



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DA PARAÍBA – UEPB
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA**

ALANE GOMES DE ALBUQUERQUE NASCIMENTO

**AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS
BÁSICAS NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: NÚMEROS INTEIROS
RELATIVOS**

**Campina Grande – PB
2010**

ALANE GOMES DE ALBUQUERQUE NASCIMENTO

**AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS
BÁSICAS NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: NÚMEROS INTEIROS
RELATIVOS**

Monografia apresentada ao Departamento de Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Área de Concentração:
Educação Matemática

Orientadora: Prof. Ms.
Maria da Conceição Vieira Fernandes

Campina Grande – PB
2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CENTRAL – UEPB

N244d

Nascimento, Alane Gomes de Albuquerque.

As dificuldades de aprendizagem das operações aritméticas básicas no 7º ano do Ensino Fundamental [manuscrito]: Números inteiros relativos / Alane Gomes de Albuquerque Nascimento. – 2010.

34 f. : il. color.

Digitado.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Tecnológicas, 2010.

“Orientação: Profa. Ma. Maria da Conceição Vieira Fernandes, Departamento de Matemática e Estatística”.

1. Ensino de Matemática. 2. Números inteiros. 3. Ensino Fundamental. 4. Aritmética. I. Título.

21. ed. CDD 372.7

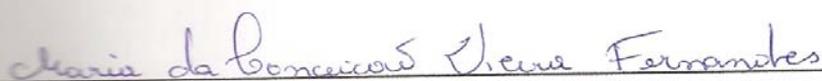
ALANE GOMES DE ALBUQUERQUE NASCIMENTO

**AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS
BÁSICAS NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: NÚMEROS INTEIROS
RELATIVOS**

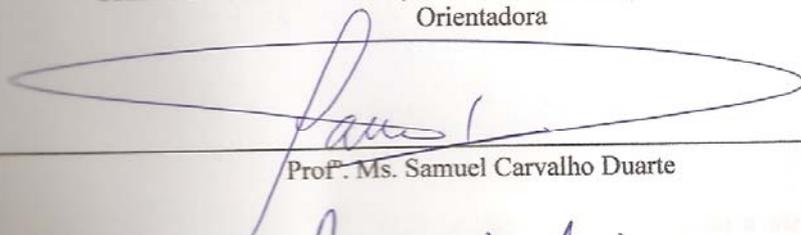
Monografia apresentada ao Departamento de Matemática do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba, como exigência parcial para a obtenção do título de Licenciada em Matemática

Aprovado em : 10 / 12 / 2010

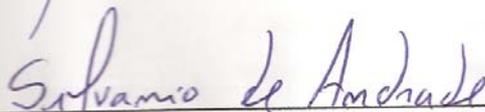
Banca Examinadora



Prof. Ms. Maria da Conceição Vieira Fernandes (DME/CCT/UEPB)
Orientadora



Prof. Ms. Samuel Carvalho Duarte



Prof. Dr. Silvanio de Andrade

A todos que acreditaram e me ajudaram para a realização deste sonho. Em especial aos meus pais, Antônio e Ivonete, meus irmãos, Alex e Alison, e ao meu esposo, Edgley.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pelo dom da vida, por todos os benefícios que existe nela e por ter me concedido a oportunidade de alcançar mais uma vitória e me abençoado todos esses anos.

Aos professores, em especial a minha orientadora, Prof^ª. Ms. Maria da Conceição Vieira Fernandes pelo tempo dedicado e pela colaboração deste trabalho, e aos professores da banca por aceitarem a participar da mesma.

Aos meus pais, que me educaram com amor, e sempre me ensinando o melhor caminho a seguir e me incentivaram e apoiaram a nunca desistir de estudar.

A meu esposo, Edgley, que esteve sempre presente nestes anos e pela compreensão da situação de “abandono” durante meus estudos.

Aos meus avós, em particular, Maria Lúcia (in memoriam) que sempre me apoiou e me deu forças até o fim de sua vida.

Aos colegas do curso que me encorajavam para conclusão do curso, em particular, a Christianne.

Enfim, a todos que direta ou indiretamente contribuíram para finalização de mais uma etapa importante da minha vida.

RESUMO

A dificuldade dos aluno(a)s do 7º ano do ensino fundamental na aprendizagem dos Números Inteiros, principalmente quando é abordado o conteúdo dos números negativos e suas operações aritméticas fundamentais, tem despertado a atenção de muitos professores de matemática a procurar uma proposta didática que facilite essa aprendizagem. O conteúdo de Operações Aritméticas básicas permeia toda a vida acadêmica do(a) aluno(a) e é indispensável o seu aprendizado, pois do contrário o(a) aluno(a) terá sempre dificuldade para assimilar outros conteúdos da Matemática. O caminho utilizado para a elaboração deste trabalho foi à revisão bibliográfica em livros, revistas, internet, artigos e uma pesquisa junto aos 36 alunos de uma das turmas do 7º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Jardirene Oliveira de Souza, localizada na cidade de Aroeiras-PB. Com tantas mudanças ocorridas nos últimos anos no âmbito da educação, é de fundamental importância que o professor procure inovações em seus métodos de ensino, buscando novas metodologias e novos recursos didáticos para envolver e estimular os alunos nas aulas de Matemática, já que esta é considerada por muito, uma das mais difíceis disciplinas e conseqüentemente sendo uma das grandes responsáveis pelo fracasso escolar. O processo de ensino aprendizagem de forma lúdica através de jogos permite que o aluno aprecie o momento como algo interessante, desafiador e divertido. Esta pesquisa permitiu concluir que um dos fatores marcantes da dificuldade que os alunos possuem ao trabalhar, principalmente com as operações aritméticas fundamentais com os Inteiros (negativos e positivos) essencialmente com as regras de sinais, é a ausência da aplicação concreta, e o jogo utilizado na sala de aula fez com que o grau de dificuldade diminuísse com respeito a esse aspecto.

Palavras-chave: Ensino Aprendizagem. Números negativos. Operações Aritméticas. Jogos

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	8
1. UMA BREVE HISTÓRIA DOS NÚMEROS NEGATIVOS	10
1.1 Origem do número negativo.....	10
1.2 Demonstração da regra dos sinais (segundo Euler).....	13
2. A IMPORTÂNCIA DOS NÚMEROS NEGATIVOS NA MATEMÁTICA.....	14
2.1 Abordagem dos números inteiros nos livros didáticos.....	14
2.2 Realizando as operações aritméticas em Z (Conjunto dos Inteiros).....	18
3.DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS....	21
3.1 Os erros mais comuns dos alunos nas atividades propostas.....	23
4.APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS DE FORMA LÚDICA....	26
3.2.1 Dominó Pedagógico.....	27
2.2 Jogo dos números inteiros.....	30
CONSIDERAÇÕES.....	32
REFERÊNCIAS.....	33

INTRODUÇÃO

Lecionando em algumas turmas do 7º ano do ensino fundamental da rede municipal de ensino da cidade de Aroeiras- PB, percebi que os alunos possuem muitas dificuldades em operar com Números Inteiros, principalmente quando envolvem números negativos, e interpretar situações do dia a dia em que esses aparecem. Muitos não têm motivação nenhuma pelas aulas por acreditarem que o conteúdo é muito difícil e, isto agrava ao constatar que a Matemática é uma das grandes responsáveis pelo fracasso escolar causado pela aversão à disciplina, idéia essa, às vezes transmitida pelos pais ou até por alguns professores.

A Aritmética faz parte da cultura dos povos desde os tempos antigos, tendo sido desenvolvida, juntamente com a linguagem, para atender às necessidades de comunicação e quantificação. As operações aritméticas fundamentais são a adição e a multiplicação. A subtração e a divisão são, por esta ordem, a operação inversa da adição e a operação inversa da multiplicação (INFOPÉDIA, 2010).

Este conteúdo de Operações Aritméticas merece bastante atenção por ser fundamental em toda vida escolar do(a) aluno(a) e é indispensável o seu aprendizado, pois do contrário o(a) aluno(a) terá conseqüentes dificuldades para assimilar outros conteúdos da Matemática.

Diante desse quadro é necessário que pensemos em alternativas metodológicas que revertam esse panorama. Este trabalho tem como objetivo planejar, após a leitura feita em alguns livros e artigos, situações didáticas que explorem o novo conjunto numérico, levando em conta os problemas de aquisição dos novos conceitos e tentando minimizar o impacto de tais dificuldades no processo de aprendizagem dos alunos.

Para alcançar esse objetivo realizou-se uma revisão bibliográfica para verificar quais são os materiais que serão melhor aproveitados nessa situação, e também, detectar junto aos alunos quais são as dificuldades que eles possuem com relação ao conteúdo, posteriormente propor uma metodologia através de jogos para poder ajudá-los a enxergar que os Números Positivos e Negativos estão presente e fazem parte do cotidiano embora eles desconheçam.

Este trabalho cujo título “**As dificuldades de aprendizagem das operações aritméticas básicas no 7º ano do ensino fundamental : números inteiros relativos**”, está estruturado em quatro capítulos.

No capítulo 1, exploramos a História dos números negativos e sua origem, ou seja, como se deu seu aparecimento e diante de qual necessidade, quais civilizações deram êxito ao seu

surgimento e quais desprezaram. Mostramos também nesse capítulo a Demonstração das regras de sinais segundo Euler.

Com relação ao capítulo 2, mostramos a importância dos números negativos na matemática e no dia a dia assim como se dá a abordagem dos números Inteiros em alguns livros didáticos, com especial atenção para os negativos e também, verificar como é proposta a realização das operações aritméticas nesses livros. Tais livros foram escolhidos propositalmente por serem adotados na maioria das escolas da rede municipal do nosso município.

No capítulo 3, é apresentada a dificuldade dos alunos na aprendizagem das operações aritméticas fundamentais com números negativos, mostramos também alguns erros cometidos pelos alunos nas atividades propostas, analisando como pode ter ocorrido o erro no cálculo realizado.

No capítulo 4 apresentamos duas propostas de experiência didático-pedagógica com o propósito de facilitar o entendimento das relações de sinais com materiais concretos e não por decorar regras já prontas.

1. UMA BREVE HISTÓRIA DOS NÚMEROS NEGATIVOS

A História auxilia numa melhor compreensão dos números negativos, pois a mesma dúvida no contato com esses números sobre relações de sinais, como operar ou até como e onde estão presentes no cotidiano já instigava questionamentos de célebres matemáticos como Euler, Laplace, Cauchy, Mac Laurin e Carnot. Hoje ainda permanece na maioria dos alunos do 7º ano do ensino fundamental, quando o professor inicia o conteúdo dos Números Inteiros.

O comportamento de algumas civilizações antigas no contato com situações as quais se deparava com quantidades negativas era considerá-las como algo estranho ou absurdo e que mais tarde chamaríamos de números negativos.

1.1 Origem do número negativo

A noção de número negativo demorou muito tempo a surgir na História da Matemática. Egípcios, babilônios e gregos, povos responsáveis por muitas realizações matemáticas importantes, ignoraram completamente essa idéia. De acordo com Boyer:

A palavra “número” para os gregos sempre se referia ao que chamamos números naturais - os inteiros positivos (BOYER, 1974, pág.83).

Até onde se sabe, a aparição dos números negativos na Matemática aconteceu na China, os numerais em barras de 300 A.C. não eram apenas uma notação para escrever o resultado de um cálculo eles utilizavam os números negativos de forma rudimentar em suas atividades cotidianas.

Para realizar cálculos com números negativos e positivos os chineses utilizavam duas coleções de barras de bambu, ferro ou marfim uma de cor vermelha para indicar números positivos e outra de cor preta para indicar os números negativos, entretanto os chineses não aceitavam a idéia de um número negativo ser solução de uma equação. Mas, em razão da dificuldade de comunicação entre os povos naquela época, essa contribuição dos chineses pouco influenciou o desenvolvimento da Matemática no Ocidente.

A obra mais influente da Matemática chinesa, *Os nove capítulos sobre a arte Matemática* (século IIIa. C) é significativa por conter a solução de problemas sobre equações lineares, usando tanto números positivos quanto negativos.

Nesta obra também, já se encontram enunciadas as regras de sinais para adição e a subtração:

Para a subtração – com os mesmos sinais, tire um do outro; com sinais diferentes, acrescente um ao outro; tirar positivo do nada dá negativo; tirar negativo do nada dá positivo. Para adição – com sinais diferentes, tire um do outro; com os mesmos sinais, acrescente um ao outro; positivo com nada dá positivo; negativo com nada dá negativo. No entanto, não há vestígios do uso da regra de sinais da multiplicação e da divisão antes do século XIII na Matemática chinesa (IEZZI, 2005).

Depois dos chineses, acredita-se que foram os hindus os primeiros povos a trabalhar com os números negativos. Esses, além da grande contribuição da criação de um sistema de numeração posicional de base dez, cuja eficácia e simplicidade para o cálculo aritmético se estendera universalmente, mostraram ser virtuosos no cálculo aritmético e algébrico e permitiram conceber um novo tipo de símbolo para representar dívidas que posteriormente o Ocidente chamaria de negativo. Entre os matemáticos hindus, o primeiro a lidar com números negativos foi Brahmagupta (século VII). Muitos séculos se passaram para que o interesse pelos números negativos fosse retomado (GIOVANNI, 2002).

Na civilização **árabe** os números negativos continuavam sendo negados, talvez este nome tenha vindo desta época pelos valores negados quando se obtinha raízes negativas de uma equação. Por exemplo, o grande matemático persa AL – Khowarizmi (século IX) não se ocupava de problemas que pudessem ter respostas negativas, mesmo sabendo lidar com eles. Assim, os números negativos demoraram a ser aceitos no Ocidente. Fibonacci(c. 1180-1250), o maior matemático europeu da Idade Média, nada incluiu sobre eles na sua obra mais importante, *Liber abaci* (1202), sobre Aritmética, Álgebra e Geometria, mesmo sabendo interpretá-los corretamente.

No **Renascimento** abriu-se uma nova etapa para os números negativos. Provavelmente foi nesta época que apareceu um número negativo ligado à uma equação algébrica, na obra do matemático francês Nicolás Chuquet (1445-1500) chamada de **Triparty** escrita em 1484.

Os símbolos "+" e "-" que conhecemos hoje foram introduzidos aproximadamente em 1489 por um professor alemão chamado Jonhann Widman (nascido por volta de 1460) em um livro de aritmética comercial. Nesse livro, o símbolo "+" representava excesso e o "-", deficiência, em medidas nos armazéns. Nesse caso, tais símbolos não tinham significados de adição e subtração de hoje, pois, até então, essas operações eram indicadas pelas letras **p**(de piu, "mais") e **m**(de meno, "menos").

Stevin (1548-1620) aceita os números negativos como raízes e coeficientes de equações e tratou de justificar geometricamente a regra de sinais fazendo uso da identidade algébrica: $(a-b)(c-d) = ac-bc-ad+bd$.

No **século XVII** - com o nascimento das ciências modernas, amplia-se o uso dos números negativos, aparece as primeiras intenções de legitimá-los. Foi o matemático Albert Girard (1590-1639) o primeiro a reconhecer explicitamente a utilidade algébrica de admitir as raízes negativas e imaginárias como soluções formais das equações, ele permitia uma regra geral de resolução na construção de equações através de suas raízes.

No final do século XVII, surgiu a obra de Viéte, esta mais tarde ampliada admitiu que as expressões literais pudessem tomar valores negativos, no entanto, a Álgebra não teria conhecido um tal avanço se esta generalização do número não tivesse sido acompanhada por uma descoberta igualmente fundamental, realizada em 1591 por Viéte e aperfeiçoada em 1637 por Descartes: *a notação simbólica literal*.

A legitimidade dos números negativos deu-se definitivamente por Hermann Hankel (1839-1873) publicada em 1867, "Teoria do Sistema dos números Complexos". Hankel formulou o princípio de permanência e das leis formais que estabelece um critério geral de algumas aplicações do conceito de número.

Finalmente Dedekind (1831-1916), amigo de Cantor estabeleceu uma relação de equivalência entre pares de números naturais e faz referência da subtração como inversa da adição: $a - b = c - d$, logo $a + d = b + c$. Ele demonstra que esta relação é de equivalência, e o conjunto das classes de equivalência será o conjunto dos números Inteiros.

Observa-se que em além de situações do cotidiano os números negativos também surgiram no interior da Matemática na resolução de equações algébricas. No entanto, sua aceitação foi demorada e só no século XIX os negativos foram interpretados como uma ampliação dos Naturais e incorporam as leis da Aritmética. Passaram então a integrar a hierarquia dos sistemas numéricos como Números Inteiros. (PCN'S, 1998).

Segundo Boyer (1974) o conceito de número inteiro é mais antigo na matemática e sua origem se perde nas névoas da antiguidade pré- histórica.

Após esta breve análise percebemos que entre a aparição e aceitação do número negativo levaram-se mais de 1000 anos, pois mesmo conhecendo bem as propriedades dos números, percebendo a necessidade de sua existência, muitos intelectuais de civilizações antigas insistiam em não admitir números negativos como raízes de uma equação.

1.2 Demonstração da regra dos sinais (segundo Euler)

Apesar dos números negativos serem considerados *numeri absurdi* muitos matemáticos da Antiguidade sabiam lidar com as operações com tais números, mas mesmo assim evitavam trabalhar com eles.

Euler, um célebre matemático da Modernidade, como se constata nos seus artigos científicos pela maneira audaz como manejava os números relativos e sem levantar questões quanto à legitimidade das suas construções forneceu uma explicação ou justificação para a regra os sinais.

Considerando seus argumentos quanto à regra de sinais, temos o seguinte:

- 1- A multiplicação de uma dívida por um número positivo não oferece dificuldade, pois 3 dívidas de **a** escudos é uma dívida de **3a** escudos, logo $(b).(-a) = -ab$.
- 2- Por comutatividade, Euler deduziu que $(-a).(b) = -ab$. Destes dois argumentos conclui que o produto de uma quantidade positiva por uma quantidade negativa e vice-versa é uma quantidade negativa.
- 3- Resta determinar qual o produto de $(-a)$ por $(-b)$. É evidente, diz Euler que o valor absoluto é ab . É necessário então decidir-se entre ab ou $-ab$. Mas como $(-a).b$ é $-ab$, só resta como única possibilidade que $(-a).(-b) = +ab$.

É óbvio que este tipo de argumentação vem demonstrar que qualquer estudioso matemático mais zeloso, não pode ficar satisfeito, pois principalmente o terceiro argumento de Euler não consegue provar ou mesmo justificar coerentemente que $- \text{ por } - = +$.

Na realidade, este tipo de argumentação denota que Euler não tinha ainda conhecimentos suficientes para justificar ou provar matematicamente estes resultados aceitalvelmente. Em algumas obras de Euler, podemos verificar que ele entende os números negativos como sendo apenas uma quantidade que se pode representar por uma letra precedida do sinal $-$ (menos). Ele não compreende ainda que os números negativos são quantidades menores que zero.

Muitos matemáticos se dedicaram ao estudo dos conjuntos Numéricos. Entre eles, o alemão Ernest Zermelo (1871-1955), o qual utilizou a letra Z (proveniente da palavra alemã Zahal (número) e também a inicial de seu sobrenome) para representar o Conjunto dos Números Inteiros, ou seja, o Conjunto numérico que reúne os números naturais, os negativos e o zero.

2.A IMPORTÂNCIA DOS NÚMEROS NEGATIVOS NA MATEMÁTICA

A História dos números negativos mostra que a aceitação seguiu uma trajetória longa e demorada. Essa demora pode ter ocorrido pelo fato de que por muito tempo não havia transmissão oral suficiente entre os povos de diferentes civilizações ou ainda pelo fato de algumas delas serem obrigadas pelos imperadores a queimarem os acervos literários, por exemplo, a China, mas mesmo assim muitas obras importantes escaparam, seja pela persistência de cópias seja pela transmissão oral.

Para representar situações de experiências práticas do dia a dia, como perder um jogo, constatar saldos negativos, observar variações de temperaturas, comparar alturas, altitudes, entre outros, usamos os números negativos, bem como os autores de alguns livros didáticos usam para iniciar o conteúdo.

Assim, os significados dos números negativos podem surgir da análise de situações problema do campo aditivo, situações em que esses números indicam falta, diferença, posição ou deslocamento na reta numérica. Observaremos como se dá a abordagem dos Números Inteiros, em especial os negativos em dois livros didáticos.

2.1 Abordagem dos números inteiros nos livros didáticos com especial atenção para os números negativos e suas operações.

Verificamos alguns livros didáticos de Matemática do 7º ano do ensino fundamental, com o propósito de observar como tais livros abordam o conteúdo dos Números Inteiros, em especial, os números negativos. Pois, uma abordagem adequada pode contribuir significativamente para a aprendizagem e, se a mesma está em sintonia com as necessidades do momento, pode influenciar positivamente a construção da cidadania do aprendiz.

De acordo com os PCN'S (BRASIL, 1998) ao longo do ensino fundamental o conhecimento sobre os números é construído e assimilado pelo aluno num processo em que tais números aparecem como instrumento eficaz para resolver determinados problemas, e também como objeto de estudo em si mesmos, considerando-se, nesta dimensão, suas propriedades, suas inter-relações e o modo como historicamente foram constituídos.

Ainda do ponto de vista dos PCN'S, no 7º ano do ensino fundamental se faz necessário que o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento do aluno, ampliar e construir novos significados para os números (naturais inteiros e racionais) a partir de sua

utilização no contexto social e da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção.

Sendo assim o aluno que inserido na sociedade, portanto, vivendo plenamente a construção de sua cidadania, deve estar vivendo, paralelamente à sua educação continuada, uma aprendizagem contextualizada, com conteúdos integrados e que lhe permita participar plenamente do processo de evolução social.

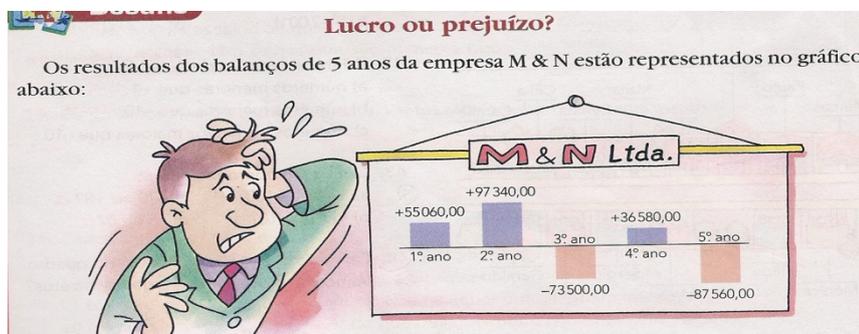
Então, considera-se pertinente investigar qual a contribuição dada pelos livros didáticos sobre o conteúdo dos Números Inteiros, em particular dos negativos, no tocante a esses pontos e investigar também em que pontos esses devem melhorar para facilitar ainda mais o interesse e a compreensão do conteúdo.

Para fazer a análise optou-se por dois livros didáticos do 7º ano do ensino fundamental e que estão sendo mais adotados nas escolas de ensino básico das escolas públicas, levando em consideração que estes ainda são uma boa referência para o professor.

Começando a análise com o livro “Matemática e Realidade” (IEZZI, 2005), percebe-se que o autor separa uma Unidade, distribuída em seis capítulos, para o conteúdo dos Números Inteiros.

Inicia a Unidade com um capítulo de Números positivos e números negativos, utilizando medidas de temperatura, saldo bancário e altitudes para introduzir os *números negativos* e, os não negativos são identificados como naturais e o zero é destacado como não sendo positivo nem negativo.

Segue com o capítulo dos *Números Inteiros* o qual é apresentado como números criados para tornar possível a subtração de dois números naturais quaisquer, em qualquer ordem, daí a necessidade principal da existência do número negativo, pois um número maior subtraído de um menor será um número negativo, e também para identificar situações práticas do dia a dia.



Os *números opostos* e o conceito de *valor absoluto* são apresentados com a representação na reta e a *comparação* vai sendo feita desde o início e é completada com as posições deles na *reta numerada*.

As *operações fundamentais* da aritmética (adição, subtração, multiplicação, divisão) realizadas com números positivos e negativos e suas respectivas *propriedades* são apresentadas em capítulos separados e as regras são estabelecidas depois de o aluno já estar bastante familiarizado com elas. O capítulo da Adição de inteiros, por exemplo, assim como as outras operações, é iniciado com a seguinte situação prática:

O dinheiro na conta do banco

Uma conta bancária especial está com saldo zero. Com quanto essa conta ficará em cada situação?

- a) Fazendo-se um depósito de 120 e outro de 95 reais.
- b) Fazendo-se uma retirada de 85 e outra de 150 reais.
- c) Fazendo-se um depósito de 120 e uma retirada de 85 reais.
- d) Fazendo-se um depósito de 120 e uma retirada de 150 reais.
- e) Fazendo-se um depósito de 85 e uma retirada de 85 reais.

No livro “Tudo é Matemática” (DANTE, 2010) o conteúdo dos *Números Inteiros* é apresentado em apenas um capítulo e os assuntos são separados por tópicos, o autor introduz o conceito de *números negativos* por meio de situações do cotidiano, como fusos horários, temperaturas, altitude e profundidade, saldo de gols, saldos bancários. Em seqüência, os Números Inteiros são apresentados como uma ampliação da seqüência dos números naturais, e a localização de números na *reta numérica* assim como Gelson Iezzi usa, é utilizada para facilitar a compreensão desses números. Obedecendo a progressão do conteúdo, aborda sobre *números simétricos*, *módulo* de um número inteiro e a *comparação* de inteiros.

Com situações contextualizadas o autor explora as *operações fundamentais* aritméticas, a adição e subtração com números negativos são estudadas com compreensão e sem memorização de regras, por exemplo, na adição de -2 e +5 ele mostra que podemos usar temperaturas e pensar assim: a temperatura que era de 2 graus abaixo de zero (-2) subiu 5 graus (+5). Agora ela passou a ser 3 graus acima de zero (+3).

Com relação à multiplicação e à divisão o autor ressalta, no manual do professor, que o professor deve estar atento ao trabalhar com essas operações, pois neste caso não valem as motivações e os modelos baseados concretamente em saldos bancários, temperaturas, altitudes e profundidades. Propõe que neste caso seria importante estimular o aluno a preencher tabelas e observar as regularidades delas, e com base nessas regularidades o aluno por si só as chamadas “regras de sinais” e compreende o porquê delas.

Após a análise desses dois livros percebe-se que há uma semelhança no tratamento da abordagem com números negativos e positivos e as operações fundamentais com tais números, pois ambos utilizam situações do dia a dia para transmitir o assunto de forma contextualizada, porém não só a contextualização faz parte do quadro de características para uma boa aprendizagem.

Sendo assim, o professor não deve explorar único e exclusivamente os exemplos expostos pelo livro, pois nem sempre eles estão de acordo com a realidade social dos alunos e devendo levar em conta o conhecimento prévio dos alunos na construção de significados, o que muitas vezes tem sido desconsiderado, como aponta os PCN'S:

Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer das vivências práticas dos alunos, de suas interações sociais imediatas, e parte-se para um tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdos provenientes da experiência pessoal (BRASIL, 1998).

A abordagem dos conceitos, idéias e métodos apesar de vir sob uma perspectiva de resolução de problemas, ainda há uma grande deficiência nos livros didáticos analisados, pois os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino.

Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas, contrariando os PCN'S, a resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance (BRASIL, 1998).

Após nossa análise percebemos que o livro didático precisa melhorar um pouco mais, por exemplo, notamos que o caráter lúdico e os jogos são quase ausentes, algo que poderia ser mais aproveitado podendo ajudar ainda mais na compreensão do conteúdo e no entusiasmo pela aprendizagem.

O livro didático constitui-se em uma das importantes ferramentas de utilização do professor, não existindo para nós como uma única linha pedagógica a ser seguida preferencialmente, mas que sirva de orientação pedagógica e auxílio para o professor. É papel de o professor expor situações concretas e que fazem parte do dia a dia dos seus alunos, pois os livros possuem quase sempre as mesmas situações de contextualização e que nem sempre condizem com o cotidiano dos seus alunos.

Observamos também, como o Programa Gestão da Aprendizagem Escolar -GESTAR II (2008) (MEC) que apóia a aprendizagem de determinados temas matemáticos tendo como

referencial o currículo em rede, trabalha com os números inteiros, voltado ao tema Esportes no caderno de Teoria e Prática o Programa propõe que o aluno construa o conceito de números inteiros a partir do uso de interpretações pelos números relativos com situações práticas do esporte, e quanto às operações este utiliza algumas atividades com a reta numérica e também com situações práticas referentes a esporte para que o aluno compreenda os processos de operação com os números inteiros.

2.2 Realizando as operações aritméticas em \mathbb{Z} (Conjunto dos Inteiros)

Agora, já mostrada a importância dos números negativos, mostraremos como operar com esses números, e para isso, aproveitando a pesquisa feita nos livros didáticos apresentados antes, achou-se interessante pesquisar também como os PCN'S trata o assunto e quais seus apontamentos para explorar essas operações.

Para realizar a adição e subtração com negativos, os PCN'S (BRASIL,1998)propõem alguns recursos interessantes entre eles o ábaco de inteiros, que consiste em duas varetas verticais fixadas num bloco, nas quais se indica a que vai receber as quantidades positivas e a que vai receber as quantidades negativas, utilizando argolas de cores diferentes para marcar pontos.



Ábaco de inteiros: o azul representa uma quantidade positiva e o vermelho uma negativa.

No livro “Tudo é Matemática” (DANTE, 2010), o autor apresenta alguns recursos que podemos utilizar para efetuar a adição e a subtração com negativos, deixando claro que o aluno vai poder analisar e procurar assimilar um ou mais recursos que lhes sejam convenientes.

Um dos recursos para a adição já foi apresentado na análise do livro, que foi o uso de temperaturas, e outro, por exemplo, é o da altitude, para realizar a adição de -1 e -3 podemos usar algumas situações: - Um mergulhador estava a 1 m abaixo do nível do mar (-1) e desceu 3 m (-3), logo ele ficou 4 m abaixo do nível do mar (-4). Usando a régua graduada: partindo do (-1) e andando 3 unidades para a esquerda (-3), vamos parar no (- 4).

Para iniciar a subtração ele também utiliza algumas situações: - Quando a temperatura passa de +2°C para - 9°C, qual foi sua variação?

Então para responder a essa questão, precisamos calcular a diferença entre -9 e +2, ou seja, $(-9) - (+2)$ então precisamos descobrir qual é o número cuja adição com (+2) resulta em (-9) para isso já aprendemos antes como realizar a adição. Em situações de subtração de inteiros o autor ressalta que podemos encontrar o resultado fazendo a adição do primeiro número com o oposto do segundo.

Quanto à multiplicação e a divisão, os PCN'S aponta o recurso da construção de tabelas pelas quais permitem a observação de regularidades e de padrões de comportamento da série numérica, uma vez que a compreensão dos procedimentos de cálculo envolvida depende do conhecimento de conceitos, propriedades e processos que implicam identificar regularidades, estabelecer relações, fazer algumas inferências.

Por exemplo: construir uma tabela de multiplicação com números positivos e negativos, registrando inicialmente os produtos entre os números positivos. Para multiplicar números positivos por negativos pode-se aplicar a idéia da multiplicação como adição de parcelas iguais, esse procedimento também é mostrado nos livros analisados. Então, a multiplicação de $(+3).(-2)$ pode ser interpretada como a soma de três parcelas de -2 e resolvida por um procedimento aditivo:

$$(+3).(-2) = 3.(-2) = (-2) + (-2) + (-2) = (-6)$$

Pela observação das regularidades das seqüências numéricas construídas, pode-se completar a tabela com os produtos dos negativos pelos positivos e dos negativos pelos negativos, mantendo o padrão numérico observado (acrescentar ou retirar). Para fazer a multiplicação de $(-3).(-7)$ por exemplo, Iezzi(2005, pág. 45) faz o argumento de que o produto de (-3) e (-7) equivale a tirar três vezes o (-7):

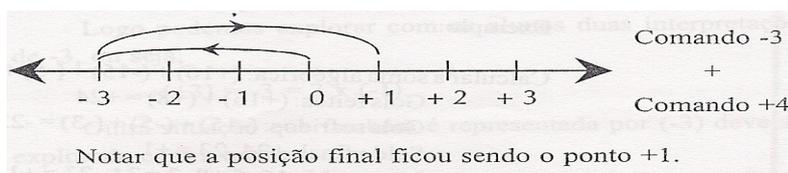
$$- (-7) - (-7) - (-7) = +7 + 7 + 7 = +21 \text{ ou } 3.(+7) = +21$$

Na divisão ambos os autores usam o argumento de que numa divisão (exata) o quociente é o número que multiplicado pelo divisor dá o dividendo, ou seja, a divisão como operação inversa da multiplicação, por exemplo, na divisão:

$$(-40) : (-4) = +10, \text{ pois } (+10).(-4) = -40$$

O Programa Gestão da Aprendizagem Escolar (GESTAR II, 2008), que apóia a aprendizagem de determinados temas matemáticos tendo como referencial o currículo em rede, voltado ao tema Esportes no caderno de Teoria e Prática, propõe que o aluno construa o conceito de números inteiros a partir do uso de interpretações pelos números relativos e algumas atividades para que o aluno compreenda os processos de operação com os números inteiros.

No livro “Números: linguagem universal” (2006), também é proposta atividades desenvolvidas e pelo Projeto Fundão e que também já foram testadas por diversos professores do mesmo. O Projeto também utiliza o esporte para introduzir o conjunto dos Inteiros (Z), e propõe muitas atividades com a utilização da reta numerada. A soma algébrica (adição e subtração) de números inteiros é aplicada através de atividades e comandos na reta numerada, veja:



No mesmo livro desenvolvido pelo Projeto Fundão, eles adotam a idéia de que antes de introduzir multiplicação de inteiros é conveniente verificar se os alunos dominam o conceito envolvido na multiplicação de números naturais e verificado isso apresentar exemplos em que utiliza-se o conceito de multiplicação em Z , como extensão do que é feito em N .

Veja o exemplo de uma situação:

- Se um time, durante três rodadas, perdesse um ponto em cada uma delas, como calcular o saldo final?

Três vezes perdendo um ponto corresponde a:

$$3 \cdot (-1) = -1 - 1 - 1 = -3$$

Os autores chamam a atenção para o fato de que o sinal “-” pode representar o número negativo e, em certas ocasiões, o oposto da situação, e usa essa observação para justificar que a multiplicação de dois números negativos resulta num número positivo. Logo por exemplo, a situação vitoriosa do time que ganhou em quatro rodadas 3 pontos é oposta à situação do time que perdeu em quatro rodadas 3 pontos, portanto :

$$+12 = - (-12), \text{ ou seja, } +12 = 4 \cdot (+3) = - [4 \cdot (-3)] = - (-12)$$

A divisão de inteiros é uma operação um pouco complexa de se trabalhar com uma situação concreta, mas pode ser trabalhada como a operação inversa da multiplicação assim como foi trabalhada no kit e na maioria dos livros didáticos. Os professores do Projeto Fundão propõem o conteúdo da divisão de inteiros também dessa forma, e consideram pertinentes que o professor não deve se preocupar apenas com o a dificuldade da regra de sinais, mas também com o domínio dos alunos do conceito e do algoritmo da divisão, para

verificar o professor pode fazer uma sondagem cujo objetivo será medir o grau de conhecimento dos alunos nos aspectos mencionados acima.

Então, ao buscar as orientações para operar com números negativos, deve-se ter presente que as atividades propostas não podem se limitar às que se apóiam apenas em situações concretas, pois nem sempre essas concretizações explicam os significados das noções envolvidas.

É preciso ir um pouco além e possibilitar, pela extensão dos conhecimentos já construídos para os naturais, compreender e justificar algumas das propriedades dos números inteiros. Por outro lado, ao desenvolver um tratamento exclusivamente formal no trabalho com os números negativos, corre-se o risco de reduzir seu estudo a um formalismo vazio, que geralmente leva a equívocos e é facilmente esquecido. Assim, nós professores de Matemática devemos buscar situações que permitam aos alunos reconhecer alguns aspectos formais dos números negativos a partir de experiências práticas e do conhecimento que possuem sobre os números naturais.

3. DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS COM NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS

Ensinar conceitos matemáticos tem sido uma atividade cada vez mais difícil, pois a Matemática na maioria das vezes é vista como uma disciplina pronta e acabada, sem espaço para a criatividade e considerada como um “bicho papão” pelo fato de muitas pessoas acreditarem que é algo muito difícil, distante da realidade e muitas vezes sem utilidade, onde quem a aprende ou compreende é considerado muito inteligente e que a disciplina é para poucos.

Por esse motivo muitos alunos já vão à escola com a idéia de que dificilmente irá conseguir aprender, idéia às vezes transmitida pelos pais ou até por professores. Isso acaba gerando uma grande aversão e a mesma passa a ser vista como uma das grandes responsáveis pelo fracasso escolar.

Ao trabalhar com Números Inteiros (números positivos, negativos e o zero), apesar de não ter nenhum mistério, professores de Matemática do 7º ano do ensino fundamental têm enfrentado uma grande dificuldade, pelo fato deste ser um primeiro contato com a representação numérica dos números negativos e também por o indivíduo até então utilizar o conceito de forma mental em suas atividades cotidianas, além do problema da aversão à disciplina.

O aluno ao chegar no 7º ano do ensino fundamental já deve ter uma boa noção do que sejam esses números (negativos), pois ao comprar balas, sorvetes ele utiliza o conceito de forma mecânica, pois não há dificuldade mediante ao raciocínio sobre o valor pago e nem enquanto restará de troco, mas o indivíduo desconhece o conceito quando relacionamos a quantidade negativa, pois o mesmo não consegue abstrair utilizando a representação numérica.

Com isso verifica-se que o aluno encontra dificuldades em aprender este conceito em princípio por, não assimilar quantidades negativas.

Então, cabe ao professor formalizar essa idéia, depois disso, a dificuldade de aprendizagem dos alunos aumenta ainda mais ao iniciar as operações com números positivos e negativos, pois até então o indivíduo aprendeu efetuar operações nas séries iniciais relacionando apenas quantidades positivas.

Então, a aprendizagem deste conceito como já foi explanado antes, inicia quando se começa a demonstrar através de exemplificações que o conceito de números negativos é algo que já faz parte do cotidiano de cada um deles embora eles desconheçam. Ao aplicar

exemplos mentais com números negativos em classe nota-se que existe agilidade no raciocínio. Mas quando se aplica um exemplo de forma numérica num mesmo modelo nota-se que há dificuldades em se obter o resultado pela maioria.

Isso nos leva a refletir sobre a necessidade de utilizar métodos que possam interagir e desafiar os alunos, de modo que tal método facilite o ensino e a aprendizagem e reverta o panorama atual. Como por exemplo, desenvolver um trabalho que compare algumas situações vivenciadas pelos alunos, como as variações de temperatura, saldo negativo, perder um jogo, dívidas, comparar altitudes, faltas e ausências, situações que já são apresentadas por alguns livros didáticos, mas que o professor pode aperfeiçoar e não ficar totalmente dependente do livro didático.

As mudanças pedagógicas relacionadas à matemática e à metodologia do ensino discutem bastante a necessidade da valorização do saber matemático que o educando traz para a escola. Crianças que na vida dominam os conceitos matemáticos, em muitas vezes, para a sua própria sobrevivência, utilizando-os no trabalho, não conseguem o mesmo êxito na aprendizagem escolar, como alerta Terezinha Carraher (1991) no seu livro “Na vida dez, na escola zero”. É o que Paulo Freire chama de valorização do conhecimento popular ou comum, a partir do qual o professor pode oportunizar, através de sua mediação, a construção do conhecimento sistematizado (COLETÂNEA, 2003).

Portanto, as dificuldades encontradas pelos alunos no conceito, e ao realizar operações com números negativos ou até em contato com qualquer outro conteúdo de Matemática, na realidade podem se tratar de problemas resultantes da metodologia de ensino utilizada pelo docente, que não tem sido relevante aos conhecimentos prévios dos alunos, sendo dessa forma, um ensino descontextualizado.

O ensino de soma e subtração de números inteiros no 7º ano do ensino fundamental, por exemplo, já tem várias formas inovadoras de ser feito, como já foi mostrado antes no decorrer do Trabalho. Apesar de existir algumas dificuldades por alguns alunos no processo de ensino-aprendizagem das operações com os números inteiros, outros alunos não o consideram um pesadelo pelo fato de algumas escolas adotarem para novas descobertas o recurso do material concreto, da diversão e/ou dos jogos matemáticos.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais:

É consensual a idéia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. Dentre elas, destacam-se a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos como recursos

que podem fornecer os contextos dos problemas, como também os instrumentos para a construção das estratégias de resolução (BRASIL, 1998).

Sendo assim, cabe ao professor conhecer as diversas possibilidades de trabalho em sala de aula para que julgue, de acordo com a situação, qual ou quais das técnicas podem ser proveitosas e utilizadas adequadamente à situação.

3.1 Os erros mais comuns dos alunos nas atividades propostas

É comum, professores de Matemática encontrar muitos erros nas atividades propostas, isso acontece muitas vezes pela dificuldade que os alunos possuem na aprendizagem dos números negativos. Mas os erros mostram o raciocínio dos alunos e são valiosos na hora de planejar as atividades didáticas. Nesse sentido, segundo os PCN'S (1998), a análise do erro pode ser uma pista interessante e eficaz.

Os erros são elementos construtivos no processo de conhecimento e devem ser vistos como algo a serem compreendidos, eles pode tornar-se uma importante ferramenta para diagnosticar e identificar as dificuldades e obstáculos presentes na aprendizagem da Matemática e gerar elementos que favoreçam o desenvolvimento cognitivo do aluno (SOUZA, 2002).

Durante muito tempo, a educação tradicional tentou levar os alunos a não errar nunca, acreditando que o aprendizado ocorria quando eles davam a resposta correta para as questões propostas. Em Matemática, mais do que em outra disciplina, essa era uma verdade absoluta.

Hoje a história mudou, pois se sabe que os erros não podem ser encarados de forma complacente nem ser motivo de punição, já que eles ajudam o professor a descobrir onde está o problema e a desenvolver métodos de ensino para que o aluno pense mais e perceba que a Matemática não é tão difícil quanto parece. Mais importante que o aluno acertar é saber justificar como chegou a um resultado, e saber justificar como chegou a um resultado o aluno vai fazer, se deixar de lado a memorização de fórmulas, regras e esquemas investindo na discussão de conceitos (NOVA ESCOLA, 2004).

Para diagnosticar os erros mais comuns dos alunos durante e depois a abordagem em especial dos números negativos, foi feito um levantamento em algumas turmas do 7º ano do ensino fundamental na Escola Municipal Jardirene Oliveira de Souza, em Aroeiras-PB, no cotidiano das aulas e nas avaliações com base em uma observação sistemática do trabalho realizado em sala de aula e na análise dos instrumentos de avaliação aplicados, principalmente com os alunos que apresentavam maiores dificuldades.

A maioria dos erros cometidos pelos alunos nas atividades propostas em sala de aula, com relação aos números negativos, diz respeito com as Regras de Sinais e também pelo fato de às vezes se confundirem ou não conseguirem interpretar o número negativo como um número diferente do positivo, de imediato, eles acreditam que ambos possuem a mesma função. Por isso, às vezes nem notam a presença do que diferencia o positivo do negativo, que é o sinal de + (positivo) ou de - (negativo) que precede o algarismo, e acabam calculando como se tivesse trabalhando apenas com números positivos, acontecendo assim o erro.

Nas observações encontramos vários erros, muitos desses cometidos pelas deficiências conceituais e procedimentais, falta de domínio de propriedades, incapacidade de estender certas regras para novos contextos, e falta de compromisso com a aprendizagem (alguns alunos colocam respostas rápidas para livrar-se logo da tarefa). Muitos dos erros encontrados são pela ausência de sinal no resultado, troca de operações e regra de sinais, erros de cálculo entre outros tipos de erros. Vejamos alguns dos erros mais comuns encontrados nas atividades propostas sobre números inteiros após a exposição das aulas:

$$2-8-5-4=$$

$$6-5=4$$

$$7-4=3$$

Fig. 1

$$84-79-81-40+94=$$

$$364-83-40+94$$

$$123-40-94=94$$

$$+83+94=177$$

Fig.2

$$(-1).(-1)(-1)=-3$$

Fig. 3

$$(+300):(-300)=0$$

Fig. 4

$$(-18):(-2)=-9$$

Fig. 5

A dificuldade em efetuar as operações demonstra deficiências na aprendizagem de procedimentos e algoritmos básicos e pouca habilidade em cálculos. O resultado encontrado na operação (Fig. 4) leva a crer que o aluno teria o mesmo raciocínio se fosse com Números Naturais, visto que ele deve entender que um número dividido por ele mesmo é zero. Essa situação foi explicada pelo professor e o aluno não entendeu ou nem lembrou ao resolver o exercício, talvez pela pressa de se livrar logo da tarefa.

No caso de operações de multiplicação e divisão, o aluno considerou a operação como a indicada no sinal do número (Fig. 3)

Feita a pesquisa, seus resultados mostram que, através do levantamento, diagnóstico e análise dos erros dos alunos, é possível conhecer a sua natureza, a sua origem ou possíveis causas e tratá-lo como elemento fundamental para a articulação de novos saberes, tanto para o

professor como para o aluno. Para o professor como re-orientador educativo, para através da identificação e análise dos erros cometidos pelos alunos, o professor pode planejar uma intervenção adequada no sentido de mostrar o erro ao aluno; para o aluno como elemento de reflexão para entender onde e por que errou, para enxergar suas possibilidades cognitivas e vir a enriquecer e consolidar sua aprendizagem.

Considerando também que, através da identificação e análise dos erros cometidos pelos alunos, o professor pode planejar uma intervenção adequada no sentido de mostrar o erro ao aluno, levando-o a tomar consciência do seu erro, e fornecendo-lhe condições de refletir e compreender onde e porque errou, tentando superar e retomar o seu processo de construção do conhecimento matemático.

4. APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS DE FORMA LÚDICA

Há necessidade de despertar nos alunos maior interesse pelo conhecimento matemático, podemos recorrer ao lúdico que tem sua origem na palavra “ludus” que quer dizer jogo, com o propósito de inovar no ensino aprendizagem, tornando as aulas mais prazerosas e dinâmicas. Os estudiosos ampliaram o sentido da palavra “ludus” considerando pesquisas em psicomotricidade, ela evoluiu para ser considerado não só apenas no sentido do jogo. Na atividade lúdica não importa somente o resultado, mas a ação, o movimento vivenciado (DANIELLY, 2007).

A educação lúdica é uma ação inerente na criança e no adulto aparece sempre, como uma forma transacional em direção a algum conhecimento.

O lúdico enquanto recurso pedagógico deve ser encarado de forma séria e usado de maneira correta, pois como afirma ALMEIDA (1994), o sentido real, verdadeiro, funcional da educação lúdica estará garantida, se o educador estiver preparado para realizá-lo.

Sugerimos então algumas propostas didático-pedagógicas para o ensino das operações aritméticas básicas.

4.1 Propostas de experiências didático-pedagógica

De acordo com Souza (2002), os erros podem ser cometidos em consequência de uma série de aspectos sejam eles, associados à ocorrência de dificuldades e obstáculos de origem epistemológica, associados à ocorrência de dificuldades e obstáculos de origem didático-pedagógica ou aspectos associados à ocorrência de dificuldades e obstáculos de origem ontogenética ou atitudinais/ comportamentais.

Os jogos, como ferramenta auxiliar no processo de ensino-aprendizagem têm sido um recurso cada vez mais adotado por professores de matemática (QUEIROZ, 2004), pois além de transmitirem conhecimentos, tornam o aprendizado mais prazeroso pelo fato deste dar entusiasmo e animação aos alunos. O desafio genuíno e o prazer de tentar ganhar o jogo tornam-se um incentivo para o aluno querer aprender tanto as regras do jogo como o conteúdo relacionado.

Sendo assim, para tentar minimizar as dificuldades encontradas propomos um trabalho com o uso do material concreto a fim de auxiliar o aluno no contato principalmente com as operações aritméticas, onde ocorre menos êxito pela dificuldade de compreensão das regras de sinais ou até por dificuldades em realizar operações com números naturais.

4.1.1 Dominó pedagógico

Uma ação didático-pedagógica foi propor a utilização de um kit pedagógico (dominó pedagógico) como material concreto o qual faz semelhança de regras com um jogo muito conhecido como *dominó*, sendo necessário então aperfeiçoá-lo para o propósito desejado, trabalhar com os números inteiros.

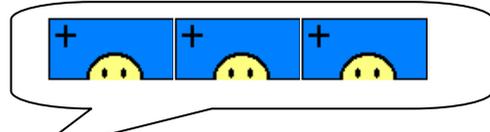
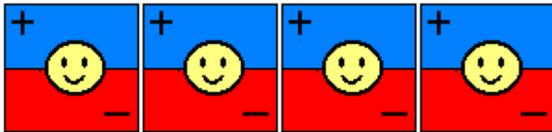
- Confecção do kit:
 - Material necessário
 - EVA (vermelho e azul)
 - Lápis piloto preto
 - Tesoura sem ponta ou estilete
 - Passos da construção
 - Fazer um dominó com 28 peças, sendo 14 vermelhas e 14 azuis.
 - Objetivo:
 - Compreender e dar significado as regras de sinais correspondentes aos números inteiros.
 - Roteiro:
 - Utilizaremos nesta atividade, um jogo de dominó que possui peças azuis representando os números positivos, e peças vermelhas, os números negativos. Uma peça azul anula uma vermelha e vice-versa, ou seja, teremos um zero.
 - Procedimentos:

(Etapa 1) - Operação de adição com inteiros:

Nesse momento o professor deve lembrar os vários significados para a palavra adição ou adicionar, inclusive a idéia de juntar, que será a idéia utilizada nesta etapa. Vejamos um exemplo:

Queremos adicionar (-4) com $(+7)$, ou seja, devemos juntar 4 peças vermelhas com 7 peças azuis. Lembrando que, ao juntarmos uma peça azul com uma vermelha, elas se anulam e podem ser separadas. Então ficaremos com 3 peças da cor azul, ou seja, $(+3)$.

Teremos então a seguinte situação:



Logo restarão 3 peças azuis!

A partir daí podem-se expor mais questões para os alunos praticarem, como a soma de números positivos e/ou a soma números negativos.

(Etapa 2) - Operação de subtração com inteiros:

Agora, devemos resgatar o significado da palavra subtração, que é “retirar”.

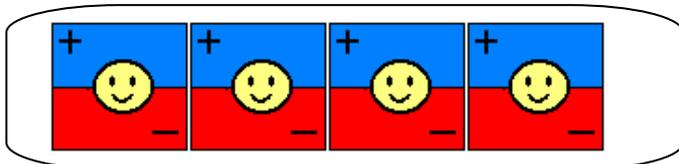
Vamos realizar a seguinte operação: $(-4) - (+2)$.

E agora? De que forma iremos retirar 2 peças azuis das 4 peças vermelhas que temos? Usaremos o recurso de “colocar zeros”. Mas o que é colocar zeros? É acrescentar peças azuis e vermelhas em quantidade igual! Veja a situação:



Observe que temos que retirar duas peças azuis, mas só temos 4 peças vermelhas, precisamos portanto “criar” peças azuis. Para isso, devemos criar “zeros”, acrescentando, por exemplo, 4 peças vermelhas e 4 peças azuis.

Logo, como resultado, obtemos a seguinte situação:



Este é o zero construído!



peças!

Lembrando que ainda temos essas 4

peças! Temos agora, no total, 8 peças vermelhas e 4 peças azuis. Devemos retirar 2 peças azuis, fazendo esta retirada, obtemos:



Veja que restam ainda dois pares (uma peça vermelha e uma azul, cada par) e mais 6 peças vermelhas. As duas peças de cada par se anulam, podendo ser retiradas, sobrando assim as outras 6 peças vermelhas.

Logo a resposta será (-6) .

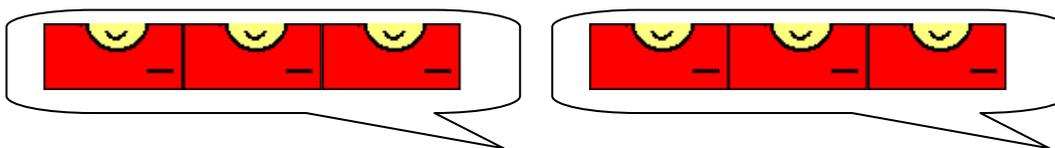
A partir daí podem-se pedir que os alunos resolvam mais questões, do tipo: subtração de números negativos, de positivos (números naturais) e ainda mais subtrações de números negativos com positivos que é onde aparecem mais dúvidas.

(Etapa 3-) Operação de multiplicação com inteiros:

Palavras chaves: fazer e retirar grupos. Lembrando, que multiplicar números inteiros positivos nada mais é do que adicionar parcelas iguais. Então $2 \cdot 3$ é o mesmo que ter 2 grupos de 3 unidades cada um.

Qual o resultado da seguinte operação: $(+2) \cdot (-3)$?

Queremos 2 grupos com 3 peças vermelhas cada um, ou seja:

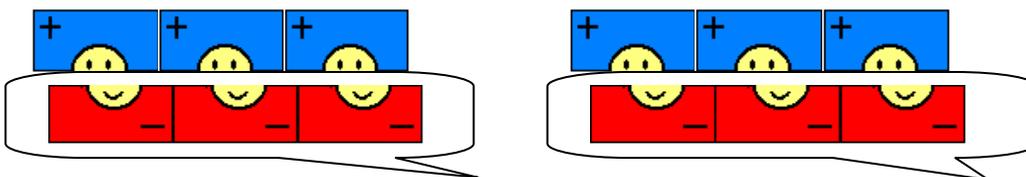


Ficamos ao todo com 6 peças vermelhas. Logo $(+2) \cdot (-3) = -6$

Vamos resolver agora a seguinte operação: $(-2) \cdot (-3)$.

Queremos retirar 2 grupos, sendo que cada grupo tem 3 peças vermelhas.

Vamos então criar “zeros”:



Estes são os grupos a serem retirados!

Observe que temos somente zeros! Só que agora teremos que tirar 2 grupos, sendo que cada grupo tem 3 peças vermelhas. Retirando-os, ficaremos com 6 fichas azuis, ou seja, como resposta temos $(+6)$. Então $(-2) \cdot (-3) = +6$. E situação será esta:



➤ Observações:

1) A principal atividade deste kit é a multiplicação de dois inteiros negativos resultando em um inteiro positivo. Isto não é natural para o aluno e aqui é exemplificado por:

$$(-4) \times (-3)$$

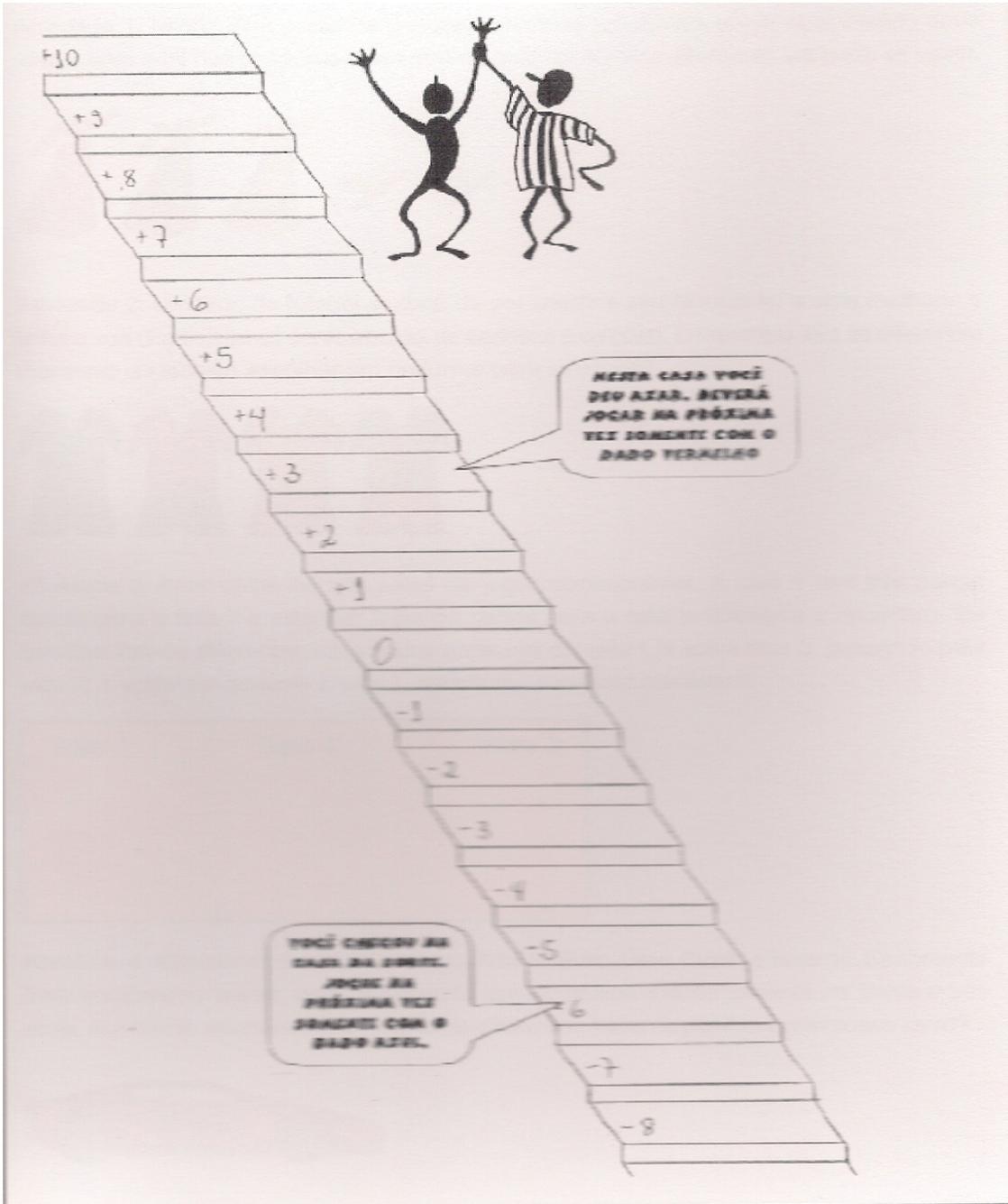
Retirar 4 grupos de 3 fichas vermelhas.

2) O kit não trabalha com a divisão de inteiros, mas por trabalhar bem a questão da regra de sinais na multiplicação fica um claro para o aluno que na divisão de inteiros a regra de sinais funciona como na multiplicação, já que são operações inversas uma da outra.

4.1.2 Jogo dos números inteiros

- Conteúdos explorados: Conjunto dos números inteiros
- Objetivos: Introduzir o conceito de soma e subtração de números inteiros através de uma atividade lúdica.
- Material: Folha de atividades, 2 dados sendo 1 azul e 1 vermelho, lápis e borracha.
- Atividades:
 - O jogo pode ser realizado com duas ou mais pessoas, de forma que sempre existam dois grupos adversários.
 - Escolhidos os parceiros e os adversários, escolhe-se, de alguma maneira conveniente, qual equipe deve começar.
 - Cada equipe joga com dois dados (um azul e outro vermelho) e com um peão que deve estar na marca do zero, de onde se inicia o jogo.
 - Os jogadores, alternadamente, jogam os dois dados.
 - O dado vermelho indica quantos degraus o jogador deve descer e o dado azul indica quantos deve subir.
 - Após jogar os dados, a equipe deve computar os resultados e verificar quantos degraus deve subir ou descer.
 - Ganha o jogo a equipe que chegar primeiro no degrau de número 10, ou a equipe que permanecer no jogo quando a outra equipe atingir o número -9.
- Comentários: O professor, após algumas jogadas, deve aproveitar para fazer uma analogia dos resultados obtidos através do jogo com a soma algébrica dos números inteiros.

FOLHA DE ATIVIDADES



REFERÊNCIA: CAEM: IME-USP: Série cadernos de atividades nº 1. Atividades de laboratório de matemática; ensino fundamental (5ª a 8ª séries). Coordenadora: Elza Furtado Gomide. Organizadora: Janice Cássia Rocha.

5. CONSIDERAÇÕES

Durante nosso estudo, ao relatarmos alguns fatos históricos importantes sobre a História dos números negativos, e sua significativa importância na Matemática, percebemos quanto é relevante o registro histórico para a compreensão da construção dos conceitos matemáticos.

Observamos que os estudantes chegam no 7º ano sem a noção correta do que sejam números positivos e negativos, o que leva a diversas dificuldades de aprendizagem das operações aritméticas fundamentais. Acreditamos que se o professor ensinasse mostrando a aplicabilidade dos números inteiros no cotidiano despertaria maior interesse pelos estudantes em adquirir este conhecimento.

Percebemos que os livros didáticos já trazem uma preocupação com a contextualização dos números inteiros, mas nem sempre correspondem com o cotidiano dos estudantes, cabendo ao professor fazer essa correspondência.

Os erros mais comuns nas atividades propostas, diz respeito a ausência de sinal no resultado, troca de operações e regra de sinais, erros de cálculo, deficiências conceituais e procedimentais, falta de domínio de propriedades, incapacidade de estender certas regras para novos contextos, e falta de compromisso com a aprendizagem.

Um material didático bem preparado e bem utilizado, auxilia no aprendizado das operações aritméticas fundamentais. Para isso o professor deve ter dedicação, interesse e disposição para usar de sua criatividade nas atividades aplicadas na sala de aula que levem a um real aprendizado.

Em suma, ficamos muito gratificados com a realização desse trabalho, pois através dele houve um crescimento no sentido de construção e vivência das possibilidades de aprendizagem com a utilização do material concreto, enriquecendo nossos estudos e como consequência contribuindo para a dinamização das nossas aulas e o aprendizado dos nossos alunos.

6.REFERÊNCIAS

BOYER, Carl Benjamim. **Historia da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. Edgard Blucher, São Paulo, 1974.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

CAEM: IME-USP: Série cadernos de atividades nº 1. **Atividades de laboratório de matemática; ensino fundamental (5ª a 8ª séries)**. Coordenadora: Elza Furtado Gomide. Organizadora: Janice Cássia Rocha.

Coletânea de Textos Didáticos. Prática Pedagógica I; Pesquisa em Educação; Fundamentos e Metodologia do Ensino de Matemática. Campina Grande: UEPB, 2003; V. VIII – 1ª edição

CDCC / USP- EXPERIMENTOTECA. **Números Inteiros: Operações com números inteiros**. Disponível em: < http://www.cdcc.usp.br/exper/médio/matematica/.../1f_numeros_inteiros_p.pdf>. Acesso em : 9 julho.2010.

DANIELLY;DILCELIA;HAIENY; ISABELA. **Ludicidade e Educação**, O papel do Lúdico na Atividade Pedagógica, São Paulo, jan. 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**, 7ºano. 3ª edição/ São Paulo: Ática, 2010.

GIOVANNI, José Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JUNIOR, José Ruy. **A conquista da matemática, 6ª série**. São Paulo: FTD, 2002. V. II.

IEZZI, Gelson. **Matemática e realidade**: 6ª série / Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, Antônio Machado. Edição 5, São Paulo: Atual, 2005.

NOVA ESCOLA: revista mensal de educação. Editora Abril, n.170, março de 2004, 66p.

Programa Gestão da Aprendizagem Escolar- Gestar II. Matemática: Atividades de Apoio à Aprendizagem 2 - AAA2: matemática nos esportes e nos seguros (Versão do Aluno). Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2008.

Operações Aritméticas. In **Infopédia** Porto: Porto Editora, 2003-2010. [Acesso. 2010-12-05].Disponível na www: <URL: [http://www.infopedia.pt/\\$operacoes-aritmeticas](http://www.infopedia.pt/$operacoes-aritmeticas)>.

QUEIROZ, Luis Carlos de. **Propostas de jogos em ensino de matemática**. Pernambuco, 15 de jul. 2004. Disponível em: **Erro! A referência de hiperlink não é válida.**

SANTOS, Vânia Maria Pereira dos; REZENDE, Jovana Ferreira de. **Números: linguagem universal**. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 2006.

SOUZA, Sueli Spolador Simões de. Tese: **Erros em Matemática: Um diagnóstico com alunos de 6ª série do ensino fundamental**. Marília, 19 de dez. 2002. Disponível em: <http://200.189.113.123/diaadia/diadia/arquivos/fil/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/sueli.pdf> Acesso em: 9 set. 2010.

TALAVERA, Leda Maria Bastoni. **Artigo: Uma abordagem histórica dos números negativos**. Disponível em Windows 98: <<http://ww.revista.unicamp.br/infotec/artigos/leda.html>>. Acesso em: 7 maio.2010.