabalho com os da literatura de (SANTANA, 2006). A Figura 2, ilustra a cinética de secagem da transferência de calor e de massa respectivamente, da placa estudada, para as temperaturas 110°C e 60°C.

1.00 — 1

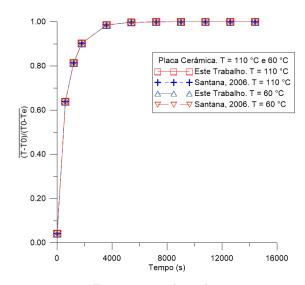
Figura 2 - Cinéticas da transferência de calor e de massa para as temperaturas de 110°C e 60°.

**Fonte:** autor (2022).

A partir da Figura 2, podemos observar que o aquecimento é mais rápido no início do processo devido a intervenção do calor da estufa e que neste mesmo instante da secagem existe uma maior redução do teor de umidade da placa considerando-se que grande parte do calor transferido é utilizado para a evaporação da umidade, ou seja, os maiores gradientes de umidade se dão nas extremidades da placa cerâmica chegando ao ponto de equilíbrio com o passar do tempo, o que pode ser confirmado com as Figuras 5, 6, 7 e 8.

Para validar a metodologia empregada no presente trabalho, utilizou-se os dados experimentais obtidos na literatura de (SANTANA, 2006), exibidos na Tabela 2, que secou experimentalmente placas cerâmicas de dimensões (120 x 60) cm², nas mesmas condições de secagem: temperaturas de 110°C e 60°C; umidade do ar 2,00% e 14,00%, coeficientes de umidade inicial  $\phi_0$  = 0,087;  $\phi_0$  = 0,099 e  $\phi_e$ = 0,003515;  $\phi_e$ = 0,006061 respectivamente. Inicialmente, a comparação foi feita considerando a transferência de calor mostrada na Figura 3 e, em seguida foi realizada a análise a transferência de massa de acordo com a Figura 4, para as temperaturas 110°C e 60°C.

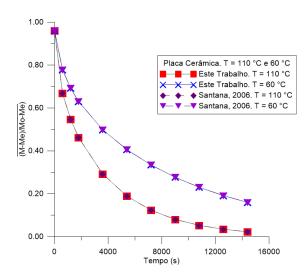
**Figura 3 -** Cinética de comparação da transferência de calor entre os resultados obtidos neste trabalho e os dados experimentais obtidos por (SANTANA, 2006) às temperaturas 110°C e 60°C.



Fonte: autor (2022).

Observa-se a partir da Figura 3, que os resultados foram equivalentes, pois os pontos das curvas de secagem ficaram aproximadamente alinhados, esses pontos descrevem a energia térmica na forma de calor que migra do ar de secagem da estufa para a superfície do sólido. Percebemos que a temperatura atinge seu estado de equilíbrio aproximadamente aos 4000 s para ambas temperaturas, significando que a temperatura no interior da placa se equilibrou com o da estufa a partir deste instante.

**Figura 4 -** Cinética de comparação da transferência de massa entre os resultados apresentados neste trabalho e os dados experimentais obtidos por (SANTANA, 2006).



Agora, analisando a Figura 4, notamos uma concordância dos valores experimentais com a simulação realizada neste trabalho, percebemos que ocorre uma sobreposição dos pontos nas curvas, para as duas temperaturas. Notamos que o início da secagem o ritmo é acelerado e com passar do tempo vai se estabilizando isso acontece devido o teor de umidade adimensional ir diminuindo e depois de um certo período vai entrando em equilíbrio.

Podemos notar também que as curvas de temperaturas distintas se comportam de forma similar, porém para a temperatura 110°C que é mais elevada, à secagem é mais rápida devido a perda de umidade ser maior no início do processo, já para temperatura 60°C, a secagem é mais lenta, o teor de umidade ainda é alto em comparação com a temperatura 110°C e com tempo de processo. Sendo assim, a secagem é proporcional à temperatura que lhe for exigida.

Em seguida, exibiremos as curvas da distribuição de temperatura e do teor de umidade adimensional foram construídas através da plataforma Surfer, que permitiu à análise do processo ao longo de todo o período. Os resultados foram obtidos na forma de tempo adimensional, Fourier, e à cada valor foi atribuído um tempo, em segundos, correspondente, mostrando a entrada de calor e saída de massa das placas durantes os tempos de 350 e 950 segundos.

As Figuras 5, 6, 7 e 8, que seguem, representam a evolução do processo de secagem para as temperaturas estudadas em dois instantes simulados.

**Figura 5** – Distribuição da temperatura no interior da placa para os tempos simulados: (a) t = 350 s, (b) t = 950 s respectivamente, considerando a temperatura de 110 °C.

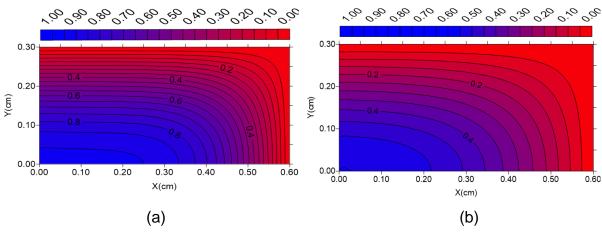
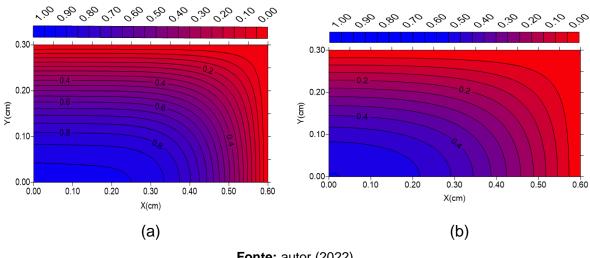


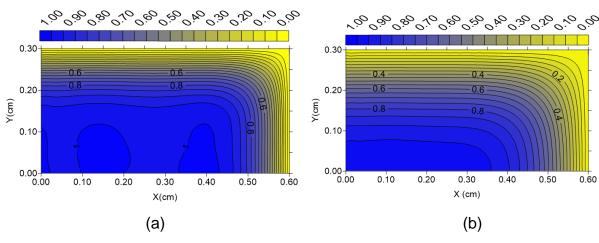
Figura 6 – Distribuição da temperatura no interior da placa para os tempos simulados: (a) t = 350 s, (b) t = 950 s respectivamente, considerando a temperatura de 60°C.



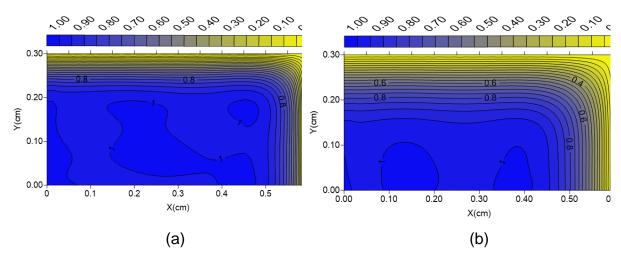
Fonte: autor (2022).

Podemos notar a partir das Figuras 5 e 6, que a distribuição de temperatura na placa dá-se de maneira uniforme e homogênea para as duas temperaturas estudadas. A transferência de calor ocorre de fora para dentro por difusão de calor, com isso a temperatura nas bordas da placa é a mais alta devido ao processo de convecção que está ocorrendo entre a superfície da placa e o ar de secagem. Sendo assim, nestas regiões o gradiente de temperatura tem o seu maior valor, fazendo com que a umidade nesta área diminua rapidamente. Neste momento, é preciso um controle minucioso da operação de secagem de modo a evitar trincas e deformações na peça.

Figura 7 – Distribuição do teor de umidade adimensional no interior da placa para os tempos simulados: (a) t = 350 s e (b) t = 950 s respectivamente. Considerando a temperatura 110°C:



**Figura 8** – Distribuição do teor de umidade adimensional no interior da placa para os tempos simulados: (a) t = 350 s e (b) t = 950 s respectivamente. Considerando a temperatura 60°C:



Fonte: autor (2022).

A partir das Figuras 7 e 8, percebemos uma movimentação maior de água no início do processo de secagem que vai aos poucos diminuindo, sendo ainda mais evidente para temperatura 60°C, que por ser mais baixa perde menos umidade ao longo do tempo. Dessa forma, o teor de umidade no interior do material à temperatura 110°C ao fim do processo de secagem deverá ter um nível menor comparado ao da temperatura 60°C. O fluxo de umidade, neste processo, ocorre do interior para a superfície da placa. As regiões com maior perda de água possuem os maiores gradientes de umidade devido ao contato direto com ar da estufa. Por isso, a importância de uma secagem controlada para não ter riscos de perda de produto.

## **5 CONCLUSÃO**

Ao finalizar a presente pesquisa, concluímos que: o método integral baseado em Galerkin se mostrou eficaz para caracterizar a transferência de calor e massa em uma placa cerâmica, considerando a condições de contorno de 1ª espécie. A simulação se apresentou satisfatória, tendo desvio irrelevante em relação aos dados experimentais; os gradientes de temperatura foram maiores no início do processo, para as temperaturas escolhidas, pois são exatamente as bordas que estão mais próximas do ar de secagem; a placa seca mais rapidamente à temperatura 110°C, pois leva menos tempo para atingir o teor de umidade de equilíbrio quando comparamos com a secagem à temperatura 60°C. Assim, justificando a importância do controle dos parâmetros tempo e temperatura ao longo do processo de secagem. Desse modo, é preciso um controle minucioso do processo, mantendo uma harmônica operação, afim de evitar falhas nas peças e preservando sua qualidade. Assim prevendo os resultados e escolhendo o melhor caminho para ocorrer a secagem.

## REFERÊNCIAS

- ABCERAM Associação Brasileira de Cerâmica. Informações técnicas. Acesso em 20 Mar. 2022. Disponível em: < https://abceram.org.br/definicao-e-classificacao/>.
- ALMEIDA, G. S. Transferência de calor e massa em sólidos heterogêneos com geometria arbitrária: uma análise concentrada. 2003. p. 52. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica). Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande. Universidade Federal de Campina Grande, Brasil.
- Alves, H. J., Melchiades, F. G., & Boschi, A. O. (2008). **Consumo de gás natural na indústria de revestimentos cerâmicos brasileira** (Consumption of natural gas in Brazilian ceramic tile industry). Cerâmica, 54(331), 326–331.
- ANFACER Associação Nacional dos Fabricantes de Cerâmica para Revestimentos, Louças Sanitárias e Congêneres. **Mercado Brasileiro**. Acesso em 12 abr. 2022 Disponível em: <a href="https://www.anfacer.org.br/brasil/">https://www.anfacer.org.br/brasil/</a>.
- ARAÚJO, M. V. Simulação numérica via CFD da secagem de tijolos cerâmicos industriais. 2019. 212 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2019.
- AVELINO, D. O.; Transporte de Calor e Massa na Secagem de Tijolos Cerâmicos Vazados. DISSERTAÇÃO (MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA) UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE, CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA, CAMPINA GRANDE, 2018.
- BRITO, M. K. T. **ESTUDO TEÓRICO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR E MASSA NA SECAGEM DE TIJOLOS CERÂMICOS COM FORMA PARALELEPIPÉDICA**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2016.
- BROOKER, D. B.; BAKKER-ARKEMA, F. W.; HALL, C. W. **Drying and storage of grains and oilseeds**. New York: AVI Book, 1992.
- GOMEZ, R. S. et al., **Processo de secagem de materiais cerâmicos argilosos: uma revisão.** Research, Society and Development, v. 9, n. 11, e78591110300, 2020.
- INCROPERA, F.P.; DEWITT, D.P. Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa, 3a edição, LTC Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., R. J. 1992.
- KANTOROVICH, L. V. e KRYLOV, V. I., **Approximate methods of higher analysis. Advanced Calculus,** Wiley, New York, USA, 1960.
- LIMA, E. S.; LIMA, W. M. P. B.; OLIVEIRA, V. A. B., **Secagem de sólidos** cerâmicos com forma complexa via técnica analítica. Anais III JOIN / Edição

- Brasil. Campina Grande, Editora, 2017. Acesso em 08 Mar. 2022 Disponível em: <a href="https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/50156">https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/50156</a>.
- Medeiros, F. K., Aquino, R. C. A., Rodrigues, A. M. T., Silva, H. C., Dias, I. B. C., & Ferreira, H. S. (2014). **Produção de Tijolos Maciços e Placas Cerâmicas de Revestimento com Adição de Óleo Lubrificante Usado**. Cerâmica Industrial, 19 (2), 38-45. 10.4322/cerind.2014.071.
- PAYNE, F. R., CORDUNEANU, C. C., HAJISHEIKH, A, e HUANG, T., Integral methods in science and engineering. Chapter: On solution of parabolic partial differential equations using Galerkin functions. Hemisphere Publishing Corporation, New York, USA, 1986.
- SANTANA, E.W. F. **Avaliação da secagem e queima de placas cerâmicas**, Dissertação (Mestrado em Ciências e Engenharia de Materiais). Departamento de Engenharia Mecânica, Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, 2006.
- SANTOS, I. B., Transporte de calor e massa em sólidos com forma arbitrária via método integral baseado em Galerkin: modelagem e simulação. Tese (Doutorado em Engenharia de Processos). Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, 164 p., 2013.
- SANTOS, J.P.S., **Secagem de materiais cerâmicos com Forma Complexa: Um Estudo Teórico Via CFX**. Tese (Doutorado em engenharia de Processos). Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Federal de Campina Grande, 103 p., 2018.
- SANTOS, I. B.; LIMA, L. P. L. S.; SILVA, A. A.; LIMA, A. G. B., **TRANSPORTE DE MASSA EM SÓLIDOS COM FORMA ARBITRÁRIA VIA MÉTODO INTEGRAL BASEADO EM GALERKIN USANDO CONDIÇÃO DE CONTORNO CONVECTIVA**. Mecánica Computacional Vol XXIX, págs. 2865-2881, Buenos Aires, Argentina, 15-18 Novembro, 2010.
- SANTOS, I. B; SILVA, L. P. de L.; LIMA, A. G. B., **Diffusion in solids of Revolution via Galerkin-based method**. In: Brazilian Congress of Mechanical Engineering, 21, 2011, Natal. Proceedings of COBEM. Natal, 2011.
- SILVA, A. A.; NASCIMENTO, J. J. S.; LIMA, A. G. B., Estudo analítico de secagem de placas cerâmicas usando o método integral baseado em Galerkin e condição de contorno de Dirichlet. Revista Eletrônica de Materiais e Processos v.4.2 (2009) 48-55.
- SILVA, L. D. et al., Descrição da secagem de placas cerâmicas por meio de um modelo de difusão. Cerâmica 59 (351). Set 2013. Acesso em 06 Abr. 2022. Disponível em: <a href="https://doi.org/10.1590/S0366-69132013000300011">https://doi.org/10.1590/S0366-69132013000300011</a>.
- TASCHETO, M. P., Aplicação do Método de Galerkin ao Problema de Condução Estocástica de Calor. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2007.

WOLFRAM, S., **The Mathematica**® Book. Cambridge University Press, New York, 2009.