UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS HUMANAS E EXATAS
CAMPUS VI - POETA PINTO DO MONTEIRO
CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

JOALISSON SOARES DA SILVA AMORIM

O ESTUDO DAS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU NO PLANO: UMA ABORDAGEM INTEGRADA DO LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS COM SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

MONTEIRO - PB
2025

JOALISSON SOARES DA SILVA AMORIM

O ESTUDO DAS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU NO PLANO: UMA ABORDAGEM INTEGRADA DO LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS COM SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do curso de Licenciatura Plena em Matemática do Centro de Ciências Humanas e Exatas, da Universidade Estadual da Paraíba, Campus Monteiro, em cumprimento às exigências legais para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Educação Matemática

Orientadora: Professora Mestre Flávia Aparecida Bezerra da Silva

MONTEIRO - PB
2025

É expressamente proibida a comercialização deste documento, tanto em versão impressa como eletrônica. Sua reprodução total ou parcial é permitida exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, desde que, na reprodução, figure a identificação do autor, título, instituição e ano do trabalho.

A524e Amorim, Joalisson Soares da Silva.

O estudo das equações do segundo grau no plano [manuscrito] : uma abordagem integrada do lançamento de projéteis com simulações computacionais / Joalisson Soares da Silva Amorim. - 2025.

44 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas, 2025.

"Orientação : Prof. Ma. Flavia Aparecida Bezerra da Silva, Coordenação do Curso de Matemática - CCHE".

1. Pensamento complexo. 2. Lançamento de projéteis. 3. Equações do segundo grau. 4. Simulação computacional. I. Título

21. ed. CDD 515.252

Elaborada por Talita Ramos Bezerra - CRB - 15/970 BSC6

JOALISSON SOARES DA SILVA AMORIM

O ESTUDO DAS EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU NO PLANO: UMA ABORDAGEM INTEGRADA DO LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS COM SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Coordenação do Curso de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática

Aprovada em: 03/04/2025.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado eletronicamente por:

- **Flavia Aparecida Bezerra da Silva** (***.744.004-**), em **24/05/2025 19:30:07** com chave **a517264038ee11f08cac06adb0a3afce**.
- **Luciano dos Santos Ferreira** (***.565.264-**), em **24/05/2025 23:56:34** com chave **de72c71c391311f0ab0a06adb0a3afce**.
- **Marilia Lidiane Chaves da Costa Alcantara** (***.790.674-**), em **24/05/2025 22:21:46** com chave **9ff00624390611f0ab022618257239a1**.

Documento emitido pelo SUAP. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QrCode ao lado ou acesse https://suap.uepb.edu.br/comum/autenticar_documento/ e informe os dados a seguir.
Tipo de Documento: Folha de Aprovação do Projeto Final
Data da Emissão: 24/05/2025
Código de Autenticação: 5a29e9

Este trabalho é dedicado, primeiramente, à Deus, fonte de sabedoria e inspiração, que iluminou meu caminho durante esta jornada, trazendo paz e tranquilidade nos momentos mais desafiadores. Aos meus pais, que, com amor, apoio e dedicação, me incentivaram a perseguir meus sonhos e ensinaram-me a importância dos princípios da educação. E, em memória do meu querido tio, Antônio Braz de Amorim, que, embora não esteja presente fisicamente, permanece vivo em meu coração e em minhas lembranças.

AGRADECIMENTOS

A conclusão deste trabalho é, sem dúvida, um momento ímpar para minha formação acadêmica. Quero iniciar agradecendo a Deus e à Nossa Senhora, que me iluminaram e me deram forças para concluir esta pesquisa. Durante esse percurso, não posso deixar de mencionar o nome de algumas pessoas que foram de extrema importância para o êxito deste estudo.

Expresso aqui, os meus mais sinceros agradecimentos aos dois pilares da minha vida, meus pais, senhor Severino Braz e dona Maria Soares, que sempre estiveram ao meu lado, me apoiando e incentivando a seguir em frente. Seu amor e dedicação foram fundamentais para a minha formação.

Como norteadora deste estudo, quero expressar meus profundos agradecimentos à minha professora orientadora, Ma. Flávia Aparecida Bezerra da Silva, que me guiou e apoiou ao longo de todo o processo de elaboração deste trabalho. Assim como gostaria de agradecer aos professores que compõem a banca examinadora, o prof. Me. Luciano dos Santos Ferreira e a profa. Dra. Marília Lidiane Chaves da Costa Alcantara, que se dispuseram a avaliar minha pesquisa e me proporcionar a oportunidade de aprender e crescer.

Quero destacar e registrar o mais forte, sincero e leal agradecimento à minha namorada, amiga e companheira, Érika Soares Bezerra, que me apoiou e me incentivou ao longo de todo o processo. Sua criatividade e contribuição foram essenciais para enriquecer ainda mais este estudo.

Gostaria também de agradecer ao meu amigo de infância, Jeferson Leite da Costa Nunes, que me apoiou em momentos cruciais dessa caminhada. Agradeço especialmente aos meus amigos mais próximos e colegas, em ordem alfabética: Danielli Silva, João Danilo, Pedro Henrique, Tawan Melo, Willian Silva, Ytalo Gustavo e todos os demais que, de alguma forma, contribuíram para esta conquista.

Por fim, em alusão à alegoria do *mito da caverna* de Platão, que narra a jornada de um homem em busca da verdade e do conhecimento, chega o momento de levar adiante tudo o que aprendemos. O mito nos ensina que a sabedoria não deve ser um fim em si mesma, mas um compromisso com a libertação daqueles que ainda estão presos às sombras da ignorância. Assim, acredito que é nosso dever romper com as ilusões e compartilhar o conhecimento, permitindo que outros também desenvolvam uma visão mais profunda da realidade que os cercam.

"Consagre ao Senhor tudo o que você faz, e os seus planos serão bem-sucedidos."

(Bíblia Sagrada, Provérbios 16, 3)

RESUMO

Este trabalho explora a integração entre as equações do segundo grau e o conceito físico de lançamento de projéteis, buscando uma desfragmentação do aprendizado. Para tanto, foi desenvolvido um *software* de simulação computacional, utilizado como ferramenta pedagógica em uma proposta de intervenção com licenciandos em Matemática, objetivando investigar suas contribuições para o estudo da temática. A pesquisa, fundamentada na teoria da complexidade de Edgar Morin, investiga como a articulação entre diferentes áreas do conhecimento pode superar a fragmentação comumente presente no ensino tradicional, em busca de uma perspectiva mais integrada do saber. O estudo inicia com uma revisão histórica e teórica do lançamento de projéteis, conectando-o ao pensamento complexo e aos princípios da cinemática. Em seguida, detalhamos a metodologia adotada, incluindo a caracterização da turma participante e a construção da ferramenta. A análise dos resultados, baseada em questionários e notas de campo, revela que a simulação computacional ao permitir a visualização e manipulação de variáveis, favorece a compreensão da relação entre conceitos matemáticos e fenômenos físicos. Além disso, a proposta de intervenção estimula a reflexão sobre o papel da tecnologia na educação e os desafios enfrentados ao integrar recursos digitais em sala de aula. Conclui-se que a abordagem adotada, ao promover a interdisciplinaridade e o uso de tecnologias, contribui para o desenvolvimento de práticas pedagógicas que tecem conexões entre os conteúdos.

Palavras-chave: Pensamento Complexo, Lançamento de Projéteis, Equações do Segundo Grau, Simulação Computacional.

ABSTRACT

This work explores the integration of quadratic equations with the physical concept of projectile motion, aiming at the defragmentation of the learning process. To that end, a software for computational simulation was developed and used as a pedagogical tool in an intervention with pre-service mathematics teachers, with the objective of investigating its contributions to the study of this topic. Grounded in Edgar Morin's theory of complexity, the research examines how the articulation of different areas of knowledge can overcome the fragmentation often present in traditional teaching, seeking a more integrated perspective of understanding. The study begins with a historical and theoretical review of projectile motion, linking it to complex thinking and the principles of kinematics. Next, we detail the adopted methodology, including the characterization of the cohort and the construction of the simulation tool. The analysis of results, based on questionnaires and field notes, reveals that the computational simulation, by enabling the visualization and manipulation of variables, enhances comprehension of the relationship between mathematical concepts and physical phenomena. Furthermore, the intervention stimulates reflection on the role of technology in education and the challenges of integrating digital resources into the classroom. It is concluded that the adopted approach, by promoting interdisciplinarity and the use of technology, contributes to the development of pedagogical practices that weave meaningful connections among content areas.

Keywords: Complex Thinking; Projectile Motion; Quadratic Equations; Computational Simulation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplo de lançamento oblíquo com diferentes inclinações. 14
Figura 2 – Esquema. 16
Figura 3 – Eixo das posições. 17
Figura 4 – Decomposição de vetores. 20
Figura 5 – Movimento oblíquo. 21
Figura 6 – Tema escuro do *Oblique Throw*. 28
Figura 7 – Tema claro do *Oblique Throw*. 28
Figura 8 – Funcionalidades da aplicação. 28
Figura 9 – Gráfico de um lançamento no *Oblique Throw*. 29
Figura 10 – Gráficos de quatro lançamentos no *Oblique Throw*. 29
Figura 11 – Dados dos estudantes que dizem conhecer ou não a estrutura de uma equação quadrática. 30
Figura 12 – Dados dos discentes que afirmam conseguir ou não encontrar raízes de equações quadráticas. 31
Figura 13 – Estudantes resolvendo o primeiro desafio proposto no questionário. . . 35
Figura 14 – Desenvolvimento do segundo desafio proposto no questionário. 35
Figura 15 – Discente utilizando o *software* para solucionar o terceiro desafio. 36
Figura 16 – Estudante utilizando o *software* para alterar parâmetros do lançamento. 37
Figura 17 – Estudantes analisando as diferentes trajetórias obtidas com a variação da gravidade. 37
Figura 18 – Ilustração da simulação realizada por um dos estudantes. 38

LISTA DE SÍMBOLOS

Δ	Variação de grandezas físicas
θ	Ângulo entre vetores
O	Origem do sistema de coordenadas
v	Velocidade instantânea
v_0	Velocidade inicial
a	Aceleração do corpo
g	Aceleração da gravidade
t	Tempo decorrido
x	Posição do corpo durante o deslocamento horizontal
x_0	Posição inicial do corpo no eixo horizontal
y	Posição do corpo durante o deslocamento vertical
y_0	Posição inicial do corpo no eixo vertical
$\vec{a}$	Vetor a
R	Alcance horizontal atingido pelo projétil
H	Altura máxima atingida pelo projétil

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO**	12
2	**FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**	14
2.1	**O Lançamento de Projéteis sob a ótica do Pensamento Complexo**	14
2.2	**O Movimento Retilíneo e Uniforme**	17
2.3	**O Movimento Retilíneo Uniformemente Variado**	18
2.3.1	***A Queda Livre***	19
2.4	**Decomposição de vetores no plano**	20
2.5	**O Lançamento de Projéteis no plano**	21
3	**METODOLOGIA**	24
3.1	**Caracterização da pesquisa**	24
3.2	**Proposta de intervenção**	25
3.3	**A tecnologia**	26
3.3.1	***O software***	27
4	**RESULTADOS E DISCUSSÕES**	30
4.1	**Sondagem dos conhecimentos prévios**	30
4.2	**Aplicação da proposta**	32
4.2.1	***Notas de campo***	32
5	**CONSIDERAÇÕES FINAIS**	40
	REFERÊNCIAS	42
	APÊNDICE A – PLANO DE AULA	43

1 INTRODUÇÃO

O estudo das equações do segundo grau com aplicações que vão desde a resolução de problemas práticos até a compreensão de fenômenos físicos complexos, sem dúvida, é um dos pilares da matemática. Em paralelo, o lançamento de projéteis desperta interesse, estando diretamente ligado não apenas à física, mas também à matemática, por meio de modelagens e estudos analíticos. Infelizmente, durante o Ensino Médio, o estudo desses temas, muitas vezes, pode aparecer de modo superficial, deixando lacunas na compreensão dos estudantes, principalmente no que se refere à conexão entre os temas.

A idealização de métodos de ensino mais eficazes, que favoreçam o aprofundamento e a compreensão dessas noções, motivou a elaboração deste trabalho. Ao integrar esses dois campos do conhecimento, buscamos oferecer uma abordagem mais dinâmica e visual para o aprendizado, facilitando a compreensão dos estudantes e estimulando seu interesse pela matemática. Nosso objetivo principal é investigar as contribuições das simulações computacionais do lançamento de projéteis para o estudo das equações de segundo grau e suas principais propriedades, bem como as noções de física, de modo integrado.

Para alcançar esse objetivo, desenvolvemos uma simulação computacional simples e intuitiva do lançamento de projéteis, buscando reproduzir fielmente o comportamento previsto pelas equações físicas envolvidas nesse movimento. Através do uso desse *software* em sala de aula, iremos investigar como os diferentes parâmetros influenciam no lançamento e qual é a relação entre a trajetória percorrida e a função do segundo grau equivalente.

Acreditamos que essa abordagem não só ajuda os discentes a compreender melhor as equações do segundo grau, mas também a visualizar na prática sua aplicação em situações reais, como o lançamento de projéteis. Ao mesmo tempo, especificamente, pretendemos avaliar a eficácia do *software* para o processo de aprendizagem, analisando a percepção dos estudantes acerca da utilização das simulações. E ainda, a partir da abordagem como um todo, com esse trabalho buscamos refletir sobre as possibilidades de integração entre diferentes áreas do conhecimento na perspectiva da teoria da complexidade, profundamente estudada pelo filósofo e sociólogo Edgar Morin, bem como discutir acerca dos desafios enfrentados pelos docentes ao utilizar recursos tecnológicos em sala de aula.

Compreendendo os benefícios e as dificuldades dessa abordagem, acreditamos estar contribuindo para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais eficientes e dinâmicas, oferecendo novas perspectivas e ferramentas para o ensino de matemática e física. Integrando teoria, prática e tecnologia, reiteramos a necessidade de promover uma aprendizagem mais significativa e estimulante, preparando os estudantes para os novos desafios da sociedade contemporânea apoiados no desenvolvimento do pensamento

complexo.

Diariamente presenciamos diversos tipos de movimentos curvilíneos que denotam trajetórias contínuas, desde bolinhas de papel sendo jogadas na lixeira até uma bola de futebol sendo alçada na área no momento do escanteio. Tais exemplos são classificados na Física como lançamentos oblíquos, nos quais a trajetória percorrida pelos objetos se aproxima ao comportamento de uma parábola. Entretanto, nem sempre compreendemos quais fatores realmente influenciam na trajetória de um projétil e qual a relação dessas trajetórias percorridas com elementos matemáticos. Quando compreendermos com mais profundidade a influência do ângulo de lançamento, velocidade e a distância percorrida pelo projétil, podemos inter-relacionar conceitos matemáticos com situações cotidianas por nós vivenciadas.

Durante os meus estudos na disciplina de Física no período do Ensino Médio, não foi possível trabalhar o conteúdo de movimentos oblíquos. Esta lacuna acarretou em uma certa dificuldade de compreender a integração entre a Matemática e a Física, em especial, entender qual a relação existente entre equações do segundo grau e o movimento oblíquo, tal fato motivou a elaboração deste trabalho que busca compreender com mais profundidade esse tipo de movimento. Dado tais pressupostos, surge a seguinte questão que norteará esta pesquisa: Quais as contribuições que as simulações computacionais, integradas ao lançamento de projéteis, trazem para o estudo das equações do segundo grau e noções de física de modo integrado?

No próximo capítulo, apresentamos os pressupostos teóricos que fundamentaram este trabalho. Iniciamos com um contexto histórico do lançamento de projéteis e uma análise sob a perspectiva do pensamento complexo. Esses elementos fundamentaram nosso estudo, que se aprofundou na teoria cinemática, base teórica para o desenvolvimento da pesquisa. No Capítulo 3, descrevemos os procedimentos metodológicos adotados, como a caracterização da pesquisa e proposta de intervenção, e detalhamos os aspectos tecnológicos da implementação do *software* desenvolvido. No Capítulo 4, discutimos os resultados obtidos com a aplicação da proposta, incluindo a análise do questionário de sondagem e as atividades práticas desenvolvidas no contexto de uma sala de aula. Na sequência, o Capítulo 5 apresentou as considerações finais do trabalho, versando acerca dos desafios e potencialidades da proposta adotada, e endereçando aspectos a serem investigados e analisados por pesquisas posteriores.

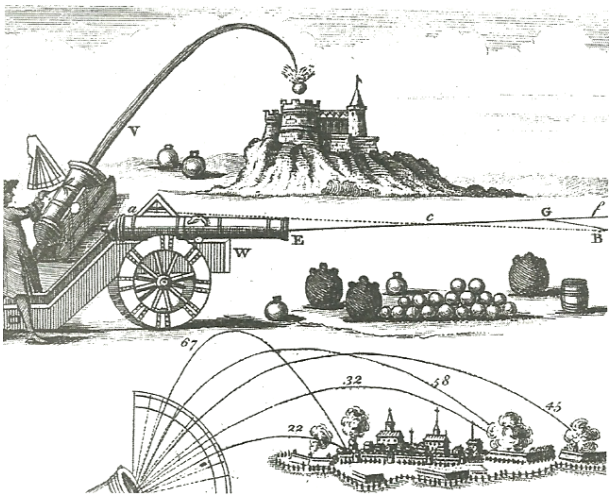
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção, abordaremos o movimento oblíquo partindo de uma perspectiva histórica até a formulação do pensamento complexo e integrado. Nesse sentido, buscamos compreender como a humanidade passou a entender a trajetória de projéteis, desde as primeiras observações até a formulação de leis matemáticas mais precisas. Além disso, a presente seção aborda os conceitos fundamentais da cinemática, introduzindo os conceitos físicos e explorando as relações matemáticas que podem ser estabelecidas através de tais conceitos.

2.1 O Lançamento de Projéteis sob a ótica do Pensamento Complexo

A evolução das ciências ao longo da história é marcada por um processo não linear, no qual inúmeras revoluções têm sido necessárias para que determinadas ideias alcancem o estatuto de teoria científica. Segundo Martins (2019), um dos trabalhos fundamentais nesse percurso foi realizado pelo inventor e cientista Leonardo da Vinci. Ele observou que durante o lançamento de uma bola de canhão, o movimento descrito seguia uma trajetória que se aproximava de uma curva contínua. Para ilustrar estes lançamentos, a Figura 1 mostra o uso de um canhão para fins de guerra e as diferentes angulações necessárias para atingir diferentes alvos.

Figura 1 – Exemplo de lançamento oblíquo com diferentes inclinações.



Fonte: Bonjorno *et al.* (2013, p. 116).

Durante a Idade Média, a compreensão do movimento estava enraizada nas teorias aristotélicas. De acordo com Aristóteles, citado por Martins (2019), os movimentos eram

divididos em naturais e violentos. Os movimentos naturais, como o de um corpo caindo, eram considerados intrínsecos aos objetos e seguiam uma trajetória vertical. Os movimentos violentos, como o lançamento de um projétil, eram explicados pela teoria do Ímpetus, na qual um impulso era dado ao objeto para mantê-lo em movimento.

A teoria do Ímpeto, que investigava o percurso de um projétil a partir das interações entre um ímpeto inicialmente comunicado e o ímpeto resultante do peso do projétil, despertou intenso debate. Conforme observado por Martins (2019), Jean Buridan desempenhou um papel significativo ao desenvolver e difundir essa teoria, a qual oferecia explicações sobre o movimento de projéteis e objetos em queda livre. O estudo de Buridan pavimentou o caminho para a dinâmica elaborada por Galileu e para o princípio da inércia formulado por Isaac Newton.

Dessa maneira, a compreensão do lançamento de projéteis não se limita apenas à evolução das teorias científicas, mas também destaca a influência significativa de uma variedade de pensadores e cientistas na construção do conhecimento sobre o movimento. Através de suas contribuições, desde observações até teorias inovadoras, esses pensadores enriqueceram nossa compreensão do comportamento físico dos corpos em movimento, lançando as bases para os estudos modernos em física e mecânica. Assim, a investigação do lançamento de projéteis oferece uma visão profunda não apenas sobre a dinâmica física em si, mas também sobre a complexidade e a riqueza do pensamento científico ao longo da história.

A evolução do conhecimento científico, como exemplificado pela trajetória do estudo sobre projéteis, evidencia a necessidade de se considerar a complexidade inerente ao próprio processo de construção do saber. Reconhecer a interdependência entre diferentes áreas do conhecimento e a influência mútua entre saberes fragmentados é essencial para alcançar uma compreensão mais completa e integrada da realidade.

Ao abordar a complexidade humana, compreendendo o indivíduo como um ser em constante desenvolvimento, biológico e cultural, torna-se evidente a importância de conectar os saberes. A fragmentação do conhecimento, com suas lacunas e falta de diálogo entre áreas, limita a aprendizagem e impede uma visão holística do mundo. Para superar essa fragmentação, é crucial reconhecer a interdependência entre as partes e o todo, buscando uma articulação entre os diversos campos do saber.

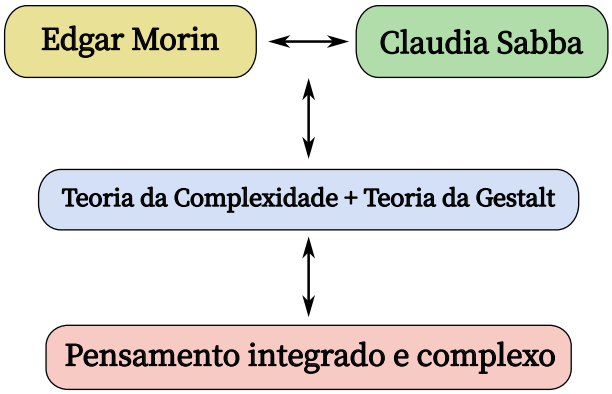
Nesse sentido, o pensamento de Morin (1998 *apud* Salles; Matos, 2017) se destaca como um guia para articular saberes disciplinares e promover a compreensão da totalidade. Morin (1998 *apud* Salles; Matos, 2017) defende a complexidade como uma ferramenta para religar conhecimentos e formas de viver, destacando a importância de integrar áreas como ciência e tecnologia na busca por um desenvolvimento humano sustentável. Tal visão oferece um caminho para superar a fragmentação do conhecimento, promovendo a interdisciplinaridade e construindo pontes entre diferentes áreas do saber. Diante desse

pressuposto, Salles e Matos (2017) apontam que:

> O pensamento de Morin (1998) contribui no esclarecimento e na pertinência da perspectiva da complexidade ao permear e articular os saberes disciplinares, para que a partir daí, se possa efetivar a compreensão do todo. Ao mesmo tempo, a complexidade chama atenção para o respeito das diversas dimensões do ser, o que aponta a incompletude e a incerteza como pontos importantes para serem pensados, ao dimensionar tal pensamento (Salles; Matos, 2017, p. 119).

Em consonância com Salles e Matos (2017), Sabba (2003) nos apresenta a Gestalt, teoria originada na psicologia experimental, mostrando que a percepção humana busca organizar as informações em estruturas completas e ricas em significado, ao invés de considerar fragmentos isolados. Nesse contexto, dentre os princípios da gestalt destacado por Sabba (2003), podemos ressaltar a similaridade, a unificação, o fechamento, a continuidade e a unidade. Ao integrarmos estes princípios gestálticos com a perspectiva do pensamento complexo de Morin (1998 *apud* Salles; Matos, 2017), podemos constituir um modelo para uma aprendizagem com significado a partir das teorias da Complexidade e Gestalt, como ilustrado no esquema da Figura 2.

Figura 2 – Esquema.



Fonte: autoria própria.

Por meio desta perspectiva, o modelo destacado pode ser estendido para o estudo de tópicos específicos presentes na matemática e na física, como por exemplo no estudo das equações do segundo grau aplicadas ao lançamento de projéteis. Assim como na Gestalt, onde se busca a percepção das partes compondo um todo coeso, no estudo das equações quadráticas, é possível perceber que cada elemento das equações interagem entre si de modo a compor um todo munido de significado para uma determinada situação real, a exemplo dos movimentos físicos que serão melhor detalhados a partir da próxima seção.

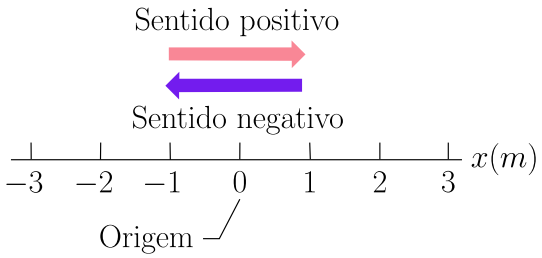
2.2 O Movimento Retilíneo e Uniforme

Segundo Halliday, Resnick e Walker (2016), para localizarmos um determinado objeto precisamos definir um referencial para que, a partir dele, sejam estabelecidas relações de distância.

> Localizar um objeto significa determinar a posição do objeto em relação a um ponto de referência, quase sempre a origem (ou ponto zero) de um eixo, como o eixo x da Figura 3. O sentido positivo do eixo é o sentido em que os números (coordenadas) que indicam a posição dos objetos aumentam de valor. Na grande maioria dos casos, esse sentido é para a direita, como na Figura 3. O sentido oposto é o sentido negativo (Halliday; Resnick; Walker, 2016, p. 56).

Desse modo, se uma partícula estiver na posição $x = 10$ m, significa dizer que ela está localizada à 10 metros da origem no sentido positivo. Já se tal partícula estiver na posição $x = -10$ m, ela estará localizada também a 10 m da origem, porém no sentido negativo. Dessa maneira, podemos estabelecer comparações entre as posições das partículas, por exemplo, se uma partícula está localizada na coordenada -2 m, tal partícula está ligeiramente atrás de uma outra que esteja localizada na coordenada 0 m.

Figura 3 – Eixo das posições.



Fonte: Adaptado de Halliday, Resnick e Walker (2016, p. 56).

Para Halliday, Resnick e Walker (2016), quando uma determinada partícula muda sua posição, partindo de uma posição inicial x_1 para uma posição final x_2, chamamos tal variação na posição de *deslocamento*, o qual denotamos por Δx. Podemos determinar o deslocamento de uma partícula qualquer a partir da seguinte relação:

$$\Delta x = x_2 - x_1. \tag{2.1}$$

Nesse sentido, para determinar a taxa com a qual a posição de uma partícula está se alterando com o passar do tempo, definimos uma grandeza vetorial denominada *velocidade média*, denotada por $V_{média}$. Essa grandeza indica, segundo Halliday, Resnick e Walker (2016), a "rapidez" do deslocamento de determinada partícula. Matematicamente, se estabelece a seguinte relação:

$$V_{média} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}. \tag{2.2}$$

A fim de simplificar a utilização da equação (2.2), consideremos $V_{média} = v$, $x_1 = x_0$, $x_2 = x$. Como normalmente consideramos a partícula partindo do tempo $t = 0$ s, faremos $t_1 = 0$ e $t_2 = t$. Assim,

$$v = \frac{x - x_0}{t - 0} \implies vt = x - x_0 \implies x = x_0 + vt. \tag{2.3}$$

A equação (2.3) relaciona de forma simples a posição de uma partícula a partir de sua posição inicial, sua velocidade e o tempo decorrido desde que se iniciou o movimento. Quando uma partícula se comporta de acordo com tal relação, podemos afirmar que ela obedece a um *Movimento Retilíneo e Uniforme*, no qual a partícula mantém sempre uma velocidade constante ao longo do deslocamento.

2.3 O Movimento Retilíneo Uniformemente Variado

Além da mudança no deslocamento, no movimento de partículas, pode ocorrer uma mudança de velocidade no decorrer do tempo. Para Halliday, Resnick e Walker (2016), quando há uma variação de velocidade no movimento de uma partícula, pode-se afirmar que a partícula sofreu uma *aceleração*. E, se analisarmos movimentos ao longo de um eixo, podemos definir a *aceleração média*, denominada $a_{média}$, em determinado intervalo de tempo como sendo:

$$a_{méd} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}. \tag{2.4}$$

Analogamente à análise realizada na seção anterior para determinar a equação (2.3), considerando $a_{média} = a$ $v_2 = v$, $v_1 = v_0$, $t_2 = t$ e $t_1 = 0$, obtemos:

$$a = \frac{v - v_0}{t - 0} \implies v - v_0 = at \implies v = v_0 + at. \tag{2.5}$$

Agora, vamos reescrever a equação (2.5) relacionando-a com a mudança de posição em termos diferenciais, aplicando na sequência o conceito de integração definida. Assim,

$$
\begin{aligned}
v = v_0 + at \implies & \frac{dx}{dt} = v_0 + at \\
\implies & dx = v_0 dt + atdt \\
\implies & \int_{x_0}^{x} dx = v_0 \int_{t_0=0}^{t} dt + a \int_{t_0=0}^{t} tdt \\
\implies & [x]\Big|_{x_0}^{x} = v_0[t]\Big|_0^t + a\left[\frac{t^2}{2}\right]\Bigg|_0^t \\
\implies & x - x_0 = v_0[t-0] + a\left[\frac{t^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right] \\
\implies & x - x_0 = v_0 t + \frac{at^2}{2}\cdot
\end{aligned}
$$

Em outras palavras, quando a partícula sofre uma mudança em sua velocidade no decorrer do movimento, podemos determinar sua posição a partir da relação:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}\cdot \tag{2.6}$$

Assim, quando uma determinada partícula obedece à equação (2.6), afirmamos que ela está descrevendo um *Movimento Retilíneo Uniformemente Variado*, no qual sua posição e velocidade se alteram com o passar do tempo.

2.3.1 A Queda Livre

Segundo Halliday, Resnick e Walker (2016), quando um objeto é lançado apenas para cima, se observa uma aceleração constante e para baixo, a qual definimos como sendo a *aceleração em queda livre*. Adicionalmente, ressaltamos que, por convenção, a direção do movimento na queda livre é definida ao longo de um eixo y vertical, com o sentido positivo apontando para cima. Nesse contexto, aceleração durante a queda livre é negativa, ou seja, para baixo, mais precisamente em direção ao centro da Terra, por isso, utilizaremos o valor $(-g)$ nas equações para representar a aceleração da gravidade. Como na queda livre partimos de uma posição inicial $y_0 = 0$ e de uma velocidade inicial $v_0 = 0$, dado que o corpo parte do repouso, podemos denotar:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2} \implies y = -\frac{gt^2}{2}\cdot \tag{2.7}$$

A partir da equação (2.7) podemos encontrar a posição de um objeto durante uma queda livre apenas sabendo a gravidade local e o tempo decorrido após o início do movimento.

2.4 Decomposição de vetores no plano

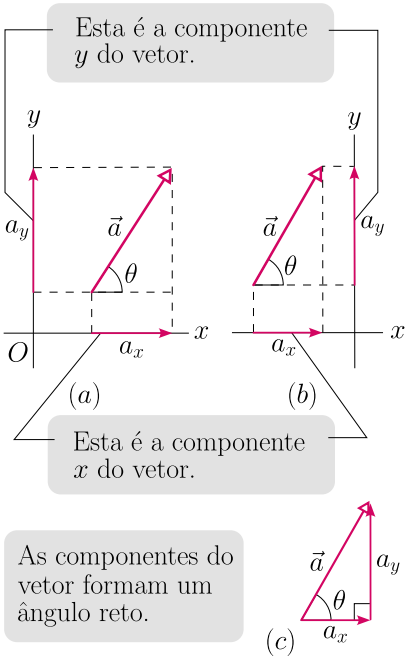
Segundo Halliday, Resnick e Walker (2016), uma componente de um vetor corresponde a sua projeção em um eixo. Na Figura 4 (a), por exemplo, a_x é a componente do vetor $\vec{a}$ em relação ao eixo x, e a_y é a componente em relação ao eixo y. A Figura 4 (b) ilustra a obtenção da projeção de um vetor em um eixo. Para isso, basta traçar linhas perpendiculares ao eixo a partir da origem e da extremidade do vetor. Podemos destacar que a projeção de um vetor no eixo x é chamada de componente x do vetor e a projeção no eixo y recebe o nome de componente y. Esse processo de obter as componentes de um vetor é denominado *decomposição do vetor*.

Para determinar as componentes de um vetor, podemos utilizar relações trigonométricas no triângulo retângulo formado quando traçamos as componentes. Ao analisar as relações, obtemos:

$$a_x = acos(\theta) \quad \text{e} \quad a_y = asen(\theta), \tag{2.8}$$

em que θ é o ângulo que $\vec{a}$ forma com o semieixo x positivo, e a é o módulo do vetor $\vec{a}$. A Figura 4 (c) mostra que $\vec{a}$ e suas componentes x e y formam um triângulo retângulo.

Figura 4 – Decomposição de vetores.



Fonte: Adaptado de Halliday, Resnick e Walker (2016, p. 121).

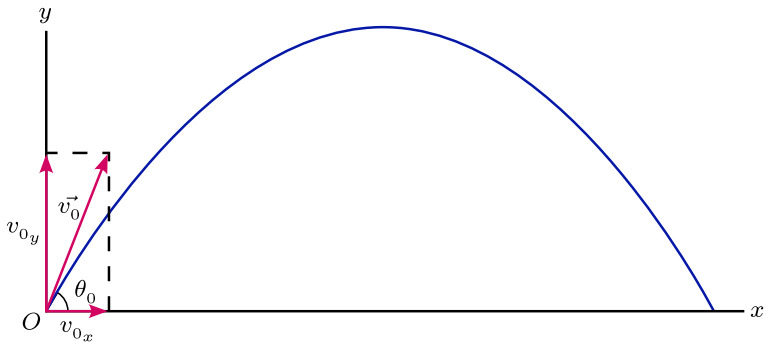
A descomposição de vetores se torna essencial para o estudo de movimentos no plano, ao passo que podemos representar um vetor $\vec{a}$ qualquer, como a composição de dois outros vetores, ou seja, $\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$. Essa representação facilita o estudo individualizado dos movimentos verticais e horizontais, simplificando a análise do movimento no plano.

2.5 O Lançamento de Projéteis no plano

Um caso especial dos movimentos bidimensionais, conforme Halliday, Resnick e Walker (2016), é o movimento de uma partícula em um plano vertical que possui uma velocidade inicial $\vec{v_0}$ e uma aceleração que se mantém constante ao longo da trajetória, fisicamente igual à aceleração descrita na queda livre, onde consideramos tal aceleração como sendo a gravidade $\vec{g}$ que é medida nas proximidades da Terra a qual sempre está direcionada para baixo. Esse movimento, denominado *movimento balístico*, ou *movimento oblíquo*, é descrito no plano pela combinação dos movimentos citados nas seções 2.2 e 2.3.

Nesse sentido, quando um projétil é lançado a partir de uma origem O, em um plano vertical (que no presente trabalho vamos considerar como origem o solo), temos que estabelecer alguns parâmetros iniciais para que se inicie o movimento. Um desses parâmetros é a velocidade inicial $\vec{v_0}$, entretanto, além da velocidade inicial precisamos direcionar o projétil de acordo com um ângulo inicial θ_0. A partir da definição desses parâmetros, conseguimos modelar uma trajetória parabólica descrita pelo projétil como mostra a Figura 5.

Figura 5 – Movimento oblíquo.



Fonte: autoria própria.

Na Figura 5, o movimento que o projétil descreve na direção do eixo x se caracteriza como um movimento retilíneo e uniforme, no qual o projétil desloca-se em função do tempo decorrido, obedecendo a equação:

$$x = x_0 + v_{0_x}t. \tag{2.9}$$

Com relação ao movimento na direção do eixo y, o projétil sofre com a ação da aceleração gravitacional, que altera sua velocidade e posição com o passar do tempo, se caracterizando como um movimento retilíneo uniformemente variado, obedecendo à seguinte relação:

$$y = y_0 + v_{0_y}t - \frac{gt^2}{2}. \tag{2.10}$$

Agora, como o projétil está partindo do solo, a posição inicial x_0 e y_0 são ambas nulas. Assim, isolando t em (2.9), obtemos:

$$t = \frac{x}{v_{0_x}}. \tag{2.11}$$

Substituindo (2.11) em (2.10) e utilizando as relações trigonométricas para escrever as componentes v_{0_x} e v_{0_y}, podemos encontrar a equação que descreve a trajetória de um projétil em função do ângulo e da velocidade inicial. Ou seja,

$$\begin{aligned} y = v_{0_y}\left(\frac{x}{v_{0_x}}\right) - \frac{g\left(\frac{x}{v_{0_x}}\right)^2}{2} &\implies y = \frac{v_{0_y}}{v_{0_x}}x - \frac{g}{2(v_{0_x})^2}x^2 \\ &\implies y = \frac{v_0 \cdot sen(\theta_0)}{v_0 \cdot cos(\theta_0)}x - \frac{g}{2(v_0 \cdot cos(\theta_0))^2}x^2 \\ &\implies y = tan(\theta_0)x - \frac{g}{2(v_0 \cdot cos(\theta_0))^2}x^2. \end{aligned} \tag{2.12}$$

Na equação (2.12), v_0 e g são respectivamente os módulos da velocidade inicial e da aceleração gravitacional. É perceptível, a partir do lançamento de um projétil, que a equação da sua trajetória se aproxima de uma equação do segundo grau do tipo $y = ax^2 + bx + c$, sendo $a \neq 0$. Dessa forma, podemos extrair certos elementos comuns da parábola formada, como por exemplo, suas raízes e a coordenada y do vértice, que fisicamente denotamos por *altura máxima H* atingida pelo projétil. Como estamos tratando do lançamento de projéteis, a primeira raiz estará localizada na origem e a segunda raiz estará relacionada à distância percorrida pelo projétil, que fisicamente denominamos *alcance horizontal R*. Igualando a equação (2.12) a zero, podemos determinar, através da fórmula geral para resolução da equação polinomial do segundo grau, a segunda raiz da seguinte forma:

$$\begin{aligned} x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} &\implies x = \frac{-tan(\theta_0) \pm \sqrt{tan^2(\theta_0)}}{-\frac{g}{(v_0 \cdot cos(\theta_0))^2}} \\ &\implies x = (-tan(\theta_0) \pm tan(\theta_0)) \cdot \frac{-(v_0 \cdot cos(\theta_0))^2}{g} \\ &\implies x_2 = \frac{2tan(\theta_0) \cdot ((v_0)^2 \cdot cos^2(\theta_0))}{g} \\ &\implies x_2 = \frac{(v_0)^2}{g} \cdot 2\left(\frac{sen(\theta_0)}{cos(\theta_0)}\right) \cdot cos^2(\theta_0) \\ &\implies x_2 = \frac{(v_0)^2}{g} \cdot 2sen(\theta_0)cos(\theta_0). \end{aligned}$$

Mas, sabemos pela relação de arco duplo que $2sen(\theta_0)cos(\theta_0) = sen(2\theta_0)$. Assim, o alcance horizontal de um projétil qualquer será dado por:

$$R = \frac{(v_0)^2}{g} \cdot sen(2\theta_0). \tag{2.13}$$

Para determinarmos o valor assumido pela coordenada y do vértice, sabemos da teoria de equações do segundo grau que $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, onde $\Delta = b^2 - 4ac$ é o valor do descriminante da equação e a é o coeficiente do termo de segundo grau. Ou seja,

$$\begin{aligned} y_v = -\frac{\left(tan^2(\theta_0) - 4 \cdot \left(-\frac{g}{2(v_0 \cdot cos(\theta_0))^2}\right) \cdot 0\right)}{4 \cdot \left(-\frac{g}{2(v_0 \cdot cos(\theta_0))^2}\right)} &\implies y_v = \frac{tan^2(\theta_0)}{\frac{2g}{(v_0 \cdot cos(\theta_0))^2}} \\ &\implies y_v = \frac{tan^2(\theta_0)(v_0)^2 cos^2(\theta_0)}{2g} \\ &\implies y_v = \frac{(v_0 \cdot sen(\theta_0))^2}{2g}. \end{aligned}$$

Como a altura máxima coincide com a coordenada y do vértice, podemos determiná-la através da seguinte equação:

$$H = \frac{(v_0 \cdot sen(\theta_0))^2}{2g}. \tag{2.14}$$

Partindo destes pressupostos teóricos, esta pesquisa se propôs a integrar conceitos físicos e matemáticos com a tecnologia, por intermédio de simulações computacionais. Nessa perspectiva, buscamos trazer a tecnologia como um suporte para construir um ambiente virtual o qual promovesse uma melhor experiência de visualização dos movimentos aqui descritos, implementando as equações analíticas programaticamente no código fonte da aplicação.

Desde as primeiras concepções sobre o lançamento de projéteis até a formulação matemática do movimento, este capítulo evidenciou a evolução do conhecimento científico e a necessidade de integrar diferentes saberes. No próximo capítulo, será apresentada a proposta de intervenção, fundamentada no uso de simulações computacionais para aprimorar a compreensão da temática abordada neste estudo.

3 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa, que explora o uso do *software Oblique Throw* como ferramenta pedagógica. Inicialmente, abordamos a caracterização da pesquisa, os participantes envolvidos e os instrumentos utilizados para a coleta de dados. Em seguida, detalhamos a proposta de intervenção, que busca estabelecer conexões entre os conceitos matemáticos da equação do segundo grau e o fenômeno físico do lançamento oblíquo, por meio da simulação computacional. Por fim, descrevemos o *software* desenvolvido, destacando suas funcionalidades e sua relevância para o ensino.

3.1 Caracterização da pesquisa

Realizando uma consulta aos repositórios digitais da biblioteca do presente campus, não foram identificadas produções similares à presente pesquisa. A busca por títulos e assuntos relacionados aos termos explorados nesta linha de investigação não revelou trabalhos com abordagem semelhante. Diante desse cenário, este estudo visa contribuir para a ampliação do conhecimento sobre a temática, enriquecendo as perspectivas existentes na interseção entre matemática, física e tecnologia.

O presente trabalho aderiu ao método qualitativo em relação à análise e reflexão dos resultados obtidos, que de acordo com Gerhardt e Silveira (2009), a pesquisa qualitativa não se concentra na representatividade numérica, mas no aprofundamento da compreensão de um determinado grupo social ou organização. Em relação à abordagem metodológica, esse estudo se caracteriza como uma pesquisa de campo, ao passo que utilizamos o *software* aqui desenvolvido para trabalhar com essa temática por intermédio de uma proposta desenvolvida com uma turma do primeiro período do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campus VI, Monteiro.

Nessa perspectiva, Fiorentini e Lorenzato (2009) afirmam que esta modalidade de pesquisa é aquela na qual os dados são coletados no local em que o problema ou fenômeno ocorre − laboratórios ou ambientes especiais − podendo-se utilizar amostragens, entrevistas, questionários, testes, etc. Para realizar a coleta das informações, foram utilizados questionários mistos e notas de campo, que auxiliaram na organização das informações obtidas com o desenvolvimento das atividades propostas. Para Fiorentini e Lorenzato (2009), o questionário é um dos instrumentos mais tradicionais utilizados na coleta de informações e é composto por uma série de perguntas que podem ser fechadas, abertas ou mistas.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2009), as questões são consideradas fechadas

quando apresentam alternativas para as respostas, não permitindo uma resposta fora do conjunto de possibilidades definidas pelo pesquisador. As questões consideradas pelos autores como abertas são aquelas que não apresentam alternativas para as respostas, nesse tipo de questão, é possível que o pesquisador obtenha informações não previstas por ele ou pela literatura. Ao combinarmos esses dois tipos de questões, os autores consideram que o questionário será composto por questões mistas, ou seja, há tanto questões abertas, quanto questões fechadas.

Além de utilizarmos questionários, também foi necessária a adoção de notas de campo, ou diário de campo, para registrar de forma mais detalhada as observações e interações durante a pesquisa. Diferente dos questionários, esse instrumento permite capturar nuances do contexto, como descrições de cenários, diálogos e eventos imprevistos, enriquecendo a análise qualitativa. Para Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 118-119):

> Um dos instrumentos mais ricos de coleta de informações durante o trabalho de campo é o diário de bordo. É nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, faz descrições de pessoas e cenários, descreve episódios ou retrata diálogos. Quanto mais próximo do momento da observação for feito o registro, maior será a acuidade da informação (Fiorentini; Lorenzato, 2009, p. 118-119).

Considerando essa perspectiva, o diário de campo foi essencial para garantir registros mais fiéis e detalhados, reduzindo distorções e permitindo reflexões contínuas ao longo da pesquisa. A combinação desse recurso com os questionários possibilitou uma análise mais abrangente, auxiliando na construção da proposta de intervenção na turma mencionada, cujos detalhes serão apresentados na próxima seção.

3.2 Proposta de intervenção

A proposta de intervenção visa promover uma aprendizagem munida de significados sobre o lançamento de projéteis, integrando conhecimentos de física e matemática por meio de uma abordagem exploratória por intermédio de recursos tecnológicos. Para isso, desenvolvemos um *software* de simulação computacional que permitirá aos estudantes explorar, de forma interativa, os principais conceitos da temática, como a relação entre os parâmetros da equação do segundo grau e o movimento do projétil. A análise dos dados coletados durante a intervenção, tanto por meio de questionários quanto da observação direta com o auxílio das notas de campo, permitiu avaliar a efetividade da metodologia proposta e fornecer subsídios para o aprimoramento do *software* e das estratégias pedagógicas.

A turma escolhida para a aplicação da proposta foi uma turma de primeiro período do curso de Licenciatura em Matemática, composta por 20 estudantes. Essa escolha se justifica pela viabilidade logística e de recursos que o ambiente universitário oferece, minimizando desafios como a falta de laboratórios de informática equipados e a dificuldade

de conciliar horários, comuns na Educação Básica. Além disso, a aplicação em uma turma de licenciandos permite avaliar o potencial da ferramenta para a formação de futuros professores, que poderão adaptá-la às limitações de recursos que encontrarão em suas práticas pedagógicas.

A pesquisa será conduzida por meio de uma proposta de intervenção cujas etapas serão detalhadas a seguir:

- Desenvolvimento de uma simulação computacional online para o estudo do lançamento de projéteis, utilizando tecnologias que garantam fácil acesso e interatividade para os discentes.
- Primeiro contato com a turma e aplicação do questionário para obter informações básicas sobre os estudantes, assim como sondar seus conhecimentos prévios em relação aos conceitos e propriedades das equações do segundo grau.
- Aplicação e exploração, por parte da turma, do *software* de simulação computacional desenvolvido para trabalhar conceitos primordiais do lançamento de projéteis, por intermédio de uma atividade previamente elaborada.
- Análise dos dados coletados nos questionários e nas notas de campo, evidenciando as potencialidades e limitações da abordagem metodológica utilizada.

Ao integrar conceitos da Física e de outras áreas do conhecimento por meio de uma abordagem pedagógica, busca-se evidenciar que o desenvolvimento do saber não deve ocorrer de forma fragmentada, conforme destacado anteriormente à luz da visão de Morin (1998 *apud* Salles; Matos, 2017), mas sim de maneira interconectada, em que as disciplinas se articulam como partes de um todo. Nesse contexto, ressalta-se a importância de estudar a ciência em estreita relação com a tecnologia, promovendo uma aprendizagem verdadeiramente integrada.

3.3 A tecnologia

A utilização de recursos tecnológicos em sala de aula é um ponto bastante discutido na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (Brasil, 2018), no que se diz respeito à etapa do Ensino Médio, mencionando a importância de se estabelecer um contato mais frequente do discente com as tecnologias digitais a fim de desenvolver o pensamento computacional, sendo este cada vez mais essencial no mundo profissional.

Alinhado a essa perspectiva, Lima e Rocha (2022) destacam que as ferramentas digitais podem ser alternativas valiosas para ministrar conceitos teóricos em matemática, estimulando os estudos e propiciando técnicas para a resolução de problemas que seriam

inviáveis com o uso exclusivo de papel e caneta. Nesse sentido, a tecnologia não é apenas um acessório, mas sim um meio de expandir as possibilidades de ensino e aprendizagem.

Ao tratar da criação e utilização de tecnologias digitais, a BNCC estabelece que é fundamental desenvolver nos estudantes a capacidade de compreender, utilizar e criar essas tecnologias de forma crítica, significativa, reflexiva e ética em diversos contextos sociais (Brasil, 2018). Essa diretriz demonstra que a BNCC busca formar cidadãos que além de se utilizar de recursos tecnológicos, também são capazes de gerenciá-los de forma consciente e responsável.

Nesse sentido, a importância da tecnologia no contexto educacional, e particularmente no ensino da matemática, é corroborada por Lima e Rocha (2022), que enfatizam suas contribuições para a aprendizagem do conteúdo. No entanto, os autores alertam que o domínio das ferramentas tecnológicas por parte dos educadores não deve ser um fim em si mesmo, mas sim um meio para desenvolver o conhecimento sobre o conteúdo a ser ensinado e sobre as melhores formas de integrar a tecnologia ao processo pedagógico. A materialização dessa mediação entre tecnologia e conhecimento pode ser observada no desenvolvimento de *softwares* de simulação computacional, como o que será melhor detalhado na próxima seção.

3.3.1 O software

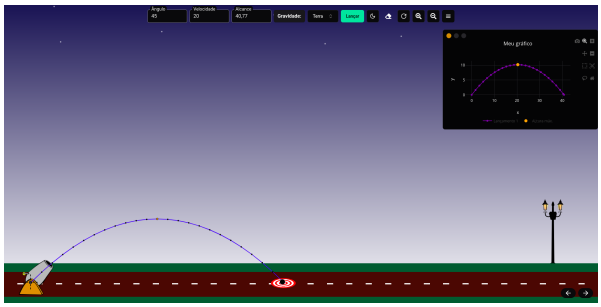
Em relação ao desenvolvimento do *software* de simulação computacional, atualmente intitulado *Oblique Throw*, utilizamos a biblioteca *React.js* para facilitar a criação da interface de forma declarativa, ou seja, sem implementar tudo do absoluto zero, dado que esse não é o foco da presente pesquisa. Essa biblioteca desenvolvida pela *Meta* foi de suma importância para desenvolver a aplicação de maneira mais rápida e para torná-la o mais intuitiva possível, dado que essa tecnologia permite lidar com ações do usuário, como o clique no mouse e a digitação pelo teclado de forma mais dinâmica, alterando o comportamento dos elementos presentes na tela em tempo real.

Utilizando os recursos tecnológicos previamente mencionados, foi desenvolvida a interface principal da aplicação, que disponibiliza um simulador virtual composto por um canhão, definindo a origem da trajetória e o ângulo utilizado no lançamento. Esta tela também dispõe de um alvo, o qual o usuário pode alterar sua posição no solo para definir o possível valor do alcance horizontal, bem como permite a visualização do movimento que o projétil, representado por uma bolinha, descreve durante o lançamento. A Figura 6 apresenta este ambiente, que inclui a funcionalidade de alteração de tema, demonstrada na Figura 7.

Além de permitir a alteração de parâmetros no lançamento de projéteis, como ângulo, velocidade inicial, alcance e aceleração gravitacional do sistema, o *software*, atualmente aces-

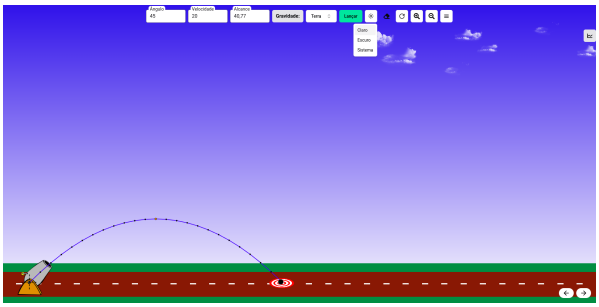
sível em qualquer navegador web através do endereço https://oblique-throw.netlify.app/, dispõe, na barra superior, de ferramentas para ajustar a cena renderizada. Entre essas ferramentas, destaca-se a função borracha, que possibilita ao usuário apagar trajetórias individuais de lançamentos anteriores, e botões para controlar o fator de zoom, ajustando a escala da cena. A Figura 8 apresenta os recursos supracitados.

Figura 6 – Tema escuro do *Oblique Throw*.



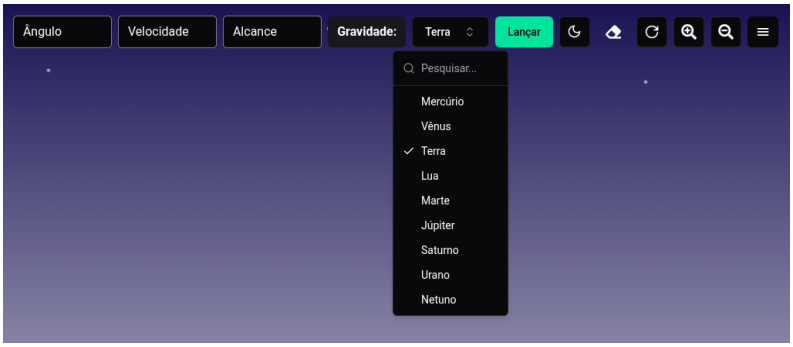
Fonte: autoria própria.

Figura 7 – Tema claro do *Oblique Throw*.



Fonte: autoria própria.

Figura 8 – Funcionalidades da aplicação.



Fonte: autoria própria.

Uma característica da aplicação desenvolvida é a geração de gráficos em tempo real do movimento realizado pelo projétil, permitindo analisar com mais detalhes alguns pontos da trajetória, incluindo pontos relevantes como o de altura máxima atingida, o qual é destacado na cor laranja, representado na Figura 9. A possibilidade de visualizar e interagir com pontos da trajetória descrita pode proporcionar uma melhor compreensão por parte dos discentes em relação à variação da posição do objeto lançado ao longo do tempo.

Quando o usuário realiza vários lançamentos em sequência, é possível visualizar todas as trajetórias na janela de gráficos que pode ser acessada por meio do menu presente na barra de ferramentas superior, como é mostrado na Figura 10. Esta funcionalidade se torna extremamente relevante para estudar o comportamento da trajetória do projétil quando certos parâmetros iniciais são alterados.

Figura 9 – Gráfico de um lançamento no *Oblique Throw*.

Fonte: autoria própria.

Nessa perspectiva, o *Oblique Throw* oferece uma experiência para a simulação e análise de lançamentos de projéteis, desde o controle de parâmetros iniciais até a visualização gráfica detalhada de trajetórias individuais e múltiplas. Desse modo, o *software* busca proporcionar um ambiente interativo que facilite a exploração e a compreensão dos conceitos físicos envolvidos. A combinação de recursos como a ferramenta de borracha, o controle de zoom e a possibilidade de comparar diferentes lançamentos em um único gráfico, visa tornar o *Oblique Throw* uma ferramenta complementar para o estudo do movimento parabólico.

Figura 10 – Gráficos de quatro lançamentos no *Oblique Throw*.

Fonte: autoria própria.

Portanto, queremos entender por meio deste trabalho como a utilização do *Oblique Throw* pode impactar a aprendizagem, analisando suas contribuições como ferramenta metodológica e os desafios associados ao ensino de matemática e física aliado a recursos tecnológicos. Nosso foco está em investigar as implicações dessa abordagem na compreensão dos estudantes e na visualização prática das equações do segundo grau aplicadas ao lançamento de projéteis.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

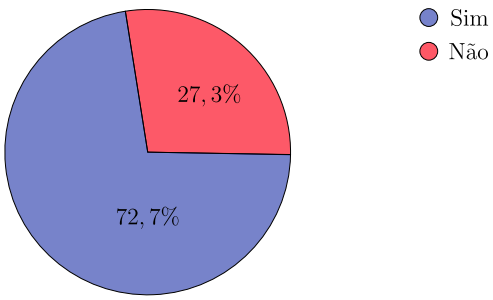
Este capítulo apresenta os resultados obtidos através da elaboração de questionários e descrição das experiências com a ferramenta desenvolvida por intermédio de notas de campo, trabalhando com as potencialidades e limitações da aplicação a partir de uma atividade exploratória. Na sequência, apresentaremos as soluções desenvolvidas pelos estudantes para os problemas propostos, bem como suas percepções da experiência proporcionada pelo *software*.

4.1 Sondagem dos conhecimentos prévios

O questionário que aplicamos inicialmente com a turma buscou investigar o conhecimento prévio dos discentes em relação a equações do segundo grau e suas aplicações, especialmente no contexto da física e de outros campos do saber. As perguntas abordam desde informações básicas sobre o perfil do estudante, como idade, período e cidade em que reside, até questões específicas sobre o conhecimento de conceitos matemáticos relacionados ao tema.

De acordo com os dados obtidos com a aplicação do questionário de sondagem, foi possível notar que 100% dos estudantes estão matriculados no primeiro período do curso e destes, aproximadamente 82% estão cursando Licenciatura em Matemática pela primeira vez, bem como verificou-se que a média de idade dos discentes era por volta de 18 anos. No que se refere ao conteúdo matemático em questão, quando questionados se estudaram acerca das equações do segundo grau durante a Educação Básica, todos os participantes relataram ter trabalhado com a temática. Em contrapartida, em relação ao conhecimento da estrutura básica de uma equação quadrática, o gráfico da Figura 11 apresenta os respectivos percentuais.

Figura 11 – Dados dos estudantes que dizem conhecer ou não a estrutura de uma equação quadrática.



Fonte: autoria própria.

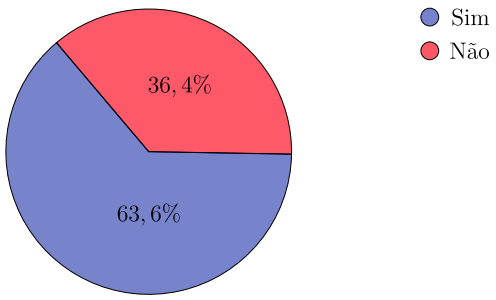
Os estudantes que responderam de maneira afirmativa no gráfico da Figura 11,

também foram questionados de modo a exemplificarem a estrutura básica de uma equação quadrática, bem como redigir uma pequena explicação no que se refere ao comportamento do gráfico da referida equação. Aqui destacamos uma das respostas dos discentes, a qual afirma que:

> Estudante A - *"$2x^2 + 4x - 6 = 0$. Seu gráfico é voltado para cima, como um U".*

Na sequência, o formulário questionava os estudantes acerca da habilidade em determinar as raízes de uma equação do segundo grau. Em relação à tal questionamento, obtivemos os percentuais apresentados na Figura 12. Os dados nos mostram que uma parcela expressiva dos participantes ainda não dominam métodos algébricos para determinar estas raízes, sendo estes amplamente estudados durante a Educação Básica.

Figura 12 – Dados dos discentes que afirmam conseguir ou não encontrar raízes de equações quadráticas.



Fonte: autoria própria.

Em relação ao procedimento utilizado pelos discentes para determinar as raízes de uma equação do segundo grau, todos os participantes recorrem à "Fórmula de Bhaskara". Partindo desse levantamento, verificamos que nenhum dos discentes mencionou métodos alternativos, como a fatoração por soma e produto, o que nos indica uma formação fortemente direcionada à aplicação de fórmulas prontas e uma ausência da visualização gráfica para compreender de outra perspectiva o significado de uma raiz.

Além disso, buscamos avaliar o conhecimento dos estudantes quanto à determinação das coordenadas do vértice de uma parábola associada à equação quadrática. Quando questionados sobre a existência de alguma relação matemática para esse cálculo, mais da metade dos estudantes responderam que não conheciam, enquanto os demais afirmaram conhecer uma relação. Entretanto, dentre aqueles que responderam de modo afirmativo, apenas um mencionou parcialmente um método matemático adequado para determinar as coordenadas x e y do vértice, reforçando a falta de uma base estruturada de conceitos pertinentes à temática.

Outro aspecto analisado foi a familiaridade ou contato dos discentes com *softwares* de visualização gráfica no estudo de funções durante a Educação Básica. As respostas

nos mostraram que pouco mais de 60% dos estudantes não tiveram contato com tais ferramentas, enquanto os demais afirmaram ter utilizado algum recurso digital para esse fim, retificando a necessidade de utilizar metodologias mais integradas à tecnologia para o ensino de matemática.

No que se refere à percepção dos estudantes acerca da importância da tecnologia no ensino de matemática, observamos uma opinião amplamente positiva. As respostas destacam que as ferramentas digitais permitem uma flexibilização e maior dinamicidade do aprendizado. Dentre os benefícios citados, destacam-se a otimização na realização de cálculos complexos, a possibilidade de resolver problemas de forma mais rápida e o auxílio da visualização gráfica de funções matemáticas. Esta reflexão dos estudantes corrobora com a perspectiva de Lima e Rocha (2022), ao mencionarem que problemas matemáticos complexos podem ser solucionados com maior facilidade com o intermédio de ferramentas digitais.

A análise desses resultados evidencia a necessidade de ampliar o repertório dos discentes, introduzindo diferentes abordagens para resolver equações do segundo grau, além de incentivar o uso de tecnologias educacionais para aprimorar a compreensão e aplicação dos conceitos matemáticos. Essa reflexão orientou a elaboração da proposta de pesquisa, que versa sobre uma aplicação de problemas físicos integrados a conceitos matemáticos, a qual será discutida mais detalhadamente na próxima seção.

4.2 Aplicação da proposta

Nesta seção será apresentado como a proposta foi aplicada no contexto de uma aula no Laboratório de Informática (LABINFO) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campus VI, Monteiro no dia 01/10/2024, por meio de uma atividade exploratória, a qual foi descrita e refletida por intermédio de notas de campo.

4.2.1 Notas de campo

A aula deu início com a interpretação da frase norteadora do filósofo e sociólogo Edgar Morin, a qual afirma: “É preciso substituir um pensamento que isola e separa por um pensamento que distingue e une”. Neste contexto, os estudantes foram questionados se a matemática pode ser estudada se restringindo apenas às suas abstrações, ou se ela pode integrar-se a outras ciências ou campos do saber para ser compreendida, visto que, a reflexão da frase busca mostrar que o conhecimento como um todo é composto pela interação das partes desde que se estabeleça um sentido. Assim, um dos estudantes citou a física como uma disciplina que pode ser estudada alinhada às noções matemáticas:

> Estudante B - *"Matemática e física já estão bem relacionados, pois é necessário utilizar cálculos matemáticos dentro dos estudos da física, mas é possível sim relacionar a matemática a outros campos e estudos".*

Após essa reflexão, foi realizada uma breve revisão sobre o reconhecimento da estrutura de uma equação do segundo grau e como a estudamos no ensino tradicional, na qual foi exposta uma forma simples de uma equação quadrática, neste momento, foi possível notar que os participantes conseguiram reconhecer e também citar propriedades básicas como o comportamento parabólico e vértice da parábola. Partindo desse conceito matemático, foi apresentada a proposta de pesquisa, a qual trata do estudo de equações do segundo grau aplicado a um conceito físico chamado lançamento oblíquo ou lançamento de projéteis.

A discussão estabelecida sobre o tema de pesquisa foi iniciada por intermédio de slides, trazendo o contexto em que o lançamento oblíquo se apresenta no nosso cotidiano e como aspectos da trajetória de um projétil se aproximam das características de uma parábola. Ressaltamos aqui a interação dos discentes, que contribuíram ao citar diversos exemplos, dentre eles o arremesso no basquete, tênis de mesa, arremesso de peso, o saque no vôlei e o disparo de uma bola de canhão. Desse modo, foi explicado aos estudantes como a matemática se integra quando analisamos a trajetória de um objeto lançado, na qual o ponto de altura máxima é o que relacionamos ao conceito de vértice da parábola e o alcance atingido ao tocar o solo pode ser interpretado como a raiz ou zero de uma equação quadrática. Podemos destacar um outro relato de um dos estudantes, o qual afirmou que:

> Estudante C - *"É possível estudar a equação do segundo grau por meio do lançamento oblíquo sim, já que existem características na parábola que se relacionam com a física".*

Após estabelecer essa interligação dos conceitos inerentes ao lançamento oblíquo com as características presentes na parábola, foi possível perceber que os estudantes conseguiram compreender a proposta da atividade que seria abordada subsequentemente, destacando o entusiasmo dos discentes ao tomarem conhecimento de que, ao longo do curso, teriam a oportunidade de estudar conceitos da física em consonância com a tecnologia. Contextualizado as nuances entre a matemática e a física, foi apresentado à turma uma forma mais dinâmica de observarmos este movimento, se utilizando de simulações computacionais, em particular, o *software Oblique-Throw*.

Assim, foi disponibilizado o link de acesso ao *software* para que os estudantes pudessem interagir com a interface por meio de um navegador web. Nesta etapa os discentes não apresentaram dificuldades em acessar efetivamente a plataforma, nesse ponto podemos ressaltar a curiosidade da turma, que antes mesmo da explicação, já conseguiam explorar de maneira intuitiva aspectos gerais da aplicação, evidenciando o potencial da

tecnologia em instigar o interesse dos discentes. Na sequência, foi explicado cada uma das funções disponíveis, com exemplos de lançamentos, ao passo em que os participantes replicavam nos seus respectivos computadores.

Através de diversas simulações, por tentativa e erro, os estudantes tentaram estimar a velocidade inicial com que o projétil deveria sair do canhão, considerando o alcance e ângulo de lançamento estabelecidos previamente. A turma se mostrou muito interessada quando correlacionaram as propriedades do lançamento e identificaram os elementos presentes na parábola, nesse contexto, diversas das indagações feitas foram respondidas, a destacar um caso particular de lançamento realizado com as condições gravitacionais presentes nos planetas Vênus e Urano, neste desafio foi explicado que ambos os planetas têm uma peculiaridade em comum, que é o fato da aceleração gravitacional de ambos coincidir com o valor absoluto de 8,87 m/s². A partir de tal premissa, levantou-se o seguinte questionamento: Se lançarmos um projétil em mesmas condições de ângulo e velocidade inicial, com as gravidades presentes em Vênus e Urano, a trajetória percorrida em cada lançamento será igual ou diferente? Em resposta, um estudante expressou seu pensamento em termos matemáticos:

> Estudante D - *"A aceleração da gravidade é a mesma nos dois planetas, por isso é a mesma parábola".*

A afirmação do estudante, ao considerar iguais as parábolas descritas pelos projéteis em função da mesma aceleração da gravidade nos dois planetas, demonstra sua compreensão da influência gravitacional no movimento. Essa correlação entre os conceitos físicos e matemáticos, explicitada pelo discente, alinha-se à perspectiva de Edgar Morin sobre a importância da não fragmentação do conhecimento.

Em um segundo momento da aula, foi disponibilizado para os discentes um código QR[1] para que pudessem acessar a atividade que trouxe um questionário exploratório com problemas abertos relacionado ao tema de pesquisa, objetivando que os participantes o respondessem utilizando o *software* de simulação. Conforme os estudantes tiveram acesso à atividade, foi dado um intervalo de tempo para que respondessem ao questionário proposto, à medida que foi estabelecida uma socialização com a leitura dos problemas e possíveis estratégias de resolução. Ao longo do questionário, os estudantes desfrutaram de uma experiência mais rica com a plataforma, estabelecendo conexões entre as noções físicas inerentes ao movimento parabólico, comumente estudado, e sua aplicação prática.

Dentre os desafios trabalhados no questionário, destacamos um problema introdutório que requisitava informações de um lançamento o qual foi realizado sob um ângulo de 45° e com velocidade inicial de $20m/s$. Foi então requisitado o valor de altura máxima e

[1] Código QR, um tipo de código de barras que consiste em um padrão quadrado impresso de pequenos quadrados pretos e brancos que codificam dados que podem ser digitalizados em um sistema de computador (Erik Gregersen, 2025).

alcance atingido pelo projétil. A Figura 13 mostra os estudantes utilizando a ferramenta para obter os valores solicitados.

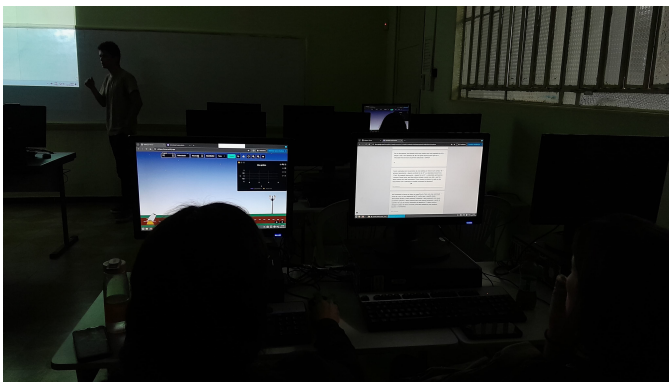
Ao analisar as respostas fornecidas pelos discentes, foi notório que grande parte da turma conseguiu extrair as informações corretas que estavam sendo requisitadas, obtendo uma altura máxima de $10,19m$ e um alcance aproximado de $40,7m$. Entretanto, notamos que alguns estudantes conseguiram identificar o ponto correto da trajetória, mas apresentaram certa dificuldade de interpretar os dados das coordenadas fornecidas pela aplicação, muitas vezes trocando o valor do deslocamento em x com o valor de deslocamento em y ao tentar indicar o valor de altura máxima, fato que alterou algumas das respostas fornecidas.

Figura 13 – Estudantes resolvendo o primeiro desafio proposto no questionário.

Fonte: autoria própria.

O próximo problema trabalhado, requeria que os discentes se utilizassem da estimativa para encontrar a solução. Nele, era mencionado que uma bolinha ao sair do canhão sob um ângulo de 55°, atingiu o solo a uma distância de $30m$ do ponto de origem e se questionava acerca do valor médio estimado da velocidade inicial do lançamento. A Figura 14, apresenta os estudantes solucionando este problema.

Figura 14 – Desenvolvimento do segundo desafio proposto no questionário.

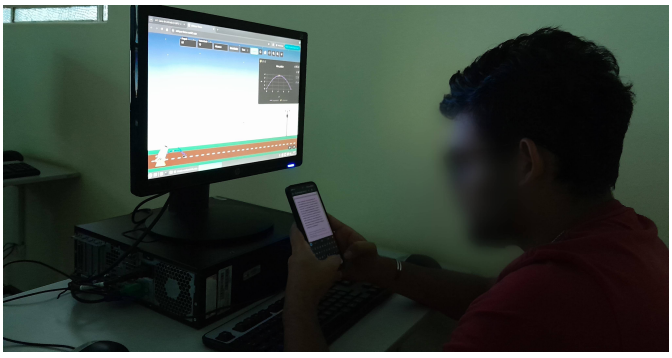


Fonte: autoria própria.

Notamos, a partir das resoluções dos estudantes, que a estimativa por eles estabelecida trouxe como solução para o problema um valor de velocidade variando entre $17,7m/s$ e $17,8m/s$. Ao utilizar estes valores na simulação, o projétil atinge o alvo praticamente em seu centro perfeito, mas ainda existe uma margem de erro para tais valores estimados. Aqui destacamos a resposta de um dos discentes a qual menciona que tanto utilizando uma velocidade de $18m/s$ quanto $17,5m/s$, o projétil atinge o referido alvo. De fato, a área demarcada pelo alvo tem um tamanho não desprezível, então valores próximos de velocidade podem resultar em um impacto do projétil contra o alvo, destacando então a importância de sempre se trabalhar com uma margem de erro ao lidar com simulações físicas e matemáticas.

Partindo para o terceiro desafio proposto, que apresentava dois lançamentos, sendo escolhido um ângulo de $40°$ para o primeiro e no segundo uma angulação de $60°$, mantendo em ambos a mesma velocidade inicial de $10m/s$, os estudantes foram instigados a concluir qual das bolinhas atingiu o ponto mais alto da trajetória além de indicar os valores de altura máxima e alcance, explorando a diferenciação entre as trajetórias obtidas com os diferentes ângulos. A Figura 15 mostra um estudante realizando a leitura do problema por intermédio de seu dispositivo móvel, enquanto realiza as simulações necessárias pelo computador.

Figura 15 – Discente utilizando o *software* para solucionar o terceiro desafio.



Fonte: autoria própria.

Neste problema, que exigiu uma maior atenção por parte dos discentes, o questionário apontou que aproximadamente 54% dos participantes responderam corretamente ao que se requisitava, enquanto 46% apresentaram dificuldades, já mencionadas anteriormente, relacionadas à identificação da coordenada que indica a altura máxima, neste caso, o valor atribuído ao y do vértice. Além disso, ficaram evidentes alguns problemas relacionados à interpretação da situação, a exemplo de estudantes que ao serem questionados acerca da alteração no alcance proporcionada pela mudança de angulação, responderam que ao aumentar o ângulo, a distância percorrida pelo projétil consequentemente aumentaria.

O quarto desafio tratou de forma interpretativa a influência da gravidade durante um lançamento oblíquo, apresentando uma situação na qual um astronalta realiza um

experimento na Terra e na Lua, lançando um objeto a partir destas distintas superfícies. Neste contexto, fez-se necessário que os discentes observassem ambas as trajetórias e analisassem suas características, a exemplo do alcance e altura máxima atingida ao alterar a força gravitacional. Na Figura 16, observamos os estudantes alterando o fator da gravidade utilizado na simulação para realizar os testes necessários.

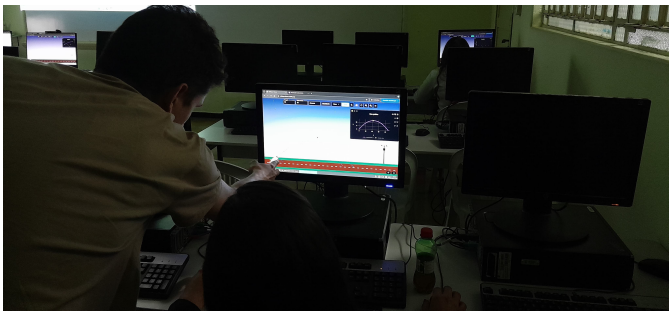
Nos dois contextos apresentados, identificamos que todos os discentes conseguiram interpretar e refletir corretamente acerca da influência do parâmetro gravidade na alteração da trajetória. Alguns estudantes ainda ressaltaram que a gravidade da Lua, por apresentar uma influência 6 vezes menor comparada à da Terra, foi o principal fator para que um lançamento na superfície lunar atinja valores mais expressivos de altura máxima e distância percorrida quando o objeto atinge o solo.

Figura 16 – Estudante utilizando o *software* para alterar parâmetros do lançamento.

Fonte: autoria própria.

O quinto desafio proposto teve como objetivo explorar mais profundamente a relação entre a força gravitacional e a trajetória do projétil. Os estudantes foram instruídos a realizar múltiplos lançamentos, mantendo constantes os valores iniciais de velocidade e ângulo, mas variando a aceleração da gravidade. O foco da questão estava voltado para a análise da posição do vértice da parábola descrita pelo projétil em cada uma das condições testadas. A Figura 17 mostra um dos momentos em que os discentes realizavam as simulações propostas.

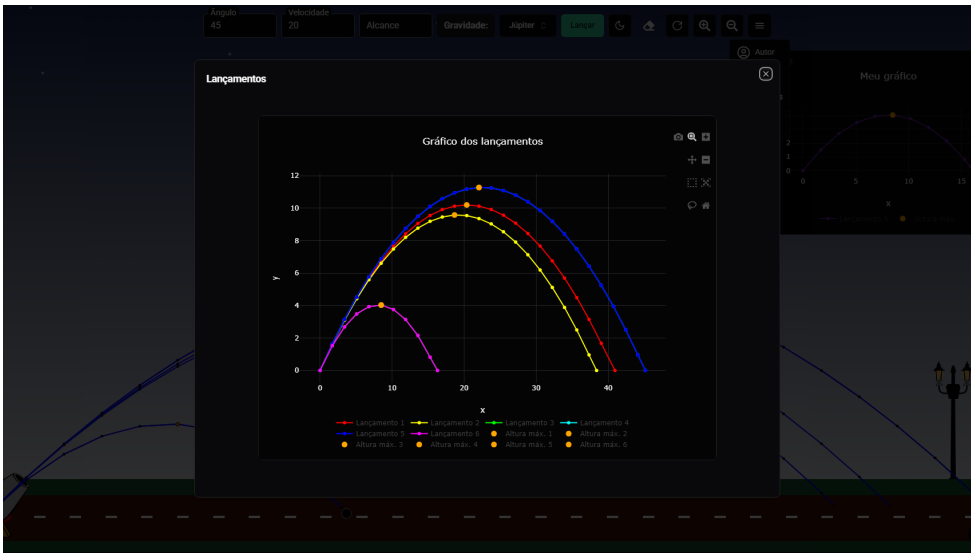
Figura 17 – Estudantes analisando as diferentes trajetórias obtidas com a variação da gravidade.



Fonte: autoria própria.

Ao analisar as resoluções dos discentes, notamos que a turma em sua totalidade conseguiu estabelecer corretamente a relação entre o aumento da gravidade e a redução da altura máxima alcançada pelo projétil, destacando inclusive que tal relação é inversamente proporcional. Vale ressaltar o pensamento de um dos estudantes, que associou a variação da gravidade com a diminuição do valor de y do vértice da parábola, percebendo que, ao manter a velocidade inicial e o ângulo de lançamento constantes, o x do vértice se aproxima progressivamente do ponto de origem à medida que a gravidade aumenta. A Figura 18, elaborada no *software*, ilustra este raciocínio do discente, utilizando de forma decrescente as gravidades de Júpiter, Saturno, Terra e Vênus.

Figura 18 – Ilustração da simulação realizada por um dos estudantes.



Fonte: autoria própria.

Ao refletir sobre os resultados, ficou evidente que a integração entre simulações computacionais e o estudo das equações do segundo grau, associada à aplicação dos conceitos de lançamento oblíquo, favoreceu uma compreensão mais aprofundada da inter-relação entre matemática e física, convergindo com a tese do pensamento complexo defendida por Edgar Morin, citado por Salles e Matos (2017). Essa abordagem permitiu que os estudantes visualizassem concretamente a influência de variáveis como ângulo, velocidade inicial e aceleração da gravidade na trajetória de um projétil, facilitando a transposição de conceitos abstratos para contextos aplicados.

A utilização do *software* revelou-se eficaz ao promover a compreensão das propriedades presentes nas equações quadráticas, incluindo a determinação do vértice da parábola e dos pontos de interseção com os eixos. A exploração de diferentes cenários nas simulações, possibilitou a identificação de padrões matemáticos e sua relação com fenômenos físicos, ao tornar possível por exemplo a identificação de que ao aumentar a influência gravitacional, as coordenadas do ponto de altura máxima tende à origem da trajetória. Nesse sentido, a aplicação da ferramenta em sala fortalece a concepção trazida por Lima e Rocha (2022),

que trata o domínio das tecnologias digitais como um dos pilares para a constituição de uma base matemática sólida para os estudantes.

Entretanto, foram observadas dificuldades na interpretação dos dados gráficos gerados pelo *software*, especialmente na distinção entre coordenadas horizontais e verticais. Esse aspecto evidencia a necessidade da incorporação de estratégias que incentivem a utilização de diferentes métodos para resolução de equações, evitando a dependência de métodos algébricos, além da relevância de um ensino que promova a autonomia do estudante na análise crítica dos resultados por ele obtidos.

O nível de engajamento dos discentes durante as discussões e atividades desenvolvidas foi muito satisfatório, demonstrando que a interatividade proporcionada pelas simulações pode contribuir para a motivação e a participação ativa no processo de aprendizagem, fomentando uma postura investigativa, fator essencial para o desenvolvimento do pensamento crítico. Esta aplicação em sala, evidenciou a importância da integração entre diferentes áreas do conhecimento para a superação das limitações de abordagens fragmentadas. Acreditamos que, com alguns aprimoramentos na plataforma aqui apresentada, como a elaboração de tutoriais e materiais didáticos gratuitos, podemos promover a integração da formação dos estudantes aos recursos digitais.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como objetivo investigar a contribuição das simulações computacionais no ensino de equações do segundo grau através de aplicações do lançamento de projéteis, buscando uma abordagem que não se limitasse aos métodos utilizados no ensino tradicional. A proposta visou à imersão dos estudantes em uma maneira diferente de enxergar certos conceitos matemáticos e físicos interligados a seus significados, conectando conceitos abstratos a fenômenos observáveis. Com base nos resultados obtidos, podemos concluir que o objetivo foi alcançado, ao passo que a implementação do *software Oblique Throw* permitiu que os estudantes manipulassem parâmetros, visualizassem a trajetória parabólica em tempo real e interpretassem os dados em uma perspectiva conceitual, na busca por estabelecer conexões mais significativas entre os conteúdos estudados.

Ademais, acreditamos que a presente pesquisa pode contribuir para discussões na área da Educação Matemática ao apresentar alternativas metodológicas que visam tornar o ensino mais acessível, evidenciando que a tecnologia pode superar a fragmentação do conhecimento e promover uma aprendizagem integrada e mais contextualizada. Ao oferecer um ambiente que estimula a investigação e a construção ativa do conhecimento, o estudo buscou romper com a tradicional memorização de fórmulas, incentivando os discentes a explorar e compreender efetivamente os conceitos sob o viés da criticidade.

Outro aspecto relevante da pesquisa foi o seu impacto observado na formação dos futuros professores. Realizado com estudantes do início do curso de licenciatura em Matemática, o trabalho permitiu que os licenciandos vivenciassem, desde cedo, uma abordagem pedagógica que os possibilitassem conhecer de modo interdisciplinar tópicos que serão estudados durante o curso, contribuindo para uma visão mais integrada da matemática, direcionando estes futuros profissionais para que venham a atuar sob novas perspectivas de ensino.

Durante o desenvolvimento da pesquisa, enfrentamos desafios significativos, como a dificuldade de alguns discentes em interpretar dados gráficos, o que nos evidenciou a relevância de estratégias pedagógicas similares à que estamos propondo, além de destacar a necessidade de aprimorar a ferramenta aqui desenvolvida deixando-a cada vez mais intuitiva, com a incorporação de tutoriais e materiais didáticos que facilitem sua utilização prática.

Apesar desses obstáculos, surpreendeu-nos positivamente o elevado nível de engajamento dos discentes, bem como os diferentes pontos de vista por eles apresentados. Nessa perspectiva, acreditamos que participação ativa e interesse reforçam que a tecnologia, quando utilizada de forma consciente e alinhada com os objetivos pedagógicos, pode apri-

morar o processo de ensino-aprendizagem. Diante dos resultados alcançados, vislumbramos a continuidade desta pesquisa, com planos tanto para a disponibilidade de mais recursos pedagógicos, quanto para o desenvolvimento de novas funcionalidades no *Oblique Throw* que facilitem ainda mais a interação, interpretação e identificação de dados, em busca de apoiar os professores na adoção dessa abordagem no ambiente da sala de aula.

Nesse sentido, futuras pesquisas poderiam analisar a aplicação dessa metodologia em diferentes níveis de ensino, conteúdos e contextos educacionais, avaliando sua efetividade e ampliando seu impacto, assim como incorporar novas funcionalidades à aplicação, a exemplo da influência de fatores externos ao movimento oblíquo, como a resistência do ar e o atrito do projétil com o solo. Essas reflexões evidenciam como um ambiente de aprendizado interativo pode estimular a curiosidade, a criatividade e a autonomia dos discentes, fortalecendo assim a conexão entre teoria e prática, especialmente no desenvolvimento de um pensamento integrado que favoreça uma compreensão do mundo em sua totalidade.

REFERÊNCIAS

BONJORNO, J. R. *et al.* **Física: mecânica, 1º ano**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2013. ISBN 978-85-322-8513-3. Citado na página 14.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica, 2018. <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 06 ago. 2022. Citado nas páginas 26 e 27.

Erik Gregersen. **QR Code**. 2025. <https://www.britannica.com/technology/QR-Code>. Acesso em 03 fev. 2025. Citado na página 34.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009. (Coleção formação de professores). ISBN 978-85-7496-147-7. Citado nas páginas 24 e 25.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. 1. ed. Porto Alegre, RS: Editora da UFRGS, 2009. Coordenado pela Universidade Aberta do Brasil - UAB/UFRGS e pelo Curso de Graduação Tecnológica - Planejamento e Gestão para o Desenvolvimento Rural da SEAD/UFRGS. Citado na página 24.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de física,**. 10. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC — Livros Técnicos e Científicos Editora, 2016. Citado nas páginas 17, 18, 19, 20 e 21.

LIMA, M. G.; ROCHA, A. A. S. da. As tecnologias digitais no ensino de matemática. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 8, n. 5, p. 729–739, 2022. ISSN 2675-3375. Disponível em: <https://doi.org/10.51891/rease.v8i5.5513>. Citado nas páginas 26, 27, 32 e 38.

MARTINS, M. **Uma proposta de ensino do movimento oblíquo no ensino médio**. 93 p. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campo Mourão, 2019. Mestrado Profissional em Ensino de Física. Citado nas páginas 14 e 15.

SALLES, V. O.; MATOS, E. A. S. Ávila de. A teoria da complexidade de edgar morin e o ensino de ciência e tecnologia. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 10, n. 1, p. 1–12, jan 2017. Citado nas páginas 15, 16, 26 e 38.

APÊNDICE A – PLANO DE AULA

UEPB	UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – CAMPUS VI
	CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
	DOCENTE: JOALISSON SOARES DA SILVA AMORIM

PLANO DE AULA
DOCENTE: Joalisson Soares da Silva Amorim
TEMA DA AULA: Estudo das equações do segundo grau através do lançamento oblíquo
TEMPO DE DURAÇÃO: 4 aulas - 4 horas
DATA: 01/10/2024
OBJETIVO GERAL
Compreender os conceitos básicos das equações do segundo grau aplicados ao lançamento oblíquo, utilizando um *software* de simulação computacional.
OBJETIVOS ESPECÍFICOS
● Compreender o contexto por trás do lançamento oblíquo, explorando situações cotidianas; ● Trabalhar a integração entre conceitos físicos do lançamento oblíquo com elementos e propriedades das equações do segundo grau; ● Utilizar um *software* de simulação computacional para explorar tais conceitos a partir da visualização gráfica; ● Trabalhar situações diversas a partir de condições iniciais de um lançamento oblíquo.
HABILIDADES BNCC
(EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. **(EM13MAT402)** Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
RECURSOS PEDAGÓGICOS
● Projetor de slides; ● *Software* de simulação computacional - Oblique Throw; ● Pincel para quadro branco; ● Apresentação de slides.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
● **1º Momento:** Compreender o contexto do lançamento oblíquo com exemplos do cotidiano, evidenciando características da trajetória de um projétil que são similares ao comportamento de uma parábola; ● **2° Momento**: Apresentação das principais funcionalidades do *software*, bem como sua exploração a partir de problemas com variadas condições iniciais de lançamento. ● **3º Momento**: Reflexão acerca das atividades realizadas com o *software* para o estudo das equações do segundo grau, analisando as potencialidades e limitações dessa abordagem metodológica.
AVALIAÇÃO
Avaliação contínua, analisando a participação da turma nas atividades propostas e participação em momentos de discussão.
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS
Oblique Throw. Disponível em: <https://oblique-throw.netlify.app/>