UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

GIOVANNI ARAÚJO SOUSA

MATEMÁTICA FINANCEIRA: ANÁLISE DE QUESTÕES SOB A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

CAMPINA GRANDE
2023

GIOVANNI ARAÚJO SOUSA

MATEMÁTICA FINANCEIRA: ANÁLISE DE QUESTÕES SOB A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Matemática.

Orientador: Prof$^{\underline{a}}$. Dr$^{\underline{a}}$. Luciana Roze de Freitas.

CAMPINA GRANDE
2023

S725m Sousa, Giovanni Araújo.
Matemática financeira [manuscrito] : análise de questões sob a perspectiva da educação financeira / Giovanni Araújo Sousa. - 2023.
36 p. : il. colorido.

Digitado.
Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2023.
"Orientação : Profa. Dra. Luciana Roze de Freitas, Coordenação do Curso de Matemática - CCT. "

1. Matemática financeira. 2. Educação financeira. 3. Planejamento financeiro. 4. Resolução de questões. I. Título

21. ed. CDD 658.403 3

Elaborada por Talita M. A. Tavares - CRB - CRB 15/971 BC/UEPB

GIOVANNI ARAÚJO SOUSA

MATEMÁTICA FINANCEIRA: ANÁLISE DE QUESTÕES SOB A PERSPECTIVA DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Matemática.

Aprovado em: 20/03/2023

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
LUCIANA ROZE DE FREITAS
Data: 17/04/2024 10:40:25-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profª. Drª. Luciana Roze de Freitas (Orientadora)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Documento assinado digitalmente
MARIA DA CONCEICAO VIEIRA FERNANDES
Data: 17/04/2024 18:51:41-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profª. Ma. Maria da Conceição Vieira Fernandes
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Documento assinado digitalmente
KATIA SUZANA MEDEIROS GRACIANO
Data: 17/04/2024 10:29:11-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profª. Ma. Kátia Suzana Medeiros Graciano
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)

Dedico este trabalho a
toda minha família.

"A única forma de aprender Matemática é fazendo Matemática."
(Paul Halmos)

RESUMO

O conhecimento em Matemática Financeira é considerado de suma importância para o desenvolvimento de cidadãos capazes de gerir da melhor maneira possível suas finanças. Nesse sentido, objetiva-se nesse trabalho, fazer um estudo sobre alguns tópicos importantes da Matemática Financeira que são comumente aplicados no contexto da Educação Financeira, além de trazer algumas aplicações práticas que podem ser utilizadas em sala de aula pelo professor. Essas aplicações consistem na discussão de questões que associam a matéria com situações cotidianas e que são capazes de promover reflexões fundamentais sobre finanças. A estratégia de resolução dessas questões consiste em promover além do raciocínio e o cálculo matemático, a produção de significados a partir do conhecimento repassado, visando ampliar a percepção do estudante sobre questões financeiras e econômicas. Os temas trabalhados durante a análise das questões foram: orçamento e planejamento financeiro, ofertas e promoções, compensação de gastos e capitalização de juros simples e compostos. De modo geral, conclui-se que a metodologia de resolução das questões aplicada nesse trabalho seja uma excelente estratégia de ensino para aulas de Matemática Financeira ao passo que contribui significativamente para a formação da consciência financeira dos alunos, tornando-os cidadãos plenamente preparados a gerir suas próprias finanças (pessoais ou empresariais).

Palavras-chave: matemática financeira; educação financeira; resolução de questões.

ABSTRACT

The knowledge in financial mathematics is considered extremely important for the development of citizens capable of managing their finances in the best possible way. In this sense, the aim of this work is to make a study about topics in financial mathematic that are commonly applied in the context of financial education, in addition to bringing some practical applications that can be used in the classroom by teacher. Such applications consist of the discussion of questions that associate the subject with everyday situations and capable of promoting fundamental reflections on finance. The strategy for solving these questions consists of promoting, in addition to reasoning and mathematical calculation, the production of meanings based on learned knowledge, aiming to expand the student's perception of financial and economic issues. The topics studied during the analysis of the questions were: financial budget and planning, offers and promotions, expense compensation and capitalization of simple and compound interest. In general, it is concluded that the methodology for solving the questions applied in this work is an excellent teaching strategy for financial mathematics classes, while it contributes significantly to the formation of students' financial awareness, making them citizens fully prepared to manage their own finances.

Keywords: financial mathematics; financial education; problem solving.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A gestão eficiente do dinheiro é um dos principais objetivos da vida de cidadãos, empresas e governos. Para gerir bem as finanças, é de fundamental importância o conhecimento em Matemática Financeira. Para Assaf Neto (2005), a Matemática Financeira é o "estudo do dinheiro no tempo, ao longo do tempo". Em outras palavras, é a análise de quanto "vale" o dinheiro ao longo dos anos. Complementarmente, pode-se dizer que a Matemática Financeira consiste na aplicação de conceitos matemáticos em problemas de cunho financeiro a fim de contribuir na tomada de decisões dos indivíduos.

Apesar de sua relevância, observa-se que a maior parte das pessoas não possuem acesso aos conhecimentos advindos da Matemática Financeira. Nesse sentido, é comum observarmos com frequência pessoas se iludindo com "ofertas" enganosas, como por exemplo, optar por uma compra em 10 prestações, e acabar pagando duas vezes (ou mais) pelo bem. A Educação Financeira é um subtópico da Matemática Financeira e tem por desígnio ajudar a população na administração dos seus rendimentos, nas suas decisões de compra, fazendo-os consumir de forma consciente e ajudar a prevenir situações de fraude.

Devido o crescimento do mercado financeiro por causa do aumento na procura por produtos financeiros (conta bancária, cartão de crédito, cheque especial, empréstimos, investimentos, entre outros), a Educação Financeira, e consequentemente a Matemática Financeira, têm ganhado cada vez mais importância nos dias de hoje. Nesse sentido, visando formar jovens com uma consciência mais estruturada em relação as suas finanças pessoais ou até mesmo empresariais e tornar o conhecimento da Matemática Financeira mais acessível, é essencial o ensino da Educação Financeira nas escolas.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a Educação Financeira é um dos temas transversais que devem estar nos currículos escolares de todo o Brasil (BNCC, 2018). Num cenário de muita gente endividada e diversas pessoas caindo em golpes, abordar a Educação Financeira é uma excelente forma de ajudar no desenvolvimento da sociedade e do país. Segundo dados do Serviço de Proteção ao Crédito (SPC Brasil), 45% dos brasileiros não controlam as próprias finanças. A pesquisa revela ainda que 31% dos consumidores são inseguros para lidar com dinheiro (SPC, 2018).

A falta de preparo de grande parte dos brasileiros para lidar com suas próprias finanças é reflexo de uma Educação Financeira falha ou mesmo inexistente. Algumas vezes discutiu-se propostas de tornar a Matemática Financeira uma disciplina nas escolas, mas até hoje, a ideia não saiu do papel. Uma alternativa que pode ser utilizada é a inserção da Educação Financeira em sala de aula junto às aulas de Matemática, enfatizando sua importância, já que é durante as aulas de Matemática, que são ensinados conteúdos que nos remetem aos conceitos relacionados à Educação Financeira como porcentagem e juros. Deste modo, "a Matemática e a Educação Financeira escolar podem trabalhar juntas em um ambiente no qual uma contribua com a outra proporcionando uma formação mais abrangente e mais crítica" (Rocha, 2017).

Sobre a importância da Educação Financeira, Gallas (2013) pontua que as pessoas que não possuem as noções mínimas sobre a Matemática Financeira e suas operações, ou que não foram preparadas para ter uma boa Educação Financeira, poderão ter um desequilíbrio em suas finanças pessoais desencadeando diversos problemas em sua vida, como por exemplo em relacionamentos e produtividade no trabalho.

Nessa perspectiva, o objetivo geral do trabalho é apresentar alguns conceitos de Matemática Financeira de forma mais clara possível, aplicar esses conceitos e analisar uma possível abordagem para o processo de ensino aprendizagem do tema em sala de aula por meio de resoluções de questões que elucidem situações do cotidiano, contextualizadas à luz da Educação Financeira. Todavia, a pesquisa é de cunho bibliográfico, sendo este tipo de pesquisa uma investigação qualitativa, já que uma das características da investigação qualitativa é o ambiente natural ser a fonte direta de dados, constituindo o investigador como o instrumento principal (Bogdan e Biklen, 2010).

Além dessa introdução, o presente trabalho conta com mais quatro capítulos. No segundo capítulo, apresenta-se a fundamentação teórica, a qual consiste em uma breve contextualização da noção de Matemática Financeira desde a antiguidade até os dias atuais, sendo discutidos pontos como a relação do ser humano com o dinheiro, a importância da Matemática Financeira nas escolas e as regulamentações do ensino no Brasil. No terceiro capítulo, são apresentados os principais conceitos referentes a Matemática Financeira, como porcentagem, juros e capital, além de uma rápida comparação entre os regimes de capitalização simples e composto. O quarto capítulo destina-se a discussão e resolução de situações-problema envolvendo problemas relacionados à Educação Financeira. E por fim, no quinto capítulo, são apresentadas as considerações finais e conclusões do presente trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A Matemática Financeira surgiu desde a antiguidade, onde os homens sobreviviam retirando da natureza os recursos para suprir suas necessidades. Nesse primeiro momento, a troca de mercadorias ainda não ocorria. Somente depois, a partir da comunicação entre os grupos humanos, é que se iniciou as primeiras relações comerciais, ou seja, a troca direta de produtos, a qual era realizada por meio de seus excedentes, isto é, sem haver ainda uma preocupação com a equivalência de valor. Assim, Ifrah (1997) descreve:

> O primeiro tipo de troca comercial foi o escambo, fórmula segundo a qual se trocam diretamente (e, portanto, sem intervenção de uma "moeda" no sentido da palavra) gêneros e mercadorias correspondentes a matérias primas ou a objetos de grande necessidade (Ifrah, 1997, p. 145).

Nesse período, observamos que as relações ditas como econômicas, apresentavam características naturais, já que as trocas de mercadorias eram para suprir as necessidades do grupo naquele momento. Porém, mais tarde, com o maior contato entre as comunidades, e com o desenvolvimento de outras atividades e serviços, começou a surgir dificuldades na realização de trocas e, desta forma, viu-se a necessidade de criar um sistema mais estável, com unidades chamadas de "moeda-mercadoria". Ifrah (1997) pontua que:

> A primeira unidade de escambo admitida na Grécia pré-helênica foi o boi. No século VIII a.C, na Ilíada de Homero (XXIII, 705, 749-751 e VI, 236), uma mulher hábil para mil trabalhos é assim avaliada em 4 bois; ademais, numa lista de recompensas, veem-se suceder-se, na ordem dos valores decrescentes, uma copa de prata cinzelada, um boi e um meio talento de ouro (Ifrah, 1997, p. 146).

Nesse contexto, o boi teve um padrão de equivalência, pois apresentava algumas vantagens: como a locomoção, reprodução e uso para prestação de serviços. Outro item que ganhou relevância nesse período foi o sal, usado para conservação dos alimentos, era utilizado como uma espécie de moeda corrente no Império Romano. Do sal surgiu a palavra "salário", que conhecemos como remuneração, que é paga em dinheiro, pelo empregador ao empregado. Posteriormente, diversas mercadorias, em diferentes espaços, foram utilizadas como equivalente de troca, mas somente quando o comércio atingiu o seu auge é que se iniciou um novo marco: o comércio de mercadorias por meio de um equivalente geral, a moeda, popularmente conhecida como dinheiro (Robert, 1989).

O dinheiro que circula em nosso meio passou por um longo processo evolutivo. Hoje, a moeda é um dos mecanismos primordiais para a realização de qualquer transação monetária. Se antes a moeda agia como um simples meio de troca, nos dias de hoje, ela é isso e um pouco mais. Estamos frequentemente lidando com situações que envolvem operações financeiras, sejam compras, empréstimos ou investimentos e, nesse sentido, o conhecimento em Matemática Financeira torna-se necessário para todos os cidadãos e não somente para especialistas em finanças, como costumava-se pensar. Segundo Miranda e Philippsen (2014):

> Vem ocorrendo uma mudança nos nossos dias é que, ao contrário do que vinha se pensando, a Matemática Financeira não é de uso exclusivo de administradores, contadores e economistas e dos que trabalham nessa área, apesar de servir essencialmente a esse grupo. O certo é que, assim como a economia passou de uma simples troca de mercadorias, para uma rede mundial de importações e compras, esse sistema também precisou se reorganizar e ser aprimorado. As aplicações da Matemática Financeira estão se tornando mais comuns no cotidiano de todos os profissionais em todas as áreas de atuação (Miranda e Philippsen, 2014, p. 3).

Nessa perspectiva, percebe-se que a Matemática Financeira ganhou grandes proporções nos dias atuais, pois antes era trabalhada por um determinado grupo de profissionais e hoje, se faz presente no cotidiano de todos os profissionais independente de sua área de atuação. Cóser Filho (2008) afirma:

> A Matemática Financeira possui diversas aplicações práticas. Tais aplicações são pertinentes às mais variadas pessoas e profissões, desde aquelas interessadas em benefício próprio, como aquelas com finalidades profissionais específicas. Não obstante, tal campo estimula a capacidade de tomar decisões e a consequente necessidade de fundamentação teórica para que se decida com correção (Cóser Filho, 2008, p. 12).

Pode-se dizer ainda que ter conhecimento em Matemática Financeira fornece a base para a tomada de decisões no âmbito financeiro de qualquer indivíduo. Nesse sentido, uma Educação Financeira é fundamental para entender as situações comerciais e econômicas, bem como para obter êxito nas mais diversas transações que envolvam o dinheiro propriamente dito.

Nesse contexto, segundo Savoia et al. (2007), a Educação Financeira:

> É o processo de transmissão de conhecimento que permite o desenvolvimento de habilidades nos indivíduos, para que eles possam tomar decisões fundamentadas e seguras, melhorando o gerenciamento de suas finanças pessoais (Savoia et al., 2007, p. 1121).

Diante dessa exposição, entende-se que quanto mais aprimoradas as capacidades, mais os indivíduos tornam-se integrados a sociedade e atuante no âmbito financeiro. Além disso, o aumento progressivo dos mercados financeiros e seus produtos e serviços, bem como as mudanças tecnológicas e econômicas que incidem no meio financeiro, tem contribuído para a busca de conhecimento nessa temática, o que por sua vez, evidencia a importância da Educação Financeira.

Vale destacar aqui a diferença entre a Matemática Financeira e Educação Financeira. A primeira abrange a aplicação de conhecimentos matemáticos à análise de questões relacionadas à dinheiro. Já a segunda é bem mais ampla, ao tratar sobre a formação de comportamentos individuais e coletivos relacionados às finanças (Baldissera, 2021).

Especificamente, a Educação Financeira tem por finalidade auxiliar a população na administração dos seus rendimentos, nas suas decisões de poupança, investimento e consumo, além de prevenir situações de fraude. Segundo Lusardi (2007), a Educação Financeira é compreendida também como a compreensão de variáveis macroeconômicas como inflação, juros, tributação e investimentos, de modo a ajudar na tomada de decisões financeiras dos indivíduos.

Perante tais abordagens, é impossível afirmar que um curso de Matemática Financeira consiga atingir seus objetivos se não for capaz de debater os tópicos abordados anteriormente. Nessa perspectiva, a BNCC (2018), estabeleceu um conjunto orgânico e progressivo de conhecimentos, competências e habilidades essenciais acerca da Matemática Financeira que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades, desde a Educação Infantil ao Ensino Médio, inserindo a Educação Financeira como um de seus temas transversais, ou seja, que podem ser trabalhados em diferentes disciplinas. Especificamente, a BNCC de Matemática sugere a Educação Financeira como contexto para trabalhar o conteúdo das seguintes habilidades:

- A partir do 5º ano do Ensino Fundamental - (EF05MA06):
  Associar as representações 10%, 25%, 50%, 75% e 100% respectivamente à décima parte, quarta parte, metade, três quartos e um inteiro, para calcular porcentagens, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de Educação Financeira, entre outros.

- A partir do 6º ano do Ensino Fundamental - (EF06MA13):
  Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da "regra de três", utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de Educação Financeira, entre outros.

- A partir do 7º ano do Ensino Fundamental - (EF07MA02):
  Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de Educação Financeira, entre outros.

- A partir do 9º ano do Ensino Fundamental - (EF09MA05):
  Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da Educação Financeira.

Resumidamente, os tópicos que devem ser trabalhados do ponto de vista das aulas de Matemática são: porcentagens, juros simples e compostos contextualizados no dia a dia das finanças pessoais e problemas envolvendo descontos. Esses conceitos serão apresentados detalhadamente no próximo capítulo desse trabalho. Vale destacar ainda que, o processo de ensino aprendizagem e uso dos modelos matemáticos e financeiros em sala de aula devem estar em consonância com as necessidades, os interesses e as experiências de vida dos estudantes, potencializando assim a Educação Financeira proporcionada nas aulas de Matemática (Rosetti Júnior, 2003).

3 TÓPICOS DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Neste capítulo serão apresentados, de maneira sucinta, os principais conceitos básicos da Matemática Financeira, tais como: porcentagem, juros, capital, entre outros. Além disso, tais conceitos serão trabalhados com exemplos para melhor entendimento do leitor.

3.1 Porcentagem

Sendo representada pelo símbolo %, porcentagem é a divisão de um número qualquer por 100. Existem três formas de representar uma porcentagem: forma percentual, forma fracionária e forma decimal.

Exemplo 3.1: A expressão 15%, significa:

$$15\% = \frac{15}{100} = 0,15.$$

No Exemplo 3.1, 15%, $\frac{15}{100}$ e $0,15$ assumem a forma percentual, fracionária e decimal de uma porcentagem, respectivamente.

Para calcular $x\%$ de um valor p, basta efetuar a seguinte multiplicação:

$$\left(\frac{x}{100}\right).p = \frac{x.p}{100}.$$

Os métodos para calcular uma porcentagem são descritos no Exemplo 3.2.

Exemplo 3.2: Calcule 20% de 60.

Solução: Vejamos como resolver este exemplo usando dois métodos distintos.

- **Método 1:** Utilizando frações:

$$\frac{20}{100} \times 60 = \frac{2\cancel{0}\times 6\cancel{0}}{1\cancel{0}\cancel{0}} = \frac{2\times 6}{1} = 12.$$

Ou seja, 20% de 60 é igual a 12. Vale destacar que na última parte da operação ao cortamos os zeros, o calculo se torna mais simples.

- **Método 2:** Utilizando regra de três:
Devemos considerar 60 como o todo, ou seja, 100%, e o valor que não possuímos representado por x, como segue:

$$60 \rightarrow 100\%$$
$$x \rightarrow 20\%$$

Efetuando a multiplicação cruzada:

$$100x = 60 \times 20 \Rightarrow 100x = 1200.$$

Logo,

$$x = \frac{120\cancel{0}}{10\cancel{0}} \Rightarrow x = 12.$$

E portanto, chegamos ao mesmo resultado.

Já para calcular porcentagem de porcentagem utilizamos a multiplicação de duas frações ou a multiplicação de dois números decimais, como mostra o Exemplo 3.3:

Exemplo 3.3: Calcule 15% de 40%.

Solução: Resolvendo, temos:

$$\frac{15}{100} \times \frac{40}{100} = \frac{15 \times 40}{100 \times 100} = \frac{600}{10000}.$$

Reduzindo a fração, encontramos:

$$\frac{6\cancel{00}}{100\cancel{00}} = \frac{6}{100} = 0,06 = 6\%.$$

Portanto, 15% de 40% é igual a 6%.

Os problemas envolvendo porcentagem estão presentes no nosso dia. Podemos nos deparar com porcentagem ao perceber aumento no preço de produtos devido a incidência de mais impostos ou quando recebemos desconto em uma compra à vista. Nesse contexto, a porcentagem é bastante utilizada nos cálculos de acréscimo (aumento) e decréscimo de valor (desconto). Um dos métodos utilizados em problemas desse tipo consiste em calcular o fator multiplicativo. No acréscimo, devemos somar 1 ao valor referente à taxa de aumento; já no decréscimo, temos que subtrair de 1 a taxa de desconto. O cálculo do fator multiplicativo em ambos casos são descritos nos exemplos abaixo:

- Fator multiplicativo para acréscimo:
  Exemplo 3.4: Um determinado produto teve o aumento de 30%. Qual o fator de multiplicação que representa esse acréscimo?
  Solução: Sendo o fator de multiplicação de acréscimo igual a 1 mais a taxa de aumento, temos:

  $$1 + \frac{30}{100} = 1 + 0,3 = 1,3.$$

  Assim, o fator multiplicativo é de 1,3. Isto significa que para determinar o preço do produto após o aumento, deve-se multiplicar o preço anterior por 1,3.

- Fator multiplicativo para decréscimo:
  Exemplo 3.5: Um determinado produto sofreu um decréscimo de 15%. Qual o seu fator multiplicativo de decréscimo?
  Solução: Sendo o fator de multiplicação de decréscimo igual a 1 menos a taxa de desconto, temos:

$$1 - \frac{15}{100} = 1 - 0,15 = 0,85.$$

  Assim, o fator multiplicativo de decréscimo é de 0,85. Isto significa que para determinar o preço do produto após o desconto, deve-se multiplicar o preço anterior por 0,85.

O Exemplo 3.6 a seguir mostra uma situação-problema envolvendo acréscimo percentual muito comum no dia a dia: a diferenciação de preços para pagamentos à vista e a prazo. Conforme explicita Assaf Neto (2000), receber uma quantia hoje ou no futuro não são a mesma coisa. Postergar um recebimento por um certo tempo envolve um sacrifício, o qual deve ser pago mediante uma recompensa, definida pelos juros. É por esse motivo que o preço de compras a prazo, em geral, sofre um acréscimo em seu valor, já que incluem os juros na operação.

Exemplo 3.6: A loja Compras Baratas (nome fictício) oferece ótimos preços nas compras à vista de todos os seus produtos. Porém, na compra de uma calça masculina, que custa R$190,00, por exemplo, caso o pagamento seja realizado em prestações (a prazo), seu valor sofrerá um acréscimo de 15%. Quanto custará essa calça pagando a prazo?

Solução: Por se tratar de uma situação de acréscimo, inicialmente, devemos calcular 15% de R$190,00, que corresponde ao valor do acréscimo, o qual denotaremos por A. Sendo assim,

$$A = \frac{15}{100} \times 190 = 0,15 \times 190 = 28,50.$$

Ou seja, o acréscimo é igual a R$28,50. Por fim, adicionamos esse resultado ao valor do produto (P) a fim de descobrir o valor final (V) do mesmo, como segue:

$$V = P + A$$

Portanto,

$$V = R\$190,00 + R\$28,50 = R\$218,50.$$

Outra forma de resolver é utilizando o fator de multiplicação:

$$V = (1 + 0,15) \times 190 = 1,15 \times 190 = 218,50.$$

Nesse caso, ao comprar a calça à prazo, o consumidor pagará o valor de R$218,50. Poderíamos dizer ainda que o novo preço é composto do valor do produto (R$190,00) mais os juros (R$28,50) que incidem sob a compra à prazo.

Em contraste, o Exemplo 3.7 mostra uma situação de decréscimo percentual: o desconto. Em algumas épocas do ano, logistas e comerciantes com o objetivo de alavancar as vendas e aumentar seus faturamentos, lançam promoções. Nessa circunstância, os produtos ficam mais baratos para os consumidores devido aos descontos (ou decréscimo percentual) aplicados.

Exemplo 3.7: O carro de Fernando estava com todos os pneus desgastados, e para não ocasionar um acidente, ele decidiu trocá-los. Procurando na internet, viu um anúncio que dizia: "Trocamos os pneus de seu carro por R$ 80,00 cada". Passou uma semana e Fernando percebeu que o valor tinha diminuído 15% e então resolveu trocar os pneus. Quanto Fernando gastou?

Solução: Para descobrir o valor do decréscimo (D), será preciso calcular 15% de R$80,00:

$$D = 0,15 \times 80 = 12.$$

Ou seja, o valor do decréscimo é de R$12,00. Então, para que possamos saber o valor final (V) que o Fernando gastou com cada pneu devemos diminuir o valor do decréscimo do valor inicial (P), como segue:

$$\text{V} = \text{P - D}$$

Assim,

$$V = R\$80,00 - R\$12,00 = R\$68,00.$$

Logo, Fernando gastou com cada pneu R$68,00. E com os 4 pneus gastou R$272,00 ($4 \times 68 = 272$). O mesmo economizou R$48,00 ($4 \times 12 = 48$) com os 4 pneus devido o desconto de 15% aplicado.

As operações de acréscimo ou decréscimo também podem acontecer sucessivamente, ou seja, pode haver mais de um ajuste percentual em cima de um valor. O Exemplo 3.8 mostra uma situação-problema onde há acréscimos sucessivos no valor de uma mercadoria devido o aumento na taxa de inflação (desvalorização do dinheiro).

Exemplo 3.8: Em virtude da elevação da taxa de inflação mensal, um comerciante atentou-se para a importância de aumentar os preços das mercadorias em 8%, visando à contenção de prejuízos. No mês seguinte, em decorrência de outra crescente no índice inflacionário, se viu obrigado a aumentar novamente o preço das mercadorias na faixa de 12%. Determine o preço de uma mercadoria que antes do primeiro aumento custava R$ 55,00.

Solução: Primeiramente devemos determinar o aumento de 8% em relação ao valor de R$ 55,00. Ou seja, calcular 8% de R$55,00:

$$\frac{8}{100} \times 55 = \frac{8 \times 55}{100} = \frac{440}{100} = 4,40.$$

Somando o valor do acréscimo ao valor inicial da mercadoria, temos o valor da mercadoria atualizado, como segue:

$$\text{R\$55,00} + \text{R\$4,40} = \text{R\$59,40}.$$

Ou seja, no primeiro aumento a mercadoria passou a custar R$59,40. No entanto, sabe-se que a mesma mercadoria sofreu um segundo acréscimo de 12%. Então, sobre o resultado de R$59,40, devemos adicionar 12%. Logo, calcularemos 12% de R$59,40:

$$\frac{12}{100} \times 59,40 = \frac{712,80}{100} = 7,128.$$

Sendo assim, arrendondando para duas casas decimais, pode-se dizer que o segundo aumento no valor total da mercadoria foi de R$7,13. Logo, o valor final da mercadoria pode ser calculado como segue:

$$R\$59,40 + R\$7,13 = R\$66,53.$$

Ou seja, o preço da mercadoria, após dois aumentos sucessivos passou a ser R$ 66,53.

Os próximos conceitos da Matemática Financeira a serem discutidos nesse trabalho são o de: capital, montante e juros simples e compostos.

3.2 Capital inicial, montante, juros simples e compostos

Conforme explicita Santos (2005), as principais variáveis envolvidas no processo de quantificação financeira, objetivo da Matemática Financeira, são os juros, o capital e o tempo.

Na Matemática Financeira, entende-se que um determinado valor-capital em dinheiro ao longo tempo, poderá ter outro valor no futuro, porque, impactam sobre o mesmo as variáveis capital-tempo, além de inúmeras outras como taxa de juros e inflação (desvalorização do dinheiro). Logo, o capital inicial é substancialmente diferente do capital final (também chamado montante) ao longo de determinada operação financeira.

Nesse sentido, define-se o capital inicial como sendo o valor aplicado em uma transação financeira, ou valor do dinheiro no momento atual. O capital também é conhecido como principal e pode ser representado pelas letras P ou C (Lopes, 2018). Por sua vez, o montante equivale ao valor futuro de uma operação financeira, incluindo ao valor do capital inicial os juros correspondentes ao período em questão, e é representado pela letra M (Mosmann, 2020). O valor total dos juros é simbolizado por J, a taxa de juros é denotada por i e o período por t.

O montante de uma operação financeira pode ser calculado da seguinte forma:

$$M = C + J$$

onde J pode ser calculado pela fórmula $J = (C \cdot i \cdot t)$.

Nesse contexto, os juros são definidos como sendo a remuneração do fator capital durante certo período de tempo. Podem incidir sobre o capital dois tipos de regimes de capitalização: simples (ou linear) e composto (ou exponencial). No primeiro, os juros crescem de forma linear ao longo do tempo e incidem apenas sobre o capital inicial da operação, não se registrando juros sobre o saldo de juros acumulados. No segundo, é incorporado ao capital além dos juros do período, o juros sobre juros acumulados até o momento anterior. Enquanto os juros simples comportam-se como se fosse uma progressão aritmética (PA), os juros compostos comportam-se como sendo uma progressão geométrica (PG) Assaf Neto (2000).

O valor final da operação, isto é, o montante, pode ser extraído das fórmulas de juros simples e juros compostos. No caso de juros simples, tem-se:

$$M = C + (C \cdot i \cdot t).$$

No caso de juros compostos, o montante é calculado com a seguinte fórmula:

$$M = C \cdot (1 + i)^t.$$

Vale destacar que nas fórmulas de Matemática Financeira, o prazo e a taxa de juros devem necessariamente estar expressos na mesma unidade de tempo. Caso contrário, é preciso fazer uma conversão. O cálculo de conversão da taxa de juros em ambos regimes de capitalização são apresentadas a seguir.

- Conversão da taxa de juros no regime de juros simples:
  Exemplo 3.9: Calcule a taxa anual equivalente a: (a) 6% ao mês; (b) 10% ao bimestre:
  Solução: (a) Considerando os 12 meses do ano e sendo a taxa mensal de 6%, basta efetuarmos a multiplicação para obter a taxa anual, ou seja:

$$i = 6\% \times 12 = 72\% \text{ ao ano.}$$

(b) Uma vez que 1 ano possui 6 bimestre, deve-se multiplicar a taxa bimestral por 6 para obter a taxa anual, ou seja:

$$i = 10\% \times 6 = 60\% \text{ ao ano.}$$

- Conversão da taxa de juros no regime de juros compostos:
  Por se tratar de capitalização exponencial, a expressão da taxa equivalente composta será dada por:

$$i_q = \sqrt[q]{1+i} - 1$$

onde, $q=$ número de períodos de capitalização;
Exemplo 3.10: Quais as taxas de juros compostos mensal e trimestral equivalentes a 25% ao ano?
Solução: Neste caso, $i = 0,25$ corresponde a taxa anual e devemos calcular i_{12} e i_4.
- Taxa de juros equivalente mensal:

$$i_{12} = \sqrt[12]{1+0,25} - 1 = \sqrt[12]{1,25} - 1 = 1,877\% \text{ a.m;}$$

- Taxa de juros equivalente trimestral:

$$i_4 = \sqrt[4]{1+0,25} - 1 = \sqrt[4]{1,25} - 1 = 5,737\% \text{ a.t.}$$

Aplicando os conceitos expostos, vejamos no Exemplo 3.11 como acontece a capitalização no regime de juros simples.

Exemplo 3.11: João aplicou R$20.000,00 durante 3 meses em uma aplicação a juros simples com uma taxa de 6% ao mês. Qual o valor recebido por João ao final desta aplicação?

Solução: Nesse problema, os prazos da taxa e do período de capitalização estão expressos na mesma unidade de tempo: mês. Portanto, não será preciso efetuar conversão. Para resolver esse problema, primeiramente calculamos quanto de juros João irá receber ao longo de três meses. Para isso, vamos aplicar a fórmula de juros simples:

$$J = C \cdot i \cdot t.$$

Pelos dados da questão, temos $C = 20.000$, $i = 0,06$ e $t = 6$. Logo,

$$J = 20.000 \times 0,06 \times 3 = 3.600.$$

No entanto, o valor recebido no final da aplicação será o valor inicial investido mais os juros recebidos em 3 meses. Sendo assim, tem-se:

$$M = 20.000 + 3.600 = 23.600.$$

Logo, João receberia o montante de R\$23.600 por sua aplicação em um período de 3 meses, sendo R\$20.000 equivalente ao seu capital inicial e a diferença, isto é, os juros, igual a R\$3.600.

Poderíamos, ainda, ter resolvido o problema utilizando a fórmula do montante de forma direta:

$$M = C + (C \cdot i \cdot t) \Rightarrow M = 20.000 + (20.000 \times 0,06 \times 3) = 23.600.$$

Obviamente, o resultado é o mesmo.

Por sua vez, o Exemplo 3.12 mostra como acontece a capitalização no regime de juros compostos.

Exemplo 3.12: Qual é o valor de resgate de uma aplicação de R\$12.000,00 em um título pelo prazo de 8 meses à taxa de juros composta de 3,5% a.m.?

Solução: O primeiro passo para resolver o problema é identificar os dados informados na questão: sendo, $C = 12.000$, $t = 8$ meses, $i = 3,5\%$ a.m., qual o valor de resgate da aplicação? Sabe-se que o valor de resgate é o mesmo que montante. Uma vez que os prazos da taxa e do período de tempo são equivalentes, pode-se aplicar a fórmula do montante de forma direta:

$$M = C(1+i)^t$$

Assim,

$$M = 12.000(1 + 0,035)^8 \Rightarrow M = 15.801,71.$$

Logo, o valor de resgate ou montante de uma aplicação de R\$12.000, à uma taxa de 3,5% a.m ao final do oitavo mês é de R\$15.801,71. Sendo, R\$3.801,71 os juros da aplicação.

O Exemplo 3.13 mostra a comparação entre os regimes de capitalização de juros simples e compostos.

Exemplo 3.13: Admita um empréstimo de R\$1500,00 pelo prazo de 5 anos e uma taxa de 10% a.a. Calcule a evolução anual dessa operação no período, comparando os dois regimes de capitalização de juros.

Solução: Para resolver esse problema, vamos calcular os juros por período, ou seja ao final de cada ano, utilizando a fórmula abaixo:

$$J = C \cdot i.$$

Lembrando que o valor de C é uma constante no caso dos juros simples, mas uma variável no regime de capitalização composta. O Valor de C no cálculo de juros compostos será sempre atualizado para o valor do saldo devedor do período anterior.

Por sua vez, o saldo devedor (M) para cada período, será obtido por meio da soma do capital mais os juros ao final de cada ano:

$$M = C + J.$$

A evolução da operação, considerando o regime de capitalização simples pode ser visualizada na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Regime de capitalização de juros simples

Ano	Saldo inicial em cada ano (R$)	Juros apurados para cada ano (R$)	Saldo devedor ao final de cada ano (R$)
Início do 1º ano	-	-	1500,00
Fim do 1º ano	1500,00	$(0,10 \times 1500) = 150,00$	1650,00
Fim do 2º ano	1650,00	$(0,10 \times 1500) = 150,00$	1800,00
Fim do 3º ano	1800,00	$(0,10 \times 1500) = 150,00$	1950,00
Fim do 4º ano	1950,00	$(0,10 \times 1500) = 150,00$	2100,00
Fim do 5º ano	2100,00	$(0,10 \times 1500) = 150,00$	2250,00

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Os juros por incidirem exclusivamente sobre o capital inicial de R$1.500,00, apresentam valores iguais ao término de cada ano $(0,10 \times 1500 = R\$150,00)$. Por esse motivo, se diz que o crescimento do juros no tempo é linear no regime de capitalização simples. Os juros totais da operação atingem, nos 5 anos, R$750,00. Mesmo os juros simples não sendo pagos ao final de cada ano, a remuneração do capital emprestado somente incide em seu valor inicial (R$1.500,00), não ocorrendo remuneração sobre os juros que se forma no período.

A remuneração da dívida considerando juros sobre juros, isto é, o regime de capitalização composta, pode ser visualizada na Tabela 3.2. Conforme discutido anteriormente, no regime de capitalização composto, os juros incidem sobre o saldo total existente no início de cada ano, o qual é resultado do valor do capital inicial acrescido dos juros incorridos em períodos anteriores, e não exclusivamente sobre o capital. Os juros totais da operação nesse regime, ao longo de 5 anos, foram de R$915,76.

Tabela 3.2 – Regime de capitalização de juros compostos

Ano	Saldo inicial em cada ano (R$)	Juros apurados para cada ano (R$)	Saldo devedor ao final de cada ano (R$)
Início do 1º ano	-	-	1500,00
Fim do 1º ano	1500,00	$(0,10 \times 1500) = 150,00$	1650,00
Fim do 2º ano	1650,00	$(0,10 \times 1650) = 165,00$	1815,00
Fim do 3º ano	1815,00	$(0,10 \times 1815) = 181,50$	1996,50
Fim do 4º ano	1996,50	$(0,10 \times 1996,50) = 199,65$	2196,15
Fim do 5º ano	2196,15	$(0,10 \times 2196,15) = 219,61$	2415,76

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Comparando-se os dois regimes, percebe-se ainda que no primeiro período, os juros simples e compostos são iguais (R$150,00). Logo, para operações que envolvam somente um período de incidência de juros, é indiferente o uso de regime de capitalização simples ou composto, pois ambos produzem o mesmo resultado.

Conforme destaca Assaf Neto (2000), os juros simples têm aplicações bastante limitadas, sendo as operações financeiras e comerciais que utilizam tal metodologia raras e restritas ao operações de curto prazo. Vale destacar ainda a importância teórica do juros simples, pois para entender a mecânica dos juros compostos é preciso entender o funcionamento da remuneração do capital em um estágio mais simples. Por sua vez, o regime de capitalização de juros compostos é reconhecidamente adotado por todo o mercado financeiro e de capitais. Verifica-se ainda que outros seguimentos de mercado utilizam a lei dos juros compostos como o estudo do crescimento demográfico, o comportamento dos índices de preços da economia, entre outros.

Finalmente, apresentados os conceitos de Matemática Financeira, analisaremos no capítulo a seguir questões contextualizadas sobre o referido conteúdo retiradas de provas de Matemática em âmbito nacional.

4 DISCUSSÃO DE QUESTÕES DE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Antes de aplicar qualquer metodologia em sala de aula, recomenda-se ao educador procurar entender a realidade e as necessidades do grupo de estudantes para os quais ele leciona, pois são indivíduos com histórias de vida e características distintas. Um curso de Matemática Financeira não é diferente, para que o conteúdo ministrado seja aplicado no dia a dia do aluno, as situações-problemas apresentadas pelo professor devem contextualizar situações cotidianas dos alunos, e que, portanto, possam ajudar o mesmo a tomar as melhores decisões possíveis no âmbito financeiro.

Dessa forma, será apresentado neste capítulo, uma trilha do conhecimento da Matemática Financeira, baseado na discussão de questões, que estimulem não só o raciocínio e o cálculo matemático, mas também a produção de significados ao passo que amplie a percepção do estudante sobre questões financeiras e econômicas. Vale destacar que as questões trabalhadas foram provenientes de provas de Matemática de nível nacional sobre o tema e estão associadas às habilidades requeridas pela BNCC no que se refere a Educação Financeira nas aulas de Matemática.

Questão 1 - (OBEF - Nível 4 - UFPB - 2020)

Ailton pretende pedir sua namorada em casamento e depois de pesquisar bastante encontrou um anel ideal para o pedido, o mesmo custa R$ 1.200,00. Porém ele está preocupado com sua situação financeira, pois não sabe se conseguirá pagar o anel sem que seja necessário pedir um empréstimo. Sendo assim ele decide mapear seus gastos e descobre o seguinte:

1. Recebe R$ 3.150,00 de salário;
2. Gasta R$ 400,00 com transporte por mês;
3. Gasta R$ 900,00 com alimentação por mês;
4. Gasta R$ 700,00 com a faculdade por mês;
5. Gasta R$ 700,00 com aluguel por mês;
6. Gasta R$ 300,00 com a conta de água e energia por mês;
7. Gasta R$ 150,00 com lazer por mês.

Após tais análises ele percebe que não sobra dinheiro algum no final do mês e decide que irá precisar se organizar financeiramente para poder pagar as despesas do seu anel de casamento. Sendo assim ele decide que irá reduzir seus gastos, da seguinte maneira:

I) Economizando, por mês, 10% do que gasta em transporte, 10% do que gasta com lazer e 5% do que gasta em alimentação;

II) Economizando, por mês, 10% do que gasta em água e energia e 10% do que gasta em alimentação;

III) Economizando, por mês, 20% do que gasta em água e energia e 10% do que gasta em alimentação;

IV) Economizando, por mês, 20% do que gasta em transporte, 10% do que gasta em alimentação e 10% do que gasta em água e energia;

V) Economizando, por mês, 5% dos seus gastos.

Sabendo que Ailton pretende pagar o anel à vista, qual a forma mais rápida que ele encontrará?

Solução: Essa questão é um exemplo de como trabalhar a porcentagem no contexto da Educação Financeira. Especificamente, a questão aborda o conceito de orçamento doméstico e finanças pessoais, fazendo o uso de cálculos de porcentagem para encontrar a melhor opção de economia para um rapaz que deseja efetuar uma compra à vista.

Antes de efetuar o cálculo, é preciso fazer a contextualização do problema apresentado. No enunciado, a renda do rapaz é de R$3.150,00. No entanto, o mesmo possui gastos com transporte, alimentação, educação, aluguel, água, energia e lazer, que se igualam a sua renda. Para verificar, basta efetuar a soma dos gastos (G):

$$G = 400 + 900 + 700 + 700 + 300 + 150 = 3150.$$

Sendo a renda igual ao gasto, o rapaz só poderia ter duas opções para comprar o item desejado: fazer um empréstimo ou diminuir seus gastos mensais. Excluída a opção do empréstimo, algumas opções de redução de gastos são apresentadas no enunciado. Para encontrar a opção mais rápida, ou seja, aquela em que levará menor tempo para arrecadar o dinheiro do bem, calcula-se a economia mensal (E) de cada uma para fins comparativos. Desse modo, aplicando o conceito de porcentagem, tem-se:

I) $E = (0,10 \times 400) + (0,10 \times 150) + (0,05 \times 900) = 40 + 15 + 45 = 100.$

II) $E = (0,10 \times 300) + (0,10 \times 900) = 30 + 90 = 120.$

III) $E = (0,20 \times 300) + (0,10 \times 900) = 60 + 90 = 150.$

IV) $E = (0,20 \times 400) + (0,10 \times 900) + (0,10 \times 300) = 80 + 90 + 30 = 200.$

V) $E = 0,05 \times 3150 = 157,50.$

Sendo a opção IV, a que possui a maior economia, obviamente, ela será a opção mais rápida para arrecadar a quantia de R$1200,00. Podemos ainda calcular o tempo exato (T) que cada opção levará dividindo a quantia desejada pelo valor da economia mensal (E):

I) $T = 1200/100 = 12.$

II) $T = 1200/120 = 10.$

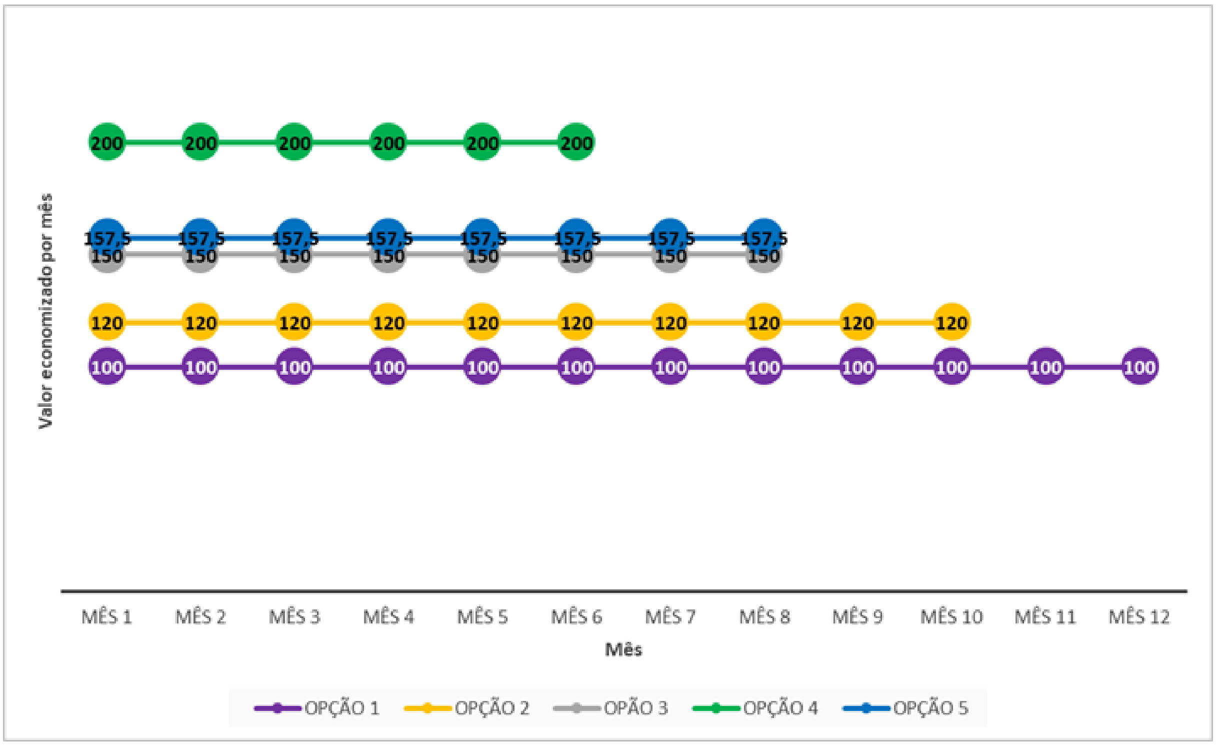
III) $T = 1200/150 = 8.$

IV) $T = 1200/200 = 6.$

V) $T = 1200/157,50 = 7,62 \approx 8.$

Ao economizar R$200,00 por mês, em 6 meses, Ailton terá o valor de R$1200,00, e poderá comprar o anel à vista. Portanto, sob outra ótica, constata-se mais uma vez que a opção IV é a mais rápida. As opções de economia também podem ser plotadas em um gráfico, de modo facilitar a comparação entre elas. A Figura 1 mostra o valor da economia mensal e a quantidade de meses suficientes para que se chegue a quantia desejada.

Figura 1 – Opções de economia (Questão 1)



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Para estimular o pensamento crítico dos alunos, o professor poderia ainda questionar se havia uma outra possibilidade mais eficiente para Ailton realizar seu objetivo. É importante deixar claro que, o tempo de espera poderia ser reduzido, caso o dinheiro economizado mensalmente fosse aplicado a um fundo financeiro, de modo a render juros. O estudo de opções que envolvessem o pagamento de juros poderiam ser exploradas na medida em que haja o amadurecimento dos alunos a respeito dos conceitos da Matemática Financeira.

A próxima questão a ser discutida foi retirada da prova do ENEM de 2013. A mesma versa sobre uma situação comum no dia a dia: percentuais de decréscimos (descontos) em preços.

Questão 2 - ENEM (2013)

Para aumentar as vendas no início do ano, uma loja de departamentos remarcou os preços de seus produtos 20% abaixo do preço original. Quando chegam ao caixa, os clientes que possuem o cartão fidelidade da loja têm direito a um desconto adicional de 10% sobre o valor total de suas compras. Um cliente deseja comprar um produto que custava R$ 50,00 antes da remarcação de preços. Ele não possui o cartão fidelidade da loja. Caso esse cliente possuísse o cartão fidelidade da loja, a economia adicional que obteria ao efetuar a compra, em reais, seria de:

a) R$15,00

b) R$14,00

c) R$10,00

d) R$5,00

e) R$4,00

Solução: Sabendo que o preço inicial de um produto dessa loja é de R$50,00, calcula-se o novo preço do bem aplicando um desconto de 20%. Utilizando a fórmula de decréscimo, tem-se:

$$50 \times (1 - 0,20) = 50 \times 0,80 = 40.$$

Ou seja, o preço do produto passou a ser R$40,00, dado o desconto de R$10,00 ($50-40 = 10$). No entanto, com um cartão fidelidade, o cliente ganha ainda um segundo desconto de 10%, equivalente a:

$$40 \times 0,10 = 4.$$

Sendo assim, a alternativa correta é a letra E. Para além do que pede a questão, poderíamos calcular o preço final (PF) do produto para um cliente com fidelidade:

$$PF = 40 - 4 = 36.$$

Um outro cálculo interessante seria calcular a taxa de desconto total do bem. Sendo o desconto total de R$14,00, tem-se:

$$50 \rightarrow 100\%$$
$$14 \rightarrow \text{x}\%$$

Efetuando a multiplicação cruzada, tem-se:

$$50x = 1400 \Rightarrow x = 28.$$

Ou seja, o desconto final para o cliente que possui fidelidade é igual a 28% e não 30% (equivalente a soma dos descontos de 20% e 10%). Isso acontece devido o preço sofrer alterações sucessivas. Em sala de aula, é importante destacar essa diferença, para que os alunos possam tomar as melhores decisões com base em ofertas e promoções.

A próxima questão a ser discutida também versa sobre o conteúdo de percentual simples, no entanto, mescla as operações de acréscimo e decréscimo. A mesma foi retirada da prova do ENEM de 2020.

Questão 3 - ENEM (2020)

O quadro representa os gastos mensais, em real, de uma família com internet, mensalidade escolar e mesada do filho.

Internet	Mensalidade escolar	Mesada
120	700	400

No início do ano, a internet e a mensalidade escolar tiveram acréscimos, respectivamente, de 20% e 10%. Necessitando manter o valor da despesa mensal total com os itens citados, a família reduzirá a mesada do filho. Qual será a porcentagem da redução da mesada?

a) 15,0

b) 23,5

c) 30,0

d) 70,0

e) 76,5

Solução: Diferentemente do que se poderia pensar em um primeiro momento, a redução na mesada, como forma de compensação dos gastos, não será de 30%. Para calcular esse percentual, vamos primeiramente encontrar o valor total com despesas (D) dessa família. Sendo assim, o valor da despesa total (D) é igual a soma dos valores gastos com internet (I), mensalidade escolar (E) e mesada (M) é:

$$D = I + E + M = 120 + 700 + 400 \Rightarrow D = 1220.$$

No entanto, a despesa com a internet (I) e a mensalidade escolar (E) serão aumentadas em 20% e 10%, respectivamente. O valor atualizado dessas despesas será de:

$$I = 120 \times 1,2 = 144.$$
$$E = 700 \times 1,1 = 770.$$

Como a despesa total (D) deve ser mantida em R\$1220,00, podemos encontrar o valor atualizado da mesada (M) utilizando a fórmula anterior:

$$M = D - I - E = 1220 - 144 - 770 \Rightarrow M = 306.$$

Ou seja, com o aumento das demais despesas, a mesada precisou ser reduzida em R\$94,00 (400-306=94). Finalmente, podemos aplicar o conceito de regra de três para calcular o percentual desse decréscimo, como segue:

$$400 \rightarrow 100\%$$
$$94 \rightarrow \text{x}\%$$

Efetuando a multiplicação cruzada, temos:

$$400x = 9400 \Rightarrow x = 23,5.$$

Portanto, a alternativa correta é a letra B. Vale destacar que além do conteúdo técnico que envolve a resolução do problema, deve ser trabalhado em sala de aula, nas aulas de Matemática Financeira, a contextualização da situação apresentada no enunciado: a compensação de gastos. Se o consumo de um bem aumenta, o consumo de um outro bem deve diminuir, caso não haja aumento na renda. Deve-se mostrar aos alunos que esse é um caminho prudente e que a organização financeira é a melhor maneira para evitar dívidas.

A próxima questão foi retirada de uma prova de concurso coordenada pela FADESP (Fundação de Amparo e Desenvolvimento da Pesquisa). A proposta dessa questão é de trabalhar o conceito de juros em uma perspectiva diferente do convencional, que em geral busca descobrir o valor do montante em uma determinada aplicação. Especificamente, essa questão busca determinar a taxa de juros efetiva em uma operação de desconto dada a opção do pagamento à vista.

Questão 4 (FADESP - SEFAZ PA - Fiscal de Receitas Estaduais - 2022)

A Loja Tesla, na promoção "Pula pula", oferece uma televisão por R$ 1.050,00, com pagamento integral desse valor para dois meses depois do dia da compra. Um cliente propõe pagar à vista, o gerente calcula o desconto racional, no regime de juros simples, e cobra o valor atual de R$ 840,00. A taxa mensal de juros calculada neste caso foi de:

a) 11,0

b) 11,5

c) 12,0

d) 12,5

e) 13,0

Solução: Nessa questão, o montante ou valor atualizado, é igual a R$1.050,00. E o capital, ou valor inicial e sem juros, é igual a R$840,00. Para descobrir o valor do juros, basta subtrair do montante o capital inicial. Dessa forma,

$$M = C + J \Rightarrow J = M - C.$$
$$J = 1050 - 840 = 210.$$

Sabendo o valor do juros, podemos encontrar a taxa de juros, utilizando a seguinte fórmula:

$$J = C \cdot i \cdot t$$
$$i = \tfrac{J}{C \cdot t}.$$

Sendo $J = 210$, $C = 840$ e $t = 2$, temos:

$$i = \tfrac{210}{840 \times 2} \Rightarrow i = \tfrac{210}{1680}.$$
$$i = 0,125.$$

Ou seja, a taxa de juros simples dessa operação foi de 12,50%, equivalente a quantia de R$105,00 (210/2=105) por mês. Aqui, vale deixar claro para o aluno que o conhecimento dele em Matemática Financeira pode ser de fundamental importância na análise de ofertas. Apesar do produto estar em promoção e com 2 meses de carência (prazo para começar pagar), estão inclusos no preço, os juros da operação. Sabendo disso, o consumidor pode se recusar a pagar os juros ao pagar o valor integral no ato da compra, como foi proposto no enunciado da questão. Deixar para pagar dois meses depois só seria vantajoso se a quantia de R$840,00 fosse aplicada em algum outro fundo financeiro com uma taxa de juros superior a 12,50%, já que os juros gerados nessa operação compensariam os juros que deveriam ser pagos a Loja Tesla. Trabalhar esses conceitos em sala de aula é muito importante para a construção de indivíduos remunerados e não pagadores de juros, algo conhecido no mercado financeiro como “deixar o dinheiro trabalhar por você” ou “usar o juros ao seu favor”.

Por fim, a próxima questão aborda o conceito de juros compostos e também foi retirada da prova da OBEF. Em particular, essa questão busca fazer responder a seguinte pergunta: quanto é preciso aplicar hoje para ter determinada quantia no futuro? Muitas vezes, temos um objetivo financeiro e queremos encontrar o caminho para chegar até o mesmo e esse tipo de habilidade pode ser desenvolvida trabalhando situações com esse tipo de problemática.

Questão 5 - (OBEF - Nível 4 - UFPB - 2020)

José, pensando em apoiar com a Educação Financeira de seu filho, resolveu aplicar um determinado valor, a juros compostos e à taxa de 2% ao mês, para que seu filho pudesse sacar o valor mais rendimentos após 5 meses da sua aplicação. Após esse período de tempo essa aplicação formou o montante no valor de R$ 662,45. Portanto, é correto afirmar que o valor aplicado por José foi de, aproximadamente:

a) R$550,00

b) R$580,00

c) R$600,00

d) R$420,00

e) R$360,00

Solução: Para descobrir o capital inicial da operação, vamos deduzir da fórmula de juros compostos, a fórmula do capital:

$$M = C(1+i)^t \Rightarrow C = \frac{M}{(1+i)^t}.$$

Sendo assim, para gerar um montante de R$662,45, em 5 meses, a uma taxa de 2% a.m, o capital necessário será de:

$$\text{C} = \frac{662{,}45}{1{,}02^5} = \frac{662{,}45}{1{,}104} \Rightarrow C = 600.$$

Logo, a alternativa correta é a letra C. Ter o conhecimento do funcionamento do juros compostos e a capacidade de determinar qual capital necessário para render determinado valor futuro e é uma qualidade que somente indivíduos financeiramente educados possuem. A situação exposta no enunciado mostra que José, em 5 meses, recebeu como remuneração de seu capital um valor de R$66,45, o qual, foi construído somente com o funcionamento dos juros compostos. Ele precisou apenas aplicar e deixar render a quantia de R$600,00. Outras questões como o tempo necessário para a aplicação ou a taxa de juros adequada também devem ser trabalhadas para que o conhecimento sobre juros compostos seja completo e libertador. Vale destacar que é justamente essa habilidade de reconhecer o papel de aplicações que rendem juros compostos que deve ser estimulada em sala de aula, em especial nas aulas de Matemática Financeira, de modo a formar cidadãos conscientes e aptos a realizar seus objetivos a partir da organização de suas finanças. É preciso ainda despertar nos alunos a noção de que não existe nada impossível, com organização e paciência, todos independente de sua realidade e vivência, podem ter uma vida financeira saudável.

Em resumo, as questões discutidas nesse capítulo, além de estar em consonância com as habilidades requeridas pela BNCC, são carregadas de significados e reflexões que podem ser propostas durante sua resolução de modo a ampliar a percepção do aluno sobre questões financeiras. Sugere-se que esse seja exatamente o posicionamento do professor em sala de aula: ir além do cálculo matemático, trazendo á tona situações cotidianas que se adequem a realidade dos alunos e que possam tornar-los cidadãos conscientes financeiramente a partir do conhecimento adquirido.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Discutiu-se nesse trabalho o conteúdo de Matemática Financeira, o qual é considerado de suma importância para o desenvolvimento de cidadãos capazes de gerir da melhor maneira possível suas finanças. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018), a Educação Financeira é um tema transversal que deve estar inserido nos currículos escolares de todo o Brasil. A Educação Financeira tem ganhado cada vez mais destaque nos dias de hoje mediante o crescimento do mercado financeiro e de seus produtos (conta bancária, cartão de crédito, cheque especial, empréstimos, investimentos, entre outros), gerando-se a necessidade de tornar o conhecimento da Matemática Financeira mais acessível, especialmente nas escolas.

Inserir a Educação Financeira nas aulas de Matemática básica têm se mostrado a melhor estratégia até o momento, já que é durante as aulas de Matemática que são ensinados conceitos como porcentagens e juros. No entanto, sugere-se que a metodologia aplicada em sala de aula pelo educador vá além do ensino do cálculo matemático, e considere a realidade de seus alunos de modo a elucidar durante os exercícios práticos situações do cotidiano dos alunos, de modo a ajudá-los a tomar as melhores decisões no âmbito financeiro.

As habilidades que os alunos devem desenvolver durante um curso de Matemática Financeira de acordo com a BNCC são: cálculo de porcentagem em contexto de Educação Financeira; cálculo de acréscimo e decréscimo simples; e aplicação de percentuais sucessivos (capitalização de juros) e determinação de taxas percentuais. Nesse sentido, foi proposto nesse trabalho uma trilha do conhecimento da Matemática Financeira com a discussão de tópicos importantes dessa matéria e a aplicação de exercícios contextualizados capazes de promover reflexões fundamentais sobre finanças.

As situações-problema analisadas no presente trabalho foram retiradas de provas nacionais, especificamente da Olimpíada Brasileira de Educação Financeira (OBEF), do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e de uma prova de concurso realizada pela FADESP (Fundação de Amparo e Desenvolvimento da Pesquisa). As questões trabalhadas estão associadas as habilidades requeridas pela BNCC e tiveram como pano de fundo a discussão de temas como orçamento e planejamento financeiro, ofertas e promoções, compensação de gastos e capitalização de juros simples e composta. Em resumo, a resolução das questões analisadas promoveu além da aplicação do cálculo matemático, a discussão desses temas, dando ênfase na produção de significados através do conhecimento adquirido, com vistas a ampliar a percepção do aluno no âmbito financeiro. Vale dizer que a discussão de temas financeiros nesse trabalho está longe de ser esgotada. Poderia ser apresentado ainda questões que envolvessem pagamento de impostos ou decisão de investimento, entre diversas outras.

De modo geral, conclui-se que a metodologia de ensino aplicada na resolução de questões apresentada nesse trabalho deve ser exatamente o posicionamento de um educador em um curso de Matemática Financeira: a partir da realidade dos alunos, expor situações cotidianas que podem ser analisadas a partir de conceitos da Matemática Financeira, exprimindo reflexões necessárias durante o processo de aprendizagem. Acredita-se que esse seja o caminho mais eficaz a ser percorrido por educadores que desejam contribuir de maneira significativa para a formação da consciência financeira de seus alunos, tornando-os cidadãos plenamente preparados a gerir suas finanças ou de seus negócios.

REFERÊNCIAS

ASSAF NETO, A. *Matemática financeira e suas aplicações.* Atlas, 2000.

ASSAF NETO, A. *Finanças corporativas e valor.* Atlas, São Paulo, 2005.

BALDISSERA, O. Ensino e aprendizagem: a importância da educação financeira nas escolas. *Unisinos*, 2021.

BNCC. *Base Nacional Comum Curricular.* Ministério da Educação, Brasília, 2018.

BOGDAN, R. C; BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto Editora, 2010.

CÓSER FILHO, M. S. *Aprendizagem de matemática financeira no ensino médio: uma proposta de trabalho a partir de planilhas eletrônicas.* Dissertação (Mestrado), UFRGS, Porto Alegre, 2008.

GALLAS, R. G. *A importâcia da matemática financeira no ensino médio e sua contribuição para a construção da educação financeira do cidadão.* Dissertação (Mestrado), Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2013.

IFRAH, G. *História universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo.* Nova Fronteira, 1997.

LOPES, A. Matemática financeira. *Educa Mais Brasil*, 2018.

LUSARDI, A. 401 (k) pension plans and financial advice: should companies follow ibm's initiative? *Employee Benefit Plan Review*, n.62, v.1, p. 16–17, 2007.

MIRANDA, L. A. N; PHILIPPSEN, A. S. A importância da matemática financeira no cotidiano e na construção da cidadania. *Cadernos PDE, Paraná*, v.1, n.1, p. 1–17, 2014.

MOSMANN, G. Montante: saiba o que é e como é possível calculá-lo. *Grupo Suno*, 2020.

ROBERT, J. *A origem do dinheiro.* Global, 1989.

ROCHA, A. J. C. *Representações semióticas mobilizadas por licenciandos em matemática ao tomar decisões diante de situações econômico-financeiras.* Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2017.

ROSETTI JÚNIOR, H. *Não pare de estudar.* Vitória: Oficina de letras, 2003.

SANTOS, G. L. d. C. *Educação financeira: a matemática financeira sob nova perspectiva.* Dissertação (Mestrado), Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2005.

SAVOIA, J. R. F; SAITO, A. T; SANTANA, F. D. A. Paradigmas da educação financeira no Brasil. *Revista de Administração Pública*, n. 41, p. 1121–1141, 2007.

SPC. *45% dos brasileiros não controlam as próprias finanças*. Relatório técnico, CNDL e SPC Brasil, 2018.