



UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JOÃO BATISTA DE SOUSA SILVA

**O DESENVOLVIMENTO E O USO DA MATEMÁTICA DURANTE AS GRANDES
NAVEGAÇÕES PORTUGUESAS: UMA EXPLORAÇÃO HISTÓRICA**

CAMPINA GRANDE - PB
2023

JOÃO BATISTA DE SOUSA SILVA

**O DESENVOLVIMENTO E O USO DA MATEMÁTICA DURANTE AS GRANDES
NAVEGAÇÕES PORTUGUESAS: UMA EXPLORAÇÃO HISTÓRICA**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado ao Centro de Ciências e
Tecnologia da Universidade Estadual da
Paraíba, como requisito parcial à obtenção do
título de Licenciado em Matemática

Área de concentração: História da
Matemática

Orientador: Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida

CAMPINA GRANDE – PB
2023

É expressamente proibido a comercialização deste documento, tanto na forma impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que na reprodução figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

S586d Silva, Joao Batista de Sousa.

O desenvolvimento e o uso da matemática durante as grandes navegações portuguesas [manuscrito] : uma exploração histórica / Joao Batista de Sousa Silva. - 2023.
32 p. : il. colorido.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2023.

"Orientação : Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida, Coordenação do Curso de Matemática - CCT. "

1. História da matemática. 2. Educação matemática. 3. Grandes navegações. 4. Expansão marítima. I. Título

21. ed. CDD 510

JOÃO BATISTA DE SOUSA SILVA

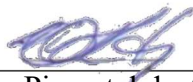
**O DESENVOLVIMENTO E O USO DA MATEMÁTICA DURANTE AS GRANDES
NAVEGAÇÕES PORTUGUESAS: UMA EXPLORAÇÃO HISTÓRICA**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado ao Centro de Ciências e
Tecnologia da Universidade Estadual da
Paraíba, como requisito parcial à obtenção do
título de Licenciado em Matemática

Área de concentração: História da Matemática

Aprovado em: 04/12/2023.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. José Joelson Pimentel de Almeida (Orientador)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Me. Josevandro Barros Nascimento (Membro interno)
Universidade Estadual da Paraíba (UEPB)



Prof. Me. Ivan Bezerra de Sousa (Membro externo)
Secretaria de Estado da Educação (SEECT-PB)

Dedico este trabalho ao meu Deus, sem Ele nada sou, mas com Ele tudo posso, por Ele tudo faço.

AGRADECIMENTOS

O desenvolvimento desse trabalho de conclusão de curso, contou com a ajuda de diversas pessoas, dentre as quais agradeço:

Primeiramente ao meu Deus, Senhor e Redentor, que me deu a oportunidade, saúde e coragem para enfrentar essa etapa.

Ao meu orientador Professor Dr. Joelson, o qual tenho muito respeito e admiração pela nossa convivência e pela sua excelência ao exercer sua profissão. Ao meu examinador Prof. Me. Josevandro Barros Nascimento pela grande compreensão, respeito e amizade criados até aqui, e também ao examinador Prof. Me. Ivan Bezerra de Sousa por ser o pioneiro comigo nessa aventura, sendo o meu guia ainda no pré-projeto.

A todos os professores do curso de licenciatura plena em matemática da UEPB, que pelos seus ensinamentos pude estar aqui hoje concluindo este trabalho.

A minha família, em especial a minha avó Helena Pereira de Sousa, minha mãe Rubyslene Pereira de Sousa Silva, meu avô Rubens Avelino de Sousa e meu pai José Nilson dos Santos Silva, eles são as forças e os alicerces concedidos a mim pela graça do Meu Senhor, é minha motivação e meu principal motivo na busca pelo progresso.

Aos meus amigos, por dividirem todas essas jornadas ao meu lado, coletando diversas vivências em eventos, disciplinas e momentos de descontração, em especial ao meu colega Magno Victor Felisardo Barbosa, meu amigo irmão com o qual pude dividir minhas dificuldades e vitórias nessa caminhada.

Muito obrigado!

*Ó mar salgado, quanto do teu sal
São lágrimas de Portugal!
Por te cruzarmos, quantas mães choraram,
Quantos filhos em vão rezaram!
Quantas noivas ficaram por casar
Para que fosses nosso, ó mar!*

*Valeu a pena? Tudo vale a pena
Se a alma não é pequena.
Quem quer passar além do Bojador
Tem que passar além da dor.
Deus ao mar o perigo e o abismo deu,
Mas nele é que espelhou o céu.*

(Fernando Pessoa)

RESUMO

A expansão marítima ocorrida inicialmente entre os séculos XV e XVI representa um período de grande desenvolvimento, período este responsável pelo alto desenvolvimento naval e novas interações entre diferentes povos, com a chegada às Índias e criação de novas rotas comerciais pelo Atlântico. Todo esse evento só pôde ocorrer graças ao grande investimento nas ciências, em especial na matemática, astronomia e náutica, na qual, inicialmente, Portugal tomou a dianteira, protagonizando principalmente o desenvolvimento naval. O objetivo deste trabalho é apresentar como a matemática foi utilizada pelos exploradores de modo a conquistar os seus principais objetivos, como chegar às Índias. Além das outras influências causadas pela matemática no que diz respeito a forças da natureza e também em níveis socioeconômicos. Partimos de uma abordagem metodológica qualitativa, com aporte teórico envolvendo história da matemática e história geral, principalmente acerca das grandes navegações. Concluímos com essa pesquisa que a matemática teve um amplo desenvolvimento a partir das grandes navegações e que a relação entre história geral e história da matemática se constitui em uma possibilidade metodológica para se abordar temáticas em sala de aula.

Palavras-Chave: história da matemática; educação matemática; grandes navegações; expansão marítima.

ABSTRACT

The maritime expansion that initially occurred between the 15th and 16th centuries represents a period of great development, responsible for the high level of naval development and new interactions between different peoples, marked by the arrival in the Indies and the creation of new commercial routes across the Atlantic. This entire event could only occur thanks to the great investment in sciences, especially in mathematics, astronomy and nautical, where Portugal initially took the lead, playing a leading role in naval development. The objective of this work is to present how mathematics was used by explorers in order to achieve their main objectives, such as reaching the Indies. In addition to the other influences caused by mathematics, there is no need to concern the forces of nature and also socioeconomic levels. We start from a qualitative methodological approach, with theoretical support involving the history of mathematics and general history, particularly focusing on the Exploration Age. We conclude from this research that mathematics had a broad development from the great navigations and that the relationship between general history and the history of mathematics constitutes a methodological possibility for approaching topics in the classroom.

Keywords: history of mathematics; mathematics education; great navigations; maritime expansion.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – CARAVELA PORTUGUESA	18
FIGURA 2 – NAU PORTUGUESA.....	19
FIGURA 3 – QUADRANTE NÁUTICO	20
FIGURA 4 – ASTROLÁBIO NÁUTICO.....	21
FIGURA 5 – BALESTILHA.....	22
FIGURA 6 – CÍRCULO MÁXIMO E LINHA DE RUMO (LOXODROMIA)	24
FIGURA 7 – PROJEÇÃO DE MERCATOR.....	24
FIGURA 8 – ROTAS MARÍTIMAS	25
FIGURA 9 – METALISMO.....	28

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.2	Objetivos.....	11
1.2.1	Objetivo Geral.....	11
1.2.2	Objetivos Específicos	12
1.3	Justificativa	12
1.4	Metodologia	13
2	REVISÃO DA LITERATURA	14
2.1	A matemática antes das grandes navegações.....	14
2.2	A consolidação de Portugal	15
2.3	Portugal se lança ao mar	15
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES.	17
3.1	Escola de Sagres.....	17
3.2	As embarcações portuguesas e a geometria das velas.....	17
3.3	Instrumentos náuticos.....	19
3.4	Quadrante náutico	19
3.5	Astrolábio náutico	20
3.6	Balestilha	21
3.7	Pedro Nunes e o estudo da loxodromia e ortodromia	22
3.8	A força de coriolis nas grandes navegações	25
3.9	Outros impactos causados pelas grandes navegações	27
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	30
	REFERÊNCIAS	31

1 INTRODUÇÃO

As grandes navegações portuguesas representam o momento histórico desenvolvido entre o século XV e o início do século XVII. Este período é marcado pela ascensão de Portugal, que viria a se tornar a principal potência marítima da época, focou todos seus esforços e investimentos para que pudessem se desenvolver nas áreas relacionadas com as ciências náuticas. Segundo D'ambrósio

A grande proeza de viajar por todos os mares, o que revelou novas terras, novos povos e novas possibilidades para os europeus, foi resultado de um projeto de grande envergadura que se originou nos primeiros tempos da monarquia portuguesa.

Portanto, o protagonismo exercido pelo reino português no desenvolvimento das ciências náuticas seria de suma importância para o desenvolvimento da matemática.

Com Portugal sendo um país unificado, mas, completamente distante do resto do mundo e estando completamente fechado ao mar, não havia outra saída que não fosse atravessar o Oceano Atlântico rumo ao Índico, planejando assim, chegar as Índias. Essa ideia inicialmente articulada pelo rei e Mestre de Avis D. João I garantiu a nação um passo a frente das demais. Sofrendo graças aos superfaturamentos das especiarias asiáticas, Portugal teve a necessidade de procurar alternativas para contornar tanto o bloqueio do mediterrâneo, quanto o terrestre, visto a distância existente em relação as índias. Porém, os primeiros resultados desses esforços só viriam a aparecer no reinado de D. Duarte (Santos; da Silva, 2010).

A chegada do Infante D. Henrique, quinto filho de D. João I com a rainha D. Filipa de Lancastre, frente a navegação e já como governador da Ordem de Cristo¹, seria transformador para a história desse período. Segundo D'ambrósio:

A figura mais importante dessa empresa foi o infante Dom Henrique, chamado o Navegador, quem planejou e em grande parte executou o mais importante projeto de expansão na história da humanidade. Nessa época foi conhecida toda a África, planejou-se a rota para as Índias, iniciou-se a conquista do Atlântico e logrou-se a circunavegação do globo terrestre. (D'AMBRÓSIO, 2000, p. 7).

Sendo responsável pela suposta formação de um novo centro de estudos náuticos chamado "Escola de Sagres", D. Henrique viria a garantir importantes desenvolvimentos

¹ Ordem religiosa (Católica) e militar criada no século XIV que pelos seus ideais, buscava a expansão do cristianismo. Que seria outra grande motivação para a expansão marítima do século XV.

náuticos e matemáticos. Inovações que garantiriam posteriormente, a sua primeira conquista marítima que alavancaria a busca e o desenvolvimento naval português, a conquista de Ceuta².

Os portugueses foram conquistando pouco a pouco diversos entrepostos comerciais e geográficos, que viriam a garantir melhorias nas questões econômicas, porém, ainda assim não solucionavam definitivamente seus problemas, já que a cada conquista local os muçumanos simplesmente mudavam e adaptavam suas rotas, em busca de uma melhor resolução, já em 1498 uma expedição liderada pelo navegador Vasco da Gama, é iniciada em prol da busca de uma rota marítima direta com as Índias, enfrentando muitos riscos e perdas, retornando ao porto de Lisboa apenas no ano seguinte, não conseguindo tantos lucros quanto imaginavam, entretanto, essa aventura garantiu a Portugal a chance de mapear parte da costa oeste-africana.

Muitos dos conhecimentos em posse dos portugueses, tinham sido assimilados pelos árabes e também dos antigos pescadores, incluindo a questão do uso de velas triangulares e quadradas em suas embarcações, assim como muitos dos instrumentos que viriam a ser usados no mar para medições e cálculo de posição. Muito desses desenvolvimentos também é creditado por alguns historiadores à Escola de Sagres, elemento muito misterioso na história de Portugal, mas que de modo geral demonstra como os portugueses investiram em diversas áreas das ciências, em especial a matemática, astronomia e engenharia.

A era dos descobrimentos devido todos esses fatos, se faz um momento extremamente especial e importante na história do desenvolvimento humano, com feitos comparáveis com a própria ida à lua, como também garantindo que muitas tecnologias e inovações pudessem ocorrer, novidades essas que garantiram de maneira rudimentar bases essenciais para que pudessemos chegar ao atual nível de desenvolvimento humano, econômico e em particular o matemático, com investimento nas universidades e outros campos de pesquisa, permitindo progressos na aritmética, álgebra, geometria e trigonometria.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Desbravar os acontecimentos que permitiram os desenvolvimentos e a melhoria no uso da matemática durante o período das Grandes Navegações portuguesas, demonstrando o papel de

² Importante centro comercial muçumano no século XV, localizado no norte da África, mais especificamente no Estreito de Gibraltar. Se fez crucial para as rotas comerciais dos povos islâmicos.

destaque desempenhado pela matemática na evolução de embarcações, técnicas de navegação e desenvolvimento de novos conhecimentos geográficos.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Analisar os conhecimentos matemáticos gerados pelas interações culturais que garantiram inovações tecnológicas aos portugueses;
- Pesquisar as áreas da matemática que passaram por grande destaque na época das grandes navegações;
- Estudar de que forma os grandes navegadores e marinheiros desenvolveram técnicas e como utilizavam a matemática em seus instrumentos;
- Visualizar de que forma os conhecimentos matemáticos produzidos e desenvolvidos durante a era dos descobrimentos pode ter impactado nas aplicações matemáticas posteriores e atuais.

1.3 Justificativa

Essa pesquisa bibliográfica tem como foco explorar os usos e desenvolvimentos vivenciados na matemática do século XV, tempo em que ocorreram as grandes navegações portuguesas.

Em primeiro lugar, a investigação desse tema pode nos proporcionar algumas percepções em relação a matemática como uma ciência aplicada. Ao descobrir as técnicas e conhecimentos dos navegadores portugueses utilizados no século XV e XVI, é possível notar que a matemática vai além do conhecimento formal e abstrato visto nas escolas e nas universidades, sendo na verdade um instrumento prático essencial para resolução de problemas reais.

Além disso, a grande influência herdada desse período em relação as ciências cartográficas, náuticas e das técnicas de navegação. Essa pesquisa, não retoma simplesmente as contribuições portuguesas e sua herança deixada para o mundo, mas vem para destacar como a matemática desempenhou grande papel na expansão global e na integração entre povos ocidentais e orientais.

Dessa forma, esse trabalho é justificado pela importância de estudar a matemática como grande instrumento. De fato, uma tecnologia que consegue adaptar-se as necessidades humanas, utilizando as Grandes Navegações Portuguesas em um contexto enriquecedor.

1.4 Metodologia

Abordamos aspectos sobre o desenvolvimento e o uso da matemática durante as grandes navegações portuguesas por meio de uma abordagem qualitativa de pesquisa. Para Bogdan e Biklen (1994), uma pesquisa qualitativa é descritiva e parte da concepção do interesse pelo caminho da investigação a percorrer e não simplesmente pelos resultados encontrados. Assim, essas pesquisas parte de uma descrição das informações encontradas nas pesquisas bibliográficas da literatura acadêmica. Em seguida apresentamos a revisão da literatura.

2. REVISÃO DA LITERATURA

2.1 A matemática antes das grandes navegações

O mundo e a matemática durante os séculos V e XIV passaram por momentos de grandes diversificações, em especial com os povos indo-árabicos.

De fato, a disseminação do islã e o domínio mulçumano no continente asiático e até mesmo da Europa (região ibérica), foi o que permitiu a estes povos assimilarem e investirem em diversas áreas de conhecimento, uma vez que segundo (Warsi et al, 2020) possuíam muito respeito pela filosofia e buscavam por investigações científicas, imbuídos desse desejo pelo saber, o próspero império mulçumano protagoniza locais historicamente importantes para pesquisa como: a Casa da sabedoria e o Centro de Aprendizado e pesquisa de Bagdá.

Os sábios árabes não somente estudavam e traduziam textos gregos, como também desenvolveram seus próprios conceitos e estando aberto a novos conhecimentos, adotaram diversos métodos indianos, como seus numerais, incluindo por exemplo, a elevação do 0 a classe de numeral e não somente um termo posicional, fato creditado a Brahmagupta (598-668 d.C.).

Em contrapartida, segundo Warsi *et al* (2020, p. 86), na Europa o estudo científico incluindo a matemática estava sob o controle e olhos da Igreja Católica, limitado a algumas poucas traduções gregas antigas e as aprovações das autoridades eclesiásticas, desse modo, permanecendo ainda limitados aos numerais romanos. Porém, durante o século XII em diante, durante as batalhas entre cristãos e mulçumanos (estas chamadas de Cruzadas) que as interações entre esses povos têm um aumento significativo, permitindo assim que os europeus finalmente pudessem ter acesso a boa parte dos conhecimentos adquiridos e mantidos por indianos e árabes, o que inclui o tratado sobre álgebra creditado a Al-Khwarizmi. Complementando esse argumento, D'ambrósio diz:

A partir da primeira cruzada, em 1096, a Europa cristã teve acesso aos elementos básicos da cultura árabe, inclusive interpretações da filosofia grega clássica. Iniciou-se, assim, uma revitalização das pesquisas nos mosteiros da Europa. Foi necessário criar um outro espaço intelectual, onde temas aprendidos dos hereges muçulmanos poderiam ser discutidos. Surgem assim as universidades, das quais as primeiras são em Bolonha (ca 1088) e Paris (ca 1170). (D'AMBRÓSIO, 2000, p. 4)

Porém, Warsi *et al*. (2020, p. 87) também mostra que as interações entre europeus e árabes iam além da guerra e derramamento de sangue, como no caso das cidades italianas que não tardaram em comercializar com os mulçumanos. Esse tipo de relação permitiu

assimilações que possibilitaram a Leonardo Pisa (Fibonacci) se tornar a principal figura ocidental responsável pelo ressurgir da matemática na Europa, por ele foram adotados os numerais indo-arábicos e símbolos nos problemas algébricos, ficando ainda mais conhecido pela produção autoral, a sequência aritmética de Fibonacci.

2.2 A consolidação de Portugal

Após as vitórias durante a Reconquista (guerra que tiraria o controle dos mouros sob o território português e espanhol) da Península Ibérica. Foi só sob a liderança de D. Afonso Henriques, que Portugal deixaria de ser apenas um condado e passaria a ser um reino, com sua primeira dinastia sendo a dinastia de Borgonha, iniciada no ano 1139. Dentre os principais atos durante seu reinado, Afonso I conseguiu expandir o território e os limites nacionais, permitindo que Portugal se tornasse o primeiro Estado Independente da Europa, passo extremamente importante para que se pudesse ter liberdade e desenvolvimento suficiente, permitindo futuramente que as Grandes navegações ocorressem (Santos; Silva, 2010).

Outro período importante para a consolidação Portugal, ainda durante a dinastia de Borgonha, foi durante o governo de D. Dinis (1261-1325). Foi no seu reinado que o primeiro centro de ensino do País seria fundado. Inicialmente localizado na capital Lisboa, porém, após alguns anos seria transferida para Coimbra (Santos; Silva, 2010). Sendo até hoje umas das universidades mais antigas em atividade.

2.3 Portugal se lança ao mar

Com Portugal já sob a liderança da dinastia dos Avis, seria no ano de 1385 com a ascensão do Mestre de Avis D. João I ao trono português, que um novo período de desenvolvimento seria possível para Portugal. O cargo real permitiu-lhe investir no desenvolvimento de tecnologias náuticas, aproveitando da localização favorável de Portugal no que diz respeito as atividades marítimas. Mesmo assim, foi somente durante o governo de D. Duarte, seu filho, que os frutos passaram a ser colhidos, com alguns descobrimentos ao longo da costa oeste africana.

O grande objetivo era chegar ao oriente, onde finalmente poderiam comercializar diretamente com os povos asiáticos, fugindo assim dos bloqueios marítimos existentes no mediterrâneo e do superfaturamento de produtos e especiarias, uma vez que a demora e as viagens necessárias para se conseguir tais insumos eram complicadas e perigosas, além de depender de grandes mercadores estrangeiros, que com certeza explorariam o máximo possível em busca de lucros (Santos; Silva, 2010).

Diversas batalhas foram travadas, causando assim a conquista de diversas ilhas e a captura de portos que viriam a se tornar importantes entrepostos comerciais para os portugueses. Mesmo que inicialmente os árabes simplesmente buscassem as mudanças de rota, com os avanços tecnológicos e conhecimentos geográficos cada vez mais assimilados pelos portugueses, não tardaria até que navegadores como Vasco da Gama pudesse, com muito esforço e custo, chegar até as Índias. Agora, os portugueses estariam em imensa vantagem em relação a qualquer outra nação, o oceano era sua casa tanto quanto aquele pequeno espaço de terra completamente afastado dos centros comerciais

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES.

3.1 Escola de Sagres

Para que fosse possível tantos avanços e acontecimentos, se entra em questão a existência ou não da Escola de Sagres. Um debate entre historiadores, causado pela falta de evidências diretas de que tenha sido uma escola física, existindo ou não, ela está associada a figura do infante D. Henrique, um dos filhos de D. João I.

Entre os anos 1416 e 1419 o Infante teria construído um local de estudos e formação náutica no castelo de Sagres (Santos; Da Silva, 2010), ou seja, a Escola de Sagres pode representar na verdade um período de inovação e investimento na pesquisa por parte de Portugal, momento em que cientistas e pesquisadores de diversas partes do mundo eram convidados e contratados para trabalhar no desenvolvimento de novas tecnologias marítimas, conhecimentos astronômicos, matemáticos e até mesmo para formação de novos navegadores, como foi afirmado por D'ambrósio (2000) ao dizer que o grupo de intelectuais trazidos por Dom Henrique teria sido simbolicamente chamado de Escola da Sagres. Contudo, para Santos e da Silva (2010, p.25), "Sagres tornou-se o primeiro centro de estudos marítimos de toda a Europa...", demonstrando que há sim discussão em relação a sua possível existência.

De fato, o que a Escola de Sagres representa na história de Portugal, está por trás de seu grande avanço e pioneirismo no que viriam ser as Grandes Navegações, pioneirismo esse que permitiu a inovação por meio de caravelas e Naus.

3.2 As embarcações portuguesas e a geometria das velas

As caravelas foram o primeiro grande símbolo da era dos descobrimentos, seu surgimento está ligado a assimilação do conhecimento e cultura moura, como também dos antigos pescadores. Não somente isso, mas também ao grande investimento e busca por desenvolvimento de tecnologias marítimas como já explicitados anteriormente. A grande inovação advinda das caravelas se dava por sua capacidade de navegar a bolina, ou seja, quase que contra os ventos, essa adaptação se dá graças ao uso de vergas obliquas e velas triangulares, que ao ser usada de maneira mais inclinada cria um mecanismo de escape para o vento contrário.

FIGURA 1 – CARAVELA PORTUGUESA

Fonte: Disponível em: <<https://marsemfim.com.br/caravelas-o-brasil-deve-um-favor-a-elas-conheca/>>
Acesso em 11 de novembro de 20230

As caravelas ainda assim continuaram passando por diversas adaptações até o fim desta era, como afirmam Santos e da Silva (2010, p. 26) ao dizer que “o sucesso das explorações e das descobertas no continente africano exigiram constantes modificações para enfrentar as novas condições de mar e ventos.”

Ainda segundo Santos e da Silva (2010, p. 27), a necessidade de uma maior capacidade de carga, não só de produtos, mas também de marinheiros, se fez necessário a melhoria de embarcações e a criação de novas outras que pudessem trabalhar junto as caravelas. Dessa maneira, entre 1410 e 1420 surgem as naus, navios pesados e que agora permitiriam viagens mais longas. O grande diferencial das naus, além de questões estruturais, era a disposição de múltiplas e diferentes tipos de vela, velas quadradas e triangulares, o que capacitavam as naus a enfrentarem condições extremamente complicadas em mar aberto, com adaptabilidade suficiente para navegar a bolina e também aproveitar muito melhor os ventos favoráveis.

FIGURA 2 – NAU PORTUGUESA

Fonte: Disponível em <<https://www.vortexmag.net/caravelas-naus-e-galeoes-portugueses-o-choque-tecnologico-do-seculo-xvi-2/>> Acesso em 11 de novembro de 2023.

Com essa embarcação foi possível a expansão imperial e criação de novas rotas comerciais, com a chegada em novos continentes.

3.3 Instrumentos náuticos

Dentre o que há de matemático durante as Grandes Navegações, talvez os instrumentos náuticos sejam os elementos mais ligados a cálculos e trigonometria. Segundo Oliveira (2017), esses equipamentos foram artifícios importantíssimos para os marinheiros, sendo empregados com a função de calcular longitudes, latitudes e posicionamento geográfico, tudo isso por meio de ângulos e o posicionamento dos astros.

3.4 Quadrante náutico

Com sua origem e uso precedendo as grandes navegações, Oliveira (2017) afirma que o quadrante surge primeiramente para fins astronômicos, sendo futuramente adaptado as necessidades náuticas. Sendo feito geralmente a base de madeira ou latão, sua finalidade passou a ser medir as alturas dos astros. Seguindo o formato de um quarto de círculo, possuía uma graduação que variava de 0° a 90° . Nas suas extremidades eram fixadas duas pínulas, onde cada uma delas equipavam um orifício através do qual ocorriam as observações dos astros.

FIGURA 3 – QUADRANTE NÁUTICO

Fonte: Disponível em < <https://matematicando.net.br/o-quadrante-nautico/> > Acesso em 14 de novembro de 2023

Ainda segundo Morey e Mendes (2005, p. 10), o modo de uso do quadrante náutico era ainda aprimorado por meio de um fio de prumo centralizado, servindo para interceptar a parte graduada. Esse fio se tornaria crucial ao possibilitar a leitura da graduação, indicando, dessa forma, a altura do astro a ser observado. Assim, o quadrante permitia aos navegadores determinarem a latitude em que a embarcação se encontrava, usando como base geralmente a Estrela Polar e altitudes de astros que cruzassem o meridiano local.

3.5 Astrolábio náutico

Assim como o quadrante, Oliveira (2017) nos diz que o astrolábio era um equipamento já existente desde antes da Era dos Descobrimentos, utilizado e aprimorado desde a antiguidade, pelos gregos e posteriormente pelos árabes durante a expansão do islã na Europa da idade média.

Além de carregar muitas das mesmas funções do quadrante, pode-se dizer que o astrolábio era um instrumento ainda mais completo, permitindo o acesso a outras informações astronômicas, como determinação da hora, determinar as estações do ano e, até mesmo, a construção de tabelas de tangentes e cotangentes (Oliveira, 2017). Entretanto, mesmo com essas funções adicionais, o que realmente se tornaria importante para os navegadores, seria a de medir e graduar a altura dos astros.

FIGURA 4 – ASTROLÁBIO NÁUTICO

Fonte: Disponível em: <<https://igeo.ufrgs.br/museudetopografia/index.php/equipamentos/179-astrolabio>>. Acesso em 14 de novembro de 2023.

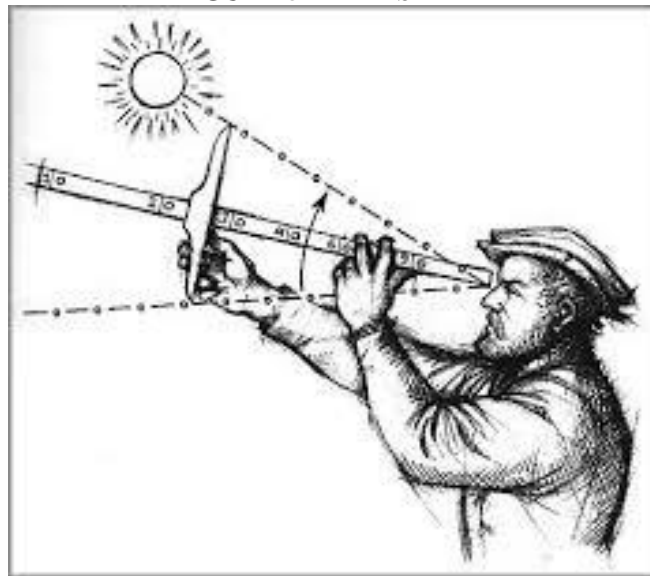
Ao ser continuamente adaptado para o uso naval, o astrolábio basicamente era uma roda graduada, que possuía fixada de forma centralizada a medeclina ou alidade (seta móvel), que girava livremente e suas pontas serviriam justamente para aferir a graduação da altura de determinado astro, e para observação dos corpos celestes, existiam duas pequenas placas quadradas acopladas ortogonalmente a medeclina, onde de maneira similar ao quadrante, também possuía cada uma um orifício em seus respectivos centros, onde se podia apontar e observar. Como parte de sustentação, também existia uma espécie de argola, permitindo ao observador sustentar o instrumento.

3.6 Balestilha

Mesmo sabendo que seu uso é posterior ao quadrante e ao astrolábio, seu surgimento é coberto de incertezas, não sendo conhecida a data de seu aparecimento na marinha e não se sabendo se os navegadores conseguiram obter resultados satisfatórios com o uso da balestilha, visto a controvérsia existente quanto a precisão desse instrumento (Morey, Mendes, 2005).

Ainda segundo Morey e Mendes (2005, p.23), poderia servir também para medições de latitude e altura dos astros, permitia ainda medir a distância angular entre dois astros. Podemos dizer que a balestilha era feita de madeira e constituída por um virote (uma vara de secção quadrada), com comprimento um pouco inferior a um metro e onde ficava a graduação do instrumento. Para realizar as medições existia também a soalha (com medidas menores que o virote), que era encaixada de modo a deslizar ao longo do virote, permitindo a leitura das informações necessárias.

FIGURA 5 – BALESTILHA



Fonte: Disponível em <<https://igeo.ufrgs.br/museudetopografia/index.php/equipamentos/181-balestilha>>.

Acesso em 14 de novembro de 2023.

Para utilizar a balestilha de modo adequado, o observador deveria colocar seu olho numa extremidade do próprio virote, e deslizando a soalha deveria ver a estrela na extremidade superior da soalha e a linha do horizonte na extremidade inferior, após esses passos, a graduação dada pelo virote permitiria saber a coordenada desejada.

A balestilha, assim como o astrolábio e quadrante, foi amplamente utilizada durante as grandes navegações portuguesas para orientações em mar aberto.

3.7 Pedro Nunes e o estudo da loxodromia e ortodromia

Como já dito, a Era dos descobrimentos, pela ótica particular dos portugueses, foi impulsionada pela procura de rotas alternativas para chegada as Índias. Com esse objetivo em mente, os portugueses se destacaram por darem início as Grandes Navegações. Dessa forma, o grande investimento e atenção em relação a navegação dada pelos portugueses (inclusive o

estatuto de ciência), e nesse contexto, vários cientistas portugueses puderam focar seus estudos nas ciências que pudessem servir aos navegadores, como a astronomia e cartografia, se destaca, em especial, o matemático Pedro Nunes (1502-1578). D'ambrósio (2000, p. 7) afirma “A base das ciências náuticas era a matemática. Sem dúvida, o mais importante matemático da época foi Pedro Nunes”.

Mesmo com os instrumentos já existentes, para os marinheiros da época, era mais simples e seguro seguir em uma única direção, uma vez que pelo uso da bússola rumavam constantemente ao norte, dessa forma, cruzando os meridianos terrestres numa mesma angulação, assim, seguindo uma linha de rumo ou loxodromia. Entretanto, se pensava que ao navegar dessa maneira, estariam percorrendo o círculo máximo (Gurgel, 2012). Como discorre Penteado:

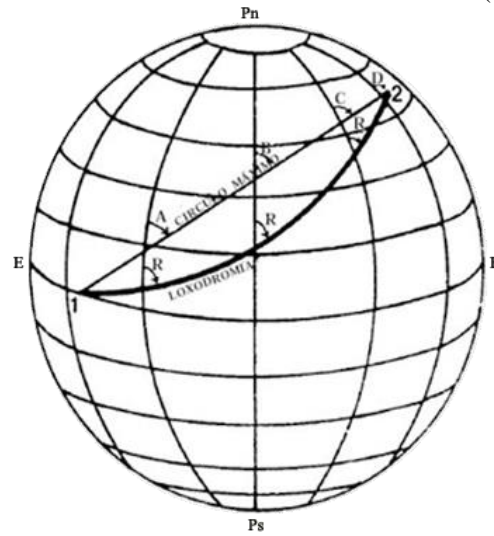
Podemos dizer que os pilotos pensavam que navegando ao longo de um rumo constante (loxodromia) eles saíam de um ponto qualquer da esfera, navegariam ao longo de um círculo máximo e, usando essa metodologia, em algum momento regressariam para o mesmo lugar de partida, ou seja, dariam a volta ao mundo. Essa verdadeira intuição dos pilotos foi contra o que Pedro Nunes mostrou em seus textos, porque a navegação por um círculo máximo (o menor caminho entre dois pontos do globo) consistia em fazer diferentes ângulos com os meridianos ao longo de um trajeto, o que queria dizer, que os navegadores deveriam fazer mudanças no rumo durante a viagem. (PENTEADO, 2011, p. 127)

Portanto, seguir as linhas de rumo durante a viagem seria na verdade uma desvantagem, tornando o caminho mais longo do que poderia ser.

E quanto ao comprimento do caminho andam muito mais do que eles acham (...), porque vão fazendo grandes rodeios quando, sem tomar a altura por estimação do caminho que tem andado, querem fazer seu ponto, lançam em linha direita que eles têm andado por rodeios e os lugares ficam mais longe. (NUNES, 2002, p. 113)

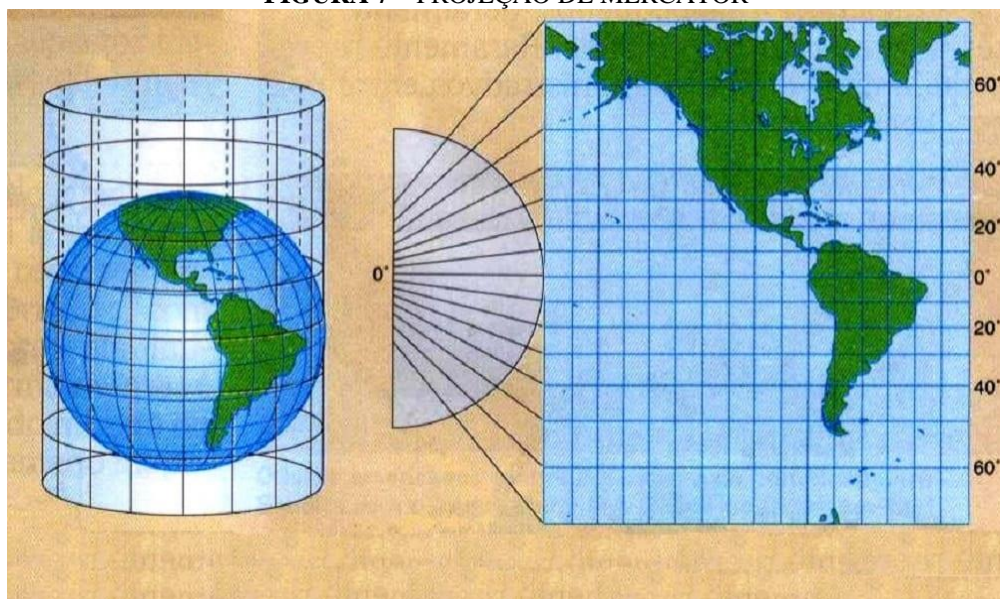
Nascido em Alcácer do Sal, Pedro Nunes (1502-1578), figura central desse período, viria a trazer grande discussão de desenvolvimento do tema com seu *Tratado da esfera* (1537).

Com seus estudos focados nas navegações e na cartografia, é possível dizer que ele foi um exímio criador de teorias náuticas, com alguns navegadores se dispondo até mesmo a testá-las. É com Pedro Nunes, que as dúvidas sobre a maneira mais eficiente de se navegar ganham força, em especial no direcionamento e possíveis ajustes de rota a serem feitos, de modo a se alcançar o posteriormente chamado, círculo máximo.

FIGURA 6 – CÍRCULO MÁXIMO E LINHA DE RUMO (LOXODROMIA)

Fonte: Disponível em <<http://www.historiadacartografia.com.br/loxodromia.html>>. Acesso em 15 de novembro de 2023

As contribuições de Pedro Nunes, ainda assim, sofreram certa resistência por parte dos navegadores que se fundamentavam na prática e uso das loxodromias. Mesmo assim, com o passar do tempo seus conhecimentos na matemática e cartografia passaram a ser mais utilizados na necessidade de desvendar os novos problemas náuticos, uma vez que as viagens se tornariam ao longo do tempo cada vez mais longas e com pontos de chegada mais distantes.

FIGURA 7 – PROJEÇÃO DE MERCATOR

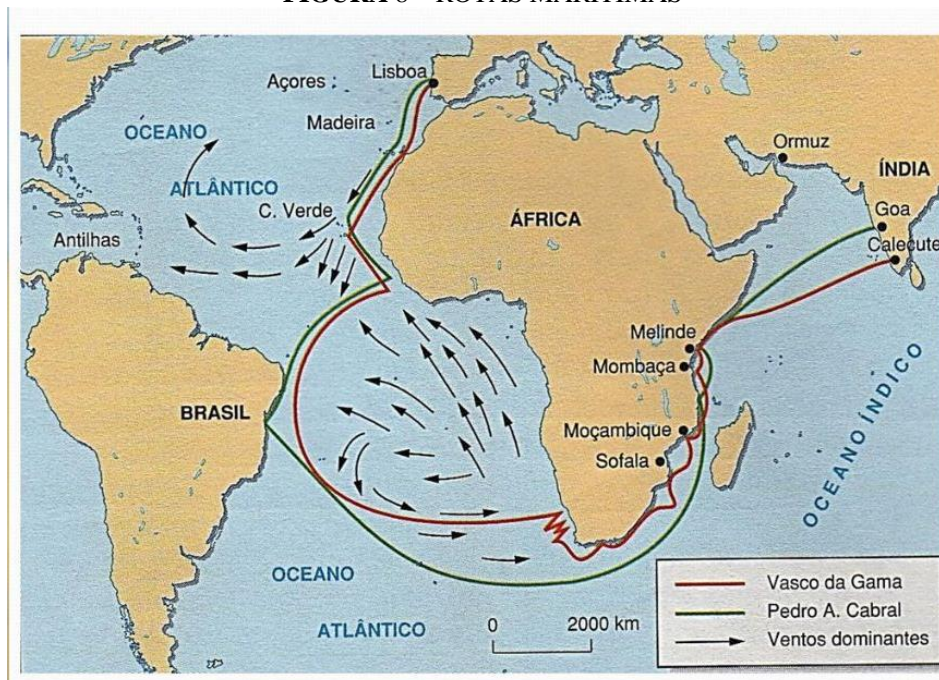
Fonte: Disponível em <<https://adenilsongiovanini.com.br/blog/projecoes-cartograficas/>> Acesso em 15 de novembro de 2023.

Apesar de não ser responsável pela confecção direta de nenhum mapa, Pedro Nunes foi responsável por preparar as ideias iniciais e que facilitariam a produção de novos mapas e projeções para o uso dos marinheiros. Algo que futuramente seria feito pela revolucionária projeção de Mercator, criada por Gerardus Mercator e que é estudada até os dias de hoje.

3.8 A força de coriolis nas grandes navegações

Mesmo não sendo um conhecimento existente na época das grandes navegações, a força de coriolis, assim chamada por ter sido descoberta pelo engenheiro francês Gaspard-Gustave-Coriolis no ano de 1835, teve sim importância durante a era dos descobrimentos, causando alterações diretas sobre como se seguiam as rotas marítimas dos grandes navegadores da época, onde Chesman, Cavalcanti-Neto, Furtado (2023, p. 2) afirmam que “as linhas ao norte seguem o sentido horário de circuitação, enquanto que ao sul seguem o sentido anti-horário”. Portanto, podemos dizer que a força ou efeito de coriolis age diretamente sobre qualquer corpo que esteja em movimento sobre a superfície terrestre, no caso das embarcações do século XV, causando desvios de rota, isso considerando a direção rotacional e velocidade da Terra.

FIGURA 8 – ROTAS MARÍTIMAS



Fonte: Disponível em <<https://www.brasilparalelo.com.br/artigos/descobrimento-do-brasil>> Acesso em 17 de novembro de 2023.

Como mostra a figura acima, temos nas rotas de Vasco da Gama e Pedro Álvares Cabral dois grandes exemplos de uso e causa do efeito de coriolis. É importante destacar, que

mesmo não se tendo o conhecimento exato sobre a força de coriolis, os seus efeitos sobre as correntes marítimas e dos ventos era sim de conhecimento dos navegadores. Um registro importante é de Bartolomeu Dias, que saindo de Portugal no ano de 1487 em busca de determinar onde se encerrava o continente africano, acabou encontrando muitas dificuldades com as correntes do hemisfério sul, como dito por Chesman, Cavalcanti-Neto, Furtado.

Dos registros da viagem de Bartolomeu Dias, a saída de Portugal foi em agosto de 1487, a mando do Rei Dom João II da dinastia Avis, com duas caravelas e uma baqueta de mantimentos, com intuito de encontrar o final da África e assim abrir o caminho para a Índia. Sabemos que em 8 de dezembro do mesmo ano chegou até a região, que hoje é a Namíbia, navegando sempre próximo ao litoral da costa oeste africana. Porém, não conseguia avançar maritidamente para encontrar o final da África, e registrou que encontrou violentos temporais e foi obrigado a se afastar do litoral, chegando a reencontrar terra firme somente no dia 03 de fevereiro de 1488, quase dois meses depois. (Chesman, Cavalcanti-Neto, Furtado, 2023, p. 7)

Esses registros dados por Bartolomeu em relação as correntes marítimas e dos ventos no hemisfério sul foram de extrema importância para que Vasco da Gama pudesse se empenhar na grande missão de chegar as Índias, com essa missão se iniciando no ano de 1497. Conforme ilustra a figura 8, como estratégia, Vasco seguiu inicialmente as correntes do hemisfério norte contornando a costa africana, e ao cruzar a linha do Equador navegaram em mar aberto a favor das correntes marítimas, executando a manobra de volta ao mar, permitindo dessa vez cruzar o Cabo da Boa Esperança e navegar pelas águas desconhecidas da África Oriental, onde se seguiu a viagem até a grande chegada em Calicute na Índia no dia 20 de maio de 1498.

Diante do sucesso da expedição de Vasco, segundo Chesman, Cavalcanti-Neto, Furtado (2023, p. 9) a coroa portuguesa cria uma estrutura marinha de proporções nunca antes vistas nas grandes navegações. Com treze navios movidos a vela e cerca de 1500 homens, essa missão seria comandada por Pedro Álvares Cabral. Como também ilustrado pela figura 8, Pedro seguiu os registros já obtidos por Vasco, parando nos mesmos entrepostos (Cabo Verde), com uma pequena diferença, ao cruzar a linha do Equador tentando executar a manobra da volta ao mar, acabou indo mais a oeste do que deveria, graças a esse desvio intencional ou erro de rota, podemos dizer que o Brasil foi encontrado pela coroa portuguesa em 22 de abril de 1500, onde foram feitos os primeiros contatos com povos nativos, e também executadas práticas religiosas cristãs com a participação dos povos indígenas, além disso, foram feitas pequenas explorações pela região para obtenção de mantimentos como lenha e frutas frescas. E posteriormente a parada na então nova terra, deu-se prosseguimento a rota seguindo as correntes até o Cabo da Boa Esperança com sua chegada também as índias.

3.9 Outros impactos causados pelas grandes navegações

As grandes navegações portuguesas não apenas vieram para revolucionar o esquema geográfico do planeta, nem tampouco apenas os conhecimentos náuticos e as ciências cartográficas. Em plena terra seca, o desenvolvimento aflorava de maneira tremenda.

A era dos descobrimentos pode ser destacada como um grande evento histórico de interação social, quase como a globalização é nos dias atuais. A respeito disso D'ambrósio afirma que:

Nos séculos XV e XVI se desenvolveram em Portugal importantes estudos sobre navegação que culminaram com as viagens de Cristóvão Colombo (1451-1506) no hemisfério norte, que chegou à América em 1492, de Vasco da Gama (ca 1469-1524), que em 1498 chegou à Índia pelo hemisfério sul, e de Fernão de Magalhães (ca 1480-1521), que em 1520 encontrou a passagem marítima para o Pacífico. Em 28 anos o planeta se globalizou. (D'AMBRÓSIO, 2000, p. 1)

Dado suas devidas proporções, esse momento histórico trouxe ainda mais forte a possibilidade de troca de conhecimentos entre os diferentes povos do mundo. Isso ocorreu não somente entre os povos do velho continente, mas também junto aos povos originários encontrados nas novas terras da América, onde, como já afirmado anteriormente, puderam ter inicialmente algumas relações amistosas, como a participação dos nativos na primeira missa realizada no Brasil, celebrada pelo Frei Henrique de Coimbra. Contudo, é importante destacar que esses primeiros contatos não dão o verdadeiro resumo dos ocorridos, afinal, posteriormente os povos nativos sofreriam brutalmente nas mãos dos colonizadores europeus, com a chegada de novas doenças (a exemplo a varíola, sarampo, febre amarela, tifo, malária, gripe e a peste bubônica) e também por meio de enfrentamentos e batalhas sangrentas. Suchanek irá dizer:

As populações indígenas foram escravizadas tanto quanto as populações vindas da África, no entanto ainda vigora nos livros didáticos e no imaginário social brasileiro a crença de que a mão-de-obra indígena foi integralmente substituída pela força de trabalho africana. O governo português desenvolveu, desde o início da colonização, um aparato jurídico-administrativo para escravizar as populações nativas, e o Brasil, na condição de país independente, deu continuidade a este processo escravista. (SUCHANEK, 2012, p. 2)

Portanto, destaca-se o fato de Portugal não ter protagonizado apenas feitos, inovações e descobertas gloriosas, infelizmente, por motivos expansionistas e visando a obtenção de

novas riquezas, pelo uso deliberado da violência em prol da conquista de seus objetivos, terá sempre a mancha de sangue dos povos nativos em sua história.

Em relação a matemática, é interessante notar que isso desencadeou a possibilidade de torna-la mais homogênea em todo mundo. Como já dito, a Europa até antes das navegações, ainda utilizava de numerais romanos, limitando muito a escrita e o desenvolvimento de novas ideias matemáticas. O convívio com os Mouros e também com possibilidade de chegar a lugares antes inimagináveis, permitiu não só aos portugueses, mas também aos povos europeus em geral a integrar os numerais indo-arábicos, algo que nos alcança até os dias de hoje. Novamente por D'ambrósio:

Os árabes herdaram e aprimoraram o conhecimento grego e a rápida expansão islâmica teve como resultado a absorção da técnica avançada dos povos convertidos. Assim, através dos árabes, a Europa medieval recebeu importantes conhecimentos de medicina, particularmente ótica oftalmológica, técnica química, cosméticos e culinária. Além de novas condições para apoiar o grande desenvolvimento do comércio e das artes, das navegações e das invenções, criando assim a demanda para um conhecimento mais amplo. (D'AMBRÓSIO, 2000, p. 6)

A matemática desde então tornou-se praticamente universal, um matemático brasileiro pode facilmente entender a escrita de um matemático europeu, já que os termos usados são basicamente os mesmos.

FIGURA 9 – METALISMO



Fonte: Disponível em <<https://conhecimentocientifico.r7.com/colonizacao-mercantilista-ocupacao-efetiva-das-terras-brasileiras/>> Acesso em 17 de novembro de 2023.

Além da integração matemática, houve também a mudança brutal no que diz respeito ao funcionamento econômico. A respeito disso, Eves afirma que:

Cidades portuárias europeias da costa atlântica, que antes de 1500 eram pouco mais do que vilas crescidas, desenvolveram-se rapidamente. Cadiz, na Espanha; Lisboa, em Portugal; La Rochelle, na França; Bristol, na Inglaterra; e Amsterdam, nos Países Baixos tornaram-se importantes mercados comerciais e centros de negócios. (EVES, 1995, p. 339)

A Europa, antes ruralista e baseada no modelo econômico feudal, agora passaria se basear no mercantilismo como modelo, baseando as suas riquezas pela quantidade de metais preciosos acumulados em seus cofres, não somente isso, mas as nações de maiores níveis de prestígio entre os europeus, passariam a ser as mais abastadas de ouro e prata

Nesse novo modelo econômico, o foco de cada nação seria exportar mais do que se importava, por meio da proteção e incentivo ao consumo de suas produções internas, se buscava sempre diminuir a compra de mercadorias estrangeiras, nascendo assim o protecionismo. Essas mudanças podem sim ser associadas a matemática, já que todo o cálculo econômico passaria gradativamente a ser feito de maneira diferente. D'ambrosio irá dizer que:

Nos séculos XV e XVI se desenvolveram em Portugal estudos sobre navegação que culminaram com as viagens de Cristóvão Colombo no hemisfério norte, em 1492, de Vasco da Gama, que chegou à Índia em 1498 pelo hemisfério sul, e de Fernão de Magalhães, que encontrou a passagem marítima para o Pacífico em 1520. O planeta então se globalizou. Observações do céu no hemisfério sul, a descoberta de outros povos e de outras civilizações, e as novas possibilidades econômicas oferecidas às nações da Europa tiveram consequências profundas no conhecimento. (D'AMBRÓSIO, 2000, p. 6)

As mudanças econômicas não dizem respeito apenas aos próprios cálculos de lucros e de balanças positivas, mas todo esse novo fluxo de riquezas que chegava a Portugal e nos países que incentivados por esse movimento também buscaram no mar o seu sucesso, permitiram grande investimento nas áreas do conhecimento. Construções de novas instituições de ensino e também no próprio investimento e fortalecimento nas universidades já existentes, possibilitou futuros grandes desenvolvimentos científicos, e claro, o de grandes nomes da ciência, não sendo diferente em relação a matemática.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo desse trabalho, fizemos uma exploração geral dos usos da matemática e também de seu desenvolvimento durante as grandes navegações portuguesas, período esse que marcou a humanidade trazendo grandes transformações.

Durante essa pesquisa bibliográfica, que visa o levantamento e a análise crítica de documentos publicados sobre a temática discutida (Bocatto, 2006), conseguimos notar que a matemática vai além dos conhecimentos formais das universidades, sendo mais profunda que somente números e cálculos diversos. Notamos que ela pode estar no conhecimento comum dos navegadores, nos instrumentos náuticos, nas ciências cartográficas, econômicas e também estava sendo utilizada para resolver problemas logísticos. Isso obviamente não impediu que elementos já conhecidos da matemática como trigonometria, geometria e a própria astronomia fossem desenvolvidas diante de suas utilizações no traçar de novas rotas, cálculos de posição e produção de novos mapas.

A real compreensão dessas mudanças não vem para simplesmente enaltecer as conquistas dos navegadores portugueses, mas sim para evidenciar a importância da matemática como uma tecnologia, uma ferramenta extremamente adaptável que pode evoluir e se moldar de acordo com as necessidades humanas. Portanto, a Era dos Descobrimentos ao mudarem o curso da história global, também causaram uma grande contribuição para o desenvolvimento da matemática como disciplina.

Assim, ao analisar os acontecimentos passados, não mantemos o foco simplesmente nas conquistas marítimas e geográficas dos navegadores portugueses, mas que percebamos que a matemática, assim como os instrumentos náuticos para os exploradores, nos serve de guia, assim como serviu para nortear o povo português para as soluções de muitas das dificuldades que se apresentaram nos mares desbravados do século XV.

REFERÊNCIAS

A CURVA LOXODRÓMICA E DUAS PROJEÇÕES DA ESFERA: Pedro Nunes e a Curva Loxodrómica. **TRACTOR**. 2013. Disponível em: <https://www.tractor.pt/mat/loxodromica/saber_pedro_nunes1.html> Acesso em 16 de nov. 2023.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

CHESMAN, C; NETO, M. Cavalcanti; FURTADO, C.B.S. Força de Coriolis e as grandes navegações do século XV. **Revista Brasileira de Ensino de Física**. Universidade Federal do Rio grande do Norte, v.45, dezembro. 2022.

D'AMBRÓSIO, U. A Matemática nos Descobrimientos. IFBA, 2000. Disponível em: <http://www.ifba.edu.br/dca/Corpo_Docente/MAT/EJS/MATEMATICA_NOS_DESCOBRIMENTOS.pdf>

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Ed. da Unicamp, 1997.
GURGEL, A. C. LOXODROMIA E ORTODROMIA. **História da Cartografia**. Disponível em: <<http://www.historiadacartografia.com.br/loxodromia.html#:~:text=A%20principal%20teoria%20de%20Pedro,o%20caminho%20mais%20curto%20entre>> Acesso em 16 de nov. 2023.

GURGEL, A. C. **Mercator e sua Contribuição à Cartografia e ao Estudo dos Mapas**. 2012. 114 f. Tese (Mestrado em História da Ciência) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2017

NUNES, P. **Obras: Tratado da Esfera: Astonomici Introductorii de Spaera Epitome**, vol. I, Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2002.

OLIVEIRA, D. A. U. **As Grandes Navegações: aspectos matemáticos de alguns instrumentos náuticos**. 2017. 69 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2017.

O quadrante náutico. Coimbra: [s.n.], 1988. p. 243-273. Separata de "Revista da Universidade de Coimbra", 34, 1988.

PENTEADO, A. M. Matemática e Práticas sociais: desenvolvimento da matemática a partir dos estudos da curva de rumo náutica. **Hipátia – Revista Brasileira de História, Educação e Matemática**. Instituto Federal do Rio de Janeiro, v.6, n.2, p. 415-426, dezembro. 2021

PENTEADO, A. M. Pedro Nunes e a distinção de dois tipos de trajetórias na navegação: a linha de rumo e o círculo máximo. 2011. 208 f. Dissertação - (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2011.

SANTOS, J. S; SILVA, M. L. **Da Formação dos Estados Ibéricos a Conquista e Colonização Espanhola da Capitania Real da Paraíba**. João Pessoa: JRC, 2010

WARSI, K. et al. **O livro da matemática**. Tradução de Maria da Anunciação Rodrigues. 1. ed. Rio de Janeiro: Globo Livros, 2020. p. 86 - 125