



UEPB

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

LARYSSA MARCYA LIRA DE SOUSA PEREIRA DA SILVA

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ESTRATÉGIA PARA FACILITAR O ENSINO
E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA**

**CAMPINA GRANDE
2022**

LARYSSA MARCYA LIRA DE SOUSA PEREIRA DA SILVA

**MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ESTRATÉGIA PARA FACILITAR O ENSINO
E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Orientadora: Prof.^a Ma. Maria da Conceição Vieira Fernandes

**CAMPINA GRANDE
2022**

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586m Silva, Laryssa Marcya Lira de Sousa Pereira da.
Modelagem matemática [manuscrito] : uma estratégia para facilitar o ensino e aprendizagem da Geometria / Laryssa Marcya Lira de Sousa Pereira da Silva. - 2022.
48 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2022.

"Orientação : Profa. Ma. Maria da Conceição Vieira Fernandes, Coordenação do Curso de Matemática - CCT."

1. Ensino de Geometria. 2. Modelagem matemática. 3. Educação brasileira. I. Título

21. ed. CDD 372.7

LARYSSA MARCYA LIRA DE SOUSA PEREIRA DA SILVA

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ESTRATÉGIA PARA FACILITAR O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Programa Graduação em Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática.

Aprovada em: 30/08/2022.

BANCA EXAMINADORA

Maria da Conceição Vieira Fernandes
Prof.^a Ma. Maria da Conceição Vieira Fernandes (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Kátia Suzana Medeiros Graciano
Prof.^a Ma. Kátia Suzana Medeiros Graciano
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Daiana Estrela Ferreira Barbosa
Prof.^a Ma. Daiana Estrela Ferreira Barbosa
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

À Deus por me capacitar e à minha família,
pela dedicação, companheirismo e
esforço, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, à Deus, pela vida, pela força para superar as dificuldades encontradas e por essa conquista.

À minha família, por ser meu pilar, estar ao meu lado e me fazer acreditar, me incentivando e inspirando através de gestos e palavras a superar todas as dificuldades, dando o apoio necessário para finalizar este trabalho.

A todos os profissionais do Departamento do Curso de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba por todo o apoio prestado no decorrer do curso. Sobretudo à professora Conceição pelas leituras sugeridas ao longo dessa orientação e pela dedicação, fornecendo bases necessárias para a realização deste trabalho, agradeço com profunda admiração o vosso profissionalismo.

Aos professores do Curso de Matemática da UEPB que contribuíram, por meio das disciplinas e debates, enriquecendo a aprendizagem e o desenvolvimento desta pesquisa. Especialmente, às professoras da banca pela representatividade no curso e incentivo as mulheres na área das exatas, vocês motivam as alunas a continuarem o curso e contribuíram para o desenvolvimento desse trabalho.

Aos funcionários da UEPB, pela presteza e atendimento quando nos foi necessário.

À Universidade quero deixar uma palavra de gratidão por ter me recebido de braços abertos e me presenteado com grandes amigos. Hoje sou uma pessoa realizada e feliz, porque não estive sozinha nesta longa caminhada, vocês me deram muito apoio.

A todos que participaram, diretamente ou indiretamente da minha vida acadêmica e do desenvolvimento deste trabalho de pesquisa, enriquecendo o processo de aprendizado, prometo reconhecer essa contribuição, ajuda e incentivo todos os dias da minha vida.

“Porque eu me imaginava mais forte. Porque eu fazia do amor um cálculo matemático errado: pensava que, somando as compreensões, eu amava. Não sabia que, somando as incompreensões, é que se ama verdadeiramente. Porque eu, só por ter tido carinho, pensei que amar é fácil. É porque eu não quis o amor solene, sem compreender que a solenidade ritualiza a incompreensão e a transforma em oferenda. E é também porque sempre fui de brigar muito, meu modo é brigando. É porque sempre tento chegar pelo meu modo. É porque ainda não sei ceder.”

(Clarice Lispector)

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar e refletir sobre atividades que utilizam a Modelagem de forma que facilite o ensino e aprendizagem da Geometria. Para melhor fundamentar teoricamente o trabalho sobre a Modelagem utilizou-se dois importantes autores: Bassanezi (2002) e Biembengut (1999). Através da pesquisa desenvolvida destaca-se a importância do ensino da Geometria, e por consequência da Matemática, tanto no Ensino Fundamental quanto no Médio. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais a relevância dessa disciplina, em especial da Geometria, confirma-se por ser um campo fértil no trabalho de situações-problema e desenvolve o pensamento que permite que o aluno compreenda de modo organizado, o mundo real. Nesse caso, buscando atingir os objetivos apresentados, esse trabalho tem caráter qualitativo e bibliográfico, a coleta de dados realizou-se com base em pesquisas desenvolvidas e aplicadas que tratam da importância da Modelagem Matemática como ferramenta fundamental para contribuir com o ensino e aprendizagem da Geometria, que também se apresenta de forma extremamente importante para a construção de um cidadão crítico. Por fim, através das pesquisas apresentadas verifica-se a utilidade da Modelagem e sua relação com o cotidiano e o mundo em que se vive.

Palavras-Chave: Ensino de Geometria; Modelagem Matemática; Educação Brasileira.

ABSTRACT

The present work aims to present and reflect on activities that use modeling in a way that improves the teaching and learning of geometry. To better theoretically support the work on Modeling, two important authors were used: Bassanezi (2002) and Biembengut (1999). Through the research developed, the importance of teaching Geometry was highlighted, and consequently of Mathematics, both in elementary and high school. According to the National Curricular Parameters, the relevance of this subject, especially Geometry, is confirmed as a fertile field in the work of problem-situations and develops the thinking that allows the student to understand in an organized way, the real world. In this case, seeking to achieve the objectives presented, this work has a qualitative and bibliographic character, the data collection was carried out based on developed and applied research that deals with the importance of Mathematical Modeling as a fundamental tool to contribute to the teaching and learning of geometry, which is also extremely important for the construction of a critical citizen. Finally, through the research presented, the usefulness of Modeling and its relationship with everyday life and the world in which we live is verified.

Keywords: Teaching of Geometry; Mathematical Modeling; Brazilian Education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Fases da Modelagem realçadas em Bassanezi (2002).....	23
Figura 2	– Fases da Modelagem realçadas em Biembengut (1999).....	24
Figura 3	– Reservatórios de água.....	30
Figura 4	– Aluno realizando os cálculos sobre a medida do raio e a área da base.....	31
Figura 5	– Uma das atividades propostas.....	32
Figura 6	– Embalagens confeccionadas pela turma.....	33

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO	14
2.1	DIFICULDADES E IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA.....	14
2.2	PCNS E BNCC NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA.....	16
3	A MODELAGEM	19
3.1	A IMPORTÂNCIA DA MODELAGEM.....	19
3.2	MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BRASILEIRA.....	20
3.3	MODELO MATEMÁTICO.....	21
4	METODOLOGIA	26
5	CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA	28
	APRESENTAÇÃO DO TRABALHO: A MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO ESTUDO DA GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL: ÁREA, PERÍMETRO E VOLUME.....	28
5.1	APRESENTAÇÃO DO TRABALHO: ENSINO DE GEOMETRIA POR MEIO DA MODELAGEM: UM ESTUDO DAS EMBALAGENS PARA O ALIMENTO À BASE DE CEREAL.....	31
5.2	CONSIDERAÇÕES SOBRE AS PESQUISAS.....	34
5.3		
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	36
	REFERÊNCIAS	38
	ANEXO A – FAIXA ETÁRIA DOS ALUNOS	41
	ANEXO B – TEMPO DEDICADO AOS ESTUDOS FORA DA SALA DE AULA	42
	ANEXO C – TIPOS DE FERRAMENTAS DISPONÍVEIS PARA O ACESSO DE INFORMAÇÕES	43
	ANEXO D – COMPORTAMENTOS DOS ALUNOS DURANTE A AULA DE MATEMÁTICA	44
	ANEXO E – PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS NAS TAREFAS PROPOSTAS PELO PROFESSOR	45
	ANEXO F – DESEMPENHO DO ALUNO FRENTE AO	

CONHECIMENTO MATEMÁTICO.....	46
ANEXO G – DESEMPENHO DO ALUNO FRENTE AO	
CONHECIMENTO MATEMÁTICO.....	47
ANEXO H – CONTEÚDOS QUE OS ALUNOS MAIS GOSTARAM E	
APRENDERAM.....	48

1 INTRODUÇÃO

A presente pesquisa tem como tema para seu desenvolvimento, a Modelagem Matemática. Sendo uma estratégia que contribui para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental e Médio. O uso da Modelagem Matemática é capaz de entusiasmar os alunos melhorando a dinâmica da sala de aula e a interação entre aluno e professor. Segundo Barbosa (2001), a Modelagem possibilita que os alunos façam inquirições sobre as situações, através da Matemática, gerando inúmeros direcionamentos que se tornam visíveis ao passo que os alunos formulam hipóteses para solucionar problemas de atividades propostas, inclusive de outras áreas de ensino.

Para a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2018, p. 266)

[...] os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição). (BNCC, 2018, p. 266)

Essa dinamicidade contribui para uma formação geral construída por meio da associação entre a realidade e as vivências cotidianas, em diferentes contextos, possibilitando melhor compreensão da disciplina. As dificuldades enfrentadas tanto pelos alunos como pelos professores ao se trabalhar com a Matemática por falta de conceitos claros que facilitem a compreensão dos conteúdos, pois quando ensinada apenas através de fórmulas comprometem a aprendizagem do alunado. Durante os estudos realizados buscaremos interligar a Geometria e as vivências cotidianas por meio da Modelagem Matemática, nos remetendo ao surgimento histórico dessa tendência em Educação Matemática.

Ao desenvolver situações-problema de acordo com as fases da Modelagem Matemática, espera-se desafiar, motivar e promover uma maior interação entre aluno e professor, de forma que melhore o raciocínio lógico e crítico aprimorando a aprendizagem. Além disso, procura-se valorizar sempre os conhecimentos prévios do aluno para otimizar seu interesse pela disciplina e também sua aprendizagem.

A Base Nacional Comum Curricular versa sobre a Geometria aplicada aos anos finais do Ensino Fundamental em que preza pela agilidade no desenvolvimento de

táticas e pela capacidade de compreensão e resolução do aluno que devem ser postos ante problemas, especialmente geométricos. Conforme a BNCC (2018)

Com referência ao Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é a de que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, com seus diferentes significados, e utilizando estratégias diversas, com compreensão dos processos neles envolvidos. Para que aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de problemas, sobretudo os geométricos, nos quais os números racionais não são suficientes para resolvê-los, de modo que eles reconheçam a necessidade de outros números: os irracionais. (BRASIL, 2018, p. 269)

A partir da necessidade de raciocinar através da Modelagem Matemática, apresentar a modelação a fim de criar relação com situações problemas, observar as contribuições da associação do conteúdo ministrado com a modelagem, proporcionando melhor aprendizagem e compreensão. A questão norteadora para desenvolvimento desse trabalho foi: Como trazer e interligar a Modelagem Matemática ao ensino da Geometria, de modo que facilite sua aprendizagem?

A Matemática quando bem assimilada contribui para a resolução de problemas cotidianos aperfeiçoando o processo de aprendizagem. Assim trazemos o objetivo geral, apresentar e refletir sobre atividades que utilizam a Modelagem de forma que facilite o ensino e aprendizagem da Geometria.

Sobre essa perspectiva temos como objetivos específicos:

- Apresentar a Geometria e a importância de estudá-la;
- Observar o surgimento e a importância da Modelagem;
- Abordar a Modelagem Matemática na Educação Brasileira;
- Apresentar dois Modelos Matemáticos bem como suas etapas;
- Verificar duas pesquisas que apresentem as contribuições da Modelagem para o ensino e aprendizagem da Geometria.

De maneira geral esse trabalho possui seis capítulos. O trabalho inicia-se pela introdução a qual traz hipóteses e justificativas que impulsionaram a construção dessa pesquisa e a escolha pelo tema, trazendo os objetivos gerais e específicos idealizados, que buscamos alcançar para assim apresentar a relevância desse trabalho, aqui é apresentada uma breve síntese de cada capítulo.

No segundo capítulo abordaremos as questões referentes ao ensino e aprendizagem da Geometria, assim como a importância dessa área. Apresentaremos

as dificuldades encontradas ao trabalhar com esse campo da Matemática. Traremos uma seção com comentários da BNCC e dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

O terceiro capítulo tratará da Modelagem, o qual foi estruturado em três subcapítulos, que abordam a importância desse tema, as contribuições para a Educação Brasileira e apresenta a construção dos Modelos Matemáticos.

O quarto capítulo será voltado a metodologia utilizada na presente pesquisa a qual possui características bibliográfica e qualitativa com a finalidade de atingir os objetivos idealizados para a construção desse trabalho.

O quinto capítulo apresentará duas pesquisas fundamentais que foram desenvolvidas utilizando a Modelagem como método de ensino da Geometria, através delas é possível apresentar contribuições e fazer reflexões sobre o tema proposto.

Por fim, o sexto capítulo exibirá as considerações finais em que faremos uma síntese dos pontos apresentados nessa pesquisa, assim como as contribuições relevantes. Desse modo, analisaremos se os objetivos propostos foram atingidos.

2 ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO

Essa seção busca constatar por meio das pesquisas realizadas a importância da Geometria na sociedade e na construção do conhecimento matemático. Apresenta suas contribuições para a construção de cidadãos, capazes de compreender o mundo através da Geometria e conseqüentemente da Matemática. Elenca algumas dificuldades ao trabalhar a Geometria e alguns fundamentos, sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNS) e a Base Nacional Comum Curricular, que apresentam amplos argumentos com relação ao ensino e aprendizagem da Geometria e, portanto, da Matemática.

2.1 DIFICULDADES E IMPORTÂNCIA DA GEOMETRIA

Conforme Pavanello (1993), esse campo da Matemática tem sido abandonado e deixado em segundo plano e trouxe inúmeros problemas quanto à sua aprendizagem. Esse fato, tem impacto direto no interesse pela disciplina e em alguns casos desmotiva os alunos gerando aversão a tal área.

Esse desprezo não ocorreu pelo avanço no ensino da Matemática. Pavanello (1993, p. 8) enfatiza que “o abandono do ensino da Geometria não se deveu ao desenvolvimento da Matemática, que o teria suspostamente tornado desnecessário, ou à conclusão de que sua contribuição para a formação do aluno não é importante”.

Em busca de justificar tal depreciação a autora investigou alguns fatos sobre o ensino da Matemática em conjunto com o ensino da Geometria. Para ela,

[...] será necessário analisar o desenvolvimento do ensino da matemática e da geometria no Brasil neste século. Essa análise será realizada tendo em vista as modificações sócio-político-econômicas produzidas na sociedade brasileira no período e a influência exercida por elas e pela a difusão de novas ideias pedagógicas - provenientes da França e dos Estados Unidos, principalmente - sobre a educação brasileira. (PAVANELLO, 1993, p. 8)

Pavanello (1993) aborda a deterioração da Geometria e reflete sobre a álgebra como sendo a principal área ensinada e abordada no Ensino Fundamental. A pouca importância que é dada traz incômodos para alguns professores uma vez que esse fato pode estar prejudicando a formação dos alunos e impossibilitando o progresso da linha de pensamento capaz de solucionar problemas.

Vale ressaltar que não há defesa da Geometria em detrimento da álgebra. Para Atiyah apud Pavanello (1993, p. 16) “Salienta a necessidade de cultivar e desenvolver

tanto o pensamento visual, dominante na Geometria, quanto o sequencial, preponderante na álgebra, pois ambos são essenciais aos problemas matemáticos autênticos”. Nota-se assim, a importância de cada área para o desenvolvimento das capacidades dos estudantes.

Para justificar o desprezo da Geometria, na sua pesquisa Pavanello (1993) analisou leis, em especial a Lei 5692/71 de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º Graus, que estava em vigor. Com essa fundamentação foi possível concluir que tal deterioração ocorre por medidas governamentais quanto a Educação. A lei analisada por Pavanello atualmente não está em vigor, estando vigente a Lei nº 9.394 - LDB: Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.

Outro ponto relevante é a democratização da Educação do país. Na qual a palavra democratizar em seu significado genuíno propõe igualdade nas oportunidades. A partir daí Pavanello (1993) traz a dicotomia entre as escolas privadas e as públicas, expondo a realidade de cada uma, na qual a escola considerada de elite trabalha a Geometria e as escolas populares não trabalham tal área.

Lorenzato (1995) também aborda essa questão da desatenção para com a Geometria buscando justificativa para que isso ocorra

São inúmeras causas, porém, duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula: a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para a realização de suas práticas pedagógicas. [...] A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho que estão submetidos. (LORENZATO, 1995, p.3)

Lorenzato (1995) destaca que as causas para tal abandono, apresentadas pelos professores, são inúmeras e mesmo assim nenhuma delas diminui a importância da Geometria. Uma vez que essa área tem um modo singular de raciocínio e embora o indivíduo tenha habilidade algébrica ou aritmética não é suficiente para solucionar situações problemas geométricas.

Lorenzato (1995) cita ainda a importância de conhecer e estudar a Geometria. A partir do momento em que se estuda essa área são desenvolvidos os conceitos geométricos com apelo a forma visual que facilita e promove capacidade de resolução de situações cotidianas com vertentes geométricas facilitando assim o entendimento de questões até mesmo de outros campos de conhecimento. O matemático defende a máxima que a Geometria está em toda parte e apresenta alguns conteúdos da Geometria que estão presentes com mais frequência em nosso cotidiano

ideias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria. (LORENZATO, 1995 p.5)

A Geometria está presente no cotidiano, especialmente de maneira visual. Sendo tão fundamental que passa despercebida e por esse motivo é necessário que se trabalhe os conceitos geométricos mais simples, principalmente na fase infantil, em que a observação e o material concreto fazem grande diferença no desenvolvimento cognitivo e lógico do cidadão, em virtude disso a seguir será apresentada a importância do ensino dessa área.

2.2 PCNS E BNCC NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Os PCNs são diretrizes que corroboraram a importância da Geometria e ressaltam a necessidade de seu estudo e de sua presença no currículo escolar. Para tanto os PCNs asseguram que:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve o tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1997, p.36)

A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problemas e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente, de acordo com os PCNS (1997). De tal modo que facilita a aprendizagem de números e medidas, uma vez que torna a criança mais observadora contribuindo para a percepção de semelhanças e diferenças, identificando regularidades. Sendo assim, esse trabalho se desenvolveu a partir da observação do mundo real, que permitirá ao aluno interligar a Matemática com outras áreas do conhecimento.

Os PCNS (1998) comentam que os conteúdos selecionados poderão ser abordados de maneira mais geral, uma vez que buscam reconhecer formas e conhecimentos culturais em que a compreensão é fundamental promovendo novos saberes. Sendo possível fazer a interpretação de informações e eventos que têm relevância em modo geral haja vista que possibilitam estruturar o mundo real sendo possível compreender e pressupor. Em concordância com PCN (1998)

Dessa forma, pode-se considerar que os conteúdos envolvem explicações, formas de raciocínio, linguagens, valores, sentimentos, interesses e condutas. Assim, nesses parâmetros os conteúdos estão dimensionados não só em conceitos, mas também em procedimentos e atitudes (BRASIL; 1998, p. 49).

A Geometria é um ramo importante da Matemática sendo um instrumento para construção do conhecimento e do raciocínio lógico por meio da realidade. Fonseca (2001), defende a importância do ensino da Geometria levando em consideração a construção de competências e habilidades, a apreensão e o melhor entendimento para revolver problemas. O ensino da Geometria oferta ampla oportunidade para o aluno. Como, observar, equiparar, medir, generalizar e abstrair, contribuindo para a constituição do pensamento lógico.

De acordo com Lorenzato (1995) a Geometria tem grande relevância uma vez que é fundamental para a formação de indivíduos capazes de interpretar o mundo de um modo mais completo, contribuindo para uma comunicação maior de pensamentos e um olhar mais equilibrado da Matemática. Sendo assim o ensino dessa área deve ser iniciado o mais breve possível, nos anos iniciais através da Geometria aplicada de maneira intuitiva promovendo a interação com formas que fazem parte do mundo infantil, assim como brinquedos.

Conforme Fainguelernt (1999), a Geometria é utilizada como artefato para compressão, descrição e interação com o meio que se vive. Sendo elemento da Matemática mais intuitiva, concreta e que está atrelada ao mundo real. De acordo com a BNCC (2018)

[...] no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos. Conseqüentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio. (BRASIL, 2018, p. 528)

A Geometria é visível em situações cotidianas e em algumas aulas há a necessidade de representar entes dessa área para que os alunos possam se familiarizar com os conceitos facilitando o entendimento. Nacarato (2003) defende:

[...] a importância do desenho e do objeto para a formação de imagens mentais e que essas são fundamentais para a formação do pensamento geométrico que é de natureza essencialmente conceitual. O ensino da geometria deve-se pautar pelo trabalho simultâneo com o objeto, o conceito e o desenho, destacando os aspectos figurais e conceituais das figuras geométricas. (NACARATO, 2003, p. 151)

Percebe-se a presença da Geometria desde os primórdios da humanidade, é notória sua importância e necessidade para solucionar situações cotidianas. Contemplando a Geometria quanto área de ensino, constata-se suas contribuições para o desenvolvimento de cidadãos capazes de raciocinar logicamente e criticamente com habilidade, para aguçar a percepção caracterizada pelo jogo intelectual da Matemática. A BNCC (2018) enfatiza que

No caso da resolução e formulação de problemas, é importante contemplar contextos diversos (relativos tanto à própria Matemática, incluindo os oriundos do desenvolvimento tecnológico, como às outras áreas do conhecimento). Não é demais destacar que, também no Ensino Médio, os estudantes devem desenvolver e mobilizar habilidades que servirão para resolver problemas ao longo de sua vida – por isso, as situações propostas devem ter significado real para eles. (BRASIL, 2018, p. 528)

O capítulo seguinte aborda a Modelagem apresentando seu valor, seu desenvolvimento e colaboração para a Educação Brasileira e traz o Modelo Matemático e seus processos conceituando-os a partir dos trabalhos de alguns matemáticos.

3 A MODELAGEM

Neste capítulo, serão abordados alguns tópicos sobre a relevância da Modelagem, suas contribuições na Educação Matemática e suas nuances quanto ao Modelo Matemático que foi desenvolvido nesse trabalho através de pesquisas dando ênfase aos matemáticos Bassanezi e Biembengut.

3.1 A IMPORTÂNCIA DA MODELAGEM

Considerando que os conhecimentos matemáticos são necessários para a construção de cidadãos críticos e com capacidade de compreender o mundo através de princípios matemáticos, é indispensável que os indivíduos tenham habilidade de modelar e resolver situações problemas através dos conhecimentos adquiridos.

A BNCC (2018) nos assegura que a compreensão e aprendizagem matemática é imprescindível para desenvolver as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, possibilitando resolução de problemas por meio de conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas que proporcionam a determinação de conjecturas.

Segundo Barbosa (2004, p.3), “a Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade”. A Modelagem, portanto, é elemento potencializador da aprendizagem matemática uma vez que estimula a investigação e enriquece o raciocínio lógico e crítico, constituindo-se como elemento primordial para compor e ampliar o interesse pela busca de resoluções de questões.

A Modelagem Matemática é um fator importante para o ensino-aprendizagem da Matemática, sendo instruída concomitantemente a outros conhecimentos adquiridos, aprimora a solução de problemas associados à realidade. Conforme Barbosa (2004)

[...] o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de perguntas e/ou problemas enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. Ambas atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, pode-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo. (BARBOSA, 2004, p. 75)

Essa estratégia aplicada em sala de aula facilita a aprendizagem e motiva os alunos a modelar e aplicar seus conhecimentos em outras áreas de modo amplo. Para (BLUM et al, 2004) apud (BIEMBENGUT, 2009, p. 18)

O que é cabível, se considerar que a modelagem emerge como estratégia para motivar estudantes, nos mais diversos níveis de escolaridade, a aprender matemática e se consolida como método não apenas para motivá-los a aprender matemática, mas principalmente, propiciar a eles a capacidade de realizarem, fora da sala de aula, modelagem e aplicações em outras áreas de conhecimento e diferentes contextos; isto é, resolver problemas, tomar decisão, ter senso crítico e criativo (BLUM et al, 2004) apud (BIEMBENGUT, 2009, p. 18)

A Modelagem Matemática no Ensino Fundamental e Médio serve para desenvolver habilidades para melhor solucionar as situações problemas propostas em sala de aula, levando o aluno pensar além trazendo as situações problemas à sua realidade. Em suma, a associação entre a Modelagem e o ensino da Matemática, é um artefato auxiliar a aprendizagem desde que haja interesse por parte do aluno e comprometimento do docente para melhor instruí-lo para que o conceito de Modelagem seja bem compreendido e assim seja possível aplicá-lo com êxito.

A Matemática quando bem absorvida forma cidadãos capazes de lidar com desafios originados no dia a dia. Mesmo com o preceito de ser uma área complicada e difícil ela está presente em muitas atividades habituais, tornando-se quase que imperceptível, por essa razão é preciso aprendê-la, já que contribui para formação intelectual e estímulo do raciocínio crítico e dedutivo do indivíduo. Desse modo, a Modelagem quando utilizada como instrumento de ensino necessita que o docente se proponha a buscar caminhos para poder aplicá-la em sala de aula. Essa metodologia favorece a capacidade sócio crítica de modo investigativo e reflexivo proporcionando uma melhor compreensão e aprendizagem matemática.

3.2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BRASILEIRA

Conforme Biembengut (2009), a “Modelagem Matemática” é um método para descrever, formular, modelar e produzir resoluções de situações problemas buscando trabalhar situações do cotidiano para contribuir com a habilidade de matematizar e modelar problemas e situações da realidade.

Aristides Camargos Barreto foi o primeiro a realizar pesquisas sobre a Modelagem na Educação Matemática Brasileira além de representar o Brasil em conferências. Suas sugestões são pautadas no trabalho com situações problemas

com intenção de motivar os alunos a aprender a teoria matemática. Outro precursor foi Rodney Carlos Bassanezi que por trabalhar com matemática aplicada já conhecia a Modelagem, defendendo-a como estratégia de ensino da Matemática trabalhando questões da realidade, formulando problemas de interesse dos alunos para que possam ser investigados.

Esses pioneiros contribuíram significativamente para a composição e a difusão da Modelagem Matemática na Educação do Brasil. A Modelagem Matemática busca facilitar a compreensão dos objetos matemáticos pelos estudantes para que possam entender o objeto matemático em sua totalidade.

O movimento pela Educação Matemática no Brasil trouxe inovações, reformulações curriculares e a implantação de novos aspectos pedagógicos com a intenção de melhorar a aprendizagem da Matemática na Educação Básica e Superior. Visando aumentar o conhecimento num aspecto sociocultural integrando-a com outras áreas do conhecimento. Proporcionando aos alunos aprendizagem para fazerem uso da Matemática em situações reais, cotidianas.

A Modelagem surge como meio para motivar os estudantes, facilitando a apreensão e o entendimento da Matemática, originando a habilidade de aplicá-la em outras áreas do conhecimento como também em situações do dia a dia. A pesquisa e as diversas observações, quando estabelecem proposições verdadeiras, buscam extrair elementos válidos fazendo seleções através da mente e assim filtram dados adquiridos para que possam ser processados. Assim, cada pessoa entende e compreende de seu modo, dessa maneira acontece a Modelagem.

3.3 MODELO MATEMÁTICO

Diversos autores abordam de modo geral, que um Modelo Matemático é uma forma de interpretação da Matemática de uma dada situação do mundo real, de acordo com Carreira (1998). Assim, a Modelagem é a ponte entre o mundo real e o matemático, sendo fator potencializador no processo de ensino e aprendizagem da Matemática e por consequência de suas áreas, assim como a Geometria.

O Modelo Matemático apresenta uma forte relação com a Matemática trazendo clareza as situações vividas, em concordância com Bassanezi (2002),

Modelo Matemático é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado. [...] A importância do modelo matemático consiste em se ter uma linguagem concisa que expressa

nossas ideias de maneira clara e sem ambiguidades. [...] Os modelos matemáticos podem ser formulados de acordo com a natureza dos fenômenos ou situações analisadas [...]. (BASSANEZI, 2002, p. 20)

Para Biembengut (2016), o Modelo Matemático reflete propriedades inerentes de algum fenômeno das Ciências desenvolvendo novas propriedades, organizando teorias mais gerais. Permitindo compreender o fenômeno que o gerou, usando uma situação-problema para solucionar, fazendo revelações significativas. Observa-se que há inúmeras definições sobre Modelo Matemático. Essencialmente, esses modelos são métodos que buscam relacionar fenômenos, objetos, com a realidade. Ou seja, é a aplicação prática de conceitos matemáticos envolvendo situações cotidianas.

Ainda de acordo com Scheffer (1995) a Modelagem Matemática intervém no ensino habitual propondo ao ensino estratégias em que o problema se torna ponto inicial para a formulação do Modelo Matemático desenvolvendo a capacidade de aprendizagem com mais compreensão e motivação. Diante disso, essas estratégias trazem uma perspectiva de mais capacitação do aluno, tornando-o mais hábil ao analisar algum problema em todas as suas faces, buscando táticas para a resolução da condição proposta oferecendo motivação para estudar outros campos da Matemática.

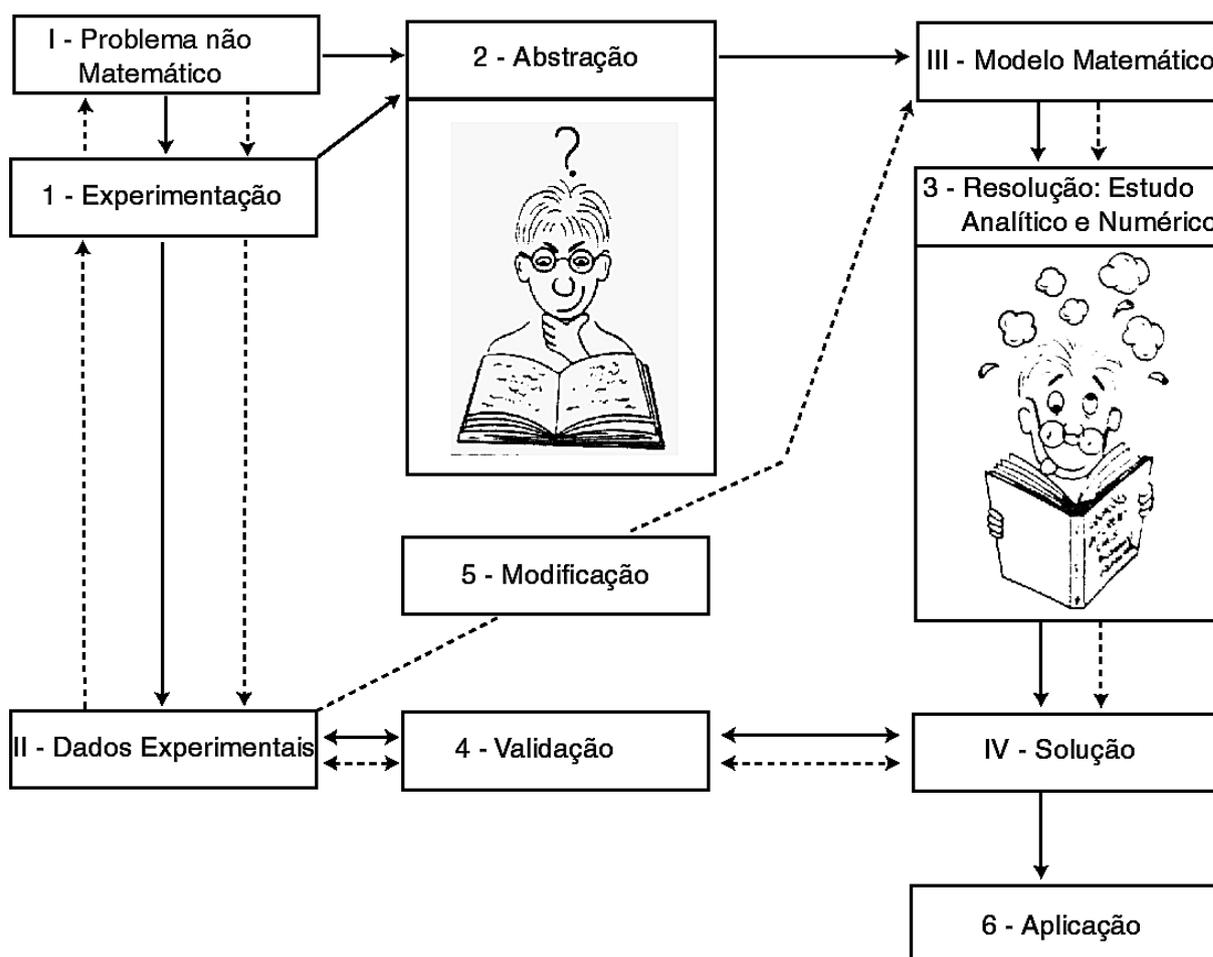
Sabendo que o Modelo Matemático se entende como a solução de um agrupamento de elos, circunstâncias e compreensões do mundo real, os contextos que advêm da realidade se conectam tanto com a natureza, sociedade ou cultura, quanto com temáticas escolares das variadas disciplinas, ao englobar a resolução de problemas, prováveis de serem matematizados visando apresentar, definir e assimilar segmentos do mundo.

Conforme Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática é esquematizada em etapas mentais. Tendo como primeira etapa a experimentação, na qual é realizada a coleta de dados, ou seja, é a fase em que se desenvolve a pesquisa e assim se formulam técnicas e métodos estatísticos, isso pode trazer maior confiabilidade para a pesquisa experimental. A segunda etapa é a abstração, fase que é formulado o Modelo Matemático, e para isso nesse momento busca-se selecionar variáveis de modo que haja a formulação de problemas para que assim sejam formuladas hipóteses tornando possível simplificar o problema proposto.

A terceira etapa é chamada de resolução a qual é possível compreender a linguagem do problema proposto e formular hipóteses que tecem a linguagem

matemática de modo coerente, originando assim o modelo. A quarta etapa é chamada de validação em que se acata ou não o modelo apresentado, há a testagem e a contraposição dos dados empíricos, soluções e valores previstos pelo sistema real. A quinta etapa é chamada de modificação, nessa fase existe a aceitação ou a rejeição do modelo a partir dos princípios inerentes ao problema inicial. Caso haja aceitação do modelo, é possível aplicá-lo sendo a etapa final. A seguir temos o esquema proposto por Bassanezi:

Figura 1 – Fases da Modelagem realçadas em Bassanezi (2002).



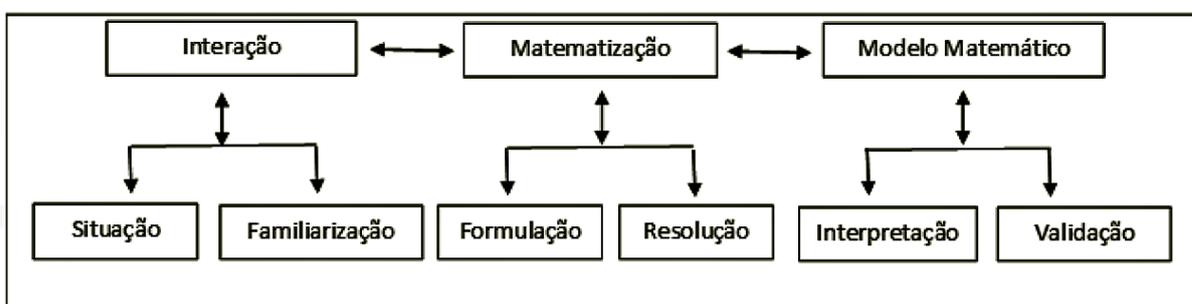
Fonte: Bassanezi (2002, p.27)

Nessa representação esquematizada além dos processos da Modelagem existem as atividades construídas por quem está desenvolvendo os modelos. Ocorre também a diferenciação entre as setas contínuas e as setas pontilhadas, as primeiras indicam a compreensão inicial e as segundas indicam a fase ativa e móvel da investigação de um Modelo Matemático ideal que caracterize o problema em análise.

As fases retratadas por números romanos são as atividades mentais produzidas por quem é responsável por analisar e construir o Modelo Matemático. Pesquisadores de áreas afins tem a função de validar e aplicar esse modelo. A interrelação entre pesquisadores conduz a conquista de modelos úteis. A correlação entre pesquisadores está presente principalmente nas etapas de elaboração de hipóteses, na seleção de variáveis e na validação do modelo. Em sua estrutura Bassanezi (2002) não destaca a matematização como uma etapa embora esteja inerente aos processos de abstração e resolução.

Um projeto que destaca a matematização como fase do processo de Modelagem é o esquema proposto por Biembengut (1999), ela afirma que a matematização é a fase com maior grau de dificuldade pois é desafiadora. Abaixo apresentamos essa estrutura.

Figura 2 – Fases da Modelagem realizadas em Biembengut (1999).



Fonte: Biembengut (1999)

A primeira etapa chamada de interação consiste no primeiro contato com o conteúdo, sendo realizadas as pesquisas iniciais. Essa etapa é subdividida em outros dois subitens que são caracterizados pela análise da situação problema e pela familiarização. Esses dois subitens não seguem uma ordem fixa nem são finalizadas ao alcançar uma nova etapa. Há uma interrelação entre os elementos que tornam a situação problema cada vez mais compreensível.

A segunda etapa é a matematização em que o grau de complexidade é maior. Nessa fase é destacada a transição da situação problema para a linguagem matemática. Esse processo contém a formulação e resolução, nesse momento é indispensável a capacidade de percepção e imaginação pois a situação é solucionada e analisada com os artefatos matemáticos dispostos.

A terceira etapa é o Modelo Matemático em que se realiza a verificação do grau de aproximação com a situação problema proposta. Essa etapa é subdividida em interpretação e validação, a investigação das soluções do modelo proposto permite

fazer sua interpretação para que conforme se aproxime e se ajuste haja a validação, que verifica a relevância das soluções.

A partir das pesquisas desenvolvidas sobre esses dois autores apresentamos uma tabela que sintetiza os processos da Modelagem e seus principais conceitos para que seja possível fazer uma comparação entre as ideias de cada pesquisador mesmo que os dois defendam a Modelagem como método válido para melhorar a aprendizagem.

Tabela 1 - Relação entre os processos da Modelagem

Autores	Processos da Modelagem			Modelagem estratégia de ensino na Educação Matemática
	Interação	Matematização	Modelo Matemático	
Bassanezi (2002)	Experimentação	Abstração e resolução	Validação e modificação	No ensino a Modelagem é somente uma estratégia de aprendizagem esse processo é chamado de Modelação Matemática. Nesse método são construídas fases em que há sistematização e aplicação do conteúdo matemático.
Biembengut (1999)	Situação problema e familiarização	Formulação e resolução	Interpretação e validação	É uma ferramenta capaz de integrar o mundo real e o mundo matemático. Tornando possível elaborar o Modelo Matemático que além de exigir grande conhecimento matemático necessita de capacidades como criatividade e intuição as quais auxiliam no senso lúdico que se adapta ao conteúdo matemático

Fonte: autoria própria.

O próximo capítulo, está voltado a elencar trabalhos que usaram e aplicaram a Modelagem como estratégia de ensino. Analisando os materiais pesquisados a fim de que possamos apresentar e comprovar a eficácia e importância da Modelagem no ensino em busca da melhora da aprendizagem matemática.

4 METODOLOGIA

A metodologia usada está pautada na investigação qualitativa a qual utiliza a concepção do participante para aborda-la através de seu significado sem utilização de métodos estatísticos. Conforme Amoras e Amoras (2016):

Na qualitativa, são analisados os dados a partir de suas qualidades, ou seja, não serão notados os aspectos estatístico e matemático do objeto estudo, mas suas disposições idiossincráticas, sendo suas falas analisadas, seus modos, comportamentos, usos de imagens, ilustrações diversas e histórias. (AMORAS e AMORAS, 2016, p.133)

Esse trabalho apresenta a relação entre a Modelagem e o ensino-aprendizagem da Matemática, particularmente na área da Geometria. Apontando a importância da compreensão de conceitos matemáticos e aspectos que favorecem sua aprendizagem. A pesquisa foi estruturada nos PCNS, na BNCC e artigos que usaram a Modelagem como tema para seu desenvolvimento, assim foi possível elencar as contribuições provenientes do elo estabelecido entre a aplicação de situações problemas e o entendimento matemático.

Desse modo, o método utilizado possui perfil bibliográfico com vertente exploratória, de acordo com Gil (2002)

A pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos. Embora em quase todos os estudos seja exigido algum tipo de trabalho dessa natureza, há pesquisas desenvolvidas exclusivamente a partir de fontes bibliográficas. Boa parte dos estudos exploratórios podem ser definida como pesquisas bibliográficas. (GIL, 2002, p. 44)

Uma vez que cada artigo foi estudado e analisado na busca de extrair elementos que possam melhorar o ensino e aprendizagem da Geometria buscando expor a importância da aprendizagem matemática para formação cidadã. Visando desenvolver atividades que fomentem a apreensão de tal área.

Foram realizadas buscas inicialmente com a finalidade de apresentar e refletir sobre atividades que utilizam a Modelagem de forma que facilite o ensino e aprendizagem da Geometria. A partir daí, foram destacadas fases importantes do contexto histórico dessa tendência em Educação Matemática e do ensino da Geometria. Conseqüentemente, entre tantos autores e pesquisadores da Modelagem Matemática, dois receberam destaque, sendo expressadas suas definições e seus conceitos no campo do ensino da Matemática.

Os dois pesquisadores da Modelagem Matemática, Biembengut e Bassanezi, foram os pilares para construção do presente trabalho. Os dois artigos desenvolvidos, respectivamente, por Ferreira e Félix foram apresentados e aplicados em escolas e serviram para demonstrar a veracidade da Modelagem como estratégia de ensino. Esses trabalhos foram a campo e são um meio que asseguram a relevância da presente pesquisa e da Modelagem Matemática como método de ensino eficaz, com frutos, experiências e relatos positivos.

Esse trabalho traz pontos de vistas sobre o descaso para com o ensino da Geometria pautados especialmente em Pavanello e Lorenzato. E assim pode-se defender a relevância do ensino dessa área da Matemática para construção e formação do cidadão, que deve possuir habilidades críticas. A seguir, serão apresentadas as pesquisas construídas através da Modelagem como estratégia de ensino. A primeira pesquisa é uma dissertação que aborda o seguinte tema, “A Modelagem Matemática aplicada ao estudo da Geometria plana e espacial: área, perímetro e volume” de Alex dos Santos Ferreira. A segunda pesquisa é um artigo que traz o tema, “Ensino de Geometria por meio da Modelagem: um estudo das embalagens para o alimento à base de cereal” de Sônia Regina Félix e Lilian Akemi Kato.

5 CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA

Esta seção será destinada à apresentação de pesquisas que foram aplicadas tendo como base de sua estrutura a Modelagem em conjunto com a Geometria, sendo esse um dos critérios para a escolha dos artigos, vale destacar que outro fator relevante para essa seleção foi que os trabalhos utilizaram os autores: Bassanezi e Biembengut, respectivamente. Apresentamos duas pesquisas as quais desenvolveram atividades voltadas à Geometria modelando estratégias para resolução dos problemas apresentados, visando melhorar a compressão da disciplina em sala de aula.

5.1 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO: A MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO ESTUDO DA GEOMETRIA PLANA E ESPACIAL: ÁREA, PERÍMETRO E VOLUME¹

A pesquisa escolhida é uma dissertação desenvolvida por meio da vertente qualitativa, sendo voltada ao Ensino Médio mais precisamente a turma de segunda série a qual havia trinta e um alunos, tendo como cenário uma escola estadual no município de Beruri, situado no estado do Amazonas. A estrutura foi bem construída e conta com tópicos de extrema relevância. Na qual foram apresentadas dificuldades inerentes ao processo de ensino e aprendizagem, trazendo estratégias facilitadoras para a melhoria e qualidade da Educação.

O trabalho contou com grande embasamento teórico contando com um pouco mais de quarenta autores, inclusive Biembengut e Bassanezi, principalmente, pontuando possibilidades que favorecem o ensino e aprendizagem e fatos que desfavorecem.

Na metodologia foram apresentados gráficos com dados relevantes que estão anexados a esse trabalho, de início temos o anexo A que expôs a faixa etária da turma, a qual estava entre 16 e 17 anos, 83% dos alunos estavam com idade correta para a série, e por consequência o restante estava fora da faixa. O segundo gráfico, anexo B, contava com dados sobre o período dedicado aos estudos fora da sala de aula. O terceiro (anexo C) apresentou as mídias acessadas pelos alunos. O anexo D,

¹ FERREIRA, Alex dos Santos. **A modelagem matemática aplicada ao estudo da geometria plana e espacial: área, perímetro e volume.** Universidade Federal do Amazonas, 2020.

é a quarta representação gráfica que exibiu o comportamento dos alunos durante a aula de matemática.

Em seguida, no anexo E, foram apresentadas graficamente a participação e realização das atividades de matemática pelos alunos. O sexto gráfico (anexo F), analisou a capacidade e aprendizagem da Matemática. O anexo G é sétima representação gráfica e expôs o desempenho do aluno frente ao conhecimento matemático. Por fim, o anexo H apresenta os conteúdos que os alunos mais gostaram e aprenderam.

Para efetivação do trabalho com a Modelagem foi preciso realizar algumas reuniões com a turma. Houve o primeiro encontro em que foi feita uma explanação sobre o que era e do que se tratava a Modelagem Matemática, de maneira expositiva foram apresentados *slides* os quais traziam referência de autores sobre Modelagem, como por exemplo, Bassanezi (2002).

Na primeira reunião, foi solicitado propostas de conteúdos a serem trabalhados através da Modelagem Matemática. Nesse momento, ficou nítido dificuldade para que eles conseguissem expressar tais temas. Em seguida, houve insistência na sugestão de assuntos que foi feita por escrita no papel, os quais trouxeram os seguintes temas: saneamento básico, agricultura, pesca, abastecimento de água, fornecimento de energia, comercio, transporte fluvial, campeonato de futsal, escola, atendimento nas UBS, alimentação, gasto com combustível. Esses tópicos despertaram grande interesse do professor, uma vez que eles têm grande relevância no âmbito social.

Houve uma votação para seleção dos termos elencados. Os mais votados foram: abastecimento de água, pescaria e campeonato de futsal. Dentre esses três orientou-se que apenas um fosse escolhido, com a condição de que o tema escolhido fosse próximo do conteúdo que o professor titular estava trabalhando.

Logo, a turma decidiu trabalhar com o tema: abastecimento de água, já que o conteúdo que estavam estudando era sólidos geométricos. Deve-se levar em consideração que os dois reservatórios de água do município tinham formas geométricas: um cilindro e outro paralelepípedo. Esse fato facilita o relacionamento entre o aluno e o cotidiano.

No terceiro encontro, foi solicitado que os alunos desenvolvessem pesquisas de modo livre e arbitrário. Mas como a liberdade trouxe obstáculos com relação ao fato de se pesquisar, foram oferecidos alguns norteamentos, tais como: empresa responsável pelo abastecimento de água da cidade, secretaria de infraestrutura e

meio ambiente, moradores de alguns bairros da cidade e também a pesquisa através da internet.

Norteados os alunos sentiram-se mais confiantes a realizarem a pesquisa, foram divididos em cinco grupos, conforme os temas. Foram disponibilizados três dias para coleta de dados para que fosse realizada a apresentação, apenas três grupos conseguiram apresentar que é um ponto negativo, mesmo assim as equipes que realizaram a pesquisa fizeram um bom trabalho que refletiu na apresentação.

Foi desenvolvido um trabalho de campo em que nove alunos participaram juntamente com o professor, sendo realizado no turno em que os alunos estudavam. Houve a visita à concessionária de água encanada da cidade.

Figura 3 – Reservatórios de água

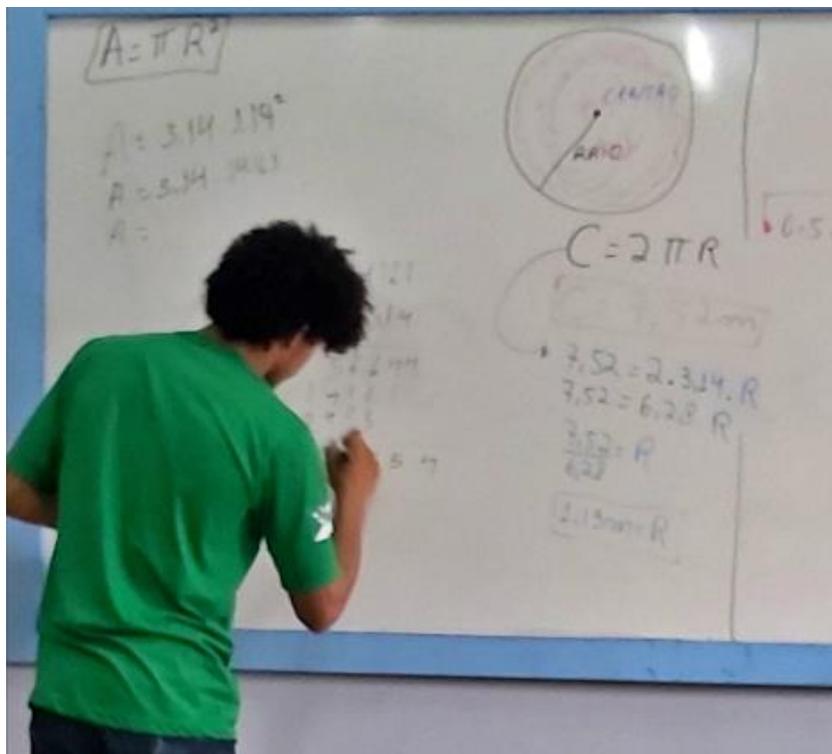


Fonte: Ferreira (2020).

Com a finalidade de responder algumas indagações, como por exemplo: a capacidade de água suportada pelo reservatório. Os alunos foram norteados pelo professor a fazerem medições do reservatório. Por orientação do professor e conforme o que estava sendo trabalhado em sala, os alunos desenvolveram a atividade voltada ao reservatório com formato cilíndrico. Os alunos apresentaram seus cálculos no quadro branco um dos alunos realizou os cálculos sobre a medida do raio

e a área da base para assim aplicar os valores na fórmula para calcular o volume e encontrar a capacidade comportada pelo reservatório, como mostra a imagem a seguir:

Figura 4 – Aluno realizando os cálculos sobre a medida do raio e a área da base



Fonte: Ferreira (2020).

O professor pontuou alguns obstáculos após concluir a atividade, como: falta de comprometimento, falta de tempo, falta de participação, entre outros. Diante disso, vale ressaltar que houveram pontos positivos como a eficácia do desenvolvimento da atividade e a importância de aplicar a Matemática ao cotidiano do aluno, quebrando barreiras e protótipos, apresentando a utilidade da disciplina no mundo real, assim foi possível perceber sua aplicabilidade.

5.2 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO: ENSINO DE GEOMETRIA POR MEIO DA MODELAGEM: UM ESTUDO DAS EMBALAGENS PARA O ALIMENTO À BASE DE CEREAL²

Esse artigo trouxe uma perspectiva lúdica a qual foi abordada como ferramenta para desenvolver Modelos Geométricos para facilitar e melhorar a relação do alunado com a Matemática. É um relato sobre um projeto de intervenção pedagógica

² FÉLIX, Sônia Regina; KATO, Lilian Akemi. Ensino de geometria por meio da modelagem: um estudo das embalagens o para alimento à base de cereal. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**, Paraná, ano 2013.

executado em uma escola denominada Colégio Estadual Igléa Grollmann – Ensino Fundamental e Médio, no município de Cianorte, PR, sendo aplicado em uma turma de 9º ano.

Foram apresentados os obstáculos enfrentados e encontrados tanto pelos docentes como pelos discentes em especial na apreensão dos conceitos geométricos no Ensino Fundamental. Foi fundamentado em grandes autores tais como: Pavanello, Biembengut e Lorenzato.

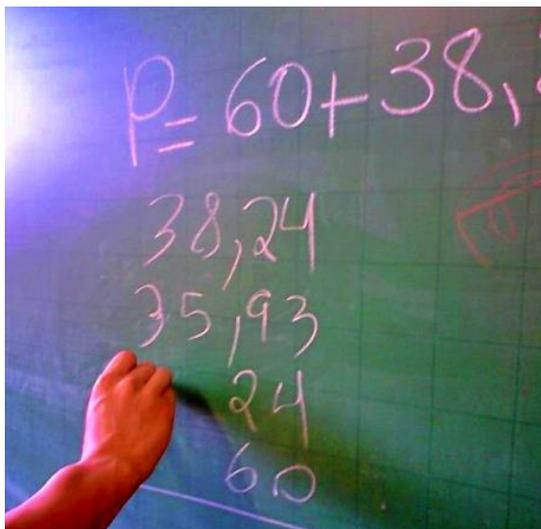
A intervenção pedagógica foi desenvolvida com intenção das aulas serem mais motivadoras e atraentes para que assim a turma pudesse notar a relevância do conteúdo trabalhado e estudado. Para isso, usou-se a Modelagem Matemática como método de ensino, assim a partir de um acontecimento do mundo real, gerou-se o modelo e como ferramenta didática foram utilizadas embalagens.

A Modelagem foi utilizada na vertente cotidiana, que abordava experiências vivenciadas pelos estudantes. As embalagens utilizadas possuíam formato geométrico. Os materiais trabalhados foram caixas, como: achocolatados, creme dental, conservas, biscoitos e outras. Ao manipular as embalagens os alunos conseguem estabelecer algumas relações com entes geométricos, como: retas, planos, vértice, ângulos e triângulos.

Era feita uma análise da data de validade, código de barras, considerando a história das embalagens, seus formatos, serventia, resistência, beleza e outros critérios. Para isso foram abordados alguns conteúdos da Geometria plana e espacial através da Modelagem promovendo interação em sala, como observações e debates.

Foram aplicadas nove atividades, ao longo do desenvolvimento das atividades foram encontradas dificuldades, tais como: cálculos com números decimais, nas operações básicas, com números inteiros e decimais, planificação e construção de sólidos, no manuseio de ferramentas como, compasso, régua e transferidor.

Figura 5 – Uma das atividades propostas



Fonte: Félix (2013).

Na atividade final utilizando a Modelagem como ferramenta para o ensino e aprendizagem foi solicitado a construção de um formato ideal para embalagens de cereais com capacidade de duzentos gramas visando maior economia no material. Para isso a turma fez planificações das embalagens e cálculos, como regra de três e notaram que a mais econômica em material seria a caixa cilíndrica embora que para eles não fosse a mais adequada, por não ser tão prática. A turma por fim, decidiu que a melhor opção seria o formato de paralelepípedo retângulo pois teria um bom visual para estar nas prateleiras e boa funcionalidade.

Figura 6 – Embalagens confeccionadas pela turma



Fonte: Félix (2013).

5.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS PESQUISAS

A Modelagem Matemática nesses dois trabalhos poderia ter sido aplicada de modo interdisciplinar, uma vez que os temas propostos no primeiro trabalho poderiam ter sido relacionados com outras disciplinas podendo trabalhá-los em parceria. E na segunda pesquisa as embalagens foram relacionadas com o ambiente social e vivência cotidiana para assim trabalhar os conteúdos. Nesse caso, os trabalhos poderiam ter sido desenvolvidos em conjunto com outra disciplina, por exemplo: ciências, pelo cuidado ambiental.

Esses fatos trazidos podem ser confirmados na BNCC que prega a multidisciplinaridade:

Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. É possível, por exemplo, desenvolver um projeto com a História, visando ao estudo do dinheiro e sua função na sociedade, da relação entre dinheiro e tempo, dos impostos em sociedades diversas, do consumo em diferentes momentos históricos, incluindo estratégias atuais de *marketing*. (BRASIL, 2018, p. 269)

Nas pesquisas foi possível perceber a presença das fases da Modelagem no momento em que há interação da turma com os problemas propostos e a partir daí são formuladas hipóteses para auxiliar na resolução e por conseguinte validar as soluções por meio da sua relevância para assim aplicar de maneira eficaz o que foi pedido nas atividades.

A primeira pesquisa usou fundamentos, principalmente de Bassanezi, em que as etapas tornam-se visíveis no momento em que a turma fez interação e experimentação com a coleta de dados que auxiliaram no desenvolvimento e solução da atividade, em seguida matematizaram ao abstrair, formular e resolver o que havia sido solicitado, por fim chegaram ao Modelo Matemático em que foi possível interpretar e validar a atividade por meio dos cálculos, caso houvesse necessidade poderia haver modificação para chegar ao resultado esperado.

A segunda pesquisa foi respalda em Biembengut e possibilitou a visualização das fases da Modelagem no instante em que as embalagens foram apresentadas à turma havendo interação e experimentação formulando estratégias para solucionar a proposta trazida, posteriormente ocorreu a matematização ao abstrair, formular e resolver a situação problema apresentada, e assim desenvolveram o Modelo

Matemático e ao interpretar foi possível validar chegando à conclusão que a embalagem que menos gastaria material seria a caixa cilíndrica mesmo que a turma não considerasse mais adequada a partir daí houve a modificação da solução para melhor atender os critérios apresentados sendo considerado a melhor forma para a embalagem em formato paralelepípedo retângulo.

A seguir temos a tabela 2 para melhor visualizar as fases da Modelagem nos trabalhos apresentados, de acordo com Bassanezi e Biembengut. O primeiro trabalho apresentado contém características pautadas na Modelagem de acordo com Bassanezi, já o segundo dispõe de traços fundamentados em Biembengut. Sendo assim, como já construímos uma relação entre as fases desses autores utilizaremos apenas os três tópicos principais:

Tabela 2 - Associação entre os autores e as pesquisas

Trabalhos	Fases da Modelagem	Associação
Primeiro trabalho apresentado	Interação	O momento em que os alunos sugeriram os temas afunilando até finalmente optar por apenas um, o qual tinha relação com o que estava sendo estudado em sala.
	Matematização	A pesquisa exploratória que desenvolveram, obtendo informações relevantes compreendendo ainda mais o tema, aprofundado o conhecimento da turma.
	Modelo Matemático	Fase em que houve a verificação do grau de aproximação com a situação problema e mundo real, ou seja, momento da apresentação da pesquisa realizada mostrando os resultados da atividade de campo.
Segundo trabalho apresentado	Interação	Ocorreu quando se realizou uma reunião com os estudantes, a qual o professor explicou como iria se desenvolver o projeto.
	Matematização	A turma realizou pesquisas sobre embalagens de cereal matinal, tendo objetivo de encontrar o modelo ideal para armazenar duzentos gramas de cereal de forma mais econômica.
	Modelo Matemático	Ao manipular as embalagens os alunos desenvolveram cálculos e desenvolveram a embalagem mais econômica. Para a validação foi necessário fazer a modificação, uma vez que a turma percebeu que a embalagem não teria bom visual nas prateleiras e nem seria funcional.

Fonte: autoria própria.

Ao analisar os dois trabalhos percebe-se que sendo turmas, regiões e realidades diferentes, o fato de os alunos modelarem buscando solucionar situações problemas trouxe motivação, interação tanto com os colegas como com o professor e possibilitou melhor rendimento. Tendo em vista isso, apresentamos por fim as ponderações sobre toda a pesquisa desenvolvida.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Modelagem Matemática no presente trabalho foi abordada de acordo com Biembengut e Bassanezi, sendo desenvolvido em conceitos geométricos. Foram trazidas pesquisas que utilizaram a Modelagem para serem desenvolvidas, a partir de conteúdos da Geometria.

Como o trabalho versa sobre um levantamento bibliográfico e qualitativo consideramos então que a metodologia usada nas pesquisas trouxe bons resultados ao ensino da Geometria de maneira visível, os trabalhos apresentados destacam a interação adquirida na aplicação das atividades, a motivação e as dúvidas que surgiam, todos esses fatores contribuíram e melhoraram o entendimento dos conteúdos trabalhados em sala de aula e, conseqüentemente, fortaleceu o interesse dos alunos melhorando a fluidez das aulas.

Destacamos também o fato de tratar o aluno como seres ativos, sendo o centro da aprendizagem, pois eles usaram as ferramentas e os materiais disponibilizados para construir e modelar as soluções para as situações-problema trazidas. Sendo assim, os temas podem ser trabalhados de modo mais amplo no sentido de trazer a multidisciplinaridade para a aula, aumentando o interesse e a capacidade de relacionar os assuntos, trabalhando com problemas encontrados no cotidiano ou em outras áreas de ensino, haja vista que os assuntos envolvidos e utilizados nas pesquisas têm relação com os impactos ambientais e na sociedade, de maneira geral.

Ao tratar o descaso para com o ensino da Geometria torna-se necessário buscar e aplicar estratégias que contribuam para o desenvolvimento da aprendizagem de forma crítica e eficaz sendo o aluno centro da construção do conhecimento de modo ativo.

As pesquisas apresentadas foram aplicadas em escolas distintas, de regiões e séries diferentes. Elas eram fundamentadas no uso da Modelagem para o ensino da Geometria e visavam melhorar o ensino e a aprendizagem dessa área, que está a margem nas grades curriculares.

A relação aluno professor é prejudicada ou favorecida pela interação que há no ambiente escolar trazendo danos ao ensino e aprendizagem. A partir da proposta apresentada conclui-se que ao trazer o aluno para o centro, de modo que ele esteja envolvido nas aulas ativamente, ao apresentar conceitos e cobrar que construam soluções para as atividades por meio de Modelos Matemáticos que podem ser inseridos em diversas áreas de ensino, como cultural, ambiental, social, empírica entre

outras, houve uma melhora na dinâmica das aulas de modo que as turmas ao participarem do desenvolvimento das atividades puderam relacionar o assunto com situações reais percebendo os conceitos geométricos em suas vidas.

REFERÊNCIAS

AMORAS, F. C.; AMORAS, A. V. A pesquisa no ensino superior: um ensaio sobre metodologia científica. **Estação Científica (UNIFAP)**, Macapá, v. 6, n. 3, p. 127-136, set./dez. 2016. DOI: 10.18468/estcien.2016v6n3.p127-136. Disponível em: <https://periodicos.unifap.br/index.php/estacao/article/view/2923/vilhenav6n3.pdf>. Acesso em: 28 jun. 2022.

BARBOSA, J. C. **Modelagem na Educação Matemática**: contribuições para o debate teórico. 24ª REUNIÃO ANUAL DA ANPED. Anais... Caxambu/MG, 2001.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática**: O que é? Por que? Como? Veritati, n. 4, p. 73- 80, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática e Implicações no Ensino Aprendizagem de Matemática**. Blumenau: Ed. Da Furb, 1999.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **ALEXANDRIA Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Ensino Fundamental. Brasília, DF: MEC/Secretária de Educação Básica, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: educação é a base. Brasília, DF, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso em: 17 jul. 2022.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais** - terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ciências naturais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.

CARREIRA, S. **Significado e aprendizagem da Matemática**: dos problemas de aplicação à produção de metáforas conceptuais. 1998. Tese (Doutorado em Educação – Universidade de Lisboa, Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática**: representação e construção. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FÉLIX, S. R.; KATO, L. A. Ensino de geometria por meio da modelagem: um estudo das embalagens para alimento à base de cereal. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**, Paraná, ano 2013, v. 1, p. 1-16.

FERREIRA, A. S. **A modelagem matemática aplicada ao estudo da geometria plana e espacial**: área, perímetro e volume. Universidade Federal do Amazonas, 2020. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional).

FONSECA, M. C. F.R., LOPES, M. P., BARBOSA, M. G. G., GOMES, M. L. M. DAYRELL, M. M. M. S. S. **O ensino da geometria na escola fundamental**: Três questões para formação do professor de matemática dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002

LORENZATO, S. Porque não ensinar Geometria? In: Educação Matemática em **Revista – SBEM**, 1995, p.3 – 13.

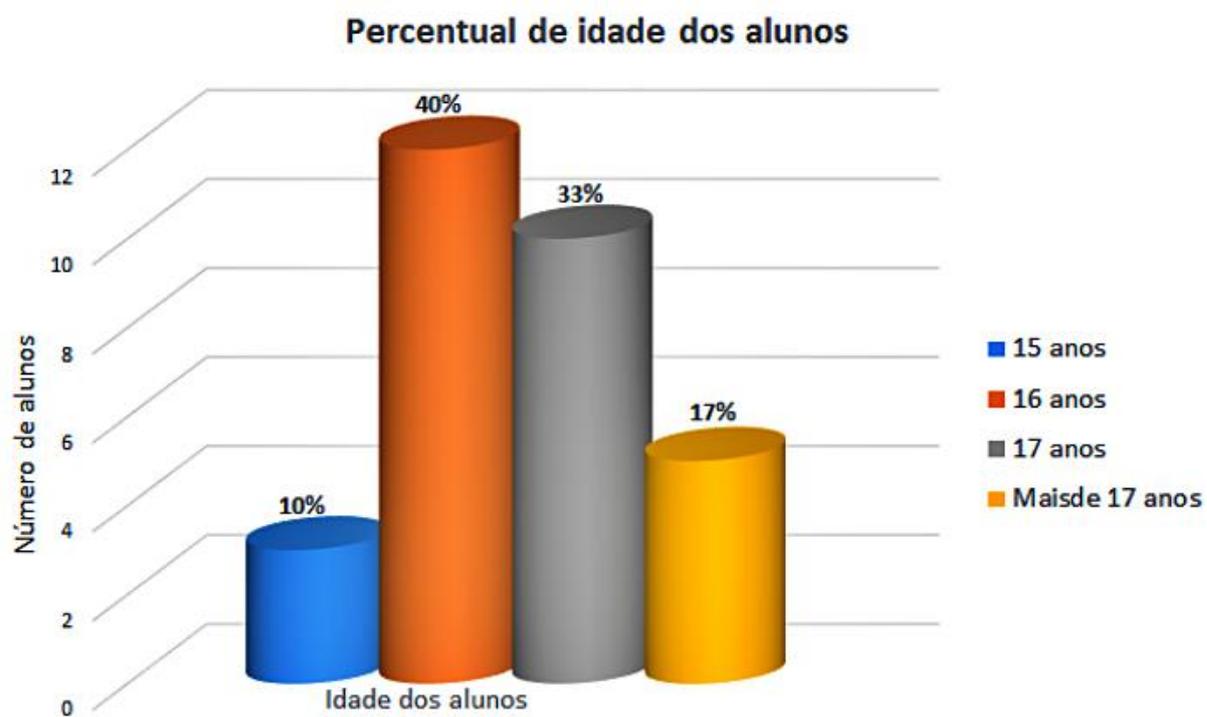
NACARATO, A. M., PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**. Campinas, v. 1, n. 1, mar. 1993.

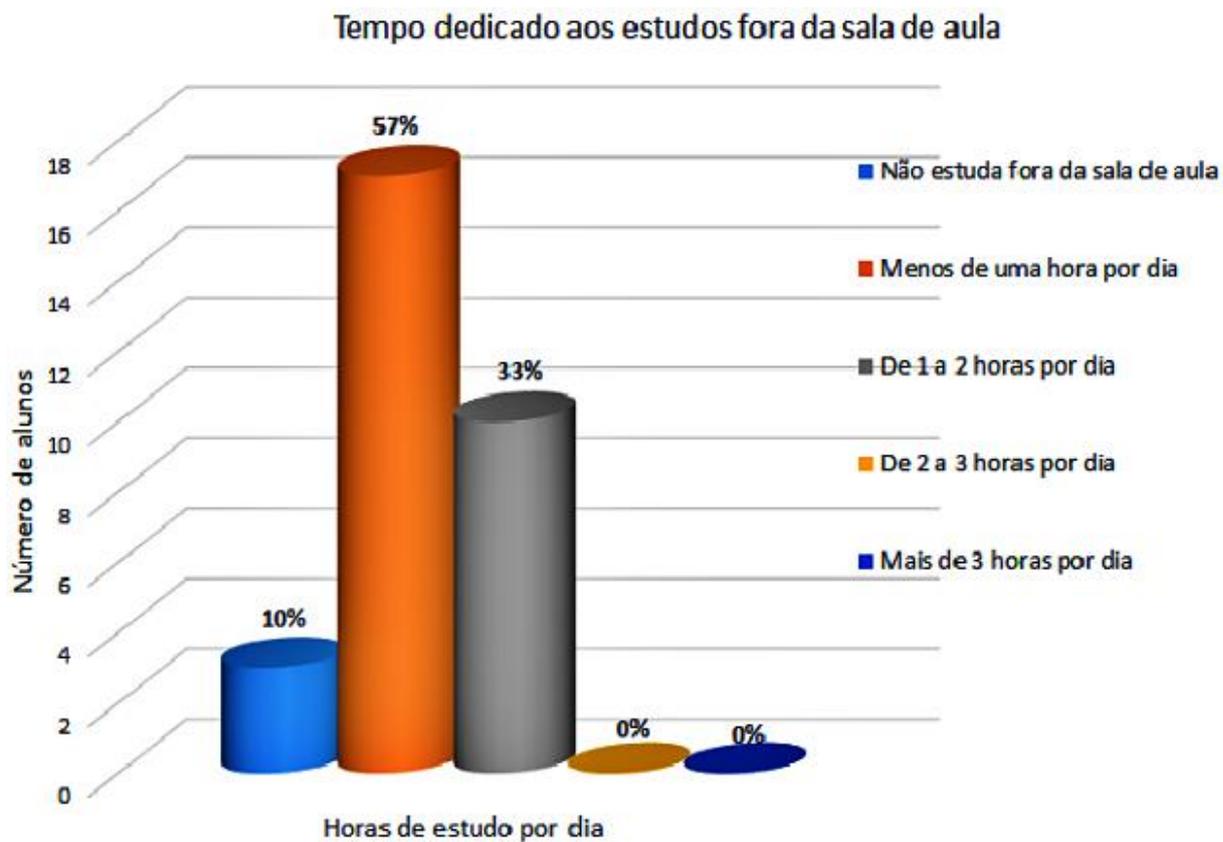
SCHEFFER, N. F. **O Encontro da Educação Matemática com a Pedagogia de Freinet**. Rio Claro: UNESP, 1995. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, 1995.

ANEXOS

ANEXO A – FAIXA ETÁRIA DOS ALUNOS

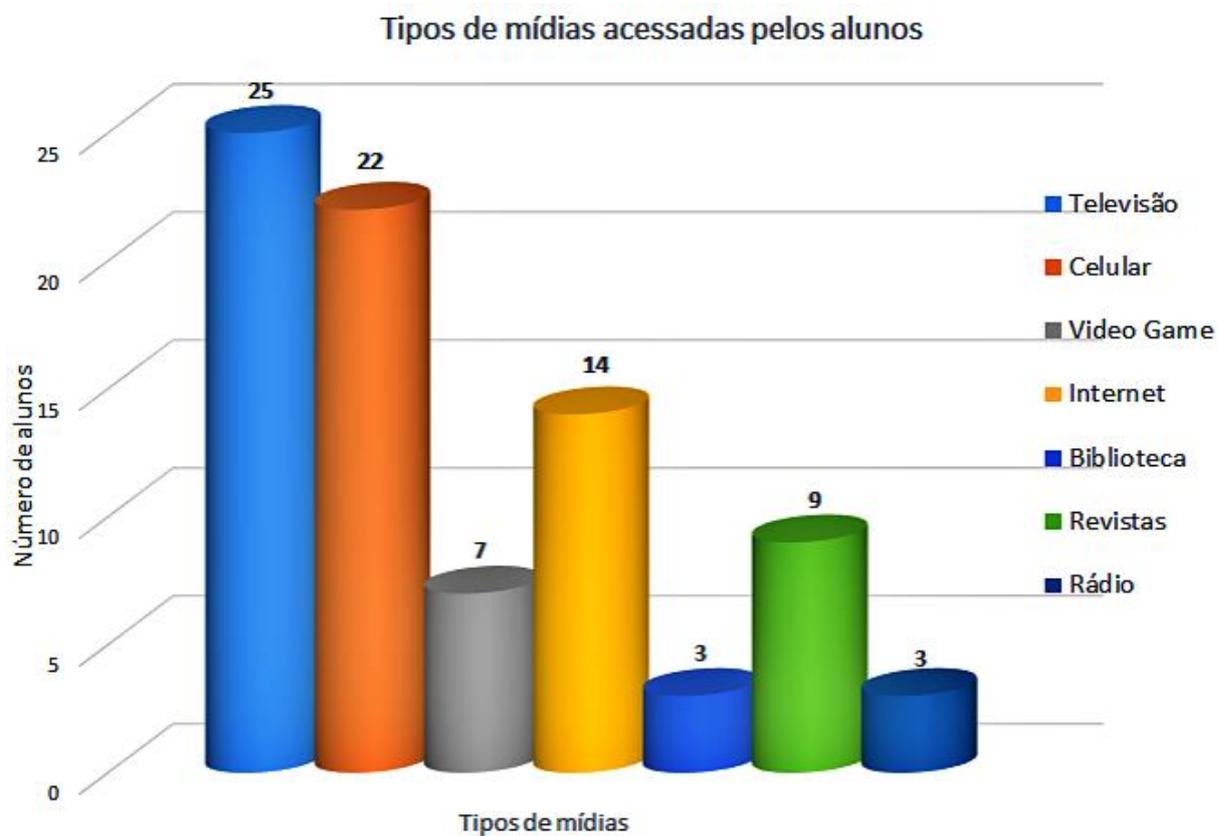


Fonte: Ferreira (2020).

ANEXO B – TEMPO DEDICADO AOS ESTUDOS FORA DA SALA DE AULA

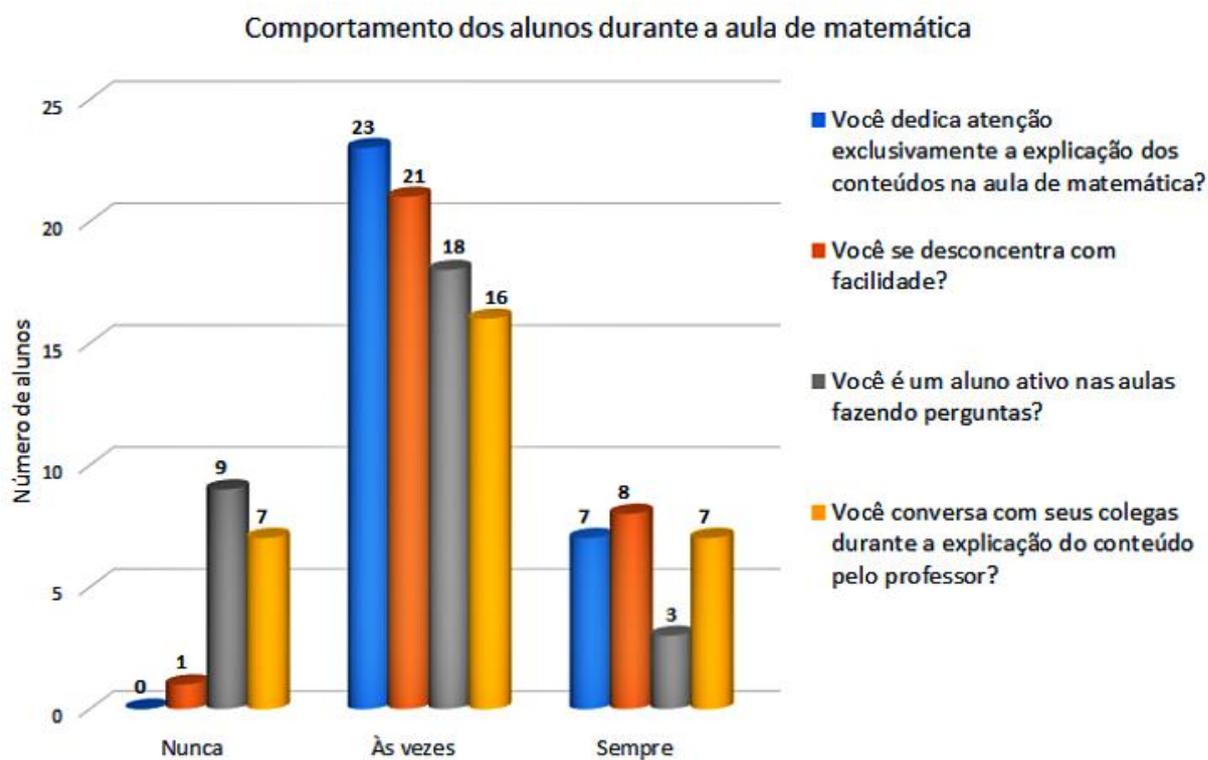
Fonte: Ferreira (2020).

ANEXO C – TIPOS DE FERRAMENTAS DISPONÍVEIS PARA O ACESSO DE INFORMAÇÕES



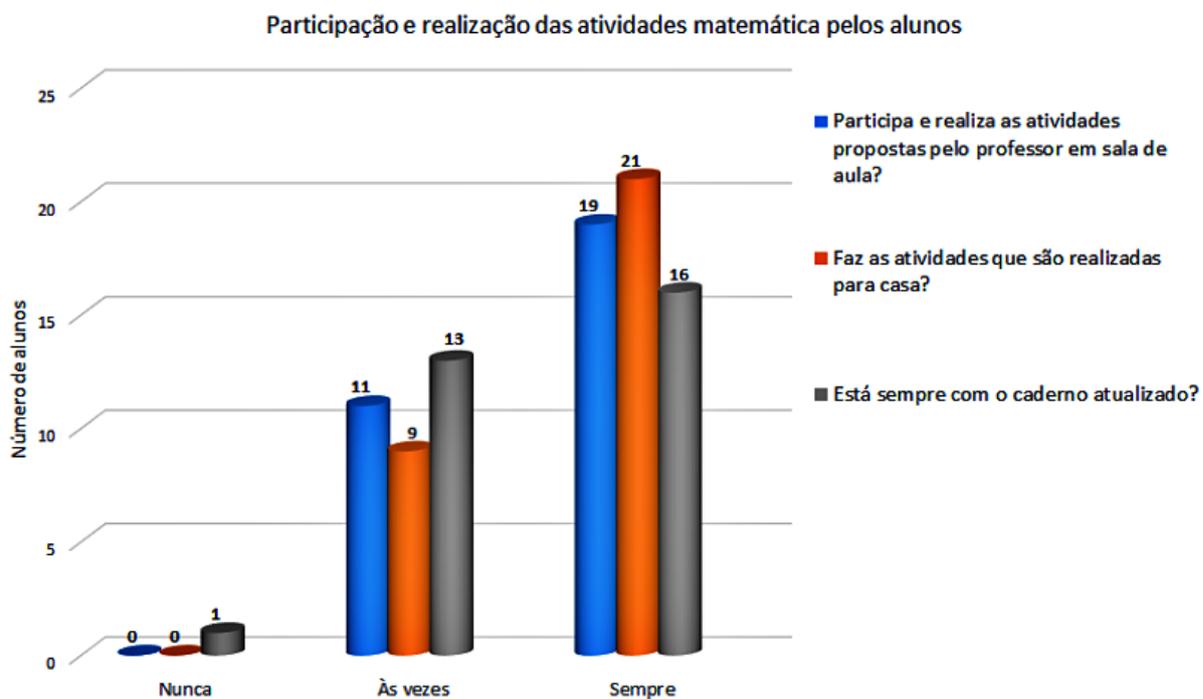
Fonte: Ferreira (2020).

ANEXO D – COMPORTAMENTOS DOS ALUNOS DURANTE A AULA DE MATEMÁTICA



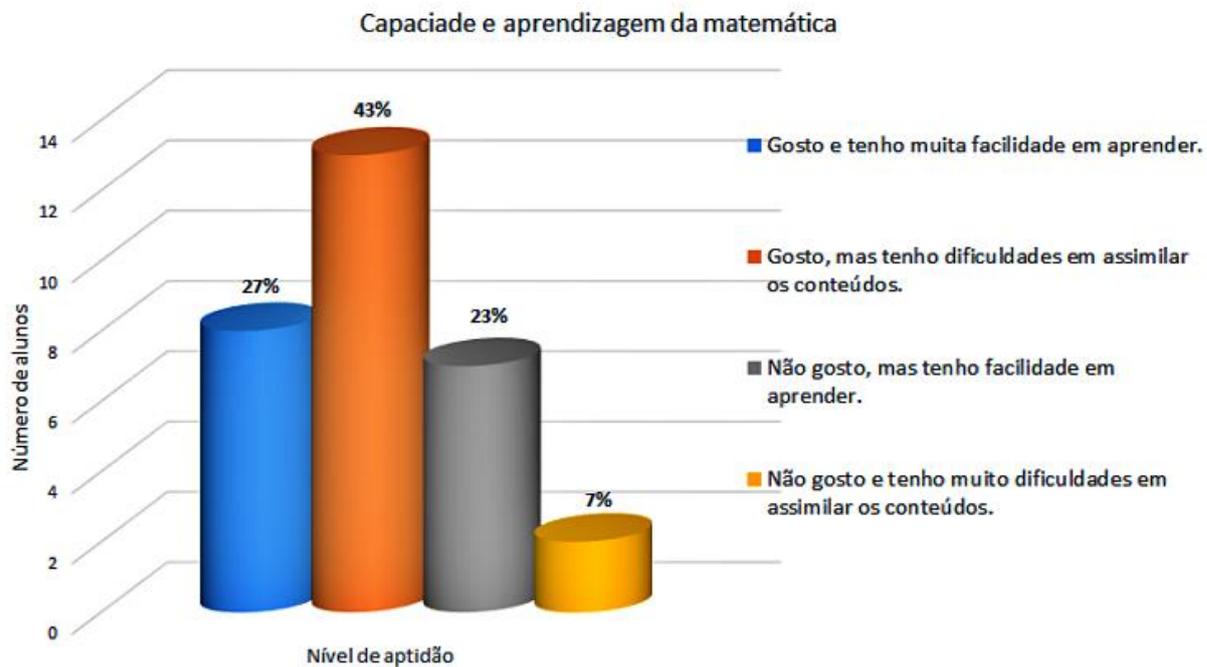
Fonte: Ferreira (2020).

ANEXO E – PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS NAS TAREFAS PROPOSTAS PELO PROFESSOR



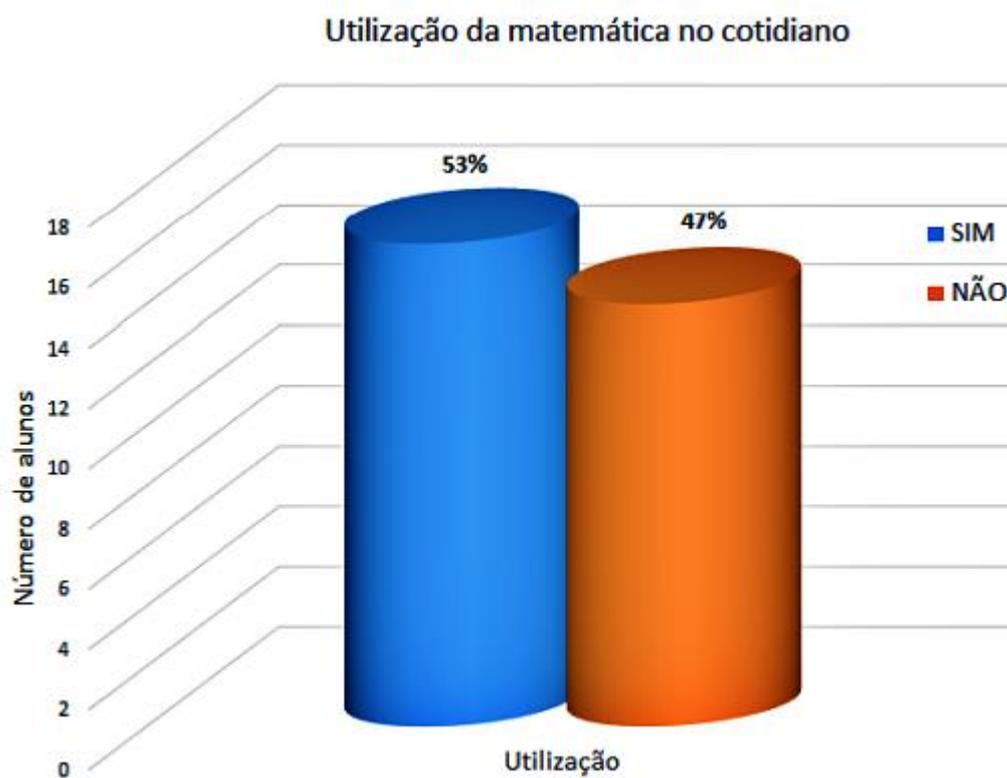
Fonte: Ferreira (2020).

ANEXO F – DESEMPENHO DO ALUNO FRENTE AO CONHECIMENTO MATEMÁTICO



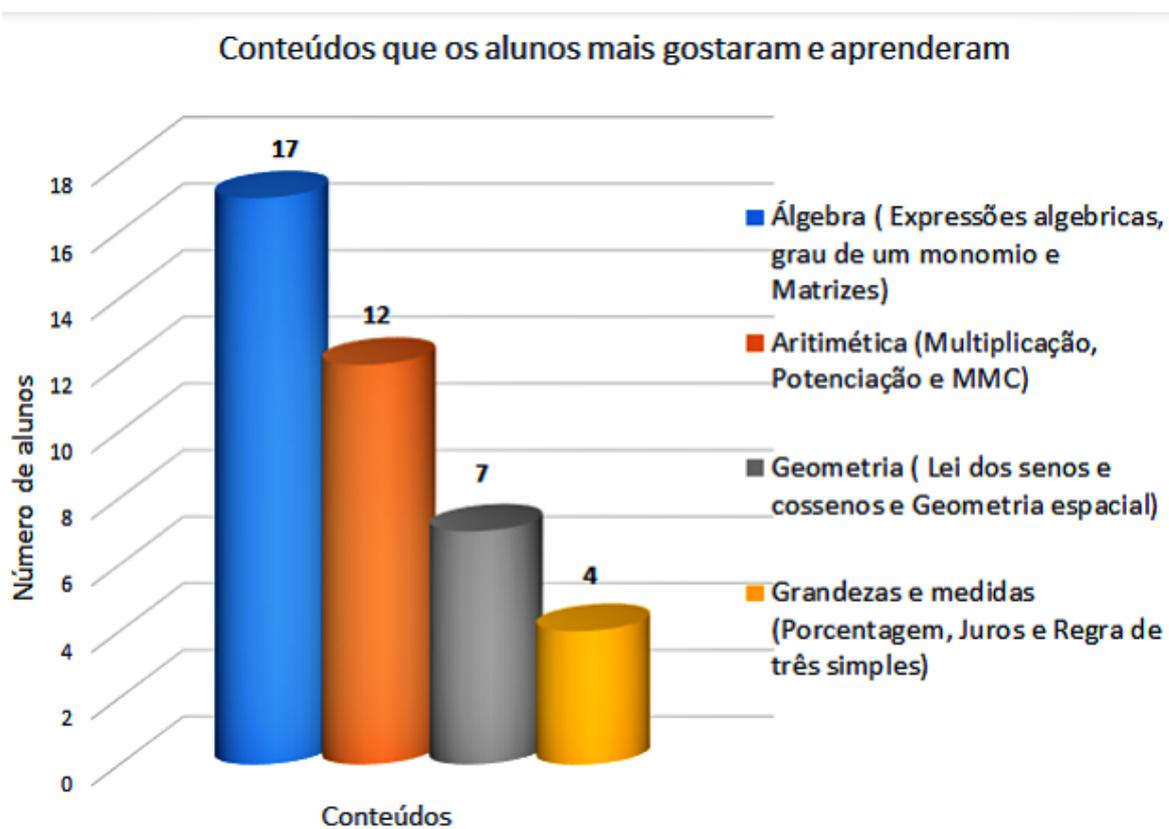
Fonte: Ferreira (2020).

ANEXO G – DESEMPENHO DO ALUNO FRENTE AO CONHECIMENTO MATEMÁTICO



Fonte: Ferreira (2020).

ANEXO H – CONTEÚDOS QUE OS ALUNOS MAIS GOSTARAM E APRENDERAM



Fonte: Ferreira (2020).