UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CAMPUS I - CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANA LÍDIA ARAÚJO DOS SANTOS

DESVENDANDO FRAÇÕES ATRAVÉS DO TANGRAM: UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM LÚDICA PARA UMA APRENDIZAGEM EFICAZ

CAMPINA GRANDE - PB
2024

ANA LÍDIA ARAÚJO DOS SANTOS

DESVENDANDO FRAÇÕES ATRAVÉS DO TANGRAM: UMA PROPOSTA DE ABORDAGEM LÚDICA PARA UMA APRENDIZAGEM EFICAZ

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do Curso de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Abigail Fregni Lins

CAMPINA GRANDE - PB
2024

S237d Santos, Ana Lidia Araujo dos.

Desvendando frações através do tangram [manuscrito] : uma proposta lúdica para um aprendizado eficaz / Ana Lidia Araujo dos Santos. - 2024.

40 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências e Tecnologia, 2024.

"Orientação : Prof. Dra. Abigail Fregni Lins, Departamento de Matemática - CCT".

1. Tangram. 2. Ensino e aprendizagem. 3. Material didático. 4. Metodologia Ativa. I. Título

21. ed. CDD 372.7

Elaborada por Bruno Rafael Freitas de Lima - CRB - 15/1021 BC

ANA LIDIA ARAUJO DOS SANTOS

DESVENDANDO FRAÇÕES ATRAVÉS DO TANGRAM: UMA PROPOSTA LÚDICA PARA UM APRENDIZADO EFICAZ

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática

Aprovada em: 21/11/2024.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado eletronicamente por:

- **Emanuela Régia de Sousa Coelho** (***.622.214-**), em **12/12/2024 15:29:38** com chave **0bc656e4b8b711efa5102618257239a1**.
- **Abigail Fregni Lins** (***.788.168-**), em **12/12/2024 15:21:28** com chave **e7ac683ab8b511ef934406adb0a3afce**.
- **Morgana Ligia de Farias Freire** (***.350.644-**), em **12/12/2024 20:28:09** com chave **bf8ee8d4b8e011efa33906adb0a3afce**.

Documento emitido pelo SUAP. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QrCode ao lado ou acesse https://suap.uepb.edu.br/comum/autenticar_documento/ e informe os dados a seguir.
Tipo de Documento: Folha de Aprovação do Projeto Final
Data da Emissão: 13/12/2024
Código de Autenticação: 3e2acb

Às minhas avós Maria José (in memoriam) e Maria Fernandes, e à minha mãe Alcione, cujos sonhos sempre foram me ver chegar até aqui. Na escola eu aprendi a contar com os dedos e até de cabeça, mas com elas eu aprendi o principal: contar com Deus.

AGRADECIMENTOS

Ao Deus Uno e Trino, eterno e único, revelado na tradição cristã, no Verbo Encarnado e nas Sagradas Escrituras. A Ele, que me livrou da morte tantas vezes, e também das ciladas do maligno, até este momento. Por seu amor imenso, que fez de Jesus o Cristo.

À minha mãe, Alcione, dedico cada página deste esforço. Por ter me dado o maior exemplo do mundo, por ter me instruído no caminho da Verdade, por cravar portas onde só haviam muros.

À minha professora e orientadora, Dra. Abigail Fregni Lins, por acompanhar, aconselhar e sugerir ideias valiosas para o aprimoramento deste trabalho; pela sua amizade e conduta sempre humilde e solícita. Aos membros da banca pela valiosas contribuições.

Ao meu pai, Wanderley, à minha irmã, Lívia, às minhas avós, Maria e Maria, e ao meu avô paterno, José. Por terem investido tempo, dinheiro e atenção máximos à minha formação, por acreditarem e serem o meu porto seguro.

À minha querida amiga, Marielly, que com fé e amor esteve ao meu lado nos momentos mais sombrios, lembrando-me que Deus é a nossa força e esperança.

Agradeço a todos os meus familiares e amigos, que de forma direta ou indireta, contribuíram para que eu completasse o meu objetivo.

Agradeço a todos os professores do Curso de Licenctiatura em Matemática. A todos os coordenadores e funcionários da UEPB.

A todos os meus colegas de Curso, por tornarem o caminho até aqui mais leve e agradável.

A salvação não se dá mediante a política, educação, a igreja, ou qualquer outra agência ou pessoa, mas somente por meio de Jesus Cristo nosso Senhor.

Rousas John Rushdoony

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo responder à duas indagações: Quais as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos em aprender frações? Que proposta didática poderá ser sugerida para contribuir na superação dessas dificuldades? A partir dessas perguntas, pensou-se na sugestão de uma proposta de aula utilizando o material didático manipulável Tangram, que pudesse tornar o ensino e a aprendizagem de frações algo com maior significado. Procurou-se conhecer um pouco da história de frações e como o seu conceito foi desenvolvido. Apresentou-se, pela literatura, as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos em aprender frações, bem como as dificuldades encontradas pelos professores no ensino. Também entendemos importante abordar um pouco sobre metodologia ativa e de como ela é indispensável no processo de ensino e aprendizagem construtivistas. Neste sentido, o Tangram foi escolhido como material manipulativo por ser um quebra-cabeça de fácil construção e pela sua contribuição na formalização do conceito de frações. Nesta sequência, buscou-se criar uma relação entre as peças do Tangram e o conceito de frações, equivalência e as quatro operações. Assim, espera-se que o uso do Tangram possa tornar a aprendizagem de frações mais criativa, divertida e eficaz, promovendo a interação dos alunos com o professor.

Palavras-chave: tangram; frações; material manipulável; metodologia ativa.

ABSTRACT

This work aims to answer two questions: What are the main difficulties faced by students when learning fractions? How could a suggested didactic proposal contribute to overcoming these difficulties? Based on these questions, we thought about suggesting a class proposal using the Tangram manipulative teaching material, which could make the teaching and learning of fractions something with greater meaning. Try to know a little about the history of fractions and how their concept was developed. The literature presented the main difficulties faced by students in learning fractions, as well as the difficulties faced by teachers in teaching. We also believe it is important to address a little about the active methodology and how it is necessary in the process of constructivist teaching and learning. In this sense, Tangram was chosen as a manipulative material because it is an easy-to-construct puzzle and for its contribution to formalizing the concept of fractions. In this sequence, we sought to create a relationship between the Tangram pieces and the concept of fractions, equivalence and the four operations. Thus, it is expected that the use of Tangram can make learning fractions more creative, fun and effective, providing interaction between students and the teacher.

Keywords: tangram; fractions; manipulative material; active methodology.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Desde os anos iniciais do Ensino Fundamental I demonstrei ser uma boa aluna, pois possuía bastante facilidade em assimilar qualquer conteúdo sem ter experimentado qualquer contato anterior. Na escola, minhas matérias favoritas eram Português e Matemática, o que me deixava bastante confusa sobre qual profissão seguir. Dessa forma, diria que o Ensino Médio foi um período decisivo para minha vida acadêmica, pois comecei a me destacar nas aulas de Matemática e fui premiada com medalha de melhor aluna da classe. Meu professor de Matemática, Prof. Edson, com toda sua inteligência e maneira de ensinar, foi uma inspiração para mim. Foi então que eu decidi fazer não outra coisa, senão Matemática.

Ao término do Ensino Médio, fiz o Enem e por questões externas acabei entrando para o Curso de Licenciatura em Letras-Espanhol na Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, em 2017. Cursei apenas dois períodos, pois não me sentia satisfeita e muito menos feliz. Foi então que no ano seguinte resolvi fazer o Enem novamente e ingressei no Curso de Licenciatura em Matemática da UEPB. Finalmente me vi realizada e estudando aquilo que sempre almejei.

Já no Curso, sempre tive muito interesse nos componentes curriculares de Matemática Pura, mas ao pagar dois componentes do Ensino de Matemática, denominados de Investigação Matemática e Prática 2, com o Prof. Lucas Henrique, me vi empolgada com assuntos que antes não julgava tão importantes quanto Cálculo. Foi em um desses componentes que elaborei uma sequência didática sobre o uso do Jogo Tangram como facilitador para o ensino de frações.

Dessa forma, pensei bastante, e por que não me aprofundar neste tema para meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC)? Juntamente com a Profa. Abigail Fregni Lins, onde tive o prazer de tê-la como orientadora deste trabalho. Sendo assim, tendo em vista que o assunto de frações é na maioria das vezes um grande desafio enfrentado por alunos do 7º ano do Ensino Fundamental II, é de suma importância identificar as principais dificuldades deles com relação ao assunto de frações e apresentar uma proposta didática que facilite a aprendizagem do mesmo em sala de aula. E será este o objetivo de nosso TCC.

Dessa maneira, com nosso TCC pretendemos responder às seguintes indagações: *Quais as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos em aprender frações? Que proposta didática poderá ser sugerida para contribuir na superação dessas dificuldades?*

Com isso, nosso TCC dispõe de cinco capítulos. No Capítulo 2, abordamos um pouco da história, do conceito e dos significados de frações. No Capítulo 3, apresentamos as principais dificuldades ao ensinar e aprender frações. No Capítulo 4, introduzimos sobre a prática da metodologia ativa na educação. No capítulo 5, apresentamos uma proposta didática que contribua para vencer as dificuldades enfrentadas pelos alunos. Por fim, no Capítulo 6, apresentamos nossos comentários finais.

2 SOBRE FRAÇÕES

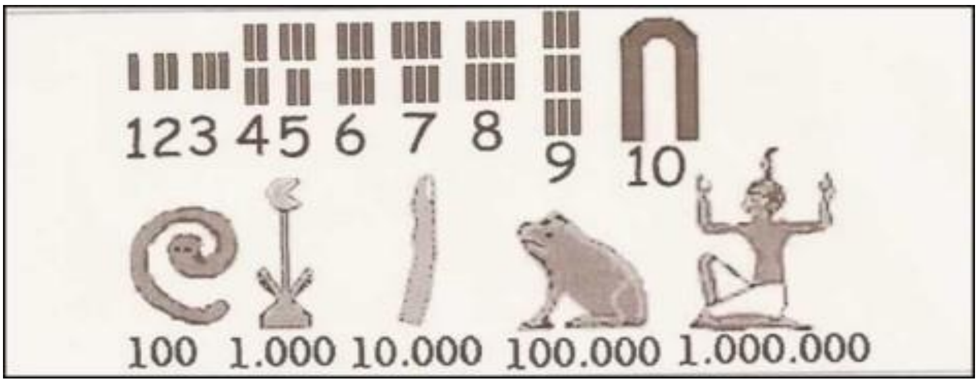
Este capítulo, de duas seções, apresenta o contexto histórico de frações, tal como a formação do seu conceito e os seus significados.

2.1 HISTÓRIA

Antes de tudo, é necessário entender como os povos antigos criaram e utilizavam as frações para suas necessidades práticas do dia a dia, como medir terras, colheitas, líquidos, tecidos, com exatidão. Devemos levar em consideração que muito da história de frações acabou se perdendo ao longo de milênios, pela razão do homem só conseguir expressar suas ideias e pontos de vista por escrito de forma clara nos últimos seis milênios. Para Boyer (2012), não se pode afirmar nada sobre a origem da Matemática, seja Aritmética ou Geométrica, afinal, o seu princípio é mais antigo do que a arte de escrever. À vista disso, todo conhecimento pré-histórico é formado pelos poucos artefatos encontrados de fontes antropológicas e de hipóteses originadas da análise de documentos que foram conservados ao longo dos anos.

Considere-se que o sistema de numeração no Antigo Egito foi criado aproximadamente em 3000 a.C., durante o reinado do Faraó Sesóstrtis (Boyer, 1996). Esse sistema numérico seguia uma base decimal e funcionava de maneira aditiva. O número 1 era indicado por uma barra vertical, e os números até 9 eram representados pela repetição correspondente de barras, por exemplo, o número 6 era representado por seis barras verticais. A partir daí, usavam-se símbolos para múltiplos de 10: uma alçada para o número 10; uma espiral para cem; uma flor de lótus para mil; um dedo para dez mil; um girino ou sapo para cem mil; e, finalmente, um deus com as mãos erguidas para um milhão (Figura 1).

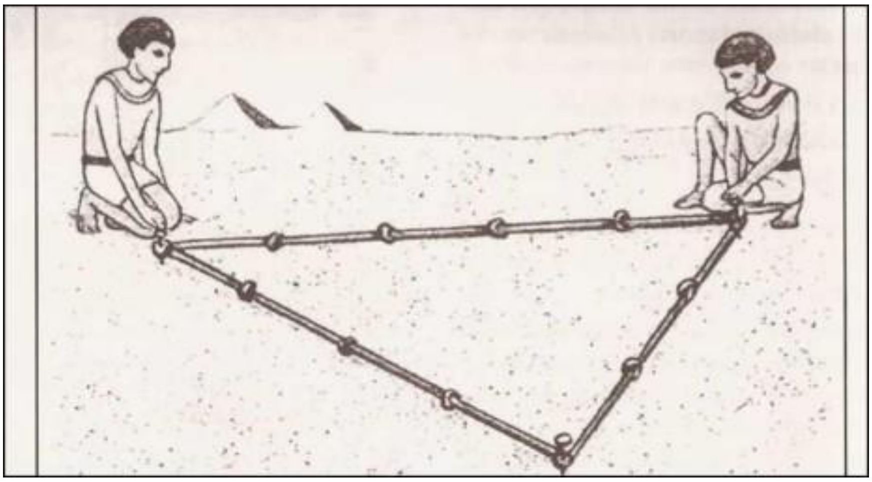
Figura 1- Sistema de numeração no antigo Egito



Fonte: Sistema de Numeração, Operações e Problemas no Antigo Egito (2020).

Nas obras de Boyer (2001), Caraça (1984) e Cajori (2007) encontram-se trechos do Livro II das Histórias de Heródoto nas quais ele diz que o rei Sesótris, dividiu a terra entre todos os egípcios, a fim de obter lucros por meio do recolhimento anual de impostos, de modo que cada pessoa receberia uma porção retangular de mesmo tamanho. Uma vez no ano, as águas do Nilo subiam muitos metros além de seu leito normal e acabavam por inundar grande parte da região, trazendo a necessidade de remarcação do terreno atingido pela enchente. Tal remarcação era realizada pelos funcionários do Estado, conhecidos como estiradores de cordas, uma vez que se utilizavam desta como unidade de medição. Desta forma, o processo de medição das terras consistia em estirar cordas e verificar o número de vezes que a unidade de medida estava contida no terreno, como mostra a Figura 2. No entanto, na maioria das vezes, a medição dificilmente era finalizada por um número inteiro de vezes em que as cordas eram estiradas. Dessa forma, surgiu a necessidade dos egípcios criarem os números fracionários:

Figura 2- Estiradores de corda no antigo Egito

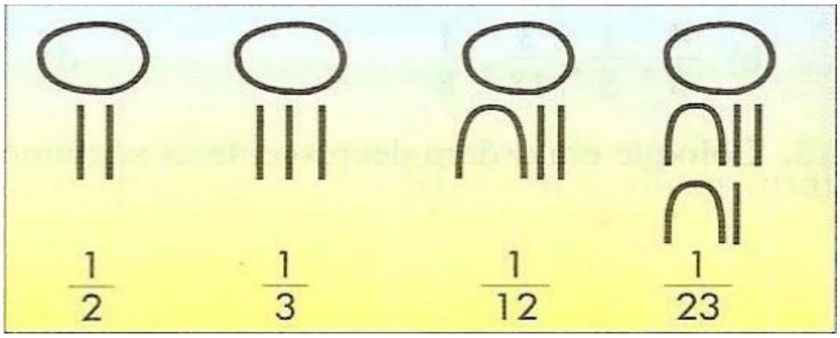


Fonte: Toledo (1997, p. 19).

Assim como os egípcios, outros povos antigos também integraram frações em seu sistema numérico, cada um com sua maneira de representar as frações.

A organização desse sistema numérico fracionário era fundamentada no conceito unitário (Figura 3).Dessa forma, as frações possuíam sempre o numerador 1 (um), onde sua notação era um sinal da forma oval.

Figura 3- Sistema Fracionário dos egípcios



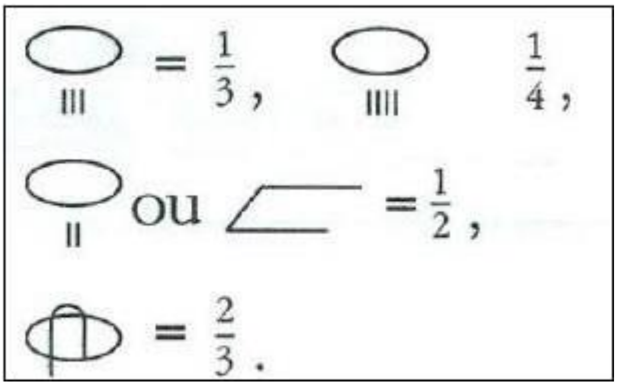
Fonte: Sistema de Numeração, Operações e Problemas no Antigo Egito (2020).

Tais frações da forma 1/n eram denominadas frações unitárias ou egípcias, sendo 2/3 e 3/4 as únicas frações cujos numeradores eram diferentes de 1. Para Domingues:

> Por razões difíceis de explicar, com exceção das frações 2/3 e 3/4 , às vezes, os egípcios usavam apenas frações unitárias, ou seja, frações cujo numerador é 1. Por exemplo, no problema 24 do papiro Rhind (cerca de 1.700 a.C) no qual o escriba pede que se efetue a divisão de 19 por 8, a resposta é dada, usando a nossa notação, por: 2 + 1/4 + 1/8 (Domingues, 1991, p. 179).

A representação das frações 1/2 e 2/3 diferente das frações unitárias é apresentada na Figura 4.

Figura 4- Representação das frações que não eram unitárias



Fonte: Sistema de Numeração, Operações e Problemas no Antigo Egito (2020).

As frações também passaram a ser usadas por outros povos, como na Mesopotâmia, onde eram utilizadas principalmente nos textos de economia, relacionado a distribuição de patrimônios. De acordo com Contador (2012), os babilônios e sumérios que habitavam nessa região, por volta do ano 2000 a.C., usavam frações cujo denominador era sempre 60 (sessenta). As frações usadas por eles já se assemelhavam às frações decimais que utilizamos hoje.

Depois dos babilônios vieram os gregos. Para eles, o uso das frações aparece muito nas questões econômicas e comerciais, envolvendo taxas, cálculo de câmbio de moeda, entre outros.

Tal como os egípcios, os gregos também tinham preferência por frações unitárias, uma prática que, segundo Boyer (2012), persistiu na Europa até aproximadamente o ano 1000 d.C. Além disso, os gregos utilizavam frações comuns e gerais e frações sexagesimais.

Os romanos também fizeram uso de frações, desenvolvendo um sistema fracionário independente do sistema que empregavam para os números inteiros. Segundo Contador (2012), eles davam a cada fração um nome especial, colocando, geralmente, o número 12 como denominador constante, isso acontecia provavelmente porque a sua moeda de cobre, que pesava uma libra, era dividida em 12 *unciae* (unciae é uma palavra cuja origem vem do latim e significa "avos").

A civilização chinesa desenvolveu um sistema decimal e posicional que permitiu uma representação prática das frações. Conforme Berlingoff e Gouvêa (2010), o texto matemático chinês *Nine Chapters on the Mathematical Art,* datado de cerca de 100 a.C., apresenta uma notação fracionária bastante semelhante à nossa. A principal diferença é que, ao contrário do que fazemos hoje, os chineses evitavam frações impróprias como 7/3, preferindo escrever na forma mista, como 2x1/3:

> Vamos observar a regra para somar frações que era utilizada pelos chineses: Cada numerador é multiplicado pelos denominadores das outras frações. Some-os como o dividendo, multiplique os denominadores como o divisor. Divida; se existir um resto, tome-o como numerador e tome o divisor como denominador (Berlingoff e Gouvêa, 2010, p. 89).

As nomeclaturas que utilizamos para os termos de uma fração surgiram apenas após a consolidação da notação para frações decimais pelos hindus. Conforme Contador (2012), as palavras "denominador" e "numerador" foram criadas pelo matemático francês Nicole Oresme (1323–1382).

A adoção das frações decimais como convenção parece ter ocorrido mais tarde, posterior à criação desses termos. Embora frações decimais tenham aparecido precocemente na matemática chinesa, seu primeiro uso foi documentado na Europa data do século XVI (Berlingoff e Gouvêa, 2010). De acordo com Boyer (2012), o matemático árabe Al-Kashi (1380–1429) é uma figura de destaque na história das frações decimais, provavelmente influenciado pela prática chinesa. Ele é considerado o "inventor" das frações decimais, pois foi pioneiro em propor que frações decimais e sexagesimais, podem serem igualmentes úteis em cálculos que exigem alta precisão.

Os egípcios contribuíram para o desenvolvimento da humanidade em várias áreas, como medicina, agricultura, arquitetura e especialmente matemática. Desde as frações unitárias até o sistema decimal que usamos hoje, várias culturas ajudaram a evoluir o conceito de fração. Isso permitiu a expansão do Conjunto dos Números Naturais ao Conjunto dos Números Racionais.

2.2 CONCEITO

Os PCN (Brasil, 1998) indicam que os números racionais devem ser abordados de diferentes formas para o seu estudo, sejam elas situações do dia a dia ou de caráter histórico, além da resolução de problemas que envolvem a relação parte/todo, quociente, razão ou operador. Esse reconhecimento é essencial para que, como professores, possamos estabelecer uma base sólida para os alunos em relação aos conceitos de fração, preparando-os para habilidades futuras no conteúdo.

Segundo Campos, Pires e Curi (2001), a grande importância em ensinar e aprender sobre os números racionais está em fazer com que o aluno reconheça que os números naturais, por si só não são suficientes para suprir todas as demandas envolvendo problemas, como por exemplo, divisões e a probabilidade de um evento acontecer. Dessa forma, é possível fazê-los perceber nos números racionais a solução para tais problemas.

Além da forma fracionária, as principais representações dos números racionais são suas formas decimal e de porcentagem. Conforme Van de Walle (2009), as conexões entre frações e outros conteúdos, como razão e proporção, destacando que o conceito parte/todo da fração é uma forma de razão. É importante notar que as ideias do autor estão alinhadas com as diretrizes dos PCN (Brasil, 1998).

Nunes (*apud* Sá, 2011) ressalta a importância dos alunos saberem que as partes consideradas devem ser iguais, estabelecendo uma ligação entre fração e divisão, visto que a divisão se compõe de partes iguais. Van de Walle (2009) destaca que o propósito inicial para ajudar os alunos na aprendizagem do conteúdo de frações é "[...] construir a ideia de partes fracionárias do todo – as partes que resultam quando o todo ou unidade é compartilhado em porções de mesmo tamanho ou repartido em partes iguais" (Van de Wallen, 2009, p. 323).

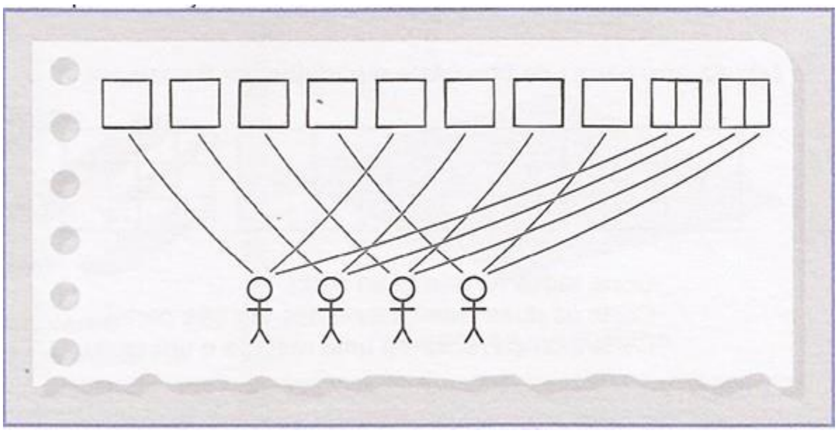
Campos, Pires e Curi (2001) abordam três situações que exprimem o significado de frações. A primeira indica a relação entre o número de partes e seu total, ou seja, a relação parte/todo. A segunda se baseia no significado das frações como sendo o de quociente. E a terceira, por sua vez, refere-se à fração como comparativo entre duas variáveis de uma grandeza, ou seja, quando é entendida como razão. As autoras ainda mencionam outros significados de fração, como de probabilidade, medida, porcentagem e operador, porém o foco principal são estas três situações descritas anteriormente, que são as mais utilizadas.

Nunes *et al.* (2003) apresentam uma classificação teórica para as frações, onde o conjunto de Situações está associado à classificação teórica de problemas, contemplando os cinco significados da fração: Número, Parte-todo, Medida, Quociente e Operador Multiplicativo - encontramos um conjunto de invariantes que descreve as propriedades do conceito de equivalência e ordem, assim como objetos e relações que podem ser identificados e utilizados para compreender e lidar com diferentes situações. Além disso, temos o conjunto de Representações, que possibilita ao sujeito expressar essas situações por meio de símbolos matemáticos a/b, em que a e b são números naturais e b é diferente de zero, pictórica, porcentagem, ou ainda, na forma de número decimal.

De acordo com a ideia de Van de Walle (2009, p. 326), o caminho mais eficaz para iniciar o conceito de frações com os alunos envolvem tarefas de compartilhamento, ou seja, tarefas onde o aluno reparte igualmente uma certa quantidade, "[...] porém a ideia de partes fracionárias é tão fundamental para um forte desenvolvimento dos conceitos de fração que deve ser mais explorada com tarefas adicionais", pois assim ajudará os alunos a se habituarem com os termos fracionários, levando-os a contar as partes fracionárias e descobrir seus significados.

Ainda de acordo com o autor, as atividades de compartilhamento possibilitam aos alunos desenvolver a compreensão das partes fracionárias do todo, permitindo que estabeleçam conexões entre a ideia de dividir em partes iguais e as partes fracionárias (Figura 5):

Figura 5- Dez bolos compartilhados entre quatro crianças



Fonte: Van de Walle (2009, p. 323)

Toledo e Toledo (1997) afirmam que na introdução dos números racionais é possível e até recomendável que os alunos não fiquem apenas colorindo figuras, mas experimentem outras formas de explorar materiais manipuláveis, como folhas de ofício, cartolinas, tiras de papel cartão, palitos, fichas, entre outros. Fazendo isso, além de dividir em partes iguais, os alunos poderão comparar as partes, comparar seus resultados e investigar através da recomposição de figuras, se está completa ou não, tirando suas próprias conclusões. Os autores propõem que "didaticamente, é mais produtivo começar o trabalho com frações pela divisão de grandezas de natureza contínua, uma vez que, para indicar o tamanho de cada porção obtida a partir da divisão, só se usará um número fracionário." (Toledo; Toledo, 1997, p. 168).

Os cinco significados para fração de acordo com Nunes et al. (2003) são:

a) Fração com o significado Número

A ideia envolvida nesse significado é o da notação b/a , expressando um número na reta numérica, ou ainda sua representação na notação decimal.

b) Fração com o significado Parte-Todo

A ideia presente nesse significado é a partição de um dado objeto em n partes, isto é, um todo dividido em partes iguais e que cada parte poderá ser representada como 1/n , e que o procedimento da dupla contagem dá conta de se chegar a uma resposta correta.

c) Fração com o significado Medida

Está presente nesse significado a ideia de dividirmos uma unidade em partes iguais (sub unidades) e verificarmos quantas dessas partes caberão naquele que se quer medir.

d) Fração com o significado Quociente

Esse significado está presente em situações associadas a ideia de partição, o quociente representa o tamanho de cada grupo quando se conhece o número de grupos a ser formado.

e) Fração com o significado Operador Multiplicativo

Esse significado está associado ao papel de transformação, isto é, uma ação que se deve imprimir sobre um número, transformando o seu valor nesse processo.

3 DIFICULDADES COM FRAÇÕES

Neste capítulo, de duas seções, apresentamos as dificuldades enfrentadas pelos professores no ensino de frações e pelos alunos na aprendizagem.

3.1 NO ENSINO

Ao analisar os dados sobre o desempenho dos alunos no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) (Brasil-INEP, 2017), constatamos que a Matemática é o componente curricular com maior dificuldade de aprendizado na Educação Básica. De acordo com essa avaliação, apenas 4,52% dos estudantes do Ensino Médio, aproximadamente 60 mil alunos, atingiram o nível 7 na Escala de Proficiência do SAEB 2017 — a maior avaliação já realizada na educação básica no Brasil.

Frações pode ser considerado um dos temas da Educação Básica mais difícil e superestimado pelos alunos, o que por sua vez, demonstram maiores dificuldades em sua aprendizagem. Parte dessas dificuldades, também deve-se ao fato de que o professor não identifica e aceita a complexidade do assunto, direcionando a culpa para a falta de conhecimentos e esforço dos alunos. Por muitas vezes, o professor não se dá conta que os alunos que chegam ao 6°ano se depara com uma realidade diferente dos anos anteriores. Agora eles possuem um professor para cada conhecimento específico, diferente de apenas uma professora ministrando todas as matérias.

Outro ponto que tem contribuído para tais dificuldades é a forma tradicional como a maioria dos conceitos é abordada em sala de aula. Para D'Ambrosio e Lopes a tradição escolar:

> Tem gerado ideias equivocadas sobre o fazer matemático, o qual tem estado atrelado às regras determinadas pelo professor e centrado na reprodução de algoritmos e feitura de exercícios repetidos e descontextualizados. Tal perspectiva conduz a um saber matemático limitado à memorização e à aplicação de conteúdos matemáticos que, na maioria das vezes, não tem qualquer significado para o aluno. (D'Ambrosio; Lopes, 2015, p. 270)

Assim, o ensino de Matemática nas escolas tem sido, em grande parte, fundamentado em explicações teóricas e extensas listas de exercícios, sem conectar teoria e prática. Esse tipo de aprendizado mecânico tem limitado a capacidade dos alunos de refletir e ajustar seu próprio entendimento, dificultando o desenvolvimento de uma aprendizagem significativa.

Segundo D'Ambrosio e Lopes (2015, p. 270), é preciso criar uma nova forma de enxergar o conhecimento, Matemática, o fazer matemático e, consequentemente, o sucesso em Matemática, por isso é preciso:

> romper definitivamente com o ensino por meio de regras e buscar propostas que permitam o confronto com problemas oriundos de contextos diversos e a ousadia na busca de novos procedimentos matemáticos. Essa dimensão de trabalho pedagógico viabilizará um fazer matemático que contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo. (D'Ambrosio, B. S.; Lopes, 2015, p. 270).

Segundo Toledo e Toledo (1997), assim também são ensinadas as frações, apenas com a ideia do que são, e de modo bastante rigoroso, onde, geralmente, grandezas de natureza contínua1 são separadas em n partes iguais, e dessas partes são coloridas m partes para então simbolizar a fração m/n.

"A aprendizagem de frações não se dá com definições prontas, nomenclaturas obsoletas e pseudo-problemas sobre pizzas e barras de chocolates" (Vergnaud, 1983, p. 133). Outra grande preocupação no ensino de Frações, se não o principal, é a falta de proposta didáticas utilizadas pelo professor em sala de aula, pois sem uma abordagem eficaz, haverá mais resistência por parte do aluno em enxergar a Matemática como algo de impossível compreensão.

De acordo com D'Ambrosio, "há inúmeros pontos críticos na atuação do professor, que se prendem a deficiências na sua formação. Esses pontos são essencialmente concentrados em dois setores: falta de capacitação para conhecer o aluno e obsolescência dos conteúdos adquiridos nas licenciaturas" (D'Ambrosio, 2007, p. 83).

Lorenzato (2008, p. 5) reitera que "[...] ninguém ensina o que não conhece". Por essa razão, é necessário investir na formação inicial dos futuros professores, pois a possível falha na formação destes interfere diretamente na aprendizagem do alunado, estabelecendo assim um círculo vicioso, o que pode refletir num ensino deficitário.

Por mais que existam dificuldades por parte dos alunos, não compete somente que eles se proponham a aprender, é necessário que o professor facilite a mediação desse entendimento até o aluno. Nesse sentido, o professor pode tornar suas aulas mais dinâmicas e atrativas para os alunos, por exemplo, formulando perguntas instigantes que incentivem o diálogo, promovam o questionamento e motivem os alunos a buscar respostas para suas dúvidas. Esse tipo de abordagem desperta a curiosidade e o entusiasmo com cada nova descoberta, fomentando o envolvimento e o interesse dos alunos na construção do conhecimento matemático e no desenvolvimento de um pensamento crítico.

3.2 NA APRENDIZAGEM

De acordo com as descrições dos seis níveis de proficiência da escala de Matemática do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA, 2015), alunos que estão no nível 3 de proficiência em Matemática, demonstram ter "capacidade de lidar com porcentagens, frações e números decimais e de trabalhar com relações de proporção" (OCDE, 2016, p. 152). No entanto, segundo os resultados do PISA 2015, divulgado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE), 87, 43% dos alunos do Brasil se encontram abaixo do nível 3 de proficiência. Os resultados divulgados apontam também que, no "Brasil 70, 3% dos estudantes estão abaixo do nível 2 em Matemática, patamar que a OCDE estabelece como necessário para que os jovens possam exercer plenamente sua cidadania" (OCDE, 2016, p. 171).

Ainda hoje nos deparamos com o estereótipo nas salas de aula de que a Matemática é um grande "bicho de sete cabeças". As limitações para compreensão de tal comprонente curricular se iniciam na cabeça do aluno antes mesmo de chegar à prática. Criou-se uma aversão pela Matemática que é muitas vezes dificultada pela falta de noções básicas, a deficiência dos anos anteriores de estudo e a falta de propostas didáticas por parte do professor. E de acordo com Papert (1988):

> Entre as causas, encontramos os "traumas" relacionados às experiências envolvendo as aulas de Matemática. Ou seja, a forma como se ensina Matemática influencia quem aprende, contribuindo para a formação, no aluno, do sentimento de aversão à Matemática e, em extensão, influencia no insucesso apresentado e encontrado nos diversos níveis escolares. Contudo, a prática metodológica voltada à compreensão e não à memorização, a aplicabilidade e não repetição, em conexão com a realidade e não dissociada da mesma, faz com que o ensino da Matemática possa ser percebido pelos alunos como agradável, factível e interessante (Papert, 1988, p.76).

Um dos problemas encontrados no ensino de frações, é o fato de que o conteúdo é abordado apenas até o 7°ano, o que remete a ideia de que a partir daí o aluno compreendeu todo o conceito e está apto para resolver qualquer problema envolvendo o assunto. Verdade essa que não se sustenta nos anos seguintes do ensino fundamental e até do ensino médio, pois os professores identificam um mal desempenho na resolução de atividades envolvendo frações. Os PCN destacam que "embora as representações fracionárias e decimais dos números racionais sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número [...]" (Brasil, 1998, p. 100).

Sabemos também que o conceito de frações é abstrato por natureza, o que pode ser um desafio para os alunos que estão habituados a lidar com números inteiros. A transição de quantidade inteiras para partes fracionadas de um todo muitas vezes exige uma mudança na perspectiva, e alguns alunos podem sentir dificuldade em visualizar e compreender essa ideia abstrata. Tal fato é apontado nos PCN que destaca: "a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas pelos alunos acerca dos números naturais, e, portanto, demanda tempo e uma abordagem adequada."(Brasil - MEC, 1997, p. 67).

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil - MEC, 2018, p. 280), está previsto que os conceitos básicos de fração sejam introduzidos já no 2º ano do Ensino Fundamental, com um aprofundamento gradual até o 8º ano. Assim, a BNCC estabelece uma progressão no ensino de frações, que deve ser ampliado ano após ano. No documento, destaca-se que "as noções matemáticas são retomadas ano a ano, com ampliação e aprofundamento crescentes" (Brasil - MEC, 2018, p. 297).

A linguagem associada às frações, incluindo termos como numerador, denominador, frações próprias e impróprias, pode ser intimidante para os estudantes. A familiarização com essa terminologia é crucial para uma compreensão profunda do conteúdo de frações.

Além disso, a falta de contextualização prática pode tornar as frações mais desafiadoras. Quando os alunos não conseguem ver a aplicação prática desses conceitos em situações da vida real, a motivação para aprender pode diminuir. A desconexão entre o conteúdo abstrato e sua praticidade pode gerar a pergunta frequente: "Para que serve aprender frações?".

Cada aluno tem seu próprio estilo de aprendizagem, e as abordagens tradicionais podem não ser eficazes para todos. Alguns aprendem melhor visualmente, enquanto outras abordagens mais práticas. As metodologias de ensino nem sempre oferecem todas as opções, deixando alguns alunos em desvantagem. Assim, encontrar uma maneira de atender à diversidade de estilos de aprendizagem na sala de aula é um desafio constante para os educadores.

A compreensão das frações muitas vezes depende de sólidos fundamentos matemáticos prévios. Se os alunos tiverem lacunas em conceitos como o cálculo das quatro operações básicas, cálculo de m.m.c, divisão parte-todo, o entendimento das frações pode se tornar ainda mais desafiador. A identificação e o preenchimento dessas lacunas são essenciais para construir uma base sólida.

Em suma, o aprendizado das frações não é apenas uma questão matemática; é uma jornada cognitiva que exige compreensão, prática e paciência. Os professores têm o desafio de criar abordagens pedagógicas que tornem esse conceito acessível e relevante, enquanto os alunos precisam abraçar a complexidade das frações como parte do seu desenvolvimento acadêmico. Ao enfrentar esses desafios de frente, professores e alunos podem transformar o estereótipo das frações em uma conquista educacional significativa.

4 METODOLOGIA ATIVA

No século XX, a evolução da educação deve-se à influência de vários pensadores que trouxeram à tona a discussão dos modelos de ensino e destacaram a importância de um estudante autônomo. Podemos citar pensadores como Montessori, que defendeu a aprendizagem por meio do condicionamento. Frenet, que promoveu a aprendizagem pela experiência, as teorias de aprendizagem de Piaget e Vygotsky, o conceito de aprendizagem significativa de David Ausubel, a crítica ao modelo de educação bancária feita por Paulo Freire e o construtivismo proposto por Michel Foucault (Farias, Martin e Cristo, 2015).

Discutir a ideia da escola assumir métodos pedagógicos focados na facilitação da aprendizagem, onde o convívio em sala de aula enaltece o protagonismo do aluno, bem como a sua autonomia, possibilita a criação de espaços que incentivem a criatividade, respeitem as diferenças e integrem as experiências de todos os envolvidos no processo educativo. Esse tipo de abordagem ressignifica os conteúdos escolares, estabelecendo conexões com as práticas sociais. Esse pensamento está alinhado à ideia de Dewey (2004) sobre a democracia e a liberdade de pensamento como uma ferramenta que auxilia as pessoas a serem emocionalmente e intelectualmente desenvolvidas. Esse novo modo de repensar a prática pedagógica pode ser aplicado a todas as modalidades e níveis de ensino, abrangendo inclusive, a educação profissional, que exige a criação de novos códigos que aproximem a educação das tendências técnicas e sociais (Ramos, 2002, p. 402).

Colocar os alunos no centro do processo educativo é uma dos comprometimentos das metodologias ativas de ensino e aprendizagem, responsabilizando-os pela construção de novas perspectivas, promovendo o trabalho em equipe e valorizando o erro (Melo e Sant’ana, 2012). Apesar desses benefícios, essas metodologias ainda apresentam desafios a serem superados, como a necessidade de maturidade dos alunos e a falta de suporte adequado dos professores como facilitadores do ensino.

De acordo com Cotta *et al.* (2012, p. 788), as metodologias ativas de ensino e aprendizagem promovem a interação entre os diversos participantes do processo educativo, valorizando a construção coletiva do conhecimento. Essas estratégias de ensino se fundamentam na concepção pedagógica crítico-reflexiva, permitindo uma leitura e intervenção sobre a realidade e abrangendo diferentes saberes e cenários de aprendizagem. Dessa forma, essas metodologias incentivam uma aprendizagem significativa que ocorre quando:

> O aluno interage com o assunto em estudo – ouvindo, falando, perguntando, discutindo, fazendo e ensinando – sendo estimulado a construir o

> conhecimento ao invés de recebê-lo de forma passiva do professor. Em um ambiente de aprendizagem ativa, o professor atua como orientador, supervisor, facilitador do processo de aprendizagem, e não apenas como fonte única de informação e conhecimento (Barbosa; Moura, 2013, p.55).

A escolha do tipo de metodologia ativa que deve ser abordada em sala de aula varia conforme as necessidades exigidas na modalidade ou nível de ensino correspondente. Existem alguns tipos de metodologias ativas, tais como: (i) aula dialogada; (ii) Phillips 66; (iii) seminário; (iv) tempestade de ideias; (v) dramatização; (vi) portfólio; (vii) mapa conceitual;

(viii) solução de problemas; (ix) grupo de verbalização e de observação (GV/GO); (x) estudo de caso; (xi) júri simulado; (xii) simpósio; (xiii) painel; (xiv) oficina; (xv) entrevista; (xvi) ensino com pesquisa; entre outras.

De acordo com Varela *et al.* (2007), a adoção de metodologias ativas em ambientes escolares proporciona diversos benefícios, incluindo a redução das taxas de abandono escolar e a melhoria na assimilação de conhecimentos. Além disso, promove um aumento na motivação, interesse e engajamento dos alunos, facilita o desenvolvimento de habilidades e competências, e assegura uma melhor conexão entre teoria e prática. Essa abordagem também favorece uma integração mais eficaz entre os conhecimentos prévios e os novos aprendizados, promovendo uma maior interdisciplinaridade.

O planejamento é essencial para que a mediação de metodologias ativas em espaços de ensino e aprendizagem tenha resultados concretos, considerando os vários benefícios esperados. Pensar na utilização dessas metodologias em sala de aula requer objetivos claros e definidos, além de entender o propósito de sua aplicação. Anastasiou e Alves (2007, p.76) destacam que é possível estabelecer estratégias que favoreçam a aplicação e exploração de meios e condições adequadas para alcançar os objetivos específicos propostos. Isso cria oportunidades para a participação dos estudantes, envolvendo suas dimensões mental-cognitiva, afetivo-emocional e sensório-motora, proporcionando liberdade de escolha, contextualizações apropriadas e o uso de diversos meios didáticos.

No que diz respeito à formação crítica e reflexiva dos alunos, as metodologias ativas tornam-se recursos indispensáveis, pois utiliza-se de processos de ensino e aprendizagem construtivistas que consideram o contexto atual da docência quando favorecem a autonomia e o interesse dos alunos, de modo a estimular "tomadas de decisões individuais e coletivas, advindos das atividades essenciais da prática social e em contextos do estudante" (Borges e Alencar, 2014, p.119-120). Segundo Dewey (1959):

> O único caminho direto para o aperfeiçoamento duradouro dos métodos de

> ensinar e aprender consiste em centralizá-los nas condições que estimulam, promovem e põem em prova a reflexão e o pensamento. Pensar é o método de se aprender inteligentemente, de aprender aquilo que se utiliza e recompensa o espírito (Dewey, 1959, p.167).

O papel do professor se revela crucial nas iniciativas para reavaliar os processos de construção do conhecimento, considerando a mediação e a interação como elementos essenciais para promover a aprendizagem significativa (Borges e Alencar, 2014, p.120). Nesse sentido, as metodologias ativas fortalecem a prática docente ao oferecer um propósito claro e bem definido, além de contar com a preparação e aceitação de todos os membros da comunidade acadêmica.

5 PROPOSTA DIDÁTICA

Levando em conta boa parte das dificuldades que os alunos enfrentam em sala de aula ao aprender Matemática através de métodos tradicionais, principalmente se tratando do assunto de Frações, podemos concluir que materiais manipulativos, principalmente jogos, funcionam como uma boa estratégia para a formalização dos conceitos, pois auxiliam no processo de superação das dificuldades, tanto no ensino quanto na aprendizagem. Um desses jogos que abordamos durante esse capítulo é o Tangram, que já é bastante utilizado no ensino de Geometria Plana por professores. No entanto, o uso do Tangram não se limita apenas ao ensino de formas geométricas, pois é possível ser explorado para a construção de outros conceitos matemáticos. Dessa forma, a utilização do Tangram pretende dar significado à aquisição do conceito de frações, fazendo com que seja possível observar, analisar e discutir os resultados obtidos através dele.

É importante conhecermos um pouco da história do Tangram. Entre as várias histórias, (Martins, Marques e Ramos, 2015) se destaca a do "discípulo e o mestre":

> Um jovem chinês despedia-se do seu mestre para fazer uma grande viagem pelo mundo. Nessa ocasião, o mestre entregou-lhe um espelho de forma quadrada e disse: Com esse espelho, registarás tudo o que vires durante a viagem para me mostrares na volta. O discípulo, surpreso, indagou: Mas mestre, como poderei mostrar-lhe, com um simples espelho, tudo o que encontrar durante a viagem? No momento em que fazia essa pergunta, o espelho caiu-lhe das mãos e quebrou-se em sete peças. Então o mestre disse: Agora poderás, com essas sete peças, construir figuras para ilustrar o que viste durante a viagem. (Martins; Marques; Ramos, 2015, p. 11-12).

Como nos lembra Diniz (1995, p. 60), o Tangram é um quebra-cabeça composto por sete peças de origem milenar. Com essas peças é possível formar por volta de 1700 figuras variadas. De forma objetiva, as regras desse jogo se resumem em montar qualquer imagem unindo as peças pelos lados sem que haja sobreposição entre elas. O quebra-cabeça foi trazido da China para o Ocidente na metade do século XIX e em 1818 já se popularizou na América, Alemanha, França, Itália e Áustria.

Como foi mencionado, o Tangram é um quebra-cabeça composto por sete peças, sendo elas: cinco triângulos (dois grandes, um médio e dois pequenos), um quadrado e um paralelogramo, ambos originados da decomposição de um quadrado maior (Figura 6). Segundo Santos e Imenes (1987, p. 43), a idade e o inventor do Tangram são desconhecidos:

Figura 6 - Imagem do Tangram

Fonte: Site Geniol

Gangi (2009, p. 3) salienta que com o auxílio do Tangram é possível introduzir o conceito e as operações com frações, formas geométricas, simetrias, divisão, área, perímetro, medidas, congruência, semelhança, ângulos da figura, conforme a série em estudo, porém, é um jogo que pode ser construído pelo próprio aluno. Segundo Fornari, o Tangram pode ser utilizado como:

> Um jogo de construção e fixação de conceitos matemáticos, principalmente no conteúdo de frações, através de situações que estimulam a curiosidade, tornando o aluno mais consciente da utilidade da matemática para resolver e analisar problemas na vida real. Entendendo que a matemática pode ser fascinante para o aluno e que isso depende, principalmente, do modo como é trabalhada (Fornari, 2014, p. 3).

Dessa forma, neste trabalho, o Tangram foi utilizado como ferramenta para formalização do conteúdo de frações, através de atividades que podem ser a base do conhecimento efetivo desse conteúdo, como o conceito relacionado ao significado parte de um todo, comparação e equivalência entre frações. Sendo assim, esperamos colaborar positivamente para o desenvolvimento do raciocínio lógico e intuitivo dos alunos, propiciando uma aprendizagem descontraída e significativa sobre fração.

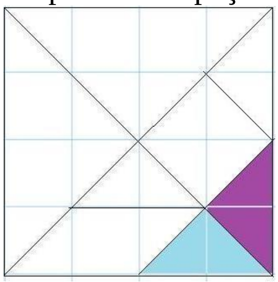
Conceito de frações como parte de um todo

Iniciamos introduzindo o conceito de frações a partir do seu significado como parte de um todo, ou seja, o Tangram é o inteiro ou o todo. Nesse caso, encontramos a menor peça do Tangram (triângulo pequeno) e tomamos ela como unidade de medida. Assim, verificamos quantas dessas peças serão necessárias para obter as demais peças, bem como todo o Tangram.

Então, primeiro vamos verificar quantas peças do triângulo pequeno serão necessárias para formar o triângulo médio; triângulo grande; quadrado e o paralelogramo:

1) Triângulo médio: Serão necessários dois triângulos pequenos (Figura 7):

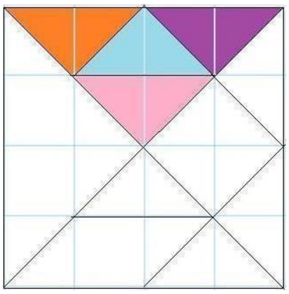
Figura 7- Comparando as peças do Tangram



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

2) Triângulo grande: Como podemos observar na figura 8, serão necessários quatro triângulo pequenos para obtermos o triângulo maior.

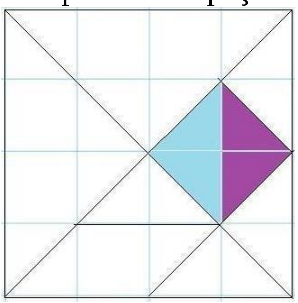
Figura 8- Comparando as peças do Tangram



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

3) Quadrado: Podemos concluir que serão necessárias duas peças do triângulo pequeno para formarmos um quadrado (Figura 9):

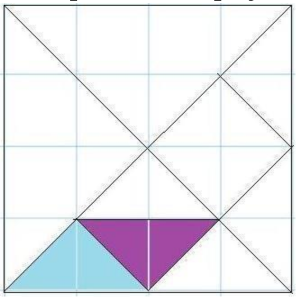
Figura 9 - Comparando as peças do Tangram



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

4) Paralelogramo: Podemos observar que serão necessários dois triângulos pequenos para “cobrir” todo o paralelogramo (Figura 10):

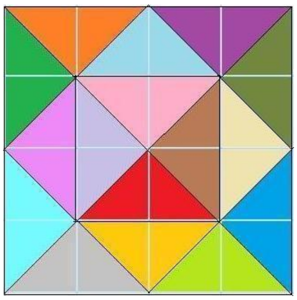
Figura 10 - Comparando as peças do Tangram



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Agora que já verificamos as demais peças do Tangram, devemos verificar com quantas peças do triângulo pequeno serão possíveis “cobrir” todo o quebra-cabeça (Figura 11):

Figura 11 - Comparando as peças do Tangram



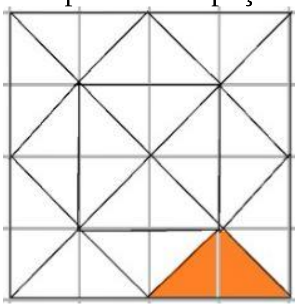
Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Podemos concluir através da Figura 11 que para “cobrir” todo o quebra-cabeça do Tangram serão necessárias dezesseis peças do triângulo pequeno.

Agora que verificamos quantas unidades do triângulo pequeno cabe em cada uma das peças, vamos responder que fração representa cada uma das peças em relação a todo o Tangram:

1) De acordo com a Figura 12, um triângulo pequeno equivale a que parte do inteiro?

Figura 12- Comparando as peças do Tangram

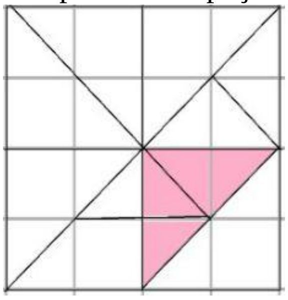


Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Como vimos anteriormente, são necessárias 16 peças do triângulo pequeno para compor todo o quebra-cabeça, logo, o triângulo menor representa 1/16 do Tangram como pode ser observado na Figura 12.

2) De acordo com a Figura 13, o triângulo médio equivale a que parte do inteiro?

Figura 13- Comparando as peças do Tangram

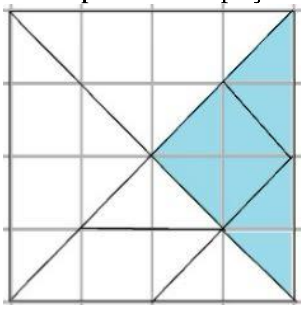


Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Vimos que para obter o triângulo médio seriam necessárias duas peças do pequeno (o mesmo para o quadrado e paralelogramo, pois também são compostos por dois triângulos menores). Como sabemos que para "cobrir" todo o Tangram são necessárias dezesseis peças do triângulo pequeno, logo, deduzimos que para obter o Tangram seriam necessárias 8 peças do triângulo médio, logo, a fração que presenta a parte colorida é 1/8.

3) De acordo com a figura 14, o triângulo maior equivale a que parte do inteiro?

Figura 14 – Comparando as peças do Tangram

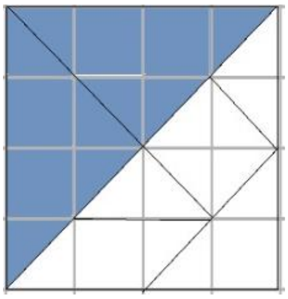


Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Visto que foram necessárias quatro peças do triângulo pequeno para "cobrir" o triângulo maior e dezesseis peças para "cobrir" todo o Tangram, concluímos que seriam necessários quatro triângulos grandes para "cobrir" todo o Tangram. Assim, o triângulo grande satisfaz a 1/4 do Tangram.

4) Dois triângulos grandes equivale a que parte do inteiro?

Figura 15 – Comparando as peças do Tangram



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Visto que foram necessárias oito peças do triângulo pequeno para "cobrir" dois triângulos grandes e dezesseis peças para "cobrir" todo o Tangram, concluímos que dois triângulos grandes satisfaz a 8/16 do Tangram, ou seja, equivale a ½ (Figura 15).

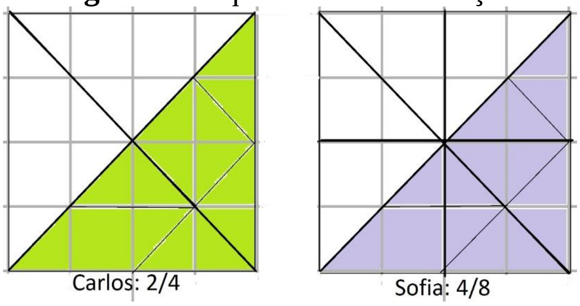
Conceito de equivalência

O objetivo agora é compreender o conceito de equivalência utilizando as informações apresentadas anteriormente com o conceito de frações como parte de um todo. É importante entender esse conceito, pois por meio dele é possível fazer a comparação entre representações de frações diferentes e perceber que elas podem representar a mesma quantidade, por isso dizemos que elas são equivalentes.

Vejamos:

Carlos e Sofia receberam um Tangram para pintar. Carlos pintou 2/4 do seu Tangram, enquanto Sofia pintou 4/8. A professora perguntou quem havia pintado mais, e Sofia respondeu que já havia pintado mais partes, porque a fração dela parecia maior. Para resolver a dúvida, a professora pediu que eles comparassem as frações:

Figura 16- Equivalência entre frações



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

A professora explicou que, para comparar as frações, é necessário ver se elas são equivalentes. Para isso, ela mostrou que a fração de Sofia 4/8 pode ser simplificada dividindo o numerador e o denominador por 2, o que resulta em 2/4. Ou seja, Carlos e Sofia pintaram exatamente a mesma quantidade do Tangram, pois as frações 2/4 e 4/8 são equivalentes. E ainda, se dividirmos novamente o numerador e denominador de ambas as frações por 2, percebe que elas são quivalentes a 1/2 da figura.

Adição e subtração de frações com denominadores iguais

Para essa parte é interessante ser trabalhada com as 7 peças do Tangram separadas, podendo uni-las sempre que for conveniente.

Para entendermos melhor adição e subtração com mesmos denominadores, vamos fazer algumas perguntas e procurar respondê-las, utilizando o que já vimos anteriormente com o conceito de frações como parte de um todo.

1) Que fração representa a soma entre o paralelogramo e o quadrado?

Resposta: paralelogramo e quadrado equivale a 1/8 do Tangram. Assim, 1/8 + 1/8 = 2/8 = 1/4.

2) Que fração representa a soma de um dos triângulos pequenos e do médio?

Resposta: um triângulo pequeno: 1/16; triângulo médio: 2/16. Logo, 1/16 + 2/16 = 3/16.

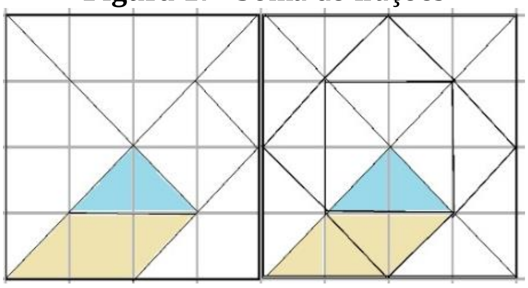
3) Se tirarmos duas peças do triângulo pequeno, que fração representa essa subtração?

Resposta: um triângulo pequeno equivale a 1/16 do Tangram. Logo, temos que dois será equivalente a 2/16. Sabendo que todo o Tangram é 16/16, precisamos realizar a seguinte subtração: 16/16 - 2/16 = 14/16 = 7/8.

Adição e Subtração de frações com denominadores diferentes

1) Que fração representa a soma do paralelogramo com um triângulo pequeno?

Figura 17- Soma de frações

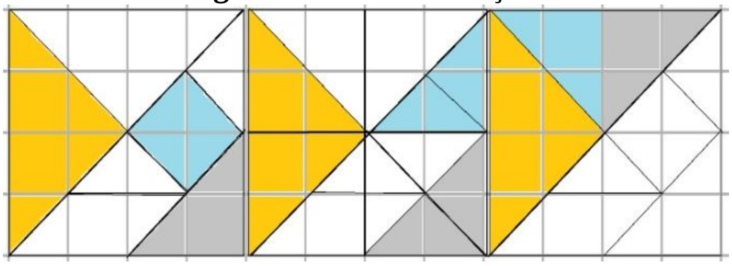


Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Resposta: De acordo com a Figura 17, temos: 1/8 + 1/16 = 2/16 + 1/16 = 3/16.

2) A soma entre um triângulo grande, um quadrado e um triângulo médio?

Figura 18- Soma de frações

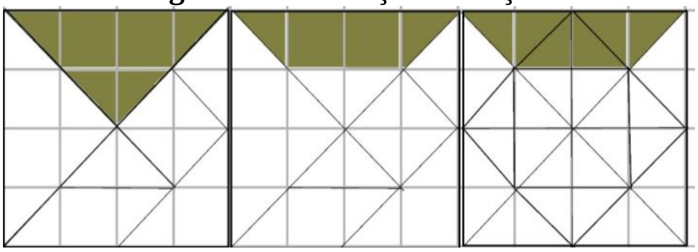


Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Resposta: Tomando a Figura 18 como referência, temos: 1/4 + 1/8 + 1/8 = 2/8 + 1/8 + 1/8 = 4/8 = 1/2.

3) Se do triângulo grande tirarmos um triângulo pequeno. Que fração poderemos representar?

Figura 19- Subtração de frações



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

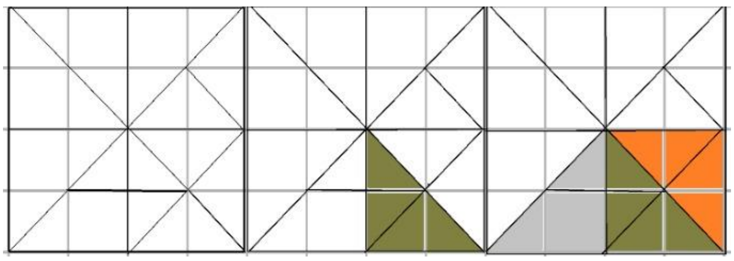
Resposta: De acordo com a Figura 19, temos: 1/4 - 1/16 = 4/16 - 1/16 = 3/16.

Multiplicação de frações

O objetivo agora é que os alunos aprendam a multiplicação de frações através do quebra-cabeça. Para essa atividade é interessante realizar a sobreposição de peças no próprio Tangram:

1) Que fração teremos se tomarmos o triplo de três triângulos médios, ou seja, 3 x 1/8?

Figura 20 - Multiplicação de fração por um número natural

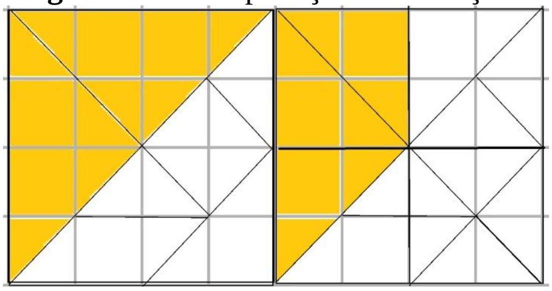


Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Resposta: Conforme a Figura 20, devemos dividir o Tangram em 8 triângulos médios e tomar 3 desses triângulos. Ou seja, 3 x 1/8 = 1/8 + 1/8 + 1/8 = 3/8 como mostra a figura acima.

2) Que fração representa 3/4 de 1/2?

Figura 21 - multiplicação entre frações



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

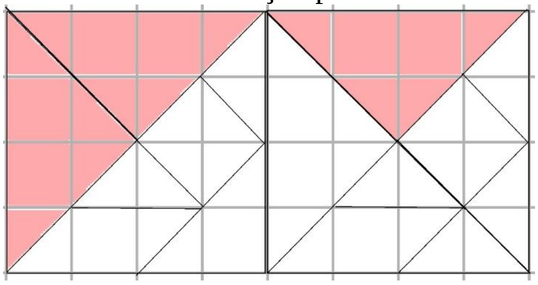
Resposta: Conforme a Figura 21 , vamos considerar 1/2 do Tangram e depois tomar 3/4, isto é, dividir em quatro partes iguais. Daí, vamos obter oito partes e devemos considerar apenas três, pois queremos 3/4 de 1/2. Dessa forma, concluímos que 1/2 x 3/4 = 3/8.

Divisão de frações

A ideia é construir uma forma genérica para resolver divisão de frações utilizando o Tangram:

1) Ana pintou 1/2 do Tangram e pretende dar metade da parte colorida para Caio, ou seja, dividi-la por dois. Que fração do Tangram Caio irá receber?

Figura 22- Divisão de fração por um número natural



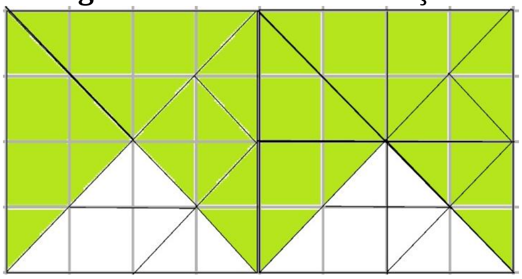
Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Resposta: Para obter a metade de 1/2 vamos dividir por 2 e tomar uma das partes. Logo, queremos 1/2 de 1/2. Assim, obteremos 1/4 do Tangram (Figura 22), isto é, a parte que Caio receberá. Logo, 1/2 /2 = 1/4.

2) Que fração representa a divisão 3/4 / 1/8?

Resposta: Para responder é necessário verificarmos quantas peças de 1/8 cabem em 3/4 do Tangram.

Figura 22- Divisão entre frações



Fonte: Elaborada pela autora, 2024.

Assim, como na Figura 23, cabem seis peças de 1/8 em 3/4 do Tangram. Portanto, 3/4 / 1/8 = 6.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo principal deste trabalho foi responder às seguintes indagações: *Quais as principais dificuldades enfrentadas pelos alunos em aprender frações? Que proposta didática poderá ser sugerida para contribuir na superação dessas dificuldades?*

Com relação à primeira indagação, no Capítulo 3, apresentamos as principais dificuldades enfrentadas pelos professores durante o ensino do conteúdo de frações, bem como as principais dificuldades enfrentadas pelos os alunos durante a aprendizagem. Neste Capítulo podemos notar que as dificuldades podem surgir dos dois lados, cada um com as suas particularidades. Neste sentido, é importante trabalhar com uma proposta didática que ajude a minimizar as dificuldades e crie possibilidades para uma aprendizagem eficaz.

Com isso, no Capítulo 4 abordamos um pouco sobre metodologias ativas e como há vários benefícios decorrentes dessa prática. As metodologias ativas de ensino e aprendizagem ajudam a criar mais interação entre todos os envolvidos no processo educativo, valorizando o aprendizado em conjunto. Essas estratégias se baseiam em uma visão crítica e reflexiva, permitindo entender e agir sobre a realidade, além de englobar diferentes formas de conhecimento e contexto de aprendizado.

Com relação à segunda indagação (*Que proposta didática poderá ser sugerida para contribuir na superação dessas dificuldades?*), foi necessário apresentar uma proposta didática concernente ao ensino e aprendizagem de frações utilizando o jogo do Tangram. Através desta proposta, tentamos estabelecer o conceito de frações como parte de um todo, equivalência e as quatro operações. Com isso, no Capítulo 5 abordamos o jogo do Tangram como uma alternativa de proposta didática para o ensino-aprendizagem de frações. O quebra-cabeça foi escolhido especialmente por se tratar de um material manipulativo de fácil acesso, que pode ser construído pelos alunos em sala de aula juntamente com o professor. Além disso, apesar de bastante utilizado no ensino da Geometria, o Tangram pode ser aplicado para favorecer os resultados na aprendizagem de outros campos da matemática, a saber, o estudo de frações.

Na pesquisa sobre o Tangram, ele nos dá uma ideia de sua eficiência no que tange a superação das dificuldades de aprendizagem das frações através de uma proposta didática, possibilitando a manipulação do mesmo pelos alunos. Para isso, foi necessário abordar um pouco da história do Tangram, bem como sua forma geométrica. Foi formalizado o conceito de frações através da relação parte-todo, com exemplos de equivalência de frações e contextualização de perguntas com as quatro operações. A manipulação dos diferentes formatos e tamanhos das peças do tangram permite que os alunos visualizem e experimentem as frações de maneira lúdica e interativa, facilitando a internalização dos conceitos.

Com isso, a implementação de recursos lúdicos e manipulativos, como o Tangram, pode ser fundamental para enriquecer o processo educativo em Matemática, especialmente no que se refere ao ensino de frações, proporcionando uma aprendizagem eficaz e duradoura. Recomenda-se, assim, a integração de jogos e atividades semelhantes ao Tangram, visando sempre a construção de um conhecimento matemático mais sólido e contextualizado.

REFERÊNCIAS

ANASTASIOU, L. das G. C; ALVES, L. P. (orgs.). **Processos de Ensinagem na Universidade. Pressupostos para estratégias de trabalho em aula**. 7.ed. Joinville: Univille, 2007.

BARBOSA, E. F.; MOURA, D. G. Metodologias ativas de aprendizagem na educação profissional e tecnológica. **Boletim Tec. Senac**, Rio de Janeiro, v.39, n.2, p.48-67, 2013.

BERLINGOFF, W.P.; GOUVÊA, F. Q. **A matemática através dos tempos: um guia fácil e prático para professores e entusiastas**. Trad. Elza Gomide, Elena Castro. São Paulo: Edgard Blucher, 2010.

BORGES, T. S.; ALENCAR, G. Metodologias ativas na promoção da formação crítica do estudante: o uso das metodologias ativas como recurso didático na formação crítica do estudante do ensino superior. **Cairu em Revista**. Ano.3, n.4, p.119-143, 2014.

BOYER, C. B**. História da Matemática.** – 3. imp. – São Paulo: Editora Edgard Blüncher, 2001.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da matemática.**[tradução de Helena Castro]. **São Paulo**, 2012.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Ed. Edgard, 1996.

BRASIL - INEP. **Sistema de Avaliação da Educação Básica-SAEB**. 2017.

BRASIL - MEC. **Base Nacional Comum Curricular-BNCC**. 2018. 280–297 p.

BRASIL - MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais-PCNs: Matemática**. BrasíliaDF: Secretaria de Educação Fundamental, 142p., 1998.

CAJORI, F. **Uma História da Matemática**. Trad. Lázaro Coutinho. Rio de Janeiro: Ciência Moderna Ltda, 2007.

CAMPOS, T. M. M.; PIRES, C. M. C.; CURI, E. Transformando a prática das aulas de Matemática - São Paulo: **PREM**, 2001.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Lisboa: Sá da Costa, 1984.

CONTADOR, P. R. M. **Matemática, uma breve história, volume 1**. São Paulo: Livraria da Física, 2012

COTTA, R. M. M.; SILVA, L. S. da; LOPES, L. L.; GOMES, K. de O.; COTTA, F. M.; LUGARINHO, R.; MITRE, S. M. Construção de portfólios coletivo em currículos tradicionais: uma proposta inovadora de ensino-aprendizagem. **Ciência & Saúde Coletiva**. v.3, n.17, p.787-796, 2012.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática da teoria à prática.** Campinas: Papirus, 2007.

D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E. O. **Ousadia Criativa nas Práticas de Educadores Matemáticos.** 1. ed. Campinas-SP: Mercado de Letras, 2015. 288 p

DEWEY, J. **Democracia e Educação**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1959.

DEWEY, J. **Democracy and education.** Dover Publications, Inc: New York, 2004.

DINIZ, M. I. de S. V.et al. **A Matemática das sete peças do tangram**. CAEM: São Paulo, 1995.

DOMINGUES, H. H. **Fundamentos de Aritmética**. 1. ed. São Paulo-SP: Atual, 1991.

FARIAS, P. A. M. de; MARTIN, A. L. de A. R.; CRISTO, C. S. Aprendizagem ativa na educação em saúde: percurso histórico e aplicações. **Revista Brasileira de Educação Médica**, v. 39, p. 143-150, 2015.

FORNARI, E. L. d. S. O uso do Tangram no ensino de frações em turmas de 6oano. Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE., UNICENTRO, **Honótio Serpa**- PR, v. 1, p. 20, 2014.

GANGI, S. R. d. S. Geometria Plana: A Importância do Jogo Tangram no Ensino da Matemática como Material Lúdico**. SINPROSP**, Itararé-SP, v. 20, p. 14, 2009.

LORENZATO, S**. Para aprender Matemática**. 2, ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2008.

MARTINS, A.; MARQUES, G.; RAMOS, J. O ensino da geometria por meio do Tangram no 9o ano do ensino fundamental. **Santana-AP**, n. 9, p. 45, 2015.

MELO, B. de C; SANT'ANA, G. A prática da metodologia ativa: compreensão dos discentes enquanto autores do processo ensino aprendizagem**. Comum. Ciênc. Saúd.**, v.4, n.23, p.327-339, 2012.

NUNES, T.; BRYANT, P.; PRETZLIK, U.; HURRY, J. (2003). The effects of situations on children's understanding of fractions**.** In: **British Society for Research on the Learning of Mathematics**, Oxford, Reino Unido.

OCDE. Brasil no PISA 2015 : **análises e reflexões sobre o desempenho dos estudantes brasileiros.** São Paulo-SP: Fundação Santillana, . 274 p., 2016.

PAPERT, S. **Logo: Computadores e Educação.** Trad. José Armando Valente e Colab. São Paulo: Brasiliense S.A, 1988.

RAMOS, M. N. A educação profissional pela pedagogia das competências e a superfície dos documentos oficiais. **Educ. Soc**., Campinas, v. 23, n.80, p.401-422, 2002.

ROQUE, T.; DE CARVALHO, J. B. P. **Tópicos de história da matemática** [em linha]. 2012.

SÁ, F. B. **Aprendizagem de frações no Ensino Fundamental**. Porto Alegre:2011.

SANTOS, C. H. dos; IMENES, L. M. P**.** Tangram: Um antigo jogo chinês nas aulas de matemática. **Revista de Ensino de Ciências**, LEMAT/IME/UFO, São Paulo-SP, v. 18, p. 42–49, 1987.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M**. Didática de Matemática:** Como dois e dois. A comunicação da Matemática – São Paulo: FTD, 1997

VAN DE WALLE, J. A**. Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula – Porto Alegre: Artmed, 2009.

VARELA, C.; BILBAO, J.; GARCÍA, O.; RODRIGUEZ, M.; BRAVO, E. Active methodologies in higher education and the opinion of students. **International Conference The Future of Education**, PIXEL, 2007.

VERGNAUD, G. **Multiplicative Structures in Acquisition of Mathematics Concepts and Processes.** Lesh, R. e Landau, M. (ed.) New York: Academic Press. 1983.